République **A**lgérienne **D**émocratique et **P**opulaire

Ministère de l'**E**nseignement **S**upérieur et de la **R**echerche **S**cientifique

Université des **S**ciences et de la **T**echnologie d'**O**ran **M**ohamed **B**oudiaf

Faculté de **G**énie **E**lectrique **D**épartement d'**E**lectrotechnique

THÈSE

En vue de l'obtention du

Diplôme de Doctorat en Sciences

Présentée et Soutenue par :

BENMANSOUR Souhila ép. ABOURA

Intitulé

Génération de mouvement optimal et commande d'un bras manipulateur hyper dynamique.

Spécialité *: Electrotechnique*
Option *: Automatique*

Le jury est composé de :

Professeur, AHMED FOITIH Zoubir	***Président***	***USTO-MB***
Professeur, OMARI Abdelhafid	***Encadreur***	***USTO-MB***
Professeur, ZEMALACHE MEGUENNI Kadda	***Co-Encadreur***	***USTO-MB***
Professeur, MANSOURI Abdellah	***Examinateur***	***ENP.Oran***
Professeur, ZERIKAT Mokhtar	***Examinateur***	***ENP.Oran***
Professeur, ZEBIRETE Soraya	***Examinateur***	***Univ Oran2***

Année Universitaire 2015 / 2016

Résumé

Depuis ces dernières décennies, l'étude du mouvement du bras humain représente un champ d'investigation très important. Cela constitue des relais de stimulation pour la recherche scientifique et technologique, dont le but principale est de concevoir des robots manipulateurs dotés d'un mécanisme anthropomorphisme. Cependant ce membre peut effectuer une infinité de mouvements très complexes qui sont le résultat de plusieurs processus mentaux fortement couplés les uns aux autres. Pour cela, nous avons envisagé une application bien précise où nous avons identifié les phénomènes qui interviennent dans la reproduction des mouvements pour optimiser le geste sportif d'un bras d'un golfeur professionnel lors du tir de Golf. Cette application est considérée comme une extension du mouvement hyper dynamique.

Notre travail repose donc sur deux objectives. Tout d'abord, l'élaboration d'un schéma de génération du mouvement optimal de ce bras manipulateur avec plus de réalisme et de précision possible. Cette étape a été réalisée après avoir élaboré un modèle dynamique compatible gouvernant le mouvement ultra rapide du robot en se basant sur la structure ingénieuse du bras humain. Cette dernière fait appel à deux facteurs indispensables, à savoir le couple dynamique d'anticipation et les stoppeurs mécaniques.

Le second objectif est la validation du générateur de mouvement obtenu en appliquant au robot golfeur des différentes lois de commande robustes en présence des perturbations et des incertitudes internes et externes.

Le travail est réalisé théoriquement et testé par des simulations sous l'environnement Matlab pouvant être testé pratiquement sur un prototype expérimental du robot.

Enfin des résultats sur la stabilité, les performances et la robustesse des lois de commande sont présentés.

Mots-Clés : Robots manipulateurs ; manipulation hyper dynamique ; couple dynamique ; stoppeurs ; génération de mouvement ; optimisation multi-objective ; algorithmes génétiques ; commandes robustes ; commande backstepping ; modes glissants ; observateurs modes glissants ; stabilité.

Abstract

Recently, one attractive and challenging topic in the field of robotic is 'hyper dynamic manipulation' which is defined as a highly skillful manipulation with high motion specifications such as in sport. As case study, we considere golf swing robot which have been widely investigated in recent years to simulate the ultra high-speed swing motions of profetional golfers and to evaluate the performance of golf clubs and golf balls. The motion of this robot is considered as an extension of hyper dynamic manipulation.

This work is based on two objectives. First of all, developing a new scheme of an optimal motion planning of the golf swing robot with more realism and accuracy. This step was carried out after contributing a compatible dynamic model governing the ultra-fast motion of the robot based on the ingenious structure of the human arm. The second objective, is to apply to the robot, in order to validate the obtained réference trajectories, different robust control schemes.

Research Work is carried out theoretically and tested by simulations under the Matlab environment which can be practically tested on an exprimental prototype of robot.

Simulation results on stability, performences and robustness of the control laws are given.

Mots-Clés : Golf Swing Robot ; hyper dynamique manipulation ; Dynamically coupled driving ; Joint Stop ; Motion Generation ; OptimiZation ; Genetic Algorithme ; Robust Control ; backstepping Controller ; Sliding Modes Control ; Sliding Modes Observer.

Remerciment

Tout simplement et basant sur la traduction d'une parole du Prophète Mohammed (que la prière d'Allah et son salut soient sur lui) et qui a dit : "Celui qui ne remercie pas pour la petite chose, ne remercie pas pour la grande chose et celui qui ne remercie pas les gens, ne remercie pas Allah". Alors et avec un immense plaisir, je trouve l'occasion sur cette page afin de rendre hommage et exprimer toute ma reconnaissance à chaque personne a participé à la réussite de ma très belle aventure.

Tout d'abord, je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à mes directeurs de thèse, Professeur OMARI Abdelhafid et Professeur Zemalache Megenni Kadda pour la qualité de leurs encadrements avec plein d'enthousiasme et de sympathie ainsi que l'intérêt qu'ils ont porter à ce travail.

Je tiens à exprimer encore une fois toute ma gratitude à mon directeur de thèse Mr OMARI Abdelhafid, professeur à l'université des sciences et de la technologie M-B, qui m'a toujours laissé libre dans mes réflexions et respecté mes idées. La confiance et l'autonomie qu'il m'a offert pendant la préparation de cette thèse furent à l'origine du plaisir que j'ai eu à travailler afin d'achever ce modeste travail. C'est grâce à lui que j'ai compris non seulement le métier de chercheur mais aussi le coté humain dans la direction de la recherche. Je lui suis par ailleurs extrêmement reconnaissante de son accueil dans son laboratoire d'Automatique ; sa disponibilité ; son exigence, j'ai beaucoup appris de ses conseils comme de ses critiques qui m'ont été également très précieux pour structurer ce manuscrit et améliorer la qualité des investigations.

Mes remerciements vont également au président de Jury, Mr. AHMED FOITIH Zoubir, Professeur à l'université USTO-MB, qui m'a fait l'honneur de présider le jury.

J'adresse mes sincères remerciements aux examinateurs,

Mr. MANSOURI Abdallah, Professeur à E.N.P.ORAN.

Mr. ZERIKAT Mokhtar , Professeur à E.N.P.ORAN.

Mme ZEBIRETE Soraya, Professeur à l'IMSI, université d'Oran2 .

Leurs conseils et leurs questions ont été source d'enrichissement de ce travail.

Mes remerciements les plus chaleureux vont également à mes chers parents et ma petite famille qui m'ont soutenu tout le long de ces années de travail. Qu'il trouvent ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Enfin un grand merci à ma famille et mes amis pour leurs encouragements et leurs soutiens.

À mes chers parents
À mon mari et mon fils Mohamed Ali
À mes sœurs
À ma belle famille et à tous ceux que j'aime

' Pour faire de grandes choses, il ne faut pas être un si grand génie, il ne faut pas être au-dessus des hommes, il faut être avec eux'
Montesquieu

Table des matières

Liste des figures **ix**

Liste des tableaux **xiii**

Introduction générale **1**
0.1 Introduction 1
0.2 Contexte du travail et motivations 2
0.3 Objectifs et contribution 3
0.4 Organisation du rapport de thèse 5

1 Synthèse bibliographique **6**
1.1 Introduction 6
1.2 Contexte général sur la robotique 7
1.2.1 Définition d'un robot 7
1.2.2 La robotique dans la société actuelle 8
1.2.3 Génération de mouvement des robots manipulateurs 9
1.3 Robot manipulateur hyper dynamique 10
1.3.1 Généralités 10
1.3.2 Préliminaires 12
1.4 État de l'art sur les robots golfeurs 13
1.4.1 Travaux de recherches 13
1.4.2 Réalisation pratique 21
1.5 Conclusion 24

2 Déscription et modélisation du robot **25**
2.1 Introduction 25
2.2 L'art de respect du jeu de golf 26
2.3 Position de problème et motivation 28
2.4 Brève description anatomique du bras humain 29
2.4.1 Anatomie fonctionnelle 29
2.4.2 Anatomie descriptive 31

2.4.3 Plage de mouvement des articulations du robot golfeur 31
2.5 Conception de Base du robot 33
2.5.1 Utilisation des stoppeurs 35
2.5.2 Utilisation des Moteurs à entraînement direct 36
2.6 Principe de fonctionnement du robot 37
2.7 Modélisation du robot 39
2.7.1 Hypothèses du modèle 40
2.7.2 Modélisation dynamique 41
2.7.3 Modélisation du couple passif 44
2.7.4 Modèle d'état 44
2.8 Conclusion 45

3 Génération de mouvement optimal du robot 46
3.1 Introduction 46
3.2 Techniques de génération du mouvement 46
3.2.1 Position du problème et motivation 46
3.2.2 Séries de Fourier 47
3.2.3 Fonctions B-Splines 53
3.3 Techniques d'optimisation du mouvement 59
3.3.1 Motivation et préliminaires 59
3.3.2 Les Algorithmes Génétiques 60
3.4 Application des AGs pour optimiser le mouvement du robot 63
3.4.1 Introduction 63
3.4.2 Génération de mouvement du robot par séries de Fourier . . . 64
3.4.3 Génération de mouvement du robot par B.S.C.U 65
3.4.4 Caractéristiques des trajectoires optimales 67
3.4.5 Formulation du problème d'optimisation 70
3.5 Simulations et interprétation des résultats 71
3.5.1 Mouvement optimal généré par séries de Fourier 72
3.5.2 Mouvement optimal généré par B.S.C.U 79
3.5.3 Étude comparative 85
3.6 Conclusion 87

4 Théorie des commandes Backstepping et modes glissants 88
4.1 Introduction 88
4.2 Approche de backstepping 89
4.2.1 Introduction 89
4.2.2 Principe de la commande de Backstepping 89
4.3 Approche des modes glissant 97
4.3.1 Introduction 97
4.3.2 Principe de la commande par modes glissant 98

4.3.3 Définitions 99
4.3.4 Phénomène de réticence 101
4.3.5 Détermination de la dynamique de glissement 101
4.3.6 Description mathématique des modes glissants réels 105
4.3.7 Existence du mode de glissement 106
4.3.8 Suppression du phénomène de réticence 109
4.3.9 Conclusion 109

5 Commandes robustes appliquées au robot golfeur 111
5.1 Introduction 111
5.2 Position de problème et motivation 111
5.3 Hypothèses et objectifs 112
5.4 Synthèse de la commande Backstepping 112
5.5 Synthèse de la commande Backstepping avec l'action intégrale 115
5.6 Synthèse de la commande modes glissant 118
5.6.1 Détermination de la surface de glissement 118
5.6.2 Conception de la loi de commande 119
5.7 Synthèse de la commande mode glissant avec l'action intégrale 120
5.8 Synthèse de la commande hybride backstepping-mode glissant 121
5.8.1 Synthèse de la loi de commande hybride 121
5.9 Simulation et interprétation des résultats 124
5.9.1 Perturbations et incertitudes 124
5.9.2 Les simulations de la commande Backstepping 125
5.9.3 Les simulations de la commande Mode glissant 133
5.10 Conclusion 148

6 Commande backstepping basée sur un observateur modes glissant 149
6.1 Introduction 149
6.2 Observateurs pour les systèmes dynamiques 150
6.2.1 État de l'art 150
6.2.2 Principe de fonctionnement 151
6.2.3 Observabilité 152
6.3 Observateur classique par modes glissants 155
6.3.1 Observateurs par modes glissants monosurfaces 157
6.4 Commande backstepping basée sur l'observateur modes glissant appliquée au robot 158
6.4.1 Position de problème et motivation 158
6.4.2 Objectif de la commande basée sur l'observateur 159
6.4.3 Synthèse de l'observateur par modes glissants 160
6.4.4 Convergence de l'erreur d'observation 163
6.4.5 Commande backstepping basée sur l'observateur modes glissants 166

6.4.6 Simulations et interprétation des résultats 169
6.5 Conclusion 178

Conclusion et perspectives **179**

Appendices **181**

A Paramètres du robot golfeur **182**

B Stabilité au sens de Lyapunov **183**
B.1 Notion de stabilité 183
B.2 Méthode directe de Lyapunov 184

C Publications et communications **188**
C.1 Publications Internationales 188
C.2 Communications Internationales 188

Références bibliographiques **190**

Liste des figures

1.1 Prototype du robot golfeur commercial 'Iron Byron' 22
1.2 Prototype des robots golfeur des laboratoires 23

2.1 Club du jeu de golf 27
2.2 Les différentes étapes de tir de golf 27
2.3 Articulations et segments représentants le robot golfeur 29
2.4 Représentation du corps humain dans les trois dimensions de l'espace 30
2.5 Squelette du bras humain 31
2.6 (a)Abduction-Adduction de l'épaule, (b)Flexion-Extension de l'épaule 32
2.7 Flexion Extension de la main 32
2.8 Modèle représentatif du robot golfeur 34
2.9 Structure détaillée des stoppeurs 35
2.10 Caractéristique de l'élément élastique des stoppeurs 36
2.11 Schéma d'un stoppeur mécanique 36
2.12 Mécanisme du robot golfeur. (a) : Phase de pré-impact, (b) : Phase d'impact, (c) : Phase de post-impact 38
2.13 Mouvement entier du robot golfeur 40
2.14 Modèle représentatif du robot golfeur 42

3.1 Fonction $f(t)$ d'un signal audio. 51
3.2 Représentation du signal $f(t)$ sous forme des piques. 52
3.3 Exemple de fonction approximé par B-Spline de degré 3 et de polygone-Spline 55
3.4 Fonction B-Spline Cubique Uniforme d'ordre 3. 57
3.5 Principe de fonctionnement d'un Algorithme Génétique. 63
3.6 Mouvement optimal généré par le robot golfeur. 64
3.7 Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les séries de Fourier et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur, énergie), avec la vitesse d'impact désirée $v_{2xm} = 20(m/s)$. 74

3.8 Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les séries de Fourier et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur, énergie), avec la vitesse désirée $v_{2xm} = 25(m/s)$. 75
3.9 Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les séries de Fourier et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur, énergie), avec la vitesse désirée $v_{2xm} = 30(m/s)$. 76
3.10 Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les séries de Fourier et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur, énergie), avec la vitesse désirée $v_{2xm} = 35(m/s)$. 77
3.11 Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les séries de Fourier et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur+vitesse d'impact max) 80
3.12 Evolution de la fonction objective au cours des dix premières générations 81
3.13 Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les fonctions B.S.C.U et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur, énergie), avec la vitesse désirée $v_{2xm} = 20(m/s)$. 83
3.14 Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les fonctions B.S.C.U et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur, énergie), avec la vitesse désirée $v_{2xm} = 25(m/s)$. 84
3.15 Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les fonction B.S.C.U et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur+vitesse d'impact max) 86

4.1 Différents comportements en dehors de la surface de discontinuité . . 100
4.2 Mode de glissement idéal 100
4.3 Mode de glissement avec réticence 102
4.4 Construction par la méthode de la commande équivalente 103
4.5 Fonction saturation. 109

5.1 Asservissrment du robot avec bruit de mesure 124
5.2 Asservissement du robot avec choc d'impact 125
5.3 Commande Backstepping avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires.126
5.4 Commande Backstepping avec choc d'impact et bruit de mesure. . . . 126
5.5 Commande Backstepping avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires. 127
5.6 Commande Backstepping avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires 129

5.7 Commande Backstepping avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse. 129
5.8 Commande Backstepping avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires. 130
5.9 Commande Backstepping avec action intégrale : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires. 131
5.10 Commande Backstepping avec action intégrale : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires. . . 132
5.11 Commande Backstepping avec action intégrale. 133
5.12 Commande Modes glissants avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires. 134
5.13 Commande Modes glissants avec choc d'impact et bruit de mesure. . 134
5.14 Commande Modes glissants avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires. 135
5.15 Commande Modes glissants avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires 136
5.16 Commande Modes glissants avec choc d'impact et bruit de mesure et test de robustesse : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires. 137
5.17 Commande Modes glissants avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse. 138
5.18 Commande Modes glissants avec l'action intégrale : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires. 139
5.19 Commande hybride avec l'action intégrale. 139
5.20 Commande Modes glissants avec l'action intégrale : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires. . . 140
5.21 commande hybride avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires. . 141
5.22 Commande hybride avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires. 142
5.23 Commande hybride avec choc d'impact et bruit de mesure. 143
5.24 Commande hybride avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires 144
5.25 Commande hybride avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse. 144

5.26 Commande hybride avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires. 145
5.27 Commande hybride avec l'action intégrale : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires. 146
5.28 Commande hybride avec l'action intégrale : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires. 147
5.29 Commande hybride avec l'action intégrale. 148

6.1 Principe d'estimation d'état 152
6.2 Schéma fonctionnel d'un observateur par mode glissant d'ordre 1. . . 156
6.3 Schéma global du système avec commande et observateur 169
6.4 Couples (commandes). 170
6.5 (a) : Poursuite de positions angulaire 1 mesurée, (b) : Poursuite de position angulaire 2 mesurée, (c) : Erreur de poursuite des positions mesurées 171
6.6 (a) : Poursuite de vitesse angulaire mesurée 1, (b) : Poursuite de vitesse angulaire mesurée 2. 172
6.7 (a) : Poursuite de vitesse angulaire estimée 1, (b) : Poursuite de vitesse angulaire estimée 2, (c) : Erreur d'estimation des vitesses. 173
6.8 Couples (commandes). 174
6.9 (a) : Poursuite de positions angulaire 1 mesurée, (b) : Poursuite de position angulaire 2 mesurée, (c) : Erreur de poursuite des positions mesurées 175
6.10 (a) : Poursuite de vitesse angulaire mesurée 1, (b) : Poursuite de vitesse angulaire mesurée 2. 176
6.11 (a) : Poursuite de vitesse angulaire estimée 1, (b) : Poursuite de vitesse angulaire estimée 2, (c) : Erreur d'estimation des vitesses. 177

B.1 Interprétation géométrique du théorème de Lyapunov 185

Liste des tableaux

3.1 Étude comparative entre les Séries de Fourier+AGs et B.S.C.U+AGs 85

Notations

θ_i	Position angulaire du segment i.
$\dot{\theta}_i$	Vitesse angulaire du segment i.
$\ddot{\theta}_i$	Accélération angulaire du segment i.
$\theta_i^{\min}$	Position angulaire minimale du segment i.
$\theta_i^{\max}$	Position angulaire maximale du segment i.
θ_2^{lb}	Angle minimal que la 2ème articulation peut l'atteindre due au stoppeur.
θ_2^{ub}	Angle maximal que la 2ème articulation peut l'atteindre due au stoppeur.
$\tau_i(t)$	Couple moteur de l'articulation i.
$\tau_i^{\min}$	Couple moteur minimum de l'articulation i.
$\tau_i^{\max}$	Couple moteur maximum de l'articulation i.
$\tau_{2active}$	Couple actif du moteur de la 2ème articulation.
$\tau_{2passif}$	Couple passif du stoppeur de la 2ème articulation.
$\tau_{2passif}^{\min}$	Couple passif minimum du stoppeur de la 2ème articulation.
$\tau_{2passif}^{\max}$	Couple passif maximum du stoppeur de la 2ème articulation.
m_i	Masse du segment i (kg).
l_i	Longueur du segment i (m).
l_{gi}	Longueur du centre de gravité (m).
g	Accélération de gravité du segment i $(m/s2)$
I_i	Inertie du segment i $(kg.m^2)$.
M_i	Masse de l'actionneur i.
n_i^{max}	Vitesse de rotation maximale du moteur i.
n_i^{min}	Vitesse de rotation minimale du moteur i.
α	Angle d'inclinaison du golfeur par rapport à la verticale (rad).
$M(\theta)$	Matrice d'inertie.
$C(\theta, \dot{\theta})$	Matrice de Coriolis et Centrifuge.
$G(\theta)$	Vecteur de gravité.
t_0	Temps initial.
t_m	Temps d'impact.
t_f	Temps final.
θ_{i0}	Position angulaire initiale de l'articulation i.
θ_{im}	Position angulaire d'impact de l'articulation i.
θ_{if}	Position angulaire finale de l'articulation i.
w_1, w_2, w_3	Coefficients de pondération.
P_m	Opérateur de mutation.
P_c	Opérateur de croisement.
$S(x)$	Surface de glissement.
I	Matrice identité.
$\hat{x}_i$	Valeur estimée de x_i.
$\Re$	Ensemble des nombres réels.
$\{Re^n$	Espace vectoriel des nombres réels dordre n.

Abréviations

ddl	Degrés de liberté.
DD moteur	Moteur à entraînement direct.
AC moteur	Moteur à courant alternatif.
AG	Algorithme Génétique.
B.S.C.U	B-Splines Cubique Uniforme.
IDM	Modèle renforcé par apprentissage.
ANN	Apprentissage par récurrence.
FNN	Réseaux de neurones floue.
FFNN	Réseaux de neurones floue par anticipation.
DRFNN	Réseaux de neurones dynamiques récurrentes floue.
DRNN	Réseaux de neurones dynamiques récurrentes.
PID	Proportionnel intégral dérivée.
PD	Proportionnel dérivée.
PCH	Commande Hamiltonienne Proportionnelle.
PGCTC	Commande Proportionnelle avec compensation de gravité.
LQR	Commande linéaire quadratique.
Hinf	Observateur H infini.
SQP	Programmation séquentielle quadratique.

Introduction générale

0.1 Introduction

Quand on parle de la robotique, plusieurs idées viennent à l'esprit de chacun de nous. Historiquement, nous pourrions nous référer aux premiers concepts et automates de l'antiquité ou aux premiers robots comme à des personnages de la mythologie. Même le mot 'robot' a sa propre histoire. Séparer la science fiction n'est pas une chose aisée, surtout lorsqu'en robotique nous cherchons parfois à faire réaliser la fiction. Un exemple de l'influence des fictions nous est donné par les lois de la robotique.

Le concept de robot date de plusieurs siècles, mais le terme robot fut inventé par le tchèque Karel Capek dans une pièce de théâtre écrite en 1920 : "RUR ou les Robots Universels de Rossum". Ce terme est dérivé du verbe tchèque "robota" signifiant travail forcé ou corvée.

Il est certain que depuis fort longtemps, les réalisateurs d'automates ont cherché à pouvoir insuffler à leurs machines des comportements adaptés aux circonstances. Malheureusement, jusqu'à vingtième siècle, les techniques étaient trop primitives pour permettre de telles réalisations. Il a fallut attendre la fin des années cinquante pour que Georges Devol invente une machine originale polyvalente et reprogrammable, ce qui a permis au robot d'acquérir une réalité industrielle. Ce robot, appelé Unimate, était capable de manipuler des objets avec des actionneurs hydrauliques. Le fabricant de voitures américain General Motors sera le premier à installer ce bras articulé dans l'une de ses usines en 1961. L'Unimate a alors pour tâche de saisir des pièces de métal chaudes et de les empiler, une tâche particulièrement éprouvante pour les ouvriers. A cette époque, aucun ordinateur ne guide les mouvements de ce robot : ses instructions lui viennent d'un disque magnétique.

Après ce premier galop d'essai, ce ne fut que vers la fin des années 1970 que les robots industriels de première génération ont vu le jour. À partir de cette date, la course à la robotique industrielle va se mettre en place et chaque année de nouveaux secteurs industriels s'ouvrent à la robotisation au fur et à mesure que les équipements se diversifient, deviennent plus adaptés et surtout meilleur marché.

Les robots sont devenus tellement indispensables dans certains secteurs industriels, l'automobile par exemple, que leur emploi conditionne la survie économique des entreprises. Il est alors devenu primordial de maîtriser leurs technologies.

C'est au siècle dernier que la robotique industrielle a amorcé l'explosion des thèmes de recherche. A cette époque les robots étaient conçus en respectant les contraintes imposées par le milieu industriel, comme la répétivité, la précision dans la réalisation des tâches, le respect des cadences de production,. . ., etc. Les premiers robots à avoir été conçus dans ce domaine sont les bras manipulateurs, dont leur utilisation s'est peu à peu banalisée.

C'est avec les développements scientifiques, spécifiquement de l'électronique, l'informatique, l'automatique, mathématique, biomécanique, mécanique et matériaux, que la technologie de la robotique a progressé. Les robots actuels sont dotés d'une 'intelligence' qui leur permet d'accomplir des missions complexes de manière autonome.

La robotique autonome n'en est que la partie apparente. De nombreux autres domaines d'application sont naturellement concernés par de telles recherches. Cela permet la diffusion des robots dans de nouveaux domaines plus diversifiés et plus modernes. Nous parlons maintenant de robots d'exploration, d'intervention, de service, ludiques,. . ., etc.

0.2 Contexte du travail et motivations

Généralement, nous pouvons définir un système robotique comme étant un système artificiel, équipé de capteurs et d'actionneurs, conçu pour agir sur le monde qui l'entoure. Il existe de nombreux types de systèmes robotiques, à titre d'exemple bras manipulateur, main articulée, véhicule terrestre ou aérien, robot humanoïde,. . ., etc.

Motivé par la problématique des robots manipulateurs, qui sont devenus de plus en plus complexes, intégrant la possibilité de résoudre plus efficacement et plus rapidement une tâche à exécuter, cela donne naissance à une nouvelle catégorie de robots manipulateurs caractérisés par leurs mouvements hyper dynamiques. Ce type de robot représente un champ d'investigation très important et constitue actuellement un challenge dans le domaine de la robotique.

Le passage d'un bras manipulateur conventionnel à celui hyper dynamique est le fruit des recherches effectuées sur la compréhension et l'analyse du mouvement de l'être humain en s'inspirant de son anatomie. L'enjeu principal est de représenter les caractéristiques essentielles du mouvement avec plus de réalisme et de précision. Cela constitue des relais de stimulation pour la recherche scientifique et technologique,

dont le but principal est de concevoir des robots dotés d'un mécanisme anthropomorphisme.

La recherche d'algorithme de planification et de stratégies de commande robuste pour les robots manipulateurs hyper dynamiques constitue aujourd'hui un principal axe de recherche dans la robotique moderne. Plusieurs raisons contribuent à cet engouement. La première revient à ce qu'il y a une tendance de concevoir des robots anthropomorphorme. Leur automatisation, précédemment limitée aux expérimentations au niveau des laboratoires, est maintenant envisagée pour des applications grand publique. Ces nouvelles applications, qui nécessitent l'analyse du comportement contraignant de l'être humain afin de le traduire sous forme d'équations mathématiques régissant le mouvement correspondant, donnent lieu à de nouveaux problèmes d'automatique. Une autre raison plus technique tient au fait que les commandes robustes appliquées à ces manipulateurs ultra rapide, revêtent un intérêt théorique particulier dans le domaine de l'automatique non linéaire.

0.3 Objectifs et contribution

L'idée de base de notre recherche est d'analyser et d'étudier, en premier lieu, le mouvement du bras humain afin de lui contribuer un modèle compatible gouvernant ses fonctionnalités. Cependant ce membre est très complexe qui est le résultat de plusieurs processus mentaux (neuromusculaire, biomécanique, physiologique,. . ., etc.) et qui sont fortement couplés les uns aux autres. Ce membre est capable aussi d'effectuer une infinité de mouvements. Afin de définir formellement notre objectif, nous avons envisagé une application bien précise où nous avons identifié les phénomènes qui interviennent dans la reproduction des mouvements pour optimiser le geste sportif d'un golfeur professionnel. Cette application est considérée comme une extension du mouvement hyper dynamique.

Les travaux de cette thèse explorent donc le lien entre le mouvement du bras d'un golfeur professionnel et le contrôle de ses systèmes anthropomorphes. Nous nous sommes notamment intéressés à cette problématique particulièrement riche en contraintes. Pour cela :

Nous avons adressé comme *premier objectif*, les problèmes de l'élaboration d'un schéma de génération du mouvement optimal de ce bras manipulateur, caractérisé par son mouvement ultra rapide soumis á des contraintes diverses, après avoir lui associé un modèle représentatif. Cependant, la conception ainsi que la complexité du mécanisme d'un tel robot sont basées sur la structure ingénieuse du bras humain. Cela se traduit par un transfert convenable de l'énergie de l'articulation la plus puissante vers les autres articulations plus petites. C'est le même phénomène

qui se produit entre les deux articulations, l'épaule et le poignet, constituant le bras manipulateur considéré dans ce travail, et c'est le couple dynamique d'anticipation qui représente ce transfert d'énergie par étape. Des stoppeurs mécaniques vont être placés au niveau de la deuxième articulation (poignet) dont le rôle est de limiter le mouvement à ce niveau pour qu'il soit similaire à celui de poignet du bras humain. Avec cette structure, à deux degrés de liberté et incluant les deux facteurs indispensables (couple dynamique d'anticipation et stoppeurs), le bras manipulateur va reproduire formellement le mouvement hyper dynamique d'un golfeur professionnel.

Dans de tels contextes, la génération de mouvement optimal du robot reste l'un des éléments clé dans la mise en œuvre de son autonomie. Pour cela, et afin de résoudre ce problème, notre première contribution revient à développer d'abord un générateur de mouvement en utilisant les séries de Fourier ou les fonctions B-Spline Cubique Uniforme. Nous adoptons ensuite une méthode d'optimisation multi-objectives sous contraintes dynamique (les algorithmes génétiques) qui prend en compte tous les phénomènes qui interviennent lors de l'exécution de la tâche désirée (tir de golf).

Notre *deuxième objectif* revient à valider les mouvements optimaux obtenus, considérés comme références du robot golfeur. Notre contribution maintenant est d'appliquer, en premier lieu, au robot golfeur des techniques de commandes non-linéaires et robustes afin de vaincre les différentes perturbations et incertitudes internes et externes qui affectent le modèle ainsi que le mouvement du système. Ces commandes sont le backstepping, le mode glissant et l'hybridation de ces deux commandes afin de profiter des avantages de chacune d'entre elles.

La mise en œuvre de ces différentes lois de commandes, basées sur le modèle non linéaire du système, repose implicitement sur l'hypothèse que tout l'état du système est connu à chaque instant. Cependant, en robotique, les vitesses articulaires sont estimées et seules les positions articulaires sont mesurées. Basant sur ce principe, et afin de surmonter le problème posé auparavant, nous introduisons des observateurs d'état (robustes) permettant l'estimation des vitesses angulaires qui seront utilisées par les lois de commande du système. Notre contribution maintenant s'est porté sur l'observateur non linéaire par modes glissants étant motivé par sa robustesse incontestable et la convergence en un temps fini des états estimés vers ceux réels du système en dépit d'incertitudes.

Enfin des résultats sur la stabilité, les performances et la robustesse des lois de commande sont présentés.

0.4 Organisation du rapport de thèse

Le plan de ce modeste travail s'articule comme suit :

- Le premier chapitre présente les concepts de base nécessaires à la bonne compréhension de la thèse. Pour cela nous avons partagé ce chapitre en deux parties. Dans la première, nous exposons des généralités sur la robotique et nous passons ensuite en revue quelques techniques de génération de mouvement des manipulateur qui existent en littérature. Dans la deuxième partie, un aperçu sur l'état de l'art est exposé contenant les travaux de recherches sur les robots hyper dynamiques et principalement les robots golfeurs.

- Le deuxième chapitre décrit d'abord la conception ainsi que le mécanisme du robot envisagé. Un modèle dynamique sera attribué au robot en se basant sur le formalisme de Lagrange-Euler et afin de satisfaire les conditions de son mouvement hyper dynamique, des contraintes dynamiques et certaines améliorations sont introduits.

- Le troisième chapitre traite le problème de la génération de mouvement optimal du robot sous forme d'un problème d'optimisation multi-objective et sous contraintes dynamiques. Les deux méthodes de génération utilisées sont les séries de Fourier et les fonctions B-splines Cubiques Uniformes (B.S.C.U), et comme méthode d'optimisation nous avons choisi les algorithmes génétiques. Les résultats de simulations sont aussi présentés dans ce chapitre.

- Le quatrième chapitre sera réservé, à la théorie des contrôleurs robustes et nonlinéaires : le backstepping et le mode glissant.

- Le cinquième chapitre sera consacré à l'application des régulateurs, traités dans le chapitre précédent, au robot golfeur après avoir synthétiser leurs lois de commande. Une commande hybride mode glissant-backstepping sera ensuite appliquée au robot. Les résultats de simulation obtenus seront présentés.

- Dans le sixième chapitre, la commande backstepping basée sur l'observateur robuste par modes glissants appliquée au robot golfeur sera développée. Les résultats de simulations seront ensuite représentés.

- Enfin, nous terminerons ce travail par une conclusion générale faisant la synthèse des principaux résultats obtenus et donnant quelques travaux futurs.

Chapitre 1

Synthèse bibliographique

1.1 Introduction

Le mouvement humain est un enjeu socio-économique important qui a des répercussions dans de nombreux domaines d'application : médecine, biomécanique, neurosciences, sciences du sport, physique, mécanique, automatique.

En effet, le corps humain est terriblement complexe car il fait intervenir un très grand nombre d'os et de tissus dont l'organisation reste parfois mal connue. Il faut ajouter à cela la complexité du système neuro-musculaire, des différents sens et leur analyse par le cerveau. Il serait donc nécessaire de maîtriser une quantité incroyable de connaissances pour comprendre parfaitement le mouvement humain.

Les différents modèles proposés dans la littérature, quel que soit le domaine scientifique, s'appuient donc sur des simplifications du système réel humain. Au niveau mathématique ou physique, il est courant de représenter le corps humain par un système de corps rigides (généralement les os ou un groupement d'os) articulés grâce à des liaisons mécaniques parfaites autorisant principalement des rotations. Nous ajoutons à cela les méthodes nécessaires pour reproduire des trajectoires articulaires.

Dans ce manuscrit, nous nous sommes notamment intéressé par l'imitation du mouvement ultra rapide du bras humain. Cependant ce membre est très complexe et qualifié à effectuer une infinité de mouvements. Pour cela, nous avons défini formellement notre application où nous avons identifié les phénomènes qui interviennent dans la reproduction du geste sportif d'un golfeur professionnel qui est le tir de golf. Cette application est considérée comme une extension du mouvement hyper dynamique.

Ce travail explore le lien entre le mouvement humain et le contrôle d'un système anthropomorphe tel que le robot golfeur. Cela nécessite une modélisation très précise

du squelette du bras humain et la prise en compte de données anthropomorphismes nécessaires afin de déterminer le mécanisme ainsi que le principe de fonctionnement du manipulateur correspondant.

La recherche d'algorithmes de planification et de stratégies de commandes robustes pour ce genre de robot fait l'objet de plusieurs projets de recherche dans la robotique moderne. C'est donc tout naturellement que ce premier chapitre présente une revue bibliographique qui a pour objectif de présenter un aperçu compréhensif des travaux de recherches existants sur les robots hyper dynamiques et spécialement les robots golfeurs, après avoir donner quelques généralités.

1.2 Contexte général sur la robotique

La robotique est une science pluri-disciplinaire dans la pratique de laquelle se côtoient plusieurs disciplines, principalement des informaticiens, des automaticiens, des électrotechniciens et des mécaniciens. Cette diversité est incontestablement une richesse.

Nous pouvons faire remonter la construction des premiers automates mécaniques à l'antiquité [1], que ce soit dans le but d'imiter des mouvements humains ou d'aider l'homme dans ses travaux pénibles. L'apparition des premiers ordinateurs au milieu du XXe siècle et l'essor de l'intelligence artificielle ont permis de passer de ces automatismes mécaniques à des raisonnements informatiques de haut niveau capables d'adapter le comportement des machines à leur environnement. La robotique a alors été définie comme la science qui étudie « le lien intelligent entre la perception et l'action » [2].

La perception est la construction de représentations utilisables du robot et de son environnement. Ce processus utilise les données fournies par des capteurs : caméras, radars, capteurs de force, microphones, etc. L'action désigne les événements que le robot peut engendrer qui ont un impact sur son environnement : l'émission de lumières, de sons ou le mouvement via l'activation de moteurs.

1.2.1 Définition d'un robot

Un robot est une machine capable de s'adapter et d'agir sur son environnement, même complexe en remplaçant l'humain ou en étendant certaines de ses fonctions. Un robot est composé d'une mécanique possédant un certain nombre de degrés de libertés motorisés (un degré de liberté étant la capacité d'un système à se mouvoir selon un axe de translation ou de rotation) que lui permet certains mouvements. Il est composé également de capteurs dont une partie sert au robot à connaître son propre état et à assurer son fonctionnement et l'autre partie sert à connaître son

environnement de façon à pouvoir réaliser correctement une tâche.

1.2.2 La robotique dans la société actuelle

La société japonaise en tête, en raison de sa démographie en forme de pyramide inversée, tente de développer très rapidement des solutions robotisées pour venir en aide à la population vieillissante du pays. On y compte prés de 300 robots pour 10000 ouvriers. Une densité qui est 10 fois supérieure à la moyenne mondiale.

De nos jours, les robots sont intensivement et principalement utilisés dans l'industrie. Ils y effectuent des tâches répétitives souvent fastidieuses et/ou dangereuses pour un être humain et le tout avec plus de rigueur et de précision. Ces robots remplacent les ouvriers sur les chaînes de montage de l'industrie automobile pour les tâches de peinture, soudage, etc. Mais ils ont des applications dans des domaines aussi variés que l'industrie manufacturière, le spatial, l'automobile, le médical ou plus récemment les robots de service et de loisirs. Ceci démontre leur intérêt économique et social, notamment pour la recherche.

Il existe plusieurs types de robots nous définissons par la suite quelques uns.

a- Robots humanoïdes

La robotique humanoïde a pour but de concevoir et contrôler des systèmes mécaniques directement inspirés par les capacités du corps humain. Ces robots ont généralement des chaînes articulaires semblables en forme et en structure à celle de l'homme, ainsi que des capacités de perception aussi similaires que possible aux capacités humaines. Soulignons les défis mécatroniques que posent la conception de tels systèmes grâce à la miniaturisation des moteurs et ordinateurs qui ont permis la construction de machines comme les robots HRP-2 (Humanoid Robotics Project) [3] ou Partners (Toyota) [4].

b- Robots manipulateurs

Si les manipulateurs et les automates existent depuis de nombreuses décennies, c'est seulement vers les années 1970 que se sont véritablement apparus, en exploitation industrielle, les premières machines que l'on puisse qualifier de robots. En effet, le robot manipulateur est une machine industrielle poly-articulée (porteur, poignet et effecteur), dotée de possibilité d'auto-adaptation et qui peut de ce fait agir d'une manière plus ou moins autonome dans l'espace de la tâche (poste de travail) pour exécuter une opération précise (objet de la tâche). Depuis 1980, de très nombreux ouvrages ont été publiés, proposant de multiples définitions et points de vue sur la robotique des manipulateurs [5]. Ces derniers prennent leur place dans la production industrielle et dans notre environnement quotidien : cette certitude, les espoirs et les craintes de notre société vis-à-vis de machines auxquelles est confiée une part de

nos capacités intellectuelles.

1.2.3 Génération de mouvement des robots manipulateurs

L'algorithme de mouvement robotique est un thème de recherche qui a suscité de nombreuses études depuis les travaux pionniers de Lozano-Pèrez [6]. De nombreuses approches ont été proposées [5], [7]-[12] afin d'enrichir la littérature et permettant d'appréhender cette problématique plus facilement. Néanmoins, aucune ne s'est véritablement imposée comme une méthode générale pouvant résoudre de façon satisfaisante n'importe quel problème.

La génération de mouvement d'un robot évoluant dans un environnement donné produit une série de consignes respectant les instructions de ce mouvement. De telles consignes peuvent être envoyées directement aux actionneurs ou aux boucles de commande. Les instructions de mouvement typiques contiennent la définition du chemin á suivre entre deux configurations données initiale et finale, les contraintes cinématiques et/ou dynamiques que le robot doive les respecter, les temps d'exécution, des critères á satisfaire,..., etc.

La recherche d'algorithmes de génération de mouvement d'un robot est une brique essentielle dans la résolution d'un problème de manipulation. Ce qui constitue aujourd'hui un challenge dans la robotique moderne. Ce problème peut être résolu :

- Soit nous cherchons une trajectoire sans imposer l'expression analytique correspondante en définissant la configuration de départ et celle d'arrivé. Nous parlons dans ce cas de problème de génération de mouvement *sous trajectoire libre*.

- Soit nous décomposons le problème en deux sous problèmes. Le premier constitue la définition de la trajectoire en fonction d'un certain nombre de variables. Le second présente la recherche de ces variables en fonction du temps, de façon à optimiser un critère donné sous certaines contraintes (cinématiques, dynamiques ou technologiques). Dans ce cas, la trajectoire étant spécifiée, il s'agit donc d'un problème de génération de mouvement *sous trajectoire imposée* [13].

Il se peut que, dans chacun de ces cas, en plus des configurations initiale et finale (que l'on désigne sous le nom de points d'arrêts), nous imposons de passer par des configurations intermédiaires dites points de passage.

Il existe dans la littérature, plusieurs approches pour la résolution de ces problèmes. En particulier une référence a attiré fortement notre attention [5], où l'auteur, a proposé des descriptions de différentes méthodes. Le lecteur pourra se reporter à cet ouvrage pour plus de détails.

Les techniques proposées sont basées essentiellement sur des positions clés du mouvement du manipulateur en satisfaisant les contraintes cinématiques corres-

pondantes sans faire intervenir ni le modèle dynamique du robot ni ses actionneurs. Cependant, le reproche essentiel que l'on peut faire à ces méthodes purement cinématique, appelées méthodes conventionnelles, réside dans la sous utilisation du robot puisque la dynamique de mouvement n'est déterminée qu'a posteriori. Cela peut conduire à des solutions peu satisfaisantes sur le plan de qualité de fonctionnement du système et par la suite donner des résultats indésirables ou irréalisables.

Pour remédier à ce problème, et tout en conservant les préceptes de ces méthodes conventionnelles pour la génération du mouvement, certains auteurs ont proposé d'autres techniques permettant de prendre en compte un certain nombre d'aspect de la dynamique du manipulateur en tenant à un bon contrôle des commandes (couples) de ses articulations.

Malgré l'introduction du modèle dynamique, cela ne permet plus une résolution simple du problème de génération du mouvement. De nombreux auteurs se sont donc tournés vers des outils mathématiques plus performants, en faisant notamment appel à la théorie de l'optimisation [14]-[19]. Ceci transforme le processus de génération de mouvement en un problème d'optimisation visant à déterminer les forces/couples articulaires optimums qui minimisent un certain critère tel que la durée d'une tâche à exécuter ou l'énergie consommée par le robot. Un tel problème d'optimisation fait intervenir la physique des actionneurs, le modèle dynamique du robot et les éléments clés de la définition de la tâche à exécuter.

La démarche de base repose donc, sur la formulation d'un problème d'optimisation non linéaire sous contraintes qui consiste à établir l'historique de la commande optimale permettant le transfert du robot d'une situation à une autre, en minimisant un critère de performance choisi. A partir des résultats obtenus nous pouvons déterminer ensuite les trajectoires optimales des variables articulaires à partir de la dynamique inverse du robot manipulateur.

1.3 Robot manipulateur hyper dynamique

1.3.1 Généralités

Une manipulation hyper dynamique est définie comme une manipulation hautement qualifiée par des mouvements très spécifiques comme ceux effectués par les athlètes. La réalisation d'une telle manipulation ultra rapide par une structure intelligente constitue un champs d'investigation très intéressant dans la communauté des roboticiens car la capacité dynamique des manipulateurs ne cesse pas d'augmenter [20].

Bien que, quelques robots manipulateurs conventionnels ont été développés afin d'effectuer des tâches rapides, cependant leur désigne satisfait juste les conditions

cinématiques du robot tels que la vitesse et l'accélération de chaque articulation d'une manière individuelle [21] et [22].

En général, la plage de rotation de chaque articulation du manipulateur est limitée par une structure appelée stoppeur. Concernant les robots conventionnels, la collision entre ces stoppeurs et les bras correspondants est évitée grâce à des dispositifs sous forme d'une barrière électronique limitant l'angle de rotation [23]-[25]. Cette barrière est dotée d'un circuit électrique contenant un contrôleur et un capteur, ce qui rend le mécanisme des robots conventionnels plus lourd et plus lent et parfois inefficace. Le couple passif généré par les stoppeurs ne sera pas utilisé dans ce cas. Cet inconvénient a motivé d'autres chercheurs à focaliser leurs travaux uniquement sur le désigne et le mécanisme du robot. Cela a donné naissance à une nouvelle génération des bras manipulateurs plus légers [26]. Le développement d'une telles catégories est basé sur les travaux effectués sur les humanoïdes [27]. Bien que ces derniers peuvent faire quelques manipulations dynamiques comme la danse et la marche [28], mais ils sont encore limités dans leur mouvement ainsi que leur capacité dynamique qui repose sur des méthodes dédiées aux robots conventionnels.

Contrairement à ce genre de robot, d'autres manipulateurs qualifiés par la reproduction du mouvement hyper dynamique de l'être humain ont été développés. Ces robots sont caractérisés par une structure intelligente dont le mécanisme correspondant est inspiré de la structure ingénieuse de l'être humain [29]. La réalisation convenable d'un tel mouvement est basée donc sur l'intervention d'un couple dynamique d'anticipation en plus des stoppeurs mécaniques placé au niveau des articulation afin de limiter leur mouvement pour qu'il soit similaire à celui du bras humain [14], [29]-[31].

Au cours de cette dernière décennie, les chercheurs en robotique se sont intéressés dans la construction de machines capables d'exécuter des manipulations hyper dynamiques. Andersson est parmi les premiers chercheurs qui ont réussi à développer un robot jouant le tennis de table [32]. Saito et al. [33] et Nakanishi et al. [34] ont construit un robot à deux degrés de liberté capable de se balancer suivant une trajectoire prédéfinie. Dans [35] un robot manipulateur imitant le mouvement d'un golfeur a été étudié par simulation en prenant en considération la flexibilité du club. Zheng et al. [36] ont proposé un simulateur du jeu de basket-ball sous forme d'un modèle à deux degrés de liberté. D'autres robots Humanoïdes ont été développés [27].
Des robots dédiés à la gymnastique à grande vitesse capables d'effectuer de différents mouvements dynamique ont été aussi proposés et réalisés par de nombreux chercheurs tels que le robot golfeur qui peut effectuer le swing d'un golfeur professionnel que nous allons développer plus tard [14].

1.3.2 Préliminaires

Nous allons donner dans ce paragraphe quelques propriétés structurelles susceptibles d'être rencontrées sur les robots manipulateurs hyper dynamiques.

a- Structure ingénieuse

Le mouvement du bras humain est effectué grâce à sa structure ingénieuse. Cette dernière considère que l'articulation la plus proche du corps humain (l'épaule) est plus puissante que les autres articulations qui sont proches de la main (le coude et le poignet). Pour cela la réalisation convenablement d'un geste très rapide, tel que le tir de golf, demande un transfert d'énergie par étapes de l'épaule vers les autres articulations plus petites sous forme d'un couple dynamique d'anticipation. Ce phénomène est appelé accélération par étape. Dans ce cas l'épaule est responsable de son mouvement et celui du coude et du poignet.

b- Manipulateur anthropomorphe

Par définition un bras manipulateur anthropomorphe est un robot qui a la capacité de reproduire formellement la structure d'un bras humain d'une manière autonome. Ces robots sont dotés d'une 'intelligence' qui leur permet d'accomplir des missions complexes.

c- Couple dynamique d'anticipation

Le couple dynamique d'anticipation est l'image de l'énergie utilisée par l'être humain lorsqu'il effectue des mouvements hyper dynamiques. Cette énergie est transférée de l'articulation la plus grande et la plus proche du corps humain à celles plus loin. Ceci a fourni une suggestion utile pour réaliser des manipulateurs hyper dynamiques dotés d'une structure ingénieuse [29].

il existe dans la littérature plusieurs travaux concernant le contrôle des bras manipulateurs qui utilisent le couple dynamique d'anticipation dans leur mouvement tels que [29], [37]-[40].

d- Stoppeurs ou limitateurs de mouvements

Le deuxième facteur indispensable dans la manipulation hyper dynamique et l'utilisation des stoppeurs au niveau des articulations pour limiter la rotation de bras correspondant afin qu'il soit similaire à celui du bras humain. Cela a ouvert un champ d'investigation très large dont le but est de contourner l'inconvénient des stoppeurs électroniques utilisés dans le cas des manipulateurs conventionnels. Ces dispositifs ont été remplacés par des stoppeurs mécaniques (masse-ressort-amortisseur) dont le ressort permet d'élargir la plage de mouvement de chaque articulation et l'amortisseur permet d'absorber le choc à ce niveau. Dans [41], le travail de recherche a été focalisé sur la réalisation pratique de ce genre de stoppeurs ainsi que le développement

du contrôleur correspondant. Alors que d'autres chercheurs ont amélioré cette structure afin de répondre aux exigences de conformité de mécanisme du manipulateur [42]-[47]. Dans [31] une nouvelle structure des stoppeurs a été proposé sous forme d'une paires des aiment avec un absorbeur de choc. Cet élément passif a amélioré la capacité dynamique des manipulateurs ultra rapides comme le robot golfeur que nous allons traiter dans ce manuscrit.

1.4 État de l'art sur les robots golfeurs

En particulier, cette thèse est une étude complémentaire de nombre important de travaux intéressés aux robots golfeurs. Pour cela, nous allons faire un tours d'horizon sur quelques bras manipulateurs reproduisant le mouvement hyper dynamique d'un golfeur professionnel après avoir présenter un aperçu sur les travaux de recherches effectués dans ce domaine.

1.4.1 Travaux de recherches

Le tir de golf est considéré comme une extension d'un mouvement hyper dynamique. Au cours des dernières années, des robots golfeurs, qui font l'objet de plusieurs investigations, ont été développés et utilisés à la place des golfeurs professionnels afin d'optimiser le temps consacré par ces derniers dans l'évaluation des performances des équipements (club, tête du club, moteurs) et l'amélioration du swing, pour qu'il soit similaire à celui de l'être humain, ainsi que la conception du robot dont le but est d'atteindre des objectifs désirés tels que : tir de golf idéal [48] avec une vitesse d'impact maximale, un club bien déterminé [49]-[54]. Pour cela, l'état de l'art des robots golfeurs a reçu plusieurs contributions. D'ailleurs, la majeure partie a été concentrée dans la structure du robot afin de lui attribuer un modèle, identifier ses paramétrés, générer son mouvement optimal, lui appliquer des commandes qui assurent sa stabilité en simulation et en pratique sur des prototypes réels.

a- Modélisation

L'étude du mouvement du golfeur professionnel a débuté depuis les travaux de William, [55] et [56], qui a analysé le mouvement du golfeur 'Bobby Jones' dans la phase d'impact en utilisant la méthode de muli-flash ciné-photographe. En se basant sur les résultats obtenus, Cochran et Stobbs [57] ont développé un modèle mathématique à deux degrés de liberté (2ddl) gouvernant la dynamique du golfeur. Le concept du pendule double a été retenu ensuite par Jorgensen [58] qui a évoqué le problème de l'effort délivré par le poignet qui doit être changé en fonction de temps durant la phase de prés-impact (voir chapitre 2) et par conséquent la vitesse

de la tête du club varie en fonction de cet effort. Ce modèle à 2ddl dont les deux articulations sont l'épaule et le poignet a été considéré aussi dans les travaux de Lampsa [59] et d'autres chercheurs [60]-[65]. D'autres modèles ont été enregistrés dans la littérature, tel que celui de Hunt et Wiens [66] qui ont opté pour un modèle à cinq degrés de liberté, constitué par deux bras. Cependant, le problème réside dans le nombre d'actionneurs (cinq) misent en place qui peuvent coûter chers, alourdir le prototype et consommer beaucoup d'énergie. Dans [67]-[69] un modèle à 3ddl a été déterminé. Le développement de tous ces modèles de robot est basé sur la structure osseuse du bras humain et considère des segments rigides y compris le club. Dans [63] et [70] le robot golfeur a été développé à 2ddl avec la prise en compte de la flexibilité du club. En revanche, tous ces modèles considèrent que chaque actionneur est responsable du mouvement de l'articulation correspondante, il n'y a pas donc l'intervention du couple dynamique d'anticipation. Ces modèles sont loin d'être efficaces puisqu'ils ne reposent pas sur la structure ingénieuse du bras humain. Pour soulever ces inconvénients, Ming et al [71]-[73] ont proposé un modèle à 2ddl sous actionné avec deux bras supposés rigides, où ils ont considéré la première articulation (reproduisant le mouvement de l'épaule) active et la deuxième articulation (reproduisant le mouvement du poignet) passive. Ce modèle a été inspiré de la structure ingénieuse du bras humain d'où l'utilisation des stoppeurs mécaniques, limitant le mouvement du poignet, et un transfert d'énergie de l'épaule vers le poignet par le phénomène de l'accélération par étape. Ce modèle a subi une amélioration où les deux articulations sont considérées actives dans [74]-[76], et chaque articulation est actionnée par un DD moteur. Cette structure a été jugée pratique et suffisante pour effectuer le mouvement ultra rapide du robot golfeur. Dans [77], Ming et al ont considéré le même robot avec un club flexible.

Récemment, Plusieurs tentatives de modélisation ont eu lieu tels que Dao et Tho [78] qui ont proposé un modèle au robot golfeur en prenant en considération sa structure musculaire. Un autre système d'entraînement de golf a été conçu récemment par Camarano et al. [79] ; dont le modèle est à 6ddl. Ce robot permet aux utilisateurs de faire des expériences du tir de golf selon leurs caractéristiques physiques afin d'améliorer leur compétence de tir pour qu'il soit idéal [80].

Dans [81], l'auteur a développé un modèle biomécanique représente le corps humain entier d'un golfeur.

D'autre chercheurs ont été intéressé par l'étude du mouvement du golfeur professionnel en 3D par simulation ou en utilisant des capteurs [49] et [82].

b- Identification

Le modèle dynamique du robot golfeur est très complexe, nonlinéaire, fortement couplé dont les équations qu'ils le présentent ont un sens physique tels que : l'inertie, Coriolis, la gravité et les frottements. Ce modèle indique le comportement actuel du

robot si les paramètres des équations sont donnés avec précision. Cependant, ces paramètres sont difficiles d'être achevés en pratique [83] pourtant que l'identification reste une étape importante puisqu'elle représente les bases fondamentales dans l'analyse du mouvement du robot golfeur et l'étude de sa commande. Cependant, il n'existe pas dans la littérature assez de publications dans ce sens.

Dans [83] les réseaux de neurones récurrentes ont été utilisés afin de déterminer le couple de référence du robot golfeur ce qui garantit par la suite la précision du contrôleur.

Dans [84] quatre approches d'identification par simulation de la réponse dynamique d'un robot à 2ddl et sous actionné ont été proposées. Ces méthodes sont basées sur les réseaux de neurones, permettant l'apprentissage et l'adaptation, et la logique floue qui peut formuler l'expertise sous forme des règles linguistiques. Ces techniques, permettant de faire une étude comparative, sont : réseaux de neurones par anticipation (FFNN), réseaux de neurones dynamique récurrentes (DRNN), réseaux de neurones combinés à la logique floue (FNN) et réseaux de neurones dynamiques récurrentes combinés à la logique floue (DRFNN). Les performances de ces méthodes sont évaluées en utilisant trois trajectoires de références correspondantes à trois conditions initiales. Les résultats ainsi obtenus sont suggérés que les deux méthodes (FNN) et (DRFNN) sont plus précises que les deux autres méthodes et elles peuvent être utilisées comme méthodes d'identification du robot golfeur. Tandis-que (FFNN) et (DRNN) sont plutôt des techniques de commande. Cela prouvent que l'association des réseaux de neurones et la logique floue présente un bon candidat d'identification en robotique [86]-[87].

c- Génération de mouvement et commande

La génération de mouvement d'un robot golfeur constitue une brique essentielle dans sa mise en marche. Cela revient à identifier les phénomènes qui interviennent lors d'un tir de golf afin qu'il soit similaire à celui d'un golfeur professionnel. Cette étape cruciale présente un challenge dans la robotique moderne depuis les travaux de Chen et al. [88] et Ming et al. [89].

Ainsi que la commande de ce type des manipulateurs représente un sujet de débat scientifique très intéressant et occupe la majorité des travaux publiés dans ce sens. Pour cela nous allons citer quelques exemples selon les projets de recherches qu'ils font l'objet de plusieurs publications :

- Projet de Pr A. Ming et al

Ce projet de recherche est une collaboration d'une équipe de recherche de département de mécanique et système intelligent à l'université de l'électro-communication, Chofu, Tokyo, Japon. Le modèle du robot golfeur a été toujours considéré à 2ddl

dont les articulations sont l'épaule et le poignet et les deux segments, le bras et le club, sont considérés rigides. Le mécanisme ainsi que le mouvement du robot sont inspirés de la structure ingénieuse du bras humain. En l'an 2000 ce robot a été construit et depuis, il a subi plusieurs modifications (voir figure (1.2-e)).

Les membres de cette équipe sont très actifs en matière de production scientifique dont leurs premiers travaux datent depuis 1995 [89], où les concepts de base de ce robot ont été étudiés et un modèle sous actionné a été proposé dont l'articulation du poignet est considéré passive et la flexibilité du club a été ignorée. Cette structure a été améliorée ensuite en ajoutant des stoppeurs mécaniques au niveau de la $2^{ème}$ articulation [90] et [91]. Une commande classique PD avec anticipation a été appliquée au robot en simulation dont le mouvement optimal (couple actif de référence) du robot a été généré en utilisant des fonctions polynomiales et une méthode d'optimisation déterministe. Cette trajectoire de référence a été toujours retenu dans les publications de cette équipe jusqu'à l'an 2001 [92] et [93] où une première tentative de la réalisation pratique de ce robot a eu lieu. Cependant, cette méthode riche en calcul numérique s'avère difficile d'être appliquée pour un modèle nonlinéaire dont le mouvement est très rapide et ça risque de converger vers un optimum local. Pour cela, le schéma des couples d'optimaux de référence a été amélioré en adoptant les séries de Fourier associées à une méthode d'optimisation [94], et afin d'avoir un modèle similaire à son prototype réel, un modèle de compensation a été ajouté au modèle simple et qui repose sur les réseaux de neurones permettant de faire l'apprentissage par la technique de Back-propagation à partir des données expérimentales provenant du modèle réel. Cela aidera à compenser les incertitudes non paramétriques, la flexibilité, le frottement,...,etc. Les résultats obtenus ont été validés en pratique [94]. Dans [95], la même référence a été testée, en simulation, pour un modèle où le club est rigide ensuite pour un autre modèle en considérant le club flexible afin de faire une étude comparative.

Dans la plupart des travaux cités ci-dessous, la boucle de commande du robot est constituée d'un contrôleur classique en plus d'un contrôleur d'anticipation qui représente un couple de référence optimal. Cependant, ce n'est pas évident d'implémenter ce genre de commande en pratique pour un robot hyper dynamique car cela peut créer un temps de retard dans l'exécution de la contre réaction de la boucle de l'asservissement. Il faut donc faire plusieurs essais afin d'ajuster les positions initiales, d'impact et finales, la durée du swing et le couple que doit être exercé pour stabiliser le robot. Pour remédier à ce problème, une commande basée sur l'association d'un contrôleur PID et un contrôleur d'anticipation qui repose sur une approximation de la dynamique inverse du modèle (IDM) renforcée par apprentissage en utilisant les réseaux de neurones [96] et [97]. Cette commande, permet d'ajuster automatiquement le couple par apprentissage jusqu'à ce que les mouvements du bras et du club suivent leur référence. La technique d'apprentissage a été

améliorée en utilisant un apprentissage par récurrence (ANN) [97] et [83].

Le modèle sous actionné diminue considérablement la capacité hyper dynamique du robot golfeur car la réalisation du mouvement entier par ce robot est assurée par un seul servomoteur (placé au niveau de l'articulation de l'épaule). Pour cela et afin de contourner cet inconvénient, d'autre études ont été effectuées en parallèle par cette équipe de recherche, concernant l'amélioration de la conception mécanique du système. La structure des stoppeurs de la $2^{ème}$ articulation a été donc rénovée afin qu'elle puisse reproduire formellement le mouvement du poignet d'un golfeur professionnel [30], [31] et [98]. La conception ainsi que la construction du manipulateur correspondant à un modèle complètement actionné a eu lieu en plaçant un DD moteur au niveau de chaque articulation et en se basant sur la structure ingénieuse du bras humain pour leur choix et leur emplacement [31] et [100].

Dans [30] et [98] des testes de simulations ont été fait afin de montrer l'efficacité des stoppeurs dans une manipulation hyper dynamique. Le couple optimal de référence a été généré par les séries de Fourier dans ce cas.

Dans [31] et [100], après avoir conçu le robot golfeur, des tests pratiques ont été faits en adoptant le mouvement de référence développé en [30] et en appliquant une commande PID en plus d'un couple d'anticipation (couple optimal de référence). Ces tests ont prouvé que le couple dynamique d'anticipation est un facteur indispensable dans le succès du mouvement ultra rapide de tir de golf ainsi que la commande PID toute seule ne peut pas satisfaire la performance de l'annulation de l'erreur de poursuite. Cela montre l'intérêt de la commande optimale d'anticipation.

Dans [101] une nouvelle méthode de génération de mouvement optimal a été proposée. Cette technique prend en compte l'interaction entre le club et la balle et utilise les fonctions B-Spline pour approximer les couples moteurs du robot et le filtre de Kalman pour estimer le moment d'impact. Des simulations ont été effectuées en considérant un contrôleur PD.

Dans [102] un nouveau modèle a été attribué au robot golfeur en considérant la flexibilité du club ainsi que les frottements secs et visqueux du robot. Le mouvement optimal de référence a été déterminé en utilisant les B-Splines combinées à une méthode d'optimisation. Les trajectoires obtenues sont implémentées ensuite au robot afin de les valider par la pratique.

Dans [103], un nouveau générateur de mouvement a été proposé qui représente la pseudo énergie que le robot rigide doit consommer pendant son tir. Cette méthode a été validée en simulation comme en pratique en appliquant une commande PD. Dans [104] une autre commande (PCH) a été appliquée au robot basée sur l'Hamiltonien du système et le contrôle d'énergie consommée par le robot en prenant en considération les couples passifs et actifs d'anticipation.

Dans [105], un autre schéma de générateur de mouvement de ce robot a été proposé, basé sur les B-Splines et SQP (Programmation Quadratique Séquentielle) comme méthode d'optimisation. Les trajectoires de références obtenues ont été validées ensuite par simulation et en pratique en appliquant une commande PID au robot en plus d'un couple optimal de référence d'anticipation.

Dans [75] une commande proportionnelle avec compensation de gravité (PGCTC) associée à un couple actif d'anticipation a été appliquée au robot pendant les deux premières phases de mouvement du manipulateur qui précèdent le moment d'impact. Un simple PD a été appliqué au robot après l'impact. Dans [76] le contrôleur (PGCTC) a été amélioré en lui ajoutant un PD et un terme de compensation des couples passifs générés par les stoppeurs (PD-GJCTC).

Dans [106] une nouvelle méthode de génération de mouvement de système a été développée basée sur un apprentissage du mouvement idéal du swing par renforcement. Ce générateur à été validé par simulation.

Il est à noter que dans certains travaux de cette équipe de recherche la flexibilité du club a été prise en compte [98] et [102].

- Projet de Pr Suzuki et al

Ce projet fait l'objet de recherche d'une équipe appartenant au département d'ingénierie des systèmes mécaniques, Institue de technologie, Kitami, Japon.

Dans [107] un modèle dynamique à 2ddl (l'épaule et le poignet) sous actionné a été attribué au robot golfeur dont le club est considéré flexible. Deux barrières mécaniques ont été placées au niveau de l'articulation passive (poignet) afin de limiter sa plage de mouvement. Ce manipulateur a été étudié par simulation afin d'ajuster son mouvement de référence suivant la vitesse d'impact désirée et les caractéristiques du club. La force d'interférence dynamique, due à la vibration du club pendant le tir, a été étudiée ensuite [108]. Cette force, représentant l'énergie transférée du club vers la tête du club, sera utilisée par le robot (comme dans le cas d'un golfeur professionnel) pour qu'il puisse atteindre la position d'impact avec une grande vitesse et moins d'énergie.

Dans [35] le couple optimal de référence a été généré à une forme géométrique trapézoïde, ce qui correspond à une augmentation du couple pendant la phase qui précède l'impact ensuite ce couple reste constant pendant l'impact suivi de sa décélération jusqu'à son annulation à la fin du swing. Ce générateur de mouvement a été validé par des tests expérimentaux afin d'ajuster les caractéristiques du club [109].

Dans [70], les barrières mécanique placées au niveau du poignet ont été remplacées par des stoppeur mécaniques. Des études analytiques ont été effectuées en-

suite afin de confirmer que le robot golfeur peut avoir une vitesse d'impact désirée en adoptant un mouvement de référence efficace qui exploite la vibration du club ainsi que l'interaction dynamique qui existe entre les articulations [110].

Dans [65], une nouvelle méthode de génération de mouvement du robot a été proposée qui repose sur la modulation par étape. Cette technique prend en considération l'accélération de l'épaule et la vitesse ainsi que le moment d'impact avec précision afin d'améliorer le mouvement du robot.

- Projet de Pr Hoshino et al

C'est un projet faisant partie d'un laboratoire qui s'intéresse au mécanisme du mouvement humain ainsi que sa conception biologique. Ce laboratoire est situé á l'université des ingénieurs, Hokkaido, Japon. Le modèle du robot golfeur traité par cette équipe de recherche est à 2ddl (l'épaule et le poignet) dont le club est flexible. Ce robot a été conçu ensuite (voir figure (1.2-a)) afin de valider les simulations effectuées sur ce manipulateur.

Dans [63], le problème discuté dans ce travail était le contrôle des vibrations dues à la flexibilité du club du robot qui augmentent au moment d'impact. Pour cela un schéma de commande optimale basée sur un observateur qui prend en compte les vibrations a été appliqué au robot. Cette commande a été validée ensuite en pratique.

Dans [111], la vitesse d'impact optimale de la tête du club a été discutée et présumée. Cependant, un autre problème peut être survenu à la fin du mouvement du robot : c'est l'arrêt brusque du club qui peut causer sa cassure. Pour surmonter cet inconvénient et éviter ce choc, dans [112] une solution a été proposée. Cela revient à appliquer une commande par anticipation combinée à une commande robuste durant la phase qui précède l'impact et d'appliquer, après l'impact, une commande linéaire quadratique (LQR) permettant de réduire le choc au moment de l'arrêt du club. Un observateur de perturbation extérieur a été appliqué durant tout le tir permettant de réduire l'influence des vibrations du club à la position d'impact.

- Projet de Pr Chen.C.C et al

C'est un projet de recherche faisant partie d'une équipe de recherche de département des systèmes mécaniques intelligents, université de technologie Kochi, Japon. Le modèle du robot golfeur est à 2ddl et sous actionné.

Les travaux de cette équipe se focalise surtout sur la commande ainsi que la construction du robot golfeur tandis-que le couple de référence utilisé pour l'épaule est celui développé dans [113] et [114].

Dans [64] les chercheurs ont étudié l'interaction dynamique qui existe entre le

poignet, considéré comme articulation passive menée des stoppeurs, et la tête du club afin d'optimiser la position idéal du club ainsi que celle de la balle au moment d'impact pour différents couples. Les résultats obtenus ont été validés par l'expérimental en utilisant le robot donné par Figure (1.2-b) et en appliquant une commande d'impédance afin de vérifier l'interaction dynamique entre le bras (1er segment) et le club [115] et [116]. En appliquant la même commande, en simulation, au modèle du robot et en faisant un changement de variable de la masse de son bras afin de vérifier l'influence de ce membre sur le swing du robot golfeur, Chen et al [117] ont conclu que le bras humain a un effet directe sur les performances du tir de golf quelque soit son effort délivré pendant l'exécution de cette tâche, [118] et [119].

- Projet de Pr Omari.A et al

C'est un des projet très intéressent d'une équipe de recherche en robotique et mécatronique du laboratoire d'Automatisation, Vision et Contrôle Intelligent des Systèmes (AVCIS). Ce laboratoire appartient au département d'automatique, Faculté de Génie électrique, université des sciences et de technologie M-B, Oran, Algérie. Les principales investigations de ce projet sont la génération de trajectoire optimale ainsi que le développement des lois de commande et d'estimation dans le domaine de la robotique tels que les robots manipulateurs hyper dynamiques.

Ce projet a commencé à donner ses fruit depuis 2009 [120] dont le prototype du bras manipulateur a été supposé similaire à celui proposé dans [105]. Dans [120], une étude détaillée a été faite sur la modélisation du robot golfeur, sa conception et son mécanisme.

Ce projet consiste ensuite à faire une étude comparatives entre deux générateurs de mouvement optimal du tir de golf, déterminés par simulation [121], dont le premier est une approximation des couples moteurs actifs par les séries de Fourier et optimisé par les algorithmes génétiques (AG) [202] et [123]. Tandis-que le deuxième générateur de mouvement optimal est le résultat d'une combinaison des fonction B-Splines Cubiques Uniformes (B.S.C.U) et les AGs [124]. Ce problème a été traité sous forme d'une optimisation multi-objectives et sous contraintes dynamiques (limites physiques des servomoteurs), cinématiques (plages de mouvement des variables articulaires) et conditions aux limites. Les objectifs de la fonction coût de cette référence optimale est de minimiser les erreurs de poursuite, minimiser l'énergie dépensée par le robot et maximiser la vitesse d'impact du club.

Dans [120], des lois de commandes classiques dédiées à la robotique ont été appliquées, par simulation, au robot golfeur tels que la commande point à point, la commande de poursuite de trajectoire et la commande par découplage non linéaire. Cependant, à des vitesses élevées, où les effets de couples de couplage non linéaires deviennent perceptibles, les contrôleurs linéaires deviennent inefficaces et ne peuvent

pas rejeter les perturbations extérieurs et surmonter les incertitudes non paramétriques, qui dégradent le bon fonctionnement du robot. Dans ce cas, d'autres algorithmes tels que la dynamique inverse ou les contrôleurs robustes doivent être utilisés. Pour cela, nous avons appliqué ensuite au manipulateur la commande robuste par mode glissant [125] qui a pu vaincre les perturbations extérieurs. Dans cet article, nous avons supposé que les variables articulaires sont mesurables, la chose qui n'est vrais en robotique et c'est seul les positions angulaires qui doivent être accessibles. Pour remédier à ce problème, dans [126] nous avons proposé d'appliquer au robot une commande par découplage non linéaire via un observateur robuste H infini qui tient en compte les incertitudes, les perturbations et les bruit de mesures qui influent sur le mouvement du robot. Nous avons étudié ensuite la commande par découplage non linéaire via un observateur robuste 'modes glissant' [127]. D'autres commandes et observateurs vont êtres élaborés dans ce manuscrit.

1.4.2 Réalisation pratique

Nous faisons maintenant un tour d'horizon sur quelques robots golfeur développés dans des laboratoires spécialisés dans le domaine du sport ou des robots commerciaux permettant le perfectionnement du tir de golf.

a - Prototype du robot golfeur 'Iron Byron'

C'est en 1966 que le premier robot golfeur commercial a été développé par la société 'True Temper Sport (TTS)', figure (1.1). Le mouvement du robot est basé sur des séquences cinématiques capturées à partir du mouvement du golfeur professionnel 'Byron Nelson' d'où le non de la machine 'Iron Byron' [128]. Ce robot est à 2ddl dont le mécanisme est pneumatique et la vitesse d'impact maximale est de 60 m/s.

b- Prototype du robot golfeur 'ADAMS'

Ce robot a été développé à l'université de Floride, département d'ingénierie de mécanique et d'aerospace [66]. C'est un robot parallèle qui rejoint les deux bras du golfeur dont le but est d'évaluer les performances des clubs de golf et des balles. Des données biomécaniques d'un être humain ont été utilisées principalement pour déterminer le modèle géométrique du robot ainsi le générateur de son mouvement. Le prototype a été conçu afin d'effectuer des différents test de tir de golf, (voir Figure (1.2-d)).

c- Prototype de robot golfeur flexible 1

C'est un petit robot destiné au jeu de golf et appartient au laboratoire japonais situé á l'université des ingénieurs 'Hokkaido' (figure (1.2-a)). Ce bras manipulateur est à 2ddl (l'épaule et le poignet), dont le deuxième bras "club" est flexible. Les

FIGURE 1.1 – Prototype du robot golfeur commercial 'Iron Byron'

la 1ère articulation et de 50 W pour la $2^{ème}$ articulation. Ce robot a été utilisé par un groupe de chercheurs [63] afin de valider leurs résultats obtenus á partir de la simulation du mouvement d'un bras d'un golfeur, en prenant en considération la flexibilité du club ainsi que les perturbations extérieures.

d- Prototype du robot golfeur 'Acheiver Analyser'

Ce robot, donné par figure (1.2-c), a été réalisé par la société américaine "Golftek" spécialiste dans la conception et la création des produits électroniques permettant l'étude, l'analyse, la simulation ainsi que l'entraînement du jeu de golf [129]. Le robot 'Acheiver Analyser' peut être programmé pour effectuer une diversité de tir de golf suivant différents chemins et avec une bonne précision, en fixant cinq paramètres : la trajectoire désirée (tout droit, inclinée,etc), le type du club, la position d'impact, la vitesse d'impact désirée, l'angle d'inclinaison du club. Le robot enregistre toutes ces données, les analyse puis les teste en répétant la tâche á exécuter plusieurs fois en faisant l'apprentissage jusqu'à ce qu'il répond au cahier de charge. La balle est détectée par la tête du club à l'aide d'un capteur infrarouge placé sur le robot en face de la position d'impact où se trouve la balle. Ce robot peut être utilisé afin de s'entraîner au jeux de golf, en profitant des résultats des tests obtenus. Ce robot a été conçu pour participer aussi aux compétitions en remplaçant l'être humain.

e- Prototype du robot golfeur flexible 2

C'est un bras manipulateur sous actionné et à deux degrés de liberté (voir figure (1.2-b)), réalisé au niveau de l'école des ingénierie de l'université de technologie Kochi au Japon [118]. Le robot est caractérisé par un club flexible et admet un moteur à entraînement directe au niveau de l'articulation qui doit reproduire le mouvement

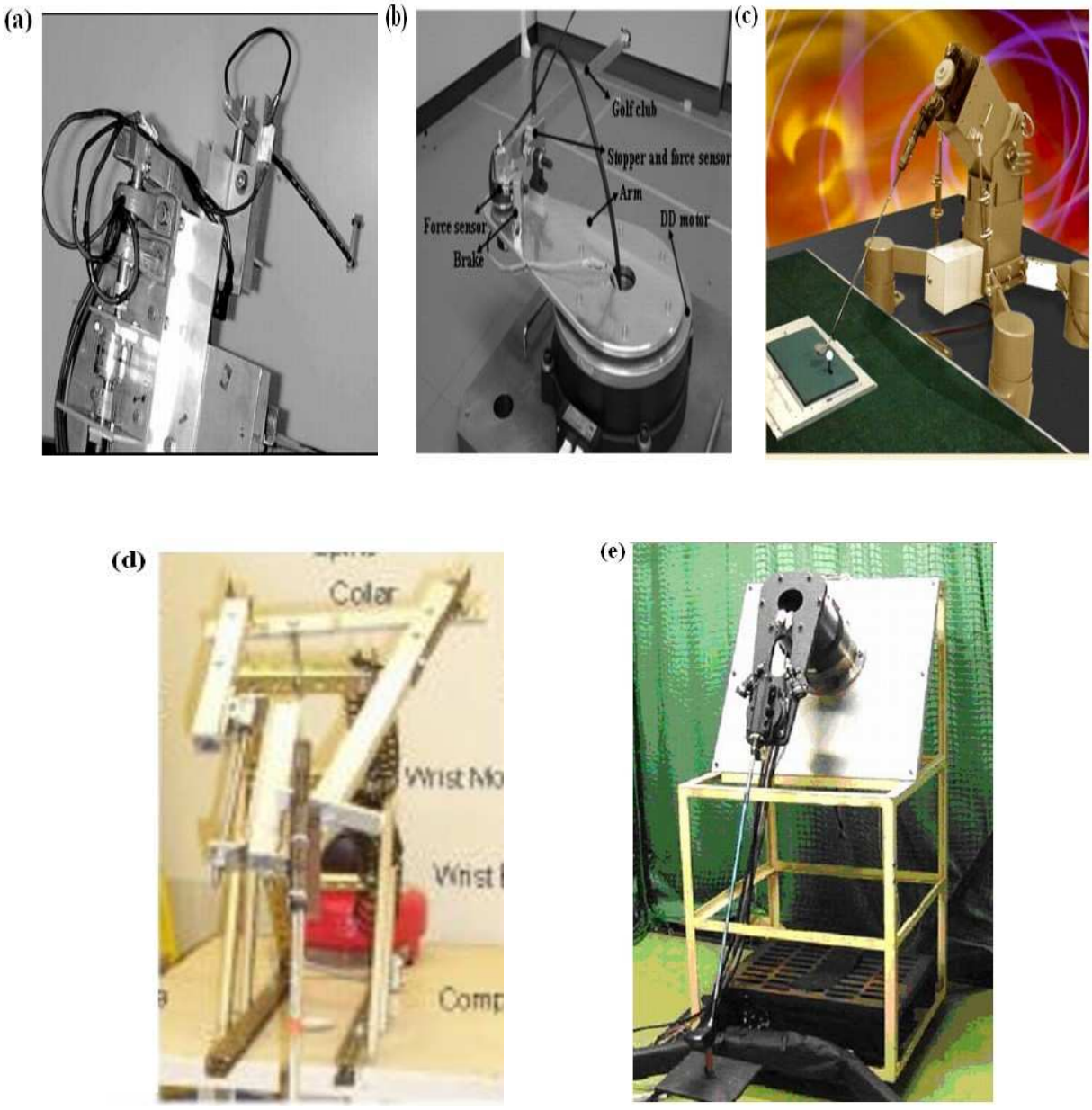

FIGURE 1.2 – Prototype des robots golfeur des laboratoires

à entraînement directe au niveau de l'articulation qui doit reproduire le mouvement de l'épaule.

f- Prototype du robot golfeur Robot golfeur rigide

Le robot donné par la figure (1.2-e) a été développé par un groupe de chercheurs japonais au sein de l'université de l'Électro-communication á Tokyo, département de mécanique et systèmes intelligents [104].

Ce prototype a été réalisé afin de tester par simulation la capacité des manipulations hyper dynamiques, spécialement pour le jeu de golf où le mouvement est très rapide. Ce robot est constitué d'une base et deux segments (le bras et le club). Les articulations reliant les segments reproduisent respectivement le mouvement de l'épaule et celui du poignet. Le mécanisme ainsi le modèle de ce robot sont inspirés de la structure ingénieuse du bras humain. Pour cela des stoppeurs mécaniques sont placés au niveau de la deuxième articulation et le mouvement du bras manipulateur est assuré par des servomoteurs à entraînement directe.

1.5 Conclusion

Nous avons commencé ce chapitre par des généralités sur la robotique en attirant l'attention sur les robots manipulateurs hyper dynamiques et plus précisément les robots golfeurs qui sont caractérisés par leur mouvement ultra rapide. Pour cela nous avons exposé ensuite une revue bibliographiques afin de donner un aperçu compréhensif sur les investigations existants dans la littératures tels que : la modélisation, l'identification, la génération de mouvement et la commande de ce genre de robot qui fait l'objet de cette thèse.

Dans le chapitre suivant nous allons d'abord attribuer un modèle dynamique au robot après avoir expliquer sa structure et son principe de fonctionnement.

Chapitre 2

Déscription et modélisation du robot

2.1 Introduction

Pour concevoir, simuler ou commander un robot, il est nécessaire, entre autres, de disposer de modèles du mécanisme. Plusieurs niveaux de modélisation sont possibles. Ils dépendent des spécifications du cahier des charges de l'application envisagée : il en découle des modèles géométriques, cinématiques et dynamiques à partir desquels, ils peuvent être engendrés les mouvements du robot, ou bien des modèles statiques qui décrivent les interactions du mécanisme avec son environnement. L'obtention de ces différents modèles n'est pas aisée dont la difficulté varie selon la complexité de la cinématique de la chaîne articulée, le nombre de degrés de liberté, le type des articulations et aussi le fait que la chaîne peut être ouverte simple, arborescente ou fermée.

Plusieurs techniques ont été utilisées pour obtenir le modèle dynamique des robots [130]-[132]. Les formalismes les plus souvent utilisés sont : soit celui de Lagrange [133]-[139], soit celui de Newton-Euler [140]-[147].

En effet la stabilité du robot golfeur, tient un bon contrôle des efforts de ses articulations, qui sont intimement liées à sa dynamique. Il s'agit donc d'introduire des équations de mouvement du robot traduisant son comportement dynamique, tout en respectant les contraintes cinématiques qui caractérisent son mécanisme.

Cependant, avant de procéder à cette étape cruciale, il faut d'abord décrire fidèlement la conception ainsi que la complexité du mécanisme d'un tel robot. Cela revient à identifier les phénomènes qui interviennent dans la reproduction du mouvement hyper dynamique pour imiter le geste sportif d'un golfeur professionnel.

C'est donc tout naturellement que le présent chapitre commence par une brève

présentation du jeux de golf. Cela nous permettra de décrire le mouvement du robot, appelé swing, en faisant recours aux bases de données anatomiques du bras humain, et de lui attribuer par la suite un modèle mathématique représentatif.

2.2 L'art de respect du jeu de golf

Il est vrai qu'à la différence de beaucoup de sports, le golf se pratique sans l'aide d'un arbitre et chacun doit être capable de jouer librement dans le respect des autres ainsi que dans le respect des règles selon l'association de jeux golf des états unies (USGA) [148]. Après avoir analyser tous les paramètres qui entrent en jeux : placement de la balle au sol, distance de la cible, influence du vent, du froid ou de la chaleur, obstacles qui se dressent entre le joueur et la cible,. . .,etc, le golfeur se dessine mentalement un projet de trajectoire. Ce projet débouche sur un choix d'un club et c'est là que commence cette routine de préparation composée de quatre étapes formant les principales étiquettes du jeu et qui sont :

- **Une phase de relâchement**, durant laquelle le joueur réalise un ou deux swings d'essais à faible vitesse.

- **Une phase de visualisation**, où le joueur se place en arrière par rapport à la balle suivant l'axe qui conduit la balle vers la cible. Mentalement, il doit essayer au pire de voir la balle voler suivant la trajectoire souhaitée.

- **Une phase de visée**, dans laquelle le joueur prend un ou plusieurs points de repère entre 30 cm et un mètre devant sa balle afin de faciliter le placement de la face du club dans la bonne direction.

- **L'exécution du coup lui-même**. Ici, le placement du club et du joueur doivent se faire avec une extrême rigueur.

Le ***club de golf***, donné par figure (2.1), comporte essentiellement un manche couramment appelé "shaft", portant à son extrémité inférieure une tête ou organe de frappe et à son extrémité supérieure un poigné communément appelée "grip". Les clubs sont généralement classés en trois catégories : les bois, les fers et les butters.

Dans notre travail nous nous somme intéressés par le mouvement produit durant la quatrième étape qui est l'exécution du coup. La Figure (2.2) résume les positions successives correspondantes à cette étape.

(**a**) représente la position initiale appelée aussi position d'installation.

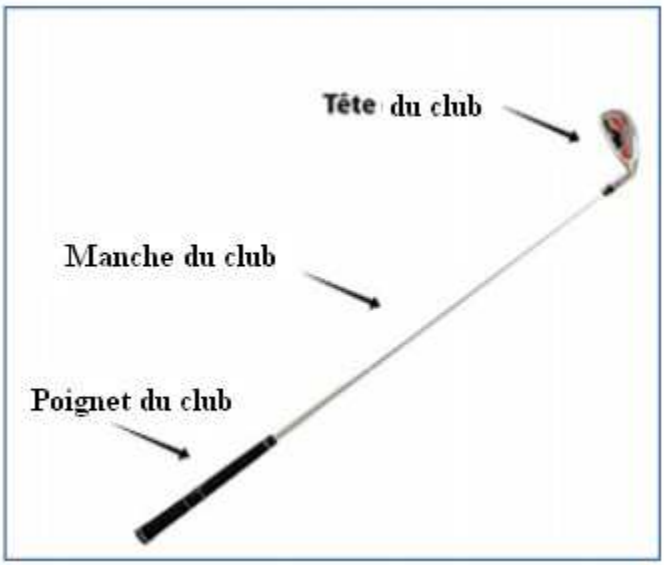

FIGURE 2.1 – Club du jeu de golf

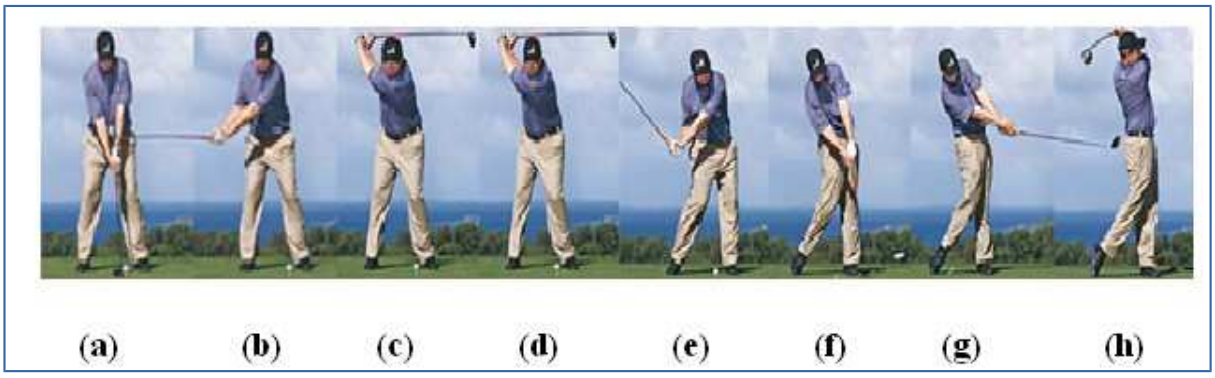

FIGURE 2.2 – Les différentes étapes de tir de golf

(**b**) représente la position intermédiaire vers la droite ou parallèle.

(**c**) représente la position maximale ou haut de tir.

(**d**) représente la position de début de changement de direction du tir vers le bas.

(**e**) représente la position intermédiaire avant l'impact ou mi-chemin retour.

(**f**) représente la position d'impact (frappe de la balle).

(**g**) représente la position intermédiaire après l'impact suivi de la position finale.

(**h**) représente la position finale du tir.

La figure (2.2) montre que la position du golfeur est inclinée par apport à la verticale d'un angle qui peut être diffèrent d'un joueur à un autre.

2.3 Position de problème et motivation

La compréhension du fonctionnement du robot destiné au jeu de golf repose sur l'analyse du mouvement du bras d'un golfeur professionnel lors de son tir de golf. Cela revient d'abord à fixer la cible et la vitesse du moment d'impact, et à déterminer ensuite l'effort (le couple) que le robot doit exercer pour de telles conditions afin d'extraire les caractéristiques du mouvement correspondant avec plus de réalisme et de précision possible. Cela nous aidera à concevoir un robot doté d'un mécanisme anthropomophorme.

En réalité, le golfeur attrape le club avec les deux mains, c'est-à-dire qu'il utilise les deux bras lors de l'exécution de cette tâche. Le robot correspondant à cette structure a fait l'objet de plusieurs projets de recherche tel que celui de Hunt et al [66] qui ont conçu un robot golfeur en considérant cinq degrés de liberté. Cependant, cela exige un nombre important d'actionneurs, ce qui rend le système coûteux, lourd et consomme plus d'énergie. Face à ce compromis, des recherches intensifs ont vu le jour afin d'améliorer ce prototype. Parmi ces travaux, nous nous somme intéressé à celui de [105] qui a proposé de remplacer les deux bras par un seul, en prenant en considération juste les deux articulations, l'épaule et le poignet, qui sont responsables du mouvement. Le robot correspondant est à deux degrés de liberté, tel que le bras et l'avant bras constituent ensemble le premier segment de ce robot tandis que le club présente le deuxième segment comme le montre la figure (2.3). Cette équipe de chercheurs a jugé que cette architecture est suffisante pour effectuer un tel mouvement et elle a même conçu le robot correspondant qui a subit par la suite des améliorations [75] et [76]. Avec cette structure, le robot est devenu plus souple, moins cher, et conserve plus d'énergie.

Le mouvement du bras manipulateur est hyper dynamique. Un robot conventionnel est loin d'être efficace pour satisfaire cette caractéristique. La réalisation

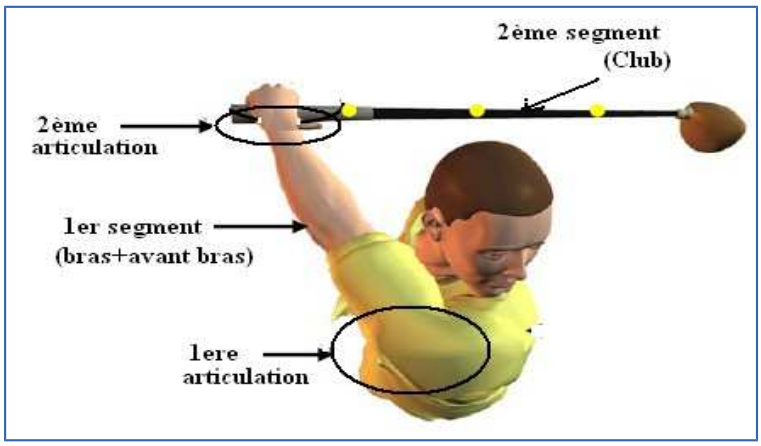

FIGURE 2.3 – Articulations et segments représentants le robot golfeur

d'un tel mouvement est basée donc sur l'analyse anatomique des deux articulations, épaule et poignet du bras humain, afin de s'inspirer le modèle correspondant en déterminant les plages de mouvement de chaque articulation et l'interaction entre elles. Cela nous permettra, par la suite, d'extraire la conception de base ainsi que le mécanisme du robot.

2.4 Brève description anatomique du bras humain

Il est plus simple du point de vue du calcul de considérer le bras humain comme un appendice qui se déplace indépendamment du reste du corps. Ce membre est composé d'une multitude d'os, de muscle, de tissus mous et de peaux [149]. Cependant, la prise en compte de tous ces composants s'avère difficile. Pour cela, dans notre application, nous allons considérer juste le squelette du bras du golfeur afin de s'inspirer le mouvement ainsi que le modèle correspondant. Pour cela nous allons définir la structure osseuse ainsi que les deux articulations (l'épaule et le poignet) assemblant ces os entre eux. Dans la suite de ce paragraphe nous allons étudier le mouvement de ces deux articulations et leurs limitations.

L'anatomie est régie par des règles strictes, et peut être divisée en deux grandes parties : l'anatomie fonctionnelle et l'anatomie descriptive.

2.4.1 Anatomie fonctionnelle

L'anatomie fonctionnelle s'efforce de comprendre les composants de bras et de l'avant-bras en mouvement. Pour ce faire, le corps humain, donné par la figure (2.4), est ainsi repéré suivant les trois plans décrivant les trois dimensions de l'espace.

Le plan frontal (1) : divise le corps en partie ventrale et partie dorsale.

Le plan sagittal (2) : divise le corps en partie droite et partie gauche. C'est le plan de symétrie du corps humain

Le plan transversal (3) : divise le corps en partie supérieure et partie inférieure.

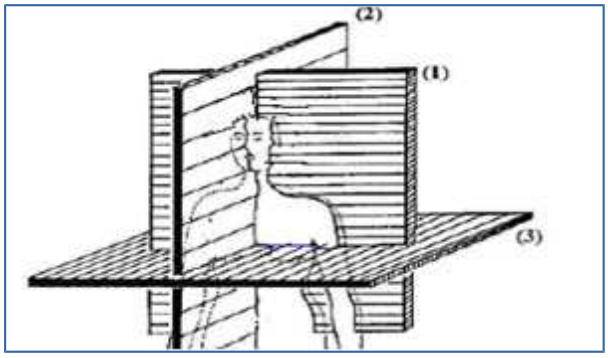

FIGURE 2.4 – Représentation du corps humain dans les trois dimensions de l'espace

Les mouvements élémentaires de base générés par la structure anatomiques du bras sont :

Flexion−extension : ce mouvement est décrit dans le plan sagittal. La flexion rapproche en avant le segment de membre considéré. L'extension est le mouvement inverse.

Adduction−abduction : ce mouvement est définit dans le plan frontal. L'abduction est le mouvement qui éloigne le segment du membre de l'axe considéré (axe du membre). L'adduction rapproche le segment de membre de cet axe.

Pronation−supination : ce mouvement se produit au niveau de l'articulation du coude. Elle ne peut être définie que lorsque le coude est fléchit à 90 , la position de référence est la position neutre, pouce vers le haut. Le mouvement de pronation consiste à mettre la paume de la main vers le sol. La supination revient à tourner la paume de la main vers le ciel.

L'étude de ces trois dimensions de l'espace, suivant lesquels l'être humain peut effectuer ses mouvements, nous permet de déterminer le ou les plan (s) correspond (s) au mouvement entier du bras d'un golfeur. En examinant la Figure (2.4), nous pouvons constater que le mouvement de l'épaule est effectué suivant les plans frontal et sagittal.

2.4.2 Anatomie descriptive

L'anatomie descriptive décrit la structure osseuse du bras, Figure (2.5), qui est constituée de deux parties : partie inférieure (**l'avant-bras**) et partie supérieure (**le bras**). Les articulations du squelette sont associées à une position spatiale qui

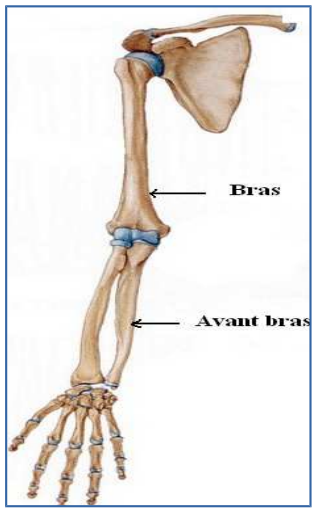

FIGURE 2.5 – Squelette du bras humain

représente le centre de rotation entre deux objets rigides articulés.

a- Articulation reliant le bras à l'épaule

Le bras est relié à l'épaule par une articulation, Figure (2.5). La structure flexible de l'épaule lui offre la possibilité d'assumer les mouvements de l'abduction−adduction, Figure (2.6, a), et de la rotation (flexion−extension), Figure (2.6, b).

b- Articulation reliant l'avant-bras au poignet

L'avant bras est relié au poignet par une articulation, Figure (2.5). La structure du poignet lui permet d'effectuer le mouvement de rotation (flexion- extension). Figure (2.7) montre que la flexion se fait suivant la direction 1, tandis que l'extension se réalise suivant la direction 2.

2.4.3 Plage de mouvement des articulations du robot golfeur

Nous rappelons que le robot golfeur est à deux degré de liberté. Cela veut dire que ce manipulateur admet deux articulations, l'épaule et le poignet, dont les mouvements correspondants sont rotoïdes (flexion−extension) et limités pour qu'ils soient

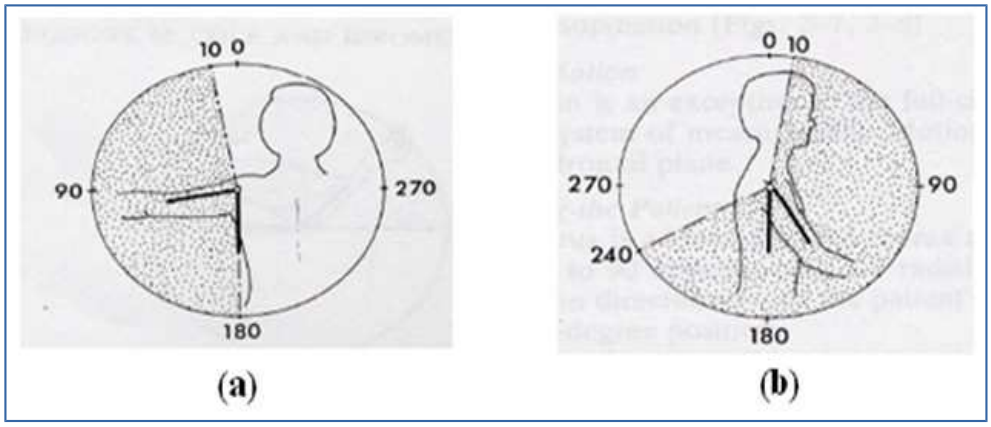

FIGURE 2.6 – (a)Abduction-Adduction de l'épaule, (b)Flexion-Extension de l'épaule

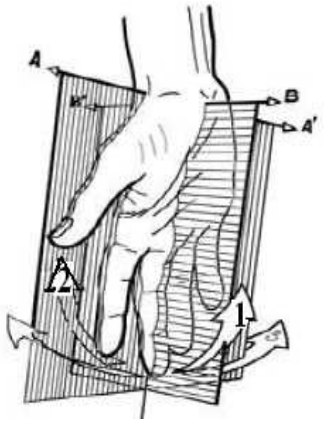

FIGURE 2.7 – Flexion Extension de la main

similaires à celui de l'être humain.

Nous pouvons donc écrire la plage de mouvement de chaque articulation sous la forme suivante :

$$\theta_i^{\min} \leq \theta_i \leq \theta_i^{\max}, (i = 1, 2) \tag{2.1}$$

Après avoir étudié l'anatomie du bras humain et expliquer le mouvement effectué par le bras d'un golfeur professionnel, cela nous permettra de s'inspirer le modèle ainsi que le mouvement que doit effectuer le robot manipulateur.

2.5 Conception de Base du robot

Le mouvement du bras humain est basé sur sa ***structure ingénieuse***. Cette dernière considère que l'articulation la plus proche du corps humain (l'épaule) est plus puissante que les autres articulations qui sont proches de la main (le coude et le poignet). Pour cela la réalisation d'un geste très rapide, tel que le tir de golf, demande un transfert d'énergie de l'épaule vers les autres articulations plus petites sous forme d'un couple dynamique d'anticipation. Ce phénomène est appelé accélération par étape.

En se basant sur cet argument, pour le choix et le positionnement des servomoteurs placés au niveau des deux articulations constituant le bras manipulateur hyper dynamique envisagé dans ce travail. Ce bras est à deux degré de liberté, ce qui permet d'avoir un modèle plus pratique et suffisant pour répondre au besoin de l'application désirée (tir de golf).

Comme nous l'avons mentionné précédemment, les deux segments constituants ce robot sont le bras et le club relié au poignet, Figure (2.8). Le deuxième segment est considéré rigide dans notre application.

Le mouvement ultra rapide des deux articulations est rotoïde dont la rotation est assurée par des moteurs à entraînement direct (DD moteur). En effet, la première articulation (reproduisant le mouvement de l'épaule) est responsable de son mouvement ainsi que celui de la deuxième articulation (reproduisant le mouvement du poignet). Pour cela le servomoteur correspondant à la première articulation doit être puissant et délivre un couple important pour qu'il puisse donner un couple dynamique d'anticipation qui va aider le club à effectuer sa tâche ultra rapide. Contrairement, à l'actionneur placé au niveau de la deuxième articulation doit être plus petit, moins puissant et possède un couple légèrement plus grand que le couple statique dû au poids du deuxième segment.

Comme le couple du deuxième actionneur est très petit et peut être négligé devant celui du premier moteur, la deuxième articulation peut être considérée passive et par conséquent le robot est supposé sous-actionné. Il faut donc remplacer le

degré de liberté non-actionné par un des éléments passifs. Pour cela, des stoppeurs mécaniques, Figure (2.8), ont été ajoutés à la deuxième articulation [31], dont le rôle est de limiter la plage de mouvement à ce niveau, afin qu'il soit similaire à celui de poignet du bras humain. Lorsque le club atteint ses limites, ces stoppeurs génèrent un couple passif qui sert à aider initialement le club à accélérer ou décélérer.

La Figure (2.8) représente le prototype du robot golfeur .

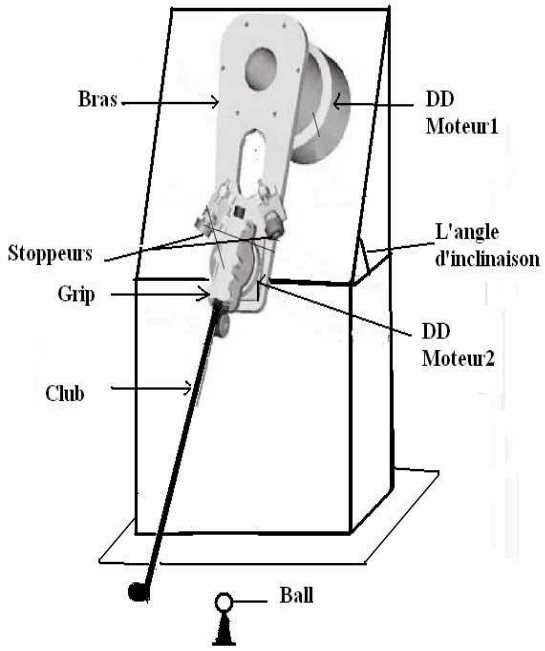

FIGURE 2.8 – Modèle représentatif du robot golfeur

La figure (2.8) montre que le robot est constitué par les éléments suivants :

Bras : c'est un segment rigide remplaçant le bras et l'avant bras d'un golfeur, dont le mouvement est rotoïde.

poignet ou grip : c'est un segment rigide remplaçant le poignet du golfeur dont le mouvement est rotoïde.

Club : est considéré rigide dans notre application. Il est associé au poignet dont l'ensemble forme le deuxième segment.

Stoppeurs : représentent des limitateurs de mouvement au niveau du poignet.

DD Moteur1 et DD Moteur2 : représentent des moteurs á entraînement direct qui contrôlent respectivement le mouvement de l'épaule, et celui du poignet.

L'angle d'inclinaison : représente l'angle d'inclinaison du plan du mouvement

(position du golfeur) par rapport à l'horizontale.

Nous pouvons dire, enfin que la réalisation d'une manipulation hyper dynamique est basée essentiellement sur deux facteurs indispensables, à savoir, **le couple dynamique d'anticipation** et **les stoppeurs mécaniques**.

2.5.1 Utilisation des stoppeurs

La plage de rotation des articulations des bras manipulateurs est limitée par des stoppeurs afin d'éviter le contact brute entre ses segments (voir chapitre 1).

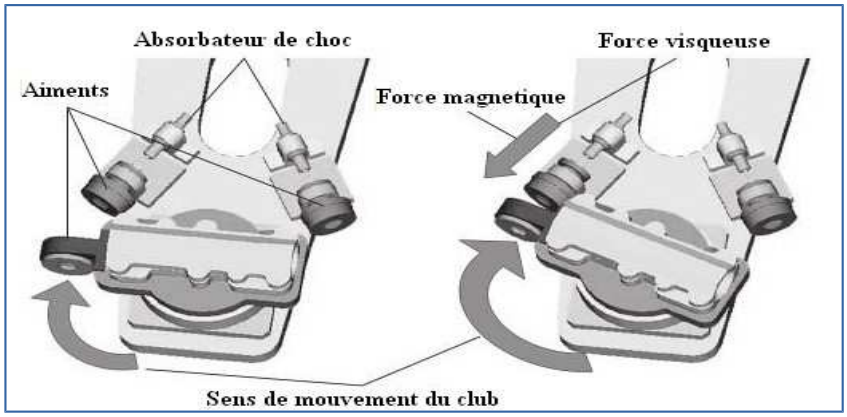

FIGURE 2.9 – Structure détaillée des stoppeurs

Parmi les structures des stoppeurs proposées dans la littérature et dédiées aux robots hyper dynamiques, il y a celle proposée par Ming et al [31], Figure(2.9), dont le rôle est de limiter la plage de mouvement de poignet du robot golfeur.

Chaque stoppeur est caractérisé par une pairs des aimants (élément élastique non linéaire) et un absorbeur de choc. Lorsque le club atteint un des stoppeurs, il en résulte une création de deux types de forces dont la première dite élastique dûe à la répulsion des deux aimants et la deuxième force appelée visqueuse générée par les absorbeurs de choc.

La caractéristique de l'élément élastique des stoppeurs est représentée par Figure (2.10) et son expression approximative est donnée par Equ.(2.2) [31].

$$\tau_{2stoppeurs}(\theta_2) = a_0 + a_1\theta_2 + a_2\theta_2^2 + a_3\theta_2^3 + a_4\theta_2^4 + a_5\theta_2^5 + a_6\theta_2^6 \qquad (2.2)$$

Avec : $a_0 = 1.164 \times 10$,$a_1 = -2.915 \times 10$, $a_2 = 3.724 \times 10^{-1}$, $a_3 = -2.675 \times 10^{-2}$, $a_4 = 1.060 \times 10^{-3}$, $a_5 = -2.141 \times 10^{-5}$, $a_6 = 1.715 \times 10^{-7}$.

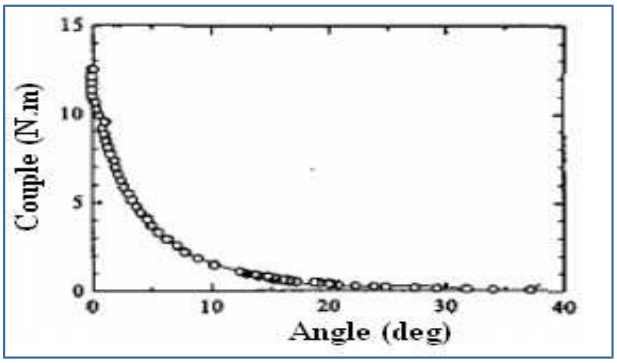

FIGURE 2.10 – Caractéristique de l'élément élastique des stoppeurs

La Figure (2.10) montre que le rôle de l'élément élastique du stoppeur est d'élargir la plage de mouvement de la deuxième articulation de 20(deg) maximum lorsque le club atteint les extrémités des stoppeurs.

Le rôle de l'absorbeur de choc est d'amortir la collision entre les stoppeurs et le club en affaiblissant la vitesse angulaire de ce dernier.

Après avoir analyser la constitution des stoppeurs, nous pouvons les modéliser par une structure mécanique en représentant l'élément élastique par un ressort et l'absorbeur de choc par un amortisseur, Figure (2.11)

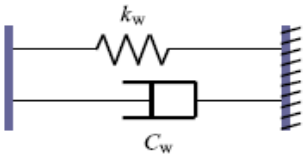

FIGURE 2.11 – Schéma d'un stoppeur mécanique

2.5.2 Utilisation des Moteurs à entraînement direct

Pour contrôler la dynamique du système, il faut d'abord avoir une bonne maîtrise, à chaque instant, des couples ou des efforts délivrés par les actionneurs. Ces derniers doivent être à leurs tours choisis convenablement.

Les bras manipulateurs commandés par des servomoteurs électriques conventionnels ne peuvent pas satisfaire toutes les applications surtout lorsqu'il s'agit d'une manipulation à grande vitesse. Durant cette manipulation, il faut assurer une bonne précision et une diversité, comme dans le cas de la reproduction d'un mouvement humain. Il résulte donc une dégradation des performances á cause du mécanisme de

transmission : les réducteurs, les courroies,. . .,etc. Ce qui crée des problèmes, parmi tels que [150] :

- Des vibrations mécaniques indésirables reviennent au poids du moteur et/ou au besoin d'une grande conformité de transmission ;

- La nécessité d'une maintenance régulière ;

- L'influence du bruit et des frottements qui ramène à une difficulté de contrôler correctement le couple et d'avoir un mouvement régulier (lisse) ;

- L'utilisation du mécanisme de transmission avec un grand coefficient de réduction résulte un petit couple avec une grande vitesse.

Tous ces inconvénients ont motivé les chercheurs à innover d'autres servomoteurs, en les rendant plus flexibles. Cela a donné naissance á de nouveaux type de moteurs appelés 'moteurs á entraînement direct' (DD moteur) [151]. Ces derniers utilisent des couples élevés appliqués directement à la charge, ce qui permet d'éliminer le mécanisme de transmission.

L'intégration de fonctions, rendement accru, maintenance et bruyance allégées, simplification du design d'où l'optimisation du coût, réduction du poids, grande dynamique, asservissement de haute précision, grande rigidité et fiabilité, les moteurs à entraînement direct alignent les avantages et deviennent pratiquement intéressants. S'affranchir des réducteurs, qui servent normalement à élever le couple en réduisant la vitesse : tel est l'avantage des moteurs à entraînement direct à fort couple. Cette absence de réducteur diminue le vieillissement des dentures, les jeux mécaniques dans la transmission ou le bruit, et elle laisse libre un arbre creux dans lequel l'exploitant peut intégrer des fonctionnalités.

C'est pour toutes ces qualités que ce type de moteur a occupé le milieu industriel.

2.6 Principe de fonctionnement du robot

Le mouvement entier effectué par le robot golfeur lors d'un tir de golf, peut être divisé en trois phases, figure (2.12).

– ***Phase de pré-impact*** : De la position initiale à la position maximale. Figure (2.12,a)
Dans cette période la vitesse du manipulateur n'est pas très rapide. Le manipulateur se comporte donc comme un robot conventionnel. Chaque actionneur doit donc délivrer un couple suffisant pour faire monter le segment correspon-

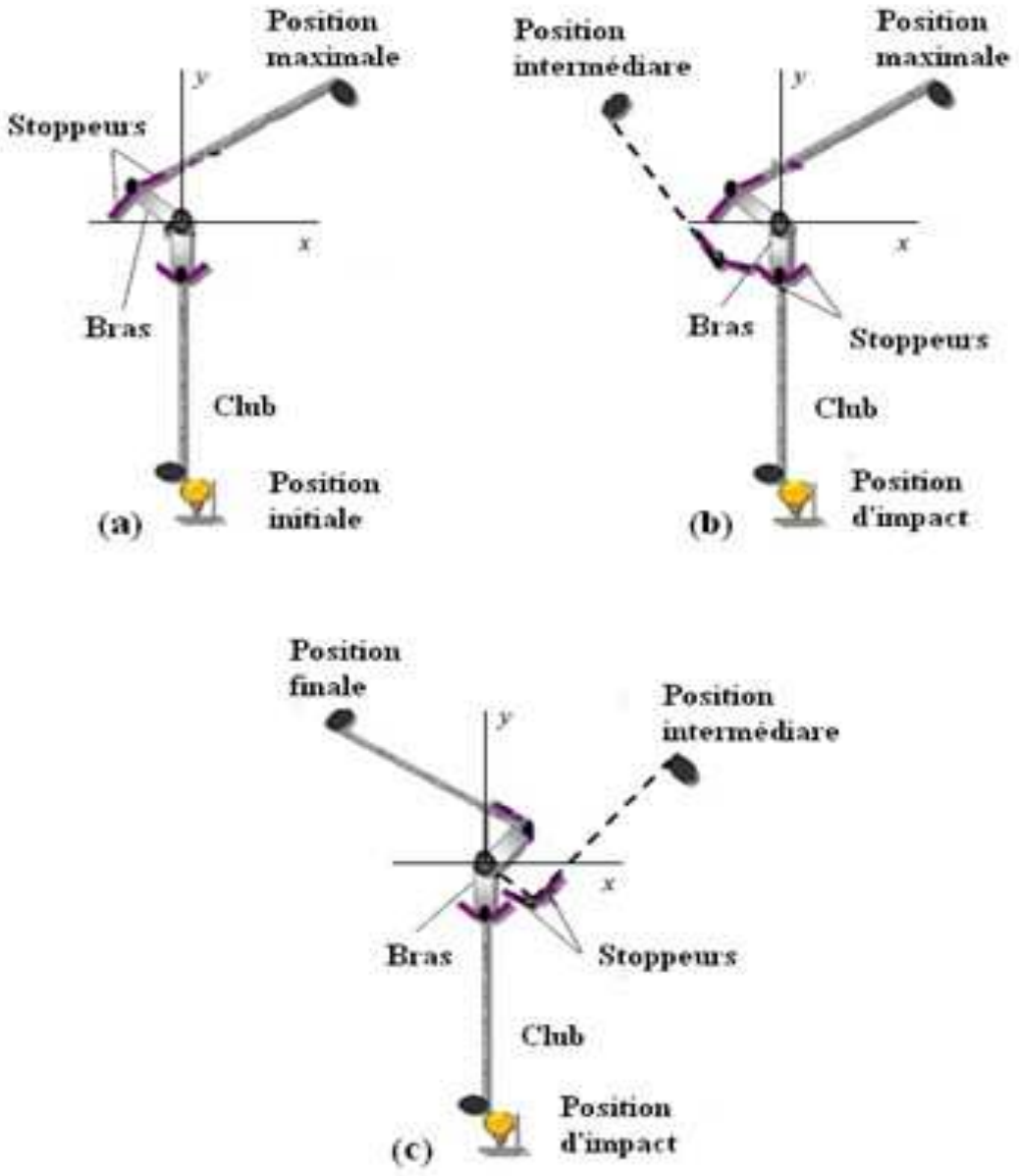

FIGURE 2.12 – Mécanisme du robot golfeur. (a) : Phase de pré-impact, (b) : Phase d'impact, (c) : Phase de post-impact

dant de la position initiale à la position maximale. La valeur du couple dépend essentiellement de la vitesse désirée au moment d'impact.

- ***Phase d'impact*** : De la position maximale à la position d'impact. Figure (2.12,b)
  Cette période est la plus importante et la plus délicate de point de vue reproduction de mouvement du bras d'un golfeur professionnel puisque le manipulateur doit refléter le mouvement hyper dynamique du golfeur. C'est la $1^{ère}$ articulation qui va accélérer la première suivit de la $2^{ème}$ articulation. Au début (position maximale), le club était bloqué par le premier stoppeur (à droite). Les deux segments sont accélérés ensuite, par l'intermédiaire des couples délivrés par les actionneurs correspondants, jusqu'à la position intermédiaire. A cet instant, le club va être détaché du stoppeur qui génère à son tour un couple passif. Ce dernier va s'ajouter au couple délivré par le $2^{ème}$ actionneur pour aider le club à accélérer initialement. Comme ce deuxième couple est très petit, il y a donc un transfert d'énergie du 1^{er} actionneur vers le $2^{ème}$ actionneur sous forme d'un couple, appelé couple dynamique d'anticipation. Par conséquent l'accélération de la $1^{ère}$ articulation diminue un peu, tandis-que celle de la $2^{ème}$ articulation augmente et la vitesse correspondante augmente aussi jusqu'à ce qu'elle atteint son maximum au moment d'impact qui est le but principal. Ce phénomène est appelé accélération par étape.

- ***Phase de post-impact*** : De la position d'impact à la position finale. Figure (2.12,c)
  C'est la période qui suit l'impact. Il y a donc une décélération des deux segments jusqu'à la position intermédiaire. Par conséquent, le club va être bloqué de nouveau par le $2^{ème}$ stoppeur (à gauche) qui va générer un couple passif à ce moment, afin d'aider le club à décélérer initialement. Le couple dynamique d'anticipation provenant du 1^{er} actionneur va intervenir à cet instant, dont le but est d'aider le club à décélérer pour s'arrêter à la position finale. A cette position, les deux segments doivent s'arrêter (fin de la période).

Les trois phases du mouvement entier du tir de golf (swing) peuvent être représentées par la Figure (2.13).

2.7 Modélisation du robot

La stabilité du robot golfeur, tient un bon contrôle des efforts de ses articulations, qui sont intimement liées à sa dynamique. Il s'agit donc d'introduire des équations de mouvement du robot traduisant son comportement dynamique, tout en respectant

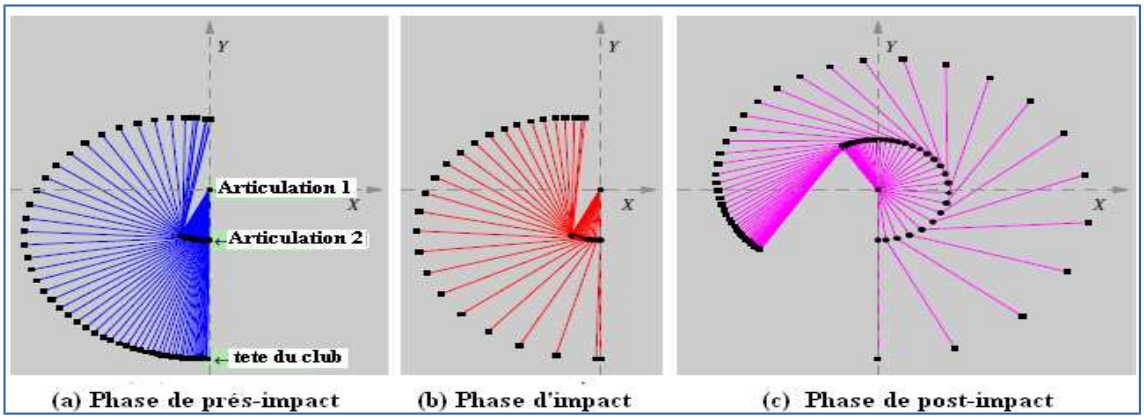

FIGURE 2.13 – Mouvement entier du robot golfeur

les contraintes cinématiques qui caractérisent son mécanisme.

Plusieurs tentatives de modélisation du bras d'un golfeur sont enregistrées dans la littérature. Nous citons dans ce sens, les travaux apparus dans [81], [94], [105]-[107] et [152].

Dans ce travail, le modèle dynamique du robot est déterminé en se basant sur le formalisme d'Euler-Lagrange [153] permettant d'établir le modèle dynamique direct correspondant. Il s'agit donc de déterminer les équations différentielles non-linéaires qui relient les couples et/ou les forces exercés par les actionneurs aux positions, vitesses et accélérations des variables articulaires du bras manipulateur. Si nous négligeons les frottements, l'expression des couples est donnée par :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt}\left[\frac{dL}{d\dot{q}_i}\right] - \frac{dL}{dq_i}, (i = 1, n) \tag{2.3}$$

Dans le cas d'une articulation rotoïde $q_i = \theta_i$, tandis que pour une articulation prismatique $q_i = d_i$.

2.7.1 Hypothèses du modèle

- Le modèle du robot golfeur est à deux degrés de liberté, cela correspond à deux articulations rotoïdes (l'épaule et le poignet).

-La rotation de chaque articulation est assurée par un servomoteur á entraînement direct qui génère un couple dynamique.

-Les stoppeurs génèrent un couple passif.

-Le deuxième segment (club) est supposé rigide.

-Les frottements son négligés.

2.7.2 Modélisation dynamique

Le prototype du robot golfeur est donné par Figure (2.14), dont le mouvement de ses articulations est rotoïde. A partir de cette figure, nous pouvons déterminer les cordonnées de l'articulation de l'épaule (x_1, y_1) dans le repère (oxy), et les cordonnées de l'articulation du poignet (x_2, y_2) suivant le repère (ox_1y_1), ce qui donne :

$$\begin{cases} x_1 = l_{g1}\cos\theta_1 \\ \\ y_1 = l_{g1}\sin\theta_1 \end{cases} \tag{2.4}$$

Et :

$$\begin{cases} x_2 = l_1\cos\theta_1 + l_{g2}\cos(\theta_1+\theta_2) \\ \\ y_2 = l_1\sin\theta_1 + l_{g2}\sin(\theta_1+\theta_2) \end{cases} \tag{2.5}$$

Nous obtenons donc :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -l_{g1}\dot{\theta}_1\sin\theta_1 \\ \\ \dot{y}_1 = l_{g1}\dot{\theta}_1\cos\theta_1 \end{cases} \tag{2.6}$$

Et :

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = -(l_1\dot{\theta}_1\sin\theta_1 + l_{g2}(\theta_1+\theta_2)\sin(\theta_1+\theta_2)) \\ \\ \dot{y}_2 = l_1\dot{\theta}_1\cos\theta_1 + l_{g2}(\theta_1+\theta_2)\cos(\theta_1+\theta_2) \end{cases} \tag{2.7}$$

L'application de la méthode d'Euler-Lagrange donne les équations suivantes :

-L'énergie cinétique (E_c)

$$E_c = \frac{1}{2}I_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}I_2(\dot{\theta}_1+\dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 \tag{2.8}$$

Avec :

$$\begin{cases} v_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 \\ \\ v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 \end{cases} \tag{2.9}$$

-L'énergie potentielle (E_p)

$$E_p = m_1gy_1 + m_2gy_2 \tag{2.10}$$

-Lagrangien (L)

$$L = E_c - E_p \tag{2.11}$$

L'équation d'Euler-Lagrange présentant la dynamique du robot golfeur à 2ddl est donnée par :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial\theta_i}, (i = 1, 2) \tag{2.12}$$

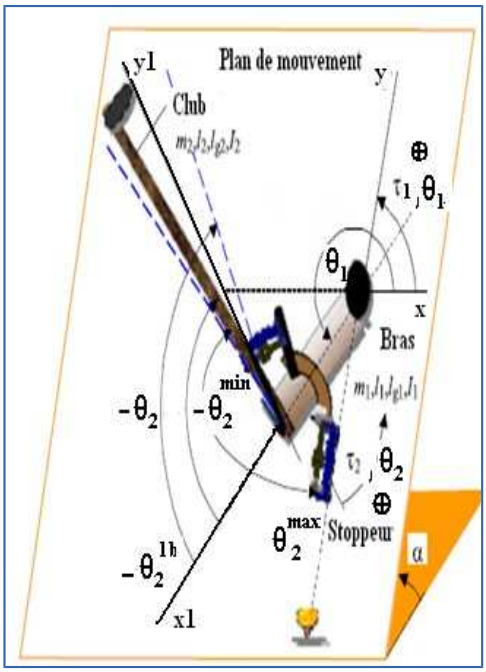

FIGURE 2.14 – Modèle représentatif du robot golfeur

Avec $\Gamma_{1,2} = \begin{bmatrix} \tau_1 & \tau_{2actif} \end{bmatrix}^T$. Cela correspond à :

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} \\ \\ \tau_{2actif} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} \end{cases} \tag{2.13}$$

En robotique, si le mouvement des articulations constituant le robot manipulateur est rotoïde, l'expression du couple peut être exprimé sous la forme matricielle suivante :

$$\Gamma_i = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta), (i = 1, 2) \tag{2.14}$$

Cette équation représente le modèle dynamique du manipulateur, tel que :

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} m_1 l_{g1}^2 + m_2 l_1^2 + m_2 l_{g2}^2 + 2m_2 l_1 l_{g2} \cos\theta_2 + I_1 + I_2 & m_2 l_{g2}^2 + m_2 l_1 l_{g2} \cos\theta_2 + I_2 \\ \\ m_2 l_{g2}^2 + m_2 l_1 l_{g2} \cos\theta_2 + I_2 & m_2 l_{g2}^2 + I_2 \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

$$C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta} = \begin{bmatrix} -2m_2 l_1 l_{g2}\cos(\theta_1+\theta_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 - m_2 l_1 l_{g2}\cos(\theta_1+\theta_2)\dot{\theta}_2^2 \\ \\ m_2 l_1 l_{g2}\cos(\theta_1+\theta_2)\dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} m_1\bar{g}l_{g1}\cos\theta_1 + m_2\bar{g}l_1\cos\theta_1 + m_2\bar{g}l_{g2}\cos(\theta_1+\theta_2) & m_2\bar{g}l_{g2}\cos(\theta_1+\theta_2) \end{bmatrix}^T \tag{2.17}$$

Le plan du mouvement du robot golfeur est incliné par rapport á l'horizontale par un angle α, la force de gravité $\bar{g}$ devient donc :

$$\bar{g} = g \times \sin\alpha \tag{2.18}$$

Propriétés

Ce type de robot possède les propriétés suivantes [154] :

- ***Propriété 1 :*** $M(\theta)$ est symétrique définie positive, $\exists M_M > M_m > 0$ tel que $M_m I_n < \|M(\theta)\| < M_M I_n, \forall\theta \in R^n$ avec I_n matrice identité (2×2)
- ***Propriété 2 :*** $C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta}_2 = C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta}_1$
- ***Propriété 3 :*** $\left\|C(\theta,\dot{\theta})\right\| < C_M\|\theta\|$ avec C_M une constante positive.
- ***Propriété 4 :*** $C(\theta,\dot{\theta}) = M(\theta) - 2C(\theta,\dot{\theta})$ est symétrique, et $\dot{M}(\theta) = C(\theta,\dot{\theta}) + C^T(\theta,\dot{\theta})$
- ***Propriété 5 :*** $\dot{M}(\theta)\Psi + C(\theta,\zeta\dot{\theta})\zeta + G(\theta) = \varphi_0(\theta,\zeta,\Psi)\theta$ où $\zeta,\Psi \in R^p$ et $\theta \in R^p$ vecteur de paramètres inconnus.

Couple dynamique d'anticipation

Comme nous avons expliqué précédemment, le couple délivré par le $2^{ème}$ DD moteur ne peut pas contribué directement à l'accélération du poignet quand le mouvement du robot est très rapide. Dans cette phase, la réalisation d'une telle manipulation hyper dynamique est effectuée principalement par l'intervention du couple dynamique d'anticipation provenant de 1^{er} DD moteur. Selon [105] et [29], ce couple dynamique est donné par les équations suivantes :

$$\tau_{1d} = m_2 l_2 l_{g2}(\ddot{\varphi}_2\cos\beta_{21} + \dot{\varphi}_2^2\sin\beta_{12}) \tag{2.19}$$

$$\tau_{2d} = m_2 l_1 l_{g2}(\ddot{\varphi}_1\cos\beta_{21} + \dot{\varphi}_1^2\sin\beta_{12}) \tag{2.20}$$

Avec : $\varphi_1 = \theta_1, \varphi_2 = \theta_1+\theta_2, \beta_{12} = \theta_2 - \pi$

2.7.3 Modélisation du couple passif

Les stoppeurs permettent d'élargir la plage de mouvement du club d'un angle de $20(deg)$, nous pouvons écrire donc les conditions cinématiques de la deuxième articulation sous les équations suivantes :

$$\begin{cases} \theta_2^{lb} \leq \theta_2 \leq \theta_2^{\min} \\ \\ \theta_2^{\max} \leq \theta_2 \leq \theta_2^{ub} \end{cases} \tag{2.21}$$

Avec :

$$\begin{cases} \theta_2^{lb}(\text{deg}) = \theta_2^{\min}(\text{deg}) - 20(\text{deg}) \\ \\ \theta_2^{ub}(\text{deg}) = \theta_2^{\max}(\text{deg}) + 20(\text{deg}) \end{cases} \tag{2.22}$$

Lorsque le club atteint un des stoppeurs, ces derniers génèrent un couple passif maximal $\tau_{2passif}^{\max}$ ou minimal $\tau_{2passif}^{\min}$ qui va s'ajouter au couple actif τ_{2actif} du $2^{ème}$ DD moteur, ce qui donne le couple τ_2. Le rôle du couple passif est d'aider initialement à accélérer ou décélérer le club. D'après la figure (2.11), ces deux stoppeurs sont constitués d'un ressort de raideur k_w et d'un amortisseur de coefficient c_w dont les frottements sont négligés. Les équations mathématiques correspondantes aux couples passifs sont :

$$\begin{cases} \tau_{2passif}^{\min} = k_w(20^\circ - |\theta_2 - \theta_{2\,\min}|) - c_w\dot{\theta}_2 \\ \\ \tau_{2passif}^{\max} = k_w(20^\circ - |\theta_{2\,\max} - \theta_2|) - c_w\dot{\theta}_2 \end{cases} \tag{2.23}$$

L'équation du couple τ_2 est donc :

$$\tau_2 = \begin{cases} \tau_{2actif} + \tau_{2passif}^{\min} \ \theta_2 \in [\theta_{2lb}, \theta_{2\,\min}) \\ \\ \tau_{2actif} \quad \theta_2 \in [\theta_{2\,\min}, \theta_{2\,\max}] \\ \\ \tau_{2actif} + \tau_{2passif}^{\max} \ \theta_2 \in (\theta_{2\,\max}, \theta_{2ub}] \end{cases} \tag{2.24}$$

Le modèle dynamique obtenu est non-linéaire, fortement couplé, et supposé sous actionné.

2.7.4 Modèle d'état

La représentation d'état du modèle dynamique des robots manipulateurs, donné par l'équation (2.14), peut se mettre sous la forme suivante correspondante au

système non linéaire affine en commande :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Gf(x) + Gh(x)u \\ \\ y = Cx \end{cases} \tag{2.25}$$

Tels que :
$x = [\ \theta_1 \quad \dot{\theta}_1 \quad \theta_2 \quad \dot{\theta}_2\ ]^T$: Le vecteur d'état ;
$y = [\ \theta_1 \quad \theta_2\ ]^T$: Le vecteur de sortie ;
$u = \Gamma_{1,2} = \begin{bmatrix} \tau_1 & \tau_2 \end{bmatrix}^T$: Le vecteur de commande.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) & f_2(x) \end{bmatrix}^T \tag{2.26}$$

$$h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) & h_2(x) \end{bmatrix}^T \tag{2.27}$$

Avec :
$f_i(x), (i = 1, 2)$ est la i^{eme} composante du vecteur $-M^{-1}(\theta)\left[C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta)\right]$;
$h_i(x), (i = 1, 2)$ est la i^{eme} ligne de la matrice $M^{-1}(\theta)$.

2.8 Conclusion

Dans ce présent chapitre, nous avons donné une présentation du bras manipulateur golfeur après avoir expliquer son mécanisme. Nous avons déterminé ensuite, le modèle dynamique correspondant qui est non linéaire, fortement couplé, supposé sous-actionné.

La génération de mouvement d'un tel robot reste l'élément clé de sa mise en marche. Cela fait l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 3

Génération de mouvement optimal du robot

3.1 Introduction

Le contrôle du robot manipulateur nécessite d'abord la génération de sa trajectoire de référence. Cette dernière consiste à reproduire fidèlement le comportement dynamique du bras d'un golfeur professionnel lors d'un tir de golf, en prenant en considération toutes les contraintes qui conditionnent ce mouvement ultra rapide.

Cette étape cruciale, représentant le cœur de ce travail, est considérée comme une brique essentielle dans la résolution d'un problème de manipulation hyper dynamique. C'est précisément cette problématique qui fait l'objet de ce chapitre.

3.2 Techniques de génération du mouvement

3.2.1 Position du problème et motivation

En robotique, on appelle génération de mouvement le calcul préalable de la tâche que doit accomplir le robot. Plus particulièrement, cette étape reste l'un des éléments clé dans la mise en œuvre de l'autonomie des robots. C'est un problème fondamental qui a fait et continue de faire l'objet de nombreux travaux de recherches. Nous citons, à titre d'exemple, les travaux de [13]-[15], [18] et [39] ; néanmoins aucune ne s'est véritablement imposée comme une méthode générale pouvant résoudre de façon satisfaisante n'importe quel problème.

Le cas traité dans ce manuscrit s'inscrit dans le cadre d'une génération de mouvement d'un bras manipulateur sous trajectoire imposée (voir Chapitre 1), dont les formules mathématiques des trajectoires obtenues sont en fonction d'un certain

nombre de variables. Ces générateurs de mouvement représentent une approximation des deux commandes (couples) délivrées par les deux actionneurs correspondants aux articulations du robot qui sont en fonction d'un nombre raisonnable de paramètres. Les courbes obtenues doivent être continues et continûment différentiables.

Face à ce type de trajectoires, les polynômes peuvent résoudre ces problèmes puisqu'ils sont facilement évaluables et différentiables. Cependant, il se pose le problème de l'utilisation d'un nombre élevé de variables si l'horizon de génération est grand ainsi que la dépendance globale des paramètres [155]. Ces difficultés entraînent un temps de calcul très important.

Pour remédier à ce problème, nous considérons une famille très riche en courbes qui dépend d'un nombre fini de paramètres. Une des solutions, revient à utiliser des polynômes par morceaux comme les séries de Fourier et les fonctions B-Splines Cubiques Uniformes. Ces polynômes ont comme avantage de présenter un support compact, ce qui permet de limiter leur influence sur une petite zone. En outre, il est possible de gérer la continuité au niveau des points de raccordement des segments polynomiaux de telle sorte que la courbe résultante (représentant les commandes) soit de classe C^2. Ces deux méthodes vont être adoptées dans ce travail et serviront de base de comparaison.

Par ailleurs, l'admissibilité de ces trajectoires par rapport au robot, nécessite de prendre en compte sa dynamique et les contraintes qui assurent la sécurité ainsi que le bon fonctionnement du robot, tels que les conditions cinématiques et technologiques ainsi que les conditions aux limites. Cependant, l'unicité de la solution n'est pas garantie, nous pouvons donc obtenir une infinité de trajectoires satisfaisant ces conditions. Dans cette situation, la solution la plus adéquate consiste à reformuler le problème de la recherche d'un générateurs de mouvement optimal (couples) sous forme d'un problème d'optimisation sous contraintes et multi-objectifs. La méthode d'optimisation que nous allons utilisée est basée sur le mécanisme de la sélection naturelle de la génétique en l'occurrence 'les algorithmes génétiques' [122]-[124].

Les trajectoires des variables articulaires sont ensuite déterminée à partir du générateur de mouvement obtenu.

3.2.2 Séries de Fourier

Les séries de Fourier sont des outils mathématiques permettant une représentation d'une simple fonction périodique et affine par morceaux. Ces fonctions ont trouvé une large application dans différentes branches de mathématique, ainsi que ses dérivées.

Définition 3.1 : Soit $f(x)$ une fonction périodique de période *2L. f(x)* peut être représentée par une série trigonométrique convergeant vers *f(x)* dans l'intervalle

$[-L, L]$, c'est à dire quelle que soit la somme de cette série [156] :

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sin \frac{n\pi x}{L}) \tag{3.1}$$

Les constantes a_0, a_n et $b_n, (n = 1, 2, \cdots)$ sont appelées les coefficients de Fourier de la série de Fourier *f(x)* , et sont définies par :

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^{L} f(x)dx \\ a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^{L} f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx \\ b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^{L} f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx \end{cases} , (n = 1, 2, 3, ...). \tag{3.2}$$

Théorème 3.1 : Les coefficients de Fourier a_n et b_n ne dépendent pas de la période choisie.

Théorème 3.2 : Deux fonctions égales presque partout ont les mêmes coefficients de Fourier.

a- Séries de Fourier des fonctions paires et impaires

Définition 3.2 : Une fonction $f(x)$ est dite paire si $f(x) = f(-x)$. Et de même, une fonction $f(x)$ est dite impaire si $f(x) = -f(x)$. Le développement en série de Fourier de la fonction $f(x)$ impaire ne contient que des sinus ($a_n = a_0 = 0$), et celui d'une fonction paire ne contient que des cosinus ($b_n = 0$).

b- Convergence d'une série de Fourier

Posons le problème suivant : Quelles sont les propriétés que doit posséder la fonction $f(x)$ pour que sa série de Fourier converge et que sa somme soit égale aux valeurs de la fonction aux points considérés ?

Définition 3.3 : Une fonction $f(x)$ est dite continue par tranches sur le segment $[-L, L]$, si ses points de discontinuité de première espèce sont en nombre fini sur ce segment (ou si elle est partout continue).

Proposition 3.1 : Si la fonction $f(x)$ est dite continue par tranches sur le segment $[-L, L]$, ses coefficients de Fourier tendent vers zéro lorsque $n \to \infty$ ($\lim_{n\to\infty} a_n = 0$, $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$).

Définition 3.4 : Une fonction $f(x)$ est dite monotone par tranche sur le segment $[-L, L]$, si l'on peut découper son segment par des points $(x_1, x_2, ..., x_{n-1})$ en un nombre fini d'intervalles $(-L, x_1), (x_1, x_2), ..., (x_{n-1}, L)$ de sorte que la fonction soit monotone dans chaque intervalle.

Il résulte de cette définition que si $f(x)$ est monotone par tranches et bornée sur le segment $[-L, L]$, elle ne peut avoir que des points de discontinuité de première espèce. En effet, si ($x = c$) est un point de discontinuité pour la fonction $f(x)$, on a en vertu de la monotonie de la fonction.

$$\lim_{x \to c^{-0}} f(x) = f(c - 0) \tag{3.3}$$

$$\lim_{x \to c^{+0}} f(x) = f(c + 0) \tag{3.4}$$

Nous avons le théorème suivant :

Théorème 3.3 : Condition de **Dirichlet** [156].
Supposons que :

(1) $f(x)$ est une fonction périodique de période $(2L)$, monotone par tranches et bornée sur le segment $[-L, L]$.

(2) $f(x)$ et sa dérivée $f^{'}(x)$ sont continues par tranches sur l'intervalle $[-L, L]$.

La série de Fourier de $f(x)$ représentée par l'équation (3.1) converge en :

(a) $f(x)$ si x est un point de continuité.

(b) $\frac{f(c+0)+f(c-0)}{2}$ si c est un point de discontinuité.

$f(c - 0)$ et $f(c + 0)$ sont respectivement les limites à gauche et à droite de $f(x)$ au point c.

Les conditions (1) et (2) sont des conditions nécessaires et pas suffisantes pour qu'une fonction soit développée en série de Fourier (Condition de **Dirichlet**).

c- Analyse harmonique

En analyse, les séries de Fourier représentent un outil fondamental dans l'étude des fonctions périodiques. C'est à partir de ce concept que s'est développée la branche des mathématiques connue sous le nom d'analyse harmonique. Cette discipline apparaisse ensuite dans plusieurs domaines tel que la physique, la mécanique, la robotique, etc.

c1- La transformation en séries de Fourier numériques

Dans beaucoup de cas rencontrés dans la pratique, la fonction $f(x)$ est donnée soit sous forme de tableau (lorsque la dépendance fonctionnelle est obtenue par des essais expérimentaux), soit par une courbe tracée à l'aide d'un appareil. Le calcul des coefficients de Fourier se fait alors de la manière suivante :

– ***1er cas :*** La fonction $f(x)$ est donnée sous forme de tableau.

Soit $f(x)$ défini dans le segment $[-L, L]$ partagé en n parties égales par les points $(x_0 = -L), x_1, x_2, ..., (x_n = L)$.

La longueur du segment partiel (le pas entre deux valeurs du temps prélevées successivement $(x_i, x_{i+1}), (i = 0, (n-1))$ est alors : $\Delta x = 2L/n$.

Désignons les valeurs de la fonction $f(x)$ aux points $x_0, x_1, ..., x_n$ par $y_0, y_1, ..., y_n$.

Soit $f(x)$ continue et monotone par tranches, $f'(x)$ est aussi continue par tranches sur le segment $[-L, L]$. $f(x)$ répond donc aux conditions de **Dirichlet**, et peut être mise sous forme de séries de Fourier donnée par équation (3.1). D'après PISKOUNOV [156] les coefficients de Fourier correspondants sont définis par :

$$\begin{cases} a_0 = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ a_n = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \cos(n\pi x_i / L) \\ b_n = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n} y_i \sin(n\pi x_i / L) \end{cases} \tag{3.5}$$

– ***2ème cas :*** La fonction $f(x)$ est donnée sous forme d'une courbe.

Soit $f(x)$ une fonction continue et monotone par tranche, définie sur l'intervalle $[0, L]$. Nous pouvons prolonger cette fonction sur $[-L, 0]$, tout en conservant ses caractéristiques de continuité et de monotonie par tranche ($f(x)$ répond donc aux conditions de **Dirichlet** sur $[-L, L]$), [156] :

- Soit d'une façon paire $(f(x) = f(-x))$, la fonction obtenue sur $[-L, L]$ sera développée en séries de Fourier de cosinus, de sorte que la fonction $f(x)$ donnée sur $[0, L]$ sera à son tour développée en séries de Fourier de cosinus.

- Soit d'une façon impaire $(f(x) = -f(-x)$), nous obtenons une fonction développée en série de Fourier de sinus défini sur $[-L, L]$.

Nous donnons par la suite un exemple illustratif en montrant la procédure à suivre pour déterminer la fonction périodique représentant une fonction donnée sous forme d'une courbe et déterminer par la suite les séries de Fourier correspondantes ainsi que leurs coefficients.

Exemple 3.1 : Soit $f(t)$ un signal audio à 8khz donné par Figure (3.1). Ce signal est périodique et de période (7/8000), continu et monotone (conditions de

Dirichlet).
Nous voulons donc le développer d'une façon paire, de sorte que la fonction $f(t)$

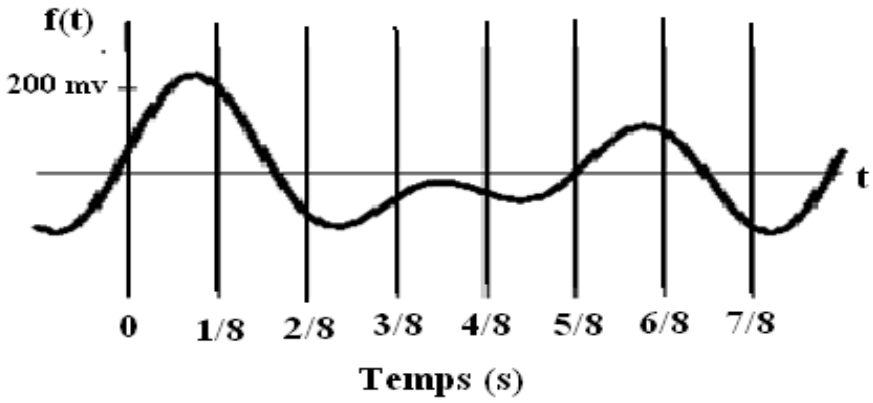

FIGURE 3.1 – Fonction $f(t)$ d'un signal audio.

donnée sur le segment $[0, 7/8000]$ sera décomposée en séries de Fourier de cosinus. En effet, l'objectif principal est de résoudre le problème continu à l'aide d'un ordinateur qui est une machine discrète. La résolution numérique d'un tel problème nécessite une discrétisation du temps. Soit l'échantillon de huit mesures suivant $f(t_i) = y_i, (i = 1, 8)$, avec $\Delta t = 1/8$ représente le pas ou la période d'échantillonnage fixe. On a donc :

$y_1 = 50mV$, $y_2 = 206mV$, $y_3 = -100mV$, $y_4 = -65mV$, $y_5 = -50mV$, $y_6 = -6mV$, $y_7 = 100mV$, $y_8 = -135mV$.

Le but est de décomposer ce signal en une somme des signaux cosinusoïdales représentant chacune une série de Fourier correspondante dont l'équation de chaque signal est donnée par :

$$f_i(t) = y_i(t), (i = 1, 8) \tag{3.6}$$

En faisant la somme de ces signaux cosinusoïdales, nous obtenons comme résultat le signal initial $f(t)$ donné par Figure (3.1). La façon dont on réalise cette décomposition est la suivante :

Nous décidons par exemple que le signal est composé de cosinusoïdes de 0 kHz, 1 kHz, 2 kHz, 3 kHz et 4 kHz. Il nous reste à déterminer les amplitudes et les déphasages correspondants. La procédure à suivre pour résoudre ce problème revient à considérer les deux réalités mathématiques suivantes :

1. Un signal peut être représenté comme étant la somme de plusieurs signaux cosinusoïdaux.

Un pique du signal cosinusoïdale $y_i(t)$ ($i = 1$, nombre d'échantillon) correspond

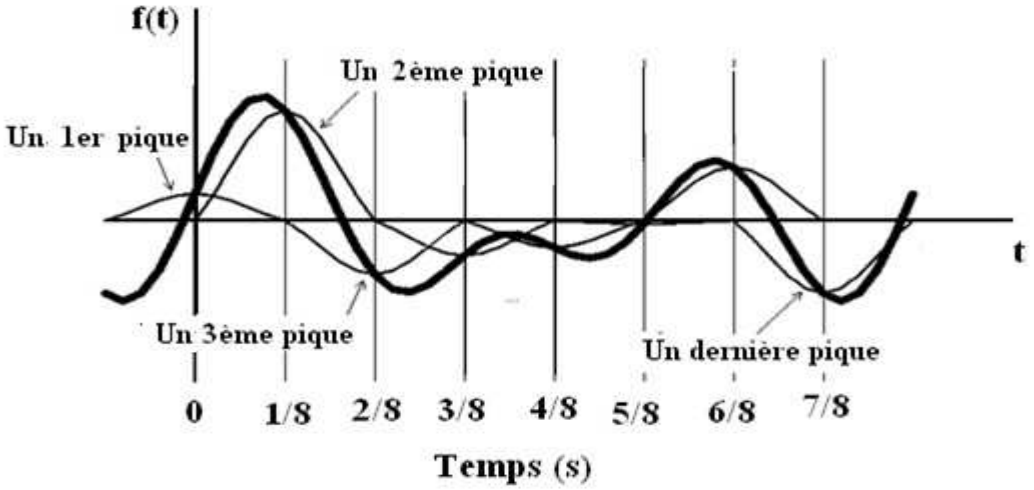

FIGURE 3.2 – Représentation du signal $f(t)$ sous forme des piques.

à sa première amplitude a_i qui coupe le signal $f(t)$ (fonction de séries de Fourier)à l'échantillon i. Le temps correspondant à cet échantillon est dc_i. Le signal $y_i(t)$ est caractérisé donc par les deux facteurs a_i et dc_i. Nous supposons que l'équation de ce signal s'écrit de la manière suivante :

$$y_i(t) = pique(a_i, dc_i, t) \tag{3.7}$$

Soit ne le nombre des échantillons du signal (dans cet exemple $ne = 8$). Le signal $f(t)$ est la somme des signaux cosinusoïdaux donnés par l'équation précédente et représente, au même temps, la série de Fourier globale. Cela donne :

$$f(t) = \sum_{i=1}^{ne} y_i(t) = \sum_{i=1}^{ne} pique(a_i, dc_i, t) \tag{3.8}$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} f(t) = {} & pique(50mV, 0, t) + pique(206mV, 1/8000, t) + pique(-100mV, 2/8000, t) + \\ & pique(-65mV, 3/8000, t) + pique(-50mV, 4/8000, t) + pique(-06mV, 5/8000, t) + \\ & pique(100mV, 6/8000, t) + pique(-135mV, 7/8000, t). \end{aligned} \tag{3.9}$$

2. Un signal cosinusoïdal sous forme de pique peut être décomposé en une série de Fourier bien précise.

Soit f_e la fréquence d'échantillonnage (dans cet exemple $f_e = 8000Hz$). La série de Fourier correspondante à chaque signal cosinusoïdal est donnée par :

$$pique(a_i, dc_i, t) = a_i \sum_{n=0}^{ne/2} b_n \cos(2\pi f_n(t - dc_i)) \tag{3.10}$$

Ce qui donne :

$$f(t) = \sum_{i=1}^{ne} a_i \sum_{n=0}^{ne/2} b_n \cos(2\pi f_n(t - dc_i)) \tag{3.11}$$

Tel que :$f_n = nf_e/ne$, $b_0 = 1/ne$ et $b_1, ..., b_{ne/2} = 2/ne$.

3.2.3 Fonctions B-Splines

Les fonctions *Splines* sont construites à partir d'une combinaison linéaire de fonctions de base dites *B-Splines*. Ces fonctions, pour lesquels les roboticiens montrent un intérêt croissant depuis quelques années, sont plutôt utilisées traditionnellement en C.A.O (conception assistée par ordinateur) pour la génération des trajectoires des robots [157]. Cela revient à ce que ces fonctions réalisent un bon compromis entre la richesse de la modélisation et la facilité de calcul.

Nous présentons dans ce paragraphe un certain nombre de notions fondamentales des fonctions B-Splines et pour une étude complète de ces fonctions, le lecteur intéressé peut se référer à l'ouvrage [155].

a- Caractéristiques du formalisme de B-Spline

L'utilisation des B-Spline fait appel à des points caractéristiques appelés pôles ou points de contrôle. Chaque suite de pôles caractérise une courbe qui passe auprès de ces points. Du point de vue mécanique, les pôles se comportent comme des points d'attraction agissant sur une droite de façon à minimiser son énergie de déformation.

La définition de base des B-Splines fait alors intervenir une suite de nœuds. Ainsi chaque morceau de B-Spline est une courbe de degré n, avec une contrainte de continuité et de dérivabilité d'ordre de *(n+1)* aux niveaux des nœuds. Cela va permettre d'obtenir des fonctions polynomiales par morceaux de degré n qui se raccordent entre eux avec un ordre de continuité différent d'un nœuds à un autre.

Deux paramètres sont donc associés aux B-Splines : l'ordre de la B-Spline (correspondant au degré du polynôme associé) et ses nœuds.

Base de B-Spline

Définition 3.5 : Étant donnée une séquence non décroissante de réels positifs $T = t_i = (t_0, t_1, ..., t_m), (i = 0, m)$, tels que $t_i \leq t_{i+1}$ et $t_i \in [0, 1]$, appelée suite de nœuds, qui contient l'ensemble des points de raccordement. Les B-Spline d'ordre $(n = 1)$ sont définis par :

$$\forall i = \{0, ..., m-1\}, \beta_{i,1}(t) = \begin{cases} 1 & si \quad t \in [t_i, t_{i+1}[\\ 0 & si \quad non \end{cases} \tag{3.12}$$

Et les B-splines d'ordre $n \geq 2$ ($n \in N$) sont définit par la relation de récurrence :

$$\forall i = \{0, ..., m-n\}, \beta_{i,n}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+n+1} - t_i}\beta_{i,n-1}(t) + \frac{t_{i+n} - t}{t_{i+n} - t_{i+1}}\beta_{i+1,n-1}(t) \quad (3.13)$$

Remarque 3.1 : De manière générale, il faut noter que certains nœuds peuvent être confondus. Dans ce cas et par convention, on annule les $\beta_{i,n}(t)$ qui présentent un dénominateur nul dans leur définition. Le nombre d'occurrence d'un point de raccordement est appelé multiplicité du point de raccordement.

Propriétés des B-Splines

Dans le cas général, les B-splines possèdent notamment les propriétés suivantes :

1- Les $\beta_{i,n}(t)$ d'ordre n sont des fonctions polynomiales par morceaux de degré au plus de $(n-1)$;

2- $\forall t \notin [t_i, t_{i+n}]$, $\beta_{i,n}(t) = 0$. De plus $\forall t \in [t_i, t_{i+n}]$, $\beta_{i,n}(t) \geq 0$;

3- Les $\beta_{i,n}(t)$ d'ordre n sont à support borné sur $[t_i, t_{i+n}]$, positives et forment une partition de l'unité sur l'intervalle ou elles sont définis, supposé $[a, b]$: $\forall t \in [a, b]$, $\sum_i \beta_{i,n}(t) = 1$;

4- Soit $t \in]t_i, t_{i+n+1}[$, alors $\beta_{i,n}(t) = 1$ si est seulement si $t_{i+1} = ... = t_{i+n} = t$.

A partir de ces propriétés, signalons que :

- Si les nœuds sont tous distincts, les B-Splines se sont des fonctions de classe C^{n-2}. Lorsqu'un nœud est de multiplicité notée r avec $1 \leq r \leq (n-1)$, la B-Spline n'est que $(n-r-1)$ fois continûment dérivable en ce point.

- Si un nœud est de multiplicité $r = n$, il apparaît alors une discontinuité dans le graphe de la B-Spline.

- A partir des relations de récurrence, nous avons :

$$\dot{\beta}_{i,n}(t) = (n-1)\left(\frac{\beta_{i,n-1}(t)}{t_{i+n-1} - t_i} - \frac{\beta_{i+1,n-1}(t)}{t_{i+n} - t_{i+1}}\right) \quad (3.14)$$

Cette équation permet d'obtenir les dérivées successives des B-Splines en tenant compte de la multiplicité des nœuds.

- Lorsque les nœuds sont équidistants c'est à dire uniformément répartis, nous parlons des B-Splines uniformes, si non nous parlons des B-Splines non uniformes.

Courbes B-Splines

Définition 3.6 : Étant donné $(m'+1)$ points $P_0, ..., P_{m'}$, appelés points de contrôle. Et si nous choisissons pour tous les nœuds internes $T = t_i = (t_1, ..., t_{m-1})$

une multiplicité égale à 1, et une multiplicité égale à $(n+1)$ pour les nœuds externes dont chaque B-Spline de degré n est de classe C^{n-1}. La base des B-Splines est alors composée de $(m+n)$ fonctions. La séquence de nœuds ainsi définie, tout polynôme $S(t)$ (t variable réelle) de degré n avec des points de raccordement de continuité de classe C^{n-1} sur l'intervalle de variation de temps t, peut s'écrire d'une manière unique comme combinaison linéaire des B-Splines d'ordre n, c-à-d pour $S : [t_0, t_m] \rightarrow \Re^2$ nous avons :

$$S_n(t) = \sum_{i=0}^{m-n-1} P_i B_{i,n}(t) \, ; t \in [t_n, t_{m-n}] \tag{3.15}$$

Nons posons $(m-n-1) = m'$.

Remarque 3.2 :

- La courbe $S_n(t)$ obtenue ne passe pas forcément par tous les points de contrôle.

- Le polygone Spline ou S-polygone qui est la ligne brisée joignant les points de contrôle $\{P_0, ..., P_{m'}\}$. Ce polygone est appelé polygone de Boor [155]. La figure (3,3) montre un exemple d'une fonction approximée par B-Spline de degré 3 et de polygone-Spline.

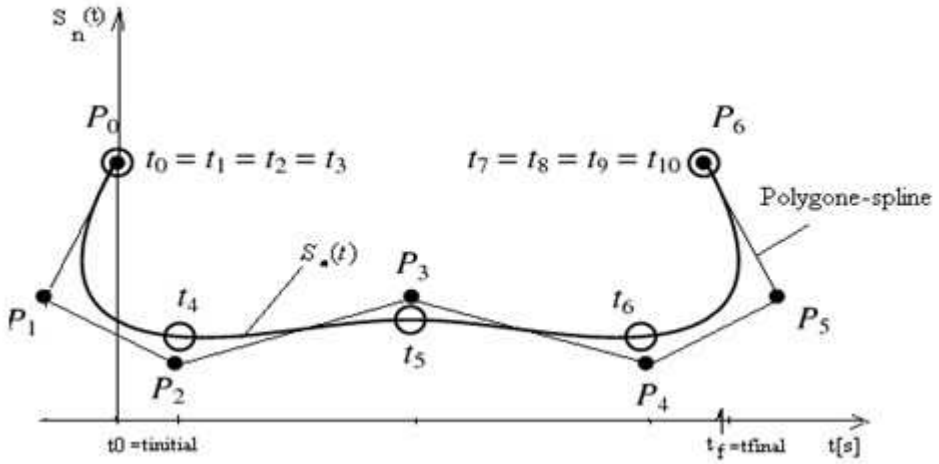

FIGURE 3.3 – Exemple de fonction approximé par B-Spline de degré 3 et de polygone-Spline

Où : $P_i = (P_0, ..., P_6)$ sont les points de contrôle, $T = (t_0, t_1, ..., t_{10})$ est une suite des nœuds, $(t_0 = t_1 = t_2 = t_3)$ représente 4 nœuds successifs confondus (un nœud de multiplicité 4) et $(t_7 = t_8 = t_9 = t_{10})$ représente 4 nœuds successifs confondus (un nœud de multiplicité 4).

Remarque 3.3 : La modification d'un point de contrôle change la forme de la courbe $S_n(t)$.

b- Fonctions B-Splines Cubiques Uniformes

Les B-splines cubiques uniformes, notées B.S.C.U, sont des fonctions d'approximation par morceaux de B-Splines dont les nœuds sont uniformément répartis. Ces fonctions sont de classe C^2 au niveau des points de raccordement des morceaux, c'est d'ailleurs la condition principale pour former des fonctions Splines Cubiques. Les B.S.C.U peuvent être déterminées en fonction de temps ce qui permet d'approximer des fonctions dynamiques. Toutes ces qualités, qui caractérisent cette forme de B-Spline, nous ont donné raison de les utiliser dans notre application.

Base de B-Splines Cubiques Uniformes

Définition 3.7 : Étant donnée une suite de nœuds $T = t_i, (i = 0, \ldots, 4)$ uniformément répartis. La base de B.S.C.U est de degré n $(n = 3)$ et chaque morceau constituant cette fonction est sous forme d'une courbe de degré 3. Étant donné que cette base est définie sur l'intervalle $[-2, 2]$, sa forme peut être écrite comme suit :

$$\beta_{i,3}(t) = \begin{cases} 0 & si \ \ t \leq -2 \\ (2+t)^3 & si \ -2 \leq t \leq -1 \\ 1 + 3(1+t) + 3(1+t)^2 - 3(1+t)^3 & si \ -1 \leq t \leq 0 \\ 1 + 3(1-t) + 3(1-t)^2 - 3(1-t)^3 & si \ 0 \leq t \leq 1 \\ (2-t)^3 & si \ 1 \leq t \leq 2 \\ 0 & si \ 2 \leq t \end{cases} \tag{3.16}$$

La figure (3.4) montre la forme d'une B-Spline Cubique Uniforme de degré 3 donnée par l'équation (3.16) :

La B-spline d'ordre 3 schématisée ci-dessous est composée de morceaux des Splines Cubiques de classe C^2 aux points de raccordement des morceaux, c'est à dire aux nœuds $(t = -2, -1, 0, 1, 2)$.

Courbes B-Splines Cubiques Uniformes

Définition 3.8 : Étant donnée une suite des nœuds $T = t_i, (i = 0, n^{'})$, uniformément répartis sur un intervalle $[a, b]$ et espacés par un pas $h = ((b-a)/n^{'})$. Les nœuds sont donc définis par $t_i = a + ih, (i = 0, n^{'})$, et l'abscisse des t_i est donc $a = t_0 < \ldots < t_{n'} = b$.

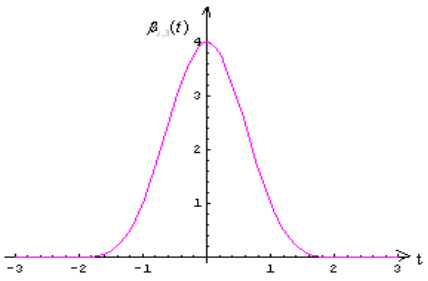

FIGURE 3.4 – Fonction B-Spline Cubique Uniforme d'ordre 3.

L'approximation de $S(t)$ par les B.S.C.U est définie par $\widehat{S}(t)$. Soit :

$$\hat{S}(t) = \sum_{i=-1}^{n^{'}+1} P_i b_{i,3}(t) \tag{3.17}$$

Tel que P_i : représente les points de contrôle $(i = -1, (n^{'} + 1))$.

Remarque 3.4 : Les nœuds t_i représentent les moment d'échantillonnage de l'intervalle de temps t, et nous notons y_i les ordonnées correspondantes aux t_i. La trajectoire originale $S(t)$ est formée donc par les échantillons dont les cordonnées sont données par $(t_i, y_i), (i = 0, n^{'})$.

Définition 3.9 : Soit $b_{i,3}(t) = \beta_{i,3}\left[\frac{t-t_i}{h}\right]$ représente la translation de B.S.C.U sur les nœuds t_i. Pour chaque fonction B.S.C.U centrée au nœud $t_i, (i = 0, n^{'})$, nous faisons intervenir trois pôles P_{i-1}, P_i et P_{i+1}. L'approximation de $S(t)$ par les fonctions B.S.C.U aux nœuds t_i pour $(i = 0, n^{'})$ est donc :

$$\hat{S}(t_i) = \sum_{j=i-1}^{i+1} P_j \beta_{i,3}\left[\frac{t_i - t_j}{h}\right] \tag{3.18}$$

Ce qui donne :

$$\hat{S}(t_i) = P_{i-1}\beta_{i,3}\left[\frac{t_i - t_{i-1}}{h}\right] + P_i\beta_{i,3}\left[\frac{t_i - t_i}{h}\right] + P_{i+1}\beta_{i,3}\left[\frac{t_i - t_{i+1}}{h}\right] \tag{3.19}$$

Avec :

$\beta_{i,3}\left[\frac{t-t_{i-1}}{h}\right] = \beta_{i,3}(1)$;

$\beta_{i,3}\left[\frac{t-t_i}{h}\right] = \beta_{i,3}(0)$;

$\beta_{i,3}\left[\frac{t-t_{i+1}}{h}\right] = \beta_{i,3}(-1)$.

D'après l'équation (3.13), $\beta_{i,3}(1) = 1$, $\beta_{i,3}(0) = 4$ et $\beta_{i,3}(-1) = 1$. L'équation (3.19) devient donc :

$$\hat{S}(t_i) = P_{i-1} + 4P_i + P_{i+1} \tag{3.20}$$

La trajectoire obtenue $\widehat{S}(t)$ passe par les échantillons $(t_i, \widehat{S}(t_i))$ pour $(i = 0, n^{'})$.

Remarque 3.5 : Les signaux $\widehat{S}(t)$ et $S(t), (i = 0, n^{'})$ prennent les même valeurs aux nœuds t_i, en d'autre terme, pour $(i = 0, n^{'})$, nous avons donc :

$$\hat{S}(t_i) = S(t_i) = y_i \tag{3.21}$$

A partir des équations (3.20) et (3.21), nous obtenons le système d'équations suivant, permettant de déterminer les valeurs des pôles dans le cas où les valeurs de y_i sont connus :

$$P_{i-1} + 4P_i + P_{i+1} = y_i \tag{3.22}$$

Mais, nous sommes devant un cas indéterminé. Le système a $(n^{'} + 1)$ équations et $(n^{'} + 3)$ inconnus. Pour remédier à ce problème, il faut ajouter deux autres équations. Les conditions de continuité des fonctions Splines Cubiques revient à ce que les dérivées secondes du premier et du dernier nœud doivent être nulles. Cela est traduit par les conditions suivantes :

$$\begin{cases} \hat{S}''(t_0) = S''(t_0) = 0 \\ \\ \hat{S}''(t_{n'}) = S''(t_{n'}) = 0 \end{cases} \tag{3.23}$$

Ce qui implique :

$$\begin{cases} \frac{6(P_{-1} - 2P_0 + P_1)}{h^2} = 0 \\ \\ \frac{6(P_{n'-1} - 2P_{n'} + P_{n'+1})}{h^2} = 0 \end{cases} \tag{3.24}$$

Nous avons donc :

$$\begin{cases} P_{-1} - 2P_0 + P_1 = 0 \\ \\ P_{n'-1} - 2P_{n'} + P_{n'+1} = 0 \end{cases} \tag{3.25}$$

A partir des équations (3.22) et (3.25), nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{-1} \\ P_0 \\ P_1 \\ \vdots \\ P_{n'-1} \\ P_{n'} \\ P_{n'+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{n'-1} \\ y_{n'} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.26}$$

Nous obtenons enfin la forme générale du signal $S(t)$ approximé par B.S.C.U :

$$\hat{S}(t) = \sum_{j=i-1}^{i+1} P_j \beta_{j,3} \left[\frac{t - t_j}{h}\right],\ t \in [t_i, t_{i+1}]\,, (i = 0, n^{'}) \tag{3.27}$$

Avec les conditions de continuité $(\hat{S}''(t_0) = 0)$ et $(\hat{S}''(t_{n'}) = 0)$.

Remarque 3.6 : L'ordre des fonctions B.S.C.U ainsi que la suite des nœuds sont choisis en fonction du nombre de variables que l'on veut optimiser, des contraintes aux limites et de l'ordre des dérivées du signal que nous voulons l'approximer. Ce signal représente dans notre application les couples moteurs $\tau_i, (i = 1, 2)$.

3.3 Techniques d'optimisation du mouvement

3.3.1 Motivation et préliminaires

L'effort de la communauté des chercheurs en systèmes robotisés non linéaires a été concentré autour du développement des méthodes de génération des trajectoires basées sur une optimisation paramétriques sous contraintes, dont la résolution consiste à explorer un espace de recherche afin de maximiser (ou minimiser) une fonction coût donnée.

La complexité (en taille ou en structure) relative à l'espace de recherche et de la fonction coût conduit à utiliser des méthodes de résolutions radicalement différentes, qui peuvent être divisées en deux catégories.

La première d'entre elles s'inscrit dans les méthodes déterministes qui sont adaptées à un espace de recherche petit et complexe, tel que la méthode SQP (Sequential Quadratic Programming). Ces techniques sont intéressantes par leur robustesse numérique mais les solutions obtenues sont souvent suboptimales et la fonction coût doit satisfaire quelques conditions tels que la continuité et la dérivabilité.

La deuxième catégorie est classée parmi les méthodes de recherche stochastique qui sont utilisées pour un espace de recherche de taille importante, tel que les méthodes évolutionnaires et plus précisément les algorithmes génétiques (AGs). C'est cette technique qui a été choisi pour optimiser les commandes de référence du robot golfeur. Un tel choix est basé sur le fait qu'elle a été appliquée avec succès à plusieurs problèmes d'optimisation et a été jugé intéressante pour résoudre le problème d'optimisation des trajectoires générées [17]-[19], [105] et [158].

En général, le problème d'optimisation sous contraintes peut être formulé de la

façon suivante :

$$\begin{array}{l} \min\limits_{x \in R^n} f(x) \\ sous\ contraintes \\ g(x) = 0, \\ h(x) \leq 0, \\ x = x_0 \end{array} \tag{3.28}$$

Où $f : R^n \rightarrow R$, représente le critère de performance à optimiser ou fonction coût ;
$g : R^n \rightarrow R^l$,représente des contraintes d'égalité ;
$h : R^n \rightarrow R^m$, représente des contraintes d'inégalité ;
$x_0 \in \Re^n$, représente les valeurs initiales des variables à optimiser x.

3.3.2 Les Algorithmes Génétiques

a- Déscription

Les algorithmes génétiques (AGs) sont des algorithmes informatiques inspirés de la théorie darwinienne [159], fondés essentiellement sur le mécanisme de la sélection naturelle et de la génétique. Cette théorie repose sur deux postulats simples [160] :

- Dans chaque environnement, seul les espèces les mieux adaptées perdurent au cours des temps, les autres étant condamnées à disparaître ;

- Au sein de chaque espèce, le renouvellement des populations est essentiellement dû aux meilleurs individus de l'espèce.

Les AGs ont déjà une histoire relativement ancienne puisque les premiers travaux de John Holland sur les systèmes adaptatifs remontent à 1962, dailleur c'est le premier qui a reconnu l'intérêt d'utiliser des opérateurs génétiques dans les problèmes de l'adaptation artificiels [159].

Aujourd'hui, les champs d'application des AGs sont très vastes car ces techniques présentent un ensemble de qualités remarquables : simplicité, efficacité, robustesse et aucune connaissance de l'espace de recherche n'est requise. Ce sont des approches probabilistes mais pas totalement aléatoires [161]. Elles sont aussi adaptées aux problèmes pratiques où les fonctions objectives à minimiser sont à variables discrètes.

b- Propriétés

Bien que l'optimisation ne fût pas l'objectif premier des AGs, elle représente aujourd'hui l'écrasante majorité des applications de ses techniques. C'est cet usage que nous allons considérer dans ce travail.

Nous pouvons donc citer les quatre propriétés des AGs qui justifient notre choix de les avoir utilisés dans notre problème d'optimisation :

- Les AGs utilisent un codage des paramètres ;

- Les AGs travaillent sur une population de points, au lieu d'un point unique ;

- Les AGs n'utilisent que les valeurs de la fonction étudiée, et ne pas sa dérivée ou une autre connaissance auxiliaire ;

- Les AGs utilisent des règles de transition probabilistes, et non déterministes.

L'utilisation des AGs nécessite la disposition des cinq éléments suivants :

- Une représentation chromosomique des solutions des problèmes : Cette étape associe à chacun des points de l'espace de recherche une structure de données sous forme d'un code. Cette structure conditionne le succès des algorithmes génétiques ;

- Un mécanisme de génération de la population initiale : Ce mécanisme doit être capable de produire une population d'individus non homogènes qui servira de base pour les générations futures ;

-Une fonction d'évaluation : Celle-ci retourne une valeur appelée fitness ou fonction d'évaluation ou d'adaptation de l'individu à son environnement. En effet, elle permet de classer les solutions en fonction de leurs aptitudes ;

-Des opérateurs permettant de diversifier la population au cours des générations et d'explorer l'espace de recherche. Cela revient à définir la manière dont les caractéristiques génétiques 'des parents' sont transmises aux descendants 'enfants'. L'opérateur de croisement recompose les gènes d'individus existant dans la population, tandis-que l'opérateur de mutation a pour but de garantir l'exploration de l'espace de recherche ;

-Des paramètres de dimensionnement du problème utilisés par l'AG, tels que la taille de la population, le nombre total de générations, critère d'arrêt de l'algorithme, les probabilités d'application des opérateurs de croisement P_c et de mutation P_m,etc.

L'usage des AGs est adapté à une exploration rapide et globale d'un espace de recherche de grande taille à variable mixte afin d'éviter de stagner dans un optimum local dont l'expression de la fonction coût est le résultat d'une simulation sans expression analytique. Les AGs sont aussi adaptés à une exploitation des meilleurs individus obtenus, afin d'atteindre les meilleures valeurs aux alentours. Trop d'exploitation entraîne une convergence vers un optimum local, alors que trop d'exploration entraîne la divergence de l'algorithme.

c- Principe de fonctionnement

Le principe général de fonctionnement d'un algorithme génétique repose sur les étapes suivantes :

Algorithme 3.1

Début

Initialisation :
- Production aléatoirement d'une population initiale formée d'individus ;
- Spécification de la fonction d'évaluation 'fitness' ;
- Choix des probabilités des opérateurs de l'AG : P_m et P_c ;
- Choix de la méthode de sélection ;
- Choix du critère d'arrêt de l'algorithme.

Évaluation de la 'fitness' de chaque individu :
- Assignation d'une valeur d'aptitude à chaque individu de la population en utilisant la fonction d'évaluation.

Classement des individus des meilleurs aux mauvais.

Tant que le critère d'arrêt n'est pas satisfait :
- Création d'une nouvelle population de chromosomes en appliquant les opérations génétiques suivantes : sélection, croisement et mutation .

Fin tant que :
- l'individu qui a été identifié par la méthode de désignation est retourné comme étant le meilleur chromosome produit.

Fin.

Les différentes étapes de cet algorithme ainsi que le principe de fonctionnement de ses opérateurs et leur choix sont détaillés dans la référence [161]. Figure (3.5) montre le principe de fonctionnement de cette technique d'optimisation et un exemple de mutation et de croisement.

Il s'agit donc d'un algorithme stochastique itératif qui opère sur des ensembles de points codés, à partir d'une population initiale, et qui est bâti à l'aide de trois opérateurs : croisement, mutation et sélection. Les deux premiers sont des opérateurs d'exploration de l'espace, tandis que le dernier fait évoluer la population vers l'optimal global du problème.

Nous pouvons ainsi régler les parties respectives d'exploration et d'exploitation en modifiant les divers paramètres de l'algorithme (probabilités d'application des opérateurs, méthode de sélection, etc.). Malheureusement, il n'existe pas de règles universelles de réglages de ces paramètres, et seuls les résultats expérimentaux donnent une idée sur le comportement des divers composantes de l'algorithme.

Différents critères d'arrêt de l'algorithme peuvent être choisis. La procédure la

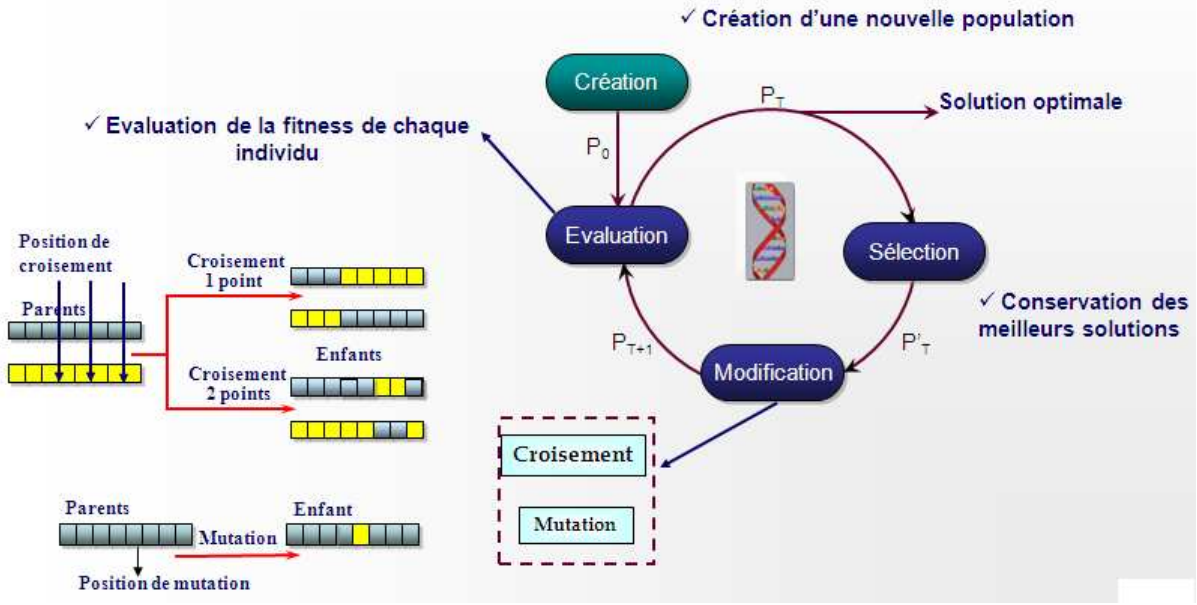

FIGURE 3.5 – Principe de fonctionnement d'un Algorithme Génétique.

plus courante et la plus simple est sans conteste d'effectuer un nombre prédéfini d'itérations mais d'autres sont possibles. Nous pouvons distinguer quatre critères, qui sont :

- Le nombre de génération à atteindre, fixé initialement ;
- La valeur de la fonction d'adaptation à satisfaire, fixée à priori ;
- L'absence d'évolution de la valeur de la fonction d'adaptation des individus d'une population à une autre ;
- Les chromosomes ont atteint un certain degré d'homogénéité.

3.4 Application des AGs pour optimiser le mouvement du robot

3.4.1 Introduction

La génération de mouvement du robot golfeur consiste à approximer les commandes des deux actionneurs, à partir des couples initiaux $\tau_{1,2\,(t_{initial})} = \tau_{10,20}$ jusqu'aux couples finaux $\tau_{1,2\,(t_{final})} = \tau_{1f,2f}$, en se basant sur les théories des deux méthodes expliquées précédemment, à savoir les séries de Fourier et les fonctions

B.S.C.U.

Nous allons exploiter ensuite, l'efficacité des AGs pour résoudre le problème d'optimisation sous contraintes du mouvement du robot, figure (3.6). Les variables articulaires optimales sont obtenues ensuite par la résolution de la dynamique inverse du robot.

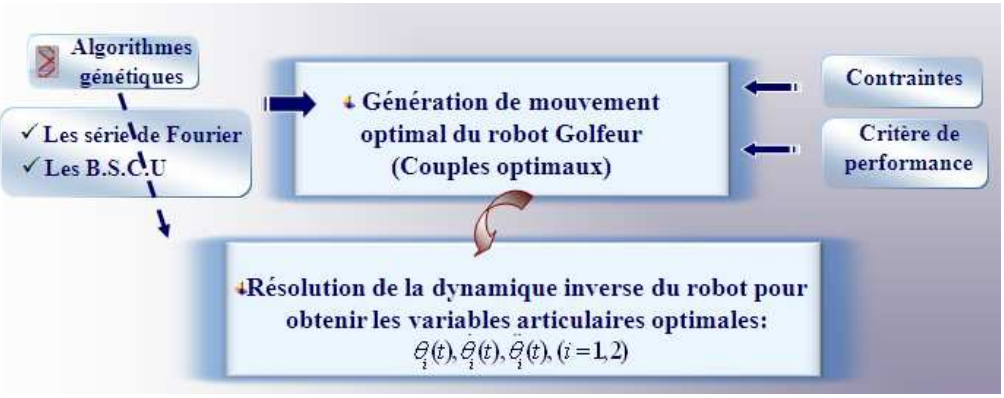

FIGURE 3.6 – Mouvement optimal généré par le robot golfeur.

3.4.2 Génération de mouvement du robot par séries de Fourier

La génération de mouvement du robot golfeur revient à la génération des couples correspondants $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$. Ce mouvement est soumis à des contraintes et caractérisé par sa périodicité, parité, continuité, monotonie et bornitude sur le segment $[0, t_f]$. Ce mouvement (courbes de $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$) répond donc aux conditions de ***Dirichlet*** ce qui nous permet de le développer en séries de Fourier.

Procédure à suivre

Nous prolongeons $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$ sur le segment $[0, t_f]$, de façon paire, tout en conservant leurs caractéristiques de continuité, monotonie et bornitude. Les signaux ainsi obtenus répondent aux conditions de *Dirichlet*, nous pouvons donc les développer en séries de Fourier de cosinus de sorte que les signaux définis sur le segment $[0, t_f]$ seront aussi développés en séries de Fourier de cosinus. Pour cela, nous allons appliquer la méthode présentée dans la section (3.2.2-c1) selon le 2ème cas, dont les formules des deux couples sont mises sous la forme de l'équation (3.11). Ce qui donne :

$$\tau_1(t) = \sum_{i=1}^{ne} a_i \sum_{n=0}^{ne/2} b_n \cos(2\pi f_n(t - dc_i)) \tag{3.29}$$

$$\tau_{2actif}(t) = \sum_{i=1}^{ne} a_i' \sum_{n=0}^{ne/2} b_n \cos(2\pi f_n(t - dc_i')) \tag{3.30}$$

Pour chaque courbe $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$, nous fixons la période de mouvement du robot t_f et le temps d'impact t_m et nous choisissons le nombre des échantillons ne, la fréquence d'échantillonnage f_e et le décalage ($dc_i = dc_i^{'}, (i = 1, ne)$) par rapport à l'origine correspond à l'échantillon i. Il nous reste à déterminer convenablement les amplitudes des piques $a_i, a^{'}{}_i, (i = 1, ne)$ correspondantes respectivement aux signaux $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$.

L'algorithme suivant résume les différentes étapes à suivre pour approximer le mouvement du robot golfeur généré par les séries de Fourier :

Algorithme 3.2

Début

Initialisation :
- Introduction des paramètres du robot ;
- Choix du temps final t_f et temps d'impact t_m ;
- Spécification des paramètres nécessaires pour le calcul des séries de Fourier (f_e,ne,dc_i) ;
- Initialisation des coefficients de Fourier $a_i, a^{'}{}_i$,$(i = 1, ne)$.

Tant que $t < t_f$:
- Calcul de $\tau_1(t)$ par l'équation (3.29) et $\tau_{2actif}(t)$ par l'équation (3.30) ;
- Passage par un saturateur représentant les limites physique des moteurs à ne pas dépasser ;
- Calcul de $\tau_{2passif}(t)$ par l'équation (2.23) et $\tau_2(t)$ par l'équation (2.24) ;
- Résolution de la dynamique inverse du robot ;
- Obtention des variables articulaires du robot $\theta_{1,2}(t)$,$\dot{\theta}_{1,2}(t)$ et $\ddot{\theta}_{1,2}(t)$.

Fin tant que

Fin.

3.4.3 Génération de mouvement du robot par B.S.C.U

Nous avons décrit précédemment (paragraphe (3-2-3)) la construction d'un espace de dimension fini en utilisant les fonctions B.S.C.U pour spécifier une trajectoire $S(t)$. Nous allons appliquer cette approche pour générer les deux commandes (couples) $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$ définies dans un intervalle de temps $[0, t_f]$, dont la procédure à suivre est donnée par :

Procédure à suivre

Soit $t_i, (i = 0, n^{'})$ une subdivision uniforme de l'intervalle $[0, t_f]$ espacé par un pas h. Les commandes s'écrivent alors comme une combinaison linéaire formée par des fonctions B.S.C.U d'ordre 3 suivant l'équation (3.27), nous obtenons alors :

$$\tau_1(t) = \sum_{j=i-1}^{i+1} P_j \beta_{j,3} \left[\frac{t - t_j}{h}\right],\ t \in [t_i, t_{i+1}], (i = 0, n^{'}) \tag{3.31}$$

$$\tau_{2actif}(t) = \sum_{j=i-1}^{i+1} \hat{P}_j \beta_{j,3} \left[\frac{t - t_j}{h}\right],\ t \in [t_i, t_{i+1}], (i = 0, n^{'}) \tag{3.32}$$

Les conditions de continuité sont données selon l'équation (3.23) :

$$\begin{cases} \tau_1''(t_0) = 0 \\ \tau_1''(t_{n'}) = 0 \end{cases} \tag{3.33}$$

$$\begin{cases} \tau_{2actif}''(t_0) = 0 \\ \tau_{2actif}''(t_{n'}) = 0 \end{cases} \tag{3.34}$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} P_{-1} - 2P_0 + P_1 = 0 \\ P_{n'-1} - 2P_{n'} + P_{n'+1} = 0 \end{cases} \tag{3.35}$$

$$\begin{cases} \hat{P}_{-1} - 2\hat{P}_0 + \hat{P}_1 = 0 \\ \hat{P}_{n'-1} - 2\hat{P}_{n'} + \hat{P}_{n'+1} = 0 \end{cases} \tag{3.36}$$

Ainsi que les conditions données par equation (3.22) :

$$P_{i-1} + 4P_i + P_{i+1} = \tau_1(t_i) \tag{3.37}$$

$$\hat{P}_{i-1} + 4\hat{P}_i + \hat{P}_{i+1} = \tau_2(t_i) \tag{3.38}$$

Avec : $P_j, \hat{P}_j, (j = -1, n^{'} + 1)$ sont respectivement les points de contrôle correspondants aux couples $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$.

L'algorithme suivant résume les différentes étapes à suivre pour calculer le mouvement du robot golfeur généré par les fonctions B.S.C.U :

Algorithme 3.3

Début

Initialisation :

- Introduction des paramètres du robot ;
- Choix du temps final t_f et temps d'impact t_m ;
- Spécification des paramètres nécessaires pour le calcul des B.S.C.U $(n^{'}, t_i, h)$;

– Initialisation des points de contrôle P_j et $\hat{P}_j$, avec $(j = -1, n^{'} + 1)$.

Tant que $t < t_f$:
– Calcul de $\tau_1(t)$ par l'équation (3.31) et $\tau_{2actif}(t)$ par l'équation (3.32) ;
– Passage par un saturateur représentant les limites physique des moteurs à ne pas dépasser ;
– Calcul de $\tau_{2passif}(t)$ par l'équation (2.23) et $\tau_2(t)$ par l'équation (2.24) ;
– Résolution de la dynamique inverse du robot ;
– Obtention des variables articulaires du robot $\theta_{1,2}(t)$,$\dot{\theta}_{1,2}(t)$ et $\ddot{\theta}_{1,2}(t)$

Fin tant que.

Fin.

3.4.4 Caractéristiques des trajectoires optimales

Nous allons présenter dans ce paragraphe une formulation de base du problème d'optimisation non linéaire sous contraintes du mouvement du robot golfeur suivant l'équation (3.28)

a- Contraintes

Les différents types de contraintes qui conditionnent le mouvement du robot golfeur et que nous devons prendre en compte lors du calcul des commandes (couples) optimales sont les suivantes :

a-1 Conditions aux limites des articulations du robot

Le mouvement du robot manipulateur est caractérisé par trois configurations :

$$\begin{cases} \theta_{i0}, \dot{\theta}_{i0}, \ddot{\theta}_{i0} \ , & Configuration \quad initiale \ . \\ \theta_{im}, v_{2xm}, v_{2ym}, & Configuration \quad d'impact. \\ \theta_{if}, \dot{\theta}_{if}, \ddot{\theta}_{if}, & Configuration \quad finale. \end{cases} \tag{3.39}$$

a-2 Équation d'état du robot

Comme le bras manipulateur est caractérisé par son mouvement hyper dynamique, son comportement dynamique doit être pris en considération, ce qui donne :

$$\forall t \in [t_0, t_f], \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \tag{3.40}$$

a-3 Contraintes dues au sous actionnement

Comme nous avons déjà mentionné, le robot golfeur est supposé sous actionné, d'où l'utilisation des stoppeurs au niveau des articulations supposées passives. Ces

stoppeurs génèrent un couple passif qui est calculé suivant l'équation (2.23). Cette équation peut être représentée formellement par les contraintes d'égalités suivantes :

$$\forall\theta_2(t) \in [\theta_2^{lb}, \theta_2^{\min}], \tau_{2passif}^{\min} = k_w(20^\circ - |\theta_2 - \theta_{2\,\min}|) - c_w\dot{\theta}_2 \tag{3.41}$$

$$\forall\theta_2(t) \in [\theta_2^{\max}, \theta_2^{ub}], \tau_{2passif}^{\max} = k_w(20^\circ - |\theta_{2\,\max} - \theta_2|) - c_w\dot{\theta}_2 \tag{3.42}$$

a-4 Contraintes cinématiques

L'espace d'évolution des deux articulations constituant le bras manipulateur est donné par l'équation (2.1). Cette condition se traduit ainsi par :

$$\forall t \in [t_0, t_f], \theta_i^{\min} \leq \theta_i \leq \theta_i^{\max}, (i = 1, 2) \tag{3.43}$$

a-5 Contraintes dues aux stoppeurs

La structure des stoppeurs permet d'élargir la plage de mouvement de la deuxième articulation (θ_2) lorsque le club atteint les extrémités de ces stoppeurs. Ces contraintes ont été données par l'équation (2.2) et peuvent être reformulées sous la forme des contraintes d'inégalités suivantes :

$$\forall\theta_2(t) \in \left[\theta_2^{lb}, \theta_2^{\min}\right], \theta_2^{lb} \leq \theta_2 \leq \theta_2^{\min} \tag{3.44}$$

$$\forall\theta_2(t) \in \left[\theta_2^{\max}, \theta_2^{ub}\right], \theta_2^{\max} \leq \theta_2 \leq \theta_2^{ub} \tag{3.45}$$

a-6 Domaine de commande admissible

En pratique, les commandes (couples actionneurs) sont bornées pour des raisons liées aux limites physiques des moteurs choisis suivant le mécanisme du système considéré. Ces limites, appelées aussi contraintes technologiques, ne peuvent être franchies sans risque de destruction du système. Il en résulte un domaine de commandes admissibles défini par :

$$\forall t \in [t_0, t_f], \tau_i^{\min} \leq \tau_i(t) \leq \tau_i^{\max}, (i = 1, 2). \tag{3.46}$$

b- Critères de performance

Dans la plus part des applications robotiques, le critère ou la fonction coût à optimiser représente une quantité physique bien déterminée qui dépend de l'application en question. Dans notre cas, en plus du critère des erreurs d'impact et finales, nous allons considérer aussi le critère d'énergie motrice dépensée par le robot ainsi que le critère qui représente la vitesse maximale du club au moment d'impact.

b-1 Critères d'erreur

Notre objectif principal est de reproduire le mouvement d'un golfeur professionnel. Pour cela nous devons minimiser l'erreur entre les configurations désirées

(d'impact et finales données par les équations (3.39) et celles mesurées. Ces critères d'erreurs sont les suivants :

Erreur d'impact

$$\Theta_m = \left[\theta_i(t_m) - \theta_{im}; v_x(t_m) - v_{xm}; v_y(t_m) - v_{ym}\right], (i = 1, 2) \tag{3.47}$$

Erreur finale

$$\Theta_f = \left[\dot{\theta}_i(t_f) - \dot{\theta}_{if}; \ddot{\theta}_i(t_f) - \ddot{\theta}_{if}\right], (i = 1, 2) \tag{3.48}$$

Critère d'erreur mixte

$$J_b = \Theta_m^T w_1 \Theta_m + \Theta_f^T w_2 \Theta_f \tag{3.49}$$

b-2 Critère de minimisation d'énergie

Le critère énergétique, qui consiste á minimiser l'énergie motrice dépensée par le robot le long de son mouvement, est défini par :

$$J_{c1} = \int_0^{t_f} \left|\tau_1(t).\dot{\theta}_1(t)\right| dt + \int_0^{t_f} \left|\tau_{2actif}(t).\dot{\theta}_2(t)\right| dt \tag{3.50}$$

La discrétisation de ce critère transforme l'équation (3.49) comme suit :

$$J'_{c1} = \sum_{k=t_0}^{t_f} \left|\tau_1(t_k).\dot{\theta}_1(t_k)\right| + \sum_{k=t_0}^{t_f} \left|\tau_{2actif}(t_k).\dot{\theta}_2(t_k)\right| \tag{3.51}$$

b-3 Critère de maximisation de la vitesse d'impact

Le robot est appelé á effectuer un mouvement ultra rapide. Cela peut se traduire par des grandes vitesses d'impact. Il est donc intéressant de choisir comme critère de performance, de maximiser cette vitesse d'impact, qui peut être formulé de la façon suivante :

$$J_{c2} = |1/v_{2x}(t_m)| \tag{3.52}$$

b-4 Critères mixte (erreur,énergie)

Ce critère est donné par :

$$J_1 = \Theta_m^T w_1 \Theta_m + \Theta_f^T w_2 \Theta_f + w_3 J'_{c1} \tag{3.53}$$

b-5 Critères mixte (erreur,vitesse)

Ce critère est donné par :

$$J_2 = \Theta_m^T w_1 \Theta_m + \Theta_f^T w_2 \Theta_f + w_4 J_{c2} \tag{3.54}$$

Avec w_1, w_2, w_3 et w_4 sont des coefficients de pondération dont le rôle est de privilégier la minimisation d'une grandeur par rapport à une autre.

3.4.5 Formulation du problème d'optimisation

Le problème posé maintenant est celui de trouver un générateur de mouvement optimal permettant de satisfaire les contraintes et les critères de performance déterminés précédemment. Cette formulation conduit à des problèmes d'optimisation fonctionnelle, d'où l'intérêt d'utiliser des méthodes de génération de mouvement paramétriques représentées par un vecteur des variables (les coefficients de Fourier ou les points de contrôle des B.S.C.U). Cela consiste à ramener le problème fonctionnel sous contraintes dynamiques à un problème d'optimisation de variables sous contraintes algébriques en satisfaisant des contraintes diverses et en minimisant une fonction multi-objectives.

a- Cas des couples générés par les séries de Fourier

Puisque les couples $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$ sont approximés par les séries de Fourier, donnés par les équations (3.29) et (3.30), les contraintes données par équation (3.46), concernent donc les coefficients de Fourier $\{a_i, a_i'\}, (i = 1, ne)$, ce qui donne :

$$\forall t \in [t_0, t_f], \begin{cases} \tau_1^{\min} \leq a_i \leq \tau_1^{\max} \\ \tau_2^{\min} \leq a_i' \leq \tau_2^{\max} \end{cases} \tag{3.55}$$

Le problème d'optimisation non linéaire sous contraintes se met donc sous la forme suivante :

$$\min_{(\{a_i, a_i'\})_{i=0,ne}} J_{1,2}(a_i, a_i')$$

$$\text{Sous contraintes Equs : } (3.39), (3.40), (3.41), (3.42), (3.43), (3.44), (3.45) \text{et} (3.55) \tag{3.56}$$

b- Cas des couples générés par les fonctions B.S.C.U

Puisque les couples $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$ sont approximés par les B.S.C.U, donnés par les équations (3.31) et (3.32), les contraintes données par équations (3.46) concernent donc les points de contrôle des fonctions B.S.C.U, $\{P_j, \hat{P}_j\}, (j = -1, n^{'} + 1)$, ce qui donne :

$$\forall t \in [t_0, t_f], \begin{cases} \tau_1^{\min} \leq P_{i-1}(t) + 4P_i(t) + P_{i+1}(t) \leq \tau_1^{\max} \\ \tau_2^{\min} \leq \hat{P}_{i-1}(t) + 4\hat{P}_i(t) + \hat{P}_{i+1}(t) \leq \tau_2^{\max} \end{cases}, (i = j+1, j-1) \tag{3.57}$$

En plus de ces conditions, il y'a d'autres contraintes assurant la continuité des couples données par :

$$\begin{cases} P_{-1} - 2P_0 + P_1 = 0 \\ P_{n'-1} - 2P_{n'} + P_{n'+1} = 0 \\ \hat{P}_{-1} - 2\hat{P}_0 + \hat{P}_1 = 0 \\ \hat{P}_{n'-1} - 2\hat{P}_{n'} + \hat{P}_{n'+1} = 0 \end{cases} \tag{3.58}$$

Le problème d'optimisation non linéaire sous contraintes se met donc sous la forme suivante :

$$\min_{(\{P_j,\hat{P}_j\})_{j=-1,n'+1}} J_{1,2}(P_j,\hat{P}_j)$$

Sous contraintes Equs : (3.39), (3.40), (3.41), (3.42), (3.43), (3.44), (3.45)(3.57)et(3.58) (3.59)

3.5 Simulations et interprétation des résultats

Les simulations des différentes méthodes de génération de mouvement optimal du robot golfeur développées dans ce chapitre sont faites en utilisant le logiciel de simulation Matlab/Simulink ainsi que les paramètres donnés dans Annexe A. Nous ajoutons les données suivantes

Configuration initiale

$$\begin{cases} \theta_{10} = 3\pi/2(rad), \theta_{20} = 2\pi(rad) \\ \dot{\theta}_{i0} = 0(rad/s) \\ \ddot{\theta}_{i0} = 0(rad/s^2) \end{cases} , (i = 1, 2) \tag{3.60}$$

Configuration d'impact

$$\begin{cases} \theta_{1m} = 3\pi/2(rad), \theta_{2m} = 2\pi(rad) \\ v_{2xm} = 20, ..., 30(m/s) \\ v_{2ym} = 0(m/s) \end{cases} \tag{3.61}$$

Configuration finale

$$\begin{cases} \theta_{if}(rad) = \begin{cases} 4\pi/9 \leq \theta_{1f} \leq 8\pi/3 \\ 4\pi/3 \leq \theta_{2f} \leq 8\pi/3 \end{cases} \\ \dot{\theta}_{if} = 0(rad/s) \\ \ddot{\theta}_{if} = 0(rad/s^2) \end{cases} , (i = 1, 2) \tag{3.62}$$

Plage de mouvement des positions angulaires

$$\begin{cases} \theta_1^{\min} \leq \theta_1 \leq \theta_1^{\max}(\deg) \Rightarrow 80 \leq \theta_1 \leq 460 \\ \theta_2^{\min} \leq \theta_2 \leq \theta_2^{\max}(\deg) \Rightarrow 260 \leq \theta_2 \leq 460 \\ \theta_2^{lb} \leq \theta_2 \leq \theta_2^{\min}(\deg) \Rightarrow 240 \leq \theta_2 \leq 260 \\ \theta_2^{\max} \leq \theta_2 \leq \theta_2^{ub}(\deg) \Rightarrow 460 \leq \theta_2 \leq 480 \end{cases} \tag{3.63}$$

Paramètres de l'intervalle de temps des trajectoires

$t_0 = 0(s)$, $t_f = 1.4(s)$, $ne = 8(échantillons)$, $\Delta t = 0.2(s)$ pas d'échantillonnage et

$f_e = 1/1.2(Hz)$ fréquence d'échantillonnage.

Paramètres de l'algorithme génétique

Il est à noter que les paramètres des AGs sont choisis après plusieurs essais :

$N = 100$ est la taille de la population, $G = 200$ est le nombre de génération dans le cas des séries de Fourier et $G = 300$ dans le cas des B.S.C.U, $P_m = 0.01$, $P_c = 0.9$, Roulette Biaisée comme méthode de sélection, codage réel des individus,fonction 'fitness' : J_1, Équation (3.53), et J_2, Équation (3.54) et le critère d'arrêt de simulation est 'fitness atteint une valeur fixée à priori'.

Différentes simulations, de la génération du mouvement optimal du robot, ont été effectuées hors ligne suivant l'algorithme 3.1, en choisissant à chaque fois le moment d'impact (t_m)ainsi que la vitesse désirée correspondante $v_{2xm} = 20, ..., 35(m/s)$ et en minimisant pour chaque vitesse un critère de performance $J_{1,2}$, Équations (3.56) et (3.59).

Remarque 3.4 :

Nous présentons par la suite les résultats de simulations ainsi obtenus comme suit :

Les figures (a) représentent les positions angulaires optimales ;

Les figures (b) représentent les vitesses angulaires optimales ;

Les figures (c) représentent les couples moteurs optimaux ;

Les figures (d) représentent les couples dynamiques d'anticipation optimaux ;

Et les figures (e) représentent les vitesses linéaires optimales.

Dans la synthèse des résultats obtenus, nous notons la première articulation par *artic1* et la deuxième articulation par *artic2*.

3.5.1 Mouvement optimal généré par séries de Fourier

Les couples $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$ sont approximés suivant l'algorithme 3.2 et le couple $\tau_2(t)$ est calculé ensuite selon l'équation (2.24).

La résolution de ce problème consiste d'abord á spécifier les paramètres nécessaires pour le calcul des séries de Fourier (f_e,ne) donnés précédemment ainsi que dc_i et dc'_i donnés par $dc_i = dc'_i = \left\{ \begin{array}{cccccccc} 0 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 0.8 & 1 & 1.2 & 1.4 \end{array} \right\}(s)$.

Le vecteur noté $\Lambda = \{a_i, a'_i\}, (i = 1, ne)$, comprenant les coefficients de Fourier à optimiser, sera déterminé par la méthode des AGs suivant l'algorithme 3.1. La formulation d'un tel problème d'optimisation est donné par l'équation (3.56).

L'intervalle de variation des paramètres à optimiser est donné par l'équation (3.55) dont le nombre est de 16 variables.

Les résultats de simulation ainsi obtenus pour quelques exemples de trajectoires optimales sont donnés suivant le cas étudié.

a- Critère de performance mixte (erreur,énergie)

L'optimisation d'un tel critère revient à résoudre le problème à minimiser donné par l'équation (3.53), en utilisant les AGs, dont la fonction côut est donnée par l'équation (3.56).

Les résultats issus de cette optimisation, pour chaque vitesse d'impact désirée $v_{2xm} = 20, 25, 30, 35(m/s)$, sont représentés respectivement par les figures, (3.7), (3.8), (3.9) et (3.10).

Les paramètres optimaux du vecteur $\Lambda = \{a_i, a'_i\}, (i = 1, ne)$ obtenus pour chaque vitesse d'impact désirée sont :

-Pour $v_{2xm} = 20(m/s)$:

$a_i = \{-27.9171, -31.0837, 0, 50.5629, 50.2816, -10.0001, -60.4632, 0\}$;

$a'_i = \{-7.6275, -6.4414, -3.7487, 4.3631, 0.8062, 4.5294, -2.500, 0\}$.

-Pour $v_{2xm} = 25(m/s)$:

$a_i = \{-35.4105, -33.6745, -1.0201, 57.5203, 57.5635, -5.8602, -73.9344, 0\}$;

$a'_i = \{-6.4278, -6.0918, -3.6490, 6.2062, 0.3381, 5.0173, -4.2883, 0\}$.

-Pour $v_{2xm} = 30(m/s)$:

$a_i = \{-43.9862, -40.8052, 0, 80.8052, 80.4415, -70.6996, -47.2080, 0\}$;

$a'_i = \{-7.9878, -6.1529, -4.5626, 10.8203, -1.7035, 6.0487, -0.408, 0\}$.

-Pour $v_{2xm} \approx 35(m/s)$:

$a_i = \{-42.65, -36.1723, -1.9223, 80.5132, 78.4099, -58.9866, -62.97, 0\}$;

$a'_i = \{-5.8271, -5.5958, -1.8101, 6.7533, 0.62095, 5.8075, -3.77594, 0\}$.

Synthèse 1

A travers les résultats des simulations donnés par figures (3.7), (3.8), (3.9) et (3.10) nous constatons que les courbes obtenues sont continues et lisses. En examinant ces courbes, nous pouvons faire les remarques ainsi que les interprétations suivantes :

Les figures (3.7,a), (3.8,a), (3.9,a) et (3.10,a) montrent que les positions angulaires évoluent dans leurs plages admissibles, données par Équation (3.43), en respectant leurs conditions aux limites, données par Équations (3.60), (3.61) et (3.62). Nous remarquons aussi que *l'artic2* atteint ses limites $(\theta_2^{\min}, \theta_2^{\max})$ lorsqu'elle est en contact avec les extrémités des deux stoppeurs, ce qui provoque la génération des couples passifs à ces instants (voir la courbe des couples). L'angle de rotation (θ_1) de *l'artic1* atteint son minimum $(\theta_1^{\min})$ à la position maximale du mouvement (voir

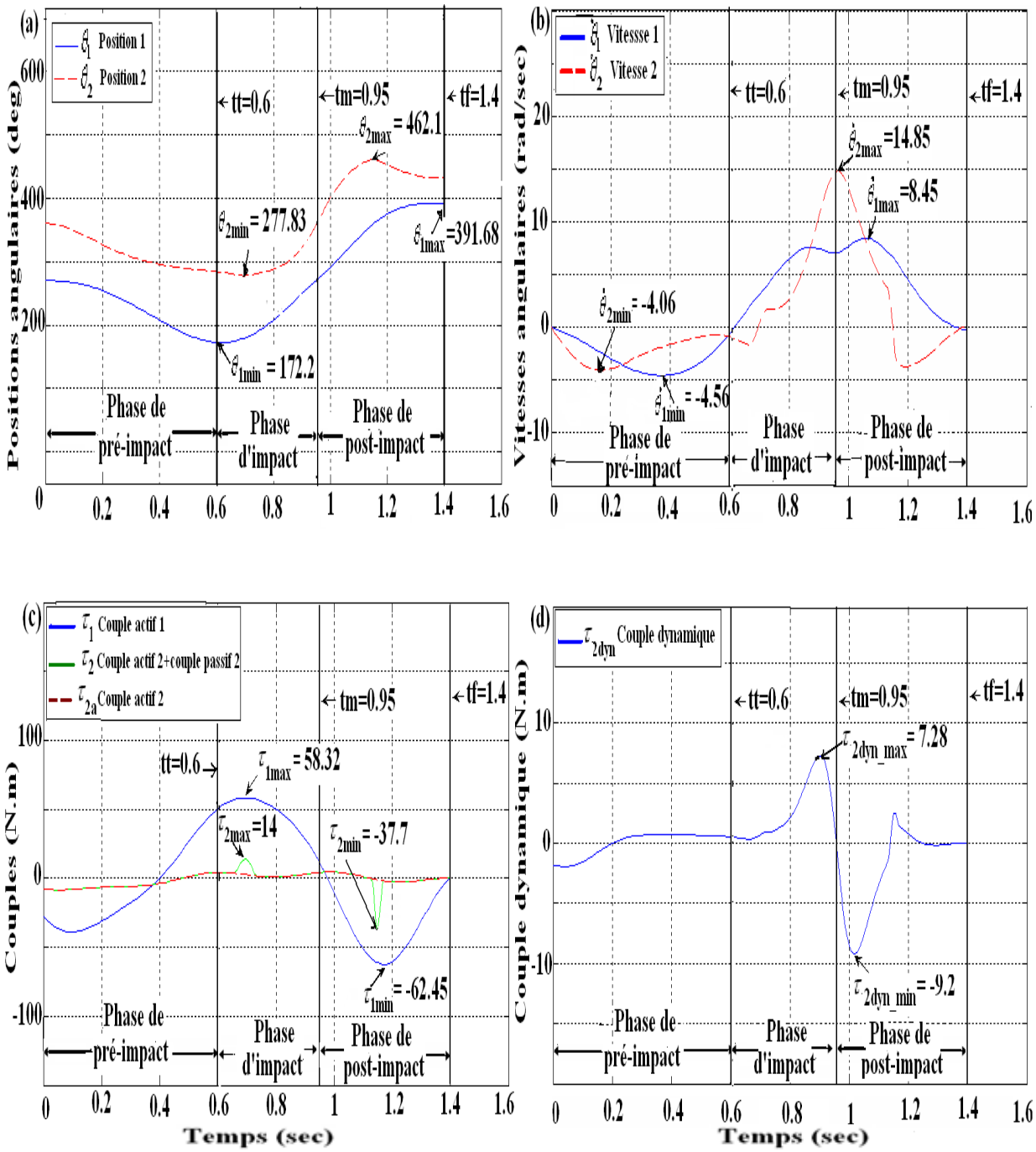

FIGURE 3.7 – Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les séries de Fourier et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur, énergie), avec la vitesse d'impact désirée $v_{2xm} = 20(m/s)$.

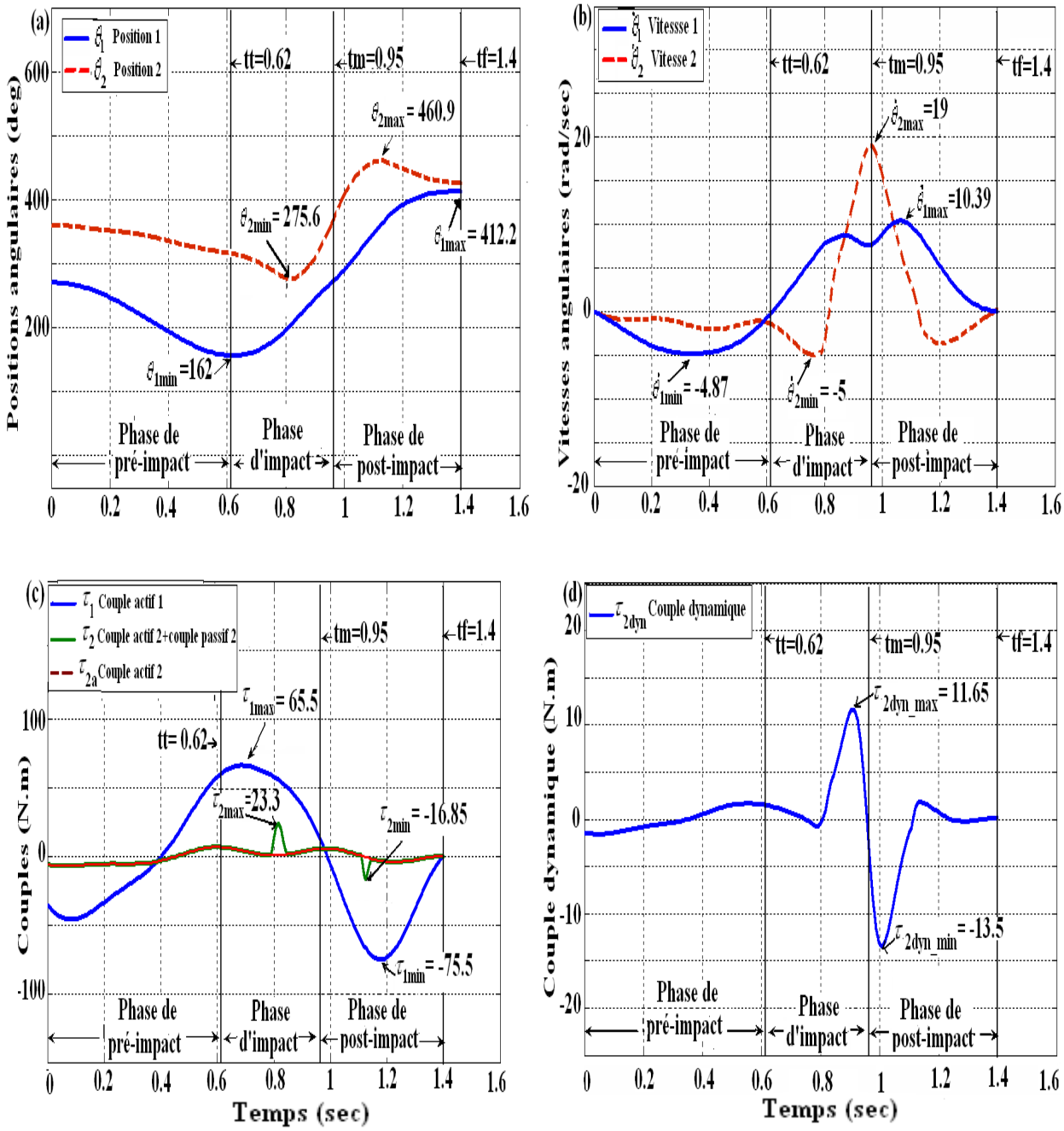

FIGURE 3.8 – Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les séries de Fourier et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur, énergie), avec la vitesse désirée $v_{2xm} = 25(m/s)$.

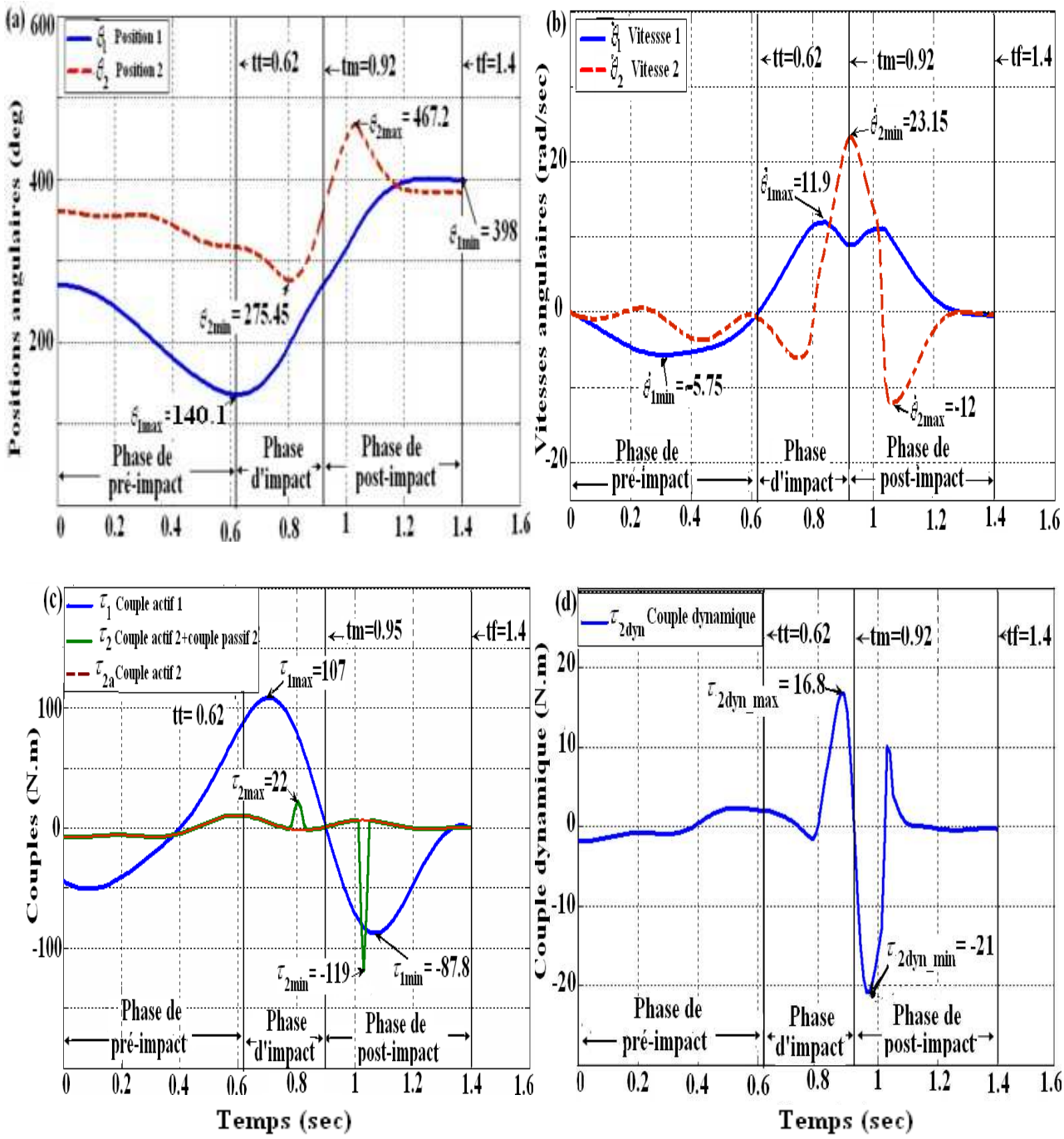

FIGURE 3.9 – Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les séries de Fourier et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur, énergie), avec la vitesse désirée $v_{2xm} = 30(m/s)$.

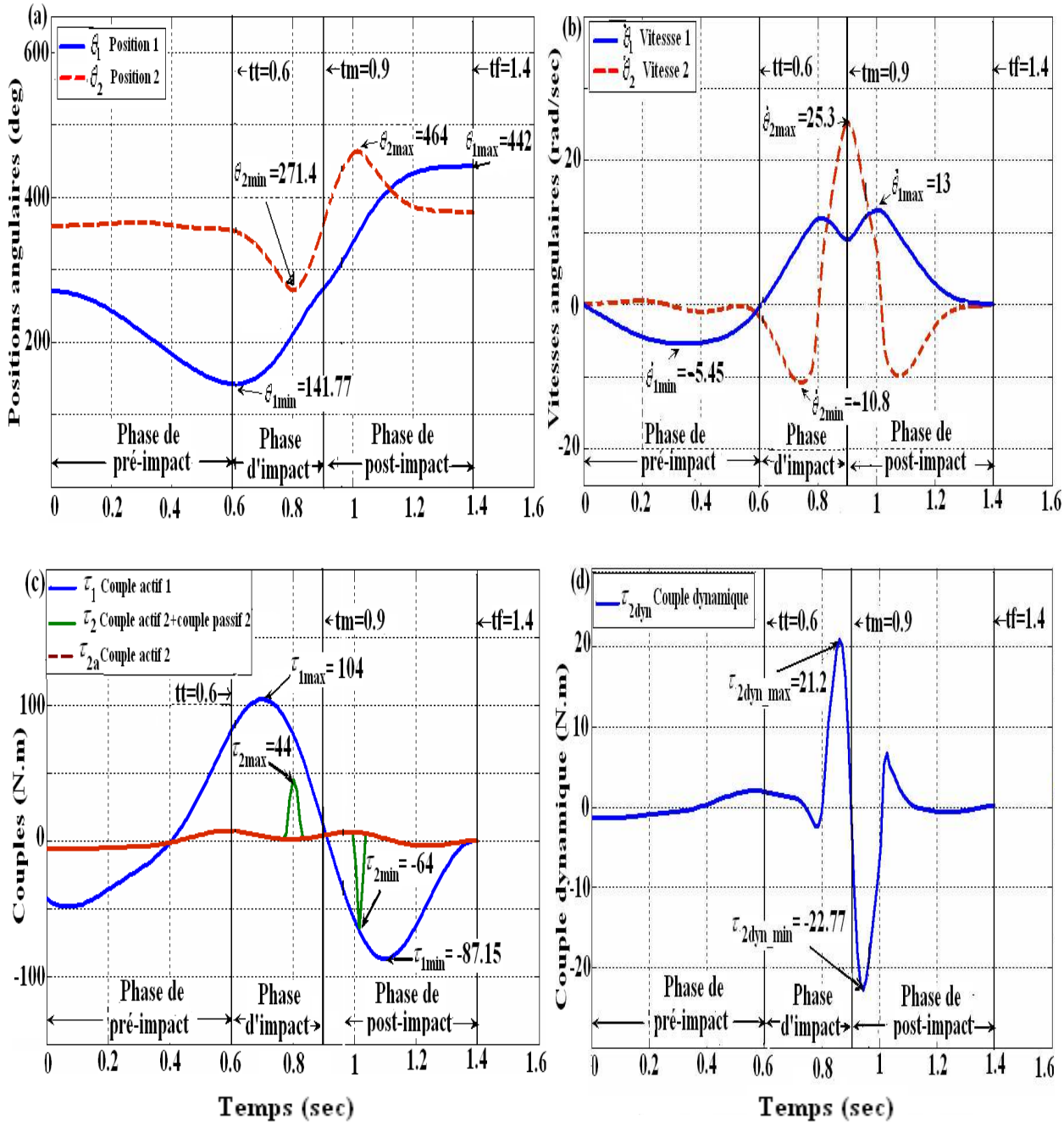

FIGURE 3.10 – Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les séries de Fourier et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur, énergie), avec la vitesse désirée $v_{2xm} = 35(m/s)$.

figure (2.12)) ce qui correspond à la fin de la phase de prés impact noté (tt) et plus la vitesse d'impact désirée (v_{2xm}) est grande plus $\theta_{1\,\min}$ est grande. Le segment correspondant s'éloigne de la position d'impact (le temps de la position maximale, noté (tt), est grand).

Les figures (3.7,c), (3.8,c), (3.9,c) et (3.10,c) montrent que les couples $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$ obtenus respectent les limites physiques des actionneurs correspondants données dans Annexe A. Le couple passif $\tau_{2passif}(t)$ généré par les stoppeurs joue un rôle important pour aider le club à accélérer initialement lorsqu'il se détache du premier stoppeur dans la phase d'impact, ce qui correspond à ($\theta_2^{\min}$). Ce couple passif participe une deuxième fois, après l'impact, à la décélération initiale du club lorsque ce dernier s'accroche au deuxième stoppeur, ce qui correspond à ($\theta_2^{\max}$). Les valeurs maximales et minimales de ($\tau_{2passif}$) sont très grandes en les comparant avec (τ_{2actif}).

Les figures (3.7,b), (3.8,b), (3.9,b) et (3.10,b) montrent clairement qu'au début de la deuxième phase du mouvement (phase d'impact) c'est l'artic1 qui accélère la première, tandis que l'artic2 accélère après. Cependant, juste avant l'impact, l'artic1 décélère et aboutit à son minimum local et l'artic2 continue à accélérer rapidement jusqu'à ce qu'elle atteint sa vitesse maximale désirée au moment d'impact ce qui reflète le mouvement hyper dynamique du robot golfeur. Ce phénomène, appelé accélération par étapes, dû à l'utilisation du couple dynamique pendant cette période.

Comme nous avons déjà expliqué précédemment, le couple $\tau_{2actif}(t)$ est très petit et ne peut actionner l'artic2 tout seul durant la phase d'impact, d'où l'utilisation d'un couple dynamique d'anticipation, dont l'évolution est donnée par les figures (3.7,d), (3.8,d), (3.9,d) et (3.10,d). Ce couple, provenant du moteur de l'artic1, intervient juste avant l'impact afin d'aider le club à accélérer pour qu'il atteint sa vitesse maximal au moment d'impact. Ce couple dynamique intervient une deuxième fois après l'impact pour décélérer le club jusqu'à l'arrêt (la fin du cycle). Les valeurs maximales $\tau_{2dy\,\max}$ et minimales $\tau_{2dy\,\min}$ varient proportionnellement avec les vitesses d'impact désirées.

b- Critère de performance mixte (erreur,vitesse)

Puisque le robot golfeur est appelé à effectuer des manipulations hyper dynamiques, nous allons maximiser la vitesse d'impact en minimisant le critère d'erreur. Cela revient à résoudre le problème d'optimisation donné par équation (3.56) dont la fonction côut est donnée par équation (3.54). La figure (3.11) montre les résultats de simulation ainsi obtenus. Les valeurs optimales du vecteur $\Lambda = \{a_i, a_i'\}, (i = 1, ne)$ correspondant à la vitesse d'impact maximale $v_{2xm} = 40(m/s)$ sont les suivantes :

$a_i = \{-39.6078, -39.6826, -0.52159, 79.2278, 77.318, -56.3304, -59.3124, 0\}$

$a_i' = \{-6.0173, -5.5518, -0.18019, 4.1250, 0.9643, 4.0520, -0.5011, 0\}$

Synthèse 2

En observant les résultats donnés par la figure (3.11), nous remarquons que les courbes obtenues ont pratiquement les mêmes allures que celles trouvées dans le cas précédent. Cependant, nous avons relevé quelques remarques tels que :

La figure (3.11,a) montre clairement que la phase prés-impact du mouvement du robot est plus large $tt = 0.64s$) que celle donnée par Figure (3.10.a) par exemple. C'est le temps pour lequel le premier segment s'éloigne le plus loin possible de la position d'impact et atteint la position maximale, cela correspond à ($\theta_1^{\min}$). Cette valeur ($\theta_1^{\min}$) reste la plus petite si on la compare avec celles atteintes dans le cas précédent. Par conséquence, le robot doit avoir une longue distance angulaire durant la deuxième période pour que le club accélère et atteint la position d'impact avec une vitesse maximale.

La figure (3.11,c) montre que les deux couples générés $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$ évoluent dans leurs domaines admissibles. Le couple $\tau_1(t)$ atteint une valeur importante de $100N.m$ dans la deuxième phase et reste autour de cette valeur pour que le club atteigne sa vitesse d'impact maximale. Nous remarquons toujours l'intervention du couple passif ($\tau_{2passif}$), généré par les stoppeurs avant et après l'impact, avec des grande valeurs afin qu'il puisse aider le club à accélérer et décélérer d'avantage.

La figure (3.11,b) illustre l'apparition du phénomène de l'accélération par étapes.

A partir de la figure (3.11.d) Nous observons aussi que le couple dynamique intervient par des valeurs plus grande avant l'impact, pour qu'il puisse aider le club à atteindre sa vitesse maximum. Ce couple devient plus petit, après l'impact pour stopper le club à la position finale.

A partir de la figure (3.11,e), nous constatons que la vitesse d'impact maximale obtenue est de $v_{2xm} \approx 37.5(m/s)$ avec $v_{2ym} \approx 0.0005(m/s)$.

A travers la figure (3.12) représentant l'évolution de la fitness pendant les dix premières générations, nous constatons une augmentation de la fonction d'adaptation (fitness), au début de l'optimisation. Cela permet à l'algorithme d'accélérer sa convergence au début du processus, et d'avoir une meilleure robustesse vis à vis des maximums locaux.

Les séries de Fourier apparaissent comme être la méthode la plus simple, mais il pourrait être intéressant d'examiner le cas d'un mouvement optimal généré par les fonctions B-splines cubiques uniformes (B.S.C.U).

3.5.2 Mouvement optimal généré par B.S.C.U

La deuxième méthode utilisée pour la génération du mouvement du robot golfeur est les fonctions B.S.C.U dont leur principe ainsi que leurs caractéristiques sont

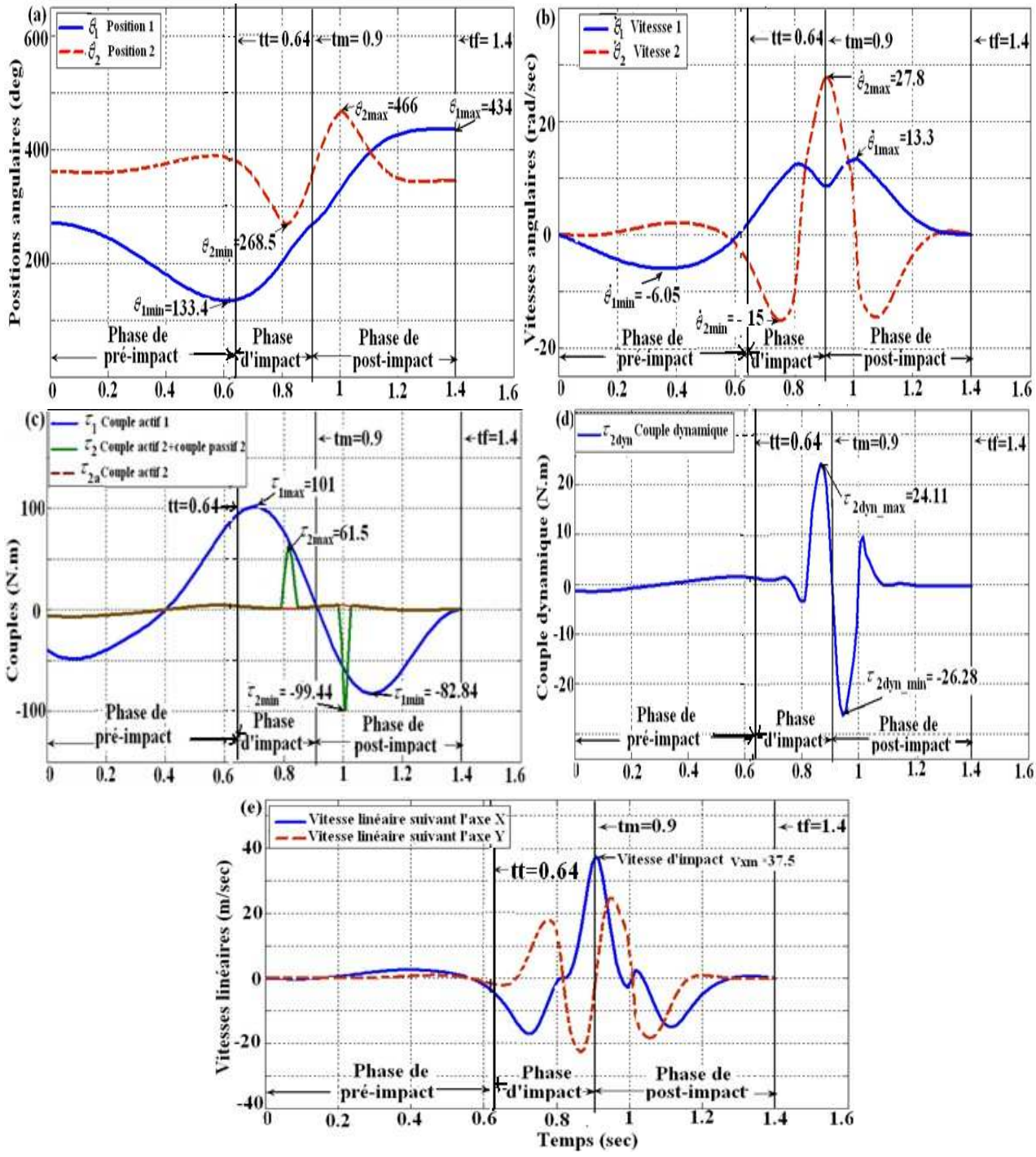

FIGURE 3.11 – Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les séries de Fourier et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur+vitesse d'impact max)

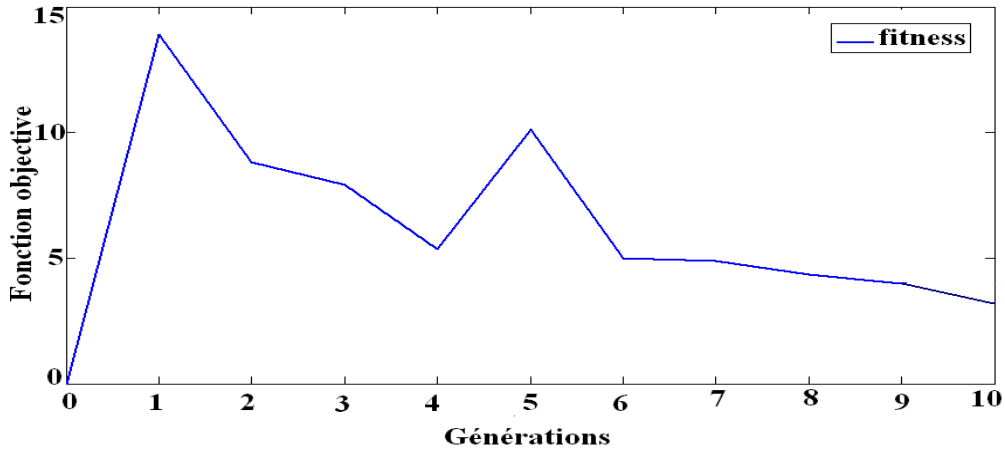

FIGURE 3.12 – Evolution de la fonction objective au cours des dix premières générations

étudiés précédemment.

Les approximations des deux couples $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$ par les B.S.C.U sont données respectivement par les équations (3.31) et (3.32) et sont déterminées suivant l'algorithme (3.3). Le couple $\tau_2(t)$ résultant est calculé ensuite suivant l'équation (2.24).

Le vecteur noté $\Lambda = \left\{P_i, \hat{P}_i\right\}, (i = -1, n^{'} + 1)$ comprenant les points de contrôle à optimiser est déterminé par la méthode des AGs. La formulation d'un tel problème d'optimisation est donnée par l'équation (3.58).

La résolution de ce problème consiste d'abord á spécifier les paramètres nécessaires pour le calcul des fonctions B.S.C.U. Nous avons donc : $n^{'} = ne - 1 = 7, h = \Delta t = 0.2s$ le pas d'échantillonnage, et comme les fonctions Splines Cubique sont de classe C^2, les nœuds externes sont de multiplicité de 2, ce qui donne $t_{-1} = t_0$ et $t_{n'} = t_{n'+1}$, et les nœuds internes $t_i, (i = 1, n^{'} - 1)$ sont de multiplicité de 1.

L'intervalle de variations des variables du vecteur $\Lambda = \left\{P_i, \hat{P}_i\right\}, (i = -1, 8)$ à optimiser est donné par léquation (3.57) dont le nombre est de 20 variables.

Les résultats de simulations ainsi obtenus pour quelques exemples de trajectoires optimales sont donnés suivant le cas étudié.

a- Critère de performance mixte (erreur, énergie)

L'optimisation d'un tel critère revient à résoudre le problème à minimiser donné par l'équation (3.53), en utilisant les AGs, dont la fonction côut est donné par l'équation (3.58).

Les résultats obtenus de cette optimisation, pour chaque vitesse d'impact désirée $v_{2xm} = 20,25(m/s)$, sont représentés respectivement par les figures (3.13) et (3.14).

Les paramètres optimaux du vecteur $\Lambda = \left\{P_i, \hat{P}_i\right\}, (i = -1, 8)$ ainsi obtenus pour chaque vitesse d'impact désirée sont :

-Pour $v_{2xm} = 20(m/s)$:

$P_i = \{-4.4876, -5.0890, -5.6903, -1.1894, 10.4478, 10.1746, -1.1265, -15.8446, 4.2252, -1.0563\}$

$P_i' = \{-0.5468, -0.9253, -1.3038, -0.4589, 1.0997, -1.1676, 1.9456, -1.0862, 0.2897 -0.0724\}$

-Pour $v_{2xm} = 30(m/s)$:

$P_i = \{-6.5053, -6.6667, -6.8280, -1.8589, 14.2635, 16.3677, -6.4528, -19.5563, 5.2150, -1.3038\}$

$P_i' = \{-1.6805, -1.2713, -0.8620, -1.7222, 3.0020, -1.2857, 2.9471, -1.9733, 0.5262 -0.1316\}$

Synthèse 3

En examinant les courbes illustrées par les figures (3.13) et (3.14) nous pouvons faire les mêmes constatations relevées dans ***Synthèse 1***.

Nous pouvons ajouter aussi, en remarquant les couples $\tau_1(t)$ et $\tau_{2actif}(t)$ montrés par figures (3.13,c) et (3.14,c), que ces derniers sont imposées par le caractère classe C^2 des Splines Cubiques aux points de passage. Cette caractéristique assure la continuité des courbes à ces points, et par conséquent les trajectoires des variables articulaires et du couple dynamique obtenues sont aussi continues.

b- Critère de performance mixte (erreur, vitesse)

Comme nous avons déjà mentionné, le but de ce type de robot golfeur est d'effectuer des mouvements hyper dynamiques cela revient à maximiser la vitesse d'impact du club. La figure (3.15) montre les résultats de simulation ainsi obtenus.

Les paramètres optimaux du vecteur $\Lambda = \left\{P_i, \hat{P}_i\right\}, (i = -1, 8)$ obtenus pour une maximisation de la vitesse d'impact sont :

$P_i = \{-7.6536, -7.1083, -6.5631, -2.8115, 15.8870, 19.7769, -16.5847, -12.4246, 3.3132, -0.8283\}$

$P_i' = \{-0.9693, -0.9712, -0.9731, -0.7324, 2.0924, -0.8838, 2.0639, -1.5642, 0.4171 -0.1043\}$

Synthèse 4

A partir de la figure (3.15), nous pouvons enregistrer les mêmes interprétations citées dans ***Synthèse 2***.

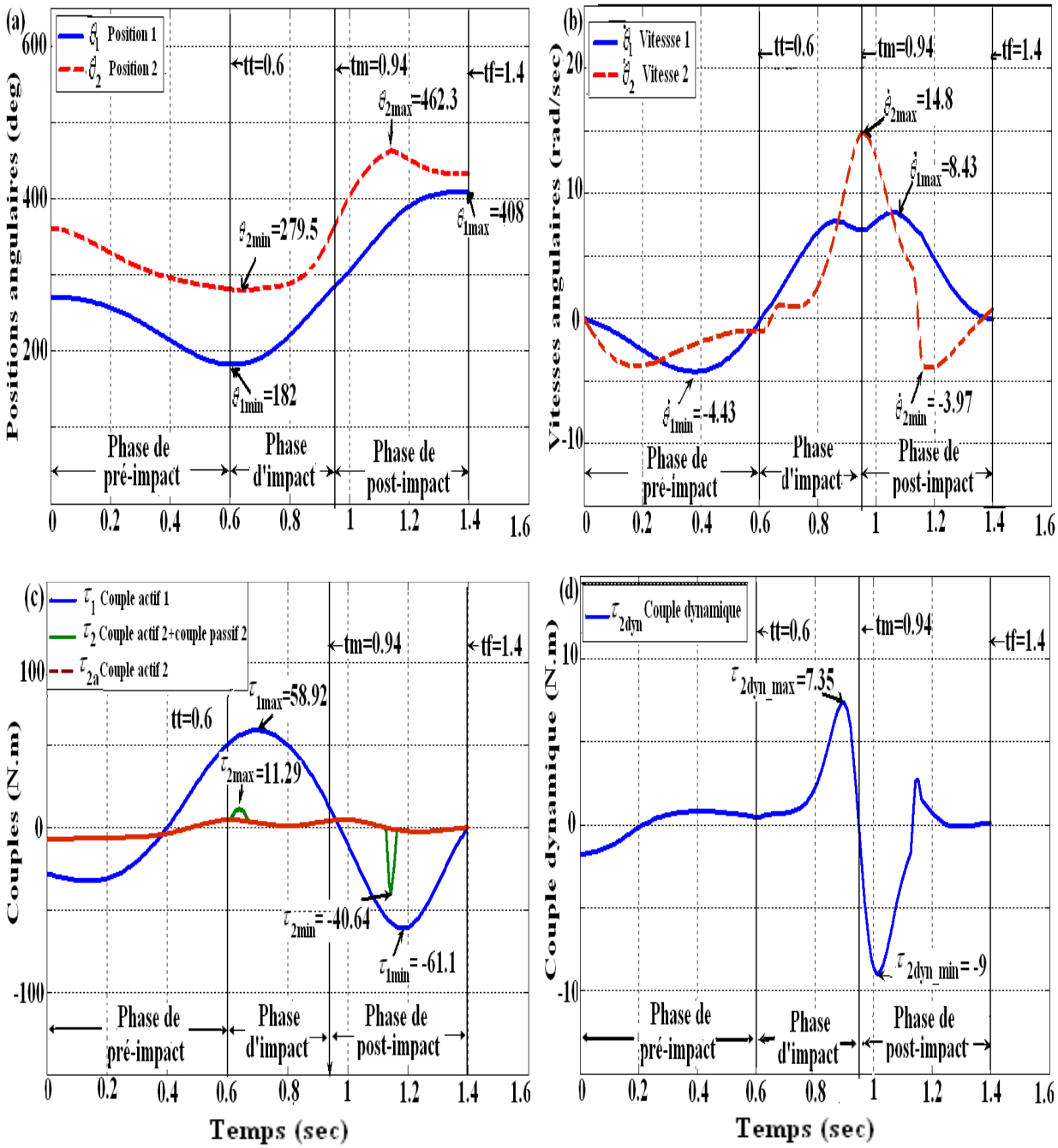

FIGURE 3.13 – Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les fonctions B.S.C.U et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur, énergie), avec la vitesse désirée $v_{2xm} = 20(m/s)$.

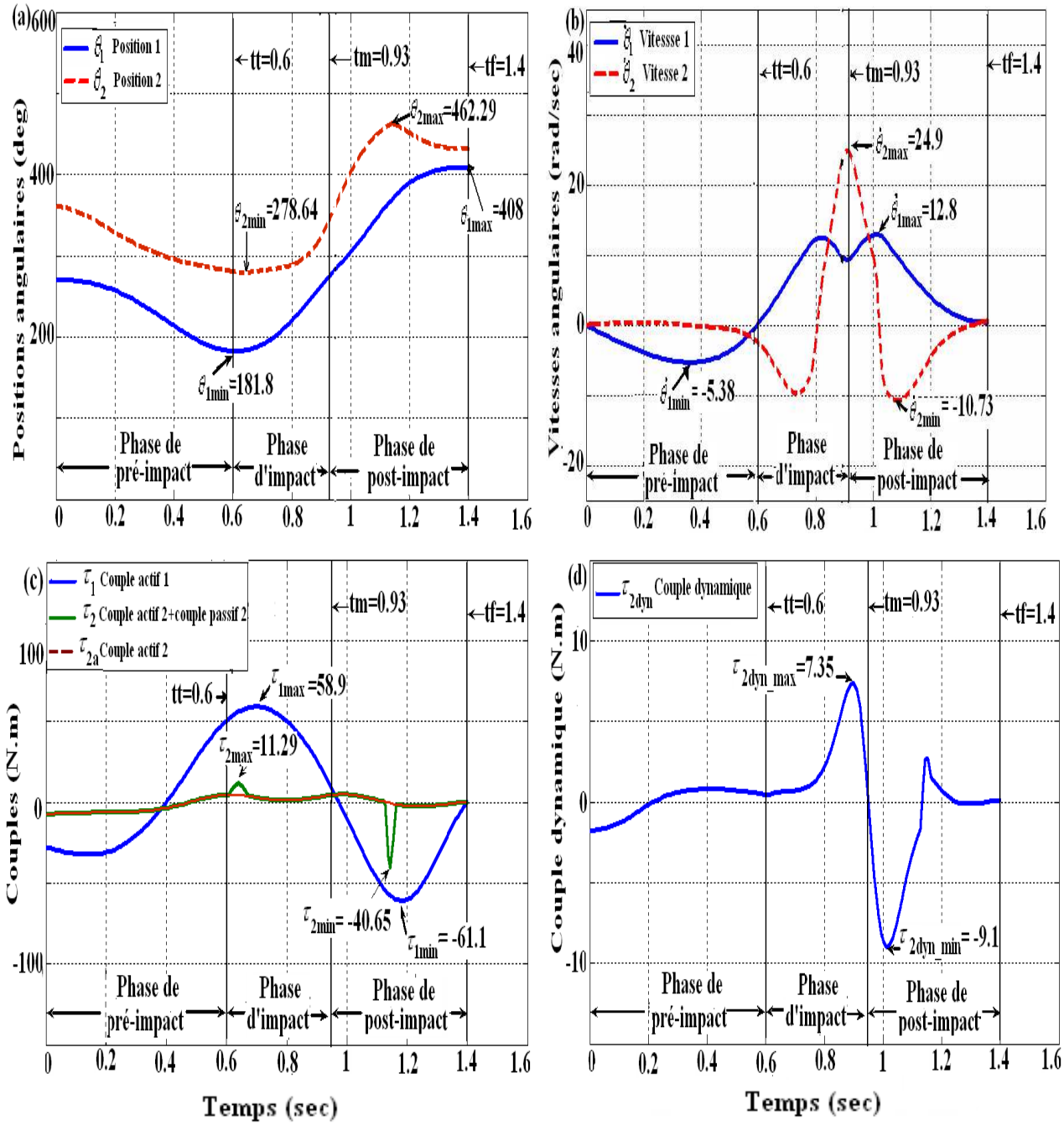

FIGURE 3.14 – Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les fonctions B.S.C.U et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur, énergie), avec la vitesse désirée $v_{2xm} = 25(m/s)$.

La figure (5.15,e) montre que la vitesse d'impact maximale obtenue est $v_{2xm} = 34.29(m/s)$ avec $v_{2ym} = 0.001(m/s)$.

3.5.3 Étude comparative

Dans un but comparatif, nous donnons un exemple illustratif de simulation de mouvement optimal du robot golfeur généré par les deux méthodes, à savoir, 'les séries de Fourier' et les fonctions 'B.S.C.U'. Pour cela, nous allons reprendre les résultats de simulation, donnés par les Figures (3.4) et (3.10), où la fonction coût correspond à une minimisation du critère mixte (erreur,énergie) pour une vitesse d'impact désirée qui vaut $v_{2xm} = 20(m/s)$. Pour cela nous relevons l'énergie consommée tout le long du mouvement, les erreurs d'impact et de la position finale ainsi que la valeur de la fonction fitness (fonction coût) minimale atteint lors de l'application des AGs.

Cette étude nous permettra d'avoir les avantages et les inconvénients de chacune de ces méthodes. Le tableau (3.1) récapitule les résultats acquis.

Le tableau (3.1) montre clairement que les résultats obtenus, en utilisant les séries de

TABLE 3.1 – Étude comparative entre les Séries de Fourier+AGs et B.S.C.U+AGs

	Série de Fourier+ AGs	B.S.C.U+ AGs
Energie (J)	1.1163e+004	1.1916e+004
Erreur d'impact (deg)	0.0017	0.2583
Erreur finale (deg)	0.0937	0.6099
Fonction coût	0.04009	0.15961

Fourier associées aux AGs, sont nettement meilleurs que ceux obtenus en combinant les B.S.C.U avec les AGs. Et par conséquent le mouvement optimal correspondant reflète le mieux celui du bras d'un golfeur professionnel.

En fait, ce n'est pas les B.S.C.U qui sont en faute, puisqu'elles ont prouvé leurs efficacités dans le domaine de génération de trajectoire des variables articulaires sans passer par l'optimisation, mais cela revient au principe de fonctionnement des AGs expliqué précédemment. Ces techniques exigent un réglage adéquat de leurs paramètres suivant le problème traité (le nombre des variables à optimiser, le domaine de variation de chaque variable, la population initiale,...,etc) afin qu'elles convergent rapidement vers l'optimum global en minimisant la fonction fitness et en satisfaisant les contraintes qui conditionnent le mouvement du robot golfeur.

Cependant le domaine de variation des points de contrôles des B.S.C.U à optimiser ($\left\{P_i, \hat{P}_i\right\}, (i = -1, 8)$) n'a pas été donné pour chaque paramètre, puisqu'il est sous forme d'une relation mathématique entre les points de contrôle, équation

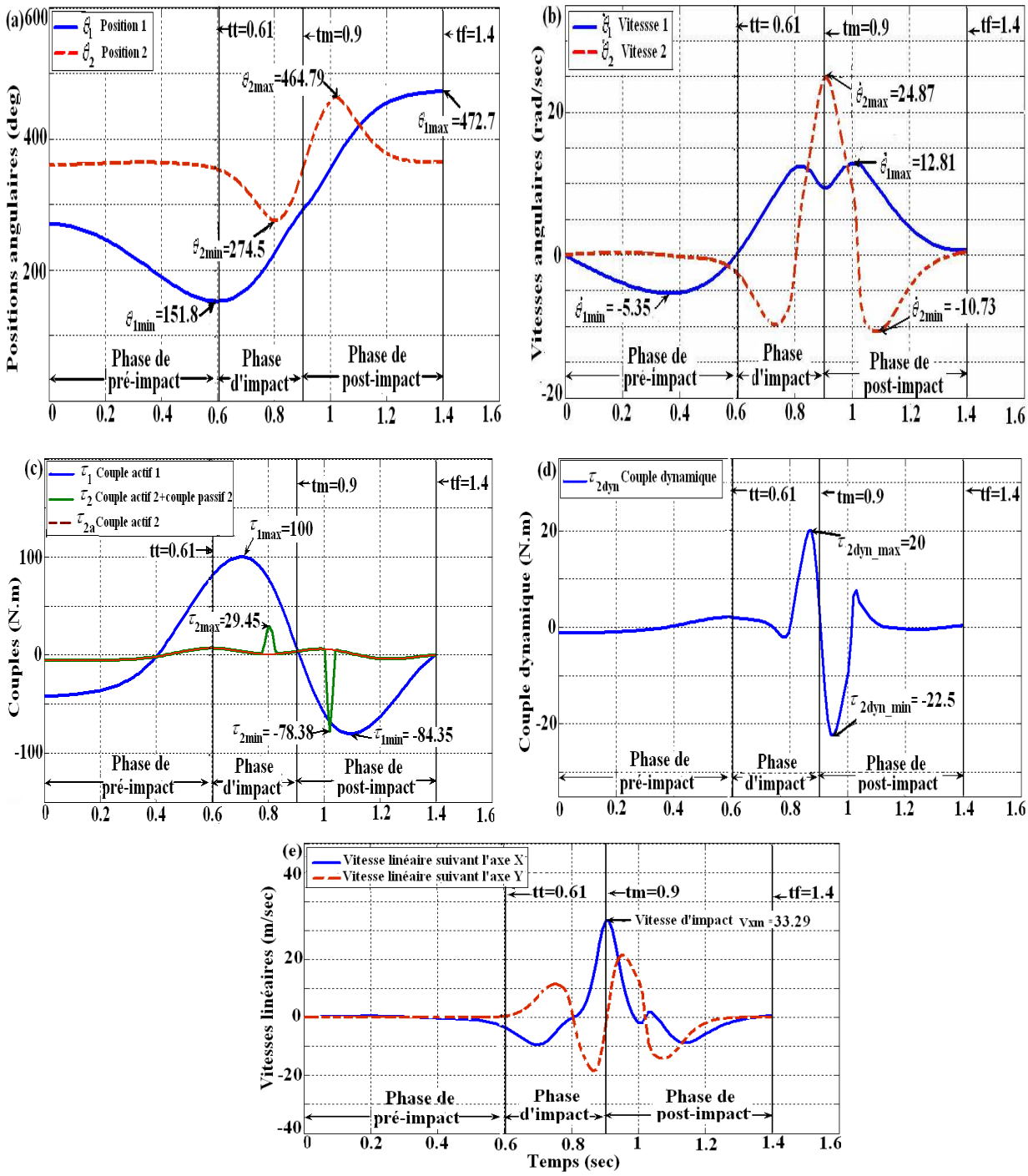

FIGURE 3.15 – Générateur de mouvement optimal du robot golfeur en utilisant les fonction B.S.C.U et les AGs et en minimisant le critère mixte (erreur+vitesse d'impact max)

(3.57). Contrairement à la plage de mouvement des coefficients de Fourier qui a été défini directement sur les coefficients à optimiser $\left\{a_i, a_i^{'}\right\}$, $(i = 1, 8)$, équation (3.55). Pour cette raison, en plus du nombre élevé des paramètres $\left\{P_i, \hat{P}_i\right\}$, $(i = -1, 8)$, (20 paramètres), et la large plage de variation de ces paramètres misent en jeu ainsi que les contraintes à tenir compte, ont rendu la procédure d'optimisation par les AGs plus difficile dans ce cas par rapport à son utilisation pour l'optimisation des coefficients de Fourier (16 paramètres). Cela est traduit aussi par la nécessité d'un grand nombre de générations (300) pour que les variables de la B.S.C.U convergent vers leurs minimums globales, ce qui demande un temps de calcul important. Tandis que, pour les coefficients de Fourier, il leurs faut 200 itérations pour qu'ils convergent.

3.6 Conclusion

Ce chapitre traite en premier lieu, la problématique de la génération de mouvement du robot golfeur. Cela revient à approximer les commandes des deux articulions du robot (couples) en utilisant deux méthodes, à savoir les séries de Fourier et les B.S.C.U après avoir expliqué leurs concepts et décrit les algorithmes correspondants. Cependant, le choix des paramètres initiaux (coefficients de Fourier et Points de contrôle) et la satisfaction des contraintes qui conditionnent le mouvement du robot nous ramène à une infinité de trajectoires. Il faut donc sélectionner celles optimales. Pour cela, nous avons fais appel aux concepts de l'optimisation non linéaire sous contraintes dont la technique choisie est les Algorithmes Génétiques. Cette méthode, caractérisée par sa simplicité, fait partie des "Réseaux Adaptatifs Non-linéaires" permettant de résoudre des problèmes d'optimisation assez complexes pour la sélection des primitives. Et sur cet avantage que nous avions appuyé notre étude pour faire des AGs un outil fort et sur pour aider les méthodes de génération de mouvement à converger. Néanmoins, la convergence ou l'échec de la méthode dépend du choix de ses paramètres à optimiser en plus de l'initialisation du domaine de recherche et le choix du critère d'arrêt.

Afin d'avoir un ensemble conséquent de trajectoires optimales à comparer nous avons ensuite examiné les générateurs de mouvement optimaux déterminés en utilisant les deux méthodes. Les résultés de simulation ainsi obtenus montrent que c'est l'association des séries de Fourier avec les AGs qui a prouvé son efficacité par rapport à la combinaison de ces techniques (AGs) avec les fonctions B.S.C.U.

Les trajectoires optimales obtenues serviront comme références au robot golfeur et seront validées dans le chapitre 5 en appliquant au robot des lois de commande robustes. La théorie de ces contrôleurs fera l'objet du prochain chapitre.

Chapitre 4

Théorie des commandes Backstepping et modes glissants

4.1 Introduction

Comparablement à l'essor qu'ont connu la commande et l'observation des systèmes linéaires, les systèmes non linéaires ne sont qu'à la moitié de leur chemin, mais certainement il faut noter que la théorie de la commande et de l'observation pour certaines classes de ces systèmes a atteint un certain degré de maturité et une maîtrise bien établie. Néanmoins quelques difficultés en termes d'absence de méthodologie commune, de généralisations à de vastes classes de systèmes et surtout la difficulté voir l'impossibilité d'étendre certaines propriétés essentielles et innovatrices propres aux systèmes linéaires (principe de séparation, globalité de la stabilité, de la commandabilité et de l'observabilité).

Durant ces dernières décennies, la théorie de la commande non linéaire a été le sujet de développements intenses. Les outils développés dans ce secteur sont appliqués à l'étape de la conception et à l'exécution des unités de commande dans les systèmes non linéaires. Comparativement aux anciens outils, actuellement ces derniers sont devenus plus structurés et mieux développés. Parmi ces outils, nous citons les plus connus et les plus utilisés comme la commande à premier ordre, la commande par inversion de modèle, la linéarisation par bouclage de l'état ou de la sortie, statique ou dynamique, la commande par les techniques backstepping et la commande par modes glissants. Ces deux dernières lois de commande robustes ont été aussi développées intensivement pour les systèmes non linéaires et leur théorie va faire l'objet de ce chapitre.

4.2 Approche de backstepping

4.2.1 Introduction

Durant ces dernières années, une grande partie de la communauté scientifique s'est intéressée à la recherche des procédures récursives pour la mise au point des lois de commande pour les systèmes non linéaires, à savoir les méthodes de Lyapunov, connue sous le nom anglo-saxon célèbre Backstepping. Cette commande a été appliquée à des procédés diverses qui sont présentés dans la littérature [162]-[164]. Ces techniques sont essentiellement basées sur l'utilisation des fonctions de Lyapunov permettant d'assurer la stabilité du système.

La théorie de Lyapunov est un outil important, aussi bien pour les systèmes linéaires que les systèmes non linéaires. Cependant l'utilisation de cette théorie dans le contrôle des systèmes non linéaires est souvent gênée par des difficultés de la recherche d'une fonction de Lyapunov appropriée pour un système donné afin de garantir sa stabilité [165].

Le backstepping est une méthode systématique pour la conception de contrôle non linéaire qui peut être appliquée pour une classe générale de systèmes. Son nom se reporte à la nature récursive de la conception de la procédure. En premier lieu, un petit sous système est considéré pour lequel une loi de commande virtuelle est conçue, puis la conception est étendue sur plusieurs étapes jusquà ce que la loi de commande finale pour le système global sera construite. Durant la conception, une fonction de Lyapunov du système contrôlé est successivement construite.

La commande non linéaire a fait son apparition dans les années 1980 avec les travaux d'Isidori [166] et la technique du backstepping (commande stabilisante non linéaire) a été proposée au début des années 90. Cette commande a reçu beaucoup d'attention, grâce aux travaux du professeur V. Kokotovic et ses collaborateurs [167]-[175]. L'historique du backstepping est résumé dans [175] et l'approche y est largement approfondie.

4.2.2 Principe de la commande de Backstepping

L'idée de base de la commande par le Backstepping est de rendre les systèmes bouclés équivalents à des sous-systèmes d'ordre un en cascade stable au sens de Lyapunov, ce qui leur confère des qualités de robustesse et une stabilité globale asymptotique. En d'autres termes, c'est une méthode multi-étapes. A chaque étape du processus, une commande virtuelle est ainsi générée pour assurer la convergence du système vers son état d'équilibre. Cela peut être atteint à partir des fonctions de Lyapunov qui assurent, pas à pas, la stabilisation de chaque étape de synthèse. Le

Backstepping répond aux systèmes nonlinéaires de type triangulaires inférieur d'une façon récursive [165].

a- Commande de stabilisation par la méthode du Backstepping

Cette technique met à profit des relations causales successives pour construire de manière itérative et systématique une loi de commande et une fonction de Lyapunov stabilisante. De plus, et contrairement au bouclage linéarisé, le backstepping offre la possibilité de conserver dans le bouclage les non linéarités stabilisantes.

Ainsi, en appliquant récursivement le Backstepping, des lois globalement stabilisantes de commande peuvent être construites pour des systèmes de la forme triangulaire inférieure, connus sous le nom de systèmes de type strict-feedback [176] et [177]. Le modèle considéré est donné par la forme paramétrique suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_i = g_i(x_i, t)x_{i+1} + f_i(x_i, t) \\ \dot{x}_n = g_n(x_n, t)u + f_n(x_n, t) \\ y = x_1 \end{cases} \tag{4.1}$$

Avec $x_i = [x_1, x_2, ..., x_i] \in \Re^i, (i = 1, ..., n-1), u \in \Re, y \in \Re$: sont respectivement vecteurs des états, des commandes et des sorties.
$f_i(.), g_i(.) \neq 0, i = 1, ..., n-1$ sont des fonctions non linéaires continues et dérivables.
$f_n(.), g_n(.) \neq 0$ sont des fonctions non linéaires continues.

Notre objectif est de concevoir un contrôleur dans la contre réaction du système (4.1) garantissant une stabilité globale et forçant le système à converger vers le point d'équilibre c .à .d $\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$.

La procédure du backstepping contient n étapes. Durant la $i^{(ème)}$ étape, une loi de commande intermédiaire appelée aussi fonction stabilisante ou commande virtuelle α_i doit être déterminée en utilisant une fonction de Lyapunov appropriée V_i.

Considérons un premier sous système donné par équation (4.1) quand $i = 1$ dont la sortie correspondante est z_1 et son entrée est x_2. Ce premier sous système sera rendu passif par une commande virtuelle $\alpha_i(x_i)$. De même, nous formons un deuxième sous système, correspond à $i = 2$, avec une sortie passive $z_2 = x_2 - \alpha_1$, une entrée x_3 et une commande virtuelle $\alpha_2(x_1, x_2)$. Cette procédure sera applicable jusqu'au $n^{ième}$ sous système avec une sortie $z_n = x_n - \alpha_{n-1}$ et une entrée u. La sortie z_n est rendue passive et Globalement Asymptotiquement Stable (GAS) par une loi de commande finale u.

A chaque étape une fonction de Lyapunov est construite qui est considérée aussi comme une fonction de stockage de type quadratique.

Première étape

Définissons la première variable z_1 comme sortie virtuelle du premier sous système tel que $z_1 = x_1$. La dérivée de z_1 est donnée par :

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_1 = f_1 + g_1 z_2 + g_1 \alpha_1 \tag{4.2}$$

Et une deuxième variable du Backstepping $z_2 = x_2 - \alpha_1$, avec α_1 est une loi de commande virtuelle qui doit être déterminée plus tard. Pour cela, nous construisons une fonction Lyapunov partielle de type quadratique :

$$V_1(z_1) = \frac{1}{2} z_1^2 \tag{4.3}$$

Et sa dérivée est :

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = g_1 z_1 z_2 + z_1 (g_1 \alpha_1 + f_1) \tag{4.4}$$

Nous posons

$$(g_1 \alpha_1 + f) = -c_1 z_1 \tag{4.5}$$

La non linéarité est remplacé par un contrôle linéaire et α_1 est choisie de telle sorte que $\dot{V}_1$ soit définie négative. Les équations (4.4) et (4.5) donnent :

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_1}(-c_1 z_1 - f_1) \tag{4.6}$$

Où c_1 est une constante positive qui doit être choisie de telle manière à éliminer la non linéarité de f_1 et d'avoir $\dot{V}_1 < 0$. En substituant α_1 dans $\dot{V}_1$ nous trouvons :

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = -c_1 {z_1}^2 + g_1 z_1 z_2 \\ \dot{z}_1 = g_1 z_2 - c_1 z_1 \end{cases} \tag{4.7}$$

Le terme $g_1 z_1 z_2$ sera éliminé dans la prochaine étape pour assurer que la fonction de Lyapunov $\dot{V}_1$ sera négative ce qui garantira que z_1 converge asymptotiquement vars zéro.

Deuxième étape

Dans cette étape nous choisissons une nouvelle variable de sortie $z_3 = x_3 - \alpha_2$ avec x_3 représente l'entrée de ce deuxième sous système. Ce qui donne :

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = g_2 z_3 + g_2 \alpha_2 + f_2 - \dot{\alpha}_1 \tag{4.8}$$

Soit $\alpha_1(x_1)$ la fonction stabilisante du deuxième sous système, nous avons alors :

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}(g_1 x_2 + f_1) \tag{4.9}$$

Substituons (4.9) dans (4.8). Nous obtenons :

$$\dot{z}_2 = g_2 z_3 + g_2 \alpha_2 + f_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}(g_1 x_2 + f_1) \tag{4.10}$$

Maintenant nous procédons à la recherche d'une fonction de Lyapunov V_2 qui peut être :

$$V_2(z_1, z_2) = V_1(z_1) + \frac{1}{2} z_2^2 \tag{4.11}$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + z_2 \dot{z}_2 \tag{4.12}$$

Ce qui donne :

$$\dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 + g_2 z_2 z_3 + z_2 \left(g_2 z_3 + g_2 \alpha_2 + f_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}(g_1 x_2 + f_1) \right) \tag{4.13}$$

Nous posons :

$$\left(g_2 z_3 + g_2 \alpha_2 + f_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}(g_1 x_2 + f_1) \right) = -c_2 z_2 \tag{4.14}$$

La nouvelle commande virtuelle $z_3 = \alpha(x_1, x_2)$ peut être choisie de telle sorte à avoir $\dot{V}_2$ définie négative. Une conception est possible :

$$\alpha_2 = \frac{1}{g_2} \left(-c_2 z_2 - g_2 z_3 - f + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}(g_1 x_2 + f_1) \right) \tag{4.15}$$

Où c_2 est une constante positive. On substitue α_2 dans $\dot{V}_2$, nous obtiendrons :

$$\begin{cases} \dot{V}_2 = -c_1 z_1^2 - c_2 z_2^2 + g_1 z_2 z_3 \\ \dot{z}_2 = g_2 z_3 - c_2 z_2 - g_1 z_1 \end{cases} \tag{4.16}$$

Le terme $g_1 z_2 z_3$ sera éliminé dans la prochaine étape pour assurer que la fonction de Lyapunov $\dot{V}_2$ sera négative ce qui garantira que z_2 converge asymptotiquement vars zéro.

La $i^{ième}$ étape

Pour (i = 3,...,(n-1)), cette méthode récursive se poursuit par la notation compacte de la sortie virtuelle $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$, qui peut être exprimée comme suit :

$$\dot{z}_i = \dot{x}_i - \dot{\alpha}_{i-1} = -c_i z_i + g_i z_{i+1} + f_{ith} \tag{4.17}$$

Avec $z_{i+1} = x_{i+1} - \alpha_i$, où α_i représente la commande virtuelle à l'étape i qui doit être déterminée.

La loi de commande virtuelle est maintenant conçue pour rendre une fonction de Lyapunov définie négative :

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2 \tag{4.18}$$

Sa dérivée dans le temps est donnée par :

$$\dot{V}_i = \dot{V}_{i-1} + z_i \dot{z}_i \tag{4.19}$$

Nous posons :

$$\sum_{k=1}^{i-1} (c_k z_k^2) + z_i (g_{i-1} z_{i-1} + f_{ith} + g_i z_{i+1} + g_i \alpha_i) = -c_i z_i \tag{4.20}$$

Ce qui donne :

$$\alpha_i = \frac{1}{g_i} (-c_i z_i - g_{i-1} z_{i-1} - f_{ith}) \tag{4.21}$$

Avec :

$$f_{ith} = f_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k} (f_k + g_k x_{k+1}) \tag{4.22}$$

Nous substituons (4.21) dans (4.17) et (4.19), nous obtiendrons :

$$\begin{cases} \dot{z}_i = -g_{i-1} z_{i-1} - c_i z_i + g_i z_{i+1} \\ \dot{V}_i = -\sum_{k=1}^{i-1} (c_k z_k^2) + g_i z_i z_{i+1} \end{cases} \tag{4.23}$$

Le terme $g_i z_i z_{i+1}$ sera éliminé dans la dernière étape pour assurer que la fonction de Lyapunov $\dot{V}_i$ sera négative ce qui garantira que z_i converge asymptotiquement vers zéro.

La $n^{ième}$ étape

C'est le dernier pas de la conception du contrôleur backstepping puisque la commande finale u apparaît dans la dérivée de $\dot{z}_n$.

$$\dot{z}_n = \dot{x}_n - \dot{\alpha}_{n-1} = g_n u + f_{nth} \tag{4.24}$$

Avec :

$$f_{nth} = f_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} (f_k + g_k x_{k+1}) \tag{4.25}$$

La loi de commande u est conçu pour rendre la dérivée de la fonction de Lyapunov globale définie négative :

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2 \tag{4.26}$$

Sa dérivée dans le temps est :

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{n-1} + z_n \dot{z}_n \tag{4.27}$$

Ce qui conduit à :

$$\dot{V}_n = \sum_{k=1}^{n-1} (-c_k z_k^2) + z_n(g_{n-1} z_{n-1} + f_{nth} + g_n u) \tag{4.28}$$

Le chois du contrôle actuel est :

$$u = \frac{1}{g_n}(-c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} - f_{nth}) \tag{4.29}$$

Nous avons maintenant conçu une loi de commande pour la stabilisation du système (4.1) d'ordre n. La commande u existe et qui est une fonction de stabilisation régulière dans la boucle de retour.

Nous substituons (4.29) dans (4.24) et (4.28), nous trouvons :

$$\begin{cases} \dot{z}_n = -c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} \\ \dot{V}_n = -\sum_{k=1}^{n} c_k z_k^2 \end{cases} \tag{4.30}$$

$\dot{V}(z) < 0, \forall z \neq 0$, Le point d'équilibre $x = x_e$ de (4.1) est asymptotiquement stable car la fonction $V(z)$ est continûment différentiable ayant les propriétés citées dans le théorème de LaSalle (voir Théorème B.4), d'où le système globale dont les coordonnées $(z_1, ..., z_n)$ est globalement asymptotiquement stable (GAS) :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -c_1 z_1 - g_1 z_2 \\ \dot{z}_i = -c_i z_i - g_{i-1} z_{i-1} + g_i z_{i+1} \quad ; (i = 2, ..., n-1) \\ \dot{z}_n = -c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} \end{cases} \tag{4.31}$$

b- Commande en poursuite de référence par la méthode du Backstepping

Dans ce paragraphe, nous traitons le problème de poursuite de trajectoire de référence. La définition formelle du concept de poursuite peut être établie en conformité avec la définition donnée par :

Définition 4.1 :

Quand l'objectif est de forcer la sortie du système $y(t) \in \Re^m$ à suivre sa trajectoire de référence $y_r(t) \in \Re^m$, il sera défini comme un problème de suivi.

Ce problème peut être résolu selon différentes méthodes. Une de ces approches traite la stabilisation en un point qui consiste à faire diriger un système à un point de

configuration fixe, peut importe le comportement du système entre son état initial et son état finale.

Dans le problème de poursuite du système non linéaire (4.1) l'objectif de commande n'est pas seulement de stabiliser globalement le procédé (4.1), mais aussi de forcer la sortie $y(t) = x_1$ à suivre sa référence $y_r(t)$ sous les hypothèses citées ci-dessous.

Hypothèses

- $g_n(.) \neq 0$;

- Le signal de référence $y_r(t)$ et ses n dérivées sont connues et bornées et $y_r^{(n)}$ est continu au moins par morceaux.

La procédure à suivre pour déterminer la loi de commande est récursive et repose sur les mêmes étapes suivis lors de la conception de la commande de stabilisation par la méthode du Backstepping avec quelques modifications. Il s'agit de déterminer les commandes virtuelles α_i après avoir déterminé la dérivée de z_i et de choisir par la suite une fonction de Lyapunov appropriée V_i et la rendre définie négative.

Première étape

Pour ce premier sous système qui représente la première équation du système (4.1), nous choisissons la variable du backstepping comme l'erreur de poursuite :

$$z_1 = x_1 - y_r \tag{4.32}$$

Et nous définissons la loi de commande virtuelle :

$$\alpha_1 = \frac{1}{g_1}(-c_1 z_1 - f_1 - \dot{y}_r) \tag{4.33}$$

Deuxième étape

Pour ce deuxième sous système qui représente la deuxième équation du système (4.1), nous choisissons la variable suivante :

$$z_2 = x_2 - \alpha_1 \tag{4.34}$$

la dérivée de cette nouvelle coordonnée donne :

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 \tag{4.35}$$

Avec :

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}\dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r}\dot{y}_r + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \dot{y}_r}\ddot{y}_r \tag{4.36}$$

D'où la fonction stabilisante pour le second sous système du (4.1) est :

$$\alpha_2 = \frac{1}{g_2}\left(-c_2 z_2 - g_1 z_1 - f_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1}(g_1 x_2 + f_1) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_r}(\dot{y}_r - \ddot{y}_r)\right) \tag{4.37}$$

La $i^{ième}$ étape

Pour (i = 3,..., n-1) et après effectuer quelques manipulations algébriques, la dérivée de la variable virtuelle $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$, peut être exprimée comme suit :

$$\dot{z}_1 = \dot{x}_i - \dot{\alpha}_{i-1} = -c_i z_i + g_i z_{i+1} + f_{ith} \tag{4.38}$$

Où α_{i-1} est la loi de commande virtuelle à l'étape i qui doit être déterminée par :

$$\alpha_{i-1} = \frac{1}{g_i}(-c_i z_i - g_{i-1} z_{i-1} - f_{ith}) \tag{4.39}$$

Avec :

$$f_{ith} = f_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_k}(f_k + g_k x_{k+1}) \tag{4.40}$$

La $n^{ième}$ étape

C'est la dernière étape de la conception, du moment que la commande u apparaît dans la dérivée de z_n, tel que :

$$z_n = x_n - \alpha_{n-1} = g_n u + f_{nth} \tag{4.41}$$

Avec :

$$f_{nth} = f_n - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k}(f_k + g_k x_{k+1}) \tag{4.42}$$

La loi de commande u est conçu pour rendre la dérivée de la fonction Lyapunov globale définie négative :

$$V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2 \tag{4.43}$$

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V}_n = \dot{V}_{n-1} + z_n \dot{z}_n \tag{4.44}$$

Ce qui donne :

$$\dot{V}_n = -\sum_{k=1}^{n-1}(c_k z_k^2) + z_n(g_{n-1} z_{n-1} + f_{nth} + g_n u) \tag{4.45}$$

Le choix du contrôle actuel est :

$$u = \frac{1}{g_n}(-c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} - f_{nth}) \tag{4.46}$$

En substituant (4.46) dans la dérivée de (4.42) et dans (4.45), nous trouvons :

$$\begin{cases} \dot{z}_n = -c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} \\ \dot{V}_n = -\sum_{k=1}^{n} c_k z_k^2 \end{cases} \tag{4.47}$$

D'où le système global dont les coordonnées $(z_1, z_2, ..., z_n)$ est représenté par :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -c_1 z_1 - g_1 z_2 \\ \dot{z}_i = -c_i z_i - g_{i-1} z_{i-1} + g_i z_{i+1} \quad ; (i = 2, ..., n-1) \\ \dot{z}_n = -c_n z_n - g_{n-1} z_{n-1} \end{cases} \tag{4.48}$$

Sachant que :

$$z_i = x_i - x_{ri} - \alpha_{i-1};\ (i = 1, ..., n) \tag{4.49}$$

Avec x_{ri} est la référence de x_i.

Pour (i = 1,...,n), nous avons prouvé que $\dot{V}_i$ est définie négative lorsque $t \to \infty$, et par conséquent $x_i \to x_{ri}$ et le système d'équation des erreurs en z_i (4.49), correspondant au système final en boucle fermée. Le système des lois de mise à jour α_i admet un point d'équilibre $x_e = [x_1, x_2, ..., x_n]^T = 0$ globalement uniformément asymptotiquement stable.

Puisque le modèle de référence x_{r1} est borné et sachant que $z_1 = x_1 - x_{r1}$, (avec $x_1 = y_1$ et $y_{r1} = x_{r1}$), alors ceci garantit que l'état $x(t)$ et la loi de commande actuelle u (4.46), sont globalement bornés et $\lim_{t\to\infty} z(t) = 0$ et donc $\lim_{t\to\infty} |y(t) - y_r(t)| = 0$.
Nous pouvons conclure enfin que le système en boucle fermée (4.48) dont sa trajectoire de référence est y_r et sa commande donné par (4.46) a un point d'équilibre globalement uniformément stable au $z = [z_1, z_2, ..., z_n]^T = 0$.

4.3 Approche des modes glissant

4.3.1 Introduction

La commande par modes de glissement est un cas particulier de la théorie des systèmes à structure variable et multifonctions. La théorie de ces systèmes a fait l'objet de multiples études depuis des années cinquante dont les premiers travaux sont ceux d'Anosov[178], de Tzypkin [179] et d'Emelyanov [180] et [181] dans l'ancienne URSS, ou ceux de Hamel [182] en France, sur la commande à relais. Ces recherches ont connu un nouvel essor au début des années soixante grâce à la résolution de l'équation différentielle à second membre discontinu par le mathématicien Russe Fillipov [183], suivi des recherches de Emelyanov [184], d'Itkis [185] et d'Utkin [186] qui a introduit la théorie des modes glissants. La communauté automaticienne s'est rapidement rendu compte de l'intérêt de cette approche qui allie simplicité de

synthèse et robustesse [187]-[191].

Cette technique de commande et d'observation a reçu un intérêt sans cesse croissant du fait :

- de leur simplicité relative d'élaboration ;

- de leur robustesse vis-à-vis certaines incertitudes paramétriques et perturbations ;

- de la large gamme de leurs applications dans des domaines très variés tels que la robotique, la mécanique ou l'électrotechnique : la stabilisation [188]-[193], le suivi de trajectoires [187], [194] et [195] ou de modèles de référence [196]-[198], l'observation [199]-[203],etc.

4.3.2 Principe de la commande par modes glissant

Le principe de cette technique est de contraindre le système à atteindre et ensuite rester sur une surface donnée (représentant un ensemble de relations, statiques, entre les variables d'état). La surface considérée est alors désignée comme étant la surface de glissement ou de commutation. Le comportement dynamique résultant, appelé régime glissant idéal, est complètement déterminé par les paramètres et les équations définissant la surface. L'avantage d'obtenir un tel comportement est double : d'un côté, nous avons une réduction de l'ordre du système, et de l'autre, le régime glissant est insensible aux perturbations intervenant dans les mêmes directions que les entrées (matching perturbations). La réalisation se déroule en deux temps : une surface est déterminée de façon à ce que le régime glissant ait les propriétés désirées (pas forcément présentes dans le système original), puis une loi de commande discontinue est synthétisée de façon à rendre la surface invariante et (au moins localement) attractive. Cependant, l'introduction de cette action discontinue, agissant sur la première dérivée par rapport au temps de la variable de glissement, ne génère pas un régime glissant idéal. En moyenne, les variables contrôlées peuvent évoluer idéalement sur la surface. En réalité, le mouvement est caractérisé par des oscillations à hautes fréquences dans un voisinage de la surface (dont l'épaisseur est de l'ordre de la période déchantillonnage ou de commutation). Ce phénomène est connu sous le nom de réticence ou chattering en anglais un des inconvénients majeurs de cette technique. Il peut en outre exciter des dynamiques non modélisées et conduire à l'instabilité ou avoir un effet néfaste sur les actionneurs. En plus de cet inconvénient, il y a la soumission du système, à chaque instant, à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré et ceci n'est pas souhaitable.

Parmi les solutions proposées à ces problèmes nous pouvons citer la commande par mode glissant à bande limite qui consiste à remplacer la fonction de commutation dans la commande par une fonction de saturation, celle ci sera détaillée dans les prochains paragraphes.

4.3.3 Définitions

Considérons le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x,t,u) \\ y = h(x) \end{cases} ; x(t_0) = x_0 \tag{4.50}$$

Tel que f est un champ de vecteur suffisamment différentiable et soit l'hypersurface : $S(x) = 0$.

$$\begin{array}{c} u(x,t) = \begin{cases} u^+ & si \quad S(x) > 0 \\ u^- & si \quad S(x) < 0 \end{cases} \\ u(x,t) \in [-1,1] \quad si \quad S(x) = 0 \end{array} \tag{4.51}$$

$u \in \Omega \subset \Re$: est la commande du système.

Où x est l'état du système de dimension n. Le système (4.50) avec la loi de commande (4.51) est à structure variable [197]. En revanche, le système peut être discontinu par le choix d'une commande discontinue u est dit à discontinuité artificielle.

Le système (4.50) contrôlé par la loi de commande donnée par (4.51) peut se ramener à l'écriture suivante :

$$\dot{x} = f(x,t,u) = \begin{cases} f^+(x,t) & si \quad S(x,t) > 0 \\ f^-(x,t) & si \quad S(x,t) < 0 \end{cases} \tag{4.52}$$

Où $f^+(x,t)$ et $f^-(x,t)$ sont des champs de vecteurs complets dans $\Re^n$.
$S(x,t)$: est une surface dans $\Re^n$ qui divise l'espace en deux parties disjointes $S(x,t) > 0$ et $S(x,t) < 0$ qu'on notera respectivement ε^+ et ε^-.

Remarque 4.1 :

D'autres systèmes sont de conception naturellement discontinus, à titre d'exemples les circuits électroniques contenant des commutateurs et les systèmes mécaniques contenant un frottement sec [197] et [204]. Qu'ils soient à discontinuité artificielle ou naturelle, les systèmes à structure variable de type (4.50) peuvent tous se ramener à la forme (4.52).
En dehors de la surface de discontinuité les vecteurs vitesse f^+ et f^- peuvent avoir différents comportements :

- Les vecteurs vitesses f^+ et f^- traversent la surface d'un côté vers l'autre (Figure 4.1.a, Figure 4.1.b).

- Les vecteurs f^+ et f^- sont pointés chacun vers la surface (figure 4.1.c).

Le cas qui nous intéresse est celui où les deux vecteurs vitesses f^+ et f^- sont pointés chacun vers la surface, nous disons alors que la surface est attractive (figure 4.1.c).

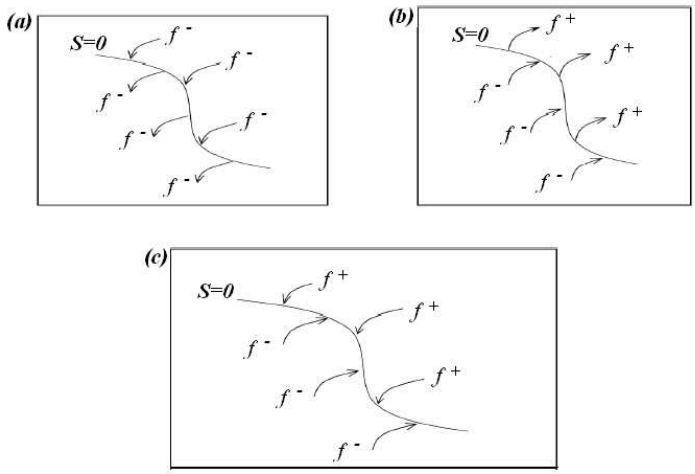

FIGURE 4.1 – Différents comportements en dehors de la surface de discontinuité

Définition 4.2 :

Une surface $S = 0$ est attractive pour un domaine de convergence donné si toute trajectoire évoluant dans le domaine d'attraction est dirigé vers cette surface.

Définition 4.3 :

Une surface $S = 0$ est invariante si toute trajectoire débutant dans cette surface ou atteignant cette surface, ne peut en sortir et évolue donc sur cette surface.

Si l'état du système est de côté ε^+ de l'espace d'état (ou du côté ε^-), il rejoindra forcément la surface $S = 0$. S'il dépasse de l'autre côté ε^- (ou du côté ε^+), il se ramènera vers $S = 0$ (figure 4.2). Cette surface $S = 0$ est donc appelée surface glissante et le mouvement sur cette surface est un mode glissant dont l'équation détermine la dynamique désirée du système.

Une surface de discontinuité $S = 0$, suivant que l'état du système est sur ε^+ ou

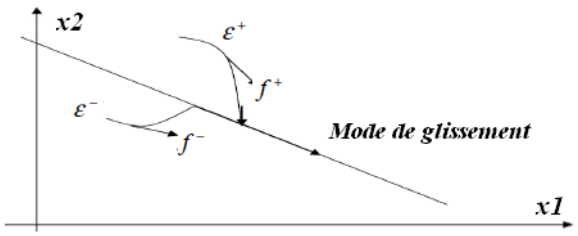

FIGURE 4.2 – Mode de glissement idéal

sur ε^- , il atteint la surface respectivement avec les vitesses f^+ ou f^-.

L'équation du mouvement est alors donnée par les solutions des équations différentielles à second membre continu $f^+(x,t)$ et $f^-(x,t)$, à savoir :

$$\dot{x} = \begin{cases} f^+(x,t) & si \quad x \in \varepsilon^+ \\ f^-(x,t) & si \quad x \in \varepsilon^- \end{cases} \tag{4.53}$$

Où les solutions de ces deux équations différentielles ordinaires existent selon des hypothèses.
En général l'étude théorique de ce type de systèmes comportant des discontinuités n'est pas classique. En effet, les équations différentielles ne satisfont pas les conditions d'existence et d'unicité de solution à cause des termes discontinus non Lipschitziens, et en général non défini sur les surfaces de discontinuités.

4.3.4 Phénomène de réticence

En pratique, le terme discontinu à droite de l'équation peut exciter des dynamiques hautes fréquences non modélisées qui entraînent l'apparition de ce qu'on appelle réticence ou broutement connu en anglais sous le nom de chattering, et qui se caractérise par des fortes oscillations autour de la surface.

Du point de vue de la synthèse de commande, on procède généralement au choix de la surface de commutation $S(x) = 0$ en fixant le plus souvent la dynamique de glissement, puis on en déduit une commande discontinue $u(x,t)$ du type (4.51) qui rend cette surface attractive et assure ainsi l'apparition du mode de glissement.

Ce mode de glissement idéal est illustré par la figure (4.3) qui correspond à une commande qui commute à une fréquence infinie or il n'existe aucun organe de commande pouvant réaliser cette opération.

Malgré les différents avantages de la commande par modes de glissement, son utilisation a été entravée par un inconvénient majeur lié au phénomène de réticence (broutement ou encore chattering) (figure (4.3)). Ce phénomène est une conséquence naturelle du comportement dynamique réel de l'ensemble actionneur système à commander.

La réticence peut provoquer une détérioration anticipée de l'organe de commande ou exciter des dynamiques hautes fréquences non considérées dans la modélisation du système. Ainsi, nous allons chercher par différentes méthodes à limiter ce phénomène. Une approche consiste à remplacer la fonction signe par une fonction plus lisse.

4.3.5 Détermination de la dynamique de glissement

Pour décrire le mouvement de glissement sur la surface $S(x) = 0$, de nombreux travaux existent et s'inscrivent tous dans le cadre de la résolution des équations

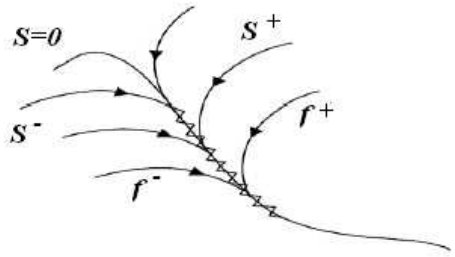

FIGURE 4.3 – Mode de glissement avec réticence

différentielles à second membre discontinu. Nous citerons principalement les ouvrages d'Utkin [204] et [205], celui de Filippov [183], et de Slotine et Li [206] qui traitent de manière détaillée le mode de glissement. Quand la surface de glissement est atteinte, la théorie des équations différentielles ordinaires n'est plus applicable car le système (4.50) ne vérifie plus les conditions classiques d'existence et d'unicité de solutions du théorème de Cauchy-Lipschitz. En effet, la solution de l'équation (4.50) existe et unique si la condition de Lipschitz est satisfaite :

$$\forall t > 0, \exists L > 0 / \forall x_1, x_2 \in \vartheta, \|f(x_1, t) - f(x_2, t)\| \leq L \|x_1 - x_2\| \tag{4.54}$$

Cette condition n'est évidement pas vérifiée au voisinage de la surface de commutation à cause de la discontinuité du champ f.

Il existe principalement trois méthodes pour la détermination du mode de glissement :

- La méthode de Filippov [183].
- La méthode de la commande équivalente [197] et [204].
- La méthode de régularisation.

a- Méthode de la commande équivalente

La méthode proposée par Utkin [204], consiste à admettre qu'en mode de glissement, tout se passe comme si le système était piloté par une commande u_{eq}, dite commande équivalente qui permet de maintenir l'état du système sur la surface de discontinuité $S = 0$.

a-1 Synthèse de la loi de commande

Considérons le système linéaire en commande défini par :

$$\begin{array}{c} \dot{x} = f(x,t) + B(x,t)u \\ u_i = \begin{cases} u_i^+(x,t) & si \quad S_i(t) > 0 \\ u_i^-(x,t) & si \quad S_i(t) < 0 \end{cases} \end{array} \tag{4.55}$$

où $S_i(t)$ est la $i^{ème}$ composante de la fonction de commutation vectorielle $S(t)$.
Supposons que le comportement en mode glissant existe sur la surface de glissement $S(x,t)$ et essayons de trouver la commande continue telle que, à partir de la position initiale du vecteur d'état sur la région $(S(x(t_0),t_0)$, la dérivée du vecteur $S(x,t)$ demeure nulle :

$$\dot{S}(x,t) = \frac{\partial S}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \tag{4.56}$$

Supposons que la solution de l'équation (4.55) existe et notée u_{eq}.

En substituant $\dot{x}$ donnée par equation (4.55) dans (4.56), nous trouvons :

$$\frac{\partial S}{\partial x}(f(x,t) + B(x,t)u) + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \tag{4.57}$$

En supposant que $\frac{\partial S}{\partial x}B(x,t)$ est inversible et en remplaçant u par u_{eq} ; nous avons alors :

$$u_{eq} = -(GB)^{-1}\left(\frac{\partial S}{\partial t} + Gf(x,t)\right) \tag{4.58}$$

Avec : $G = \frac{\partial S}{\partial x}$.

La trajectoire d'état en mode de glissement est obtenue par la substitution de u_{eq} dans l'équation (4.55), nous obtenons :

$$\dot{x} = f(x,t) - B(x,t)\,(GB)^{-1}\left(\frac{\partial s}{\partial t} + Gf(x,t)\right) \tag{4.59}$$

De plus, pour ces systèmes affines en commande, Utkin a montré que par rapport à la commande initialement commutante $u(x,t)$ donnée par (4.51), la commande équivalente n'est rien d'autre que la composante basse fréquence de la commande commutant réellement appliquée au système physique [197] et [204]. Globalement le système réagit comme s'il est commandé par la commande équivalente u_{eq}.

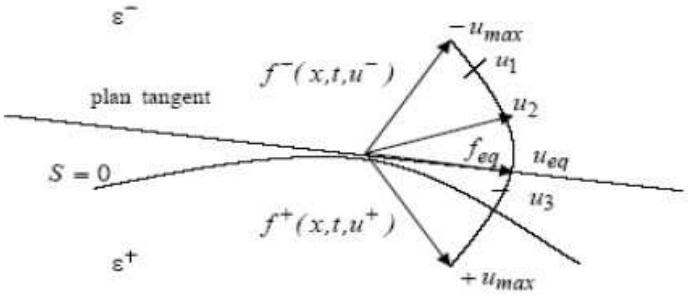

FIGURE 4.4 – Construction par la méthode de la commande équivalente

Dans le cas général, où le système n'est pas affine en u :

$$\dot{x} = f_{eq} = f(x, t, u_{eq}) \tag{4.60}$$

Il n'est pas facile de résoudre analytiquement l'équation d'invariance suivante :

$$\dot{S} = \frac{\partial S}{\partial x} f(x, t, u_{eq}) + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \tag{4.61}$$

Il existe cependant, une méthode graphique pour trouver le vecteur f_{eq} (figure (4.4)) pour les systèmes commandés entre $-u_{max}$ et $+u_{max}$. En variant u entre ces deux limites jusqu'à ce que le vecteur recherché soit tangent à la surface de discontinuité, il suffira ensuite de reprendre la procédure pour différents points de la surface de discontinuité.

a-2 Robustesse des modes glissants vis-à-vis des perturbations

Considérons le système perturbé suivant :

$$\dot{x} = f(x, t) + B(x)u + \eta(x, t) \tag{4.62}$$

Où η représente l'effet des incertitudes paramétriques sur le modèle ou des perturbations externes.

Sur la surface de glissement la robustesse du régime glissant vis à vis des perturbations est donnée par le théorème suivant qui n'est autre que la généralisation de la condition classique d'invariance vis-à-vis des perturbations externes établie par Drazenovic [207] dans le cas des systèmes linéaires.

Théorème 4.2 : [208]

Le régime glissant sur S, du système perturbé (4.62), est invariant vis-à-vis de η, si et seulement si le vecteur de perturbation η est engendré par $B(x)$.

Cette condition est appelée condition de recouvrement connue sous le nom matching condition.

Considérons la commande suivante, calculée en utilisant la méthode de commande équivalente pour le système perturbé (4.62) :

$$u_{eq} = -(GB)^{-1} \left(G\eta + \left(\frac{\partial s}{\partial t} + Gf(x, t) \right) \right) \tag{4.63}$$

En substituant u_{eq} donnée par (4.63) dans (4.62), nous obtenons :

$$\dot{x} = f(x, t) - B(x) \left[(GB)^{-1} \left(G\eta + \left(\frac{\partial s}{\partial t} + Gf(x, t) \right) \right) \right] \tag{4.64}$$

La trajectoire $x(t)$ déterminée par la méthode de la commande équivalente est donc invariante vis-à-vis de η.

c- Degré relatif et choix de la surface de glissement

Le but de ce paragraphe est de montrer le lien entre le degré relatif du système et le choix de la surface de glissement pour la synthèse de la loi de commande. L'erreur de poursuite est définie comme étant $e(t) = y(t) - y_r(t)$, où $y(t)$ est la sortie du système et $y_r(t)$ est le signal de référence. On définit le degré relatif du système par rapport à la sortie $y(t)$ comme étant le nombre minimum de fois qu'il faut dériver la sortie $y(t)$ par rapport au temps, pour y avoir apparaître l'entrée de manière explicite [209].

Théorème 4.3 : [210]

Un régime glissant d'ordre un existe sur la surface S si et seulement si le système (4.50) est de degré relatif un par rapport à $S(x,t)$. La surface de glissement est choisie alors selon la remarque suivante :

Remarque 4.2 :
Soit $S(z^0, ..., z^{l-1}) = z^{l-1} + \alpha_{l-2}z^{l-2} + ... + \alpha_1 z^1 + \alpha_0 z^0$ où les coefficients α_i sont choisis tel que l'équation caractéristique :

$$z^{l-1} + \alpha_{l-2}z^{l-2} + ... + \alpha_1 z + \alpha_0 \tag{4.65}$$

possède ses racines strictement dans le demi plan complexe gauche. Alors :

$$S(e, \dot{e}, ..., e^{(l-1)}) = 0 \Leftrightarrow e^{(l-1)} + \alpha_{l-2}e^{(l-2)} + ... + \alpha_1 \dot{e} + \alpha_0 e = 0 \tag{4.66}$$

est une équation linéaire ordinaire stable.

L'erreur de poursuite $e(t) = y(t) - y_r(t)$ tend alors asymptotiquement vers zéro en un temps fini si on peut trouver une loi de commande qui assure que :

$$S(e, \dot{e}, ..., e^{(l-1)}) = 0 \quad \forall t \leq t_f \quad avec \quad t_f \ > t_0 \tag{4.67}$$

Où $y(t)$ est la sortie du système et $y_r(t)$ est le signal de référence. t_f et t_0 son respectivement le temps final et le temps initial.

4.3.6 Description mathématique des modes glissants réels

Soit le système suivant :

$$\dot{x} = f(x,t) + B(x,t)u \tag{4.68}$$

Où u est la nouvelle commande qui permet la régularisation du problème.
Pour distinguer les solutions de (4.59) et (4.68) on note x_e la solution dite idéale et

obtenue par application de la commande équivalente (4.58). Soit le $\Delta-$ voisinage de zéro comme suit, tel que :

$$\|S\| \leq \Delta \tag{4.69}$$

et supposons que la distance $S(x)$ de tout point dans le voisinage de (4.69) à $S(x) = 0$ est estimée par l'inégalité :

$$r(x,t) < p\Delta \tag{4.70}$$

Avec : $p > 0$.

Théorème 4.4 : [204]

Si les hypothèses (1)-(4) suivantes sont vérifiées :

(1) il existe $x(t)$ solution du système (4.69) sur l'intervalle de temps $[0, T]$ tel que l'inégalité (4.70) est vérifiée.

(2) pour la partie droite de l'équation différentielle (4.59) respectant x_e en utilisant la méthode de la commande équivalente (sous l'hypothèse det $(GB) \neq 0$) :

$$\dot{x}_e = f(x_e,t) - B(x_e,t)\left[G(x_e)B(x_e,t)\right]^{-1} G(x_e)f(x_e,t) \tag{4.71}$$

(3) Les dérivées partielles de la fonction

$$B(x,t)\left[G(x)B(x,t)\right]^{-1} \tag{4.72}$$

Respectant tous les arguments existent, et sont bornés dans tout domaine borné.

(4) pour la partie droite de l'équation des modes glissants réels (4.59) :
$\dot{x} = f(x,t) - B(x,t)u$, il existe des nombres positifs M et N tels que :

$$\|f(x,t) + B(x,t)u\| \leq M + N\|x\| \tag{4.73}$$

Alors pour toute paire de solutions (4.59) et (4.71) sous les conditions initiales :
$\|x(0) - x_e(0)\| \leq p\Delta$. Il existe un nombre positive H tel que :

$$\|x(0) - x_e(0)\| \leq H\Delta \quad pour \quad t \in [0,T] \tag{4.74}$$

4.3.7 Existence du mode de glissement

L'étude de l'existence du mode de glissement, comme l'étude de la stabilité d'un point d'équilibre, est basée sur la deuxième méthode de Lyapunov. Afin de garantir l'attractivité de la surface $S(x,t) = 0$, on considère une fonction de Lyapunov V définie positive dont la dérivée par rapport au temps le long des trajectoires du système en boucle fermée sera définie négative.

Dans certains cas, le glissement n'a lieu que sur une partie de la surface de commutation car l'attractivité de cette dernière n'est assurée que dans un domaine

restreint D_g c'est le domaine de glissement. Celui-ci est défini comme suit :

Définition 4.3 : [211]

Un domaine D_g dont la variété $S(x,t)$ est un domaine de glissement si pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $\delta > 0$, tel que tout mouvement commençant dans le $\Delta-$ voisinage de D_g ne peut quitter le ε^- voisinage de D_g qu'à travers le ε^- voisinage de la frontière extrême du domaine D_g.

a- Conditions d'existence du mode de glissement

La condition d'existence du mode de glissement est l'attractivité de la surface de commutation $S(x) = 0$. Géométriquement, les vecteurs vitesses f^+ et f^- vont être dirigés vers la surface de commutation. Cependant, dans certains cas, le glissement n'a pas lieu sur n'importe quel point de la surface de commutation car l'attractivité de cette dernière n'est assurée que dans un domaine restreint D_g, que l'on appelle domaine de glissement. Le théorème suivant fournit les conditions d'existence du mode de glissement selon Filippov [183].

Théorème 4.5 : [183]

Considérons le système décrit par (4.50) satisfaisant la condition :

$$\left\| \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right\| \leq K \quad i,j = 1,...,n \tag{4.75}$$

K étant une constante positive. Cette condition étant vérifiée pour tout x dans le domaine $X = S^- \cup S^+$. Soit une fonction S deux fois différentiable, telle que chacune des fonctions f_N^+ et f_N^- est continue par rapport à x et t, pour x solution de $S(x) = 0$, et le vecteur $h = f_N^+ - f_N^-$ est continûment différentiable. Si à chaque point de la surface $S(x) = 0$, les inégalités $f_N^+ < 0$ et $f_N^- > 0$ sont vérifiées. Il existe alors dans le domaine X, une solution unique $x(t)$ du système (4.50) qui dépend des conditions initiales d'une façon continue.

Nous pouvons remarquer que les inégalités $f_N^+ < 0$ et $f_N^- > 0$ signifient que S est attractive au moins dans un voisinage.

Un deuxième théorème, basé sur l'utilisation des fonctions de Lyapunov, fournit les conditions d'existence du mode de glissement selon Utkin.

Théorème 4.6 : [197]

Pour que le domaine D_g de dimension $(n-1)$ soit un domaine de glissement pour le système (4.50) et (4.51), il suffit que dans un domaine $\Omega \in \vartheta$ contenant D_g, il existe une fonction de Lyapunov $V(S,x,t)$ continûment différentiable par rapport à tous ses arguments et satisfaisant les conditions suivantes :
(1) $V(S,x,t)$ est définie positive par rapport à S, i.e. $V(S,x,t) > 0$ pour $S \neq 0$ avec (x,t) arbitraires et $V(0,x,t) = 0$.

(2) sur la sphère

$$\begin{array}{c} \|S\| = R, \quad \forall x \in \Omega \\ i - \inf V(S,x,t) = h_R, \quad h_R > 0 \\ ii - \sup V(S,x,t) = H_R, \quad H_R > 0 \end{array} \tag{4.76}$$

Avec h_R et H_R dépendant de R et $h_R \neq 0$ si $R \neq 0$.

(3) La dérivée totale de $V(S,x,t)$ le long des trajectoires du système a un maximum négatif pour tout x de Ω excluant la surface de commutation pour laquelle la commande u n'est pas définie et la dérivée de $V(S,x,t)$ n'existe pas.

Théorème 4.7 : [206]

Pour obtenir un domaine de modes stables le long de l'intersection des surfaces de discontinuités ($S = 0$), il suffit que pour tout x et t, il existe une fonction $V(S,x,t)$ avec les conditions (1), (2) et (3) du théorème 4.6 et la condition suivante doit être satisfaite :

$$\lim_{R \to \infty} h_R = \infty \tag{4.77}$$

Pour la suite nous choisissons la fonction de Lyapunov : $V = \frac{1}{2}S^2$
Alors pour que la surface $S = 0$ soit attractive sur tout le domaine de fonctionnement ϑ, il suffit que la dérivée par rapport au temps de V soit négative :

$$S\dot{S} < 0 \quad \forall x \in \vartheta \tag{4.78}$$

Pour une convergence en temps fini, la condition (4.78) qui ne garantit qu'une convergence asymptotique vers la surface de glissement est remplacée par une condition plus restrictive dite de $\eta-$attractivité et donnée dans [204] :

$$S\dot{S} < -\eta\,|S| \quad \forall x \in \vartheta \tag{4.79}$$

où η est une constante positive. Dans ce cas on peut assurer que la surface $S = 0$ va être rejointe avec un temps de convergence fini t_{con} tel que :

$$t_{con} < \frac{|S(t=0)|}{\eta} \tag{4.80}$$

Remarque 4.3 :

Il n'est pas suffisant que la dynamique de glissement soit asymptotiquement stable, il faut aussi que le domaine de glissement passe par le point d'équilibre désiré.

4.3.8 Suppression du phénomène de réticence

Le phénomène de réticence constitue un inconvénient majeur non négligeable, car même s'il est possible de le filtrer à la sortie du processus, il est susceptible d'exciter des modes de hautes fréquences qui n'ont pas été pris en compte lors de la modélisation du système. Ceci peut dégrader les performances et même conduire au problème d'instabilité [204]. La réticence implique également d'importantes oscillations mécaniques au niveau des actionneurs, pouvant provoquer leur usure rapide, ainsi que des pertes énergétiques non négligeables au niveau des circuits de puissance électrique. Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions ont été proposées [189], [201]-[212].

Solution de couche limite

Cette solution connue aussi par le nom boundary layer solution, a été proposée par Slotine et Sastry en 1983 [213] et Slotine en 1984 [189]. Elle consiste à effectuer une approximation continue des discontinuités présentes dans la loi de commande au voisinage de la surface de glissement.
Supposons que la commande discontinue qui provoque le phénomène de réticence s'écrit sous la forme : $u(t) = -k\ sign(S(t))$, avec :k constante positive.
La fonction $sign(S(t))$ est remplacée (continûment approximée), par une fonction

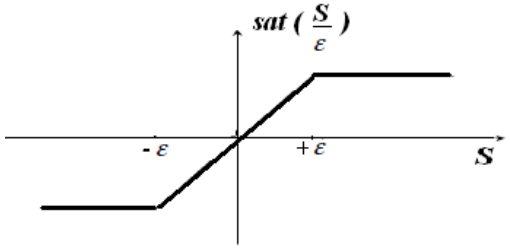

FIGURE 4.5 – Fonction saturation.

plus lisse dans la couche limite de $S(t) = 0$. Parmi ces fonctions utilisées nous citons la fonction de saturation donnée par figure (4.5) :

$$sat(S) = \begin{cases} \frac{S}{\varepsilon} & si \quad \left|\frac{S}{\varepsilon}\right| \leq 1 \\ sign(S) & si \quad \left|\frac{S}{\varepsilon}\right| > 1 \end{cases} \tag{4.81}$$

4.3.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné une étude théorique concernant les deux types de commandes robustes, à savoir le backstepping et le mode glissant d'ordre un.

L'intérêt majeur de ces approches se situe dans leur simplicité de la mise en œuvre ainsi que leur robustesse vis-à-vis les perturbations extérieurs et les incertitudes non paramétrique. Afin de valider l'efficacité de ces régulateurs, nous allons les appliquer pour le robot manipulateur dans le prochain chapitre.

Chapitre 5

Commandes robustes appliquées au robot golfeur

5.1 Introduction

Un modèle mathématique constitue souvent une description approchée de la réalité physique, et la loi de commande ne pourrait être construite que suivant ce modèle. Ainsi la commande choisie devra être robuste dans le sens où elle devra garantir une faible sensibilité aux erreurs et aux incertitudes sur les paramètres, à leurs variations et aux perturbations.

Au chapitre précédent, une synthèse bibliographique a été donnée sur des contrôleurs qualifiés par leurs robustesses face aux perturbations en attirant l'attention sur le backstepping et le mode glissant. Les schémas de commandes de ces derniers seront développés et appliqués ensuite au robot golfeur dans ce chapitre, en présentant les résultats des simulations obtenus.

5.2 Position de problème et motivation

Le problème de la commande d'un robot manipulateur peut être formulé comme la détermination de l'évolution des forces/couples généralisés que les actionneurs doivent exercer afin de garantir l'exécution d'une tâche donnée. La difficulté de réaliser la synthèse d'une telle commande réside dans le fait qu'un robot manipulateur est un système : multidimensionnel ; non linéaire et fortement couplé.

La commande du robot golfeur considéré dans notre application, qui reste l'élément clé de sa mise en œuvre, constitue une large diffusion dans la littérature et cela, afin d'améliorer les performances de cet engin en présence des perturbations divers. Dans [105], une commande classique PID a été appliquée au robot afin de réduire l'erreur

de la poursuite du robot à sa référence. Dans [104] et [76] un contrôleur PD avec une compensation de gravite a été développé et appliqué au robot. D'autres commandes classiques dédiées à la robotique ont été testées dans le cadre d'un mémoire de magister [120], tels que la commande point à point, la commande de poursuite de trajectoire et la commande par découplage non linéaire. Cependant, à des vitesses élevées caractérisant le mouvement du robot, où les effets de couples de couplage non linéaires deviennent perceptibles, les contrôleurs linéaires deviennent inefficaces et ils ne peuvent pas vaincre les perturbations intérieurs et extérieurs qui influent sur le comportement du robot golfeur. Cela nous a motivé à proposer, dans ce chapitre, d'appliquer des lois de commande non linéaires, robustes ; à savoir le backstepping, le mode glissant et la commande hybride backstepping-mode glissant en présence de perturbations diverses.

5.3 Hypothèses et objectifs

Hypothèse 5.1 : Nous supposons que tous les états du système sont mesurés.

Hypothèse 5.2 : Nous supposons que toutes les trajectoires désirées et leurs dérivées successives sont bornées.

Hypothèse 5.3 : Nous supposons que toutes les perturbations externes qui affectent le systèmes sont bornées.

Objectifs

- Assurer une bonne poursuite pour les sorties en dépit d'incertitudes non paramétriques et des perturbations extérieurs (nous utilisons comme références, les trajectoires optimales déterminées au chapitre 3 qui correspondent à la vitesse linéaire $v_{2xm} = 35(m/s)$).

- Assurer la robustesse, en dépit des incertitudes non paramétriques ainsi que les perturbations extérieurs, la stabilité de la boucle fermée globale et garantir aussi les performances tout en respectant le dilemme connu, robustesse-performance.

5.4 Synthèse de la commande Backstepping

Dans cette section, la synthèse de la loi de commande robuste backstepping (en poursuite de référence) sera développée et appliquée par la suite au robot golfeur dont ses différentes étapes sont expliquées dans le chapitre 4.
Nous considérons le modèle du robot donné par equation (2.25). Nous avons donc :

Le premier sous système

Soit $x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \dot{\theta}_1 \end{bmatrix}$ le vecteur d'état du premier sous système. Cela donne la représentation d'état correspondante suivante :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= M^{-1}\left(\Gamma_1 - C\dot{\theta}_1 - G\right) \end{aligned} \tag{5.1}$$

Étape 1

Soit x_{1d} la trajectoire de référence de x_1. Nous pouvons définir l'erreur de poursuite de θ_1 par :

$$e_1 = x_{1d} - x_1 \tag{5.2}$$

Et sa dérivée par :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 \tag{5.3}$$

D'après l'équation (5.1), nous avons $\dot{x}_1 = x_2$, l'équation (5.3) devient donc :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_{1d} - x_2 \tag{5.4}$$

Désignons la première fonction stabilisante α_1 donnée par equation (4.33) :

$$\alpha_1 = -k_1 e_1 \tag{5.5}$$

Où k_1 est une constante positive. L'objectif dans cette étape est d'assurer la poursuite de x_1 vers sa trajectoire désirée x_{1d}. Pour cela nous considérons la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \tag{5.6}$$

Il est claire que cette fonction de Lyapunov est définie positive, il faut donc garantir que sa dérivée soit négative afin d'achever la stabilité du premier sous système. La dérivée de V_1 est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 \tag{5.7}$$

Substituant (5.4) dans (5.7), nous trouvons :

$$\dot{V}_1 = e_1 \left(\dot{x}_{1d} - x_2\right) \tag{5.8}$$

Selon l'équation (4.47), la fonction de Lyapunov doit prendre la valeur suivante pour qu'elle soit négative :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 \tag{5.9}$$

En utilisant (5.9) et (5.8), nous obtiendrons :

$$-k_1 e_1 = \dot{x}_{1d} - x_2 \tag{5.10}$$

Et nous trouvons alors :

$$x_2 = \dot{x}_{1d} + k_1 e_1 \tag{5.11}$$

Étape 2

Soit x_{2d} la trajectoire de référence de x_2. Nous pouvons définir l'erreur de poursuite de θ_2 par :

$$e_2 = x_{2d} - x_2 \tag{5.12}$$

En utilisant les équations (5.11) et (5.12) pour déterminer les relations suivantes :

$$e_2 = \dot{x}_{1d} + k_1 e_1 - x_2 \tag{5.13}$$

Ou encore :

$$e_2 = \dot{x}_{1d} + k_1 e_1 - \dot{x}_1 \tag{5.14}$$

La dérivée de (5.14), donne :

$$\dot{e}_2 = \ddot{x}_{1d} + k_1 \dot{e}_1 - \dot{x}_2 \tag{5.15}$$

L'équation (5.14) peut être écrit :

$$e_2 = \dot{e}_1 + k_1 e_1 \tag{5.16}$$

Nous obtenons alors :

$$\dot{e}_1 = e_2 - k_1 e_1 \tag{5.17}$$

Pour stabiliser le système (e_1, e_2), nous augmentons la deuxième fonction de Lyapunov V_2 par un terme, ce qui donne :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \tag{5.18}$$

La dérivée de cette fonction est définie par :

$$\dot{V}_2 = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 \tag{5.19}$$

Le développement de cette équation donne :

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 + e_2 \left(k_1 \dot{e}_1 + \ddot{x}_{1d} - \dot{x}_2 + e_1 \right) \tag{5.20}$$

La stabilité du premier sous système ainsi que l'achèvement de l'objectif de la poursuite revient à garantir que la dérivée $\dot{V}_2$ soit négative. Pour cela, selon l'équation (4.47), nous posons :

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \tag{5.21}$$

Avec k_2 est une constante positive.

L'égalité entre (5.20) et (5.21) donne :

$$\dot{x}_2 = k_1\dot{e}_1 + \ddot{x}_{1d} + e_1 + k_2 e_2 \tag{5.22}$$

Les équation (5.1) et (5.22), nous permettra enfin de déterminer la commande (couple) τ_1 du premier segment :

$$\tau_1 = C\dot{\theta}_1 + G + M\left(\dot{e}_1 K_{d1} + \ddot{x}_{1d} + e_1 K_{p1}\right) \tag{5.23}$$

Avec :

$$\begin{array}{l} K_{d1} = k_1 + k_2 \\ K_{p1} = 1 + k_1 k_2 \end{array} \tag{5.24}$$

Le deuxième sous système

Soit $x = \left[\begin{array}{cc} x_3 & x_4 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc} \theta_2 & \dot{\theta}_2 \end{array}\right]$ le vecteur d'état du deuxième sous système, ce qui donne la représentation d'état correspondante suivante :

$$\begin{array}{l} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = M^{-1}\left(\Gamma_2 - C\dot{\theta}_2 - G\right) \end{array} \tag{5.25}$$

Étant donné k_3 et k_4 des constantes positives. La loi de commande de ce deuxième segment a été développée en suivant les mêmes étapes suivies lors de la détermination de la commande du premier segment. Nous obtenons alors :

$$\tau_2 = C\dot{\theta}_2 + G + M\left(\dot{e}_3 K_{d2} + \ddot{x}_{3d} + e_2 K_{p2}\right) \tag{5.26}$$

Avec :

$$\begin{array}{l} K_{d2} = k_3 + k_4 \\ K_{p2} = 1 + k_3 k_4 \end{array} \tag{5.27}$$

5.5 Synthèse de la commande Backstepping avec l'action intégrale

Dans cette section, la synthèse de la loi de commande robuste Backstepping avec l'action intégrale sera développée et appliquée par la suite au robot golfeur dont la procédure consiste à introduire une action intégrale au niveau de la commande virtuelle de l'**Étape 1**.

Le premier sous système

Nous considérons le sous système donné par équation (5.1).

Étape 1

En ajoutant une action intégrale dans l'équation (5.2), nous obtenons :

$$e_1 = x_{1d} - x_1 + \lambda_1 \int (x_{1d} - x_1) \tag{5.28}$$

Avec λ_1 est une constante positive.

La dérivée de l'erreur e_1 est donnée par :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 + \lambda_1(x_{1d} - x_1) \tag{5.29}$$

Cela donne :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_{1d} - x_2 + \lambda_1(x_{1d} - x_1) \tag{5.30}$$

Nous choisissons la même fonction de Lyapunov candidate afin d'assurer la tâche de poursuite.

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 \tag{5.31}$$

Afin de garantir la stabilité, il faut que la dérivée de Lyapunov soit négative. Calculons cette dérivée :

$$\dot{V}_1 = e_1\dot{e}_1 \tag{5.32}$$

Ou encore :

$$\dot{V}_1 = e_1 \left(\dot{x}_{1d} - x_2 + \lambda_1 \left(x_{1d} - x_1\right)\right) \tag{5.33}$$

Posons :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 \tag{5.34}$$

Nous obtiendrons donc :

$$\dot{x}_{1d} - x_2 + \lambda_1 \left(x_{1d} - x_1\right) = -k_1 e_1 \tag{5.35}$$

D'où :

$$x_2 = k_1 e_1 + \dot{x}_{1d} + \lambda_1 \left(x_{1d} - x_1\right) \tag{5.36}$$

Étape 2

Étant donné l'erreur de poursuite de x_2 :

$$e_2 = x_{2d} - x_2 \tag{5.37}$$

$$e_2 = k_1 e_1 + \dot{x}_{1d} + \lambda_1 \left(x_{1d} - x_1\right) - x_2 \tag{5.38}$$

En utilisant (5.30) et (5.38), Nous obtiendrons :

$$e_2 = k_1 e_1 + \dot{e}_1 \tag{5.39}$$

Ce qui donne :

$$\dot{e}_1 = e_2 - k_1 e_1 \tag{5.40}$$

Nous obtiendrons alors :

$$\dot{e}_2 = k_1 \dot{e}_1 + \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \left(\dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 \right) - \dot{x}_2 \tag{5.41}$$

Soit la fonction de Lyapunov candidate suivante :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 \tag{5.42}$$

Calculons sa dérivée :

$$\dot{V}_2 = e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 \tag{5.43}$$

Nous trouvons alors :

$$\dot{V}_2 = e_1 \left(e_2 - k_1 e_1 \right) + e_2 \left(k_1 \dot{e}_1 + \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \left(\dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 \right) - \dot{x}_2 \right) \tag{5.44}$$

Cela donne :

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 + e_2 \left(e_1 + k_1 \dot{e}_1 + \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \left(\dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 \right) - \dot{x}_2 \right) \tag{5.45}$$

Afin que l'équation (5.45) soit négative, il faut poser :

$$e_1 + k_1 \dot{e}_1 + \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \left(\dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 \right) - \dot{x}_2 = -k_2 e_2 \tag{5.46}$$

L'équation (5.45) devient donc :

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 \tag{5.47}$$

A partir de l'équation (5.46), nous pouvons écrire :

$$\dot{x}_2 = k_2 e_2 + k_1 \dot{e}_1 + \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \left(\dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 \right) \tag{5.48}$$

Ou encore :

$$\dot{x}_2 = \left(k_1 k_2 + 1 \right) e_1 + e_1 + \left(k_1 + k_2 \right) \dot{e}_1 + \lambda_1 \left(\dot{x}_{1d} - \dot{x}_1 \right) + \ddot{x}_{1d} \tag{5.49}$$

Nous trouvons enfin la loi de commande du premier segment, donnée par :

$$\tau_1 = C \dot{\theta}_1 + G + M \left(K_{p1} e_1 + K_{d1} \dot{e}_1 + K_{i1} \left(\dot{x}_{1d} + \dot{x}_1 \right) + \ddot{x}_{1d} \right) \tag{5.50}$$

Avec :

$$\begin{aligned} K_{p1} &= (k_1 k_2 + 1) \\ K_{d1} &= (k_1 + k_2) \\ K_{i1} &= \lambda_1 \end{aligned} \tag{5.51}$$

Avec k_1 et k_2 sont des constantes positives.

Le deuxième sous système

Nous considérons le sous système donné par équation (5.25).

Étant donné λ_2, k_3 et k_4 des constantes positives. La loi de commande de ce deuxième segment sera développée en suivant les mêmes étapes expliquées précédemment lors de la détermination de la commande du premier segment. Nous obtenons alors :

$$\tau_2 = C\dot{\theta}_2 + G + M\left(K_{p2} e_3 + K_{d2}\dot{e}_3 + K_{i2}\left(\dot{x}_{3d} + \dot{x}_3\right) + \ddot{x}_{3d}\right) \tag{5.52}$$

Avec :

$$\begin{aligned} K_{p2} &= (k_3 k_4 + 1) \\ K_{d2} &= (k_3 + k_4) \\ K_{i2} &= \lambda_2 \end{aligned} \tag{5.53}$$

5.6 Synthèse de la commande modes glissant

L'objectif principal de cette commande consiste à utiliser l'approche des modes glissants afin de fournir une loi de commande robuste vis-à-vis des perturbations diverses, permettant de forcer les variables articulaires à suivre leurs trajectoires désirées.

La synthèse d'un tel contrôleur est basée sur le choix de la surface de glissement dont le polynôme caractéristique possède ses racines dans le demi plan gauche du plan complexe.

Le modèle dynamique du robot golfeur peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = M^{-1}\left[\begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{pmatrix} - C\begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} - G\right] \tag{5.54}$$

5.6.1 Détermination de la surface de glissement

Le degré relatif du système considéré est $r = 2$ et l'équation de la surface de glissement $S(x) = (e, \dot{e})$ a été choisie comme suit :

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 e_1 + \dot{e}_1 \\ \alpha_2 e_2 + \dot{e}_2 \end{pmatrix} \tag{5.55}$$

Avec : $e_1 = \theta_{1d} - \theta_1$, $e_2 = \theta_{2d} - \theta_2$, $\dot{e}_1 = \dot{\theta}_{1d} - \dot{\theta}_1$ et $\dot{e}_2 = \dot{\theta}_{2d} - \dot{\theta}_2$.
Et : α_1 et α_2 sont des constantes positives.

5.6.2 Conception de la loi de commande

En se basant sur la surface de glissement donnée par l'équation (5.55), l'objectif principal de cette méthode est d'utiliser une fonction de Lyapunov afin de déterminer une loi de commande par modes glissant qui force l'équation de glissement à converger vers zéro en un temps fini.

Théorème 5.1 : [213]
Soit un modèle du système défini par équation (5.55). La loi de commande en modes glissant u, qui force les erreurs de poursuite à tendre asymptotiquement vers zéros dans un temps fini, est donnée par :

$$u = u_{eq} + u_r \tag{5.56}$$

Avec : u_{eq} est appelée commande équivalente et u_r est appelée commande robuste.

Déterminons maintenant cette commande globale u.

La loi de commande robuste : u_r

Cette loi de commande est déterminée suivant l'équation (4.55), nous obtiendrons alors :

$$\begin{pmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\lambda_1 sign(S_1) \\ -\lambda_2 sign(S_2) \end{pmatrix} \tag{5.57}$$

Avec λ_1 et λ_2 sont des constantes positives.

Substituant l'équation (5.55) dans (5.57), nous trouvons :

$$\begin{pmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\lambda_1 sign(\alpha_1 e_1 + \dot{e}_1) \\ -\lambda_2 sign(\alpha_2 e_2 + \dot{e}_2) \end{pmatrix} \tag{5.58}$$

La loi de commande équivalente : u_{eq}

Cette loi de commande est déterminée suivant l'équation (4.58). Posant d'abord $\dot{S} = 0$, avec :

$$\begin{pmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{S}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \dot{e}_1 + \ddot{e}_1 \\ \alpha_2 \dot{e}_2 + \ddot{e}_2 \end{pmatrix} \tag{5.59}$$

Et :

$$\begin{pmatrix} \ddot{e}_1 \\ \ddot{e}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_{1d} - \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_{2d} - \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} \tag{5.60}$$

Nous obtenons enfin la commande équivalente suivante :

$$\begin{pmatrix} u_{eq1} \\ u_{eq2} \end{pmatrix} = M(\theta) \begin{pmatrix} \alpha_1 \dot{e}_1 + \ddot{\theta}_{1d} \\ \alpha_2 \dot{e}_2 + \ddot{\theta}_{2d} \end{pmatrix} + C\left(\theta, \dot{\theta}\right) \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + G\left(\theta\right) \tag{5.61}$$

La loi de commande Globale : u

En utilisant les équations (5.58) et (5.61), nous obtenons la loi de commande par modes glissant globale donnée par :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = M(\theta) \begin{pmatrix} \alpha_1 \dot{e}_1 + \ddot{\theta}_{1d} \\ \alpha_2 \dot{e}_2 + \ddot{\theta}_{2d} \end{pmatrix} + G\left(\theta, \dot{\theta}\right) \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + C\left(\theta\right) + \begin{pmatrix} -\lambda_1 sign(\alpha_1 e_1 + \dot{e}_1) \\ -\lambda_2 sign(\alpha_2 e_2 + \dot{e}_2) \end{pmatrix} \tag{5.62}$$

Avec u_1 et u_2 représentent respectivement, dans notre applications, les couples τ_1 et τ_2.

5.7 Synthèse de la commande mode glissant avec l'action intégrale

Le développement de la commande mode glissant avec l'action intégrale consiste à suivre les mêmes étapes expliquées dans le paragraphe ci-dessus, en ajoutant le terme de l'action intégrale dans la surface de glissement. L'introduction de ce terme permettra d'affaiblir l'erreur de poursuite des positions et des vitesses angulaires. Les expressions des surfaces deviennent donc :

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 e_1 + \dot{e}_1 + \beta_1 \int e_1 dt \\ \alpha_2 e_2 + \dot{e}_2 + \beta_2 \int e_2 dt \end{pmatrix} \tag{5.63}$$

Avec β_1 et β_2 sont les paramètres de réglage de l'action intégrale.

La loi de commande de commutation devient donc :

$$\begin{pmatrix} u_{r1} \\ u_{r2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\lambda_1 sign(\alpha_1 e_1 + \dot{e}_1 + \beta_1 \int e_1 dt) \\ -\lambda_2 sign(\alpha_2 e_2 + \dot{e}_2 + \beta_2 \int e_2 dt) \end{pmatrix} \tag{5.64}$$

Calculons la dérivée de l'expression des surfaces données par (5.63) :

$$\begin{pmatrix} \dot{S}_1 \\ \dot{S}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \dot{e}_1 + \ddot{e}_1 + \beta_1 e_1 \\ \alpha_2 \dot{e}_2 + \ddot{e}_2 + \beta_2 e_2 \end{pmatrix} \tag{5.65}$$

En utilisant les équations (4.12) et (5.65), nous obtenons l'expression de la commande équivalente donnée par :

$$\begin{pmatrix} u_{eq1} \\ u_{eq2} \end{pmatrix} = M(\theta) \begin{pmatrix} \alpha_1 \dot{e}_1 + \ddot{e}_1 + \beta_1 e_1 \\ \alpha_2 \dot{e}_2 + \ddot{e}_2 + \beta_2 e_2 \end{pmatrix} + C\left(\theta, \dot{\theta}\right) \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + G\left(\theta\right) \tag{5.66}$$

Ce qui donne enfin la loi de commande par mode glissant globale avec l'action intégrale suivante :

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = M(\theta) \begin{pmatrix} \alpha_1 \dot{e}_1 + \ddot{e}_1 + \beta_1 e_1 \\ \alpha_2 \dot{e}_2 + \ddot{e}_2 + \beta_2 e_2 \end{pmatrix} + G\left(\theta, \dot{\theta}\right) \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + G(\theta) + \begin{pmatrix} -\lambda_1 sign(\alpha_1 e_1 + \dot{e}_1 + \beta_1 \int e_1 dt) \\ -\lambda_2 sign(\alpha_2 e_2 + \dot{e}_2 + \beta_2 \int e_2 dt) \end{pmatrix} \tag{5.67}$$

Avec u_1 et u_2 représentent respectivement, dans notre applications, les couples τ_1 et τ_2.

5.8 Synthèse de la commande hybride backstepping-mode glissant

Dans cette section, nous allons développer une commande hybride mode glissant basée sur le backstepping, afin de renforcer la robustesse de cette dernière face aux perturbations externes qui affectent le système ainsi que les incertitudes non paramétriques.

La stratégie de la commande est basée sur la notion de la fonction de Lyapunov et la convergence de la dynamique de système vers la surface de glissement. Ces deux conditions peuvent être formulées par :

- Condition de convergence proposée par Utkin [209] :

$$\dot{S}(x)S(x) < 0 \tag{5.68}$$

- Condition de Lyapunov :

$$\dot{V} < 0 \tag{5.69}$$

5.8.1 Synthèse de la loi de commande hybride

La synthèse de cette loi de commande sera développée selon les suppositions proposées dans [214] :

$$e_i = \begin{cases} x_{id} - x_i \quad /i \in \{1,3,5,7,9,11\} \\ \\ S_{i-1} = x_i - \dot{x}_{d(i-1)} - \lambda_i e_{(i-1)} \, /i \in \{2,4,6,8,10,12\} \end{cases} \tag{5.70}$$

$$V_i = \begin{cases} \frac{1}{2} e_i^2 \quad /i \in \{1,3,5,7,9,11\} \\ \\ V_{(i-1)} + \frac{1}{2} S_i^2 \, /i \in \{2,4,6,8,10,12\} \end{cases} \tag{5.71}$$

Et l'expression suivante :

$$\dot{S}_i = -q_i sign(S_i) - a_i(S_i), (i = 1, 2) \tag{5.72}$$

Avec q_i, a_i et λ_i sont des constantes positives.

La détermination de la loi de cette commande hybride sera effectuée selon les différentes étapes suivantes.

Le premier sous système

Nous considérons le sous système donné par équation (5.1).

Étape 1

Soit $e_1 > 0$ l'erreur correspondante à la position angulaire θ_1 :

$$e_1 = \theta_{d1} - \theta_1 \tag{5.73}$$

Et sa dérivée est :

$$\dot{e}_1 = \dot{\theta}_{d1} - \dot{\theta}_1 \tag{5.74}$$

Ce qui donne :

$$\dot{e}_1 = \dot{\theta}_{d1} - x_2 \tag{5.75}$$

La fonction de Lyapunov candidate a été choisie selon l'équation (5.71) :

$$V_1 = \frac{1}{2} e_1^2 \tag{5.76}$$

Pour que la stabilité du premier sous système soit satisfaite, il faut que la dérivée de la fonction de Lyapunov soit négative. Pour cela nous posons :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 \tag{5.77}$$

Tel que k_1 est une constante positive.

Calculons maintenant la dérivée de (5.76), ce qui donne :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 \tag{5.78}$$

L'égalité entre les équations (5.77) et (5.78) donne :

$$\dot{V}_1 = e_1(\dot{x}_{d1} - x_2) \tag{5.79}$$

Nous obtenons donc :

$$-k_1 e_1 = \dot{x}_{d1} - x_2 \tag{5.80}$$

Ce qui donne :

$$x_2 = k_1 e_1 + \dot{x}_{d1} \tag{5.81}$$

Étape 2

Selon l'équation (5.70), nous avons :

$$e_2 = S_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{d1} - \lambda_1 e_1 \tag{5.82}$$

Et sa dérivée est :

$$\dot{e}_2 = \dot{S}_1 = \ddot{x}_1 - \ddot{x}_{d1} - \lambda_1 \dot{e}_1 \tag{5.83}$$

La fonction de Lyapunov est choisie dans cette étape suivant l'équation (5.71), nous obtenons donc :

$$V_2 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} S_1^2 \tag{5.84}$$

Et sa dérivée sera donnée par :

$$\dot{V}_2 = e_1 \dot{e}_1 + S_1 \dot{S}_1 \tag{5.85}$$

Pour que le système soit stable, il faut que $\dot{V}_2$ soit négative, nous avons donc :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + S_1 \dot{S}_1 \tag{5.86}$$

Nous avons prouvé dans ***Étape 1*** que $\dot{V}_1 < 0$. Il nous reste maintenant à assurer que $S_1 \dot{S}_1 < 0$ afin de satisfaire la condition de Lyapunov $\dot{V}_2 < 0$, pour cela et en utilisant l'équation (5.72) nous pouvons poser :

$$\dot{S}_1 = -q_1 sign(S_1) - a_1(S_1) \tag{5.87}$$

L'égalité entre les équations (5.83) et (5.87) donne :

$$\ddot{\theta}_1 = \ddot{\theta}_{1d} + \lambda_1 \dot{e}_1 - q_1 sign(S_1) - a_1(S_1) \tag{5.88}$$

Le deuxième sous système

Nous considérons le sous système donné par équation (5.25).

En appliquant les mêmes étapes suivies lors de la détermination de $\ddot{\theta}_1$, nous trouvons alors :

$$\ddot{\theta}_2 = \ddot{\theta}_{2d} + \lambda_2 \dot{e}_2 - q_2 sign(S_2) - a_2(S_2) \tag{5.89}$$

Avec λ_2, q_2 et a_2 sont des constantes positives.

Nous trouvons enfin la commande hybride backstepping-mode glissant suivante :

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = M \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_{1d} + \lambda_1 \dot{e}_1 - q_1 \mathrm{sign}(S_1) - a_1(S_1) \\ \ddot{\theta}_{2d} + \lambda_2 \dot{e}_2 - q_2 \mathrm{sign}(S_2) - a_2(S_2) \end{pmatrix} + C \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + G \tag{5.90}$$

5.9 Simulation et interprétation des résultats

Les simulations des différentes lois de commandes développées ci-dessus et appliquées au robot golfeur sont effectuées sous l'environnement Matlab/Simulink et en utilisant les données du robot mentionnées dans Annexe A. Les trajectoires de références optimales des positions et vitesses angulaires ainsi que le couple optimal de référence sont donnés par figure (3.9).

5.9.1 Perturbations et incertitudes

Les perturbations extérieurs et les incertitudes prises en compte lors de l'application des commandes backstepping, modes glissants et la commande hybride sont les suivantes :

a- Bruit de mesure de position et de vitesse

Les bruits de mesure considérés sont additifs aux variables articulaires mesurées du robot, Figure (5.1). Ces bruits sont de nature aléatoire ; d'amplitude variant de -0.1 à 0.1 (rad) pour le bruit de position et de -0.75 à 0.75 (rad/s) pour le bruit de vitesse.

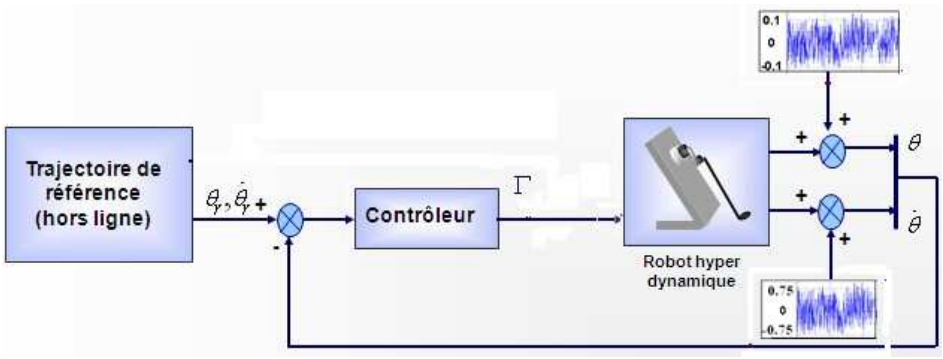

FIGURE 5.1 – Asservissrment du robot avec bruit de mesure

b- Perturbation extérieure : choc d'impact

Cette perturbation extérieur représente le choc d'impact, schématisé par figure (5.2), qui intervient au moment de la frappe de la balle (moment d'impact noté (t_m). Ce choc qui influe sur les deux articulations du robot est sous forme des forces (couples) de la balle qui vont être tranchées des commandes (τ_1) et (τ_2). Ce choc sera simulé par une impulsion de durée de 2(sec) et d'amplitude de 50($N.m$) pour la première articulation et de 5($N.m$) pour la deuxième articulation.

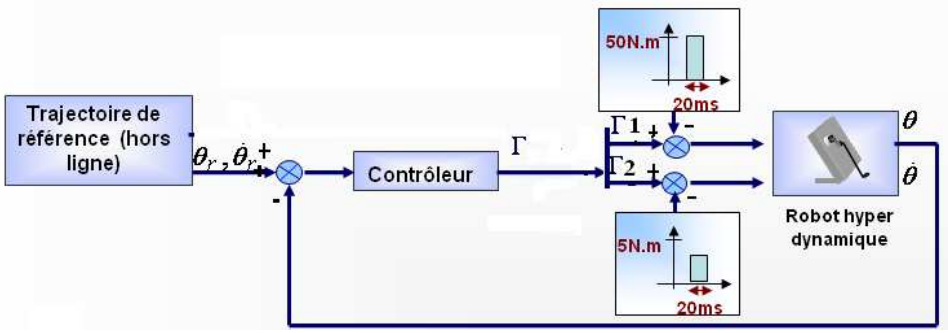

FIGURE 5.2 – Asservissement du robot avec choc d'impact

c- Incertitudes paramétriques

Étant donné que le club du robot n'est pas fixe et peut être changé, cela est équivalent à un changement de la masse de la charge (club) ou plus précisément un changement de son inertie, notée I_2, de 50% de sa valeur initiale considérée lors de la génération du mouvement optimal. Ce type d'incertitude permet de tester la robustesse de la commande appliquée au robot.

5.9.2 Les simulations de la commande Backstepping

Nous allons appliquer au robot golfeur, en premier lieu, la commande robuste backstepping dont nous avons développé précédemment en présence des perturbations et des incertitudes diverses.

Les coefficients des lois de commande sont choisis convenablement afin de garantir la stabilité du système ainsi que la robustesse de la commande appliquée.

a- Commande backstepping sans l'action intégrale

a1- Sensibilité aux choc d'impact et bruit de mesure

Nous allons commencer par l'analyser de la sensibilité de la commande robuste, backstepping, appliquée au robot, vis-à-vis les bruits de mesure et des perturbations extérieures (choc d'impact).

Paramètres de la commande

$k_1 = 10$, $k_2 = 20$, $k_3 = 9.8$ et $k_4 = 45$.

Les résultats de simulation ainsi obtenus sont donnés par les figures (5.3), (5.4) et (5.5).

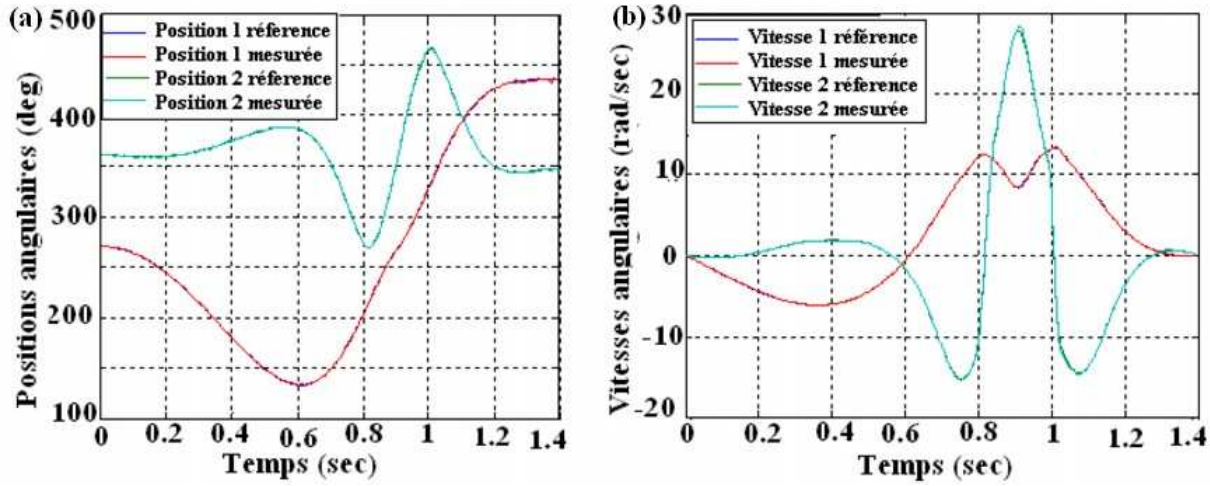

FIGURE 5.3 – Commande Backstepping avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires.

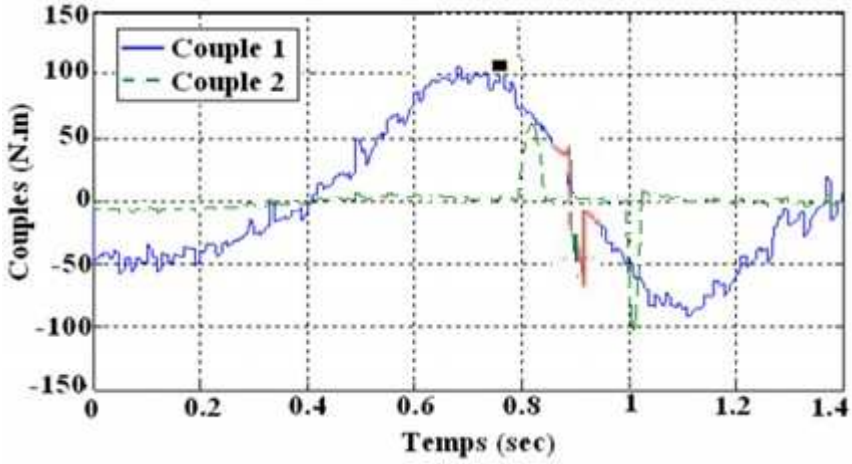

FIGURE 5.4 – Commande Backstepping avec choc d'impact et bruit de mesure.

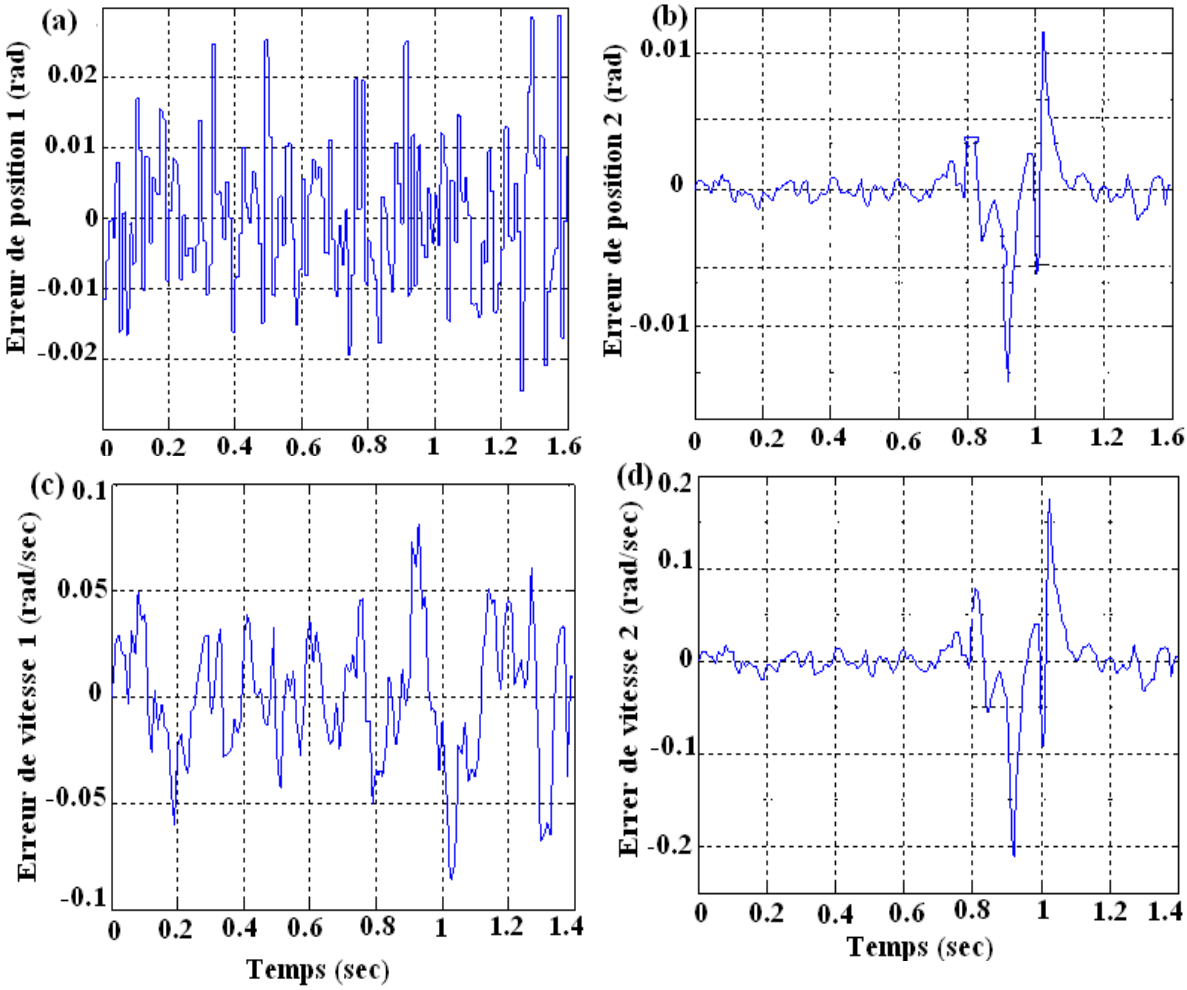

FIGURE 5.5 – Commande Backstepping avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires.

Synthèse 1

D'après les figures (5.3 -a) et (5.3 -b), nous remarquons un bon suivi des positions et des vitesses angulaires des deux articulations à leurs références. Nous pouvons confirmer ce résultat à partir des figures représentant les erreurs de poursuite (5.5). Nous constatons aussi, à partir des figures (5.5-b) et (5.5-d), que les erreurs augmentent légèrement autour du moment d'impact ($tm = 0.9s$). Cela revient à l'effet du choc appliqué à cet instant.

La figure (5.4) montre que les deux commandes respectent leurs limites physique, données dans Annexe A, dont les allures ressemble à celles de figure (3.9-c). Nous pouvons conclure donc que la commande backstepping a donné de bon résultat dans ce cas d'application.

a2- Test de robustesse et sensibilité aux bruit de mesure et choc d'impact.

Afin de tester la robustesse de la commande backstepping, nous allons appliquer en plus de bruit de mesure et le choc d'impact, une variation des paramètres (masse et inertie) du club en gardant les mêmes paramètres du contrôleur donnés dans l'application précédente.

Les résultats de simulation ainsi obtenus sont illustrés par les figure (5.6), (5.7) et (5.8).

Synthèse 2

Les figures (5.6 -a) et (5.6 -b) montrent que les variables articulaires ne suivent pas correctement leurs trajectoires de référence lorsqu'on a pris en considération les incertitudes paramétriques (variation du club). Ce résultat revient à la commande appliquée au robot qui n'est pas adaptative vis-à-vis la variation des paramètres du système. Cette commande perd alors sa robustesse au présence de ce type d'incertitude.

Les figures (5.8-b) et (5.8-d) correspondantes aux erreurs de poursuite du deuxième segment (club), montrent une augmentation remarquable de ces erreurs par rapport au résultat donné par figures (5.5-b) et (5.5-c) puisqu'on a changé l'inertie de club.

Les commandes illustrées par figure (5.7) présentent une dégradation si on les compare avec celles données par figure (5.4), malgré qu'elles respectent leur limite.

Pour remédier à ce problème nous allons introduire l'action intégrale à ce contrôleur dans la prochaine application.

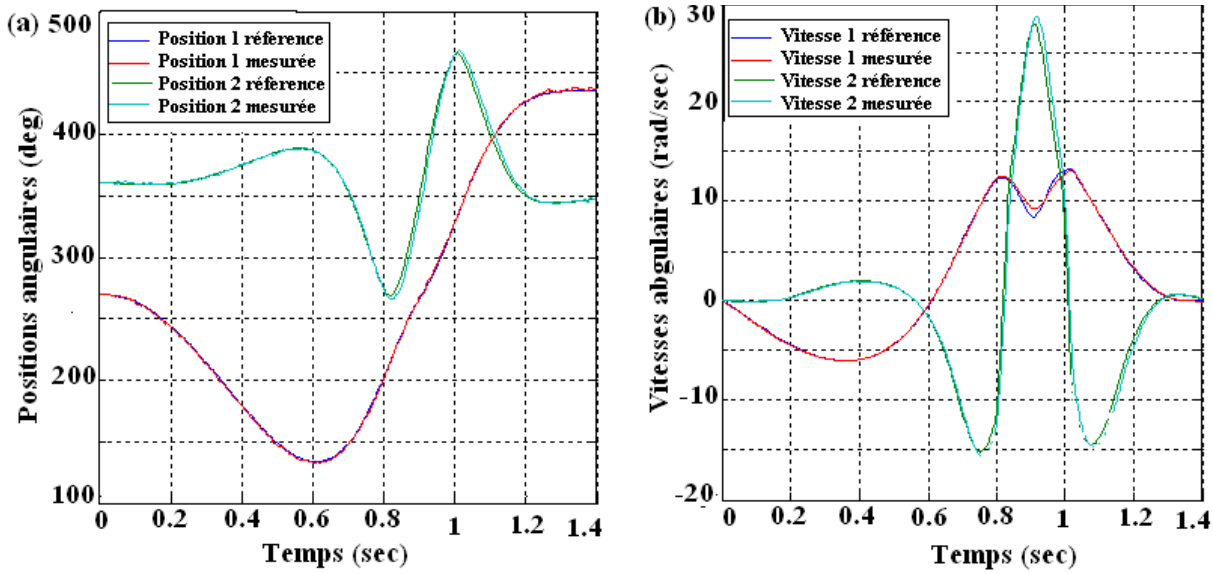

FIGURE 5.6 – Commande Backstepping avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires

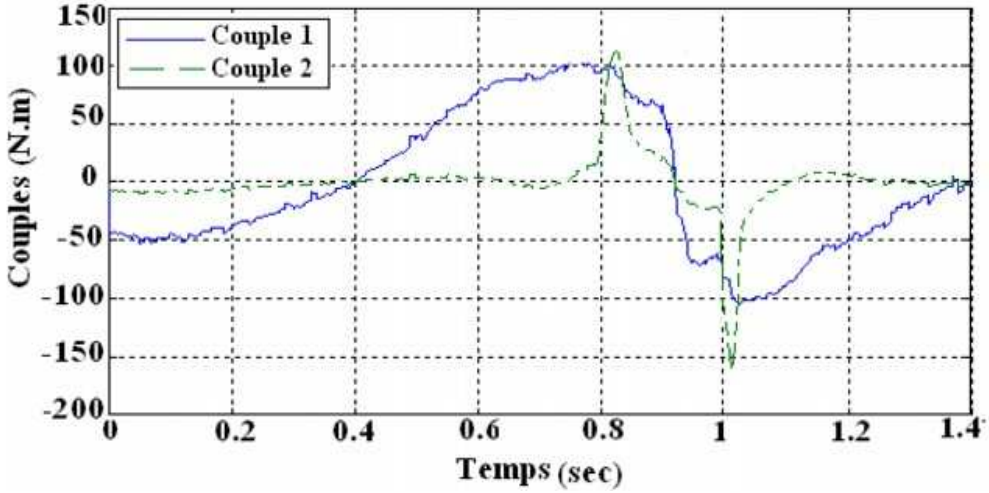

FIGURE 5.7 – Commande Backstepping avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse.

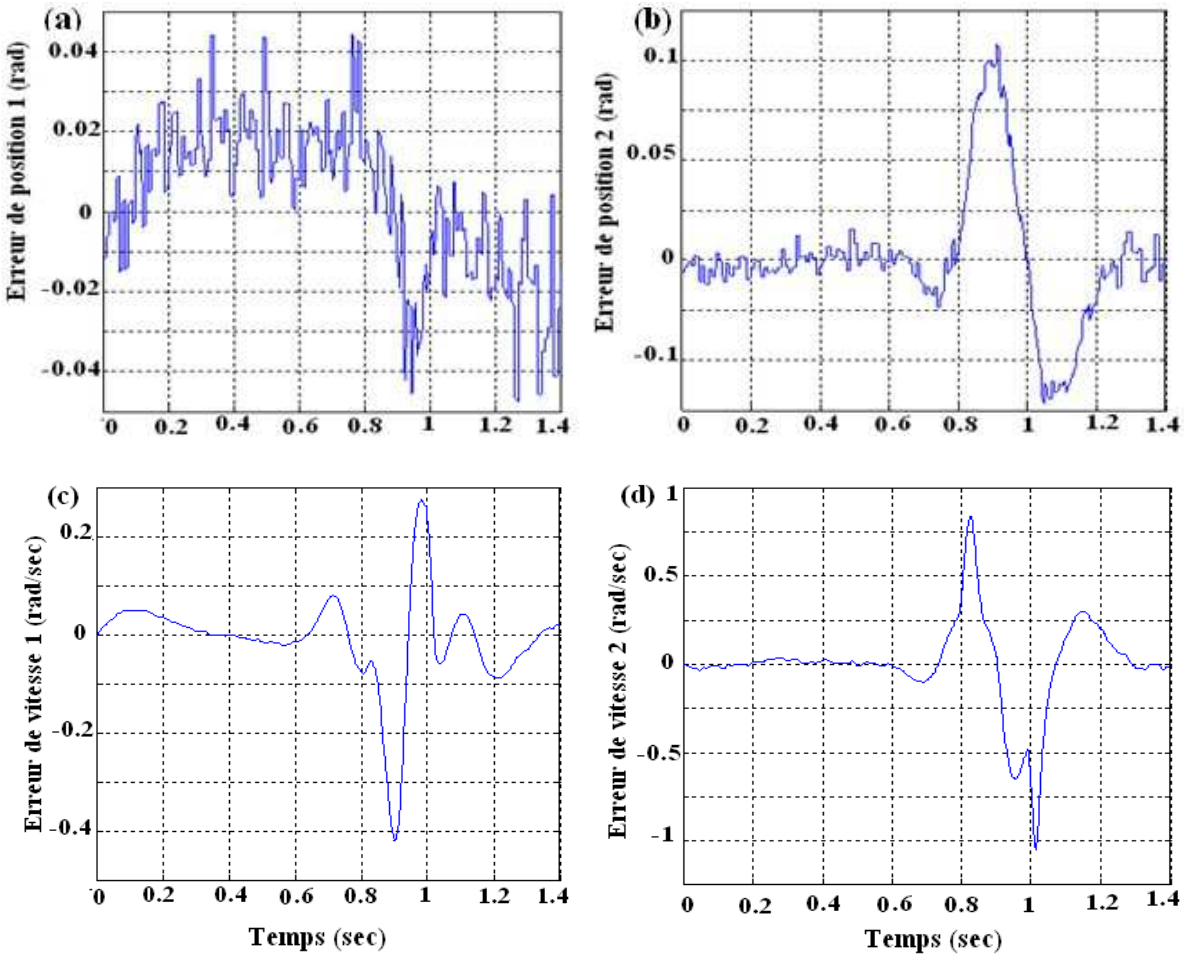

FIGURE 5.8 – Commande Backstepping avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires.

b- Commande Backstepping avec l'action intégrale

Nous allons appliqué maintenant la commande backstepping au robot en lui ajoutant une action intégrale qui permettra de minimiser l'erreur de poursuite. Nous allons considérer toujours la présence des trois perturbations et nous gardons les mêmes gains du contrôleur donnés lors de l'application précédente.

Paramètres de la commande

$k_1 = 10$, $k_2 = 20$, $k_3 = 9.8$, $k_4 = 45$, $\lambda_1 = 0.5$ et $\lambda_2 = 0.8$.

Les figures(5.9), (5.10) et (5.11) donnent les résultats de simulation obtenus :

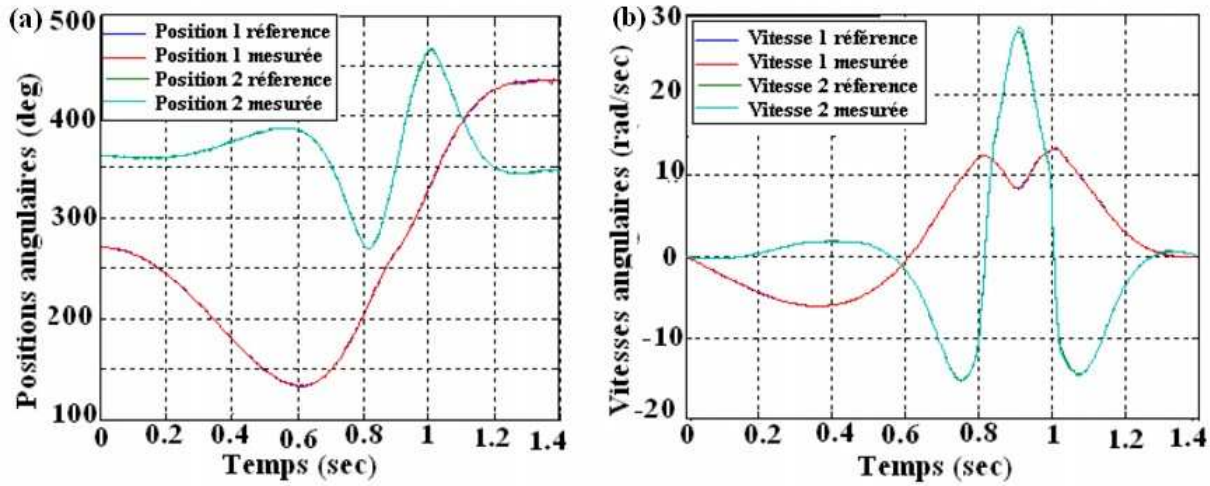

FIGURE 5.9 – Commande Backstepping avec action intégrale : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires.

Synthèse 3

A partir des figures (5.9) nous remarquons une amélioration de poursuite des positions et des vitesses angulaires à leurs références. Ce résultat montre l'effet magique de l'action intégrale sur la diminution des erreurs de poursuite données par figure (5.10).

La figure (5.11) montre que les commandes ont repris leur allure qui doivent être similaires à celles données par figure (3.9-c).

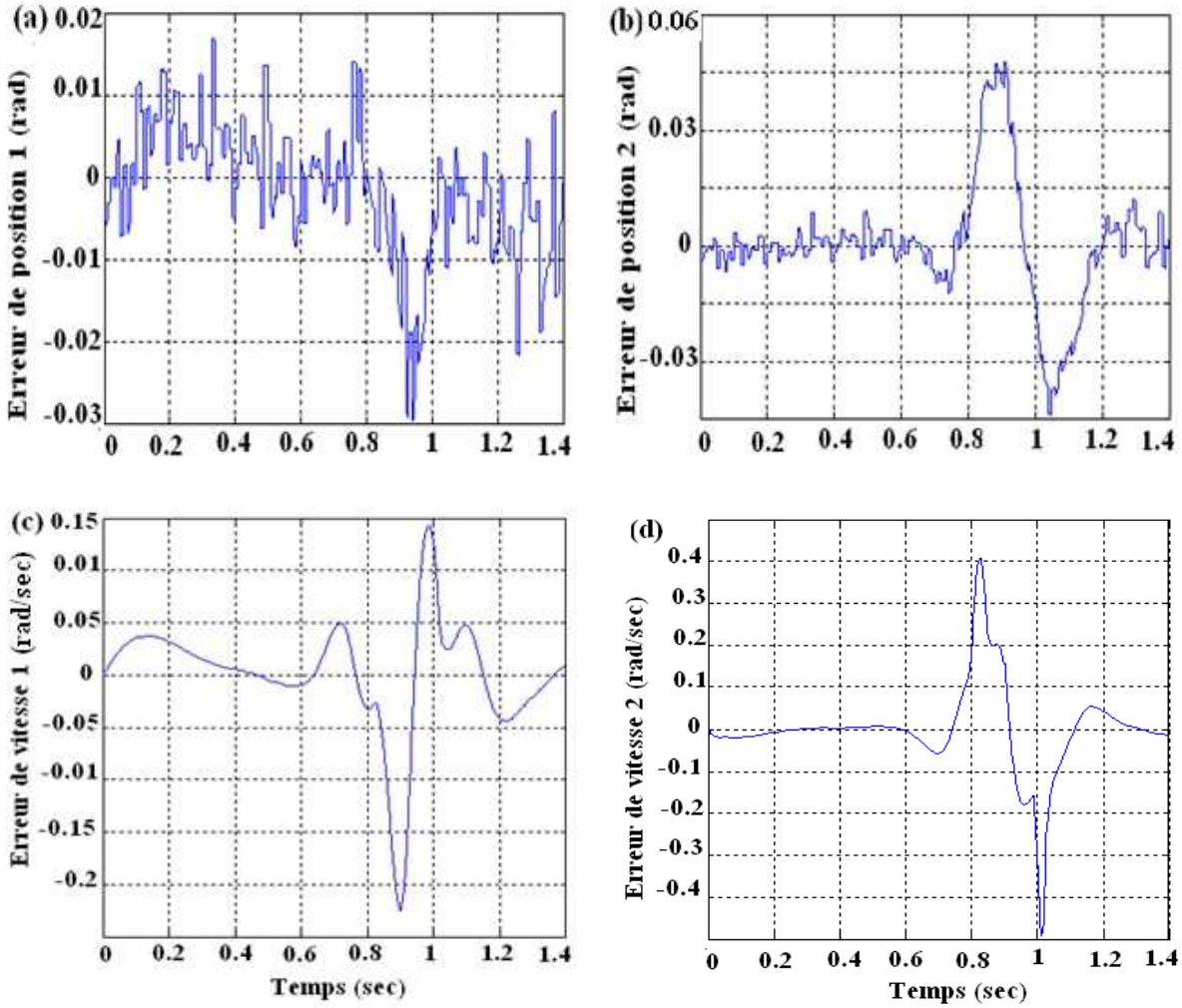

FIGURE 5.10 – Commande Backstepping avec action intégrale : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires.

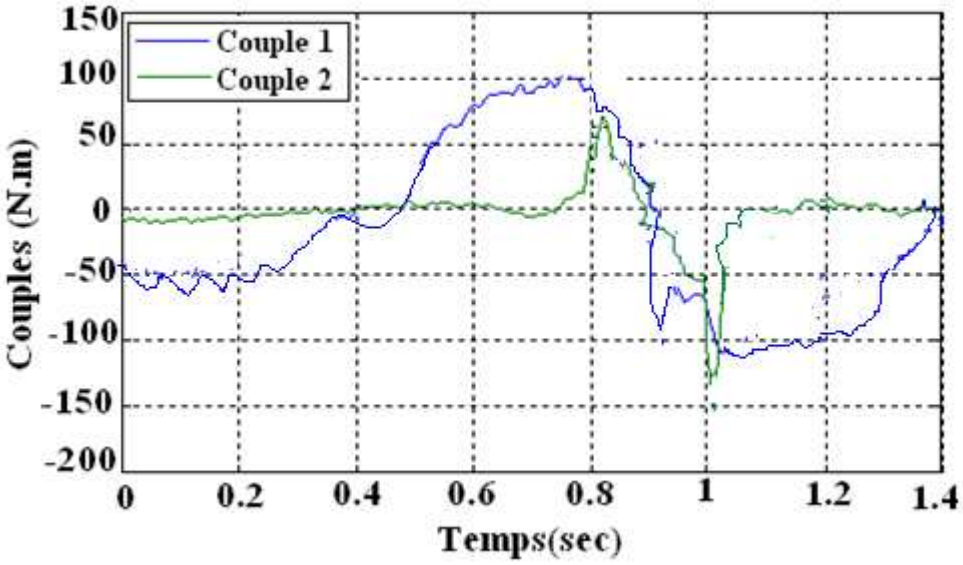

FIGURE 5.11 – Commande Backstepping avec action intégrale.

5.9.3 Les simulations de la commande Mode glissant

Nous allons appliquer maintenant, au robot golfeur, la commande robuste par modes glissants dont nous avons développé précédemment en présence des perturbations et des incertitudes diverses.

a- Commande par modes glissants sans l'action intégrale

Nous allons procéder à l'application de la loi de commande robuste par modes glissants au robot golfeur selon les cas donnés ci-dessous.

a1- Sensibilité aux choc d'impact et bruit de mesure

Nous allons analyser en premier lieu la sensibilité de la loi de commande mode glissant appliquée au robot en présence des différentes perturbations extérieurs.

Paramètres de la commande

$\alpha_1 = 10$, $\alpha_2 = 105$, $\lambda_1 = 0.5$ et $\lambda_2 = 0.9$.

Les figures (5.12), (5.13) et (5.14) montrent les résultats de simulation obtenus.

Synthèse 4

La figure (5.12) montre qu'il y a une bonne poursuite des positions et des vitesses angulaires à leurs références. Ce résultat peut être affirmé par figure (5.14) qui donne les erreurs de poursuite des variables articulaires.

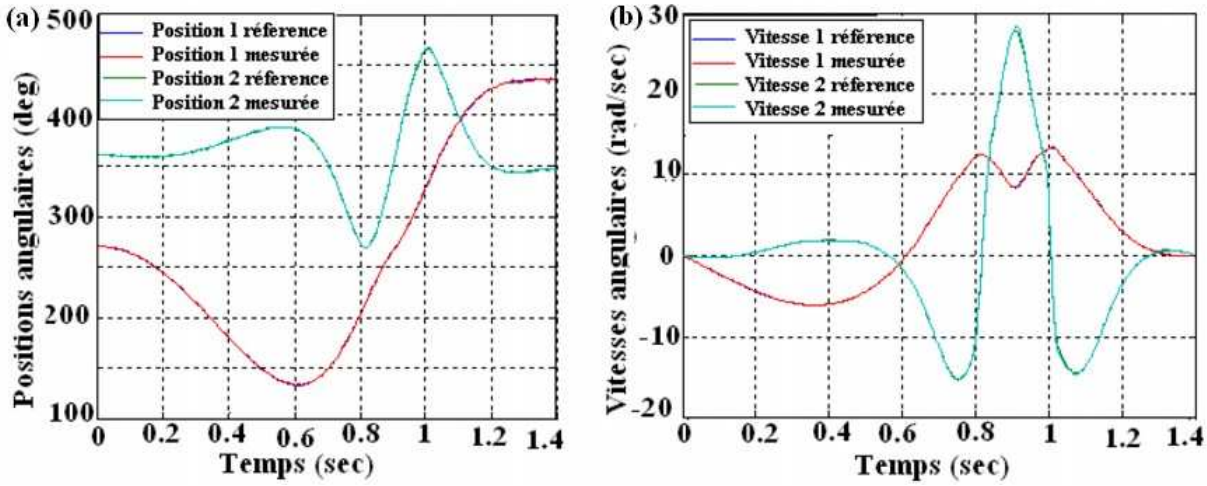

FIGURE 5.12 – Commande Modes glissants avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires.

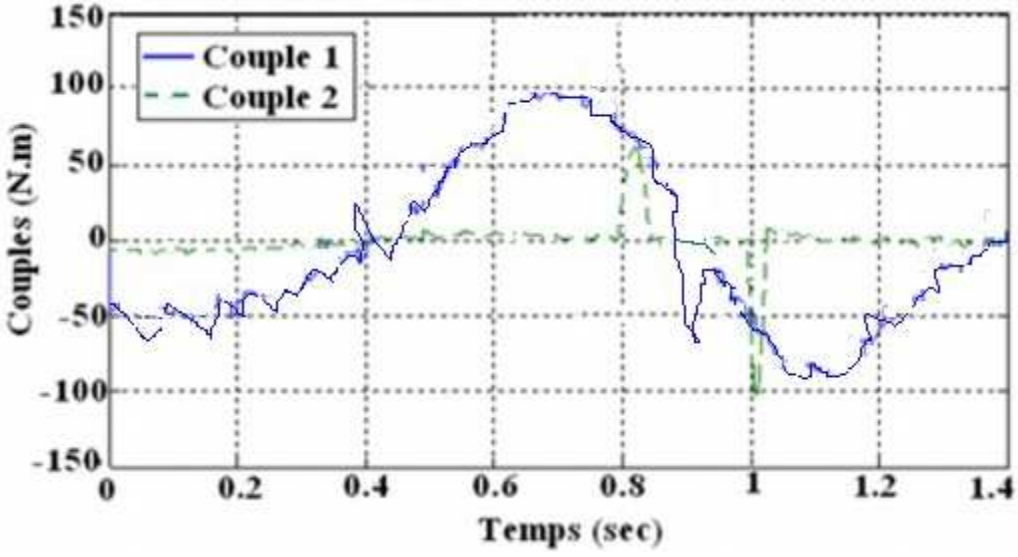

FIGURE 5.13 – Commande Modes glissants avec choc d'impact et bruit de mesure.

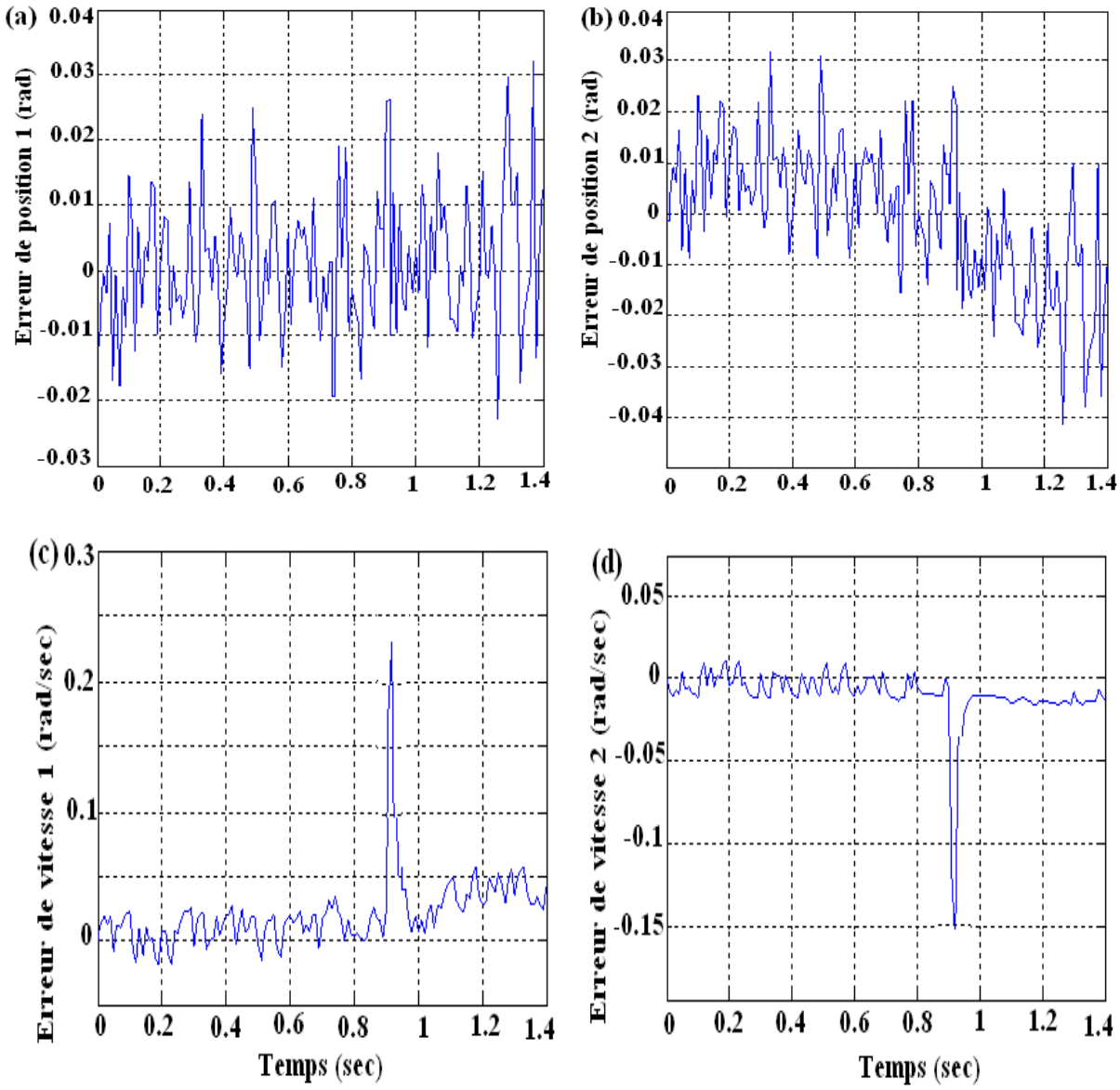

FIGURE 5.14 – Commande Modes glissants avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires.

La figure (5.13) montre que les couples moteurs respectent les limites physiques des actionneurs correspondants.

a2- Test de robustesse et sensibilité aux bruit de mesure et choc d'impact.

Afin de tester la robustesse de la commande modes glissants, nous avons ajouter, en plus des perturbations extérieurs considérées précédemment, le changement des paramètres du club en gardant les mêmes paramètres du contrôleur donnés dans l'application précédente.

Les figures (5.15), (5.16) et (5.17) montrent les résultats de simulation obtenus.

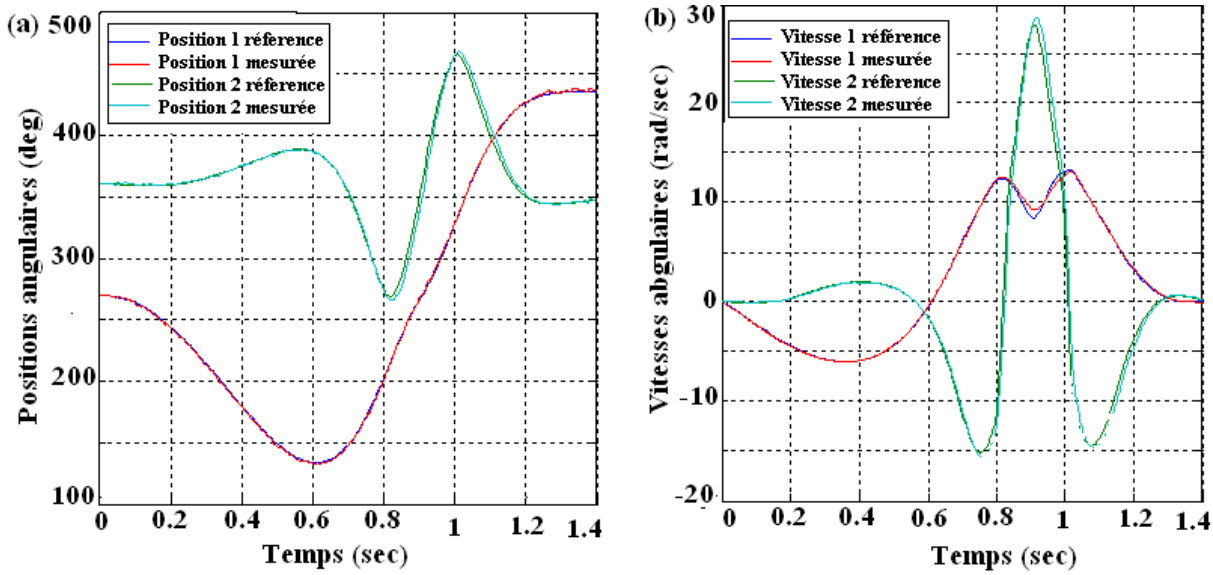

FIGURE 5.15 – Commande Modes glissants avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires

Synthèse 5

D'après les résultats de simulation obtenus, nous pouvons relever les mêmes constatations, données par ***Synthèse 2***, lors de l'application de la commande backstepping en considérant les mêmes perturbations extérieurs ainsi que les incertitudes paramétriques.

Nous pouvons conclure aussi que puisque la commande par Modes glissants utilisée dans ce cas n'est pas adaptative, ne peut pas donc vaincre la variation pa-

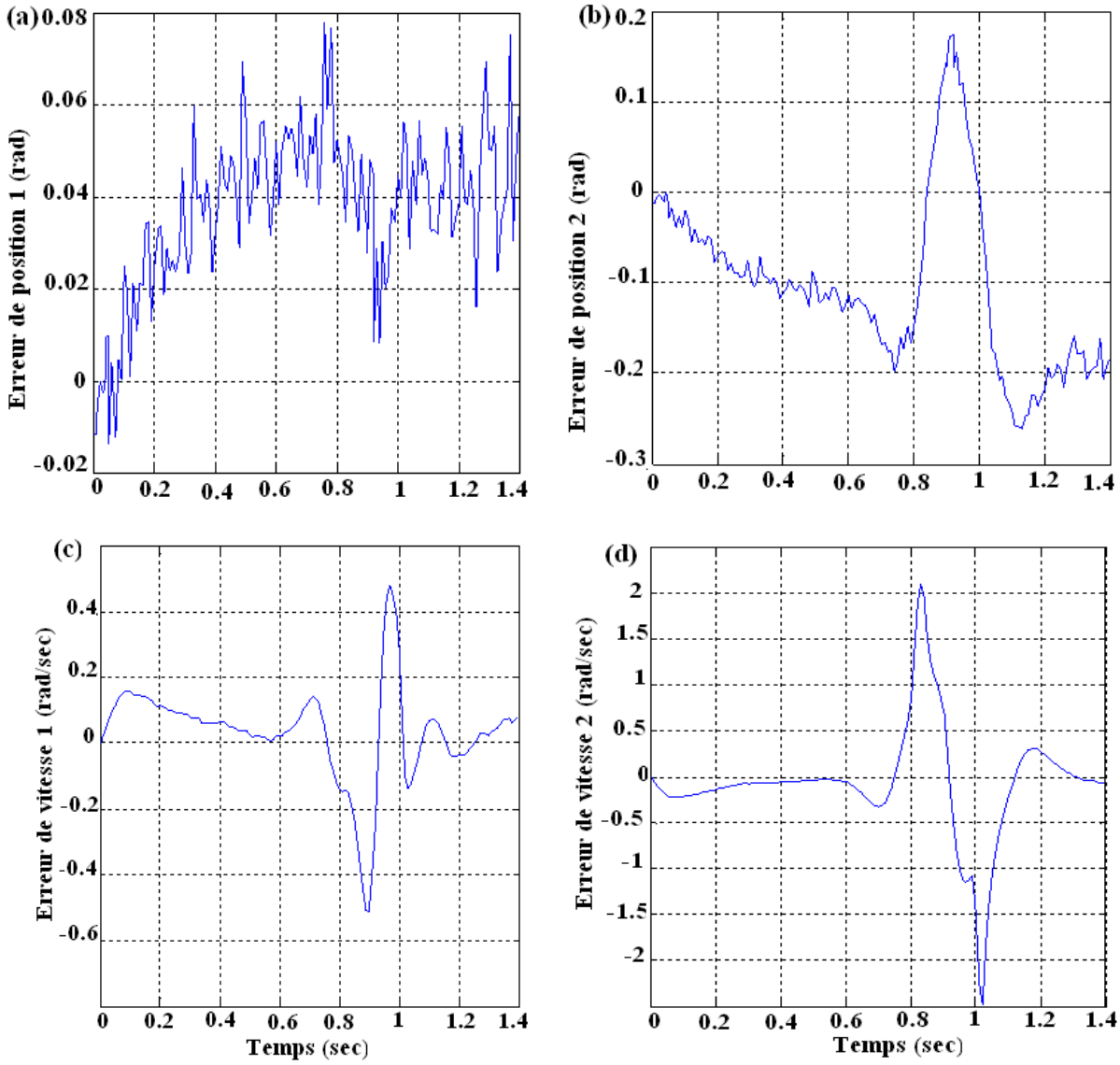

FIGURE 5.16 – Commande Modes glissants avec choc d'impact et bruit de mesure et test de robustesse : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires.

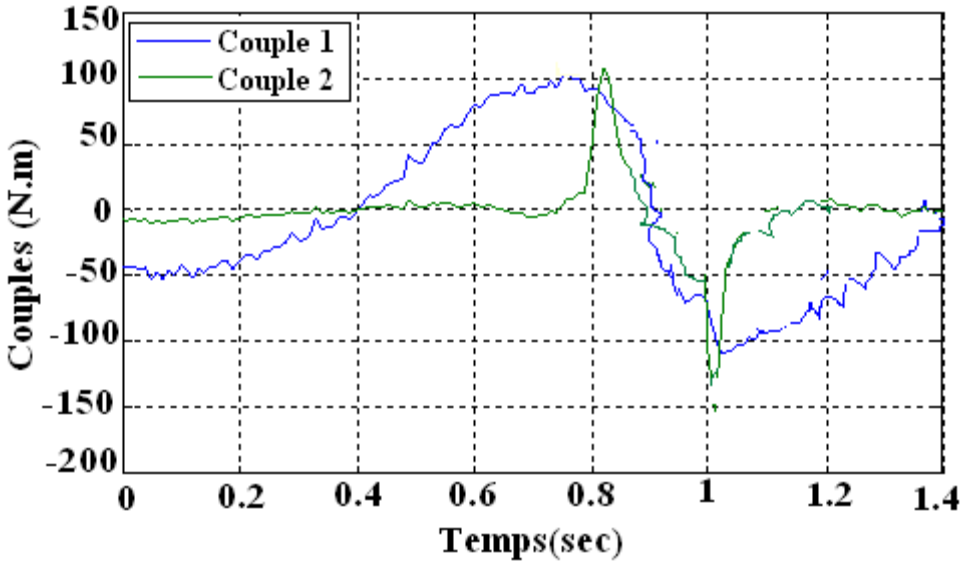

FIGURE 5.17 – Commande Modes glissants avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse.

ramétrique du club. Pour cela, nous allons ajouter à cette commande une action intégrale, dans la prochaine application afin de réduire les erreurs de poursuite.

b- Commande par modes glissants avec l'action intégrale

Nous allons considérer maintenant l'influence des trois perturbations, afin qu'on puisse comparer les résultats acquis dans ce cas avec ceux obtenus lors de l'application du contrôleur modes glissants sans l'action intégrale.

Paramètres de la commande

$\alpha_1 = 10$, $\alpha_2 = 105$, $\lambda_1 = 0.5$ et $\lambda_2 = 0.9$, $\beta_1 = 50$ et $\beta_2 = 150$.

Les figures (5.18), (5.19) et (5.20) montrent les résultats de simulation ainsi obtenus.

Synthèse 6

A partir des figures (5.18) et (5.20) nous remarquons que l'action intégrale associée à la commande par modes glissants a pu minimiser considérablement les erreurs de poursuite des variables articulaires. La figure (5.19) montre que les couples moteurs respectent leurs limites.

Après avoir appliqué les commandes backstepping et modes glissants au robot golfeur, nous pouvons conclure que ces contrôleur ont montrés leur efficacité lors de la prise en compte des perturbations extérieurs. Cependant, ces commandes n'ont

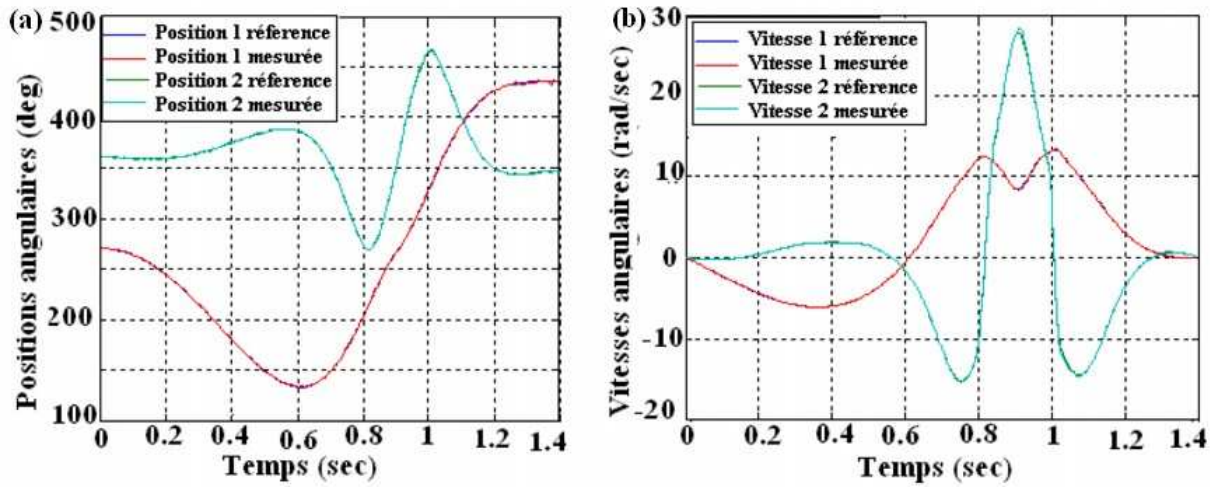

FIGURE 5.18 – Commande Modes glissants avec l'action intégrale : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires.

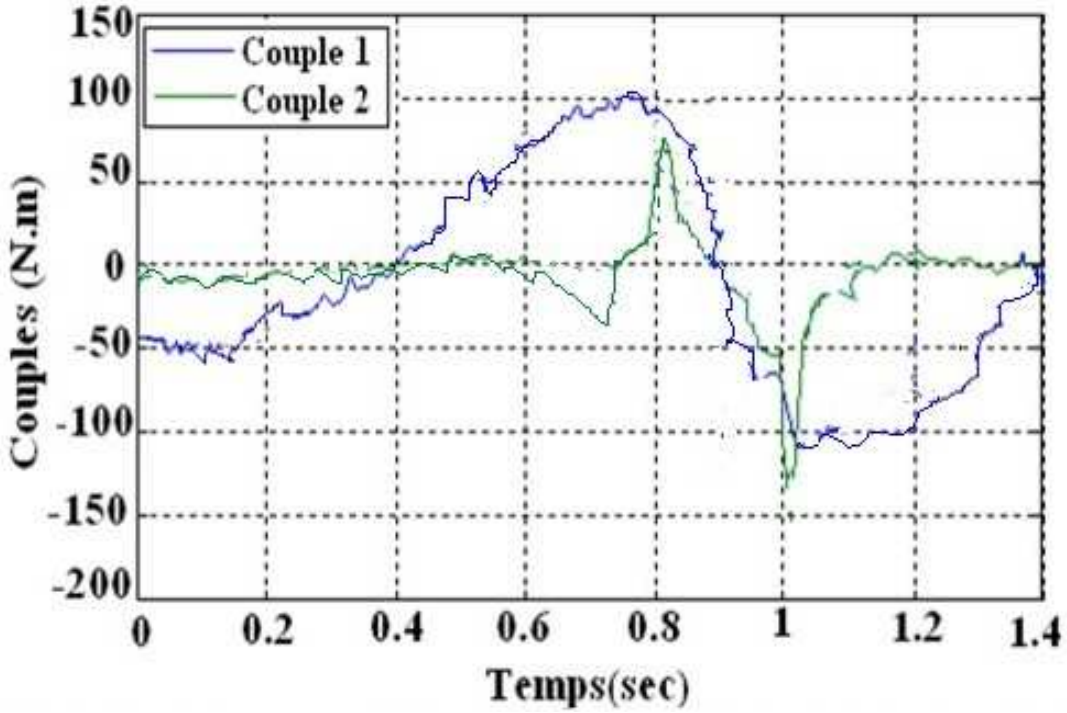

FIGURE 5.19 – Commande hybride avec l'action intégrale.

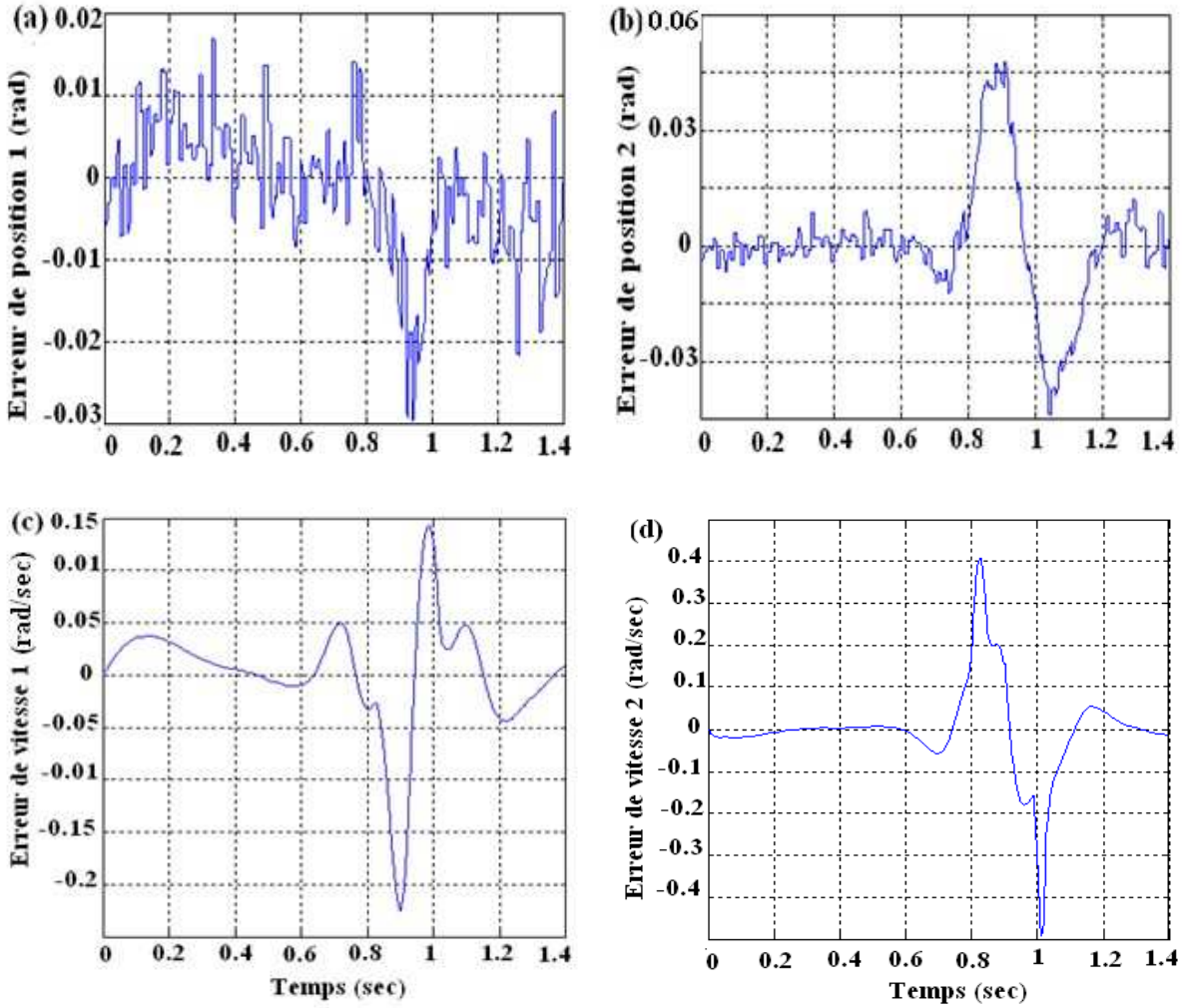

FIGURE 5.20 – Commande Modes glissants avec l'action intégrale : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires.

pas prouvé leur robustesse vis-à-vis la variation des paramètres du club. L'ajout de l'action intégrale à ces contrôleurs a réduit les erreurs de la poursuite des variables articulaires à leurs références.

Nous proposons dans le paragraphe suivant de combiner ces deux commandes afin d'avoir un contrôleur hybride et de pouvoir profiter par la suite de ses avantages.

c- Commande hybride backstepping-mode glissant sans l'action intégrale

La commande hybride backstepping-mode glissant développée précédemment sera appliquée au robot golfeur selon le cas des perturbations et incertitudes considérées.

c1- Sensibilité aux choc d'impact et bruit de mesure

Nous allons vérifier la sensibilité de la commande hybride au perturbations extérieurs.

Paramètres de la commande

$\lambda_1 = 10$, $\lambda_2 = 50$, $q_1 = 1$, $q_2 = 3$, $a_1 = 24$ et $a_2 = 43$.

Les résultats de simulation obtenus dans ce cas sont donnés par les figures (5.21), (5.22) et (5.23).

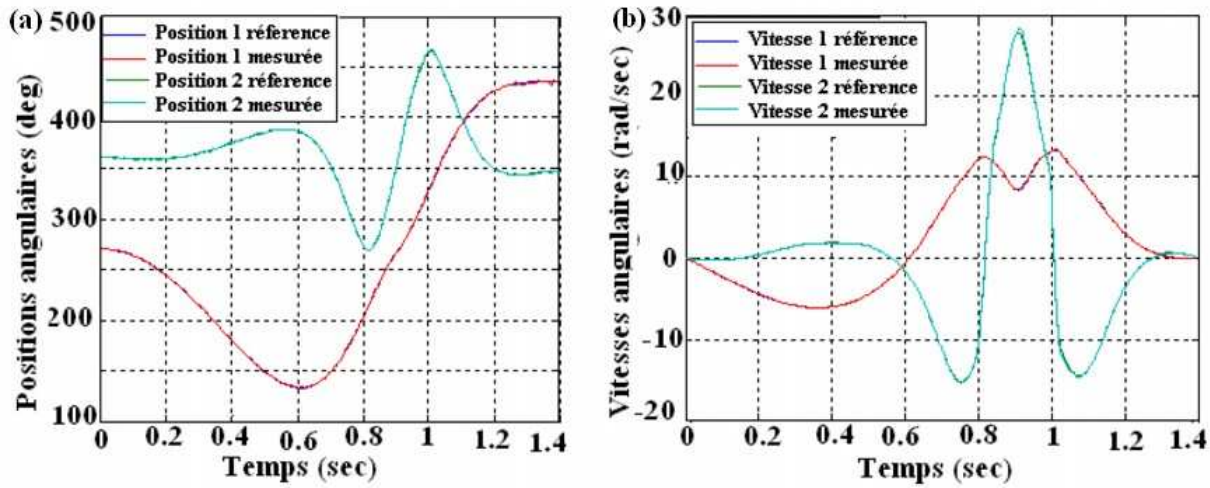

FIGURE 5.21 – commande hybride avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires.

Synthèse 7

D'après les figures (5.22), nous remarquons que les erreur de poursuite des positions et des vitesses angulaires sont acceptables est nettement meilleurs que celles

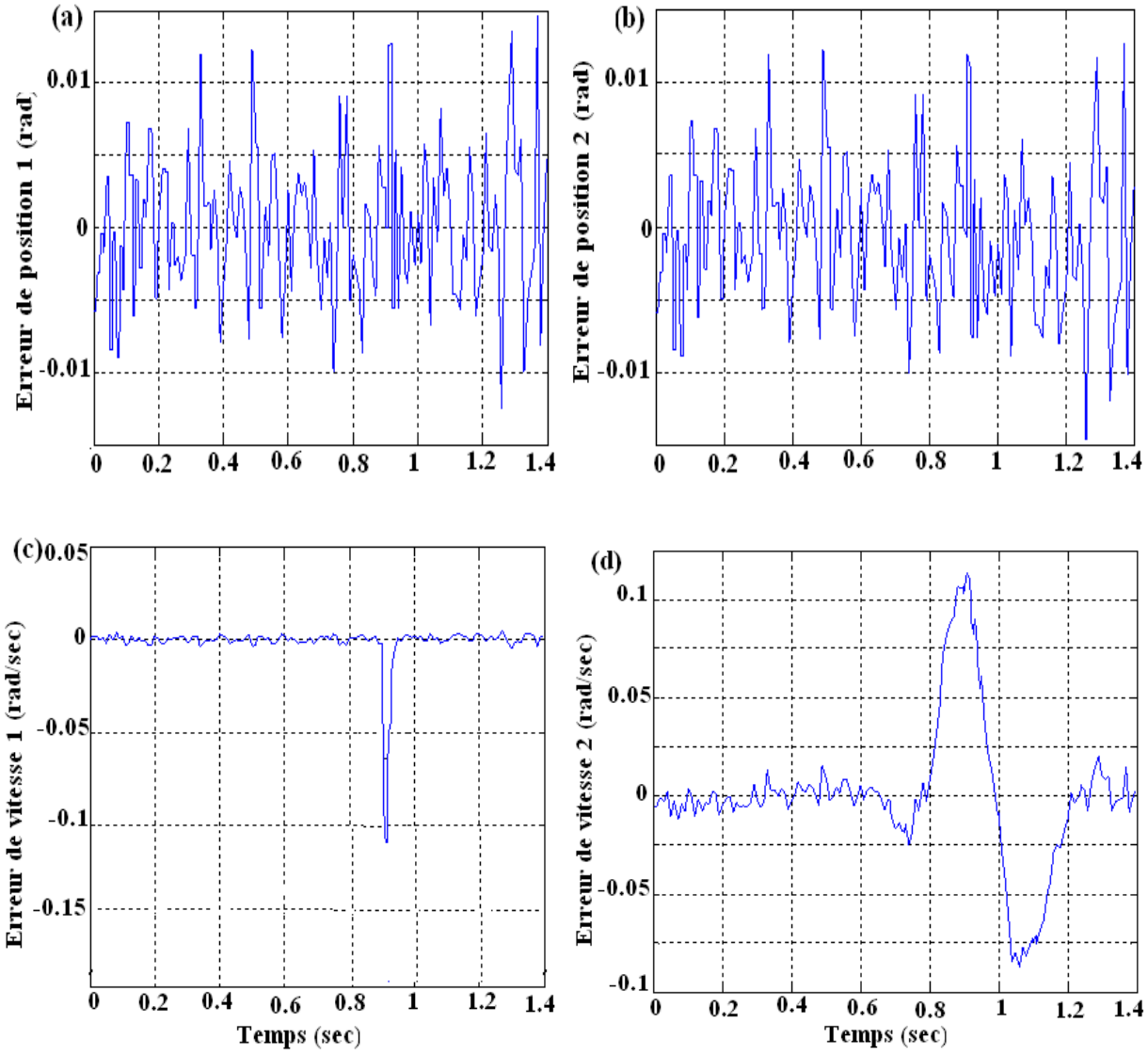

FIGURE 5.22 – Commande hybride avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires.

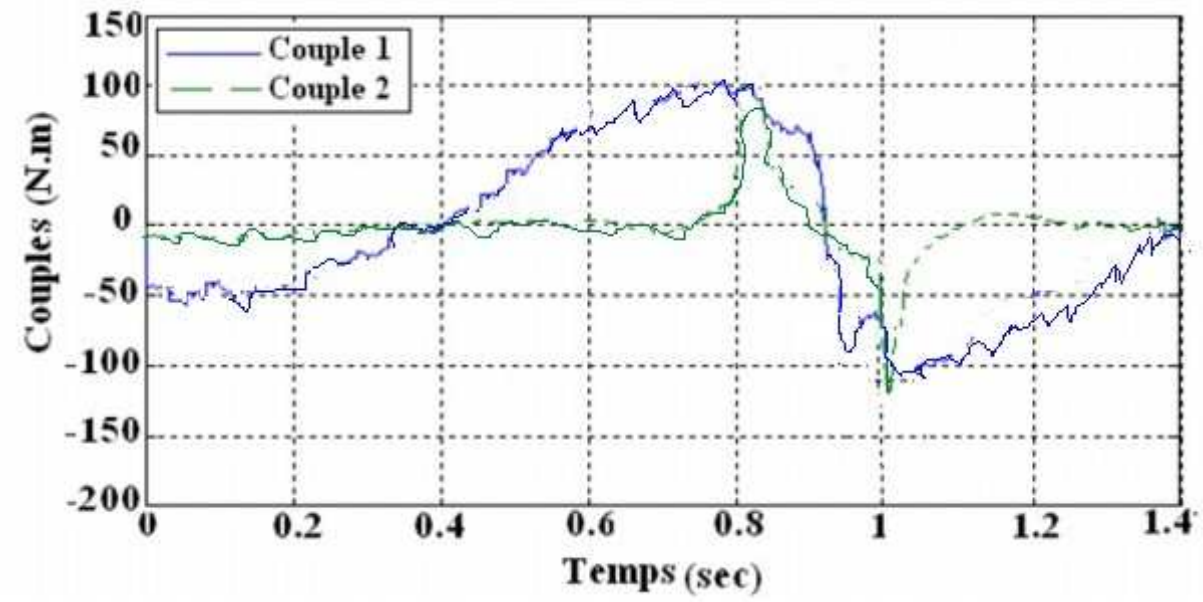

FIGURE 5.23 – Commande hybride avec choc d'impact et bruit de mesure.

obtenues dans le cas ou chaque commande, modes glissant ou backstepping, a été appliquée seule. A partir de la figure (5.21) nous pouvons certifier ces remarques.

c2- Test de robustesse et sensibilité aux bruit de mesure et choc d'impact

Nous allons maintenant analyser le comportement du robot ainsi que les performances de la commande hybride vis-à-vis les trois perturbations en considérant les mêmes paramètres du contrôleur utilisés dans le cas précédent.

Les résultats de simulation obtenus sont données par les figures (5.24), (5.25) et (5.26).

Synthèse 8

A partir des résultats obtenus, nous remarquons que la commande hybride dans ce cas n'a pas prouvé sa robustesse lorsqu'on a pris en compte les incertitudes paramétriques. Pour soulever ce problème, nous allons ajouter une action intégrale à cette commande.

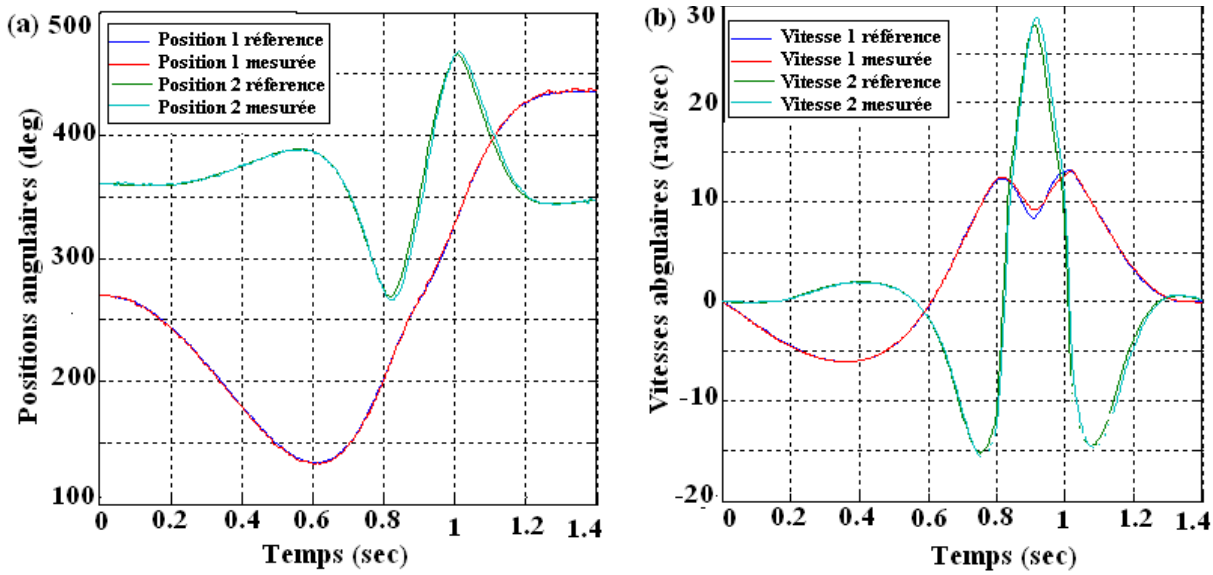

FIGURE 5.24 – Commande hybride avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires

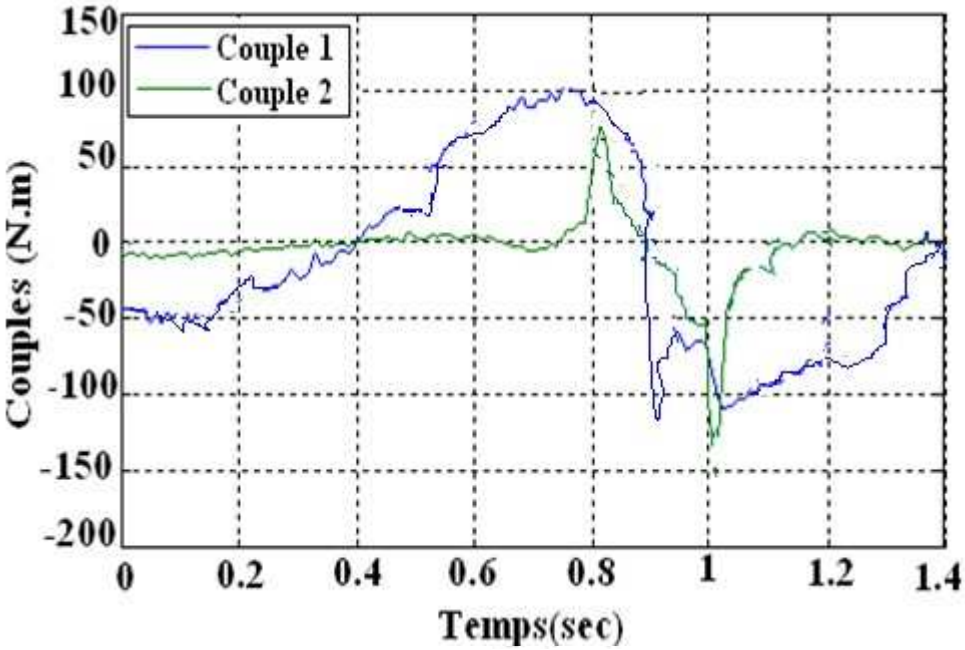

FIGURE 5.25 – Commande hybride avec choc d'impact, bruit de mesure et test de robustesse.

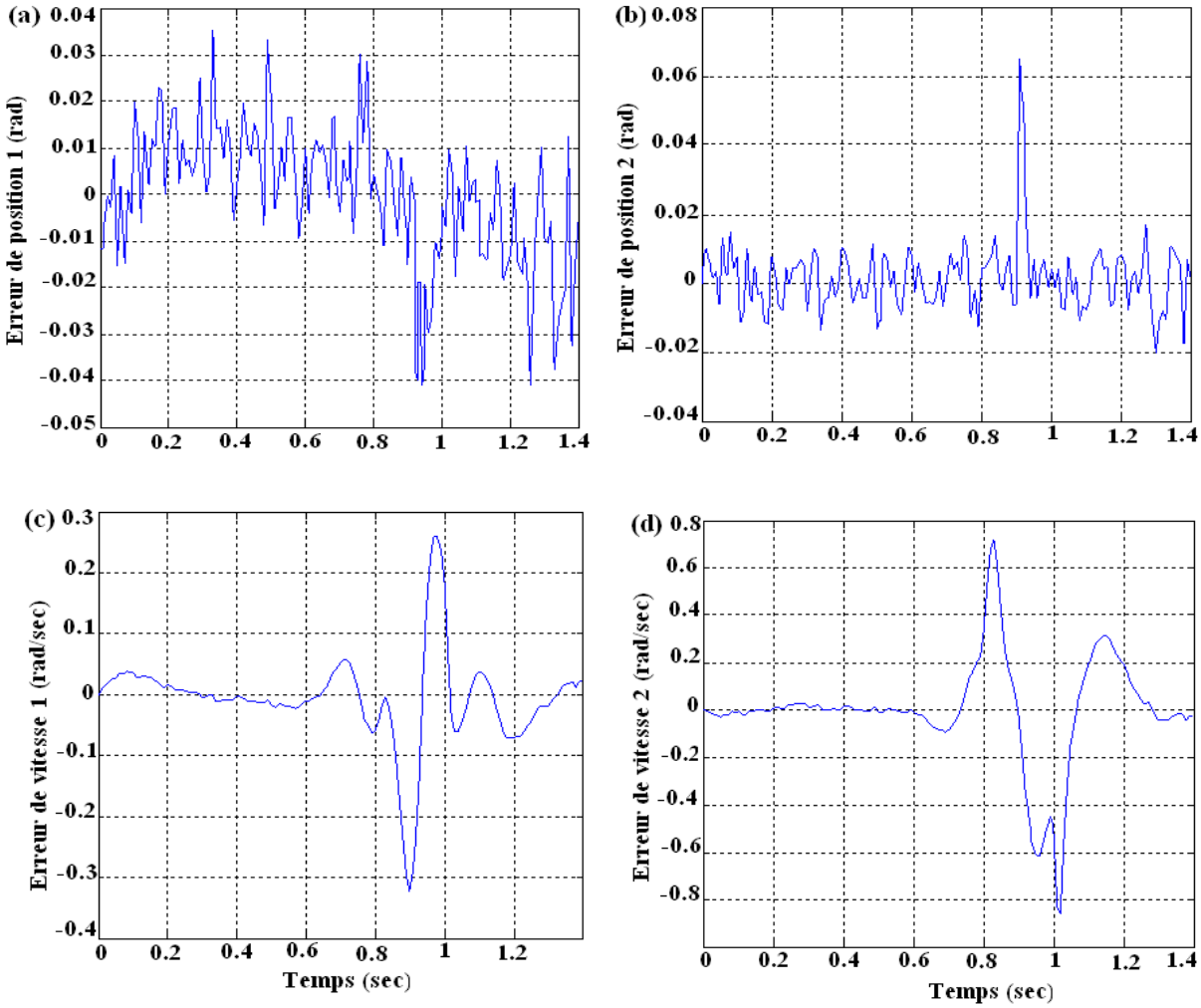

FIGURE 5.26 – Commande hybride avec choc d'impact et bruit de mesure : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires.

d- Commande hybride avec l'action intégrale

Nous allons maintenant tester les performances de la commande hybride en ajoutant une action intégrale afin de minimiser l'erreur de poursuite des variables articulaires.

Paramètres de la commande

$\lambda_1 = 10$, $\lambda_2 = 50$, $q_1 = 1$, $q_2 = 3$, $a_1 = 24$ et $a_2 = 43$, $\alpha_1 = 0.8$ et $\alpha_2 = 0.2$.

Les résultats de simulation obtenus sont donnés par les figures (5.27), (5.28) et (5.29).

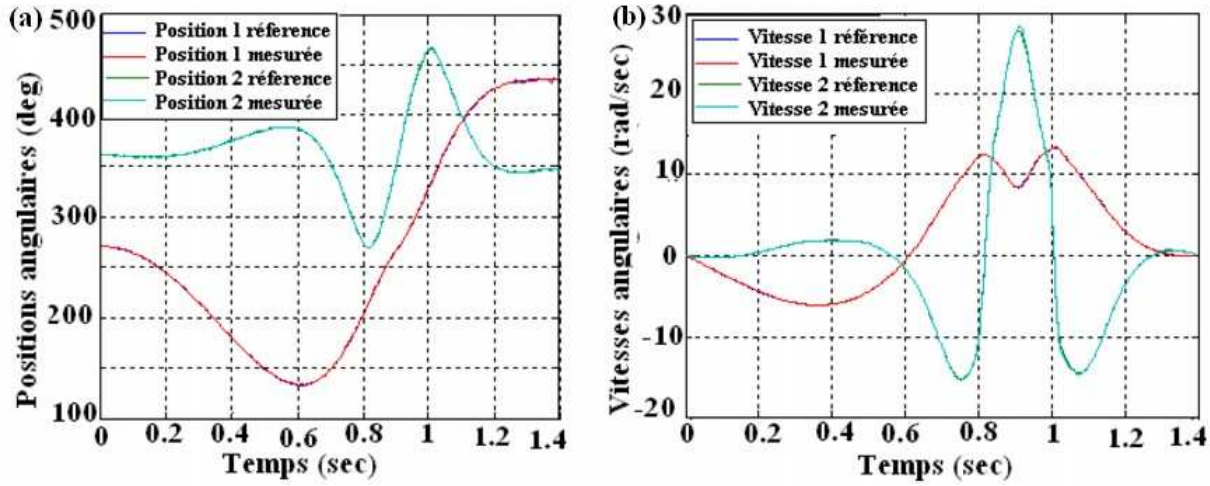

FIGURE 5.27 – Commande hybride avec l'action intégrale : (a) Poursuite des positions angulaires, (b) Poursuite des vitesses angulaires.

Synthèse 9

A partir des résultats obtenus, nous constatons une amélioration remarquable des performances de la commande hybride avec l'action intégrale. Nous pouvons confirmer ce résultats à partir des courbes des erreurs (5.28) ainsi que la poursuite des positions et des vitesse articulaires (5.27).

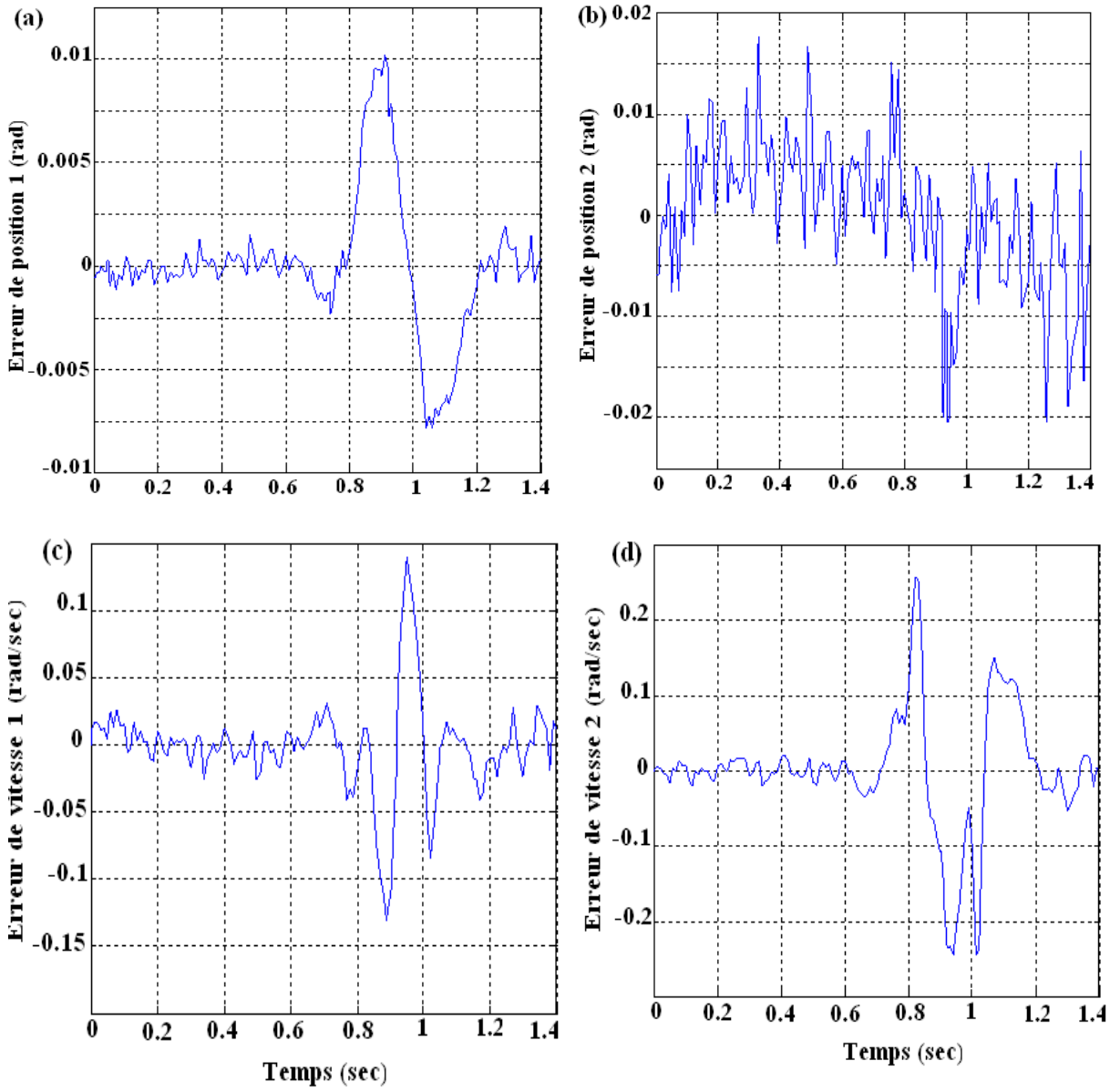

FIGURE 5.28 – Commande hybride avec l'action intégrale : (a) et (b) Erreurs des positions angulaires, (c) et (d) Erreurs des vitesses angulaires.

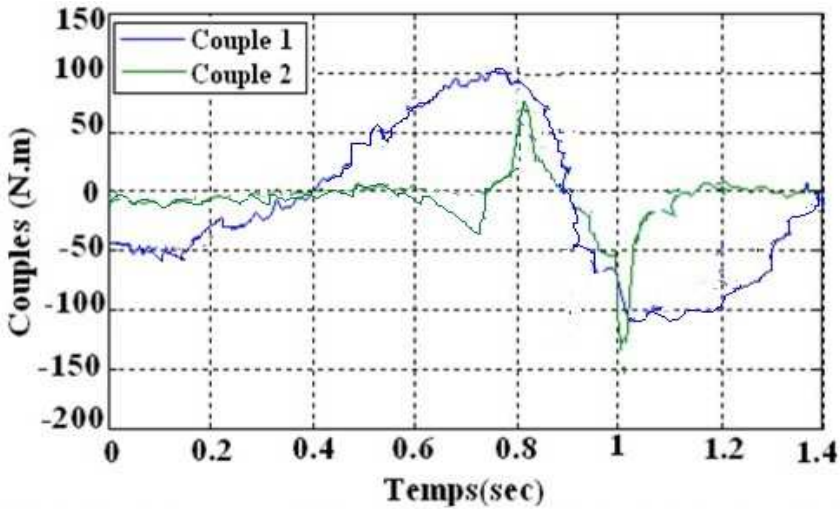

FIGURE 5.29 – Commande hybride avec l'action intégrale.

5.10 Conclusion

Les schémas de commandes robustes développés dans ce chapitre, en utilisant les techniques du backstepping et la commande par modes glissants, appliqués au robot golfeur ont donné une bonne poursuite des positions et vitesses angulaires à leurs références lorsque nous avons considéré les perturbations extérieurs. Néanmoins, la commande hydrique a donné de meilleurs performances. Ce schéma peut être plus simple à implémenter sur une plate-forme expérimentale ou réelle.

Cependant ces régulateurs ont perdu leur robustesse lorsqu'on a ajouté, en plus des perturbations extérieurs, des incertitudes paramétriques et c'est les contrôleurs adaptatifs qui peuvent remédier à ce problème.

La mise en œuvre de ces lois de commandes, basées sur le modèle non linéaire du système, repose implicitement sur l'hypothèse que tout l'état du système est connu à chaque instant, chose qui n'est pas vrais en réalité. Pour cela, dans le prochain chapitre, nous allons soulever ce problème en reconstruisant cet état à partir des informations acquises des variables des entrées et des sorties du modèle du robot.

Chapitre 6

Commande backstepping basée sur un observateur modes glissant

6.1 Introduction

La mise en œuvre effective d'une loi de commande sur un système dynamique repose implicitement sur l'hypothèse que tout l'état du système ou une partie de celui-ci est connu à chaque instant. En pratique, la connaissance de l'état s'obtient grâce à des mesures effectuées avec des capteurs. Cependant, ces mesures sont souvent bruitées, ce qui dégrade les performances d'une boucle de régulation. Pour des raisons technologiques, de fiabilité ou encore économiques, dans de nombreuses applications la mesure de tout l'état n'est pas accessible. Pour cela, il s'avère nécessaire de concevoir un système auxiliaire appelé, observateur (reconstructeur d'état ou encore capteur logiciel), qui se charge de reconstruire en temps réel les états non mesurables en exploitant les informations disponibles, à savoir le modèle dynamique du système, ses sorties mesurées et éventuellement ses entrées.

Par ailleurs, pour les systèmes représentés par une dynamique linéaire, la commande et l'observation peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre. C'est le principe de séparation. Cependant, ce principe n'est pas valable pour les systèmes non linéaires et ceci pour deux raisons :

- Les entrées non universelles : dans le cas non linéaire, la reconstruction de l'état peut dépendre des entrées considérées ce qui n'est pas le cas pour les systèmes linéaires. On dit alors que l'observabilité du système dépend de l'entrée.

- Le principe de séparation n'est pas vérifié en général, même si le système est observable pour la loi de commande appliquée.

La théorie des observateurs a trouvé son début dans les années soixante lorsque les premiers résultats furent apportés par Kalman [215] et Leunberger [216]. Depuis de nombreux chercheurs s'y ont intéressés et elle est de nos jours que partiellement résolue. Nous avons choisis, dans notre travail, d'étudier des observateurs par modes glissants pour les avantages qu'ils présentent en simplicité de mise en œuvre et leur robustesse incontournable.

Ce présent chapitre est constitué d'un rappel théorique sur les notions et les propriétés de l'observation des systèmes principalement non linéaires en s'intéressant à la synthèse d'un observateur par mode glissant, ses caractéristiques et son application au robot golfeur dans le cadre d'une commande robuste.

6.2 Observateurs pour les systèmes dynamiques

6.2.1 État de l'art

Au cours de ces dernières décennies, une partie importante des activités de recherche en automatique s'est focalisée sur le problème de l'observation de l'état des systèmes dynamiques. Ceci est motivé par le fait que l'estimation de l'état est une étape élémentaire voir indispensable dans de multiples applications, à savoir : la commande des procédés, la surveillance des systèmes, le diagnostic et la détection de défauts, etc. En pratique, l'état d'un système peut correspondre à une grandeur physique que l'on ne sait pas mesurer directement ; l'évolution de l'état d'un système peut également permettre, par redondance, de déterminer une défaillance de capteur ou plus généralement de composants du système ; l'élaboration d'une loi de commande passe souvent par l'accès à la valeur d'un ou plusieurs état(s) du système.

La plupart des systèmes physiques sont non linéaires. Parfois une approximation par linéarisation permet de trouver une solution satisfaisante au problème d'estimation d'état. Cependant cette méthode ne peut pas être toujours appliquée, la classe de systèmes non linéaires concernés est assez réduite. Il faut donc concevoir des solutions spécifiques pour les systèmes non linéaires. Les premiers observateurs qui ont vu le jour, ont été dédiés aux systèmes linéaires et observables, tels que ceux de Luenberger [216] pour le cas déterministe et celui de Kalman [215] pour le cas stochastique [217] qui offrent d'excellente performances.

Le problème de l'observation des systèmes linéaires est donc entièrement résolu. C'est loin d'être le cas lorsqu'il s'agit des systèmes non linéaires. Cela revient à ce que ces derniers ont des représentations d'état très variées, qui exploitent la structure et les propriétés de la fonction non linéaire qui intervient. Il semble donc difficile a priori, étant donné l'état des travaux actuels, de trouver une théorie générale sur

l'estimation d'état non linéaire, qui unifierait les approches déjà établies.

De nombreuses références peuvent être trouvées dans la littérature donnant les principales techniques d'estimation non linéaires mises en œuvre [218]-[220]. Nous citons à titre d'exemples : le filtre de Kalman étendu [217], observateurs adaptatifs [170], observateur à grand gain [221], observateurs mode glissant [201], [222] et [223], le filtrage H infini [224] et l'observateur backstepping [177]. Tous ces observateurs peuvent prouver leur efficacité selon leur application. Néanmoins, l'observateur à mode glissant est qualifié, par-rapport aux autres observateurs, par sa robustesse car il admet une fonction discontinu lui permettant de rejeter les perturbations [225], et de forcer l'erreur d'estimation à converger.

Afin de valider les performances de l'observateur mode glissant, nous l'avons appliqué au robot golfeur en présence des perturbations diverses, en analysant en premier lieu sa conception pour les systèmes dynamique nonlinéaires.

6.2.2 Principe de fonctionnement

Un observateur est un système dynamique auxiliaire (O) dont les entrées sont les sorties mesurées d'un système (S) ainsi que sa commande. Les sorties de l'observateur (O) donnent une estimation des états du système. La figure (6.1) montre le principe de fonctionnement d'un observateur.

Le but d'un observateur est de fournir, avec une précision garantie, une estimation de la valeur courante de l'état en fonction des entrées et des sorties précédentes. Cette estimation doit être obtenue en temps réel, l'observateur revêt donc usuellement la forme d'un système dynamique.

Définition 6.1 : On appelle observateur (ou reconstructeur d'état) d'un système dynamique (S) :

$$(S) : \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \tag{6.1}$$

un système dynamique auxiliaire (O) dont les entrées sont constituées à partir des vecteurs d'entrée $u(t)$ et de sortie $y(t)$ du système à observer et dont le vecteur de sortie $\hat{x}(t)$ représente l'état estimé :

$$O : \begin{cases} \dot{z}(t) = \hat{f}(z(t), u(t), y(t)) \\ \hat{x}(t) = \hat{h}(z(t), u(t), y(t)) \end{cases} \tag{6.2}$$

Telle que l'erreur entre le vecteur d'état $x(t)$ et $\hat{x}(t)$ estimé tend asymptotiquement vers zéro.

L'existence d'un tel observateur est liée à la notion d'observabilité de (S) que

nous allons la traiter dans la section suivante.

$$\|e(t)\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\| \to 0 \ quand \ t \to \infty. \tag{6.3}$$

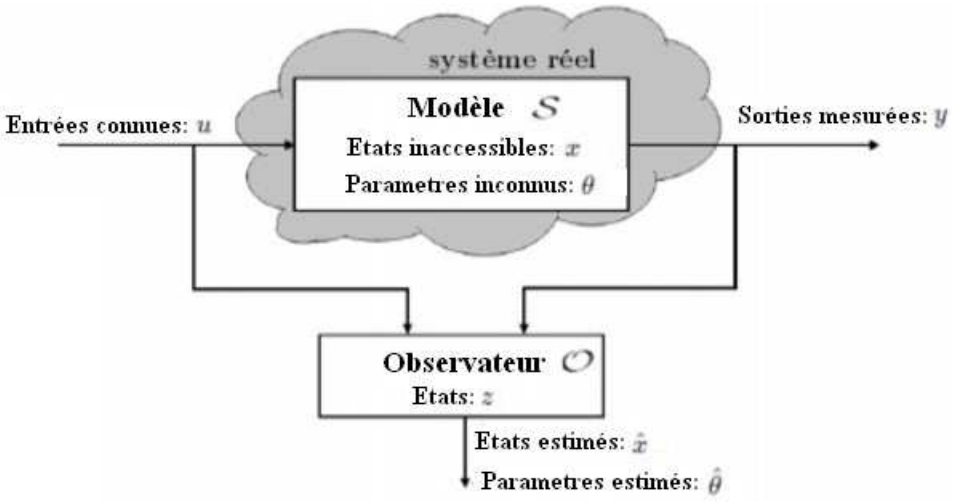

FIGURE 6.1 – Principe d'estimation d'état

6.2.3 Observabilité

L'observabilité d'un processus est un concept très important en automatique. En effet, pour reconstruire des états inaccessibles $x(t)$ d'un système dynamique, il faut savoir, à priori, si ces variables d'état sont observables ou non. La notion d'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si son état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux des entrées et des sorties. L'observabilité dépend en fait de la nature linéaire ou non linéaire du système considéré, où cette notion devient respectivement indépendante ou dépendante des entrées appliquées.

Considérons d'abord le cas des systèmes linéaires donnés par le modèle suivant :

$$(S) : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \ x(t_0) = x_0 \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \tag{6.4}$$

Définition 6.2 : Le système (6.4) est observable si pour une entrée donnée $u(t)$ et deux conditions initiales quelconques $x_0 \neq x_0'$, les sorties $y(t)$ et $y'(t)$ ne sont pas identiquement égales sur tout l'intervalle de temps considéré.

La solution du système (6.4) est donnée par :

$$\begin{cases} x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^{t} e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau. \\ y(t) = Cx(t). \end{cases} \tag{6.5}$$

L'observabilité de (6.4) est équivalente à :

$\forall x_0 \neq x_0', \exists t \geq 0$ tel que : $Ce^{At}(x_0 - x_0') \neq 0$, C'est à dire $y(t) \neq y'(t)$.

L'observabilité des systèmes linéaires est donc indépendante de l'entrée appliquée au système.

Un critère pour tester l'observabilité du système linéaire (6.4) consiste à vérifier si la matrice suivante est de rang complet :

$$rang \begin{pmatrix} C \\ CA \\ . \\ . \\ . \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n \tag{6.6}$$

Considérons maintenant un système non linéaire décrit par le modèle (6.7) suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \tag{6.7}$$

où $x \in R^n$ est le vecteur d'état avec x_0 le vecteur des conditions initiales, $u \in R^m$ le vecteur des entrées et $h(x) \in R^p$ le vecteur des sorties.

Dans le cas d'un système non linéaire (6.7), il n'existe pas de solution générale et par conséquent, nous ne pouvons plus écrire explicitement la solution (6.5). Le raisonnement ci-dessus ne s'applique donc plus. Les premières solutions théoriques proposées pour les systèmes non linéaires consistaient souvent à se ramener d'une façon ou d'une autre aux systèmes linéaires et à appliquer des estimateurs de type Kalman-Luenberger [217]. Le principal inconvénient de ces méthodes est qu'elles ne s'appliquent que sous des conditions très restrictives, notamment la linéarité par changement de coordonnées non linéaire. Il existe dans la littérature d'autres méthodes qui sont théoriquement justifiables mais difficilement applicables, ou applicables en pratique mais non justifiées théoriquement. J.P. Gauthier et al. ont proposé dans [223] un algorithme raisonnablement applicable, dont la convergence est prouvée théoriquement, appelé observateur *à grand gain*, pour des systèmes non linéaires observables pour toute entrée.

Pour avancer sur cette question de l'observabilité des systèmes non linéaires, nous introduisant alors la notion de discernabilité.

Définition 6.3 : Deux états x_0 et x'_0 sont dits indistinguables (ou indiscernables) si pour toute entrée $u(t)$, on a : $h(t, x_0) = h(t, x'_0), \forall t \geq 0$.

Le système (6.7) est dit observable si $\forall x_0 \neq x'_0$, $\exists u(t)$ qui rend x_0 et x'_0 distinguables. Cette entrée $u(t)$ est dite universelle. Une entrée non universelle est dite singulière.

Cela revient à dire que quelle que soit l'entrée $u(t)$ universelle, nous pouvons reconstruire x_0 ou x'_0 de manière unique à partir de la sortie y_0 ou y'_0. L'observabilité des systèmes non linéaires dépend donc de l'entrée $u(t)$: il y a des systèmes qui sont observables pour certaines entrées et pas pour d'autres. En pratique, la notion d'entrée universelle ne peut pas être toujours suffisante, nous utilisons alors la notion d'entrée régulièrement persistante.

Définition 6.4 : L'entrée $u(t)$ est régulièrement persistante si $\exists c_1 > 0, c_2 < 0$ tel que $\forall t$, on a :

$$0 < c_1 \leq \int_t^{t+c_2} u(\tau) d\tau \tag{6.8}$$

Une condition d'observabilité locale du système (6.7), ou encore locale faible, au sens du rang consiste à vérifier si la différentielle de la sortie $h(x)$ avec les différentielles de ses dérivées de Lie successives dans la directions de f jusqu'à l'ordre $(n-1)$ sont indépendante (sur un voisinage de 0)[292] c'est-à-dire que :

$$rang \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ . \\ . \\ . \\ L_f^{n-1} h(x) \end{pmatrix} \right\} = n, \tag{6.9}$$

où $L_f^i h(x) = y^{(i)}$ est la i^{me} dérivée de Lie de $h(x)$ tout le long de la direction de f ou encore la i^{me} dérivée de la sortie y.
n représente la dimension du vecteur d'état x du système.

Nous pouvons donc écrire la relation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ . \\ . \\ . \\ L_f^{n-1} h(x) \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} y \\ \dot{y} \\ . \\ . \\ . \\ y^{(n-1)} \end{Bmatrix} \tag{6.10}$$

Théorème 6.1 : Si le système (6.7) est observable au sens du rang en x, alors il est localement observable en x.

Ce théorème donne une condition suffisante pour l'observabilité locale et la réciproque de ce théorème n'est pas vraie.

6.3 Observateur classique par modes glissants

Une bonne loi de commande par retour d'état nécessite un bon observateur si tout l'état du système n'est pas mesuré. Une des classes les plus connues de synthèse d'observateurs pour des systèmes non linéaires se base sur la théorie des modes glissants [201] et [225].

Soit le système non linéaire de la forme générale suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x,u) \\ y = h(x,u) \end{cases} \tag{6.11}$$

Pour le système (6.11), une structure d'observateur par modes glissants classique s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = f(\hat{x},u) + Ksign(y-\hat{y}) \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{cases} \tag{6.12}$$

Avec K est un gain positif.

Dans ce cas, la surface de glissement est donnée par :

$$S(x) = y - \hat{y} \tag{6.13}$$

Le terme de correction utilisé est proportionnel à la fonction discontinue *sign* appliquée à l'erreur de sortie. La preuve de la stabilité et de la convergence pour de tels observateurs, est basée sur l'utilisation des fonctions de Lyapunov.

L'étude de la stabilité et de la convergence utilise aussi les concepts de résolutions de Filippov [183], ainsi que les méthodes dites du vecteur équivalent développées par Utkin pour la commande [204], et par Drakunov [201] pour les observateurs.

Notre choix de ce type d'observateurs se justifie par les bonnes propriétés qui peuvent être obtenues et parmi lesquelles nous citons :

- Une convergence en temps fini vers la surface de glissement $S(x) = y - \hat{y}$ si entre autre les conditions d'attractivité vers cette surface sont vérifiées.

- Une réduction de dimension du système d'observation à $(n-p)$ états avec n la dimension du vecteur d'état noté x et p la dimension du vecteur de sortie noté y.

- Comme la fonction *sign* est équivalente à un grand gain au voisinage de l'origine, nous obtenons une certaine robustesse vis-à-vis les erreurs de modèle et des perturbations bornées.

L'exploitation de ces propriétés, et l'utilisation d'observateurs à modes glissants à structures particulières, nous permettent d'obtenir des dynamiques d'erreurs d'observation plus simple et plus facilement stabilisables pour des formes de système plus large que la forme injection de sortie.

Il existe deux types d'observateurs par modes glissants :

- Observateurs par modes glissants multisurfaces.

-Observateurs par modes glissants monosurfaces.

Dans la suite, nous allons développer le deuxième type d'observateur que nous allons l'utiliser dans le cadre de notre travail.

Le schéma fonctionnel d'un observateur par modes glissant d'ordre 1 peut être donné par la figure (6.2).

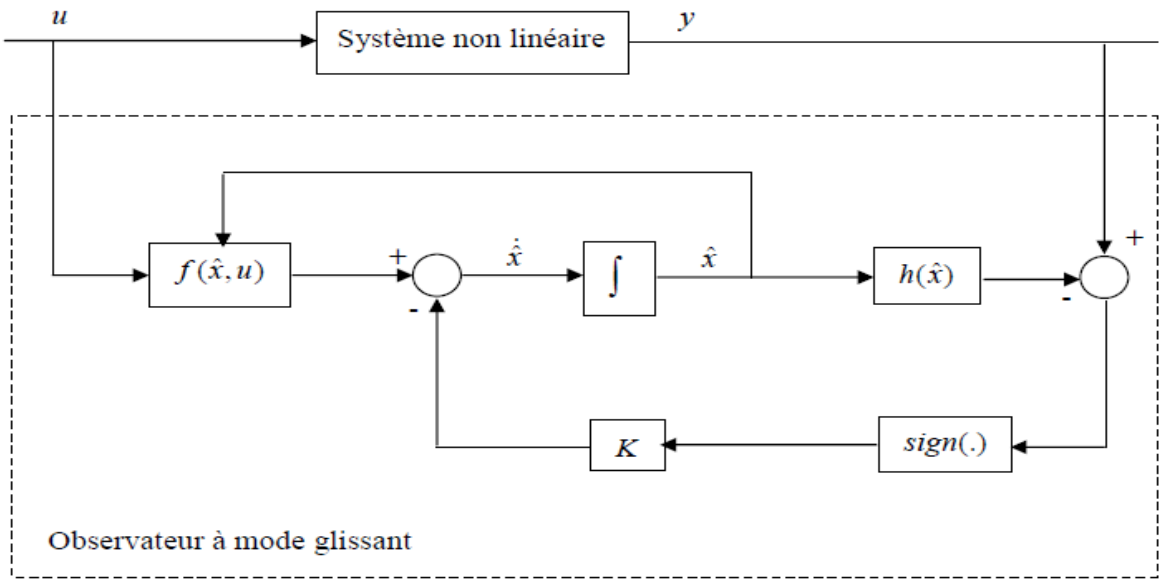

FIGURE 6.2 – Schéma fonctionnel d'un observateur par mode glissant d'ordre 1.

6.3.1 Observateurs par modes glissants monosurfaces

Cette classe d'observateurs a été proposée par J.J.Slotine [206]. Elle utilise une seule surface de glissement qui est la première composante de l'erreur d'observation. Elle s'applique à la classe des systèmes suivants :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \cdots \\ \dot{x}_i = x_{i+1} \\ \cdots \\ \dot{x}_i = a^T x + b^T u \end{cases} \tag{6.14}$$

$$y = x_1 \tag{6.15}$$

Où $x \in R^n, a^T, b^T$ sont des vecteurs à coefficients constants dans ce cas, et u est la commande. L'observateur proposé se définit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = x_2 + K_1 sign(\hat{x}_1 - x_1) \\ \cdots \\ \dot{\hat{x}}_i = x_{i+1} + K_{i+1} sign(\hat{x}_1 - x_1) \\ \cdots \\ \dot{\hat{x}}_n = a^T \hat{x} + b^T u + K_n sign(\hat{x}_1 - x_1) \end{cases} \tag{6.16}$$

Considérons les équations (6.14) et (6.16), nous obtenons alors l'erreur d'observation sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - K_1 sign(e_1) \\ \cdots \\ \dot{e}_i = e_{i+1} - K_{i+1} sign(e_1) \\ \cdots \\ e_n = a^T(\hat{x} - x) - K_n sign(e_1) \end{cases} \tag{6.17}$$

Proposition 6.1 : Pour toutes les conditions initiales $x_0 \in \Re^n$, on peut trouver des constantes positives K_i, $(i = 1, \ldots, n)$ telle que l'erreur $e_1$converge vers zéro en temps fini et les erreurs e_i , $(i = 1, \ldots, n)$ convergent exponentiellement vers zéro.

Preuve : Afin d'étudier la stabilité du système d'erreur, commençons d'abord par la première équation :

$$\dot{e}_1 = e_2 - K_1 sign(e_1) \tag{6.18}$$

Nous pouvons dire, d'après la théorie d'Utkin [226], que si $K_1 > e_2$, il existe alors

un temps fini t_f tel que $\forall t > t_f$, un régime glissant apparaît sur la surface e_1, ce qui veut dire que $\dot{e}_1 = e_1 = 0$. Nous déduisons donc à partir de (6.18) que :

$$sign(e_1)_{eq} = \frac{e_1}{K_1} \tag{6.19}$$

Ceci permet d'écrire que :

$$\begin{cases} \dot{e}_2 = e_3 - \frac{K_2}{K_1} e_2 \\ \cdots \\ \dot{e}_i = e_{i+1} - \frac{K_i}{K_1} e_2 \\ \cdots \\ e_n = a^T(e) - \frac{K_n}{K_1} e_2 \end{cases} \tag{6.20}$$

Il est facile de voir que, pour assurer la stabilité exponentielle, il suffit de fixer K_1 afin de garantir le régime glissant et de choisir les gains $K_2, \ldots, K_n$ pour satisfaire les conditions de Hurwitz. Notons que la condition $K_2 > |e_2|_{\max}$ signifie que l'observateur n'est défini que sur une partie de l'espace d'état.

Fin de la preuve.

Remarque 6.1 : Le terme $sign(e)$ représente la commande équivalente qui est la sortie du filtre $\tau\dot{z} + z = sign(e)$ avec τ tendant vers zéro [226].

Remarque 6.2 : En pratique, l'utilisation du mode glissant classique (d'ordre 1) introduit de fortes oscillations à hautes fréquences, communément appelé phénomène de broutement ou de chattering qui est du à la présence de la fonction *sign* dans l'équation de l'observateur. Pour remédier à ce problème, nous remplaçons la fonction *sign* par des fonctions plus lisses comme la fonction sigmoïde ou la fonction saturation.

6.4 Commande backstepping basée sur l'observateur modes glissant appliquée au robot

6.4.1 Position de problème et motivation

Les commandes considérées et appliquées au robot golfeur (voir chapitre 4 et chapitre 5) supposaient que les positions et les vitesses articulaires sont mesurées ; chose qui n'est pas toujours vrai en réalité. Notons que la mesure de tout le vecteur d'état du robot s'avère coûteux et difficile. La réalisation pratique d'un tel robot par Ming et al. a considéré juste le capteur des positions angulaires [103], alors que les vitesses angulaires sont calculées d'une manière différentielle. Par conséquent, ces

grandeurs ne reflètent pas les vraies valeurs mesurées pratiquement et peuvent être entachées de bruits de mesure. Cela peut réduire les performances souhaitées de la dynamique du robot et influe par la suite sur sa stabilité.

Généralement, en robotique, les vitesses articulaires sont estimées et seules les positions sont mesurées. Basant sur ce principe, et afin de surmonter le problème posé auparavant, nous introduisons des observateurs d'état (robustes) permettant l'estimation des vitesses angulaires qui seront utilisées par les lois de commande du système.

Notre choix c'est porté sur l'observateur non linéaire par modes glissants [206], étant motivé par sa robustesse incontestable, la convergence en un temps fini des états estimés vers ceux réels du système en dépit d'incertitudes et de perturbations, sa simplicité à mise en œuvre et sa compatibilité avec la commande backstepping déjà développée dans le cinquième chapitre.

Il est à noter aussi que les observateurs par modes glissants n'utilisent pas la structure du système. Cela permet de contourner la violation du principe de séparation dans le cas des systèmes non linéaires, ceci est l'un parmi d'autres avantages, cités ci-dessus, de ces types d'observateurs.

La faible observabilité locale [166] du système sera vérifiée au sens du rang selon le théorème 6.1. En se basant sur cette dernière notion, nous avons constaté qu'il faut mesurer les deux positions angulaires θ_1 et θ_2 du robot golfeur afin que la matrice donnée par (6.10) soit plein et par conséquence avoir l'observabilité du robot au sens du rang.

Nous savons que dans une commande basée sur l'observateur la loi de commande utilise les états estimés par l'observateur, et si ces états estimés convergent vers les états réels du système en dépit d'incertitudes et de perturbations, nous pouvons conclure que cet observateur est robuste.

Dans cette application nous allons considérer le même modèle du robot golfeur avec les mêmes perturbations ainsi que la commande backstepping déjà développée au chapitre 5.

6.4.2 Objectif de la commande basée sur l'observateur

Hypothèse 6.1 : Nous supposons que seules les positions angulaires du système sont mesurées :

$$[\ \theta_1 \quad \theta_2\ ]^T.$$

Hypothèse 6.2 : Nous supposons que toutes les trajectoires désirées et leurs dérivées successives sont bornées.

Hypothèse 6.3 : Nous supposons que toutes les perturbations externes qui affectent le système sont bornées.

Objectifs

- Assurer une bonne poursuite pour les sorties en dépit d'incertitudes et des perturbations (nous imposons des trajectoires désirées optimales déterminées au chapitre 3).
- Maîtriser toute la dynamique du système tel que l'erreur de la dynamique du système et l'erreur d'observation tendent vers zéro, (nous utilisons un observateur à convergence d'états garantie en présence de perturbations externes).
- Assurer la robustesse en dépit des perturbations externes ; de la stabilité de la boucle fermée globale (commande-système-observateur) et des meilleurs performances tout en respectant le dilemme connu, robustesse-performance.

6.4.3 Synthèse de l'observateur par modes glissants

a- Modèle d'état du robot

Le modèle d'état du robot considéré est celui développé au chapitre 2, donné par équation (2.25), qui peut être écrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = M^{-1}(x)\left[\Gamma_{1,2} - C(x,\dot{x})\dot{x} - G(x)\right] \\ \\ y = C(x) \end{cases} \tag{6.21}$$

Tels que :

$x = [\ \theta_1 \quad \dot{\theta}_1 \quad \theta_2 \quad \dot{\theta}_2\ ]^T$: Le vecteur d'état ;

Avec $x = [\ x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4\ ]^T$;

$y = [\ \theta_1 \quad \theta_2\ ]^T$: Le vecteur de sortie ;

$u = \Gamma_{1,2} = \left[\ \tau_1 \quad \tau_2\ \right]^T$: Le vecteur de commande.

b- Observabilité locale

Avant de procéder à la synthèse de l'observateur robuste et non-linéaire, par mode glissant, vérifions d'abord l'observabilité du système.

Vue la difficulté de la preuve d'observabilité des systèmes non linéaires évoquée précédemment, nous allons opter, dans notre cas, pour la notion d'observabilité locale au sens du rang [166] qui sera déterminée suivant le Théorème 6.1.

Étant donné le vecteur de sortie correspondant au modèle d'état du robot, équation (6.21), donné par $y = [\ \theta_1 \quad \theta_2\ ]^T$. Nous avons donc : $y_1 = x_1$ et $y_2 = x_2$.

A partir des équations (6.9) et (6.10), nous pouvons écrire :

$$rang(dh(x)) = rang\left[\frac{\partial\left(y, \dot{y}, ..., y^{(n-1)}\right)}{\partial x}\right] \tag{6.22}$$

Calculons l'équation (6.22) par rapport à notre système donné par équation (6.21), nous obtenons :

$$dh(x) = \frac{\partial(y_1, \dot{y_1}, y_2, \dot{y_2})}{\partial x} = I_4 \tag{6.23}$$

Sachons que ($n = 4$ qui correspond aux nombres des états du système (6.21), nous avons donc :

$$rang(dh(x)) = rang(I_4) = 4 = n \tag{6.24}$$

Nous avons prouver alors que le système du robot avec ses deux sorties mesurées est faiblement observable au sens du rang puisque $dh(x)$ est constante et égale à la dimension du vecteurs d'état du système.

c- Conception de l'observateur

L'objectif principale de l'observateur est d'estimer les vitesses angulaires en utilisant les mesures des positions angulaires, supposées accessibles, ainsi que la commande tout en assurant une convergence de l'erreur d'observation (notée $e_{obs} = (\hat{x} - x)$) vers zéro. Cet observateur doit prouver aussi sa robustesse vis à vis des perturbations considérées dans ce cas.

Afin de simplifier l'écriture des équations, la dynamique du robot peut être réécrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -M^{-1}(x_1)\left[C(x_1, x_2)x_2 + G(x_1) - \Gamma_{1,2}\right] \end{cases} \tag{6.25}$$

Avec : $x_1 = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix}^T$ et $x_2 = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}^T$

On pose :

$$\beta(x_1, x_2) = -M^{-1}(x_1)\left[C(x_1, x_2)x_2 + G(x_1)\right] \tag{6.26}$$

Le système d'équations (6.25) peut être réécrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \beta(x_1, x_2) + M^{-1}(x_1)\Gamma_{1,2} \\ y = x_1 \end{cases} \tag{6.27}$$

Soit l'observateur par mode glissants monosurface suivant :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}_1} = \hat{x}_2 - \Lambda_1 sign(\bar{x}_1) \\ \dot{\hat{x}_2} = \beta(y, \hat{x}_2) + M^{-1}(x_1)\Gamma_{1,2} - \Lambda_2 sign(\bar{x}_2) \\ \hat{y} = \hat{x}_1 \end{cases} \tag{6.28}$$

Avec :

$\hat{x}_i$,(i=1,2) est la valeur estimée de x_i .
Λ_1 et Λ_2 sont des matrices diagonales définies positives données par :

$$\Lambda_1 = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_1 \end{pmatrix}, \Lambda_2 = \begin{pmatrix} \lambda_2 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix} \tag{6.29}$$

Avec λ_1 et λ_2 sont des constantes positives qui doivent être choisies convenablement afin de garantir la convergence de l'erreur d'estimation e_{obs}.
Soit l'erreur d'estimation de sortie :

$$x_1 = \hat{y} - y = \hat{x}_1 - x_1 \tag{6.30}$$

Soient les erreurs d'estimation $\bar{x}_1, \bar{x}_2$ suivantes :

$$\bar{x}_1 = \hat{x}_1 - x_1, \bar{x}_2 = \hat{x}_2 - x_2 \tag{6.31}$$

Afin d'obtenir les conditions de convergence de cet observateur, écrivons d'abord les équations de la dynamique de l'erreur de d'observation. Nous obtenons alors :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}_1} = \bar{x}_2 - \Lambda_1 sign(\bar{x}_1) \\ \dot{\bar{x}_2} = \Delta\beta(y, \hat{x}_2, x_2) - \Lambda_2 sign(\bar{x}_1) \end{cases} \tag{6.32}$$

Avec $\Delta\beta(y, \hat{x}_2, x_2)$ est défini par :

$$\Delta\beta(y, \hat{x}_2, x_2) = \beta(y, \hat{x}_2) - \beta(y, x_2) \tag{6.33}$$

Ce qui donne :

$$\Delta\beta(y, \hat{x}_2, x_2) = M^{-1}(y)\left(-C(y, x_2)\bar{x}_2 + \left[C(y, x_2) - C(y, \hat{x}_2)\right]\hat{x}_2\right) \tag{6.34}$$

On pose $\chi = \left[C(y, x_2) - C(y, \hat{x}_2)\right]\hat{x}_2$, Cela donne :

$$\chi = C(y, x_2)\hat{x}_2 - C(y, \hat{x}_2)\hat{x}_2 \tag{6.35}$$

L'équation (6.35) peut être développé selon Taylor, à $x_2 = \hat{x}_2$, comme suit :

$$\chi = -\frac{\partial \tilde{C}}{\partial x_2}\Big|_{x_2=\hat{x}_2} (\hat{x}_2 - x_2) \tag{6.36}$$

Avec $\tilde{C} = C(y, x_2)\hat{x}_2$ et on pose $\pi(y, \hat{x}_2) = \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x_2}\Big|_{x_2=\hat{x}_2}$.

Substituons l'équation (6.36) dans (6.34), nous obtenons :

$$\Delta\beta(y, \hat{x}_2, x_2) = -M^{-1}(y)\left(C(y, x_2) + \pi(y, \hat{x}_2)\right)\bar{x}_2 \tag{6.37}$$

Nous obtenons enfin le système d'équation de l'erreur d'observation suivant :

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_1 = \bar{x}_2 - \Lambda_1 sign(\bar{x}_1) \\ \dot{\bar{x}}_2 = -M^{-1}(y)\left[C(y, x_2) + \pi(y, \hat{x}_2)\right]\bar{x}_2 - \Lambda_2 sign(\bar{x}_1) \\ \bar{x}_1 = \hat{x}_1 - x_1 \\ \bar{x}_2 = \hat{x}_2 - x_2 \end{cases} \tag{6.38}$$

6.4.4 Convergence de l'erreur d'observation

Prouver la stabilité de l'observateur-système revient à assurer la convergence de l'erreur d'observation vers zéro, c.à.d, $\bar{x}_1 = 0$ et $\bar{x}_2 = 0$, $\forall t > 0$. Pour cela, il faut faire un bon choix des paramètres des matrices données par l'équation (6.29).

Considérons les surfaces de glissement données selon Slotine et Li [206] :

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{bmatrix} \tag{6.39}$$

Il faut garantir que les valeurs initiales de l'erreur d'estimation $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ doivent atteindre la surface donnée par équation (6.39), c'est à dire $S_{1,2} = 0$. Autrement dit, il faut que l'attractivité des états du systèmes vers la surface de glissement soit vérifiée.

Nous commençons d'abord par prouver la convergence du premier sous système de l'équation (6.38). Pour cela, nous considérons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2}S_1^2 \tag{6.40}$$

Ce qui donne :

$$V_1 = \frac{1}{2}\bar{x}_1^T\bar{x}_1 \tag{6.41}$$

L'équation (6.40) est satisfaite si $\dot{V}_1 < 0$. Cette condition est donnée par :

$$\dot{V}_1 = \bar{x}_1^T \dot{\bar{x}}_1 \tag{6.42}$$

Cela donne :

$$\dot{V}_1 = \bar{x}_1^T (\bar{x}_2 - \Lambda_1 sign(\bar{x}_1)) < 0 \tag{6.43}$$

Ainsi, si nous choisissons convenablement les paramètres de la matrices Λ_1, alors daprès les résultats de Fillipov [183], il existe un régime glissant dans la région $\bar{x}_1^T = 0$ si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$\begin{cases} \bar{x}_2^i - \bar{x}_1^i \lambda_1^i sign(\bar{x}_1^i) < 0 \ si \ \bar{x}_1^i > 0 \\ \\ \bar{x}_2^i + \bar{x}_1^i \lambda_1^i sign(\bar{x}_1^i) > 0 \ si \ \bar{x}_1^i < 0 \end{cases} \tag{6.44}$$

Avec :

$$sign(\bar{x}_1) = \begin{cases} 1 \ si \ x_1 > 0 \\ 0 \ si \ x_1 = 0 \\ -1 \ si \ x_1 < 0 \end{cases} \tag{6.45}$$

Tel que :

$\bar{x}_1^i$ et $\bar{x}_2^i$ sont respectivement les $i^{ème}$ élément des vecteurs $\bar{x}_1$ et $\bar{x}_2$.

λ_1^i est le $i^{ème}$ élément de la diagonale de la matrice Λ_1.

Les conditions données par équation (6.44) peuvent être satisfaites en choisissant λ_1^i assez grand et par conséquent l'équation (6.43) sera justifiée. Ce résultat va forcer la norme de $||\bar{x}_1||$ à converger vers zéro et par conséquent $\dot{\bar{x}}_1 = 0$. Si nous choisissons $x_1(0) = \hat{x}_1(0)$, nous obtiendrons $\bar{x}_1 = \dot{\bar{x}}_1 = 0$ pour tout $t \geq 0$.

Nous pouvons enfin conclure que l'erreur d'observation $\bar{x}_1$ du premier sous système a convergé vers la première surface de glissement, nous avons donc $S_1 = 0$.

Il nous reste maintenant à prouver la convergence de la deuxième erreur d'observation $\bar{x}_2$ vers zéro. Pour cela, nous considérons, pour le deuxième sous système, la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_2 = \frac{1}{2} \bar{x}_2^T M(y) \bar{x}_2 \tag{6.46}$$

Ce qui donne :

$$\dot{V}_2 = \bar{x}_2^T M(y) \bar{x}_2 + \frac{1}{2} \bar{x}_2^T \dot{M}(y) \bar{x}_2 \tag{6.47}$$

Reprenons le deuxième sous système qui correspond à la deuxième ligne de l'équation (6.38), donné par :

$$\dot{\bar{x}}_2 = -M^{-1}(y) \left[C(y, x_2) + \pi(y, \hat{x}_2) \right] \bar{x}_2 - \Lambda_2 sign(\bar{x}_1) \tag{6.48}$$

Nous avons déjà démontrer la convergence de l'erreur $\dot{\bar{x}}_1$ vers 0. En utilisant le premier sous système de l'équation (6.38), nous pouvons écrire l'égalité suivante :

$$sign(\bar{x}_1) = \Lambda_1^{-1}\bar{x}_2 \tag{6.49}$$

Substituons l'équation (6.49) dans (6.48), nous obtenons :

$$\dot{\bar{x}}_2 = -M^{-1}(y)\left[C(y,x_2) + \pi(y,\hat{x}_2)\right]\bar{x}_2 - \Lambda_2\Lambda_1^{-1}\bar{x}_2 \tag{6.50}$$

Ce qui donne :

$$\dot{\bar{x}}_2 = -M^{-1}(y)\left[C(y,x_2) + \pi(y,\hat{x}_2) + M(y)\Lambda_2\Lambda_1^{-1}\right]\bar{x}_2 \tag{6.51}$$

Utilisons l'équation (6.47) et (6.51), nous avons donc :

$$\dot{V}_2 = -\bar{x}_2^T(\pi(y,\hat{x}_2) + M(y)\Lambda_2\Lambda_1^{-1})\bar{x}_2 + \bar{x}_2^T\left(\frac{\dot{M}(y)}{2} - C(y,x_2)\right)\bar{x}_2 \tag{6.52}$$

Soit l'égalité suivante :

$$\left(\frac{\dot{M}(y)}{2} - C(y,x_2)\right)^T = -\left(\frac{\dot{M}(y)}{2} - C(y,x_2)\right) \tag{6.53}$$

L'équation ci-dessus peut être donnée par :

$$\left[\bar{x}_2^T\left(\frac{\dot{M}(y)}{2} - C(y,x_2)\right)\bar{x}_2\right]^T = \bar{x}_2^T\left(\frac{\dot{M}(y)}{2} - C(y,x_2)\right)^T\bar{x}_2 \tag{6.54}$$

Utilisons les équations (6.53) et (6.54), nous pouvons écrire :

$$-\bar{x}_2^T\left(\frac{\dot{M}(y)}{2} - C(y,x_2)\right)\bar{x}_2 = \bar{x}_2^T\left(\frac{\dot{M}(y)}{2} - C(y,x_2)\right)\bar{x}_2 \tag{6.55}$$

Afin d'assurer la convergence de la deuxième erreur d'observation, c.à.d avoir $\bar{x}_2 = 0$, il faut poser la condition suivante :

$$\bar{x}_2^T\left(\frac{\dot{M}(y)}{2} - C(y,x_2)\right)\bar{x}_2 = 0 \tag{6.56}$$

L'équation (6.52) peut être écrite :

$$\dot{V}_2 = -\bar{x}_2^T(\pi(y,\hat{x}_2) + M(y)\Lambda_2\Lambda_1^{-1})\bar{x}_2 \tag{6.57}$$

Afin d'assurer la convergence de la deuxième erreur d'observation $\bar{x}_2$ vers zéro, il faut que $\dot{V}_2$, donnée par (6.57), soit négative. Pour cela, il faut choisir les paramètres des deux matrices Λ_1 et Λ_2 de tel manière à satisfaire la condition suivante :

$$Q = \pi(y, \hat{x}_2) + M(y)\Lambda_2\Lambda_1^{-1} > 0 \tag{6.58}$$

Cette condition sera vérifiée si nous choisissons les matrices Q et Λ_1 définies positives, avec :

$$Q = diag\left\{q_1, q_2\right\}, \;\; \Lambda_1 = diag\left\{\lambda_1, \lambda_1\right\} \tag{6.59}$$

Et choisir aussi la matrice Λ_2 qui vérifie l'égalité suivante :

$$\Lambda_2 = -M^{-1}(y)\left(\pi(y, \hat{x}_2) - Q\right)\Lambda_1 \tag{6.60}$$

La vérification de ces conditions rend $\dot{V}_2$ négatif, et par conséquent $\bar{x}_2 = 0$ et $\dot{\bar{x}}_2 = 0$. Si nous choisissons $x_2(0) = \hat{x}_2(0)$, on obtiendra $\bar{x}_2 = \dot{\bar{x}}_2 = 0$ pour tout $t \geq 0$.

Nous pouvons enfin conclure que l'erreur d'observation $\bar{x}_2$ du deuxième sous système a convergé vers la deuxième surface de glissement, nous avons donc $S_2 = 0$.

Finalement, nous pouvons dire, que l'équation (5.39) a été vérifiée en prouvons la convergence de l'erreur d'observation et par conséquent la stabilité de l'observateur-système est satisfaite. Ce résultat justifie la robustesse de l'observateur modes glissants utilisé.

6.4.5 Commande backstepping basée sur l'observateur modes glissants

Reprenons le même algorithme de la commande backstepping développé au chapitre 5, en lui associant un observateurs modes glissants. Nous obtenons alors les lois de commandes suivantes :

$$\Gamma_{1,2} = \begin{cases} \Gamma_1 = M(K_{p1}e_1 + K_{d1}\dot{e_1} + \ddot{\theta}_{1d}) + C\dot{\theta}_1 + G \\ \\ \Gamma_2 = M\left(K_{p2}e_2 + K_{d2}\dot{e_2} + \ddot{\theta}_{2d}\right) + C\dot{\theta}_2 + G \end{cases} \tag{6.61}$$

Avec :

$$\begin{gathered} K_{p1} = (k_1k_2 + 1), \; K_{p2} = (k_3k_4 + 1); \\ K_{d1} = (k_1 + k_2), \; K_{d2} = (k_3 + k_4); \end{gathered} \tag{6.62}$$

Et : $e_1 = \hat{x}_1 - x_1$; $e_2 = \hat{x}_3 - x_3$; θ_{id} est la position angulaire $i, (i = 1, 2)$, désirée et $\dot{\theta}_{id}$ est la vitesse angulaire $i, (i = 1, 2)$, désirée.

Reprenons maintenant le modèle d'état du système donné par équation (6.21) pour déterminer le modèle de l'observateur par modes glissants :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}_1} = \hat{x}_2 - \lambda_1 \sin g(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}_2} = M^{-1}(x_1)\left[\Gamma_1 - C(x_1, \hat{x_2})\hat{x_2} - G(x_1)\right] - \lambda_2 \sin g(\hat{x}_1 - x_1) \\ \dot{\hat{x}_3} = \hat{x}_4 - \lambda_1 \sin g(\hat{x}_3 - x_3) \\ \dot{\hat{x}_4} = M^{-1}(x_3)\left[\Gamma_2 - C(x_3, \hat{x_3})\hat{x_3} - G(x_3)\right] - \lambda_2 \sin g(\hat{x}_3 - x_3) \end{cases} \tag{6.63}$$

Nous allons maintenant prouver la stabilité et l'achèvement de l'objectif de poursuite du schéma globale en prouvant la stabilité en boucle fermée du correcteur-observateur. Cela revient à vérifier l'achèvement de l'objectif de poursuite des états estimés $\hat{x}$ aux trajectoires désirées x_d en calculant l'erreur, en boucle fermée, qui est égale à la somme de l'erreur d'observation e_{obs} et celle de commande e_{com} .

$$\begin{aligned} e &= e_{obs} + e_{com} \\ &= (\hat{x} - x) + (x - x_d) \\ &= (\hat{x} - x_d) \end{aligned} \tag{6.64}$$

La preuve sera donnée pour le premier sous système et pour le deuxième sous systèmes elle est déduite en suivant la même procédure.

Le premier sous système

La représentation d'état du premier sous système est donnée par :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \tag{6.65}$$

Avec :

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{\theta}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 &= \ddot{\theta}_1 = M^{-1}\left[\Gamma_1 - C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}_1 - G(\theta)\right] \end{aligned} \tag{6.66}$$

Nous allons suivre la procédure du backstepping, soit la première variable d'erreur :

$$z_1 = \hat{x}_1 - x_{1d} \tag{6.67}$$

La dérivée de cette erreur donne :

$$\dot{z}_1 = \dot{\hat{x}_1} - \dot{x}_{1d} \tag{6.68}$$

En utilisant l'équation (6.63) ; nous obtenant le résultat suivant :

$$\dot{z}_1 = \hat{x}_2 - \lambda_1 sign(e_1) - \dot{x}_{1d} \tag{6.69}$$

Avec :

$$e_1 = \hat{x}_1 - x_1 \tag{6.70}$$

Afin de stabiliser cette erreur, nous choisissons la commande virtuelle suivante :

$$\alpha_1 = -K_{p1} z_1 \tag{6.71}$$

Nous désignons la deuxième variable d'erreur suivante par :

$$z_2 = \hat{x}_2 - \alpha_1 - \dot{x}_{1d} \tag{6.72}$$

La dérivée de z_1 devient :

$$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha_1 - \lambda_1 sign(e_1) \tag{6.73}$$

Ce qui donne :

$$\dot{z}_1 = z_2 - K_{p1} z_1 - \lambda_1 sign(e_1) \tag{6.74}$$

Choisissons maintenant la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2 \tag{6.75}$$

Dont la dérivée est :

$$\dot{V}_1 = z_1 \dot{z}_1 = z_1 (z_2 - K_{p1} z_1 - \lambda_1 sign(e_1)) \tag{6.76}$$

Ce qui donne :

$$\dot{V}_1 = -K_{p1} z_1^2 + z_1 z_2 - z_1 \lambda_1 sign(e_1) \tag{6.77}$$

Dérivons maintenant la seconde variable d'erreur z_2 , nous obtenons :

$$\dot{z}_2 = \dot{\hat{x}}_2 - \dot{\alpha}_1 - \ddot{x}_{1d} \tag{6.78}$$

Ou encore :

$$\dot{z}_2 = M^{-1}(x_1) \left(\Gamma_1 - N(x_1, \hat{x}_2) \hat{x}_2 + G(x_1) \right) - \lambda_2 sign(e_1) - K_{p1} (\hat{x}_2 - \lambda_1 sign(e_1) - \dot{x}_{1d}) - \ddot{x}_{1d} \tag{6.79}$$

Choisissons maintenant la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_2 = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} z_2^2 \tag{6.80}$$

En remplaçant la loi de commande Γ_1 par sa formule donnée par équation (6.61) et en utilisant les équations (6.73) et (6.78), la dérivée de V_2 devient :

$$\dot{V}_2 = -K_{p1} z_1^2 - K_{p2} z_2^2 - z_2 \lambda_2 sign(e_1) - z_2 K_{p1} \lambda_1 sign(e_1) - z_1 \lambda_1 sign(e_1) \tag{6.81}$$

Que nous pouvons l'écrire comme suit :

$$\dot{V}_2 \leq -K_{p1} z_1^2 - K_{d1} z_2^2 - |e_1| \left(|z_2| \left(\lambda_2 + K_{p1} \lambda_1 \right) + |z_1| \lambda_1 \right) \tag{6.82}$$

Nous savons qu'un régime glissant s'établit autour de la surface $e_1 = 0$, nous obtenons alors :

$$\dot{V}_2 \leq -K_{p1} z_1^2 - K_{d1} z_2^2 \tag{6.83}$$

L'équation (6.83) prouve la stabilité du 1er sous système. Nous suivons les mêmes étapes pour prouver la stabilité du 2ème sous système afin de garantir enfin la stabilité globale de la boucle fermée commande-observateur et l'achèvement de la poursuite des états estimés aux états désirées.

6.4.6 Simulations et interprétation des résultats

Nous avons élaboré un schéma fonctionnel pour simuler le système en boucle fermée en lui appliquant une commande backstepping basée sur un observateur mode glissants. Ce dernier permettra d'estimer les vitesses angulaires à partir des positions angulaires mesurées, ainsi que les couples (commande).

Ce dispositif, observateur, est un capteur (logiciel) de vitesse permettant la reconstruction des états du système pour qu'ils soient utilisés dans la commande backstepping dont la loi de commande est donnée par équation (6.61).

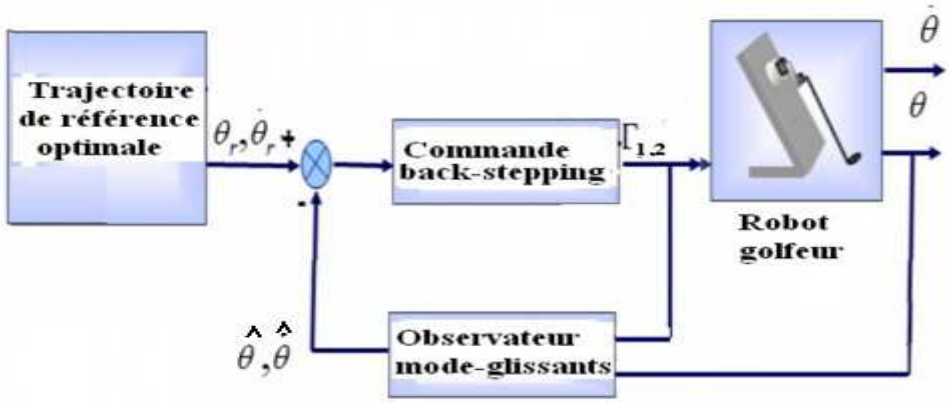

FIGURE 6.3 – Schéma global du système avec commande et observateur

Les simulations des lois de commande et d'observation développées dans ce chapitre et appliquées au robot golfeur sont faites par les paramètres données dans Annexe A.

Les coefficients caractérisant l'observateur mode glissant appliqué sont choisis convenablement afin de garantir la stabilité du système ainsi que la robustesse de la commande vis-à-vis des perturbations prises en compte.

Les perturbations

Nous avons appliqué les mêmes perturbations données au chapitre 5.

Dans la suite de cette section, nous allons présenter les résultats de simulation obtenus selon le cas des perturbations appliquées au robot.

a- Cas des perturbations : choc d'impact et test de robustesse

Nous avons testé la robustesse et la sensibilité de la commande backstepping basée sur l'observateur mode glissant, appliquée au robot, vis-à-vis des perturbations considérées. Nous avons calculé aussi l'erreur d'estimation des vitesses angulaires issues de l'observateur. Les figures suivantes illustrent les résultats de simulation obtenus :

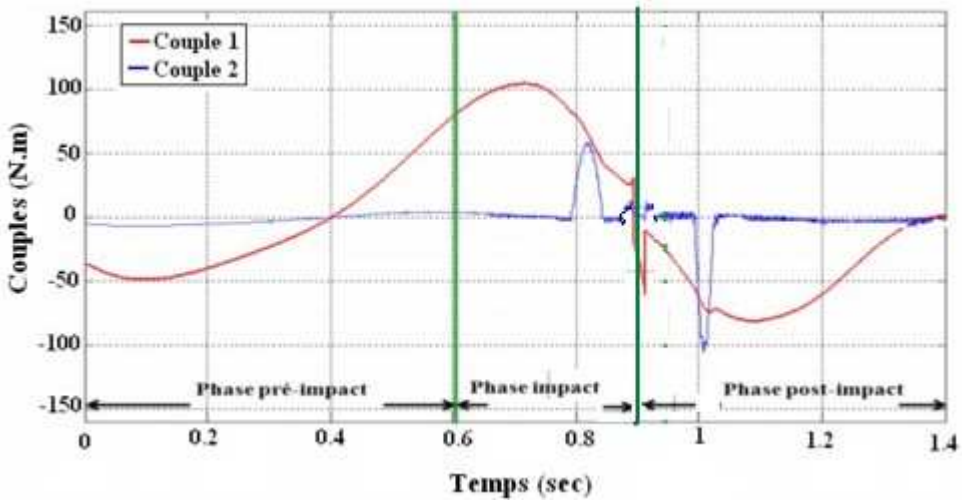

FIGURE 6.4 – Couples (commandes).

Synthèse 1

A partir des résultats de simulation obtenus, nous pouvons relever les remarques suivantes :

La figure (6.4) montre que la commande respecte les limites physiques des deux actionneurs conduisant les deux articulations du robot.

Les figures (6.5.a) et (6.5.b) représentant la poursuite des positions angulaires mesurées à celles désirées, illustrent qu'il y a un bon suivi des trajectoires. Ce résultat peut être confirmé à partir de la figure (6.5.c) montrant les erreurs de poursuite.
Nous pouvons relever aussi les mêmes constations citées ci-dessus concernant les résultats de la poursuite des vitesses angulaires données par figure (6.6).

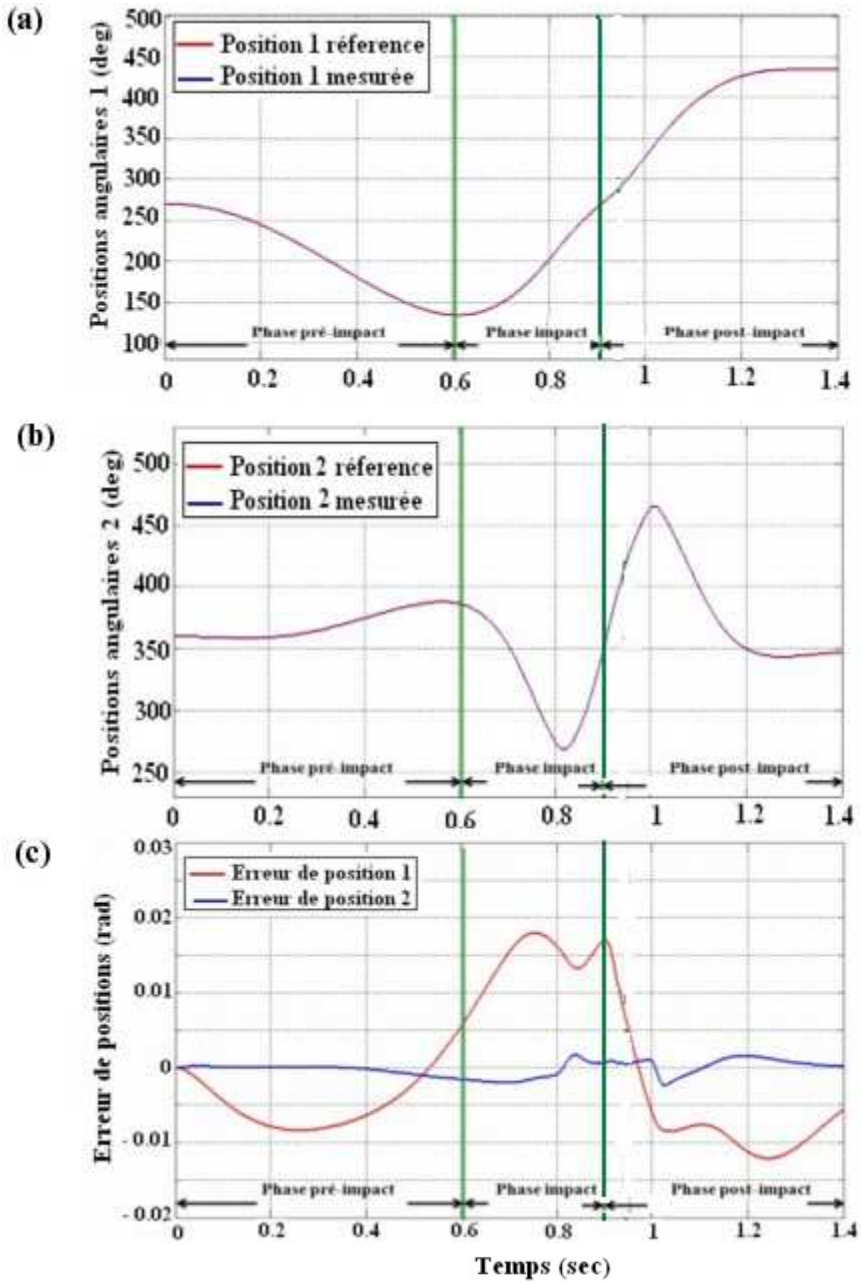

FIGURE 6.5 – (a) : Poursuite de positions angulaire 1 mesurée, (b) : Poursuite de position angulaire 2 mesurée, (c) : Erreur de poursuite des positions mesurées

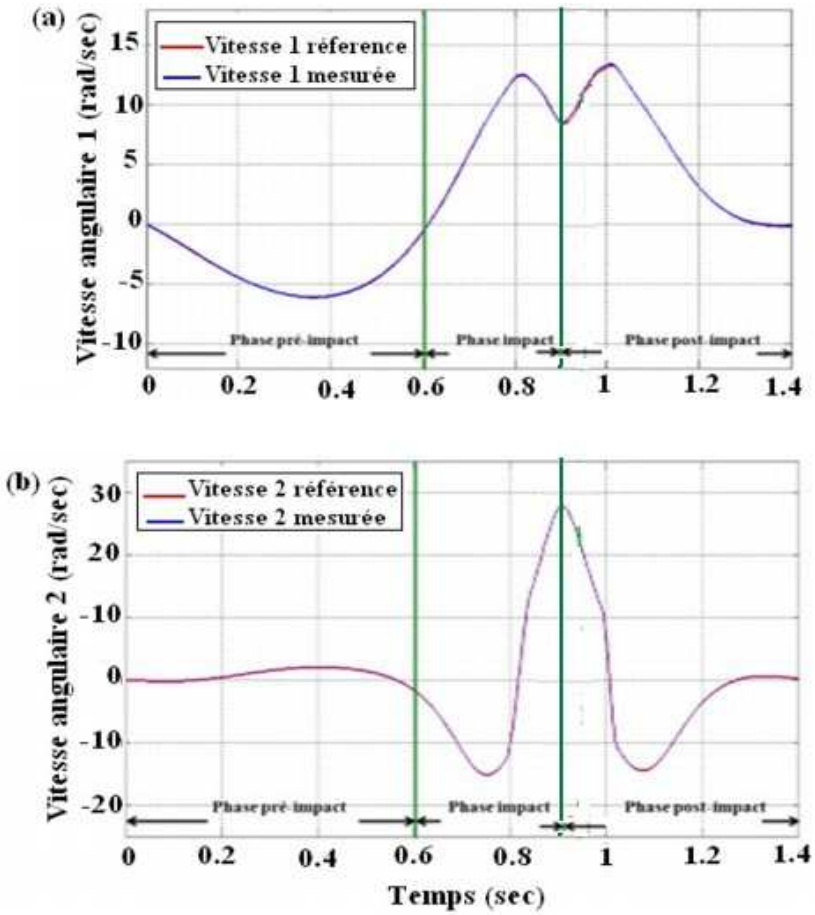

FIGURE 6.6 – (a) : Poursuite de vitesse angulaire mesurée 1, (b) : Poursuite de vitesse angulaire mesurée 2.

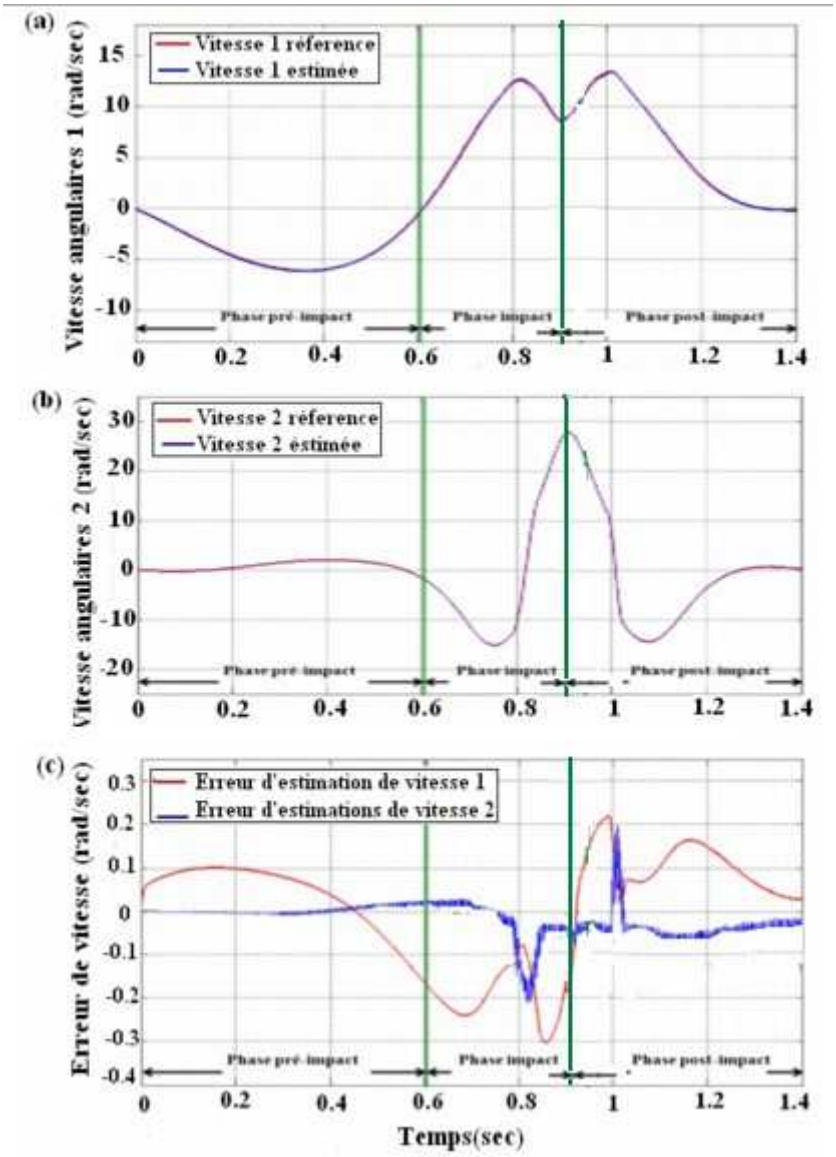

FIGURE 6.7 – (a) : Poursuite de vitesse angulaire estimée 1, (b) : Poursuite de vitesse angulaire estimée 2, (c) : Erreur d'estimation des vitesses.

Les figure (6.7.a) et (6.7.b) montrent qu'il y a une convergence des vitesses angulaires estimées vers celles de référence. La figure (6.7.c) confirme ce résultat.

b- Cas de perturbations : bruit de mesure et test de robustesse

Nous avons ensuite analysé la robustesse et la sensibilité de l'observateur, mode glissant, appliqué au robot vis-à-vis des perturbations considérées dans ce cas. Les figures (6.8), (6.9), (6.10) suivantes montrent les résultats de simulation obtenus.

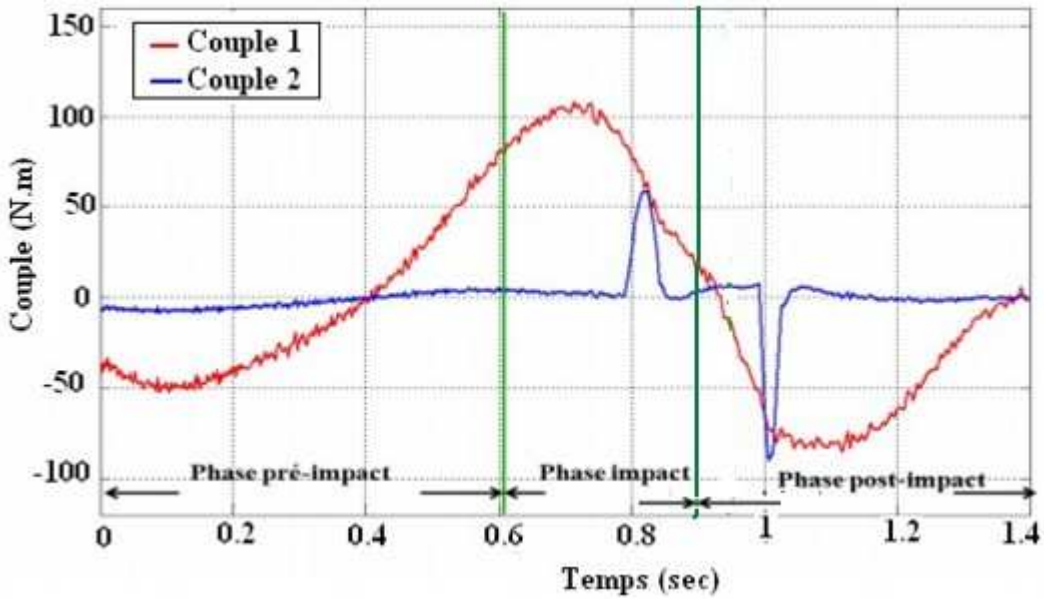

FIGURE 6.8 – Couples (commandes).

Synthèse 2

A partir des résultats obtenus dans ce cas de simulation, nous relevons les mêmes remarques expliquées dans le cas précédent et nous pouvons ajouter que les signaux représentants les erreurs d'estimation ainsi que les commandes sont bruitées et cela due au fort bruit appliqué aux positions mesurées.

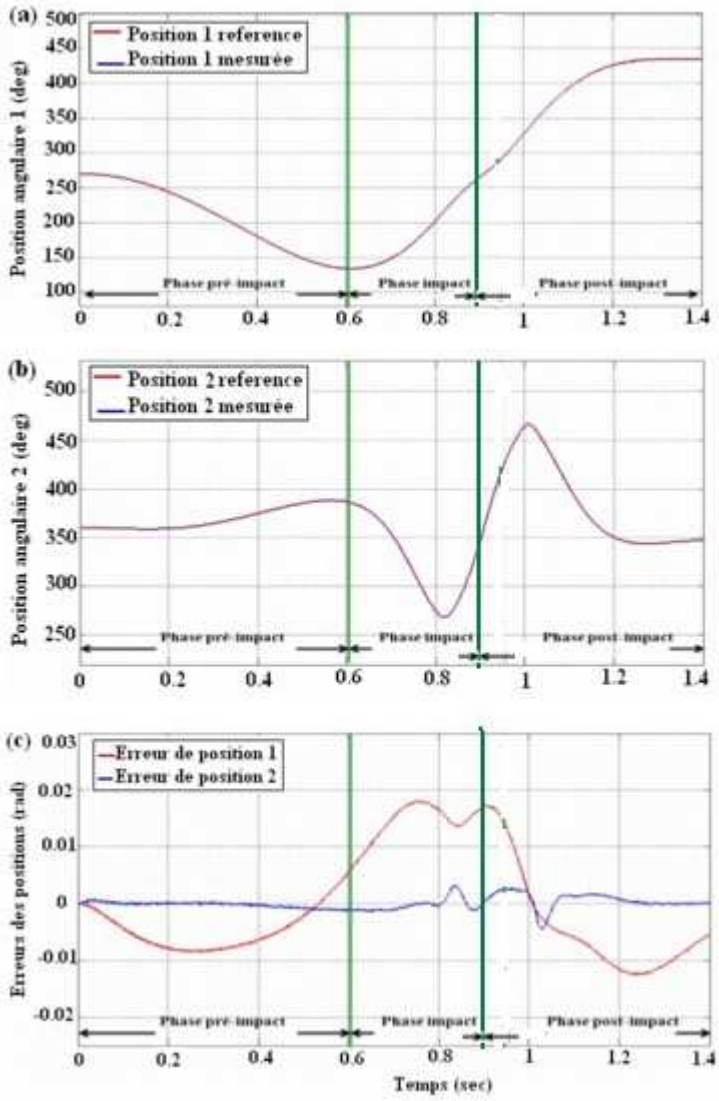

FIGURE 6.9 – (a) : Poursuite de positions angulaire 1 mesurée, (b) : Poursuite de position angulaire 2 mesurée, (c) : Erreur de poursuite des positions mesurées

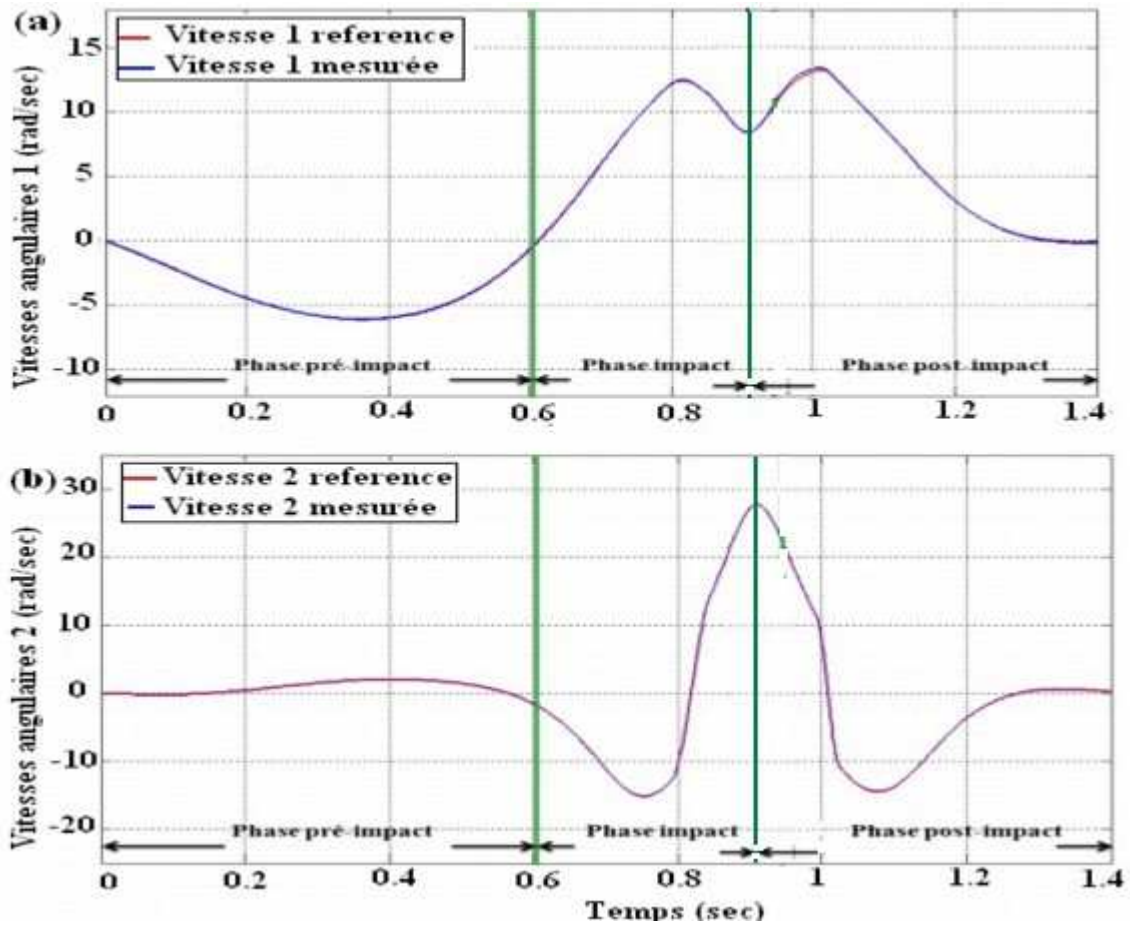

FIGURE 6.10 – (a) : Poursuite de vitesse angulaire mesurée 1, (b) : Poursuite de vitesse angulaire mesurée 2.

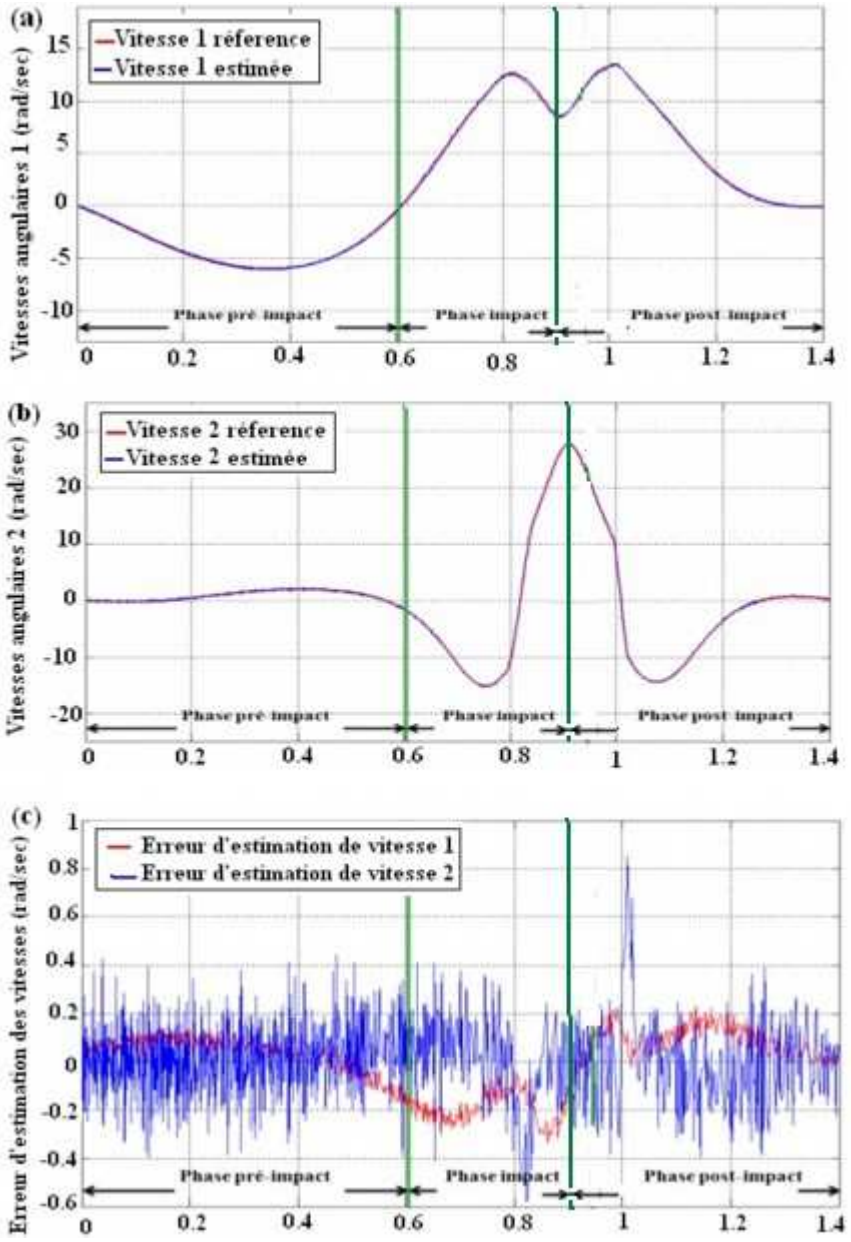

FIGURE 6.11 – (a) : Poursuite de vitesse angulaire estimée 1, (b) : Poursuite de vitesse angulaire estimée 2, (c) : Erreur d'estimation des vitesses.

6.5 Conclusion

L'utilisation d'un observateur par modes glissants dans la commande backstepping du robot golfeur, semble simple et efficace, par son aspect robuste.

Les modes glissants amènent au schéma de la commande backstepping une robustesse via l'observateur, grâce à une convergence rapide et garantie des états estimés vers les états réels. La commande achève les objectifs de stabilité, performances et robustesse avec les états estimés.

Conclusions et perspectives

Dans cette thèse, nous avons adressé les problèmes de la génération de mouvement optimal et hyper dynamique d'un manipulateur doté d'un mécanisme anthropomorphisme ainsi que la commande robuste appliquée à ce système. Ce robot doit reproduire formellement le geste de tir de golf avec plus de réalisme et de précision.

Dans le premier chapitre, des généralités sur la robotique ont été exposées et différentes approches de génération de mouvement du bras manipulateur ont été présentées. Nous avons fait, ensuite, un tour d'horizon sur les robots manipulateurs ultra rapides en attirant l'attention sur les robots golfeur qui font l'objet de ce manuscrit. Une revue bibliographique, résume les travaux de recherches correspondants à ce robot, a été détaillée.

Dans le deuxième chapitre, nous avons établi un modèle dynamique compatible gouvernant le mouvement du robot considéré. Ce modèle, inspiré de la structure ingénieuse du bras humain, a été déterminé après avoir décri le mécanisme d'un tel robot.

Dans le troisième chapitre, nous avons exposé notre première contribution qui est la génération de mouvement optimal du robot golfeur en faisant appel aux concepts de l'optimisation multi-objectifs et sous contraintes dynamiques et cinématiques. Ce problème est d'autant plus important qu'il permet la mise en œuvre des robots. Les techniques d'approximation utilisées sont les séries de Fourier et les fonction B-Splines Cubiques Uniformes et la méthode d'optimisation est basée sur les algorithmes génétiques.

Dans le quatrième chapitre, la théorie des lois de commandes robustes a été données en se limitant aux contrôleurs backstepping et modes glissants.

Dans le cinquième chapitre, nous avons valider le générateur de mouvement obtenu en appliquant au robot des différentes lois de commande robustes, à savoir le backstepping, modes glissants et la commande hybride backstepping-mode glissant. Des test de simulations ont été faits en tenant compte des perturbations qui affectent le système tels que le bruit de mesure provenant des capteurs, changement d'inertie du club comme test de robustesse et choc d'impact qui reflète la frappe de la

balle. Les résultat obtenus montrent que les commandes mode glissant et backstepping assurent de meilleurs performances au présence des perturbations extérieurs. Cependant, ces contrôleurs perdent leur robustesse lors de la considération des incertitudes paramétriques. Contrairement à la commande hybride qui a prouvé plus en moins son efficacité quelques soit le type de perturbations.

Dans le sixième chapitre, la commande basée sur l'observateur robuste par modes glissants appliquée au robot golfeur a été développée et testée par simulation. Les modes glissants amènent au schéma de commande une robustesse basée sur l'observateur, grâce à une convergence rapide et garantie des états estimés vers les états réels, la commande achève les objectifs de stabilité, performances et robustesse avec les états estimés.

Bien entendu, ce travail est loin d'être terminé et il reste un certain nombre de points à examiner. Nous pouvons en citer certains :

L'application des trajectoires générées à travers ce travail sur un processus réel ;

Les ordinateurs de la génération future pourront apporter une solution à la rapidité d'exécution et d'offrir une grande capacité de mémoire. Cela participe d'une manière remarquable à la qualité de trajectoires optimales générées par les AGs, et permet d'alléger le nombre de générations nécessaires ainsi que la taille de population ce qui conduit à réduire le temps d'optimisation si nous voulons générer les trajectoires en ligne ;

Validation des commandes et observateurs robustes développés en les appliquant sur un prototype réel ;

Utilisation d'une méthode d'optimisation simple et efficace afin de déterminer les gains des commandes adoptées dans cette thèse.

Prendre en compte la flexibilité du club de robot lors de la modélisation du système ;

Introduire l'interaction de la frappe de la balle dans le générateur de mouvement du robot ;

Introduire l'aspect adaptatif aux commandes appliquées au robot dans ce travail afin d'assurer la robustesse ;

Réalisation pratique de ce robot hyper dynamique et anthropomorphe.

Appendices

Annexe A

Paramètres du robot golfeur

Les simulations des lois de commande et d'observations développées dans ce manuscrit et appliquées au modèle du robot golfeur sont faites par les données suivantes :

Paramètres du robot

$m_1 = 4.5(kg)$, $m_2 = 1.24(kg)$,

$l_1 = 0.4(m)$, $l_2 = 0.95(m)$,

$l_{g1} = 0.1333(m)$, $l_{g2} = 0.3167(m)$,

$I_1 = 1.27(kg.m^2)$, $I_2 = 3.3 * 10^{-3}(kg.m^2)$,

$\alpha = 60(deg)$ et $g = 9.81(m/s^2)$.

Paramètres des actionneurs

$\tau_1^{\max} = 110(N.m)$, $\tau_2^{\max} = 10(N.m)$,

$n_1^{\max} = 43(tr/min)$, $n_2^{\max} = 5(tr/min)$,

$M_1 = 32(kg)$ et $M_2 = 1.6(kg)$.

Annexe B

Stabilité au sens de Lyapunov

B.1 Notion de stabilité

La commande par la méthode du Backstepping est basé sur la théorie de Lyapunov, dont l'objectif principale est de construire une loi de commande qui ramène le système vers un état désiré, qui est généralement un état d'équilibre stable en boucle fermée. Autrement dit, la condition de base sur un système commandé est qu'il doit converger vers un état que nous déterminons. Pour cela, il nous semble utile de donner quelques notions de stabilité au sens de Lyapunov et les conditions de stabilité des différents états d'équilibres des systèmes dynamiques non linéaires [227] et [228].

Définition B.1 : **Point d'équilibre**

Considérons le système suivant :

$$\dot{x} = f(x) \tag{B.1}$$

Avec : $x = x(t) \in \Re^n$.

En physique, un système est en équilibre quand il conserve son état en absence de forces externes et en Mathématique cela équivaut à dire que la dérivée $\dot{x}$ de son état est nulle. Ce qui donne $\dot{x} = f(x) = 0$.

Définition B.2 : **Stabilité de Lyapunov**

Considérons le système donné par équation (B.1).

Commençons à l'état initial $x(0)$. Supposons que x_e est un point d'équilibre du système, $f(x_e) = 0$. Nous disons que le point d'équilibre est :

- **Stable**, si pour chaque $\varepsilon > 0$ existe $\delta(\varepsilon) > 0$, tel que :

$$\|x(0) - x_e\| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow \|x(t) - x_e\| < \varepsilon \forall t \geq 0 \tag{B.2}$$

- **Asymptotiquement stable**, s'il est stable et en plus il existe $r > 0$ tels que :

$$\|x(0) - x_e\| < r \Rightarrow \lim_{t\to\infty} x(t) = x_e \tag{B.3}$$

- **Globalement asymptotiquement stable** (GAS), s'il est asymptotiquement stable pour tous les états initiaux.

B.2 Méthode directe de Lyapunov

Les définitions ci-dessus concernent $x(t)$, la solution explicite de (B.1), qui en général ne peut pas être trouvée analytiquement. Heureusement il y a d'autres manières de prouver la stabilité. Le mathématicien et l'ingénieur russe A.M. Lyapunov a proposé l'idée d'incorporer le vecteur d'état $x(t)$ dans une fonction scalaire $V(x)$ afin de quantifier la distance entre $x(t)$ et le point d'équilibre du système. $V(x)$ peut être considérée comme une représentation de l'énergie contenue dans le système. S'il est possible de montrer que $V(x)$ est continue et strictement décroissante selon t, alors le système lui-même doit se déplacer vers l'équilibre. Cette approche démontrant la stabilité s'appelle la méthode directe de Lyapunov.Définissons dabord quelques concepts utiles.

Définition B.3 : Une fonction scalaire $V(x)$ est :

- Définie positive si $V(0) = 0$ et $V(x) > 0$, $\forall x \neq 0$
- Définie semi-positive si $V(0) = 0$ et $V(x) \geq 0$, $\forall x \neq 0$
- Définie semi-négative si le $-V(x)$ est définie semi-positive
- Radialement illimité si $\lim_{\|x\|\to\infty} V(x) = \infty$

Maintenant nous pouvons énoncer les théorèmes qui prouvent la stabilité asymptotique globale. Considérons le système (B.1) et $f(0) = 0$

Théorème B.1 : $V(x)$ est une fonction scalaire semi définie positive, bornée, continue et différentiable dans le temps si :

$$\dot{V}(x) = \frac{d}{dt}V(x) = \frac{\partial V}{\partial x}\frac{dx}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x}\dot{x} = \frac{\partial V(x)}{\partial x}f(x) < 0\,; \forall x \neq 0 \tag{B.4}$$

Alors $x = x_e$ est un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable (GAS). Une fonction scalaire $V(x)$ qui satisfait la condition $\dot{V}(x) < 0$ est appelée alors, la fonction de Lyapunov du système.

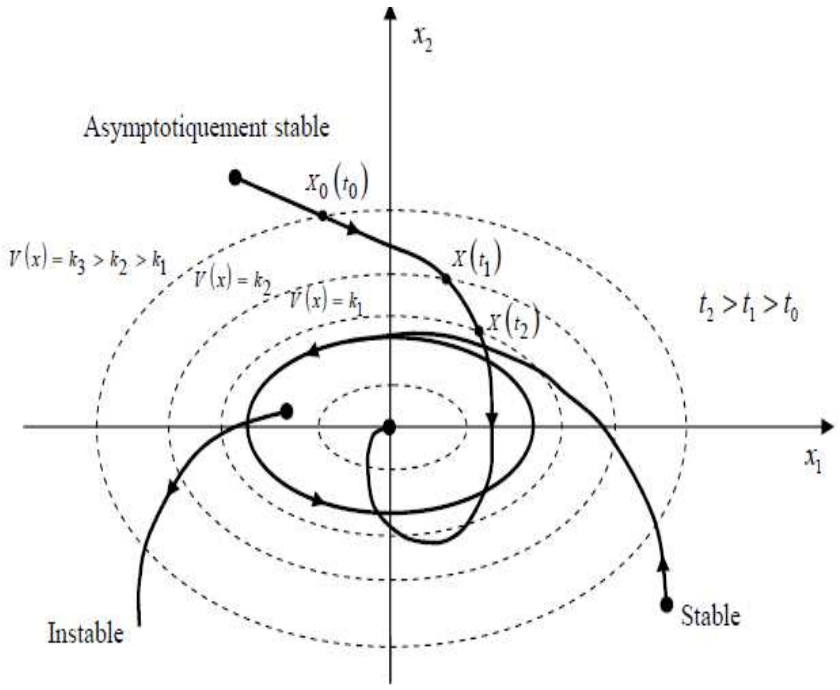

FIGURE B.1 – Interprétation géométrique du théorème de Lyapunov

Théorème B.2 : $V(x)$ est une fonction scalaire Semi définie positive, bornée, continue et différentiable dans le temps si :

$$\dot{V}(x) = V(x)f(x) < 0,\ \forall x \neq 0,\ S = \{x : \dot{V}(x) = 0\} \tag{B.5}$$

Et supposons que le système (B.1) admet une solution unique $x(t) = x_e$. Si $x(t)$ reste au voisinage de S, alors $x(t) = x_e$ est un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable (GAS).

Théorème B.3 : Le point d'équilibre $x(t) = x_e$ du système d'équation (B.1) est dit uniformément Asymptotiquement Stable si toute trajectoire solution du système comprise dans une boule de rayon R de grandeur quelconque et initialisée en x_0 dans une boule de rayon R_0dépendant de R converge vers le point d'équilibre quand t tend vers ∞.

$$\forall R > 0, \exists r > 0\, tel que\ \|x_0\| < r \Rightarrow \|x_t\| < R \tag{B.6}$$

Pour prouver les propriétés de stabilité d'un système, de nombreuses méthodes sont basées sur le théorème de Lyapunov. Pour les systèmes autonomes, il est possible de prouver la stabilité asymptotique quand $\dot{V}(x) < 0$ en considérant le théorème d'invariance de *LaSalle*, alors que pour les systèmes non autonomes le Lemme de

Barbalat est employé pour prouver la stabilité asymptotique [228].

Théorème B.4 :Théorème de LaSalle

Le point d'équilibre $x(t) = x_e$ de (B.1) est asymptotiquement stable s'il existe une fonction $V(x)$ de $D \to \Re$ continûment différentiable ayant les propriétés suivantes :

$$\dot{V}(x) < 0, \forall x \neq 0, S = \{x : \dot{V}(x) = 0\} \tag{B.7}$$

Alors, pour toute condition initiale $x \in D$, la solution de (B.1) reste dans D, est définie pour tout temps $t > 0$ et converge vers le plus grand sous-ensemble invariant inclus dans [228].

Théorème B.5 :Lemme de Barbalat [229]

Soit $\phi : \Re \to \Re$ une fonction uniformément continue sur $[0, \infty[$. Supposons que $\lim_{t\to\infty} \int_0^t \phi(\tau)d\tau$ existe et est finie, Alors : $\lim_{t\to\infty} \phi = 0$

En combinant la méthode directe de Lyapunov et le Lemme de Barbalat, nous obtenons le théorème de LaSalle et Yoshizawa.

Théorème B.6 :Théorème de LaSalle et Yoshizawa [230].

Soit $x = 0$ un point d'équilibre de (B.1)avec f une fonction localement dérivable en x et est uniformément continue en t. Soit : $V : \Re^n \times \Re^n \to \Re^+$ une fonction continûment différentiable tels que :

$$\begin{cases} \gamma_1(\|x\|) \leq V(x,t) \leq \gamma_2(\|x\|) \\ \dot{V} = \nabla V(x) f(x) \leq -W(x) \leq 0 \end{cases} \tag{B.8}$$

ou $\leq \gamma_1$ et $\leq \gamma_2$ sont des fonctions de classes K_∞ et W est une fonction continue. Alors, toutes les solutions de (B.1) sont globalement uniformément bornées et satisfont $\lim_{t\to\infty} W(x(t)) = 0$.
De plus, si $W(x)$ est définie positive, alors le point d'équilibre $x = 0$ est Globalement asymptotiquement uniformément stable (GAUS).

Théorème B.7 : Théorème d'Artstein [230]

Un système dynamique a une loi de commande basée sur la fonction de Lyapunov si et seulement s'il existe une fonction de stabilisation régulière dans la boucle de retour u(x).

Remarque B.1 :

Ces théorèmes sont une condition suffisante de stabilité mais ne permet pas

de guider l'utilisateur dans le choix de la fonction de Lyapunov qui satisfait les conditions de (GAUS). Pour cela la recherche des méthodes permettant la construction d'une fonction de Lyapunov candidate pour un système donné a motivé une littérature très abondante, les formes quadratiques sont les plus utilisées notamment les fonctions définies positives qui ont des intégrales premières.

Remarque B.2 :

La stabilité au sens de Lyapunov est une traduction mathématique d'une constatation élémentaire, si l'énergie totale d'un système se dissipe continûment (c'est-à-dire décroît avec le temps) alors que ce système (qu'il soit linéaire ou non, stationnaire ou non) tend à se ramener à un état d'équilibre, donc il est stable. La méthode directe de Lyapunov cherche donc à générer une fonction scalaire de type énergétique qui admet une dérivée temporelle négative.

Annexe C

Publications et communications

C.1 Publications Internationales

S. Aboura, A. Omari, K. Zemalache Meguenni, « Optimizing Motion Planning for Hyper Dynamic Manipulator », Journal of Electrical Engineering (JEE-EC'12), Vol. 63, No. 1, 2012, p. 13-20.

A. Omari, **S. Aboura**, K. Zemalache Meguenni « Comparative Study on Optimal Motion Planning Based Genetic Algorithm for Hyper Dynamic Robot Arm», Mediterranean Journal of Measurement and Control, Vol. 8, No. 3, 2012, p. 456-466.

S. Aboura, A. Omari, K. Zemalache Meguenni, « Motion Planning and Control of Hyper Dynamic Robot Arm», International Review of Automatic Control (I.RE.A.CO) , Vol. 7, No. 1, January 2014, p. 82-89.

S. Aboura, A. Omari, K. Zemalache Meguenni, «Computed Torque Controller based Sliding Mode Observer for Hyper Dynamic Manipulator», Accepté pour publication au Journal International des Systèmes Automatisés (JESA), Sept 2015.

C.2 Communications Internationales

S. Aboura, A. Omari, « Génération de mouvements pour un robot hyper dynamique », 4ème Conférence Internationale sur l'Electrotechnique (ICEL'09), Oran, 2009.

S. Aboura, A. Omari, K. Zemalache Meguenni, « Hinf observer based computed torque controller for Hyper Dynamic Manipulator », International Conference on Automation and Mechatronics (CIAM'11), Oran, 2011.

S. Aboura, A. Omari, K. Zemalache Meguenni, « Commande hybride mode glissant-floue appliqué à un robot manipulateur hyper dynamique», 2ème Conférence Internationale (CIMGELS'12), Oran, 2012.

Références bibliographiques

.

[**1**] Chapuis A. et Droz E. ≪ Les Automates : Figures Artificielles d'hommes et d'animaux. Histoire et Technique ≫. Neuchâtel, Griffon Editions. 1949.

[**2**] Siciliano B. et Khatib O. ≪ Springer Handbook of Robotics ≫. Springer-Verlag, New York. 2008.

[**3**] Okada K., Takashi O., Atushi H., Daisuke K. et Hiroyuki N. ≪ Integrated System Software for HRP2 Humanoid ≫. Proc. of International Conference on Robotics and Automation (ICRA'04), pp. 3207-3212, 2004.

[**4**] Takagi S. ≪ Toyota Partner Robots ≫. Journal of the Robotics Society of Japan, Vol. 24, N 2, pp. 208-210, 2006.

[**5**] Khalil W. et Dombre E. ≪ Modélisation Identification et Commande des Robots ≫. 2ème édition. Herms Science. 1999.

[**6**] Lozano-Pèrez T. ≪ Spatial Planning : A Configuration Space Approach ≫. IEEE Trans on Robotics and Automation, Vol. 32, pp.108-120, 1983.

[**7**] Lopez-Damian E. ≪ Planification de Saisie pour la Manipulation d'objets par un Robot Autonome ≫. Thèse de Doctorat. Institut National Des Sciences Appliquées de Toulouse. Spécialité 'Systèmes Automatiques'. 2006.

[**8**] Aghili F. Buehler M. et Hollerbach J.M. ≪ Model-Matching Solution for Optimal Position Joint Torque Feedback ≫. IEEE/RSJ International Conference of Intelligent Robots and Systèmes, 1997.

[**9**] Gravot F. ≪ Fondation d'un Planificateur Robotique Intégrant le Symbolique et le Géométrique ≫. Thèse de Doctorat de l'Université Paul Sabatier de Toulouse. Spécialité 'Informatique'. 2004.

[**10**] Choset H., Lynch K.M., Hutchinson S., Kantor G.A., Burgard W., Kavraki L.E. et Thrun S. ≪ Principles of Robot Motion : theory, Algorithms, and Implementation ≫. MIT Press. 2005.

[**11**] Latombe, J.C. ≪ Robot Motion Planning ≫. Kluwer Academic Publishers. 1991.

[**12**] Zlajpah L. ≪Simulation of n-R Planar Manipulators≫. Elsevier. Simulation Practice and Theory, Vol. 6, pp. 305-321. 1998.

[**13**] Plédel P. ≪Génération de Mouvement Optimaux Pour un Robot Manipulateur≫. Thèse Magister, École Centrale de Nantes, Sept. 1996.

[**14**] Xu C., Ming A., Mak K. et Shimojo M. ≪ Design for High Performance Robot Based

on Dynamically Coupled Driving and Joint Stops≫. Int J Robot Autom, Vol.22, N 4, pp. 281-93, 2007.

[15] Khalil W. et Kleinfinger J.F. ≪ Minimum Operations and Minimum Parameters of the Dynamic Model of Tree Structure Robots≫. IEEE J. of Robotics and Automation, Vol. 3, N 6, pp. 517-526, 1987.

[16] Xin-Sheng G. et Li-Qun C. ≪ Optimal Motion Planning for Nonholonomic Systems Using Genetic Algorithm with Wavelet Approximation ≫. Elsevier. Applied Mathematics and Computation, Vol. 18 ; pp.76-85. 2006.

[**17**] PiresS. et Machado T. ≪ A GA Perspective of the Energy Requirement for Manipulators Manoeuvring In a Workspace with Obstacles ≫. Congress on Evolutionary Computation. Santiago, California, USA, pp. 1110- 1116, 2000.

[18] Yue S. G., Henrich D., L Xu X. et Toss S.K., ≪ Point-to-Point Trajectory Planning of Flexible Redundant Robot Manipulators Using Genetic Algorithms ≫. International Journal of Robotic, Vol. 20, pp. 269-280, 2002.

[19] Devendra P. et Kumar M., ≪ Optimization Techniques Applied To Multiple Manipulators for Path Planning and Torque Minimization ≫. International journal of Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 15, N 3, pp. 241-252, 2002

[20] Senoo T., Amiki A. et Ishikawa M. ≪ High-Speed Batting using a Multijoint Manipulator ≫. In : Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1191-1196, 2004.

[21] Slotine J.J. et Yang H.S., ≪Improving the Efficiency of Time Optimal path Following Algorithms ≫. IEEE Transactions. On Robotics and Automation ; pp. 118-124. 1989.

[22] Won J.H., Choi B.W., et Chung M. J., ≪ Smooth Joint Trajectory Planning for a Point to Point Task≫. IEEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems ; pp. 1299-1303, 1991.

[23] Arai H. et Tachi S. ≪ Position control System of a Tow Degree of Freedom Manipulator with a Passive Joint ≫. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 38, N 1 ; pp. 15-20, 1991.

[24] Xu Y. et Bergermen M. ≪ Optimal Control of Manipulators with Any Number of Passive Joints ≫. Journal of Robotic Systems, Vol. 15, N 3 ; pp. 115-129. 1998.

[25] Xu Y. Bergermen M. et Lee C. ≪ Experimental Study of an Underactuated Manipulator ≫. Université Carnegie Mello, Institut de Robotique. 1995.

[26] Hirzinger G., Albu-Schaffer A., Hiihnle M., Schaefer I. et Sporer N. ≪ On a New Generation of Torque Controlled Light-Weight Robots ≫. In : Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation ; pp.21-25. 2001.

[27] Kagami S., Nishiwaki K., Sugihara T., Kuffner JJ., Inaba M. et Inoue H. ≪ Design and Implementation of Software Research Platform for Humanoïde Robotics : H6 ≫. In : Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation ; pp. 2431-2436, 2001.

[28] Kaneko M., Higashimori M., Takenaka R., Namiki A. et Ishikawa M. ≪ The 100 G Capturing Robot-Too Fast to See ≫. IEEE/ASME Trans Mechatron ;Vol 8, N 1, pp. 37-44, 2003.

[**29**] Ming A. et Xu C. ≪ Biologically Inspired Robotics ≫. CRC Press, pp. 55-84, 2012.

[**30**] Ming A., Kajitani M. et and Shimojo M. ≪ A Proposal for Utilizing Structural Joint Stop in a Manipulator ≫. Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation Washington, pp. 3649-3654, 2002.

[**31**] Ming A., Harada N., Shimojo M. et Kajitani M. ≪ Development of a Hyper Dynamic Manipulator Utilizing Joint Stops ≫. Proceedings of the 2003 . EEEIRSJ Inernational Conference on lntelligent Robots and Systems, Las Vegas. Nevada, pp. 2084-2086, 2003.

[**32**] Andersson RL. ≪ A Robot Ping-Pong Player : Experiment in Real-Time Intelligent control ≫. Cambridge, MA : MIT Press ; 1988.

[**33**] Saito F., Fukuda T. et Arai F. ≪ Swing and Locomotion Control for a Two-Link Brachiation Robot ≫. IEEE Contr Syst Mag, Vol. 14, pp. 5-12, 1994.

[**34**] Nakanishi J., Fukuda T., Koditschek DE. ≪ A Brachiating Robot Controller ≫. IEEE Trans Robot Autom, Vol. 16, N 2 , pp. 109-23, 2000.

[**35**] Suzuki S. et Inooka H. ≪ A New Golf Swing Robot Model Emulating Golfer's Skill≫. Sports Eng, Vol. 2, pp. 13-22, 1999.

[**36**] Zheng XZ., Inamura W., Shibata K. et Ito K. ≪ A Learning and Dynamic pattern Generating Architecture for Skillful Robotic Baseball Batting System ≫. In : Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics and Automation ; pp. 3227-32, 2000.

[**37**] Arai H. et Tachi S. ≪ Position Control of a Manipulator with Passive Joints Using Dynamic Coupling ≫. In : Proceedings of the 20th ISIR ; pp. 617-624, 1989.

[**38**] Arai H. and Tachi S. ≪ Position Control of a Manipulator with Passive Joints using Dynamic Coupling ≫. IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 7, N 4, pp. 528-534, 1991.

[**39**] De Luca A. et Oriolo G. ≪ Trajectory Planning and Control for Planar Robots with Passive Last Joint ≫. The International Journal of Robotics Research, Vol. 21, N 5-6, pp. 575-590, 2002.

[**40**] Nakamura Y., Suzuki T. and Koinuma M., ≪ Nonlinear Behavior and Control of Underactuated Robotic Mechanisms ≫. Proc. International Symposium of Robotics Research, Munich, Germany, pp. 67-77, 1995.

[**41**] Hogan N. ≪ An Approach to Manipulation ≫. ASME Jounal of Dynamics, Systems, Measurement and Control, Vol. 107, pp. 1-24, 1985.

[**42**] Laurin-kovitz K.F., Colgate E. et Cames S.D.R. ≪ Design of Components for Programmable Passive Impedance≫. Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 1476-1481, 1991.

[**43**] Morita T., Tomita N., Ueda T. et Sugano S. ≪ Development of Force-Controlled Robot Arm using Mechanical Impedance Adjuster≫. Journal of the Robotics Society of Japan, Vol. 16, N 7, pp.1001-1006, 1998.

[**44**] Hayakawa Y., Kawa S., Goto T. et Nagai K. ≪ Development ofa Revolving Drive Mechanism for a Robot Manipulator by using Pneumatic Bellows Actuaton with for Sensing Ability≫. Journal of the Robotics Society of Japan, Vol. 14, N 2, 1996, pp.271-278, 1996.

[**45**] Katusrashima W., Kikuchi H., Abe K. et Uchiyama M. « Design and Develogment ofa Robot Arm with Flexible Joints». Proceedings of RSJ Annual Meeting, pp.963-964, 1998.

[**46**] Mizuuchi L., Matsuki T., Kagami S., Inaba H. et Inoue H. « An approach to a humanoid that has a variable flexible torso». Proceedings of RSJ annual meeting, pp.825-826. 1998.

[**47**] Okada M., Nakamura Y. et Ban S. « Design of Programmable Compliance for Humanoid Shoulder ». Experimental Robotics VII, pp.3140, 2001.

[**48**] Kwon Y. H. « Kinematic Analysis of Sports Movements : Golf Swing Plane Analysis». In : ISBS Conference Proceedings Archive, Limerick. pp. 31-34, 2009.

[**49**] Zhiwei Li. « Study on Dynamic Analysis and Wearable Sensor System for Golf Swing». Present on Spring 2015 Kochi University of Technology Doctoral Program Engineering Course ; thesis of doctorat. 2015.

[**50**] Zhiwei Li., Yoshio I., Shunta K. et Kyoko S. « The Effect of Swing Pattern on the Release Point and the Club Head Speed ». The 3th Joint International Conference on Multibody System Dynamics (Busan, Korea). 2014.

[**51**] Urtasun R., Fleet DJ. et Fua P. « Monocular 3D Tracking of the Golf Swing ». In : Computer Vision and Pattern Recognition, IEEE Computer Society Conference on. IEEE, pp. 932-938, 2005.

[**52**] MacKenzie SJ. « Club Position Relative to the Golfer's Swing Plane Mean ingfully Affects Swing Dynamics ». Sports Biomechanic. Vol. 11, N 2, pp. 149-164, 2012.

[**53**] Karliga I. et Hwang JN. « Analyzing Human Body 3-D Motion of Golf Swing from Single-Camera Video Sequences». In : International Conference on Acoustics, speech and signal processing (ICASSP) Proceedings, Toulouse. IEEE, 2006.

[**54**] Coleman S. et Anderson D. « An Examination of the Planar Nature of Golf Club Motion in the Swings of Experienced Players». J Sports Sci, Vol. 25, N 7, pp. 739-748, 2007.

[**55**] Williams D. «The Dynamics of the Golf Swing (with conclusions of practical interest)». Journal of Mechanics and Applied Mathematics, Vol.20, N 2, pp. 247-264,1967.

[**56**] Williams D. «The Dynamics of the Golf Swing' Quart». Journal of Applied Mathematics, N 20, pp. 247-255, 1968.

[**57**] Cochran A. et Stobbs. J. «Search for the Perfect Swing», Triumph Books, Chicago, 1999.

[**58**] Jorgensen T. « On the Dynamics of the Swing of a Golf Club». America Journal of Physics, N 38, pp. 644-651, 1970.

[**59**] Lampsa M.A. «Maximizing Distance of the Golf Drive : an Optimal Control Study». Transactions of the American society of Mechanical Engineers, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, N 75, pp. 362-367, 1975.

[**60**] Budney D.R. et Bellow D.G. «On the Swing Mechanics of a Matched Set of Golf Clubs». Research Quarterly for Exercise and Sport, N 53, pp. 185-192, 1982.

[**61**] Neal R.J. et Wilson B.D. « 3D Kinematics and Kinetics of the Golf Swing». Inter-

national Journal on Sports Biomechanics, Vol. 1, pp. 221-232. 1985.

[62] Iwatsubo T., Konishi N. et Yamaguchi T. ≪ Research on Optimum Design of a Golf Club≫. Transactions of the Japanese Society of Mechanical Engineers, N 56, pp. 2386-2391, 1990.

[63] Hoshino Y. Kobayashi Y. et Yamada G. ≪ Vibration Control Using a State Observer that Considers Disturbances of a Golf Swing Robot≫. JSME International Journal Series, Vol. 48, N 1, pp. 60-69, 2005.

[64] Chen C.C., Inoue Y. et Shibata K. ≪ Study on the Interaction Between Human Arms and Golf Clubs in the Golf Downswing≫. The Impact of Technology on Sport,Tokyo, pp. 175-180.2005.

[65] Suzuki S., Haake SJ. et Heller BW. ≪ Multiple Modulation Torque Planning for a New Golf-Swing robot with a Skilful Wrist Turn≫. Sports Eng ; N 9, pp. 201-28, 2006

[66] Hunt E.A. et Wiens G.J. ≪ Design and Analysis of A Parallel Mechanism For The Golf Industry≫. Proceedings of International Congress on Sound and Vibration, Stockholm, Sweden, pp. 7-10, 2003.

[67] Nesbit S. ≪ A Three Dimensional Kinemetic and Kinetic Study of the Golf Swing≫. Journal. of Sports Science and Medicine, Vol. 4, pp. 499-519, 2005.

[68] Aicardi M. ≪ A Simple Class of Functions for the Analysis/Optimization of Robotic Motions≫, Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference Seville, Spain, 2005.

[69] Aicardi M. ≪ A Triple Pendulum Robotic Model and a Set Of Simple Parametric Functions for the Analysis of the Golf Swing≫. International Journal of Sports Science and Engineering, Vol. 1 N 2, pp. 75-86, 2007.

[70] Suzuki S. ≪ Skill Analysis of Golf Swing≫. Journal of the Japan Society for Simulation Technology, Vol. 22, N 1, pp. 10-15, 2003.

[71] Ming A. et Kajitani M. ≪ Human Skill and Ultra High Speed Manipulator≫. In : Proceedings of the 3rd FranceJapan congress and 1st EuropeAsia congress on mechatronics, pp. 436-41, 1996.

[72] Ming A. et Kajitani M. ≪ Human Dynamic Skill in High Speed Actions and Its Realization by Robot≫. Journal of Robot Mechatron, Vol. 12, N 3, pp. 318-34, 2000.

[73] Ming A., Mita T., Dhlamini S. et Kajitani M. ≪ Motion Control Skill in Human Hyper Dynamic Manipulation an Investigation on the Golf Swing by Simulation≫. In : Proceedings of the IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation, pp. 4752-2001.

[74] Xu C., Ming A., Nagaoka A. et Shimojo M. ≪ Motion Control of a Golf Swing Robot≫. In Journal of Robotic and System, Vol. 56, pp. 277-299,2009.

[75] Xu C., Ming A. et Shimojo M. ≪ Motion Planning for Golf Swing Robot Based on Reverse Time Symmetry and PGCTC Control≫. In Proceeding of International Conference on Robotic and Automation ICRA'09.USA. pp. 69-74. 2009.

[76] Xu C. Yahu Z. Ming A. et Shimojo M. ≪ Motion Planning of Golf Swing Robot≫. Elsevier Revue. Vol. 22, pp. 13-23. 2012.

[**77**] Maruyama T., Xu C., Ming A. et Shimojo M. « Motion Control of Golf Swing Robot Based on Dynamically-Coupled Driving». IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics ; pp. 77-82, 2005.

[**78**] Dao T., Christine M. et Tho B. « Biomechanics of the Musculoskeletal System». John Wiley et Sons, 2014.

[**79**] Camarano T., Li B., Beck J., Wu W., Chow L., Wu T., Drumm D., Lebouitz M. et Napolitano D. «Kinematic and Dynamic Modeling of Robot Manipulator for Golf Swing Training System». IEEE, International Conference on Industrial Technology (ICIT), pp. 309-314, 2015.

[**80**] Napolitano D. et Drumm D. «Golf Swing Training Device». U.S. Patent, N 8 pp.715-098, 2014.

[**81**] Nesbit S.M. «Development of a Full-Body Biomechanical Model of the Golf Swing». International Journal of Modelling and Simulation, Vol 27 N 4, pp. 392-404, 2007.

[**82**] Liu I., Shibata T., Liu Y., Inoue Y. et and Shibata K. « Three-Dimensional Lower Limb Kinematic and Knetic Analysis based on a Wireless Sensor System». IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 842-847, 2011.

[**83**] Ming A., Furukawa S., Teshima T., Shimojo, M. et Kajitani, M. «A New Golf Swing Robot to Simulate Human Skill Learning Control based on Direct Dynamics Model Using Recurrent ANN». Mechatronics, Vol.16, N 7, pp. 443-449, 2006.

[**84**] Chen C., Inoue Y. et Shibata K. «Identification of a Golf Swing Robot Using Soft Computing Approach». Neural Comput and Applic , Springer-Verlag London, 2010.

[**85**] Onder M. et Kaynak O. «A Comparative Study of Softcomputing Methodologies in Identification of Robotic Manipulators». Robot Auton Syst, Vol. 30, pp. 221-230, 2000

[**86**] Becerikli Y. «On Three Intelligent Systems : Dynamic Neural, Fuzzy, and Wavelet Networks for Training Trajectory». Neural Comput Appl, Vol 13, pp. 339-351, 2004.

[**87**] Bernd T., Kleutges M. et Kroll A.« Nonlinear Black box ModelingFuzzy Networks Versus Neural Networks». Neural Comput Appl, Vol. 8, pp. 151-162, 1999.

[**88**] Chen Y.C. et Teng C.C. « A Model Reference Control Structure Using a Fuzzy Neural Network». Fuzzy Set Syst, Vol. 73, pp. 291-312, 1995.

[**89**] Ming A. et Kajitani M. «Study on Golf Swing Robot -Basic Concept-». Prep. of 13th annual Conference of RSJ, Kawasaki , Japan. N . 3 , pp. 1139- 1140, 1995.

[**90**] Ming A. et Kajitani M. «Study on Golf Swing Robot -Control Method-». Proceedings of ISME Annual Conference on Robotics and Mechatronics, Japan, pp. 674-677, 1996.

[**91**] Ming A. et Kajitani M. «Human Skill and Ultra High Speed Manipulator». In : Proceedings of the 3rd FranceJapan congress and 1st EuropeAsia Congress on Mechatronics ; pp. 436-441, 1996.

[**92**] Ming, A., T. Kawano, «A Golf Swing Robot to Simulate Human Skill - the Introduction of Learning Control». Engineering of Sport 2nd. 1998

[**93**] Ming A.et Kajitani M. «Human Dynamic Skill in High Speed Actions and its Realization by Robot». J Robot Mechatron, Vol.12, N 3, pp.318-334, 2001.

[**94**] Luan N., Ming A. et Kajitani M. «Generation of Optimal Trajectory for Real System

of an Under-actuated Manipulator≫. Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics and Automation Seoul, Korea. pp. 21-26, 2001.

[**95**] Ming A. et Kalitani M.≪Motion Planning for A New Golf Swing Robot≫. IEEE Trans, pp.3232-3287. 2001.

[**96**] Ming A.et Kajitani M. ≪A new Golf Swing Robot to Simulate Human Skill Accuracy Improvement of Swing Motion by Learning Control≫. Elsevier Science ; Mechatronics, N 3, pp. 809-23, 2003.

[**97**] Ming A., Furukawa S., Teshima T., Shimojo M. et Kajitani M. ≪Learning Control of a Golf Swing Robot Based on Direct Dynamic Model Using Recurrent ANN≫. Proceeding of the First Asia International Symposium on Mechatronics (AISM), pp. 27-30, 2004.

[**98**] Ming A., Mita T., Dhlamini S. et Kajitani M. ≪Motion Control Skill in Human Hyper Dynamic Manipulation an Investigation on the Golf Swing by Simulation≫. In : Proceedings of IEEE international symposium on computational intelligence in robotics and automation ; pp. 47-52, 2001.

[**100**] Ming A., Xu C., Maruyama T., Shimojo M. et Kajitani M. ≪ Mechanism Design and Control of Dynamically Coupled Driving Based Manipulator≫. Proceedings of the 2003 IEEE Changsha, China - October200 (3-c) International Conference on RoboticsJntelligent Systems and Signal Processing ; pp.1-6. 2003.

[**101**] Ming A., Henmi M., Xu C. et Shimojo M ≪A New Motion Control Method for Golf Swing Robot Hitting a Ball≫. Proceedings of the 2005 IEEE/ASME, International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics Monterey, California, USA, pp. 24-28, 2005.

[**102**] Maruyama T., Xu C., Ming A. et Shimojo M. ≪Motion Control of Golf Swing Robot Based on Dynamically-Coupled Driving≫. IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics ; pp.77-82, 2005.

[**103**] Xu C., Nagaoka T., Ming A. et Shimojo M. ≪Motion Control of Golf Swing Robot Based on Target dynamics≫. Proc IEEE/RSJ Int Conf Intell Robots Syst, pp. 2545-2550. 2006.

[**104**] Xu C., Ming A., Nagaoka T. et Shimojo M. ≪Motion Control of a Golf Swing Robot≫. Int J Intell Robotic Syst, Vol. 53, N 3, pp.277-99, 2009.

[**105**] Xu C., Ming A., Maruyama T. et Shimojo M. ≪Motion Generation for Hyper Dynamic Manipulation≫. Int J Mechatron ; Elsevier, Vol. 17, N 8, pp. 405-416, 2007.

[**106**] Ming A., Xu C., Shimojo M. et Wada M. ≪Motion Planning for a Dynamically-coupled Hyper-dynamic Manipulator by Reinforcement Learning≫. In Proc. of IEEE International Confer on Machatronics and Automation. pp. 1822-1827. 2011.

[**107**] Suzuki S. et Inooka H.≪ Golf Swing Robot Emulating a Human Motion≫. In : Proceedings of IEEE International Workshop, Robot and Human Communication ; pp. 28-33, 1997.

[**108**] Suzuki S. et Inooka H.≪ A New Golf Swing Robot Model Utilizing Shaft Elasticity≫. J Sound et Vibration, Vol.217, N 1, pp.17-31, 1998.

[**109**]Suzuki S. et Inooka H. ≪ Experimental Study on Golf Swing Robot Adjusting to the Characteristics of Golf Clubs≫. Transactions of the Japan Society of Mechanical En-

gineers,Vol. 65, N 637, pp. 3694-3700, 1999.

[110] Suzuki S. ≪Torque Planning of a New Golf Swing Robot to Emulate Skilful Golfers≫. International Journal of Robotics and Mechatronics, Vol. 16, N 4, pp. 335-361, 2004.

[111] Hoshino Y. et Kobayashi Y. ≪Investigation of Wrist Release During The Golf Swing by Using a Golf Swing Robot≫. Engineering of Sport, Vol. 6, N 1, pp. 161-166, 2006.

[112] Hoshino Y. et Kobayashi Y. ≪Shock and Vibration Control of a Golf-Swing Robot at Impactting the Ball≫. Journal of System Design and Dynamic, Vol 2, N 5, pp.1069-1080, 2008.

[113] Jorgensen T. ≪The Physics of Golf≫. AIP Press. Springer Verlag, New York, 1994.

[114] Pickering W. M. et Vickers G. T. ≪ On the Double Pendulum Model of the Golf Swing≫. Sports Engineering, Vol. 2, pp. 161-172, 1999.

[115] Chen C.C., Inoue Y. et Shibata K. ≪A Golf Swing Robot Emulating Golfers Considering Dynamic Interactions Between Arms and Clubs≫. The Engineering of Spot, Vol. 3, pp.359-364, 2006.

[116] Chen C.C., Inoue Y., Shibata K. et Tanioka H. ≪Study on the Impedance Control of a Golf Swing Robot Considering Dynamic Interactions Between Arms and Clubs≫. The Third Asia Conference on Multibody Dynamics , Tokyo, Vol.2, 2006.

[117] Chen CC. ≪Study on the Dynamics of Golf Swing and Impedance Control for a Golf Swing Robot≫. Graduate School of Engineering,Kochi University of Technology ; Kochi, Japan, 2007.

[118] Chen CC., Inoue Y, Shibata K. ≪Numerical Study on the Wrist Action During the Golf Downswing≫. Sports Eng, Vol.10, pp. 23-31, 2007.

[119] Chen CC., Inoue Y. et Shibata K. ≪Impedance Control for a Golf Swing Robot to Emulate Different-Arm-Mass Golfers≫. ASME Trans J Dyn Mea Con, Vol. 130, N 2, 2008.

[120] ***Aboura S.*** ≪Génération de mouvement optimal d'une manipulation hyper dynamique', thèse de Magistère, , Université des sciences et de technologie Mohamed Doudiaf USTO, Oran, Algérie, 2009.

[121] Omari A. et ***Aboura S.*** ≪ Comparative Study on Optimal Motion Planning Based Genetic Algorithm for Hyper Dynamic Robot Arm≫. Mediterranean Journal of Measurement and Control, vol. 8, n 3, 2012.

[122] ***Aboura S.,*** et Omari A. ≪ Génération de mouvements pour un robot hyper dynamique ≫, 4ème Conférence Internationale sur l'électrotechnique (ICEL'09), Oran, 2009.

[123] ***Aboura S.***, Omari A. et Zemalache Meguenni k., ≪ Optimizing Motion Planning for Hyper Dynamic Manipulator ≫. Journal of Electrical Engineering (JEE-EC'12), Vol. 63, N . 1, pp. 13-20, 2012.

[124] ***Aboura S.,*** Omari A. et Zemalache Meguenni K. ≪ Motion Planning and Control of Hyper Dynamic Robot Arm≫, International Review of Automatic Control (I.RE.A.CO) , Vol. 7, N . 1, January 2014, pp. 82-89.

[125] ***Aboura S.,*** Omari A. et Zemalache Meguenni K.≪ Commande hybride mode glissant-floue appliquée à un robot manipulateur hyper dynamique≫, 2ème Conférence Internationale (CIMGELS'12), Oran, 2012.

[**126**] ***Aboura S.,*** Omari A. et Zemalache Meguenni K. « Hinf Observer Based Computed Torque Controller for Hyper Dynamic Manipulator », International Conference on Automation and Mechatronics (CIAM'11), Oran, 2011.

[**127**] ***Aboura S.,*** Omari A. et Zemalache Meguenni K. «Computed Torque Controller based Sliding Mode Observer for Hyper Dynamic Manipulator», Accepté pour publication au Journal International des Systèmes Automatisés, Lavoisier (JESA), Sept 2015.

[**128**]Temper T. «'Iron Byron' Takes Place in World Golf Hall of Fame». Retrieved 21st August, 2007, from www.truetemper.com

[**129**] Golftek. «Golftek Pro via Golf-Achiever', Accuracy Comparison Test Report of Swing Analyzer». 2001.

[**130**] Renaud M. «Contribution à l'étude de la modélisation et de la commande des systèmes mécaniques articulés». Thèse de Docteur-Ingénieur, UPS, Toulouse, 1975.

[**131**] Coiffet P. «Les Robots : Modélisation et commande». Tome 1, Hermès, Paris, 1981.

[**132**] Vukobratovic M. et Potkonjak V. «Dynamics of Manipulation Robots». Vol. 1, Theory and applications, Springer, Verlag, New York, 1982.

[**133**] Uicker J.J., «Dynamic Behavior of Spatial Linkages». Trans. of ASME, J. of Engineering for Industry, Vol. 91, pp. 251-258, 1969.

[**134**] Khalil W., «Modélisation et commande par calculateur du manipulateur MA-23 ; extension à la conception par ordinateur des manipulateurs». Thèse de Docteur-Ingénieur, USTL, Montpellier, 1976.

[**135**] Renaud M. «Contribution à la modélisation et à la commande dynamique des robots manipulateurs». Thèse d'Etat, UPS, Toulouse, 1980.

[**136**] Hollerbach J.M. «An Iterative Lagrangian Formulation of Manipulators Dynamics and a Comparative Study of Dynamics Formulation Complexity». IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Vol. SMC, Vol. 10, N 11,pp. 730-736. 1980.

[**137**] Paul R.C.P.« Robot Manipulators : Mathematics, Programming and Control». MIT Press, Cambridge, 1981.

[**138**] Megahed S. «Contribution à la modélisation géométrique et dynamique des robots manipulateurs ayant une structure de chaîne cinématique simple ou complexe ; application à leur commande». Thèse d'Etat, UPS, Toulouse, 1984.

[**139**] Renaud M. «A Near Mnimum Iterative Analytical Procedure for Obtaining a Robot-Manipulator Dynamic Model». IUTAM/IFTOMM Symp. on Dynamics of Multi-body Systems, Udine, 1985.

[**140**] Hooker W.W. et Margulies G. «The Dynamical Attitude Equations for a n-Body Satellite». The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 12, N 4,pp. 123-128, 1965.

[**141**] Armstrong W.W. «Recursive Solution to the Equation of Motion of an N-links Manipulator». Proc. 5th World Congress on Theory of Machines and Mechanisms, Montréal, pp. 1343-1346. 1979.

[**143**] Luh J.Y.S., Walker M.W. et Paul R.C.P. «On-line Computational Scheme for Mechanical Manipulators». Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 102, N 2, pp. 69-76, 1980.

[144] Orin D.E., McGhee R.B., Vukobratovic M. et Hartoch G., ≪Kinematic and Kinetic Analysis of Open-Chain Linkages Utilizing Newton-Euler Methods≫. Mathematical Biosciences, Vol. 43, pp. 107-130, 1979.

[145] Khalil W. et Kleinfinger J.-F. ≪Une Modélisation Performante pour la Commande Dynamique de Robots≫. Revue RAIRO, APII, Vol. 6, p. 561-574, 1985.

[146] Khosla P.K. ≪Real-time Control and Identification of Direct Drive Manipulators≫. Ph.D. Thesis, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, 1986.

[147] Renaud M. ≪Quasi-minimal Computation of the Dynamic Model of a Robot Manipulator Utilizing the Newton-Euler Formalism and the Notion of Augmented Body≫. Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Raleigh, pp. 1677-1682. 1987.

[148] http ://www.usga.org. Site internet concerne les règles du jeux de golf.

[149] Marieb E.N et Hoehh K. ≪Anatomie et physiologie humaines≫. Adaptation de la 8 ème edition américaine, 2010.

[150] Asada H. et Slotine J-JH. ≪Robot Analysis and Control≫. Wiley. New York. 1986.

[151] Vukobratovich M., Kirchanskiy N. et Petrovich T. ≪The Design of High-Speed Robot Regulators Based on Pipeline Processors≫. Int J. Computer and Systems Sciences, Vol. 31, N . 6, pp. 125-133, 1993.

[152] Gloria J. et Hunt A. ≪Design and Analysis of a Parallel Mechanism for the Golf Industry≫. Tenth International Congress on Sound and Vibration, ICSV 10. 2003.

[153] Khalil W. et Dombre E. ≪Modélisation identification et commande des robots≫. 2ème édition. Herms Science. 1999.

[154] Gregorio R. ≪ Dynamic Model and Performances of 2-DOF Manipulators≫. Cambridge Université Press. Robotica, Vol. 24, pp. 51-60. 2005.

[155]Boor C. ≪A Practical Guide to Splines≫. Springer, New York. 1978.

[156] Piskounov N. ≪Calcul différentiel et intégral≫. Tome II. 2ème Partie.1991.

[157] Fillatreau P. ≪ Localisation et modélisation tridimensionnelles pour un robot mobil autonome tout terrain≫. Thèse de Doctorat. Université Paul Sabatier de Toulouse. Spécialité 'Robotique'. 1994

[158] Xin-Sheng G. et Li-Qun C. ≪Optimal Motion Planning for Nonholonomic Systems Using Genetic Algorithm with Wavelet Approximation≫. Elsevier. Applied Mathematics and Computation, Vol. 180 ; pp.7685. 2006.

[159] Darwin C. ≪L'origine des espèces ≫. Petite collection Maspero n 234. Paris, 1980.

[160] O'Reilly U.M., Yu T., Riolo R. et Worzel B. ≪Genetic Programming Theory and Practice II ≫. Springer. 2005.

[161] Sivanandam S.N et Deep S.N., ≪Introduction to Genetic Algorithms≫. Springer, 2008.

[162] Li Z. et Krstic M. ≪Optimal Design of Adaptive Tracking Non-linear Systems≫. Automatica, Vol. 33, N . 8. pp. 1459-1473, 1997.

[163] Bousserhane I. K., Hazzab A., Rahli M., Mazariet B. et Kamli M. Mover ≪Position Control of Linear Induction Motor Drive Using Adaptive Backstepping Controller with Integral Action, Tamkang Journal of Science and Engineering, Vol. 12, N . 1, pp. 17-28,

2009.

[**164**] Changchun H. et Xinping G. ≪Adaptive Control for Chaotic Systems Chaos≫. Solitons and Fractals, Vol. 22,pp. 55-60,2004.

[**165**] Freeman R. A. et Kokotovic P.V. ≪A New Lyapunov Function for the Backstepping Design of 'Softer' Robust Nonlinear Control Laws≫. Technical report CCEC, N 92, pp.5-20, 1992.

[**166**] Isidori A. ≪Nonlinear Control Systems : An introduction, Springer, Berlin, Vol.72, 1985.

[**167**] Kokotovic P. ≪The Joy of Feedback : Nonlinear and Adaptive≫. IEEE Control Systems Magazine, Vol. 12, N 3, pp. 7-17, 1992.

[**168**] Krstic M., Kanellakopoulos I. et Kokotovic P.V. ≪Nonlinear and Adaptative Control Design≫. John Wiley Sons, Inc., 1995.

[**169**] Freeman R. et Kokotovich P.V. ≪Robust Nonlinear Control Design : State-Space and Lyapunov Techniques≫. 1996.

[**170**] Krstic M., Kanellakopoulos I. et Kokotovich P.V.≪ Nonlinear and Adaptive Control Design≫. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 41, N 12, pp.1849-1853, 1996 .

[**171**] M. Krstic,P.V. Kokotovic, ≪Nonlinear Backstepping Designs and Applications, Adaptive, Robust, and Optimal≫. Tutorial Workshop, September 25, ASCC, Singapore, 2002.

[**172**] Krstic M., Kanellakopoulos I. et Kokotovich P.V. ≪Control Lyapunov Functions for Adaptive Nonlinear Stabilization≫. Systems and Control Letters , Vol. 26, N . 12, pp.17-23, 1995 .

[**173**] Krstic M., Kanellakopoulos I. et Kokotovich P.V. ≪Adaptive Nonlinear Control without Over parametrization≫. Systems and Control Letters, Vol. 19 ,pp. 177-185, 1992.

[**174**] Krstic B., Kanellakopoulos I. et Kokotovich P.V. ≪Nonlinear Design of Adaptive Controllers for Linear Systems≫. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 39, N . 4, 1994.

[**175**] Sepulchre R., Jankovic M. et Kokotovic P. ≪Constructive Nonlinear Control≫. Springer-Verlag, 1997

[**176**] Gang T. ≪Adaptative Design and Analysis≫. Adaptative and Learning Systems for Signal Processing Communication and Control, 2003.

[**177**] Kristic M., Kanellakopoulos I. et Kokotovic P. V.≪ Nonlinear and Adaptive Control Design≫. John Wiley et Sons, 1995

[**178**] Anosov D.V. ≪On Stability of Equilibrium Points of Relay Systems≫. Automation and remote control, Vol. 2, pp. 135-149, 1959.

[**197**] Tzypkin Y. Z., ≪Theory of Control Relay Systems≫. Moscow, Gostekhizdat, 1955 (en Russe).

[**180**] Emelyanov S.V. ≪On Pecularities of Variable Structure Control Systems with Discontinuous Switching Functions≫. Doklady ANSSR, Vol. 153, pp. 776-778, 1963.

[**181**] Emelyanov S.V. ≪Variable Structure Control Systems≫. Nauka, Moscow , 1967.

[**182**] Hamel B. ≪Contribution à l'étude mathématique des systèmes de réglage par toutourien≫. Thèse de doctorat, Service Technique Aéronautique, Université de Paris, 1949.

[**183**] Fillipov A. F. ≪Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Side≫. Amer.Math. Soc.Trans, Vol.62, pp. 199-231, 1960.

[**184**] Emelyanov S.V. ≪Variable Structure Control Systems≫. Moscow Nauka, 1967.

[**185**] Itkis U. ≪Control Systems of Variable Structure≫. J. Wiley : New York, 1976.

[**186**] Utkin V. I. ≪Sliding Mode and their Application in Variable Structure Systems≫. Mir, Moscou, 1978.

[**187**] Edwards C. et Spurgeon S. ≪Robust Output Tracking using a Sliding Mode Controller Observer Scheme≫. Int. Jour. of Cont, Vol. 64, N 5, pp. 967-983, 1996.

[**188**] Sira-Ramirez H. ≪On the Dynamical Sliding Mode Control of Nonlinear Systems≫. Int. Jour. of Cont, Vol. 57, pp. 1039-1061, 1993.

[**189**] Slotine J.J.E. ≪Sliding Controller Design for Nonlinear Systems≫. Int. Jour. of Cont, Vol. 40, N 2, pp. 421-434, 1984.

[**190**] Hedrick J.K., Slotine J.J.E. et E.A. Misawa.≪ Nonlinear State Estimation using Sliding Observers≫. In Proc. of 25th IEEE Conf. on Dec and Cont, Greece, pp. 332-339, 1986.

[**191**] Yang J.M. et Kim J.H. ≪Sliding Mode Control for Trajectory Tracking of Nonholomic Wheeled Mobile Robots≫. IEEE Trans. on Robot. and Auto, Vol.15, N 3, pp. 578-587, 1999.

[**192**] Bag S. K., Spurgeon S. K. et Edwards C. ≪Dynamic Output Feedback Sliding Mode Design for Linear Uncertain Systems≫. Proceedings of the 35 th Conference on Decision and Control, Kobe, Japan, 1996.

[**193**] Bloch A. et Drakunov S., ≪Stabilization and Tracking in the Nonholonomic Integrator via Sliding Mode≫. Systems and Control Letters, Vol. 29, pp. 91-99, 1996.

[**194**] Seungrohk O. et Khalil H., ≪Output Feedback Stabilization using Variable Structure Control≫. International Journal of Control, Vol. 62, N 4, pp. 831-848, 1995.

[**195**] Guldner J. et Utkin V.I., ≪Tracking the Gradient of Artificial Potential Fields : Sliding Mode Control for Mobile Robots≫. International Journal of Control, Vol. 63, No 3, pp. 417-432, 1996.

[**196**] Fossard A.J., ≪Commande à structure variable : poursuite approchée du modèle. Application à l'hélicoptère≫. Rapport Technique DERA 16791, 1991.

[**197**] Young K.K.D., ≪Asymptotic Stability of Model Reference Systems with Variable Structure Control≫. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 22, pp. 279-281,

[**198**] Zinober A.S.I., El Ghezawi O.M.E. et Billings S.A. ≪Multivariable Structure Adaptative Model Following Control Systems≫. Proceedings of IEE, Vol. 129, pp. 6-12, 1982.

[**199**] Boukhobza T., Djemai M. et Barbot J.P. ≪ Nonlinear Sliding Observer for Systems in Output and Output Derivative≫., Proceedings of IFAC World Congress, Vol. 6, pp. 299-305, 1996.

[**200**] Canudas de Wit C. et Slotine J.J.E.≪ Sliding Observers in Robot Manipulators≫. Automatica, Vol. 27, N 5, pp. 859-864, 1991.

[**201**] Drakunov S. ≪Sliding Mode Observer based on Equivalent Control Method≫. Proceedings of the 31 th IEEE Conference on Decision and Control, pp. 2368-2369, 1992.

[202] Hernandez J. et Barbot J.P. ≪Sliding Observer based Feedback Control for Flexible Joints Manipulator≫. Automatica, Vol. 32, N 9, pp. 1243-1254, 1996.

[203] Koshkouei A. J. et Zinober A. S. I. ≪Sliding Mode State Observers for Linear Multivariable Systems≫. Proceedings of the 34 th Conference on Decision and Control, New Orleans, 1995.

[204] Utkin V. I. ≪Sliding Modes in Control Optimisation≫. Springer Verlag, 1992.

[205] Utkin V. I. ≪Sliding Mode Control Design Principles≫. IEEE Trans. on Industr Electron, Vol. 40, pp. 23-36, 1993.

[206] Slotine J.J.E. et Li W. ≪Applied Nonlinear Control≫. Printice Hall, 1991.

[207] Drazenovic B.≪ The Invariance Conditions in Variable Structure≫. Systems Automatica, Vol. 5, N 3, pp 287-295, 1969.

[208] Sira-Ramirez H. ≪Differential Geometric Methods in Variable Structure Control≫. Int. Jour. of Cont, Vol. 48, N 4, pp. 1359-1390, 1988.

[209] Utkin V. I. ≪Variable Structure Systems with Sliding Mode≫. IEEE Trans. On Auto.Cont, Vol. 26, N 2, pp. 212-222, 1977.

[210] IsidoriA. ≪Nonlincar Control Systems≫. Springer Verlag, Berlin, 1989.

[211] Itkis U. ≪Control Systems of Variable Structure≫. J. Wiley : New York, 1976.

[212] Bondarev A. G., Bondarev S. A., Kosteleva N. E. et Utkin V. I. ≪Sliding Modes in Systems with Asymptotic State Observers≫. Automation and Remote Control, Vol. 46, N 6, pp 49-64, 1985.

[213] Slotine J.J. et Sastry S.S. ≪Tracking Control of Nonlinear System using Sliding Surface, with Application to Robotic Manipulators≫. Int. Jour. of Cont, Vol. 38, pp. 465-492, 1983.

[214] Bouadi H., Bouchoucha M. et Tadjine M. ≪Sliding Mode Control based on Backstepping Approach for an UAV Type-Quadrotor≫. World Academy of Science, Engineering and Technology, Vol. 26, 2007.

[215]Kalman R.E. ≪ A New Approche to Linear Filtering and Prediction Problems≫. Trans. ASME, J.Basic Engineering, N 82, pp. 34-45, 1960.

[216] Luenberger D. ≪An Introduction to Observers≫. IEEE Trans. Autom. Control, Vol.16, N 6, pp 596-602, 1971.

[217] Kalman R.E. et Bucy R.S. ≪New Results in Linear Filtering and Prediction Theory≫. . Journal of Basic Engineering, pp. 95-108, 1961

[218] Misawa E.A et Heydrick J.K.≪ Nonlinear Observers A State of the Art Survey≫. Journal of Dynamic Systems, Vol. 111, pp. 344-352, 1989.

[219] Walcott W.L., Corless M.J. et Zak S.H. ≪Comparative Study of Non-linear State Observation Techniques≫. Inter national Journal of Control, vol. 45, N 6, pp. 2109-2132, 1987.

[220] Nijmeijer H. et Van der Schaft A. J.≪ Nonlinear Dynamical Control Systems≫. Springer-Verlag, 1990.

[221] Gauthier J.P. et Hammouri H.≪ Bilinearization up to Output Injection≫. SCL, N 11, pp. 139-150, 1988.

[222] Edwards C. et Spurgeon S.≪ Robust Output Tracking using a Sliding Mode Controller Observer Scheme≫. Int. Jour. of Contrôle, Vol. 64, N 5, pp. 967-983, 1996.

[223] Boukhobza T. ≪Observateurs à modes glissants et formes d'observabilité et analyse et synthèse des commandes par ordres supérieurs≫. PhD thesis,Université de Paris-Sud Orsay, 1997.

[224] Khelfi M.F. ≪Observateurs non Linéaires-Application à la Commande des Robots Manipulateurs≫. Thèse de Doctorat. Université Henri Poincaré Nancy I. Spécialité Automatique. 1995.

[225] Sira Ramirez H. et S.K. Spurgeon, ≪On the Robust Design of Sliding Observers for Linear Systems≫. Systems and Control Letters, Vol. 23, pp. 9-14, 1994.

[226] Utkin V. I.≪ Sliding Mode Control Design Principles≫. IEEE Trans. on Industr Electron, N 40, pp 23-36, 1993.

[227] Khalil H.≪ Nonlinear Systems≫. 2end Édition. Prentice-Hall. New-York, 1996.

[228] Arzelier D. et Peaucelle D. ≪Systèmes et asservissements non linéaires≫. Notes de cours. http ://homepages.laas.fr/peaucell/cours/cnam/SNLv4.pdf.

[229] Sepulchre R, Jankovic M. et Kokotovic P.V. ≪Constructive Nonlinear Control≫. Springer, California, August, 1996.

[230] Krstic M. Kanellakopoulos I. et and Kokotovic P. V. ≪Nonlinear and Adaptive Control Ddesign≫. Wiley-Interscience Publication, New York, 1995.