

Fiche de TD N°1

Exercice 1: a) Trouver toutes les applications $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivables telles que :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x)f(x) = 1$$

b) Trouver toutes les applications $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continues telles que :

$$\forall x \in \mathbb{R}, 2xf(x) = 3 \int_0^3 f(t)dt$$

c) Par $k \in \mathbb{R}$ fixé, trouver toutes les applications $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continues telles que :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \int_0^x tf(t)dt = kx \int_0^x f(t)dt.$$

Exercice 2. Déterminer toutes les applications $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dérivables telles que :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x+y) = e^x f(y) + e^y f'(x).$$

Exercice 3: Déterminer l'ensemble des points d'inflexions des courbes intégrales de l'équations différentielles :

$$xy' - 3y - 2x^2 = 0$$

Exercice 4: Résoudre les équations différentielles linéaires du premier ordre (variable x , inconnue $y : I \rightarrow \mathbb{R}$ (I intervalle quelconque de \mathbb{R})).

a) $y' + y = 2e^x$, b) $y' + \frac{x}{x^2+1}y = \frac{1}{x^2+1}$, c) $2x(1+x)y' + (1+x)y = 1$
d) $y' + 2xy - e^{x-x^2} = 0$.

Exercice 5 : Déterminer la solution de $xy' - y = x^3$ sur $]0, +\infty[$ telle que $y(0) = 1$