

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**  
**UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ORAN MOHAMED BOUDIAF**  
**USTO-MB**



**FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE**  
**DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE**

## **Thèse de Doctorat L.M.D**

**SPECIALITE** : Automatique

**OPTION** : Automatisation et contrôle des systèmes industriels

**Présentée par**

MEKKI Ibrahim El Khalil

**Thème**

# **MODELISATION ET COMMANDE ROBUSTE D'UNE COLONNE DE DISTILLATION**

**Soutenue le: 15/12/2014**

**devant le jury composé:**

Mr. OMARI Abdelhafid	Président	Professeur, U.S.T.O-MB
Mr. BOUHAMIDA Mohamed	Rapporteur	Professeur, U.S.T.O-MB
Mr. DENAI Mouloud Azzedine	Examineur	Professeur, University of Hertfordshire UK
Mr. MANSOURI Abdallah	Examineur	Professeur, ENP.d'Oran
Mr. KHELFI Mohamed Fayçal	Examineur	Professeur, U. d'Oran
Mr. KESSAS Rachid	Examineur	Professeur, U.S.T.O-MB



**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**  
**UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ORAN MOHAMED BOUDIAF**  
**USTO-MB**



**FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE**  
**DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE**

## **Thèse de Doctorat L.M.D**

**SPECIALITE** : Automatique

**OPTION** : Automatisation et contrôle des systèmes industriels

**Présentée par**

MEKKI Ibrahim El Khalil

**Thème**

# **MODELISATION ET COMMANDE ROBUSTE D'UNE COLONNE DE DISTILLATION**

**Soutenue le: 15/12/2014**

**devant le jury composé:**

Mr. OMARI Abdelhafid	Président	Professeur, U.S.T.O-MB
Mr. BOUHAMIDA Mohamed	Rapporteur	Professeur, U.S.T.O-MB
Mr. DENAI Mouloud Azzedine	Examineur	Professeur, University of Hertfordshire UK
Mr. MANSOURI Abdallah	Examineur	Professeur, ENP.d'Oran
Mr. KHELFI Mohamed Fayçal	Examineur	Professeur, U. d'Oran
Mr. KESSAS Rachid	Examineur	Professeur, U.S.T.O-MB

## ملخص

الهدف الرئيسي من هذا العمل هو التحكم القوي في عمود التقطير الثنائي المستخدم باستمرار لفصل خليط سائل (الميثانول-الماء) لنوعية معينة من النقاء المطلوب من المنتجات النهائية. لتحسين النتائج المتحصل عليها مع وحدات تحكم PI اللامركزية، طبقنا على النظام لدينا التحكم  $H_{\infty}$  الذي يتيح لنا السيطرة من جهة؛ على إدارة التوازن بين الاستقرار القوي والأداء الاسمي و من ناحية أخرى فإنه يقلل من أثر تأثير اقتران على رفض الاضطرابات. وبالإضافة إلى ذلك، يتم تطبيق التحكم MPC في شكل حالة قائمة على مراقب من أجل ضمان متابعة ممتازة لإشارات المرجعية والأمثل للطاقة الحرارية المستعملة في الغلاية والمكثفة. وقد تم تحليل أداء النظام ومقارنته من ناحية تتبع المرجعية، المتانة ورفض الاضطراب.

**الكلمات المفتاحية:** عمود التقطير، التحكم القوي، وحدات تحكم PI اللامركزية، تحكم  $H_{\infty}$ ، MPC، فصل مقلوب.

## Résumé

L'objectif principal de ce travail est la commande robuste d'une colonne de distillation binaire continue utilisée pour séparer un mélange liquide (méthanol-eau) pour avoir une certaine qualité de pureté désirée des produits finaux. Afin d'améliorer les résultats obtenus avec les régulateurs décentralisés PI, on a appliqué à notre système la commande  $H_{\infty}$  qui nous a permis d'une part; de gérer le compromis entre la robustesse en stabilité et les performances nominales et d'autre part de réduire l'influence de l'effet de couplage sur le rejet de perturbations. En outre, la commande MPC sous la forme d'état basée sur l'observateur est appliquée de manière à assurer une excellente poursuite des signaux de consignes et d'optimiser l'énergie thermique utilisée dans le rebouilleur et le condenseur. Les performances obtenues ont été analysées et comparées en termes de suivi de consignes, robustesse et rejet de perturbations.

**Mots clés :** colonne de distillation, commande robuste, régulateurs PI décentralisés,  $H_{\infty}$  control, MPC, découplage inversé.

## Abstract

The main objective of this work is the robust control of a continuous binary distillation column used to separate the liquid mixture (methanol - water) to a specific quality of the desired purity of the final products. To improve the results obtained with the decentralised PI controllers, we applied to our system of  $H_{\infty}$  control, on the one hand offers a way to manage the trade-off between robust stability and nominal performance, on the other hand it reduces the influence of the coupling influence on the disturbances rejection. In addition, the MPC control in the form of state based observer is applied in order to ensure excellent tracking signals of set points and to optimize thermal energy to use in the reboiler and the condenser. The performance of the system have analyzed and compared in terms of reference tracking, robustness and disturbance rejection.

**Keywords:** distillation column, robust control, decentralised PI regulators,  $H_{\infty}$  control, MPC, inverted decoupling.

# *Dédicaces*

*Je dédie ce travail à mes très chers parents, je les remercie pour leurs sacrifices, leurs patiences, leurs soutiens, ainsi que pour l'aide et les encouragements qui m'ont apporté durant toutes ces années d'étude. Sans eux, je ne serais pas ce que je suis aujourd'hui.*

*Je dédie ce travail également :*

*A mon frère et mes sœurs.*

*A mes tantes et oncles et leurs enfants.*

*A toute ma famille.*

*A tous mes amis.*

*A tous qui se donnent à fond à la recherche scientifique.*

*Ibrahim El-Khalil*

# *Remerciements*

*Je tiens à exprimer mes sincères remerciements et ma profonde gratitude à mon directeur de thèse le docteur Mohamed Bouhamida Professeur de l'enseignement supérieur et au docteur Mustapha Benghanem maître de conférences à l'université des Sciences et de la Technologie Mohamed Boudiaf 'USTO-MB' pour leurs encouragements et les conseils qu'ils ont apporté pour l'achèvement de cette thèse.*

*Je tiens à remercier Monsieur Abdelhafid Omari et Monsieur Rachid Kessas professeurs à l'Université des Sciences et de la Technologie Mohamed Boudiaf USTO. Mes remerciements à Monsieur Mohamed Fayçal Khelfi Professeur de l'Université d'Oran, à Monsieur Abdellah Mansouri Professeur à l'École Nationale Polytechnique d'Oran (ENP-Oran) et à Monsieur Mouloud Azzedine Denai Professeur à l'Université de Hertfordshire au Royaume-Uni.*

*Vous me faites l'honneur d'avoir accepté de juger cette thèse en consacrant un temps précieux pour la lecture et l'évaluation de ce travail.*

*Daïgnez trouver ici l'expression de mon indéfectible reconnaissance et de mon profond respect.*

*Que tous mes enseignants et les étudiants de génie électrique trouvent ici l'expression de mon respect.*

**Symboles**

$F$  : Débit de l'alimentation [lb/min]

$Z_F$  : Fraction molaire de la composition d'alimentation [mol% MeOH]

$q_F$  : Fraction molaire de liquide dans l'alimentation

$D$  : Débit du distillat [lb/min]

$B$  : Débit du résidu [lb/min]

$M_D$  : La rétention du condenseur [lb]

$M_B$  : La rétention molaire du rebouilleur [lb]

$x_B$  : La composition du de résidu [mol% MeOH]

$y_D$  : La composition de distillat [mol% MeOH]

$L$  : Débit de reflux [lb/min]

$V$  : Débit de vapeur [lb/min]

$n$  : Nombre de plateaux de la colonne (nf : plateau d'alimentation)

$NT = n + 1$  : Nombre total de plateaux

$L_i$  : Débit de liquide quittant le plateau  $i$  [lb/min]

$V_i$  : Débit de vapeur quittant le plateau  $i$  [lb/min]

$L_{i+1}$  : Le débit de liquide entrant (arrivant du plateau supérieur) du plateau  $i$  [lb/min]

$V_{i-1}$  : Le débit de vapeur entrant (arrivant du plateau inférieur) du plateau  $i$  [lb/min]

$x_i$  : Composition en liquide du plateau  $i$

$y_i$  : Composition en vapeur du plateau  $i$

$M_i$  : Contenu du plateau  $i$  [lb]

$\alpha$  : Volatilité relative entre le composant lourd et le composant léger

$V_T$  : La température en tête de colonne [°C]

$G$  : La matrice d'état de système nominal

$G_{ij}$  : Les éléments de la matrice d'état  $G$

$[ ]_{ij}$  : Les éléments d'une fonction ou matrice d'état

$K_{ij}$  : Les gains statiques des fonctions de transfert des sous-systèmes  $G_{ij}$  dans le cas nominal

$[G_p]_{ij}$  : Les éléments de la matrice de transfert système perturbé

$Yr1, Yr2$  : Les Consignes de compositions distillat et résidu de colonne [mol% MeOH]

$U1, U2$  : La commande de débit de reflux (L) et vapeur (V)

$\partial$  : Dérivée partielle

$\Lambda$  : La matrice de gain relative

$\lambda$  : Le gain relatif

$\hat{x}$  : Prédiction de la variable  $x$

$T_e$  : Période d'échantillonnage

$m$  : Nombre d'entrées d'un système multivariable

$n$  : Dimension d'état du système

$p$  : Nombre de sorties du système multivariable

$\mathbb{N}$  : Ensemble des nombres entiers naturels

$\mathbb{C}$  : Ensemble des nombres complexes

$\mathbb{R}$  : Ensemble des nombres réels

$\mathbb{R}H_\infty$  : Ensemble des transferts propres et stables à coefficients réels

$s$  : Variable de Laplace

$\hat{x}(k+1|k)$  : Prédiction de la variable  $x$  à l'instant  $k+1$  à partir des valeurs connues jusqu'à l'instant  $k$

$k$  : Incrément en temps discret (pour un signal  $x, x(k) = x(t)|_{t=kT_e}$ )

$I_{m \times m}$  : Matrice « identité » de dimension  $m \times m$

$I_{m \times n}$  : Matrice « identité » de dimension  $m \times n$

$0_m$  : Matrice nulle de dimension  $m \times m$

$0_m$  : Matrice nulle de dimension  $m \times n$

$F_l$  : LFT inférieure (« lower LFT »)

$i = \overline{1, n}$  : Notation pour  $i \in N, 1 \leq i \leq n$

$\| \cdot \|_\infty$  : Norme  $H_\infty$

**Abréviations**

2DOF : deux degrés de liberté (ddl) (« Two Degree of Freedom »)

cmd : commande

CV: Variables contrôlées (« Controlled Variables »)

E/S : Entrées/Sorties

IAE : Intégrale de l'erreur absolue (« Integral Absolute Error »)

IEEE : L'institut des ingénieurs électriciens et électroniciens (« Institute of Electrical and Electronics Engineers »)

IMC: Modèle de contrôle interne (« Internal Model Control »)

ISE: Intégrale de l'erreur au carrée (« Integral Square Error »)

ITAE : Intégrale de l'erreur absolue pondérée par le temps (« Integral of the Time-weighted Absolute Error »)

LFT: Transformation linéaire fractionnaire (« Linear Fractional Transformation »)

LQG: Linéaire quadratique gaussienne (« Linear Quadratic Gaussian »)

L-V: Liquide-Vapeur

MATLAB : « Matrix LABoratory »

Max : Maximum

mes : mesurée

MeOH : Méthanol

Min : Minimum

MIMO: Multi-entrées multi-sorties (« Multi-Input Multi-Output »)

MPC : Contrôle prédictive multivariable (« Model Predictive Control »)

PI: Proportionnel Intégrale (« Proportional Integral »)

PID: Proportionnel Intégrale Dérivé (« Proportional Integral Derivative »)

RGA: Matrice des Gains Relatifs (« Relative Gain Array »)

RHS: Moitié droite du plan-s (« Right Half of the s-plane »)

SISO: mono-entrée mono-sortie (« Single-Input Single-output »)

TABLE DES MATIÈRES .....	i
LISTE DES TABLEAUX .....	vi
LISTE DES FIGURES .....	vii
INTRODUCTION GENERALE .....	02

**CHAPITRE I            ETAT DE L'ART SUR LA COLONNE DE DISTILLATION**

I.1. Introduction .....	06
I.2. Définition de la distillation .....	06
I.3. Unité de distillation .....	06
I.3.1. Bouilleur .....	07
I.3.2. Condenseur .....	07
a). Condenseur total .....	07
b). Condenseur partiel .....	07
I.3.3. Colonne de fractionnement .....	07
I.4. Les types de distillation .....	07
I.4.1. La composition du mélange .....	07
a). La distillation binaire .....	07
b). La distillation multi-composante .....	07
I.4.2. Le mode de traitement .....	07
a). Distillation continue .....	07
b). Distillation discontinue ou (distillation batch) .....	08
I.4.3. Types de colonnes .....	08
a). Colonne à plateaux .....	08
b). Colonne à garnissages .....	08
c). La différence entre les colonnes à plateaux et à garnissages .....	09
I.5. But de la distillation .....	09
I.6. Les applications de la distillation .....	09
I.7. Principe de fonctionnement d'une colonne à distiller .....	09
I.8. Dimensionnement d'une installation de distillation .....	11
I.9. Le contrôle de fonctionnement d'une colonne .....	12
I.9.1. Qualité du distillat et du résidu .....	12

I.9.2. Débits .....	12
I.9.3. Niveaux .....	12
I.9.4. Chauffage et refroidissement de la distillation .....	13
a). Chauffage en fond de colonne .....	13
b). Refroidissement en tête de colonne .....	13
I.9.5. Pression .....	14
a). Pression de marche .....	14
b). Pression différentielle de la colonne .....	14
I.9.6. Températures à différents niveaux .....	14
I.10. Domaine de fonctionnement d'une colonne .....	14
I.11. Perturbations du procédé de distillation .....	15
I.12. Etat de l'art sur la modélisation et contrôle des colonnes de distillation .....	16
I.13. Motivation sur le choix de modèle de la colonne de distillation Wood et Berry .....	18
I.14. Etat de l'art sur le modèle choisi (W.B) .....	18
I.15. Conclusion .....	22

**CHAPITRE II            MODELISATION DE LA COLONNE DE DISTILLATION**

II.1. Introduction .....	24
II.2. Le processus de distillation .....	24
II.2.1. La conception du degré de liberté .....	24
II.2.2. Les Configurations de contrôle de colonne de distillation .....	25
II.2.3. Les différents modèles dynamiques de colonne de distillation .....	27
II.3. Modélisation dynamique non linéaire d'une colonne de distillation .....	28
II.3.1. Les hypothèses .....	28
II.3.2. Les équations de base pour la modélisation .....	28
a). Le bilan matière total .....	28
b). Le bilan matière du composant le plus léger (volatil) .....	29
II.4. Modèle linéarisé de la colonne de distillation .....	32
II.5. Approximation de Padé d'une fonction exponentielle .....	34
II.5.1. Approximation de la phase non-minimale .....	35
II.5.2. Approximation de Padé .....	35
II.6. Description du problème .....	36
II.7. Les Spécifications de performance .....	36
II.8. Simulation en boucle ouverte .....	36
II.9. Conclusion .....	37

**CHAPITRE III            DECOUPLAGE DE MODELE MIMO ET APPLICATIONS  
DES REGULATEURS DECENTRALISES**

III.1. Introduction .....	39
III.2. Le concept de l'interaction dans la colonne de distillation .....	39
III.3. Détermination d'interaction dans la colonne de distillation .....	39
III.4. Analyse des interactions par la méthode de RGA (Relative Gain Array) .....	40
III.5. Le Découplage des Systèmes Multivariables .....	43
III.5.1. La Méthode de découplage inversé .....	43
III.5.2. La configuration de découplage inversé .....	43
III.5.3. La synthèse de découpleur .....	45
III.5.4. Les avantages de découpleur inversé .....	47
III.6. Le calcul de RGA du système de distillation .....	47
III.7. Application de découpleur inversé sur la colonne de distillation .....	48
III.8. Applications des régulateurs PI décentralisés: BLT, IMC-PI, Astrom et Fruehauf .....	48
III.9. Comparaison de régulateur IMC-PI avec/sans découplage inversé .....	50
III.10. Comparaison des différents régulateurs PI décentralisés .....	51
III.10.1. Test pour des changements de consignes .....	51
III.10.2. Test pour le rejet de perturbation .....	52
III.11. Conclusion .....	54

**CHAPITRE IV            SYNTHESES DE CONTROLEURS ROBUSTES APPLIQUES  
A LA COLONNE DE DISTILLATION**

IV.1. Introduction .....	56
IV.2. La commande $H_\infty$ .....	56
IV.2.1. Concept de base .....	56
IV.2.1.1. Rappel des principaux outils mathématiques .....	56
a). La valeur singulière .....	56
b). La Norme $H_\infty$ .....	57
IV.2.1.2. Les fonctions de sensibilités .....	57
IV.2.1.3. Performances d'un système bouclé multivariable .....	59
a). Stabilité interne .....	59
b). Performance nominale .....	59
c). Robuste en stabilité .....	60
d). Robuste en performance .....	60

IV.2.2. La synthèse de contrôleur $H_\infty$ .....	61
IV.2.2.1. Forme standard .....	61
IV.2.2.2. le problème $H_\infty$ standard .....	62
IV.2.3. La résolution du problème $H_\infty$ .....	62
IV.2.3.1. Représentation d'état du système .....	62
IV.2.3.2. Les hypothèses .....	63
IV.2.3.3. Résolution par l'algorithme de Glover-Doyle .....	64
IV.2.4. Construction du critère $H_\infty$ .....	65
IV.2.4.1. Synthèse $H_\infty$ direct .....	65
IV.2.4.2. Synthèse $H_\infty$ pondérée .....	65
IV.2.4.3. Mise sous la forme standard .....	67
IV.2.4.4. Le choix des fonctions de pondérations .....	68
IV.2.5. Sensibilité Mixte .....	69
IV.2.6. Application de régulateur $H_\infty$ sur la colonne de distillation .....	69
IV.2.6.1. Approximation des retards .....	70
IV.2.6.2. Définir le type d'incertitude .....	72
IV.2.6.3. L'algorithme de la commande $H_\infty$ .....	72
IV.2.6.4. Interprétations des résultats .....	72
IV.3. La commande prédictive .....	74
IV.3.1. L'état d'art de la commande prédictive .....	74
IV.3.2. Le principe de la commande prédictive .....	76
IV.3.3. Les avantages et les inconvénients de la commande prédictive .....	77
IV.3.3.1. Les avantages .....	77
IV.3.3.2. Les inconvénients .....	77
IV.3.4. Synthèse de la commande prédictive multivariable (MPC MIMO) .....	77
IV.3.5. La forme d'état linéarisée .....	78
IV.3.5.1. Représentation d'état du modèle .....	78
IV.3.5.2. Calcul des sorties futures du système .....	79
IV.3.6. Le critère à minimiser (fonction de coût) .....	81
IV.3.7. Elaboration de la commande MPC .....	81
IV.3.7.1. Commande MPC sans observateur .....	81
IV.3.7.2. Commande MPC avec observateur .....	84
IV.4. Conclusion .....	85

<b>CHAPITRE V</b>	<b>RESULTATS DE SIMULATIONS</b>	
V.1. Introduction .....		87
V.2. Comportement du système commandé avec des réponses indicielles .....		87
V.2.1. Comportement du système nominal commandé .....		87
V.2.1.1. Tests des changements de consignes .....		87
V.2.1.2. Tests de rejet de perturbation .....		88
V.2.2. Comportement du système incertain commandé .....		89
V.2.2.1. Tests des changements de consigne et effets de couplages .....		89
V.3. Comportement du système avec les conditions de fonctionnements .....		92
V.3.1. Comportement du système nominal commandé .....		92
V.3.1.1. Tests des changements de consignes .....		92
V.3.1.2. Tests pour le rejet de perturbation .....		96
V.3.2. Comportement du système incertain commandé .....		98
V.3.2.1. Tests des changements de consignes avec variations des gains .....		98
V.3.2.2. Tests pour le rejet de perturbation avec variations des gains .....		100
V.3.2.3. Tests des changements de consignes avec variations des gains et retards ..		101
V.3.2.4. Tests pour le rejet de perturbation avec variations des gains et retards .....		102
V.4. Comparaison entre les différentes techniques de commande proposées .....		103
<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES .....</b>		<b>107</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....</b>		<b>110</b>
<b>ANNEXES .....</b>		<b>118</b>
<b>ANNEXE : Méthode de McCabe &amp; Thiele .....</b>		<b>119</b>
<b>ANNEXE : Model de la colonne de distillation W.B .....</b>		<b>121</b>
<b>ANNEXE : <math>H_{\infty}</math>.....</b>		<b>123</b>

<b>Tableau I.1</b> : Comparaison entre colonne à plateaux et à garnissages .....	09
<b>Tableau I.2</b> : Conséquences de divers perturbations relatives à l'alimentation de la colonne .....	15
<b>Tableau II.1</b> : Les modèles de colonne de distillation de 5x5 .....	25
<b>Tableau II.2</b> : Description des entrées-sorties et les valeurs d'état d'équilibre associées .....	33
<b>Tableau II.3</b> : Les différents niveaux de températures à l'intérieur de la colonne de distillation ...	33
<b>Tableau II.4</b> : Les valeurs de perturbations des gains et retards de la colonne de distillation .....	34
<b>Tableau III.1</b> : Les exemples de la matrice RGA .....	42
<b>Tableau III.2</b> : Les paramètres de régulateur PI par la méthode BLT .....	49
<b>Tableau III.3</b> : Les paramètres de régulateur PI par la méthode d'Astrom et Hagglund .....	49
<b>Tableau III.4</b> : Les paramètres de régulateur PI par la méthode de Fruehauf et al. ....	49
<b>Tableau III.5</b> : Les paramètres de régulateur par la méthode IMC-PI .....	50
<b>Tableau III.6</b> : Les performances lors des changements de consignes dans la boucle 1 .....	52
<b>Tableau III.7</b> : Les performances lors des changements de consignes dans la boucle 2 .....	52
<b>Tableau III.8</b> : Les performances lors de rejet de perturbation dans la boucle 1 .....	54
<b>Tableau III.9</b> : Les performances lors de rejet de perturbation dans la boucle 2 .....	54
<b>Tableau IV.1</b> . Les incertitudes sur les gains et les retards de la colonne de distillation .....	72
<b>Tableau V.1</b> : Les performances lors de changement de consigne en tête de colonne .....	104
<b>Tableau V.2</b> : Les performances lors de changement de consigne en bas de colonne .....	104
<b>Tableau V.3</b> : Les performances lors de rejet de perturbation en tête de colonne .....	104
<b>Tableau V.4</b> : Les performances lors de rejet de perturbation en bas de colonne .....	104
<b>Tableau V.5</b> : Tableau comparatif des lois de commande proposées .....	105
<b>Tableau A</b> : Résultats d'essai d'impulsion de reflux .....	121
<b>Tableau B</b> : Résultats d'essai d'impulsion de vapeur .....	122
<b>Tableau C</b> : Résultats d'essai d'impulsion de débit d'alimentation .....	122
<b>Tableau D</b> : Résultats d'essai d'impulsion de composition d'alimentation .....	122
<b>Tableau E</b> : Caractéristiques physico-chimiques du méthanol et de l'eau .....	122

<b>Figure I.1:</b> Unité de distillation .....	06
<b>Figure I.2:</b> Schéma des plateaux .....	08
<b>Figure I.3:</b> Schéma de principe d'une colonne de distillation .....	10
<b>Figure I.4:</b> Diagramme du point d'ébullition .....	10
<b>Figure I.5:</b> Diagramme d'équilibre liquide vapeur .....	11
<b>Figure I.6:</b> Domaine de fonctionnement dans une colonne de distillation .....	14
<b>Figure II.1:</b> Schéma d'une colonne de distillation binaire .....	26
<b>Figure II.2:</b> Description du schéma de la colonne de distillation .....	30
<b>Figure II.3:</b> Représentation du retard d'un liquide dans les conduites de prélèvement .....	34
<b>Figure II.4:</b> Représentation du retard entre la sortie et la commande appliquée .....	34
<b>Figure II.5:</b> Simulations en boucles ouvertes de la colonne W.B .....	37
<b>Figure III.1:</b> Commande décentralisée .....	40
<b>Figure III.2:</b> Schéma général de découpleur du système de contrôle .....	43
<b>Figure III.3:</b> Le découplage inversé .....	45
<b>Figure III.4:</b> Le découplage inversé alternatif .....	46
<b>Figure III.5:</b> Le découplage inversé avec un temps de retard inséré .....	47
<b>Figure III.6:</b> Les réponses en boucles fermées .....	50
<b>Figure III.7:</b> Simulations pour des changements de consignes .....	51
<b>Figure III.8:</b> Simulations pour rejet perturbation .....	53
<b>Figure IV.1:</b> Valeurs singulières et norme $H_\infty$ d'une matrice de transfert .....	57
<b>Figure IV.2:</b> Système multivariable bouclé perturbé .....	58
<b>Figure IV.3:</b> Structure d'un système bouclé pour l'analyse de la stabilité interne .....	59
<b>Figure IV.4:</b> La forme standard .....	61
<b>Figure IV.5:</b> L'ensemble des contrôleurs centraux stabilisant le système .....	64
<b>Figure IV.6:</b> Système asservi pondéré .....	66
<b>Figure IV.7:</b> Formes typiques des gabarits contraignants les fonctions de sensibilité .....	66
<b>Figure IV.8:</b> Configuration du système augmenté .....	69

<b>Figure IV.9:</b> Configuration du système augmenté de distillation W.B .....	70
<b>Figure IV.10:</b> Tracé de Bode de la fonction de sensibilité .....	71
<b>Figure IV.11:</b> Tracé de Bode de la fonction de sensibilité de commande .....	71
<b>Figure IV.13:</b> Organigramme d'application de la commande $H_\infty$ sur la colonne de distillation ...	73
<b>Figure IV.14:</b> Chaîne de commande d'une colonne de distillation .....	74
<b>Figure IV.15:</b> La stratégie de la commande prédictive .....	76
<b>Figure IV.16:</b> Schéma bloc général de la commande MPC sous la forme d'état .....	78
<b>Figure IV.17:</b> La commande MPC sans observateur sous forme d'état (état connu) .....	81
<b>Figure IV.18:</b> La commande MPC sous forme d'état avec un observateur .....	85
<b>Figure V.1:</b> Simulations pour changements de consignes .....	87
<b>Figure V.2:</b> Simulations pour rejet de perturbation .....	89
<b>Figure V.3:</b> Les commandes appliquées pour changements de consignes et rejet de perturbation.	90
<b>Figure V.4:</b> La relation entre les données E/S avec échelons en consignes .....	90
<b>Figure V.5:</b> Simulations de changements de consignes et couplage avec incertitudes de gains ....	91
<b>Figure V.6:</b> Simulations pour changement de consigne en tête de colonne .....	92
<b>Figure V.7:</b> Les commandes appliquées pour le changement de consigne en tête de colonne .....	93
<b>Figure V.8:</b> Simulations pour changement de consigne en bas de colonne .....	94
<b>Figure V.9:</b> Les commandes appliquées pour le changement de consigne en bas de colonne .....	95
<b>Figure V.10:</b> Simulations pour rejet de perturbation .....	96
<b>Figure V.11:</b> Les commandes appliquées pour rejet perturbation .....	97
<b>Figure V.12:</b> Simulations pour changement de consigne en tête de colonne avec commande $H_\infty$ .	98
<b>Figure V.13:</b> Simulations pour changement de consigne en bas de colonne avec commande $H_\infty$ ..	99
<b>Figure V.14:</b> Simulations pour rejet de perturbation avec commande $H_\infty$ .....	100
<b>Figure V.15:</b> Simulations pour changement de consigne en tête de colonne avec commande $H_\infty$ .	101
<b>Figure V.16:</b> Simulations pour changement de consigne en bas de colonne avec commande $H_\infty$ ..	102
<b>Figure V.17:</b> Simulations pour rejet de perturbation avec commande $H_\infty$ .....	103
<b>Figure A:</b> Diagramme de McCabe et Thiele .....	120

# **Introduction Générale**

## Introduction générale

La distillation est un procédé très utilisé dans les industries chimiques pour séparer et purifier les constituants d'un mélange. Plus de 95% des processus de séparation sont réalisés par distillation [SIE91]. Il y a plus de 40 000 colonnes de distillation en service en Amérique du Nord, qui consomment à elles seules d'environ 40% de l'énergie totale utilisée [YAS13].

Les conditions de fonctionnement d'une colonne est le résultat d'une combinaison des changements très rapides de débit de vapeur, des changements de débit de liquide modérément rapide, des changements de températures lents et des changements très lents de compositions [LUY02].

Chaque opération de séparation fait appel à l'exploitation des propriétés des milieux multiphasiques pour lesquelles la température et la pression fixent les concentrations des constituants du mélange qui sont différentes à l'intérieur de chaque phase. La discontinuité de concentration à l'interface entre les deux phases doit être considérée en analysant les processus d'échange liés à l'écoulement, au transfert de chaleur et de matière. Lors de séparation des constituants, on ne peut pas optimiser une opération de séparation en ignorant l'un des trois mécanismes [MOR09].

Ce qui fait que ce processus chimique est très difficile à modéliser et contrôler en raison des grands retards, des non linéarités et des interactions fortes entre les entrées et les sorties, l'influence de la concentration de distillation et le coût de fonctionnement soumis à des contraintes et des perturbations [LUY02]. Ces dernières sont dues soient aux rendements du condenseur et de rebouilleur ou du mélange à séparer (mélange ou le produit initial introduit dans la colonne) dont le débit ou la composition peut varier.

Depuis quelques années, les obligations consistaient à obtenir une grande pureté de distillat, tout en augmentant la capacité de production de débit de matière en se limitant à quelques produits. Cette démarche a évolué et l'objectif maintenant impose de prendre en compte le choix optimal des charges, de produire de la valeur ajoutée, de rechercher l'efficacité énergétique, de respecter l'environnement et d'identifier les produits les mieux adaptés au marché [MOR09].

Le procédé doit donc s'adapter au marché et aux matières premières ce qui nécessite une souplesse technique et une bonne maîtrise des paramètres de fonctionnement [MOR09].

Indépendamment de ce qu'il a été dit auparavant, même en présence des équations du système et le dimensionnement des équipements, il n'est pas facile de prédire des conditions de fonctionnements même en présence d'une représentation linéarisée d'un système non-linéaire sans l'utilisation des procédures itératives. Avec le développement d'une théorie adéquate de commande, le but pratique reste toujours l'intégration du processus et des contrôleurs dans un système global.

L'approche la plus classique pour contrôler un processus est l'obtention d'un modèle mathématique décrivant la dynamique du système. Cette dernière a échoué souvent parce que le modèle de processus est rarement disponible ou souvent imprécis en raison de l'incertitude ou de la complexité [MOO00].

Dans la littérature, plusieurs modèles sont proposés parmi eux le modèle obtenu par identification d'une colonne de distillation binaire continue appelée Wood et Berry (W.B) [WOO73] pour séparer le méthanol de l'eau. La colonne de distillation est un système incertain constitué, d'une part, de la dynamique nominale et d'autre part, de transferts distribuant l'incertitude sur les paramètres du modèle.

Afin d'assurer la stabilité et les performances nominales même en présence des incertitudes et des perturbations, une commande classique est basée sur des paramètres fixes ne donne pas de bons résultats dès que le processus s'écarte des points de fonctionnements établis, où le système voit ces paramètres changer après des années de fonctionnement.

La commande robuste au sens large du terme est un domaine très vaste et traité intensivement dans la littérature aux systèmes incertains à plusieurs E/S. Elle consiste à synthétiser un contrôleur permettant d'assurer le bon fonctionnement d'un asservissement, cette notion définit l'insensibilité de la commande aux variations paramétriques ou aux dynamiques non modélisées du système.

L'objectif principal de cette thèse est : la modélisation et la commande robuste d'une colonne de distillation afin de maintenir les concentrations en tête et en bas de colonne à leurs valeurs désirées, donc le contrôle robuste vise à garantir les performances et la stabilité d'un système face aux perturbations du débit d'alimentation et aux incertitudes du modèle.

Dans différents travaux de recherche, les incertitudes de modèle W.B sont définies soient par des variations sur les retards seulement ou des variations sur les gains et les retards de chaque fonction de transfert de la matrice d'état. Etant donné que ces deux derniers sont déjà étudiés avec une commande IMC dans le cadre d'optimisation  $H_\infty$  avec des variations sur les retards seulement [MUR96], une commande robuste  $H_\infty$  basée sur l'optimisation multi-objective et algorithme génétique [ARV09]. On a constaté un couplage important influant sur la puissance d'énergie thermique dans le condenseur et le rebouilleur, ainsi que sur la qualité de la concentration du produit dans le distillat et le résidu, puisque les études citées ci-dessus ne présentent pas de bonnes performances, malgré les commandes utilisées.

Le défi majeur de notre travail de recherche est de concevoir une loi de commande robuste plus performante au niveau des changements de consignes, rejet de perturbation, stabilité et robustesse vis-à-vis des incertitudes du modèle de distillation W.B.

Notre contribution basée sur les variations des incertitudes des gains ainsi que les incertitudes sur les gains et les retards simultanément, afin d'améliorer les performances du système tels que: le temps de montée et d'établissement, l'erreur statique, la réduction des interactions, l'optimisation de l'énergie de la puissance thermique dans le condenseur et le rebouilleur, malgré les variations des consignes et la présence de perturbation.

Pour y parvenir l'étude envisagée portera sur les structures de contrôle/commande au niveau débit de reflux et de débit d'ébullition (taux de vapeur du rebouilleur).

On va concevoir en premier lieu, des régulateurs classiques décentralisés afin de réduire le couplage ou les interactions qui caractérisent le processus de la colonne de distillation.

En second lieu, on va élaborer une commande robuste  $H_\infty$  et en dernier on va proposer une commande prédictive multivariable (MPC) [MEK13].

Afin d'analyser le comportement du système commandé, trois (03) approches de simulations sont utilisées avec des réponses indicielles et des conditions de fonctionnement:

- **Une première:** dans laquelle le système peut être décrit comme une opération qui varie dans le temps, des changements de consignes sont inclus et un asservissement est appliqué.
- **La deuxième:** dans laquelle le système peut être décrit comme une opération invariante dans le temps, ou les variables d'états sont stables et une régulation est envisagée et le système doit compenser l'effet de perturbation.
- **Dans la troisième:** une description plus complète du procédé peut être formulée en présence d'incertitudes sur les gains, les gains et les retards simultanément.

Cette thèse comportera cinq chapitres :

**Le premier chapitre** sera consacré à des généralités sur la colonne de distillation, d'un état de l'art sur le contrôle de distillation à travers les différents types de modèles et de commandes et un autre sur le modèle choisi.

**Le deuxième chapitre** traitera la modélisation de la colonne de distillation binaire continue, et le système proposé Wood et Berry (W.B). En appliquant une simulation en boucle ouverte avec un modèle linéarisé de la colonne de distillation en soulevant le problème de couplage dans la colonne.

**Le troisième chapitre** on entamera dans ce chapitre l'analyse des interactions; la synthèse d'un découpleur; l'application de la commande décentralisée avec différents types de régulateurs PI. En outre, une simulation avec un régulateur PI sans ou avec découplage sera réalisé, ensuite.

**Dans le quatrième chapitre** de cette thèse, on envisagera des synthèses de contrôleurs robustes telles que la commande  $H_\infty$ , qui fournit un outil puissant permettant de déterminer des lois de commande efficaces dont la structure et les paramètres sont fixes en présence de perturbation et des incertitudes. Les incertitudes sur le modèle sont prises en compte dans la spécification des pondérations de la fonction de coût. Une approche efficace de synthèse peut être formulée comme un problème d'optimisation par la commande MPC.

**Le cinquième chapitre** Un résumé des résultats des simulations de notre étude sur la commande d'une colonne de distillation binaire continue W.B, avec une comparaison entre les différents régulateurs en terme de poursuite de consignes, rejet perturbation et de robustesse.

Nous terminerons notre travail par une conclusion générale sur l'ensemble de cette étude en suggérant des perspectives en guise de travaux futurs.

Les algorithmes appliqués ont été simulés dans différentes conditions de fonctionnement sous environnement Matlab Simulink.

# Chapitre I

## Etat de l'Art sur la Colonne de Distillation

- I.1. Introduction**
- I.2. Définition de la distillation**
- I.3. Unité de distillation**
- I.4. Les types de distillation**
- I.5. But de la distillation**
- I.6. Les applications de la distillation**
- I.7. Principe de fonctionnement d'une colonne à distiller**
- I.8. Dimensionnement d'une installation de distillation**
- I.9. Le contrôle de fonctionnement d'une colonne**
- I.10. Domaine de fonctionnement d'une colonne**
- I.11. Perturbations du procédé de distillation**
- I.12. Etat de l'art sur la modélisation et contrôle des colonnes de distillation**
- I.13. Motivation sur le choix de modèle de la colonne de distillation Wood et Berry**
- I.14. Etat de l'art sur le modèle choisi (W.B)**
- I.15. Conclusion**

## I.1. Introduction

La distillation est une technique extrêmement ancienne. De nos jours, elle est la méthode la plus courante pour la séparation du mélange. De ce fait, la distillation est devenue actuellement une technique indispensable car elle est la base de toutes les industries chimiques.

La distillation relève du domaine de la génie chimique, par conséquent nous nous limitons à introduire dans ce qui suit le principe de la distillation, le fonctionnement, et ses applications ainsi que l'état de l'art sur la modélisation et le contrôle des colonnes de distillations.

## I.2. Définition de la distillation

La distillation est une technique de séparation qui exploite la différence de volatilité entre les constituants d'un mélange, sous l'effet de la chaleur (bouilleur) à porter le mélange à ébullition, il s'établit un équilibre entre les deux phases liquide et vapeur, qui sont recueillis à des compositions différentes: une fraction légère appelée : 'distillat' et une fraction lourde appelée : 'résidu', on parle alors de distillation simple ou flash qui peut être vue comme opération qui se passe au niveau de chaque plateau d'une colonne de distillation.

Il y aura donc une augmentation en concentration du composé le plus volatil dans le mélange condensé.

Lorsque la séparation par un simple flash est insuffisante, on procède donc à une séparation dans une colonne de distillation, qui permettra une meilleure séparation grâce à la succession de vaporisations et de condensations à l'intérieur d'une colonne. Cette distillation peut également être appelée distillation fractionnée ou rectification.

## I.3. Unité de distillation

Elle comprend trois systèmes distincts (figure I.1):

### I.3.1. Bouilleur

Un système de vaporisation partielle des fonds de colonnes de distillation afin d'engendrer la phase vapeur qui assurera le fractionnement dans la section d'épuisement. La quantité vaporisée s'appelle le taux de rebouillage.

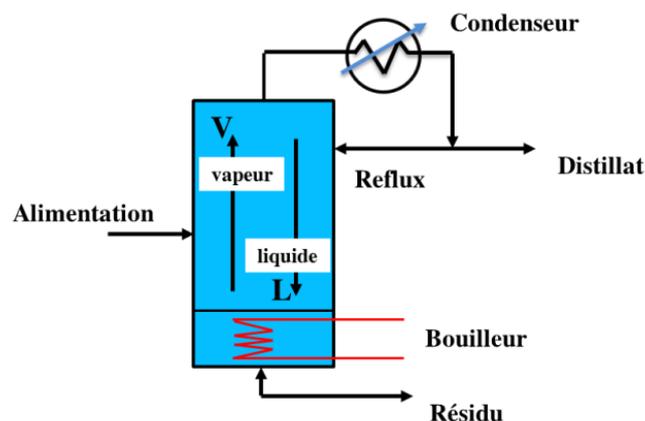


Figure I.1 : Unité de distillation [KES07]

### **I.3.2. Condenseur**

Un système de condensation en tête de colonne, on distingue le condenseur total et le condenseur partiel:

#### **a). Condenseur total**

Toutes les vapeurs sont condensées en un liquide se séparant ensuite entre reflux et distillat (refroidi dans un échangeur avant stockage). Le distillat en liquide est facile à transporter et à stocker. Un condenseur total n'est plus un étage de séparation.

#### **b). Condenseur partiel**

C'est un étage d'équilibre qui effectue une séparation. Seule une fraction des vapeurs condensées constitue le reflux, l'autre partie passe dans un condenseur réfrigérant est constitue le distillat.

### **I.3.3. Colonne de fractionnement**

La colonne de fractionnement est la partie essentielle d'une unité de rectification. Son rôle est d'assurer le meilleur contact possible entre la vapeur montante et le liquide descendant, sans toutefois donner lieu à une différence de pression [KES07]. Selon les conditions, la composition du mélange, le volume, la miscibilité du mélange et le nombre de constituants, on choisit un mode opératoire, continu ou discontinu, qui conditionne la technologie et qui doit être retenue [MOR09].

## **I.4. Les types de distillation**

La distillation peut être classée en différentes catégories selon:

### **I.4.1. La composition du mélange**

Les deux types de distillations sont: la distillation binaire et la distillation à plusieurs composants.

#### **a). La distillation binaire**

Le mélange est séparé en deux produits liquide seulement.

#### **b). La distillation multi-composante**

C'est une distillation commerciale où le mélange est séparé en plusieurs produits liquides, comme le raffinage du pétrole.

### **I.4.2. Le mode de traitement**

La distillation peut être effectuée d'une manière continue ou discontinue avec une colonne à plateaux ou à garnissage [STI98][HUM01].

#### **a). Distillation continue**

Le mélange liquide à traiter est introduit en permanence sur le plateau d'alimentation de la colonne. Le produit le plus volatil est extrait continuellement en tête de colonne (distillat) alors que le produit le moins volatil est éliminé sans interruption en pied de colonne (résidu).

La plupart des distillations sont conduites en mode opératoire continu, adapté pour les forts tonnages des industries de la chimie lourde et pétrochimique [VAR06].

### b). Distillation discontinue ou (distillation batch)

Le mélange liquide à traiter est introduit dans le bouilleur de façon transitoire. Pendant la distillation, la composition du distillat peut varier et le distillat est souvent séparé en plusieurs fractions. L'opération discontinue présente l'avantage de pouvoir séparer plusieurs produits avec un appareillage relativement simple mais l'inconvénient d'être grosse consommatrice en temps et en énergie [LOU06].

Elle est utilisée pour les produits à forte valeur ajoutée dans l'industrie pharmaceutique, agroalimentaire, régénération de solvant.

### I.4.3. Types de colonnes

L'unité de distillation se compose de colonnes de fractionnement assurant un contact intime entre une phase vapeur et un reflux liquide. Ce contact peut s'effectuer par l'utilisation de colonnes à plateaux ou à garnissages.

#### a). Colonne à plateaux

Les plateaux sont des chicanes horizontales en forme de plaques qui sont placées les unes sur les autres à des distances déterminées à l'intérieur de la colonne. Comme montre dans la figure I.2, sur chaque plateau se trouve une couche de liquide de hauteur limitée qui est traversée par la vapeur montante. La hauteur d'une colonne à plateaux dépend du nombre de plateaux et de l'espace entre les plateaux [LOU06]. Les colonnes industriels contiennent habituellement de vrais plateaux avec soit des calottes, soit des clapets ou encore des plateaux simple perforés [KES07].

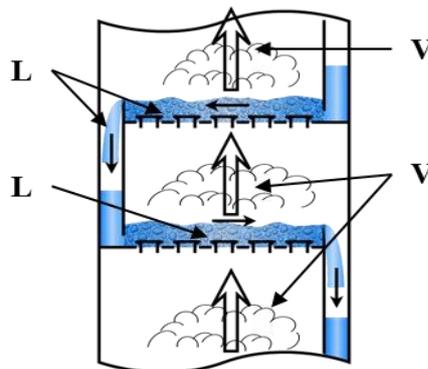


Figure I.2: Schéma des plateaux

#### b). Colonne à garnissages

Les garnissages sont des matériaux différents tels la céramique et le métal ainsi qu'en divers plastiques et même en graphite ou en verre (anneaux de Raschig) sous forme de remplissage en vrac pour favoriser le contact dans une colonne de petites dimensions ainsi que les colonne de laboratoire [KES07].

Une colonne à garnissage se comporte en effet de manière analogue à une colonne à plateaux réels, mais on utilise alors la notion d'étage théorique de séparation [COR03].

### c). La différence entre les colonnes à plateaux et à garnissages

Le tableau ci-dessous présente une comparaison récapitulative entre les deux colonnes essentielles:

**Tableau I.1** : Comparaison entre colonne à plateaux et à garnissages

Type de colonne	A plateaux	A garnissages
Coût	Coût élevé	A moindre coût
Rétention	Elevé	Faible
Perte de charge	Faible	Elevé
Nombre d'étages	Grand	Petit

### I.5. But de la distillation [DOC]

- Élimination d'un produit en cours de réaction chimique.
- Isolement de plusieurs composés obtenus après réaction chimique.
- Élimination d'un solvant.
- Isolement d'un composé naturel.
- Purification d'un composé.

### I.6. Les applications de la distillation

Pour plus d'illustration, nous donnerons à titre indicatif deux exemples:

- Raffinage du pétrole brut: qui est un mélange d'hydrocarbures qui produit du GPL, kérosène et la gelée de pétrole, qui sont recueillies auprès de différentes fractions.
- Le déssalement de l'eau salée.

### I.7. Principe de fonctionnement d'une colonne à distiller

Le principe de fonctionnement d'une colonne de rectification consiste à déplacer à pression constante, les équilibres de phases à l'aide d'un gradient de température créé par une source froide (le condenseur ( $Q_D$ )) qui génère un flux de liquide froid descendant dans la colonne et une source chaude (bouilleur ( $Q_B$ )), générant un flux montant de vapeur chaude (figure I.3).

Pour assurer le transfert de chaleur et de matière, des éléments de contact sont placés à l'intérieur d'une virole. Ils sont constitués soit par des plateaux dont le principe de base est de mettre en contact le flux de vapeur montant vers la tête de la colonne et la phase liquide se trouvant à la surface de l'aire active du plateau, soit par des garnissages dispersant les deux phases et assurant une bonne surface d'échange. A chaque contact la vapeur s'enrichit en constituants légers et le liquide se concentre en produits lourds.

Le bouilleur fonctionne à l'aide d'un fluide extérieur (vapeur, huile chaude).

Le condenseur travaille dans des conditions différentes, selon que l'on cherche à obtenir une coupe légère, distillat sous forme liquide ou sous forme vapeur.

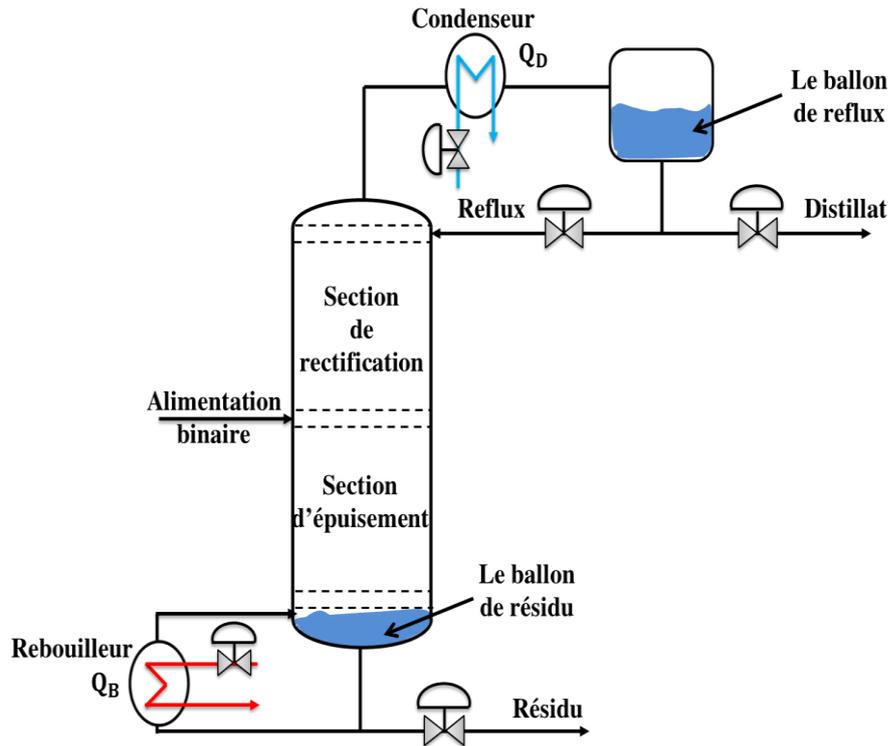


Figure I.3 : Schéma de principe d'une colonne de distillation

La figure I.4 représente un diagramme de point d'ébullition (disponible pour une pression constante) d'un mélange binaire (composé de deux produits A et B). Le point d'ébullition du produit A est de 80°C et 110°C pour le produit B: A est plus volatil que B. Si le mélange est composé de 50% de A et de 50% de B et chauffé à partir du point a, sa concentration reste constante jusqu'à ce qu'il atteigne le point de bulle à 90°C (point b) quand il commence à bouillir. Les vapeurs qui se dégagent lors de l'ébullition à la composition d'équilibre donnée par le point c. A ce stade, la concentration de A est d'environ 83%, donc la vapeur contient plus de produits A et le produit liquide plus B [BRA06].

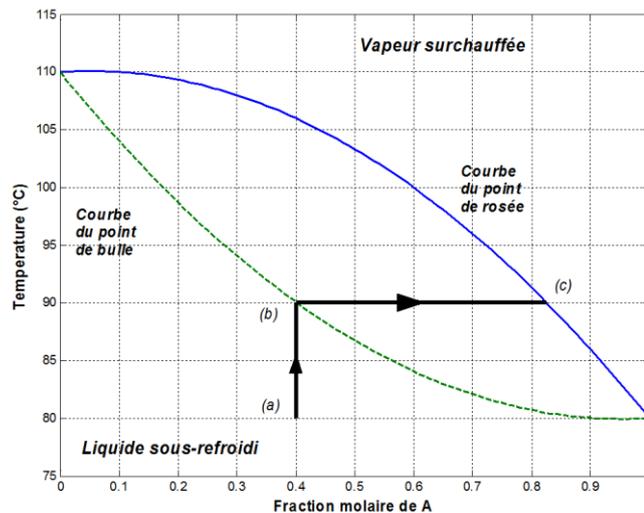
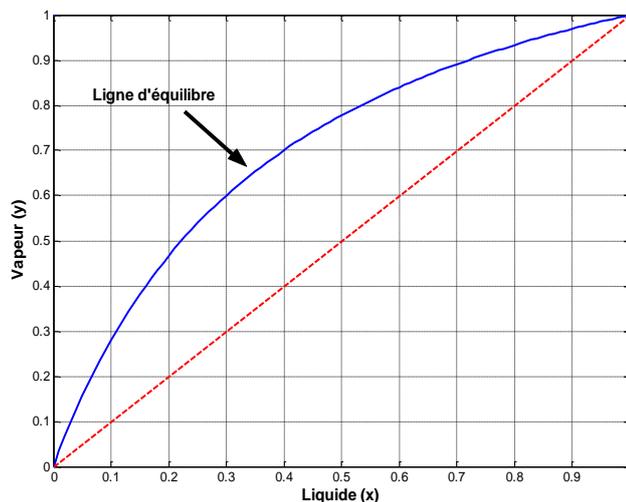


Figure I.4: Diagramme du point d'ébullition [GUY10]

A partir du diagramme du point d'ébullition (des diagrammes si le mélange comporte plus de 2 composantes), on peut construire une nouvelle courbe appelée courbe de l'équilibre vapeur liquide.

Dans le cas d'un mélange binaire, ce diagramme ressemble à celui de la figure I.5. Il est tracé en assumant une pression maintenue constante quelle que soit la température de mélange. Ce diagramme représente la relation entre les concentrations de la composante légère dans le liquide et la vapeur.



**Figure I.5 :** Diagramme d'équilibre liquide vapeur [GUY10]

Dans le cas d'un mélange idéal, on peut modéliser cette relation, en utilisant la volatilité relative ( $\alpha$ ) du produit le plus volatil.

$$y_A = \frac{\alpha x_A}{1 + (\alpha - 1) x_A} \quad (\text{I.1})$$

Où  $x_A$  représente la fraction molaire de la composante légère dans la phase liquide et  $y_A$  la fraction molaire de cette composante dans la phase vapeur.

### I.8. Dimensionnement d'une installation de distillation [BOR10]

La plupart des colonnes de distillation utilisées dans l'industrie fonctionnent en continu. Elles sont alimentées en permanence par une charge dont la composition, le débit et la température sont constants.

La configuration de base d'une colonne à distiller en continu consiste en un ensemble de plateaux théoriques de séparation dans lesquels circulent à contre-courant la vapeur générée par le bouilleur et un liquide généré par le condenseur redescendant par gravité vers le bas de la colonne. Des bilans peuvent être établis pour l'ensemble de la colonne pour un plateau observé individuellement ou bien pour une zone de fractionnement.

Pendant très longtemps, le calcul des colonnes de distillation en continu s'est fait à partir de la méthode graphique : McCabe et Thiele (voir annexe la méthode McCabe et Thiele).

Le Changement du débit de reflux en combinaison avec des modifications dans l'alimentation et le retrait des produits peuvent également être utilisés pour améliorer les propriétés de séparation de la colonne de distillation en continu pendant le fonctionnement (contrairement à l'ajout des plateaux, ou le change de la garniture, qui prennent des temps d'arrêt très importants).

Le débit de reflux est une grandeur importante qui intervient dans la détermination des droites opératoires de concentration (McCabe et Thiele) et dans le nombre étages théoriques, ainsi que dans le calcul des chaleurs échangées dans la colonne ( $Q_D$  et  $Q_B$ ).

### **I.9. Le contrôle de fonctionnement d'une colonne**

Pour surveiller une colonne de distillation fonctionnant en continu, ce rôle d'information revient aux appareils de mesure, dont l'ensemble constitue le contrôle ou l'instrumentation de l'installation. Les principales variables à réguler sont : [CIC99][BOR10][TRA98]

#### **I.9.1. Qualité du distillat et du résidu**

La qualité de distillat et du résidu sont les paramètres les plus importants dans une colonne de distillation. Elle doit être maintenue d'une manière constante dans la mesure du possible. Le contrôle d'une installation est effectué soit par des mesures en continu de propriétés physiques (masse volumique, viscosité, indice de réfraction, résistivité, pH), soit par des analyses discontinues, le plus souvent par chromatographie en phase vapeur, toutes les 1 à 10 min.

Si la qualité des produits résultante (attendue) ne respecte pas le cahier des charges demandé (produits hors normes) le problème devra être signalé et une réduction du débit d'alimentation peut être effectué, ou bien l'expédition de ce produit hors norme sera acheminé vers un autre réservoir de stockage.

#### **I.9.2. Débits**

La connaissance des débits d'alimentation et l'un des débits de soutirage permet établir le bilan massique de la colonne, mais il est préférable de les connaître tous. Les débits internes sont moins essentiels que les débits externes, mais leur connaissance permet de mieux cerner le fonctionnement de la colonne.

#### **I.9.3. Niveaux**

Le ballon de résidu et de reflux jouent le rôle d'accumulateur de liquide, afin de donner à l'unité une certaine flexibilité de fonctionnement dans l'hypothèse d'une défaillance possible du matériel (pompe, instrument, vanne, etc.) par exemple le ballon de reflux est de recevoir l'effluent du condenseur de tête, de réaliser la séparation des phases qu'il collecte et de constituer une réserve de produits liquides pour assurer un débit régulier de reflux et de soutirage. Cependant deux cas sont à distinguer, suivant que la condensation est totale ou partielle.

Les méthodes de calcul pour estimer les dimensions de ces ballons sont basées sur l'évaluation d'un temps de séjour tel que la séparation des phases soit suffisante pour réduire les entrainements à une valeur minimale acceptable et que, simultanément, le temps de séjour du liquide corresponde à une retenue correcte (Watkins, 1967).

Les capacités (fond de colonne, ballons de reflux) sont généralement munies de deux alarmes de niveau : une alarme de niveau bas pour éviter de faire caviter les pompes, une alarme de niveau haut pour éviter de noyer les plateaux inférieurs de la colonne, le rebouilleur ou le condenseur. Si le déclenchement de l'alarme de niveau haut a pour cause l'arrêt d'une pompe, un automatisme pourra provoquer le démarrage de la pompe de secours.

#### **I.9.4. Chauffage et refroidissement de la distillation**

La connaissance du débit et de la pression de condensation permet de calculer le débit de chaleur en pied de colonne. Si l'on chauffe par un fluide thermique, il faut connaître son débit et ses températures d'entrée et de sortie. Une mesure de la chaleur échangée au niveau du condenseur (débit d'eau et de températures) permet de boucler le bilan thermique de la colonne si l'on connaît, en outre, les températures de l'alimentation, du résidu et du distillat.

##### **a). Chauffage en fond de colonne**

Dans une colonne de distillation, la température la plus basse est celle du ballon de reflux, la plus haute est celle du rebouilleur ; elle croît de la tête vers le fond de la colonne.

##### **b). Refroidissement en tête de colonne**

En fonctionnement normale, la température du sommet de la colonne est maintenue plus basse que la température du plateau d'alimentation. La température dans la section décroît donc en remontant de plateau à plateau à partir de l'entrée. Par conséquent, la vapeur arrivant sur chaque plateau se refroidit, se condense partiellement et donne une certaine quantité de liquide, riche en produit lourd, le plus facilement condensable.

Ainsi au fur et à mesure qu'elle monte dans la colonne, la vapeur se débarrasse des parties du produit le plus lourd qu'elle contient et sa concentration en produit plus léger augmente constamment.

Si l'on dispose d'un nombre de plateaux suffisant, la vapeur qui s'échappe au sommet sera celle du produit le plus volatil. Refroidie dans le condenseur de tête, elle donnera un liquide appelé 'distillat'.

L'abaissement de température est provoqué par un refroidissement contrôlé au sommet de la colonne. Pour cela, on injecte, au-dessus du dernier plateau une partie du distillat prise dans le ballon de tête et qu'on appelle 'reflux'.

Le rapport entre la quantité de produit de tête employée pour le reflux et la quantité de ce même produit envoyée au stockage est dit 'taux de reflux'.

Le liquide introduit en reflux à la même composition que la vapeur de tête. A l'entrée de la colonne il se vaporise donc de nouveau, cherchant dans le milieu ambiant la quantité de chaleur nécessaire à cette vaporisation.

### I.9.5. Pression

La pression dans une colonne de distillation est un paramètre essentiel de son fonctionnement. Le choix de la pression de la colonne dépend de la température opérationnelle adoptée. La pression est d'autant plus élevée que la température est haute.

#### a). Pression de marche

La pression en tête de colonne est un paramètre essentiel du fonctionnement de celle-ci. Dans une colonne à distiller, on prévoira un automatisme arrêtant le chauffage en cas de montée de la pression.

#### b). Pression différentielle de la colonne

C'est un paramètre simple à mesurer, qui permet d'apprécier le fonctionnement hydrodynamique de la colonne. Une perte de charge trop élevée annonce un engorgement ou un encrassement excessif de l'équipement interne. Il en résulte une chute d'efficacité. On peut prévoir un dispositif qui réduit automatiquement le régime de fonctionnement de la colonne quand elle risque de s'engorger (par exemple, diminution du débit d'alimentation et du chauffage lorsque la perte de charge dépasse une valeur limitée).

### I.9.6. Températures à différents niveaux

Les produits à séparer ont des températures d'ébullition différentes de plus de 5 °C, la connaissance du profil de température de la colonne permet d'apprécier le profil des compositions et de juger le fonctionnement de la colonne.

### I.10. Domaine de fonctionnement d'une colonne

Les conditions de fonctionnement de marche dans une colonne de distillation doivent être maintenues d'une manière constante dans les limites présentées dans la figure I.6 afin d'éviter la décroissance des performances de séparation: [WAU98]

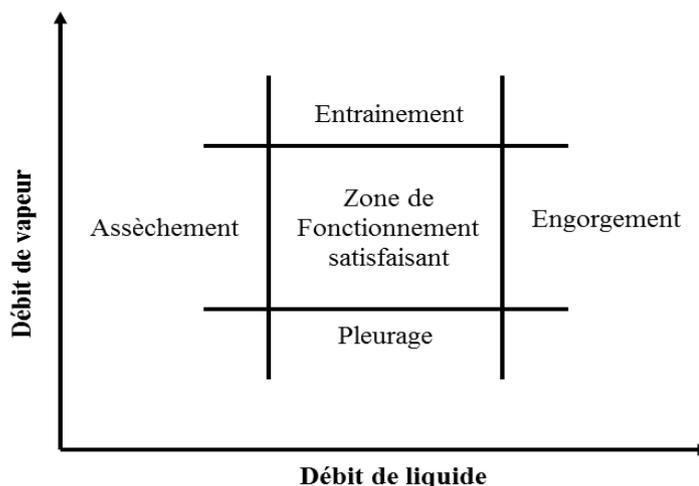


Figure I.6 : Domaine de fonctionnement dans une colonne de distillation [WAU98]

**Assèchement**: le débit de liquide est insuffisant pour maintenir une rétention suffisante de liquide, la colonne se remplit complètement de vapeur.

**Engorgement**: le débit vapeur est trop élevé, la colonne se remplit complètement de liquide.

**Entrainement:** le débit vapeur est trop important par rapport à celui de liquide. Des gouttes sont donc entraînées, ce qui crée un recyclage de produits lourds vers les zones supérieures.

**Pleurage:** l'énergie apportée par la vapeur n'est plus suffisante pour maintenir la rétention liquide. Le liquide s'écoule très rapidement vers le bas de la colonne sans rentrer en contact avec la phase vapeur.

### I.11. Perturbations du procédé de distillation

De nombreuses perturbations modifient la séparation réalisée par les colonnes de distillation en opération. Elles ont des origines très différentes, les plus importantes sont les suivantes: [CIC99][BOR10]

- **Variation des caractéristiques de la charge:** débit, état thermique, composition.

On va expliquer la variation du débit de charge (ou l'alimentation), ce qu'on va varier dans notre étude, comme une variable de perturbation.

La constante des débits de vapeur et liquide est favorable au fonctionnement de la colonne mais n'assure pas pour autant de bonnes performances pour toutes sortes de perturbations. Le tableau I.2 montre les différents scénarios [WAU98].

**Tableau I.2:** Conséquences de divers perturbations relatives à l'alimentation de la colonne [WAU98]

Perturbation	Conséquence sur le distillat	Conséquence sur le résidu
<b>Augmentation de débit de charge</b>	Modification légère du débit de distillat en fonction de bilan enthalpique.	Une augmentation du débit de résidu et augmentation simultanée de la quantité de produits légers.
<b>Accroissement de la température d'alimentation</b>	Augmentation de la concentration en produits légers.	Diminution du débit de résidu et par conséquent, de la fraction du résidu.
<b>Augmentation de la concentration en produits légers dans la charge</b>	Débit de distillat constant Augmentation de la concentration en produits légers dans le distillat.	Débit de résidu constant. Augmentation de la quantité de produits légers dans le résidu.
<b>Augmentation de la concentration en produits lourds dans la charge</b>	Débit de distillat constant Augmentation de la concentration en produits lourds dans le distillat.	Débit de résidu constant. Augmentation de la quantité de produits lourds dans le résidu.

- **Fonctionnement du bouilleur:** caractéristiques du fluide caloporteur (débit, température, pression), purgeur, évacuation des condensats.
- **Pression:** liée au fonctionnement du condenseur ou à l'élévation de concentration des inertes ou des incondensables.
- **Fonctionnement du matériel de régulation:** Certaines perturbations peuvent être mesurées directement, ce sont celles qui sont liées aux caractéristiques de la charge, par exemple le débit ou la température.

### I.12. Etat de l'art sur la modélisation et le contrôle des colonnes de distillation

Dans un premier temps, une recherche bibliographique a été faite afin de donner un aperçu sur les différents modèles avec différents niveaux de complexité correspondant aux problèmes de modélisation et de contrôle des colonnes de distillation. Cette recherche a permis d'identifier plusieurs solutions possibles qui sont indiquées ci-dessous :

**[SKO88]:** L'originalité dans l'article de Skogested et al. est présenté par un simple modèle d'une colonne de distillation de grande pureté, qui a suscité un certain intérêt dans la conception de contrôleur pour les systèmes de distillation mal conditionnés.

Ce travail a également soulevé des questions de détail concernant l'utilité de méthode  $H_\infty$  dans le cadre de la valeur singulière structurée pour la synthèse de contrôleurs d'une colonne de grande pureté. Les spécifications d'incertitudes et de performances ont été données comme des fonctions de pondération liées à la fréquence.

**[MOR89]:** Le modèle de la colonne de distillation à 4 états est tiré du livre de Morari et Zafiriou.

Il a fait l'objet d'un benchmark au Congrès sur la Décision et le Contrôle du (CDC) en 1991.

**[LIM91]:** Le problème de contrôle de colonne de distillation a été présenté par Limebeer comme un problème de référence à la conférence sur la décision et le contrôle: l'incertitude est définie en terme de gain paramétrique et incertitude de retard. Les objectifs de contrôle sont un mélange des caractéristiques dans le domaine temporel et fréquentiel.

**[POS91]:** Postlethwaite et al. abordent le problème de thème décrit par Limebeer [LIM91]. Ce problème concerne la commande robuste d'une colonne de distillation de haute pureté. Postlethwaite et al. formulent la conception comme la  $\mu$ -synthèse et la résolvent en utilisant un nouvel algorithme appelé  $\mu$ -K itération. Quelques résultats préliminaires sont présentés pour un contrôleur conçu pour la configuration (L-V).

**[WHI94]:** Dans cet article le problème de conception est formulé par Whidborne et al. comme un problème d'optimisation sous contrainte, il est multi-objectif, c'est-à-dire constitué de plusieurs objectifs contradictoires de conception qui doivent être réalisés simultanément. Ces auteurs proposent une nouvelle approche à la conception de contrôleur robuste. A l'aide des fonctions de pondération de système comme paramètres de conception, l'approche combine la méthode d'inégalités avec la stabilisation robuste des descriptions normalisées de facteurs premiers entre eux de système réel pondéré pour concevoir explicitement les performances et la robustesse de la stabilité en boucle fermée. Une procédure pour la conception de contrôleurs robuste de deux degrés de liberté est présentée, et elle est illustrée sur un exemple de grande pureté de colonne de distillation.

**[GRE95]:** Green et Limebeer ont fait une conception d'un contrôleur  $H_\infty$  de deux degrés de liberté pour une colonne de distillation non linéaire de 82<sup>ème</sup> ordre réduit en 8<sup>ème</sup> ordre.

**[TAN96]:** Dans cette étude, Tang et al. vont plus loin dans la démarche d'optimisation que celle présentée dans l'article de Whidborne et al. [WHI94] en utilisant un algorithme génétique pour choisir les paramètres des fonctions de pondération.

Un algorithme génétique structurée (SGA) est une approche développée pour la conception de contrôleur robuste basé sur le concept de la technique  $H_\infty$  Loop-Shaping et la méthode des inégalités. Une telle SGA est capable de rechercher simultanément les ordres et les coefficients de la pré-compensateur et post-compensateur pour le modèle pondéré. Il est par conséquent, pas nécessaire de prédéfinir l'ordre de compensateurs que dans la pratique courante. Une approche à objectifs multiples est également intégrée afin que les critères de conception des processus extrêmes puissent être facilement atteints. L'efficacité d'une telle technique est illustrée par un exemple de conception de colonne de distillation de grande pureté.

**[SKO97]:** Skogestad présente quelques sujets importants pour la dynamique et le contrôle des colonnes de distillations. Il résume quelques-uns des aspects importants du fonctionnement en régime permanent. Le traitement est essentiellement limité aux colonnes de distillation de deux produits séparant des mélanges binaires relativement idéaux. L'auteur espère que le lecteur peut élaborer des idées et de l'intuition, qui sont nécessaires pour l'application des résultats dans la pratique et pour la lecture de la littérature de façon détaillée.

**[LUN99]:** Lundstrom et al. ont fait une conception de contrôleur  $\mu$ -synthèse de deux degrés de liberté pour une colonne de distillation avec un modèle de référence.

Le cadre de la valeur singulière structurée est appliquée à une distillation comme le problème formulé de référence à la CDC.

Le contrôleur a deux degrés de liberté, qui répond à tous les objectifs de contrôle du problème CDC, est conçu à l'aide de la  $\mu$ -synthèse. La conception de la méthodologie présente une attention particulière et accorde un rapprochement des objectifs de contrôle donnés en pondérations dans le domaine fréquentiel.

**[GU05]:** Gu et al. ont fait une conception de contrôleur  $H_\infty$  Loop-Shaping et  $\mu$ -synthèse de deux degrés de liberté avec le modèle utilisé par Green et Limebeer [GRE95] réduit en 6<sup>ème</sup> ordre. On peut trouver une procédure de sélection pour les fonctions de pondération décrites dans les détails.

**[GU05]:** Ce travail est différent de celui de Lundstrom et al. [LUN99] à plusieurs égards : Au lieu d'un modèle réduit de 4<sup>ème</sup> ordre avec retard, Gu et al. ont utilisé un modèle de 6<sup>ème</sup> ordre qui est justifié par les résultats de simulations du système non-linéaire, et des fonctions de pondération modifiées à fin d'obtenir de meilleurs résultats.

**[SAL08]:** Salahshoor et Gharibshaiyan ont proposé l'identification multivariable du modèle non linéaire en utilisant un adaptative Takagi-Sugeno modèle flou.

Dans ce papier, une approche d'identification en ligne multivariable a été développée sur la base d'une adaptation Takagi-Sugeno modèle flou. L'approche utilise une évolution des règles de base et la structure des paramètres du modèle pour adapter le modèle identifié flou afin de traiter les modifications dynamiques. Deux nouveaux projets ont été proposés pour améliorer l'évolution de la structure à base des règles. Le premier projet lisse la génération de règles pendant la période initiale de mise en service incertain de l'identification.

Le deuxième projet diagnostique les règles produites inactives en examinant leur enregistrement d'activation passé pour les supprimer, menant à une règle-base plus compacte et plus efficace. Un algorithme des moindres carrés récursif pondéré est utilisé pour estimer les paramètres conséquents de règles. La démarche d'identification proposée a été évaluée par une colonne de distillation non-linéaire de référence en démontrant son efficacité pour identifier les compacts et préciser les modèles multivariables flous.

**[WAH09]:** Wahid et Ahmad ont utilisé quelques contrôles prévisionnels du modèle linéaire (MPCs) avec le même modèle utilisé dans [GU05].

Certains contrôles de modèles prédictifs linéaires (MPCs) sont développés afin de surmonter les non-linéarités de la commande dans une colonne de distillation. Chaque linéaire MPC est appelé MPC locale: est un modèle linéaire à entrées et sorties multiples (MIMO), à chaque configuration certaine gamme de variables commandées (CVs) ou des variables de sortie à partir d'un système non linéaire.

Le problème principal est de savoir comment déterminer le point de fonctionnement et représenter l'état réel du système. Entre dix locaux (MPCs) ont été développés, cinq locaux (MPCs) ont une petite erreur sur les performances de contrôle de la base de l'ISE de la composition du fond ( $x_B$ ), et trois d'entre eux comme un modèle représentatif de commande prédictive (RMPC).

D'après cette étude, on constate que plusieurs travaux de recherches effectués sur le contrôle robuste ont été appliqués sur différents modèles de colonne de distillation binaire continue dont le but de résoudre le problème des incertitudes des gains et retards. D'où l'importance de prendre en considération lors des tests de robustesses dans notre travail.

### **I.13. Motivation sur le choix de modèle de la colonne de distillation Wood et Berry**

Sur la base de la première partie de la recherche bibliographique, on a choisi le modèle de la colonne de distillation Wood et Berry pour les raisons suivantes :

- ✓ Le modèle de colonne de distillation W.B est un processus réel.
- ✓ Le modèle W.B existe sur l'environnement Matlab simulink, qui est pour nous une référence, ce qui nous permet d'incorporer nos algorithmes.
- ✓ Ayant les références nécessaires importantes pour bien comprendre le processus de l'auteur de modèle Wood et Berry.
- ✓ Le modèle n'est pas encore saturé et on peut contribuer et améliorer les résultats.
- ✓ Le modèle est intéressant du point de vu contrôle et difficulté: système multivariable avec: (02) deux entrées, (02) deux sorties, avec perturbation, couplé, avec retard et incertitudes sur les gains et les retards.

### I.14. Etat de l'art sur le modèle choisi (W.B)

Dans cette partie, on présente les différentes méthodes de contrôles disponibles dans la littérature pour le modèle expérimental de colonne de distillation W.B, qui va être utilisé dans notre thèse.

**[MUR96]:** Murad et al. ont proposé un contrôleur de modèle de contrôle interne (IMC) robuste d'une colonne de distillation binaire.

Cette procédure de conception pour la synthèse des contrôleurs de deux degrés de liberté (2DOF) IMC robuste est basée sur le cadre d'optimisation  $H_\infty$ . L'approche proposée 2DOF IMC robuste sur la colonne de distillation a donné de très bonnes performances (temps de montée et d'établissement, rejet de perturbation et de robustesse) avec les conditions de fonctionnement en comparant les résultats de simulations des contrôleurs traditionnels PI décentralisés.

- Murad et al. ont considéré que les incertitudes sur le modèle expérimental de colonne de distillation W.B sont seulement les variations des retards.

Les variations sur les gains, les gains et les retards simultanément n'ont pas été étudiées dans cet article.

**[MOO00]:** Moonyong et Sunwon ont proposé le contrôle du système par les réseaux de neurones combinés avec les contrôleurs PID classiques à boucles multiples.

Le concept de signal cible basé sur l'erreur de rétroaction est utilisé pour l'apprentissage en ligne du réseau de neurones. Cela peut mieux faire face à des retards, de perturbations, des interactions fortes, sans aucune connaissance préalable du processus.

- Les résultats de simulations du système nominal avec les conditions de fonctionnement sont présentés par Moonyong et Sunwon. De légères variations des consignes simultanées sur les compositions de MeOH en tête et en bas de la colonne sur un très long intervalle de temps allant jusqu'à 900 min. Les auteurs n'ont pas testé leur contrôleur face à des perturbations. Ils n'ont ni évalué ces résultats avec des indices de performance tels que le temps de montée et d'établissement, ce qui ne permet pas de comparer ces résultats avec différentes méthodes de contrôles disponibles pour le modèle W.B. Les lois de commandes telles que le débit de reflux et vapeur sont montrés dans cette étude.

**[BEN02]:** Benaskeur et Desbiens ont proposé la conception d'un Backstepping basée sur PID décentralisé.

Ces auteurs ont analysé la stabilité et la conception dans le contrôle PID décentralisé pour les systèmes deux entrées/deux sorties (TITO). La décentralisation est obtenue par l'introduction d'un terme supplémentaire dans l'erreur de suivi. Lorsque ce terme est mis à zéro, le régulateur qui en résulte est multivariable. Pour obtenir une erreur statique nulle, un intégrateur est ajouté au modèle de processus de distillation et glissé de nouveau à l'équation de commande à la fin de la conception. La combinaison de l'action intégrale et la sélection appropriée du terme supplémentaire produisent une loi de commande décentralisée composée de deux PID indépendants.

- Les résultats de simulations du système nominal avec des réponses indicielles sont présentés par Benaskeur et Desbiens ont montré de très bonnes performances (avec un temps d'établissement très rapide et sans dépassement).

**[ALW03]:** Alwadie et al. ont proposé un contrôleur flou Takagi-Sugeno pour la colonne de distillation binaire.

Le nombre de paramètres de conception dans les règles qui en découlent Takagi-Sugeno (TS) contrôleurs flous se développe très rapidement avec l'augmentation du nombre de variables d'entrée. Dans cet article, les auteurs ont utilisé la règle TS linéaire simplifiée conséquente qu'ils ont déjà mis au point pour réduire considérablement le nombre de paramètres pour les deux entrées / sorties (TITO) contrôleurs flous TS de soixante-cinq (65) à seulement sept (7). Les régulateurs flous ont deux ensembles flous pour chaque variable d'entrée et un total de seize (16) règles floues. Une nouvelle conception de la procédure de réglage est développé pour déterminer les valeurs des paramètres sur la base de la relation entre les contrôleurs flous TITO correspondant et le contrôleur linéaire TITO PI (ou PD).

- Selon le travail de Alwadie et al., les résultats de simulations du système nominal avec des réponses indicielles ont des meilleures performances (temps de montées et d'établissement très rapide et sans dépassements). En comparant ces résultats, on remarque que ces dernières ont des performances très rapides par rapport à la dynamique du système. La composition de MeOH en bas de la colonne a pu atteindre la consigne désirée dans les 100 secondes, tandis que la sortie  $x_B$  est retardée de 3 minutes).

**[CHE03]:** Chen et Seborg ont proposé une conception des systèmes de contrôle PI décentralisés basés sur l'analyse de stabilité de Nyquist.

Les conditions de stabilité de Nyquist sont utilisées pour calculer la région de stabilité pour chaque régulateur PI en fonction des paramètres du régulateur.

Un facteur de désaccord pour chaque boucle est spécifié sur la base d'un indice de dominance diagonale. Ensuite, les paramètres de régulateurs appropriés sont déterminés en utilisant cet indice et la région de stabilité pour une variété des systèmes telle que la colonne de distillation.

- Selon l'étude de Chen et Seborg, les résultats de simulations du système nominal avec des réponses indicielles ont montré des interactions fortes lors des changements de consignes. Le test des rejets de perturbations n'a pas été pris en compte dans ce travail.

**[YAN05]:** Yang a proposé une optimisation basée sur le contrôle PI/PID.

L'auteur a présenté la régulation PI/PID d'une colonne de distillation binaire via un algorithme de recherche génétique (GSA). Le critère de conception dans le domaine temporel, exprimé comme une partie intégrante de l'erreur quadratique, est reformulée dans le domaine fréquentiel en utilisant la relation de Parseval et l'approximation de Padé.

Un algorithme génétique est utilisé pour rechercher la région de stabilité dans l'espace des paramètres du régulateur pour les meilleurs ajustements afin de minimiser le critère de conception.

**[ZHA06]:** Zhang et al. ont proposé une solution algébrique des problèmes de contrôle  $H_2$  dans le cas de découplage multivariable.

Cet article sert à développer une méthode de conception algébrique des systèmes multivariables avec des retards multiples. Dans la méthode, la technique de conception basée sur l'algèbre d'entrée-sortie est adoptée, parce qu'elle est facile à comprendre et à utiliser, et ne nécessite pas de variables d'état. La méthode proposée est que le contrôleur est optimal et peut fournir une réponse de découplage.

- Les résultats de simulations sont testés sur le modèle nominal avec des réponses indicielles, ces dernières sont un peu oscillantes, et prend un temps pour se stabiliser.

**[REG08]:** Regina et Mija ont proposé de développer un contrôleur par mode glissant (SMC) et un contrôleur PI multiboucles à relais augmenté pour des processus MIMO.

Dans la structure de SMC décentralisée, la propriété de convergence du système en boucle fermée est assurée par des moyens répondant à une condition de glissement. Pour la conception de relais augmente, le système de commande utilise un relais en série avec le contrôleur, qui produit des oscillations de réglage du régulateur PI sur la base d'un modèle de processus équivalent pour chaque boucle. Les performances des contrôleurs sont comparées aussi à celles des méthodes existantes.

**[ARV09]:** Arvani et al. ont proposé la conception d'un contrôleur robuste  $H_\infty$  pour la colonne de distillation basée sur l'optimisation multi-objectif et algorithmes génétiques.

Le dispositif de commande a essayé d'assurer la stabilité robuste et la performance robuste du système en boucle fermée et la réalisation de spécifications dans le domaine temporel.

- Le résultat de simulation est présenté seulement avec le système nominal et même ce dernier montre un système qui ne répond pas au cahier des charges du système. On ne voit pas les résultats avec les paramètres incertains, ni un test de robustesse et un fort couplage d'une amplitude allant jusqu'à 0.5 mol% MeOH pour les réponses indicielles. D'où nous avons pensé à faire un régulateur robuste qui prend en compte les paramètres incertains de modèle de la colonne de distillation, ainsi que les tests de rejets de perturbations.

**[ADE09]:** Adel et al. ont proposé de traiter seulement la surveillance et la simulation du processus de contrôle d'une colonne de distillation binaire (méthanol-eau).

Les régulateurs PI proposés sont: Cohen-Coon, boucles multiples, Ziegler-Nichols et ITAE.

**[SIV10]:** Sivakumar et al. ont proposé une approche d'application du contrôleur modèle prédictif flou sur la colonne de distillation.

Un modèle de stratégie de commande prédictive floue est proposé pour le problème de commande multivariable de la colonne W.B. Cette méthode est basée sur le modèle flou linéaire par morceaux du processus à commander, qui est utilisée pour prédire les sorties. Une technique d'optimisation est mise au point pour réduire au minimum la différence entre les prédictions du modèle et de l'horizon de prédiction souhaité. Des comparaisons sont faites avec les contrôleurs conventionnels.

- Selon l'article de Sivakumar et al., les résultats de simulations du système nominal avec des réponses indicielles ont un temps d'établissement important en comparant avec la stratégie de commande prédictive floue développée. Aucun test de robustesse n'est effectué.

**[SIV12]:** Sivakumar et al. ont proposé un contrôleur ANFIS pour la colonne de distillation. Ce travail est une tentative pour illustrer l'utilisation et l'efficacité des techniques informatiques souples dans l'estimation et le contrôle des systèmes MIMO.

Le présent article se concentre sur le système neuro-flou ANFIS (Adaptive Neuro Fuzzy Inférence Système). Un réseau adaptatif basé sur l'architecture du système flou d'interférence étendue pour faire face aux systèmes multivariables a été utilisé. La performance de la stratégie de contrôle a été étudiée sur les problèmes de contrôle de colonne de distillation.

- Les résultats de simulations du système nominal avec des réponses indicielles présentés par Sivakumar et al., sont caractérisés par un fort couplage lors de changement de consigne et des temps d'établissements très importants. Le test de rejets de perturbations n'a pas été pris en compte lors de cette étude.

On a fait un état de l'art des travaux qui ont retenu notre attention en les résumant et en tenant compte de la technique de commande adoptée à la colonne de distillation binaire continue W.B, ainsi que des résultats obtenus.

Deux types de simulations sont présentés: soient des réponses indicielles: [BEN02], [ALW03],[CHE03],[YAN05],[ZHA06],[REG08],[ADE09],[SIV10],[SIV12],[ARV09] ou des réponses avec les conditions de fonctionnement: [MOO00],[MUR96].

Dans notre travail, on a fait les deux types de simulation avec des réponses indicielles et avec les conditions de fonctionnement, dans le cas où le système est nominal ou incertain pendant la variation des gains et les gains et les retards simultanément, ce qu'on ne trouve pas dans des études précédentes sur notre modèle de colonne de distillation W.B

### **I.15. Conclusion**

On a effectué une recherche bibliographique approfondie à fin d'assurer que ce sujet n'a pas été épuisé auparavant.

On a fait un état de l'art des travaux qui ont retenu notre attention et on a proposé pour chacun d'eux un résumé en tenant compte de la technique de commande adoptée à la colonne de distillation, et des résultats obtenus.

Cette recherche bibliographique qu'on a faite, sert à enrichir notre recherche, en envisageons des méthodes adaptées aux problèmes posés qu'on devait les résoudre.

Après cette étude, on a choisi le système de colonne de distillation binaire continue W.B et on a présenté quelques motivations de choix de ce système.

Le deuxième chapitre de notre travail, sera consacré à présenter en détail la modélisation d'une colonne de distillation.

# Chapitre II

## Modélisation d'une Colonne de Distillation Binaire

### II.1. Introduction

### II.2. Le processus de distillation

#### II.2.1. La conception du degré de liberté

#### II.2.2. Les Configurations de contrôle de colonne de distillation

#### II.2.3. Les différents modèles dynamiques de colonne de distillation

### II.3. Modélisation dynamique non-linéaire d'une colonne de distillation

#### II.3.1. Les hypothèses

#### II.3.2. Les équations de base pour la modélisation

##### a). Le bilan matière total

##### b). Le bilan matière du composant le plus léger (volatil)

### II.4. Modèle linéarisé de la colonne de distillation

### II.5. Approximation de Padé d'une fonction exponentielle

#### II.5.1. Approximation de la phase non-minimale

#### II.5.2. Approximation de Padé

### II.6. Description du problème

### II.7. Les spécifications de performance

### II.8. Simulations en boucles ouvertes

### II.9. Conclusion

## II.1. Introduction

L'application des méthodes de contrôle, nécessite la recherche d'un modèle mathématique, une phase de modélisation est nécessaire pour permettre l'étude en simulation.

La modélisation consiste à représenter les aspects importants du système en décrivant les relations entre les différentes grandeurs qui caractérisent son fonctionnement.

Cette modélisation peut être analytique: en utilisant un ensemble d'équations mathématiques décrivant le comportement du système étudié.

Elle peut être empirique : en se basant sur des observations et des expériences effectuées sur le processus (boîte noire), où par l'intégration des connaissances empiriques sur la compréhension fondamentale des processus [ROM06], dans le cas où les équations du système ne sont pas bien connues, on utilise les deux méthodes de modélisation (boîte grise).

Dans ce chapitre, on va d'abord représenter les différents modèles des colonnes de distillation et on présente les équations physico-chimiques non linéaires de la colonne de distillation, ensuite on choisit le modèle de la colonne de distillation binaire W.B. Enfin, en s'intéressant aux boucles interactives, on donne la représentation correspondante du modèle linéaire dans l'espace de transfert, qui est la forme la plus utilisée pour les simulations et la conception des systèmes de contrôle.

## II.2. Le processus de distillation

A l'étape d'analyse, le fonctionnement de base du processus de distillation et les objectifs de l'opération ont établis les limites du système, les degrés de liberté de contrôle (entrées) et les variables qui doivent être contrôlées (sorties). C'est un bon point de départ pour la conception d'un modèle comportemental et d'un système de contrôle. Pour la première application, le niveau de détail souhaité doit être établi sur la base des objectifs formulés.

Le contrôle du processus de distillation nécessite des connaissances sur les relations entre les entrées et les sorties de la colonne de distillation.

### II.2.1. La conception du degré de liberté

La modélisation mathématique, comme nous le verrons ci-dessus décrit en termes mathématiques la relation entre les variables de la colonne de distillation.

Dans d'autres termes le flux des matériaux du processus réel se convertit en flux d'information en abstractions mathématiques des modèles.

Ces flux d'informations sont les valeurs des variables, qui sont inclus dans la conception, telles que des débits de compositions, température, pression et des flux d'enthalpie. A ce niveau, il faut distinguer deux types de variables:[SEA10]

- **Variables intensives:** Indépendamment de la quantité de matière (par exemple, pression, composition et la température).
- **Variables extensives:** Dépendent de la quantité de matière (par exemple, débit, taux de transfert de chaleur et les paramètres des équipements tels que le nombre d'étages).

Le contrôle d'un processus ne peut être atteint que si tous ses degrés de liberté sont spécifiés, avant de commettre son contrôle effectif.

Dans un système mathématique, le nombre de degrés de liberté est spécifié par le nombre de variables qui doivent être attribuées pour obtenir une solution unique.

### II.2.2. Les Configurations de contrôle de la colonne de distillation

La difficulté de contrôler une colonne de distillation pour un mélange binaire est généralement présentée, comme un système de 5x5 (cinq-entrées/cinq-sorties) ; avec cinq degrés de liberté. Le modèle W.B de notre étude a considéré le débit d'alimentation et sa composition comme des perturbations.

**Les cinq entrées du système** en fonction de la loi de commande, pour maintenir les sorties du système aux points de consignes sont :

- La puissance thermique dans le condenseur ( $Q_D$ ).
- Le débit de distillat ( $D$ ).
- Le débit de reflux ( $L$ ).
- Le débit de résidu ( $V$ ).
- La puissance thermique dans le rebouilleur ( $Q_B$ ), est représentée par le débit de vapeur ' $V$ ' dans notre thèse, pour vaporiser une partie de résidu et la retournée à la colonne de distillation.

**Les cinq sorties du système** qui doivent être maintenues à la valeur de consigne en faisant varier les entrées du système indépendamment de l'effet des perturbations sont:

- La pression de tête de colonne ( $P$ ).
- Le niveau du ballon de reflux ( $M_D$ ).
- Le niveau du ballon de résidu ( $M_B$ ).
- La concentration de distillat ( $y_D$ ).
- La concentration de résidu ( $x_B$ ).

Les entrées peuvent varier comme on peut le voir dans le tableau II.1. Le contrôle de tels degrés la liberté n'est pas très commun. Il n'y a pas de publications dédiées à ce problème [SKO92].

**Tableau II.1. Les modèles de colonne de distillation de 5x5 [JÖA09]**

Mahoney et Fruehauf [MAH97]*	Skogestad [SKO97]**	Lundstrom et Skogestad [LUN95]
Débit d'alimentation	Débit de reflux	Débit de reflux
Débit de reflux	Débit de vapeur	Débit de distillat
Débit de distillat	Débit de distillat	Débit de résidu
Débit de chaleur d'entrée	Débit de résidu	Puissance thermique dans le rebouilleur
Débit de résidu	Vapeur en tête	Puissance thermique dans le condenseur

\* Les calculs de l'état d'équilibre ne prennent pas en compte les variables de niveau de condensat, le niveau de résidu et de pression ( $P$ ) d'unité bar. Le système n'aura que deux degrés de liberté. A des fins de contrôle réelles nous avons cinq.

\*\* Débit d'alimentation n'est généralement pas considéré comme degré de liberté de contrôle, parce qu'il est considéré comme une variable continue dans un état d'équilibre :  $F = D + B$ .

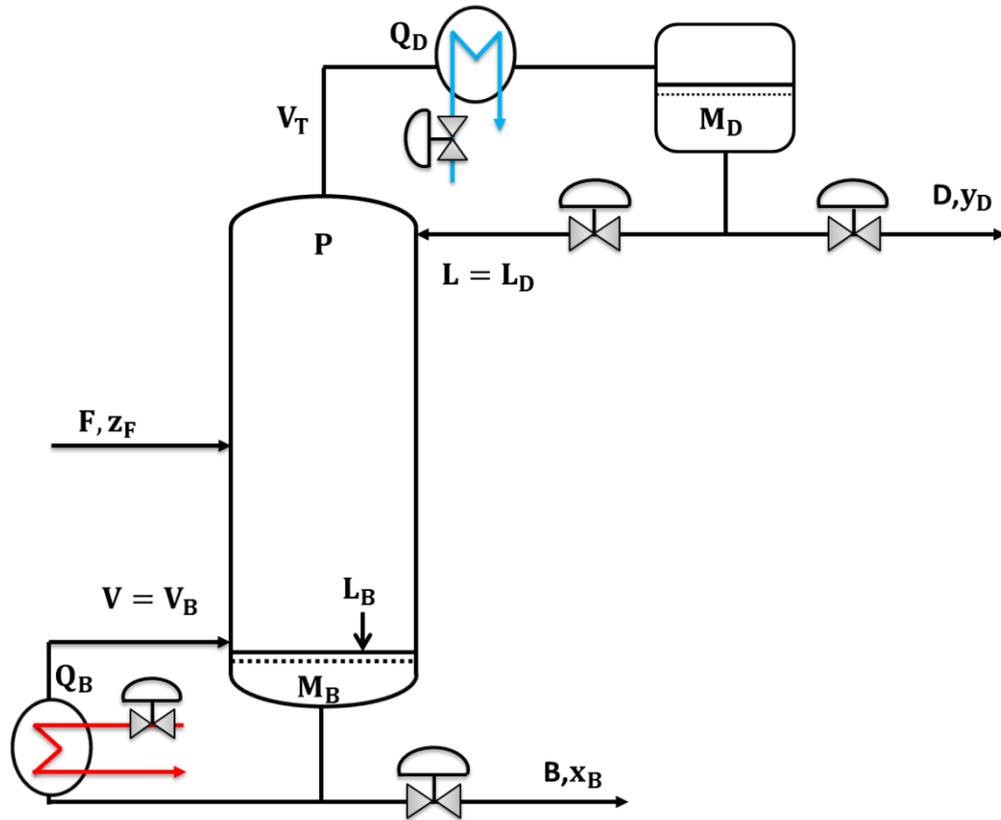


Figure II.1: Schéma d'une colonne de distillation binaire

Sur la figure II.1 d'une colonne de distillation binaire, nous avons cinq (5) variables d'entrée manipulées pour accomplir un certain niveau, et de commander les compositions en production  $y_D$  et  $x_B$ . Il y a 120 possibilités de configurations de contrôle SISO. D'un point de vue théorique, il est clair que le contrôleur 'optimal' devrait employer toute l'information disponible, de manipuler chacune des cinq (5) entrées pour garder chacune des 5 sorties près de leurs ensembles points désirés.

Le système réel de la colonne de distillation est tout d'abord stabilisé par la fermeture de trois (3) boucles SISO décentralisés: pour les niveaux, la pression et un dispositif de commande pour les contrôles de compositions.

Les phénomènes hydrodynamiques stables et rapides par rapport aux autres dynamiques en jeu (les trois (3) boucles rapides sur la pression et les niveaux de tête et de fond), veut dire que les volumes des phases liquide et vapeur sont supposés constants ainsi que la pression.

Avec la configuration  $L$ - $V$ , nous avons le système de contrôle MIMO  $2 \times 2$  où les variables de processus sont:

- D'entrées (manipulées) de vecteur:  $\mathbf{U} = [L \quad V]^T = [U_1 \quad U_2]^T$
- Sorties contrôlées de vecteur:  $\mathbf{Y} = [y_D \quad x_B]^T = [Y_1 \quad Y_2]^T$
- Perturbations de vecteur:  $\mathbf{d} = [F \quad z_F \quad q_F]^T$

Ces informations pourraient être comme la mesure des sorties et les perturbations, modèle d'usine, l'incertitude prévue de modèle, les perturbations prévues, le futur changement connu de référence et à des contraintes données.

Le contrôle de la colonne de distillation est difficile parce que le processus de distillation est fortement non linéaire et les modèles associés linéarisés sont souvent mal conditionnés par rapport au gain directionnel.

Comme indiqué précédemment dans un processus de distillation binaire nous allons séparer deux produits:

- Un produit en tête de colonne avec la pureté  $y_D$ .
- Un produit en bas de colonne avec la pureté  $x_B$ .

Ceux-ci sont les deux variables de productions que nous allons commander dans notre travail.

### II.2.3. Les différents modèles dynamiques de la colonne de distillation

Le comportement des colonnes de distillation a été largement étudié au cours des dernières années et reste un domaine de recherche actif. Les chercheurs industriels Rosenbrock [ROS62] et Rademaker [RAD75] peuvent être considérés comme les pionniers de la modélisation et la simulation dynamique, et Skogestad [SKO92], Kister [KIS90] sur la compréhension du comportement de la colonne.

Une grande variété de modèle de colonne de distillation a été proposé: l'état d'équilibre ou d'un modèle dynamique, simplifié ou rigoureux. Lorsque le terme 'rigoureux' est généralement appelé le modèle d'étage qui comprend les bilans de masse d'énergie, sur chaque étage, de la dynamique d'écoulement de liquide (changement de rétention du liquide) et de la dynamique de pression sur chaque étape [PUL08].

Dans la littérature trois différents modèles 'ordre complet', qui intègrent les équations différentielles de l'équilibre sur l'enthalpie (E), la masse (M), et les espèces chimiques (C) sur chaque plaque, sont couramment utilisées.

Ceux-ci sont parfois désignés: EMC, MC, et C (se trouve dans les travaux de [LEV69] [SKO92][PUL08]) :

- Le modèle EMC: est un modèle rigoureux avec le bilan énergétique inclus, les hypothèses négligeant de la rétention de vapeur ou une pression constante est utilisée.
- Le modèle MC: désigne un modèle négligeant la rétention de vapeur, une pression constante et débits molaires constants tels que le bilan énergétique n'est pas nécessaire.
- Le modèle C: correspond à un modèle où la rétention de liquide est supposé constante de telle sorte que le bilan matière globale n'est pas nécessaire [SKO92].

D'après l'article de Skogestad [SKO92], lorsque nous négligeons la rétention de vapeur et nous assumons les débits molaires constants, le bilan énergétique se réduit à  $V_i = V_{i-1}$  et on obtient le modèle MC, qu'il s'agit d'un excellent modèle dans de nombreux cas, comme la colonne méthanol-eau de W.B.

### II.3. Modélisation dynamique non linéaire d'une colonne de distillation

#### II.3.1. Les hypothèses

Le modèle mathématique de la colonne de distillation est généralement établi avec les hypothèses suivantes: [GU05]

- Pression constante
- Le mélange binaire introduit dans le plateau d'alimentation  $nf$  (liquide saturé  $q_F = 1$ ).
- Les phases liquide et vapeur sont parfaitement mélangées et à équilibre thermodynamique.
- Le coefficient de volatilité relative  $\alpha$  est constant.
- La colonne est formée de  $(NT=n+1)$  plateaux théoriques (l'efficacité est proche de 100%).
- Les rétentions vapeur (à pression faible) sont nulles.
- Le condenseur est total.
- Les rétentions molaires dans le rebouilleur et le condenseur sont constantes:  $M_D = M_B = C^{te}$
- Les débits molaires sont constants  $L_i = L_{i+1}; V_i = V_{i-1}$ .

#### II.3.2. Les équations de base pour la modélisation [GU05]

L'indice  $i$  indique les plateaux numérotés de la base où le rebouilleur est le plateau ( $i = 1$ ) vers le haut ( $i = n$ ) de la colonne avec un condenseur total ( $NT = n + 1$ ), comme montre dans la figure II.2. Où  $D$  et  $B$  est le débit du produit de distillat (en haut) et le produit de résidu (en bas).

Pour modéliser la colonne de distillation, il suffit d'utiliser les hypothèses ci-dessus en écrivant les équations de celui de:

- Bilan matière total.
- Bilan matière du composant le plus léger (volatil).

Un aperçu général sera présenté afin de bien comprendre l'écriture des équations des bilans pour chaque étage.

##### a). Le bilan matière total

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire qui se} \\ \text{trouve dans le système} \\ \text{à l'instant } 0 \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire} \\ \text{entrante dans} \\ \text{le système} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire qui se} \\ \text{trouve dans le système} \\ \text{à l'instant } T \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire} \\ \text{sortrante du} \\ \text{système} \end{array} \right\}$$

Par conséquent:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire qui se} \\ \text{trouve dans le système} \\ \text{à l'instant } T \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire} \\ \text{entrante dans} \\ \text{le système} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire} \\ \text{sortrante du} \\ \text{système} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire qui se} \\ \text{trouve dans le système} \\ \text{à l'instant } 0 \end{array} \right\}$$

Faire un réarrangement de l'équation ci-dessus est:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire qui se} \\ \text{trouve dans le système} \\ \text{à l'instant } T \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire qui se} \\ \text{trouve dans le système} \\ \text{à l'instant } 0 \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire} \\ \text{entrante dans} \\ \text{le système} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire} \\ \text{sortrante du} \\ \text{système} \end{array} \right\}$$

L'utilisation du terme dérivé:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Changement de débit molaire} \\ \text{sur un intervalle} \\ \text{de temps } t \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire qui entre} \\ \text{dans le système à un} \\ \text{intervalle de temps } t \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{débit molaire sortante} \\ \text{du système dans un} \\ \text{intervalle de temps } t \end{array} \right\}$$

Les équations du bilan matière total sont écrites comme suit:

$$\frac{dM(t)}{dt} = n_{Entrant}(t) - n_{Sortant}(t) \tag{II.1}$$

La forme générale de l'équation du bilan matière global va être utilisée pour écrire les équations représentant le système dont ce qui suit.

**b). Le bilan matière du composant le plus léger (volatil)**

Le composant d'un mélange binaire de masse totale  $M$  du mélange est égale à la somme de la masse de chaque composant du produit A et B :

$$M = n_A + n_B \tag{II.2}$$

Les fractions molaires en liquide des composants d'un mélange binaire  $x_A, x_B$  sont les points de pourcentage contenant les nombres de moles cet élément obtenu en divisant sur le nombre total des moles ( $M$ ) de ces deux composants A et B.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_A = \frac{n_A}{n_A+n_B} = \frac{n_A}{M} \\ x_B = \frac{n_B}{n_A+n_B} = \frac{n_B}{M} \end{array} \right. \tag{II.3}$$

Dans un mélange binaire (A et B), on définit dans chaque phase (liquide ou vapeur) les fractions molaires ou les compositions en A et B.

Donc ils existent simultanément dans la phase liquide et vapeur A et B.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_A + x_B = 1 \\ y_A + y_B = 1 \end{array} \right. \tag{II.4}$$

**Remarque:** A est pris comme étant le composé le plus volatil pour simplifier les équations de chaque étage dans la colonne de distillation, on note dans toute la suite  $x_i$  pour les fractions molaires en phase liquide et  $y_i$  pour les fractions molaires en phase vapeur sont du produit léger qui est le méthanol (voir annexe: model de la colonne de distillation W.B, tableau E).

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{nombre de moles} \\ \text{du composant A} \\ \text{à l'instant 0} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{nombre de moles} \\ \text{du composant A} \\ \text{entrant dans le système} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{nombre de moles} \\ \text{du composant A} \\ \text{qui va dans le temps } t \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{nombre de moles} \\ \text{du composant A} \\ \text{sortante du système} \end{array} \right\}$$

Les équations sont écrites en fonction du produit léger comme suit:

$$\frac{dn_A(t)}{dt} = \frac{d(M(t)x_A)}{dt} = (n_A(t))_{Entrant} - (n_A(t))_{Sortant} \quad (II.5)$$

On remplaçant:  $x_A = x_i$ ,  $n_A = M_i$  pour généraliser l'équation II.5 pour N plateaux.

$$\frac{dM_i(t)}{dt} = \frac{d(M_i(t)x_i)}{dt} = (m_i(t))_{Entrant} - (m_i(t))_{Sortant} \quad (II.6)$$

Pour chaque plateau nous avons une équation qui met en équilibre la vapeur sortante du plateau avec le liquide sortant du plateau :

$$y_i = \frac{\alpha x_i}{(1+(\alpha-1)x_i)} \quad , i = 1, \dots, n \quad (II.7)$$

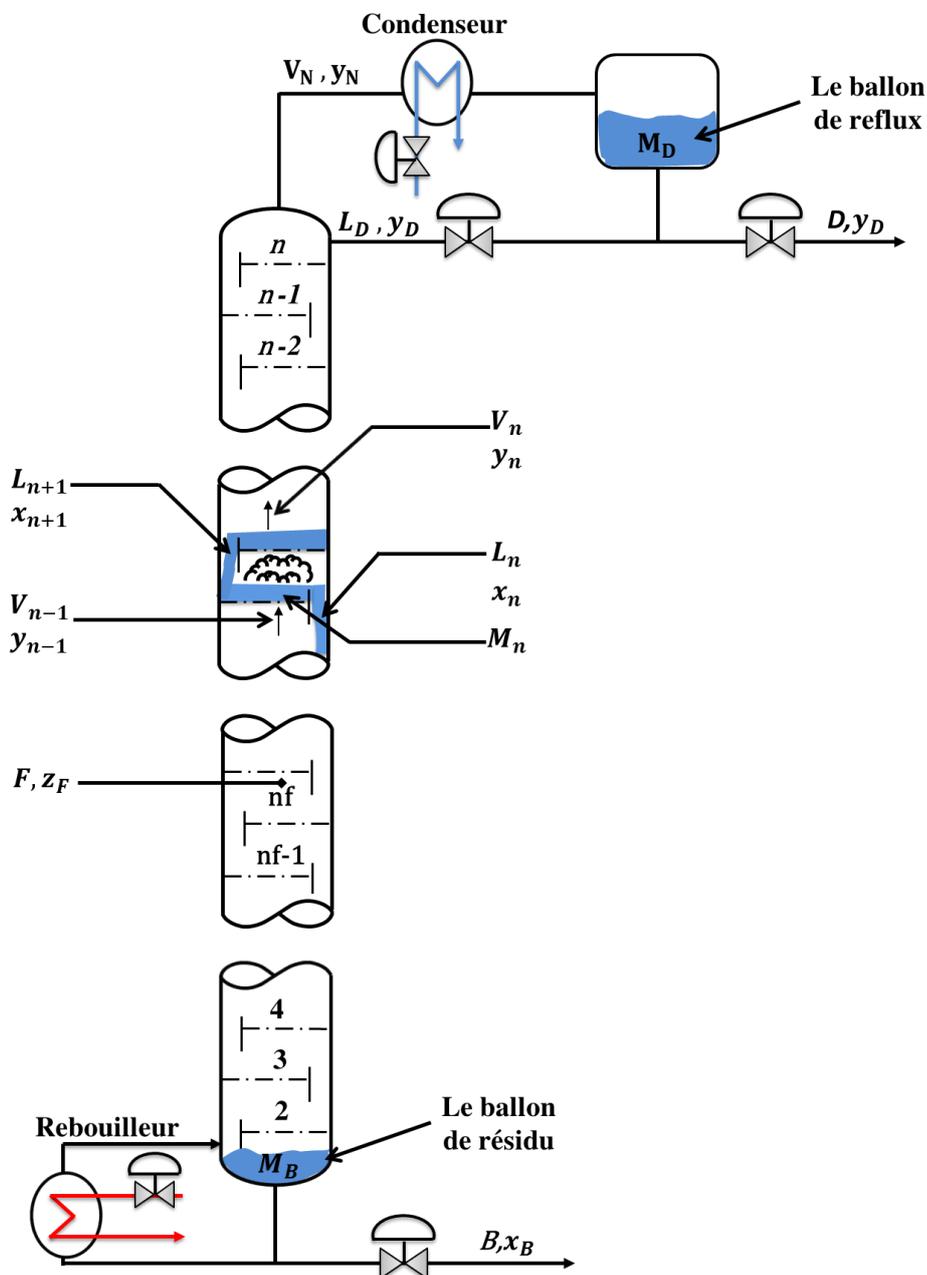


Figure II.2 : Description du schéma de la colonne de distillation

➤ **Au niveau du premier plateau rebouilleur : Avec  $i=1$ , ( $M_1 = M_B, V_1 = V_B, x_1 = x_B$ )**

$$\begin{cases} d \frac{M_B}{dt} = L_2 - V_1 - B \\ d \frac{(M_B x_B)}{dt} = L_2 x_2 - V_B y_1 - B x_B \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

$M_B = C^{\text{te}}$  d'après l'hypothèse précédente : donc  $L_2 = V_1 + B$

➤ **Au niveau du deuxième plateau: avec  $i=2$**

$$\begin{cases} d \frac{M_2}{dt} = L_3 - L_2 + V_2 - V_1 \\ d \frac{(M_2 x_2)}{dt} = L_3 x_3 - L_2 x_2 + V_1 y_1 - V_2 y_2 \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

➤ **Au niveau de la section d'épuisement: avec  $2 \leq i \leq nf - 1$**

$$\begin{cases} d \frac{M_i}{dt} = L_{i+1} - L_i + V_{i-1} - V_i \\ d \frac{(M_i x_i)}{dt} = L_{i+1} x_{i+1} - L_i x_i + V_{i-1} y_{i-1} - V_i y_i \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

➤ **Au niveau du plateau d'alimentation : avec  $i=nf$**

$$\begin{cases} d \frac{M_{nf}}{dt} = L_{nf+1} - L_{nf} + V_{nf-1} - V_{nf} + F \\ d \frac{(M_{nf} x_{nf})}{dt} = L_{nf+1} x_{nf+1} - L_{nf} x_{nf} + V_{nf-1} y_{nf-1} - V_{nf} y_{nf} + F z_F \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

➤ **Au niveau de la section de rectification : avec  $nf + 1 \leq i < n$**

$$\begin{cases} d \frac{M_i}{dt} = L_{i+1} - L_i + V_{i-1} - V_i \\ d \frac{(M_i x_i)}{dt} = L_{i+1} x_{i+1} - L_i x_i + V_{i-1} y_{i-1} - V_i y_i \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

➤ **Au niveau du plateau avant dernier: avec  $i=n$**

$$\begin{cases} d \frac{M_n}{dt} = L_{n+1} - L_n + V_{n-1} - V_n \\ d \frac{(M_n x_n)}{dt} = L_{n+1} x_{n+1} - L_n x_n + V_{n-1} y_{n-1} - V_n y_n \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

➤ **Au niveau du condenseur: avec  $i=NT=n+1$ , ( $M_{n+1} = M_D, L_{n+1} = L_D, x_{n+1} = y_D$ )**

$$\begin{cases} d \frac{M_{n+1}}{dt} = V_n - L_{n+1} - D \\ d \frac{M_D x_D}{dt} = V_n y_n - y_D (L_D + D) \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

$M_D = C^{\text{te}}$ , d'après l'hypothèse précédente :  $V_n = L_D + D$

La dérivée de la fraction molaire liquide dans chaque plateau est présent par :

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\left(\frac{dM_i x_i}{dt} - x_i \frac{dM_i}{dt}\right)}{M_i} \quad (\text{II.15})$$

Les variables de la colonne de distillation, telles que la pression et les niveaux dans les ballons en tête et de bas de colonne a une dynamique rapide par rapport aux dynamiques des concentrations  $y_D$  et  $x_B$ . Pour cette raison, leurs effets interactifs sont considérés négligeables.

La colonne de distillation permet de séparer un mélange à deux composants lourd et léger, ces deux produits :

- Un produit léger qui s'appelle, le “**distillat: D**” par la fraction molaire  $y_D$ .
- Un produit lourd qui s'appelle, le “**résidu: B**” par la fraction molaire  $x_B$ .

La concentration du distillat est commandée par la manipulation du débit de reflux, tandis que la qualité du produit de fond est contrôlée par le réglage sur le débit de vapeur [MEK11].

#### II.4. Modèle linéarisé de la colonne de distillation

Le système réel de la colonne de distillation binaire continue présentée par Wood et Berry (1973) est de nature non linéaire.

La linéarisation du système non linéaire de la colonne de distillation a été effectuée à des points d'équilibre qui sont les points de fonctionnement du système autour desquels la linéarisation n'est valide que dans la région désignée dans le tableau II.2.

Le modèle obtenu par linéarisation est de deux entrées et de deux sorties avec des interactions fortes, des retards importants et des perturbations.

La matrice de transfert du processus de distillation linéarisée est donnée comme suite : [WOO73]

$$\begin{bmatrix} y_D(s) \\ x_B(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12.8 e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9 e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6 e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4 e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L(s) \\ V(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3.8 e^{-8s}}{14.9s+1} & \frac{0.22 e^{-8s}}{22.8s+1} \\ \frac{4.9 e^{-3s}}{13.2s+1} & \frac{-0.14 e^{-9s}}{14.9s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F(s) \\ z_F(s) \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

Les constantes de temps du système sont en minutes.

La seule perturbation prise en considération dans notre thèse et qui peut perturber respectivement les deux sorties du système  $x_B$  et  $y_D$  est le débit d'alimentation  $F$ . Par contre, la composition d'alimentation  $z_F$  reste constante.

La signification des variables est donnée dans le tableau II.2, ainsi que les conditions nominales de fonctionnement de ce processus.

**Tableau II.2.** Description des entrées-sorties et les valeurs état d'équilibre associées.

Variables	Descriptions	Valeurs d'états d'équilibres
$y_D$	La composition de MeOH en tête de la colonne	96.25 mol% MeOH
$x_B$	La composition de MeOH en fond de la colonne	0.50 mol% MeOH
$L$	Débit de reflux	1.95 lb/min
$V$	Débit de vapeur (vapeur du rebouilleur)	1.71 lb/min
$F$	Débit de l'alimentation	2.45 lb/min
$z_F$	La fraction molaire de la composition d'alimentation	46.5 mol% MeOH
$D$	Débit de distillat en tête de colonne	1.18 lb/min
$B$	Débit de résidu en bas de colonne	1.27 lb/min
$N$	Nombre de plateaux de la colonne W.B	8 plateaux

On a converti le gradient de température en °C à l'intérieur de la colonne W.B de celui de [WOO73] afin de bien comprendre le fonctionnement en régime permanent.

**Tableau II.3.** Les différents niveaux de températures à l'intérieur de la colonne de distillation.

	Température [°C]
Reflux	66.5
Alimentation	75.556
Vapeur	111.67
Condensateur	108.61
Rebouilleur	98.667
Plateau 1	95.333
Plateau 2	90.222
Plateau 3	82.889
Plateau 4	78.278
Plateau 5	73.389
Plateau 6	69.333
Plateau 7	66.722
Plateau 8	64.722
Condenseur	62.167

Les Incertitudes associées au nominal seront suggérées par des perturbations dans les gains ( $K_p$ ) et les retards ( $\theta_p$ ) comme il est indiqué dans [ARV09], tels que:

$$[G_p]_{ij}(s) = \frac{[K_p]_{ij} e^{-[\theta_p]_{ij} s}}{[\tau]_{ij} s + 1} \quad (\text{II.17})$$

$G_p$  : La fonction de transfert du système perturbé.

$K_p$  : Le gain statique de sous-système  $G_p$ .

$\tau$  : La constante de temps en minutes.

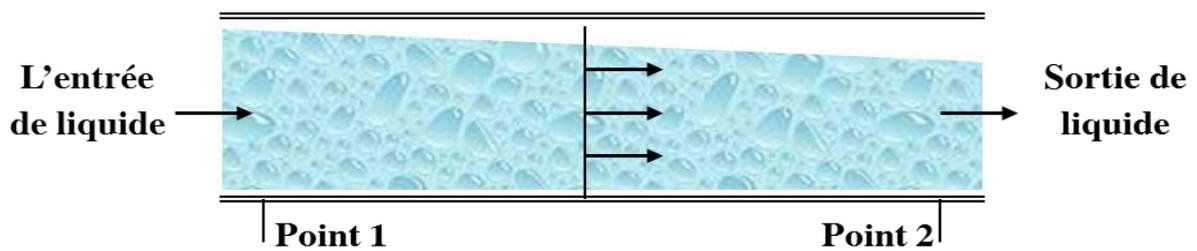
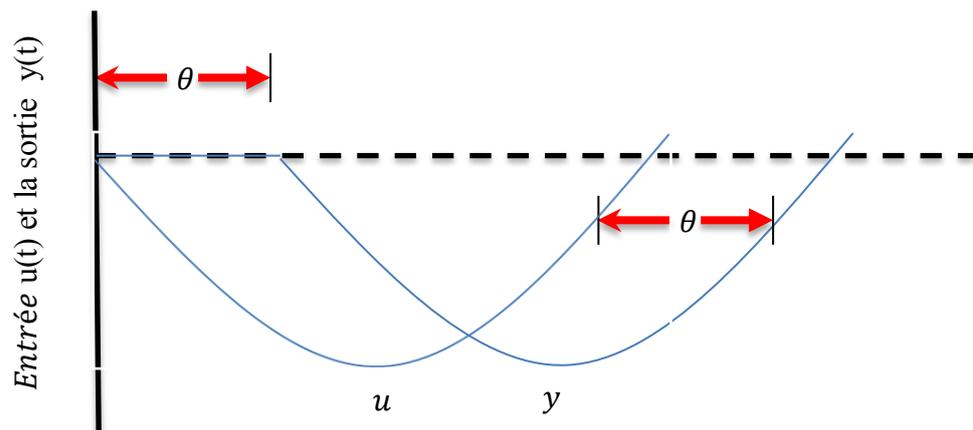
$\theta_p$  : La constante de retard de sous-système  $G_p$ .

**Tableau II.4.** Les valeurs de perturbations des gains et retards de la colonne de distillation.

Paramètre incertain	$i, j$	Maximum	Nominal	Minimum
$[K_p]_{ij}$	1,1	15,36	12,8	10,24
	1,2	-15,12	-18,9	-22,68
	2,1	7,92	6,6	5,28
	2,2	-15,52	-19,4	-23,28
$[\tau_p]_{ij}$	1,1	2	1	1
	1,2	4	3	2
	2,1	10	7	4
	2,2	4	3	2

### II.5. Approximation de Padé d'une fonction exponentielle [SAL10][KRI08]

Le système de colonne de distillation W.B présente des réponses différées à ses entrées en raison des retards de transport tels que les débits de liquide à travers les tuyaux (voir la figure II.3), les plateaux de la colonne, la concentration et la température. Ce qui est mauvais pour le contrôle parce qu'ils impliquent des retards d'informations (voir la figure II.4).

**Figure II.3:** Représentation du retard d'un liquide dans les conduites de prélèvement**Figure II.4:** Représentation du retard entre la sortie et la commande appliquée

La fonction de transfert de temps mort est tout à fait différente des autres fonctions de transfert. Elle est irrationnelle (il n'y a pas de  $s$ -polynôme au numérateur et au dénominateur). Il est nécessaire de remplacer les  $e^{-\theta s}$  avec une approximation sous forme d'une fonction de transfert rationnelle.

Pour des fins d'analyse, plusieurs approximations de temps mort sont considérées, si cet élément est présent dans un système.

### II.5.1. Approximation de la phase non-minimale [SAL10][KRI10]

On a l'équation suivante:

$$\begin{cases} y(t) = u(t - \theta) \\ \vdots \\ Y(s) = e^{-\theta s} U(s) \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

En considérant  $x(t - T)$  et l'expansion en série de Taylor. En négligeant les termes d'ordre supérieur:

$$\begin{cases} y(t) = u(t) - \theta \dot{u}(t) \\ \vdots \\ Y(s) = U(s) - \theta s U(s) \\ \vdots \\ Y(s) = U(s)(1 - \theta s) \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Et nous avons:

$$e^{-\theta s} \approx 1 - \theta s \quad (\text{II.20})$$

De ce fait, le temps mort en tant que fonction de phase non-minimale représente un zéro dans RHS de plan-S.

### II.5.2. Approximation de Padé [SAL10][KRI10]

L'élément de temps mort est:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = e^{-\theta s} \quad (\text{II.21})$$

Développé en utilisant les séries de Taylor:

$$e^{-\theta s} = \frac{1}{(1+\theta s) + \left(\frac{\theta^2 s^2}{2!}\right) + \left(\frac{\theta^3 s^3}{3!}\right)} \quad (\text{II.22})$$

En ne conservant que les deux premiers termes:

$$e^{-\theta s} = \frac{1}{(1+\theta s)} \quad (\text{II.23})$$

Equation ci-dessus est une approximation grossière des temps morts. Une amélioration dans l'équation ci-dessus est connue sous le nom d'approximation de Padé.

$$e^{-\theta s} = \frac{e^{-\theta s/2}}{e^{\theta s/2}} = \frac{1 - \theta s/2}{1 + \theta s/2} = \frac{2 - \theta s}{2 + \theta s} \quad (\text{II.24})$$

L'équation ci-dessus est connue sous le nom: 'l'approximation de Padé du premier ordre'.

L'approximation de Padé du deuxième ordre peut être écrite comme suit:

$$e^{-\theta s} = \frac{e^{-\theta s/2}}{e^{\theta s/2}} = \frac{1 - \theta s/2 + (\theta^2 s^2/12)}{1 + \theta s/2 + (\theta^2 s^2/12)} \quad (\text{II.25})$$

## II.6. Description du problème

En se référant à la publication sur la colonne de distillation de W.B [WOO73], on note que les colonnes industrielles sont soumises à un contrôle SISO où une seule composition est régulée automatiquement, et que cette forme de contrôle est une source de gaspillage à la fois du produit et de l'énergie.

Les tentatives pour contrôler à la fois les compositions en tête et en bas de colonne avec le reflux et le débit de vapeur sont compliquées par le couplage inhérent au processus de haute pureté.

Ces interactions fortes rendent le système très sensible aux inexactitudes dans les variables manipulées.

Cela exige une méthode rigoureuse pour faire face aux incertitudes de processus.

## II.7. Les spécifications de performance

Le contrôleur robuste est conçu pour satisfaire les conditions suivantes, tenant en considération la présence de la perturbation et des incertitudes [ARV09].

- Les états finals d'équilibre des valeurs de toutes les variables doivent être à leur valeur souhaitée (erreur statique nulle).
- Pour la composition en tête, où un changement est demandé, la composition doit être inférieure à 10% de la valeur finale désirée en moins de 30 minutes.
- La stabilité robuste est limitée par les incertitudes du modèle défini dans le tableau II.4.
- Les perturbations dans le débit d'alimentation doivent être rejetées autant que possible.
- Tous les signaux de commandes doivent être raisonnables et lisses.
- Le découplage des compositions en tête et au fond de la colonne.

## II.8. Simulations en boucles ouvertes

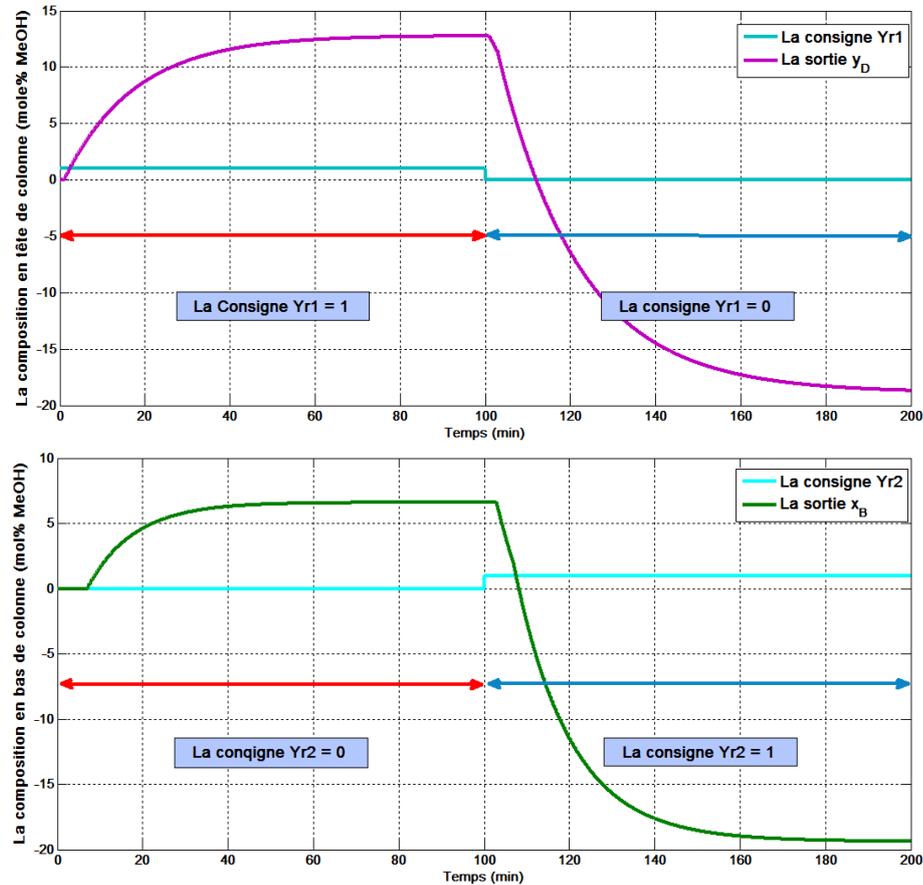
Une analyse du comportement de modèle en boucle ouverte, est nécessaire avant d'envisager une commande en boucle fermée, à savoir la stabilité, la précision et l'interaction entre les deux sorties du système à un échelon de consigne. La simulation a été effectuée par différents points de consigne.

Les figures de simulations en boucles ouvertes, pour  $t = [0, 100]$  min, la consigne  $Yr1 = 1$  dans la boucle 1, et la consigne  $Yr2 = 0$  dans la boucle 2. Dans la figure II.5 (a), la première sortie  $y_D$  du système est stable, par contre la deuxième sortie  $x_B$  ne suit pas de consigne, elle présente un dépassement important et une interaction de la première boucle sur la deuxième qui ne peut pas être négligée dans la figure II.5 (b).

Pour  $t = [100, 200]$  min, on a inversé les consignes, la consigne  $Yr1 = 0$  dans la boucle 1, et la consigne  $Yr2 = 1$  dans la boucle 2. Dans la figure II.5 (b), la deuxième sortie du système  $x_B$  de la colonne de distillation est stable, mais la première sortie  $y_D$  ne suit pas de consigne, elle présente un dépassement et une interaction de la deuxième boucle sur la première à sens négatif dans la figure II.5 (a).

Ce qui est justifié par les quatre (04) pôles du système (-0.0917, -0.0694, -0.0599, -0.0476), appartiennent à la partie réelle négative (Demi plan gauche), 'le système est stable'.

D'où la nécessité de faire une analyse des interactions et introduire un régulateur en boucle fermée afin de contrôler les deux compositions en tête et en fond de la colonne de distillation.



**Figure II.5 :** Simulations en boucles ouvertes de la colonne W.B:

- Figure du haut (a): La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

## II.9. Conclusion

Pour conclure ce chapitre, une étude détaillée sur les modèles de distillation et les configurations de contrôle a été faite. Ensuite, on a exposé les équations non linéaires d'une colonne de distillation afin de comprendre la circulation du bilan matière à l'intérieur d'une colonne de distillation binaire continue.

La colonne réelle de Wood et Berry illustre le fonctionnement exact et précis d'une colonne en marche avec des incertitudes dynamiques sur le modèle nominal.

Puisqu'on s'intéresse au contrôle des compositions du distillat  $y_D$  et du résidu  $x_B$ , une simulation en boucle ouverte nous montre que le modèle de distillation a besoin d'un régulateur robuste et un découpleur afin de ramener les sorties mesurées à leurs consignes désirées.

# Chapitre III

## Découplage de Modèle MIMO et Applications des Régulateurs Décentralisés

### **III.1. Introduction**

### **III.2. Le concept de l'interaction dans la colonne de distillation**

### **III.3. Détermination d'interaction dans la colonne de distillation**

### **III.4. Analyse des interactions par La méthode de RGA**

### **III.5 Découplage des systèmes multivariables**

#### **III.5.1. La Méthode de découplage inversée**

#### **III.5.2. La configuration de découplage inversé**

#### **III.5.3. La synthèse de découpleur inversé**

#### **III.5.4. Les avantages de découpleur inversé**

### **III.6 Le calcul de RGA du système de distillation**

### **III.7 Application de découpleur inversé sur la colonne de distillation**

### **III.8. Applications des régulateurs PI décentralisés par les méthodes: BLT, IMC-PI, Astrom et Fruehauf**

### **III.9. Comparaison de régulateur IMC-PI avec/sans découplage inversé**

### **III.10. Comparaison des différents régulateurs PI décentralisés**

#### **III.10.1 Test pour un changement de consignes**

#### **III.10.2 Test pour le rejet de perturbation**

### **III.11. Conclusion**

### III.1. Introduction

Les interactions entre les deux entrées et les deux sorties, dans la colonne de distillation; influent sur la concentration de distillat et le coût de fonctionnement.

Dans la synthèse des régulateurs des deux boucles, l'analyse des interactions est une étape très importante, pour choisir la bonne configuration de la commande de telle sorte que les interactions entre les boucles soient très faibles, ce qui permet l'utilisation de la commande décentralisée.

Dans ce chapitre, la conception des régulateurs PI décentralisée est proposée afin de réduire ou éliminer les interactions ou le couplage qui caractérise le processus de la colonne de distillation. Elle consiste à combiner le régulateur PI classique avec la stratégie de découplage inversé.

Chaque boucle de commande est conçue de façon indépendante et plusieurs régulateurs ont été appliqués et comparés en termes de performance et rejet de perturbations.

La commande décentralisée présente certains avantages par rapport à la commande centralisée, à titre indicatif: la simplicité de la mise en œuvre permet de réduire considérablement l'effort de calcul (régulateur d'ordre réduit) et le maintien de la stabilité dans le cas où l'une des boucles soit détériorée (défaillance d'un capteur ou d'un actionneur), une structure parallèle pour éviter la multiplication de la perturbation agissant sur une sortie, la possibilité d'appliquer des techniques de contrôle utilisées en monovariante et les performances qu'on peut accomplir lors de chaque boucle indépendamment.

Pour démontrer l'efficacité de la méthode proposée; le régulateur PI avec et sans découplage sont mis en œuvre sur la colonne de distillation.

### III.2. Le concept de l'interaction dans la colonne de distillation [DES89]

L'interaction dans un système multivariable à deux entrées et deux sorties (2x2) en boucle fermée, c'est l'influence des transmittances telles que les consignes  $Yr_1$ ,  $Yr_2$  ou les perturbations  $d_1$ ,  $d_2$  affectent les sorties  $y_D$ ,  $x_B$  ou alternativement.

### III.3. Détermination d'interaction dans la colonne de distillation [MAI01]

Pour l'éclaircissement de l'interaction dans le processus de distillation en boucle fermée, voir la figure III.1 :

La boucle I : a pour but de contrôler la concentration en tête de colonne, tandis que la boucle II : contrôle la concentration en bas de colonne de distillation.

Lors d'un changement dans le débit de l'alimentation  $F$ , la perturbation  $d_2$  affecte la sortie  $x_B$  qui représente la concentration de résidu, cette dernière s'écarte de sa valeur de consigne  $Yr_2$ , le régulateur  $G_{r,2}(s)$  de la deuxième boucle II génère donc une commande nommée  $U_2$  représente d'une manière générale le débit de vapeur  $V$ , qui a annulé cet écart (ligne continue). Néanmoins, la commande  $U_2$  générée affecte en plus la sortie  $y_D$  qui représente la concentration de distillat à travers la transmittance  $G_{12}(s)$  (ligne discontinue), sans oublier l'effet de la perturbation  $d_1$ , donc la sortie  $y_D$  s'écarte aussi de sa valeur de

consigne  $Yr1$ . Ceci oblige le régulateur  $G_{r,1}(s)$  de générer une commande nommée  $U1$  représentée d'une manière générale le débit de reflux  $L$ , pour maintenir la sortie  $y_D$  à la concentration désirée  $Yr1$ .

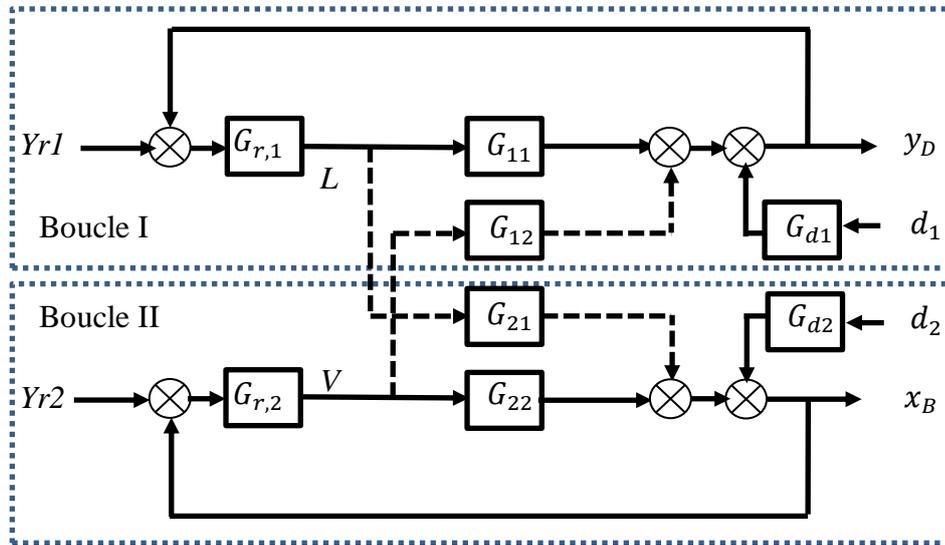


Figure III.1 : Commande décentralisée

L'action correctrice du régulateur  $G_{r,1}(s)$  de la première boucle I (la commande  $U1$ ) affecte aussi la sortie  $x_B$  à travers la transmittance  $G_{21}(s)$ .

Alors le maintien des concentrations  $y_D$  et  $x_B$  à leurs concentrations désirées, en dépit de la perturbation  $d_2$  qui doit être annulé par le régulateur  $G_{r,2}(s)$ , est une tâche ardue.

Dans ce paragraphe, on a montré comment une commande (par l'intermédiaire du condenseur et rebouilleur) affecte plusieurs sorties et comment une perturbation affectant une sortie qui se propage dans le système de colonne de distillation et perturbe d'autres sorties. Cela est dû essentiellement à l'existence des interactions entre les deux boucles (I) et (II) de la configuration de commande.

#### III.4. Analyse des interactions par la méthode de RGA (Relative Gain Array) [BRI96] [WIL99][JEN86][MAR95][MCA83]

Depuis sa proposition par Bristol en 1966, la technique des gains relatifs (RGA), est non seulement devenue un outil précieux pour la sélection de paires de variables contrôlées et manipulation. Cette technique a également été utilisée pour prédire le comportement des réponses contrôlées [SHI81][THA99]. Elle a été basée sur la matrice des gains statiques du système en boucle ouverte et elle est relativement simple à expliquer et interpréter.

Lorsque le gain relatif est calculé pour toutes les combinaisons E/S d'un système multivariable, les résultats sont placés dans une matrice comme suit:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \dots & \lambda_{1n} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \dots & \lambda_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_{n1} & \lambda_{n2} & \dots & \lambda_{nn} \end{bmatrix} \quad (III.1)$$

On peut écrire chaque élément de la matrice de gain relatif de  $i$ th variable contrôlée à  $j$ th variable manipulée est déterminée par l'expression suivante :

$$\lambda_{ij} = \frac{\left(\frac{\partial Y_i}{\partial U_j}\right)_{U_k=0, k \neq j}}{\left(\frac{\partial Y_i}{\partial U_j}\right)_{Y_k=0, k \neq i}} \quad (\text{III.2})$$

Avec :

$\left(\frac{\partial Y_i}{\partial U_j}\right)_{U_k=0}$  : représente le gain statique en boucle ouverte entre  $U_j$  et  $Y_i$ .

$\left(\frac{\partial Y_i}{\partial U_j}\right)_{Y_k=0}$  : représente le gain statique entre  $U_j$  et  $Y_i$ , quand les autres sorties sont

parfaitement contrôlées par des correcteurs.

Les termes de  $\lambda_{ij}$  ont les valeurs suivantes en tant que fonctions partielles pour un système (2x2):

$$\begin{cases} \lambda_{11} = \frac{\left(\frac{\partial Y_1}{\partial U_1}\right)_{U_2=0}}{\left(\frac{\partial Y_1}{\partial U_1}\right)_{Y_2=0}} & \lambda_{12} = \frac{\left(\frac{\partial Y_1}{\partial U_2}\right)_{U_1=0}}{\left(\frac{\partial Y_1}{\partial U_2}\right)_{Y_2=0}} \\ \lambda_{21} = \frac{\left(\frac{\partial Y_2}{\partial U_1}\right)_{U_2=0}}{\left(\frac{\partial Y_2}{\partial U_1}\right)_{Y_1=0}} & \lambda_{22} = \frac{\left(\frac{\partial Y_2}{\partial U_2}\right)_{U_1=0}}{\left(\frac{\partial Y_2}{\partial U_2}\right)_{Y_1=0}} \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Si on prend le système à l'état d'équilibre, on a :

$$\begin{cases} Y_1 = K_{11}U_1 + K_{12}U_2 \\ Y_2 = K_{21}U_1 + K_{22}U_2 \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Le gain de la boucle ouverte est:

$$\left(\frac{\partial Y_1}{\partial U_1}\right)_{U_2=0} = K_{11} \quad (\text{III.5})$$

Le gain de la boucle fermée est:

$$Y_2 = 0 \Rightarrow U_2 = -\frac{K_{21}}{K_{22}}U_1 \quad (\text{III.6})$$

En remplaçant l'équation (III.6) dans (III.4) :

$$Y_1 = K_{11} \left(1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}}\right)U_1 \Rightarrow \left(\frac{\partial Y_1}{\partial U_1}\right)_{Y_2=0} = K_{11} \left(1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}}\right) \quad (\text{III.7})$$

L'équation (III.3) est simplifiée de la forme :

$$\lambda_{11} = \frac{K_{11}}{K_{11} \left(1 - \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}}\right)} \quad (\text{III.8})$$

Avec :

$$\xi = \frac{K_{12}K_{21}}{K_{11}K_{22}} \quad (\text{III.9})$$

$$\begin{cases} \lambda_{11} = \frac{1}{1-\xi} = \lambda_{22} \\ \lambda_{12} = \lambda_{21} = \frac{-\xi}{1-\xi} \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Le gain relatif  $\lambda_{ij}$  indique si le gain d'une boucle ouverte  $[U_j - Y_i]$  change lorsque toutes les autres boucles sont fermées [TAS11].

➤ **Interprétation de RGA** [THA99][TAS11]

La sélection des boucles de régulation se fait par l'interprétation des résultats de calcul de RGA.

- Si les éléments de la diagonale de la RGA ( $\lambda_{ij}: i = j$ ) sont proches de 1, alors le niveau d'interaction dans le système est très faible, dans le cas contraire les interactions sont fortes.
- Si les éléments de la RGA sont très grands, cela signifie que le système est très sensible à de faibles variations (erreurs) et donc absolument difficile à contrôler.

Les cas suivants peuvent se présenter: [TAS11]

- 1)  $\lambda_{ij} = 1$  : Il n'y a aucune interaction entre la boucle de régulation du couple  $Y_i, U_j$  et les autres boucles de régulation.  $U_1$  ne peut pas être utilisé pour contrôler  $Y_2$ ,  $U_2$  ne peut être utilisé pour contrôler  $Y_1$ .
- 2)  $\lambda_{ij} = 0$  : L'entrée  $j$  n'a aucun effet sur la sortie  $i$ .
- 3)  $0.5 < \lambda_{ij} < 1$  : Il y a de l'interaction entre les boucles de régulation. Cependant, ce serait la sélection préférable car elle réduirait au minimum les interactions.

Pour un système de deux entrées deux sorties (2x2).

$$\text{Si } \begin{cases} 0.5 < \lambda_{11} < 1, \text{ la sortie } Y_1 \text{ doit être commandée par } U_1 \\ \text{et} \\ 0.5 < \lambda_{12} < 1, \text{ la sortie } Y_1 \text{ doit être commandée par } U_2 \end{cases}$$

- 4)  $\lambda_{ij} = 0.5$  : Il y a un niveau important d'interaction. Les autres boucles de régulation ont le même effet de l'entée  $j$  sur la sortie  $i$ .
- 5)  $\lambda_{ij} > 1$  : L'interaction est forte, donc on doit l'affaiblir. Cependant, se serait la sélection préférable dans la configuration de commande.
- 6)  $\lambda_{ij} < 0$  : il y a de fortes interactions, la réponse de la boucle correspondante peut changer de sens de variation (système à réponse inverse), si les autres boucles sont fermées. En plus la boucle elle-même peut être instable ou le système global devient instable si jamais la boucle considérée s'ouvre, d'où le couple correspondant ne doit pas être choisi dans la configuration de commande.

Des exemples d'interactions sont présentés dans le tableau dans ce qui suit :

**Tableau III.1** : Les exemples de la matrice RGA

<b>Les valeurs de la matrice RGA</b>	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0.8 \\ 0.8 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0.95 \\ 0.95 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
<b>Types d'interactions</b>	Sans interaction	Interaction modérée	Interaction forte	Non contrôlable	Interaction à sens unique

### III.5. Le découplage des systèmes multivariables

Lorsque l'analyse des interactions par la méthode RGA, nous montre un niveau d'interactions indésirable, nous utilisons une autre méthode pour faire face aux interactions de la boucle de régulation est de concevoir un découplage des systèmes de contrôle dont l'objectif est d'éliminer complètement les effets de l'interaction de la boucle. Ce qui nous permet le passage d'une synthèse multivariable à un ensemble de synthèses monovariabiles effectuées séparément [RAS11].

Ceci est réalisé par la spécification des réseaux de compensation connus sous le nom de: découpleur. Le présent diagramme montre le schéma général de découpleur du système de contrôle.

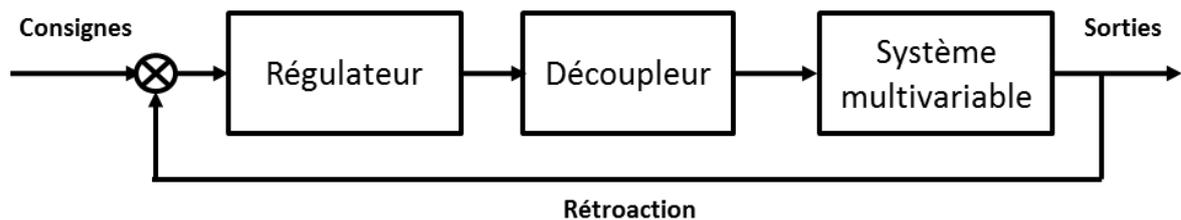


Figure III.2 : Schéma général de découpleur du système de contrôle.

#### III.5.1. La méthode de découplage inversé

La technique de découplage inversé est de décomposer un processus multivariable stable même en présence des temps de retards et des zéros instables en une série de sous-systèmes mono-boucle indépendants. La méthode étudie les systèmes (2x2), car la plupart des systèmes dont la dimension est supérieure à (2x2) en pratique sont traités comme plusieurs sous-systèmes (2x2) [MOR08][CHE07].

#### III.5.2. La configuration de découplage inversé [WUT09][CHE07]

Le procédé multivariable peut être contrôlé à l'aide des contrôleurs de boucles indépendants appelés: contrôleurs décentralisés.

Le réseau de découplage constitue le second bloc de post-compensation et permet plus de flexibilité dans la mise en œuvre et la mise en service du système de commande sans interaction.

En plus du réseau de découplage, il existe deux blocs supplémentaires qui représentent les contrôleurs de la chaîne directe.

La matrice de transfert  $G_c(s)$  du contrôleur est diagonale et donnée comme suit :

$$G_r(s) = \begin{bmatrix} G_{r,1}(s) & 0 \\ 0 & G_{r,2}(s) \end{bmatrix} \quad (\text{III.11})$$

La conception d'une matrice de transfert  $D(s)$  tel que  $D(s)$  en série avec  $G(s)$  produit une matrice de transfert  $T(s)$  diagonale.

$$G(s) \cdot D(s) = T(s) \quad (\text{III.12})$$

Pour un procédé de deux entrées et de deux sorties, on peut écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \\ D(s) = \begin{bmatrix} D_{11}(s) & D_{12}(s) \\ D_{21}(s) & D_{22}(s) \end{bmatrix} \\ T(s) = \begin{bmatrix} T_{11}(s) & 0 \\ 0 & T_{22}(s) \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (\text{III.13})$$

Avec un vecteur  $Y$  des sorties du système, le vecteur de commande de sorties de régulateurs  $U$ , et la sortie du réseau de découplage est notée  $U^*$ , un vecteur de consignes  $Yr$ :

Le système est décrit par les relations :

$$\left\{ \begin{array}{l} Y(s) = G(s) \cdot U^*(s) \\ U^*(s) = D(s) U(s) \\ U(s) = G_r(s)[Yr(s) - Y(s)] \end{array} \right. \quad (\text{III.14})$$

Par conséquent :

$$Y(s) = G(s) D(s) U(s) = G(s) D(s) G_r(s)[Yr(s) - Y(s)] \quad (\text{III.15})$$

$$D(s) = G(s)^{-1} \cdot T(s) = \begin{bmatrix} \frac{G_{22}(s)T_{11}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)-G_{12}(s)G_{21}(s)} & \frac{-G_{12}(s)T_{22}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)-G_{12}(s)G_{21}(s)} \\ \frac{-G_{21}(s)T_{11}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)-G_{12}(s)G_{21}(s)} & \frac{G_{11}(s)T_{22}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)-G_{12}(s)G_{21}(s)} \end{bmatrix} \quad (\text{III.16})$$

$T_{11}(s), T_{22}(s)$ : Le système découplé obtenu, avec  $G(s) \neq 0$

Il faut noter que:  $T_{11}(s) = G_{11}(s), T_{22}(s) = G_{22}(s)$

$$\begin{bmatrix} U_1^*(s) \\ U_2^*(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{G_{22}(s)T_{11}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)-G_{12}(s)G_{21}(s)} & \frac{-G_{12}(s)T_{22}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)-G_{12}(s)G_{21}(s)} \\ \frac{-G_{21}(s)T_{11}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)-G_{12}(s)G_{21}(s)} & \frac{G_{11}(s)T_{22}(s)}{G_{11}(s)G_{22}(s)-G_{12}(s)G_{21}(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U1(s) \\ U2(s) \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

On peut réécrire l'équation (III.12) comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1^*(s) = U1(s) \left( \frac{G_{11}G_{22}}{G_{11}G_{22}-G_{12}G_{21}} \right) - U2(s) \left( \frac{G_{12}G_{22}}{G_{11}G_{22}-G_{12}G_{21}} \right) \\ U_2^*(s) = -U1(s) \left( \frac{G_{21}G_{11}}{G_{11}G_{22}-G_{12}G_{21}} \right) + U2(s) \left( \frac{G_{11}G_{22}}{G_{11}G_{22}-G_{12}G_{21}} \right) \end{array} \right. \quad (\text{III.18})$$

Par manipulation algébriques on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1^*(s) = U1(s) - U_2^*(s) \frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ U_2^*(s) = U2(s) - U_1^*(s) \frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} \end{array} \right. \quad (\text{III.19})$$

La forme la plus simple de cette matrice de découplage a une unité d'éléments diagonaux:

$$D_{11}(s) = D_{22}(s) = 1 \quad (\text{III.20})$$

Ce qui conduit à des éléments hors diagonale suivantes:

$$\begin{cases} D_{12}(s) = \frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ D_{21}(s) = \frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} \end{cases} \quad (III.21)$$

Le découplage d'un système multivariable par un découplage conventionnel est faisable mais le système découplé est complexe donc il est difficile à contrôler. D'où avantage d'utilisation de la structure de découplage inversé, proposé par Shinskey [SHI96] dans la figure III.3.

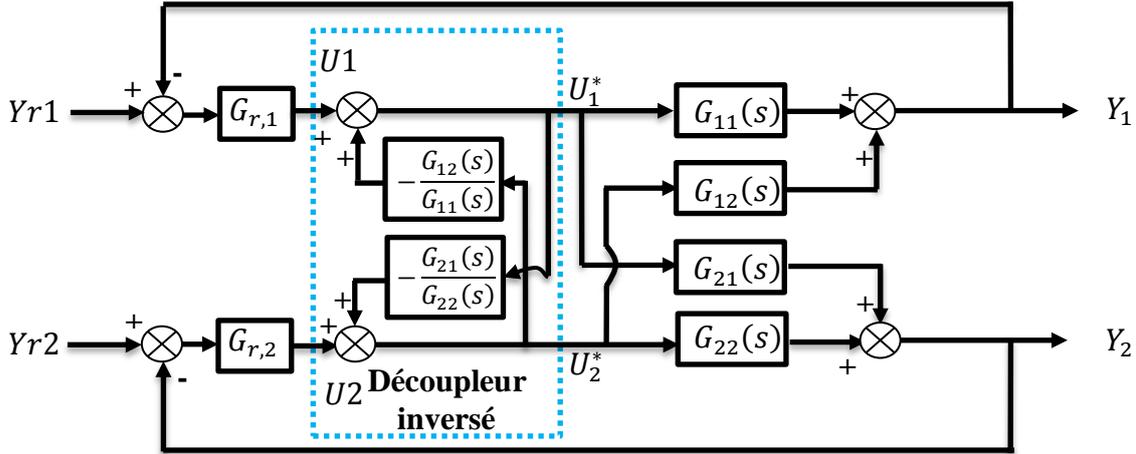


Figure III.3 : Le découplage inversé

La structure de découplage est simple.

Le système découplé obtenu est simple :  $T = \text{diag}(G_{11}, G_{22})$

### III.5.3. La synthèse de découpleur [CHE07][RAS11]

On différencie trois cas de processus :

➤ **Cas 1 : Un processus dont les éléments  $G_{ij} = K_{ij}(i, j = 1,2)$ , avec  $K_{ij}$  différent de zéro, stable, et il ne contient ni un zéro instable ni un temps de retard: [TAS11]**

1) Si  $\frac{G_{12}}{G_{11}}$  et  $\frac{G_{21}}{G_{22}}$  sont propres, on utilise la configuration présentée dans figure III.3.

2) S'ils sont non propres, on utilise la configuration de découplage inversé alternatif figure III.4.

Les éléments de découpleur deviendront  $\frac{G_{11}}{G_{12}}$  et  $\frac{G_{22}}{G_{21}}$  (propres).

La relation entre la sortie  $Y_i$  et la commande  $U_i$  sera :

$$\begin{cases} Y_1 = G_{12} U_1 \\ Y_2 = G_{21} U_2 \end{cases} \quad (III.22)$$

Le système découplé sera :

$$T = \begin{bmatrix} G_{12} & 0 \\ 0 & G_{21} \end{bmatrix} \quad (III.23)$$

- 3) Si  $\frac{G_{12}}{G_{11}}$  et  $\frac{G_{21}}{G_{22}}$  sont bi-propres, on peut utiliser les deux configurations, celle de la figure III.3 ou de la figure III.4.

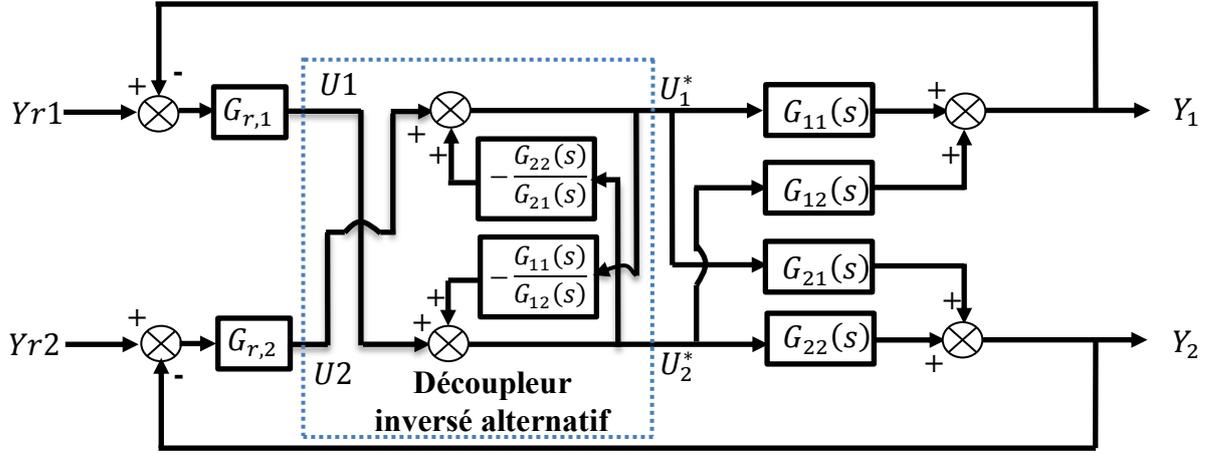


Figure III.4 : Le découplage inversé alternatif

**Cas 2 : Un processus dont les éléments  $G_{ij} = K_{ij}e^{-\theta_{ij}s}$  ( $i,j=1,2$ ), avec  $\theta_{ij}$  est le retard,  $K_{ij}$  différent de zéro, stable, et il ne contient pas de zéro instable: [TAS11]**

On considère que  $\frac{G_{12}}{G_{11}}$  et  $\frac{G_{21}}{G_{22}}$  sont bi-propres,  $\theta_{ij}$  est le retard dans une fonction de transfert.

- 1)  $\frac{G_{12}}{G_{11}}$  et  $\frac{G_{21}}{G_{22}}$  sont propres, on utilise la configuration présentée dans figure III.3.
- 2)  $\frac{G_{12}}{G_{11}}$  et  $\frac{G_{21}}{G_{22}}$  sont non propres, on utilise la configuration présentée dans figure III.4.
- 3) Si  $\theta_{11} = \theta_{12}$  et  $\theta_{21} = \theta_{22}$ , alors les deux paires  $(\frac{G_{12}}{G_{11}}, \frac{G_{21}}{G_{22}})$  et  $(\frac{G_{11}}{G_{12}}, \frac{G_{22}}{G_{21}})$  sont réalisables. Donc, on peut utiliser les deux configurations figure III.3 et figure III.4.
- 4) S'il existe un élément non réalisable dans chaque paire  $(\frac{G_{12}}{G_{11}}, \frac{G_{21}}{G_{22}})$  et  $(\frac{G_{11}}{G_{12}}, \frac{G_{22}}{G_{21}})$ , on va insérer un temps de retard en amont de l'entrée de processus, convenable pour forcer l'élément non réalisable à être réalisable [HUA94].

Prenons le cas où  $\theta_{11} > \theta_{12}$ ,  $\theta_{22} < \theta_{21}$  et  $\theta_{11} - \theta_{12} < \theta_{21} - \theta_{22}$ . Le terme  $\frac{G_{22}}{G_{21}}$  sera non réalisable plus que le terme  $\frac{G_{12}}{G_{11}}$ .

Donc pour éviter le terme le plus non réalisable, on choisit la configuration de la figure III.3. Puisque  $\frac{G_{12}}{G_{11}} = \frac{K_{12}}{K_{11}}e^{\theta_{11}-\theta_{12}}$ , on va insérer  $N_x = e^{\theta_{12}-\theta_{11}}$  à l'entrée  $U_2^*$  de processus dans la figure III.5.

Le terme  $N_x$  va augmenter le temps de retard des  $G_{12}$  et  $G_{22}$ .

Les termes de découpleur vont changer en :

$$\begin{cases} D_{12} = -\frac{G_{12}}{G_{11}} = -\frac{G_{12}N_x}{G_{11}} \\ D_{21} = -\frac{G_{21}}{G_{22}} = -\frac{G_{21}}{G_{22}N_x} \end{cases} \quad (III.24)$$

Puisque  $\theta_{11} - \theta_{12} < \theta_{21} - \theta_{22}$ ,  $N_x$  garde  $D_{21}$  réalisable.

Le système découplé sera  $T = \text{diag}(G_{11}, G_{22}N_x)$  :

$$\begin{cases} Y_1 = G_{11} U_1 \\ Y_2 = G_{22} N_x U_2 \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

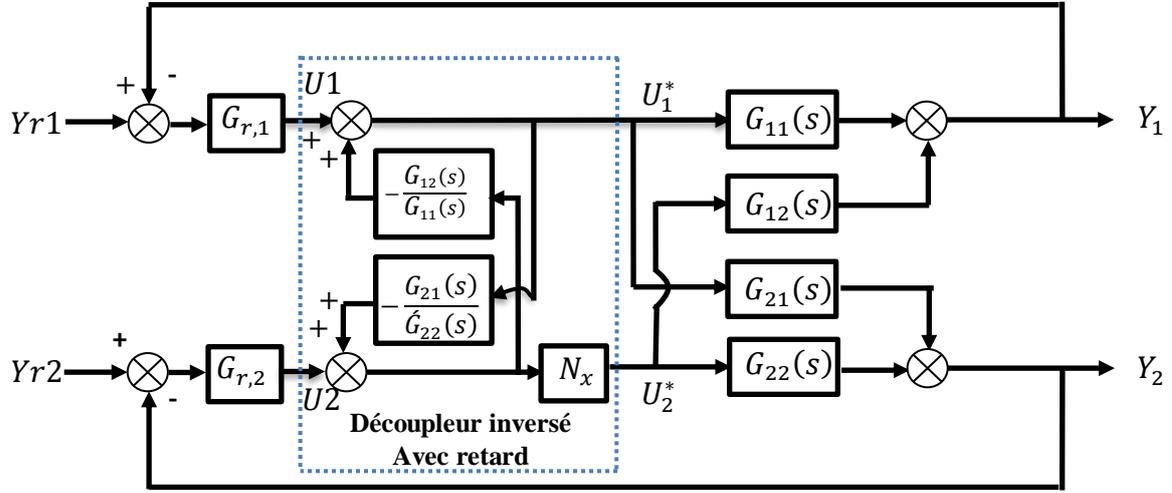


Figure III.5: Le découplage inversé avec un temps de retard inséré

Prenons notre cas où  $\theta_{11} < \theta_{12}, \theta_{22} < \theta_{21}$  et  $\theta_{11} - \theta_{12} < \theta_{21} - \theta_{22}$ . On choisit la configuration de la figure III.3.  $T_{ij}$  : représentent les constantes de temps des sous-systèmes  $G_{ij}$  dans le cas nominal

Les termes de découpleur vont changer en :

$$\begin{cases} D_{12}(s) = -\frac{K_{12}(T_{11}s+1)}{K_{11}(T_{12}s+1)} e^{\theta_{12}-\theta_{11}} \\ D_{21}(s) = -\frac{K_{21}(T_{22}s+1)}{K_{22}(T_{21}s+1)} e^{\theta_{21}-\theta_{22}} \end{cases} \quad (\text{III.26})$$

Le système découplé sera  $T = \text{diag}(G_{11}, G_{22})$  :

$$\begin{cases} Y_1 = G_{11} U_1 \\ Y_2 = G_{22} U_2 \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

### III.5.4. Les avantages de découpleur inversé

La structure de découplage inversé évite les inconvénients de découplage conventionnel. La structure de découpleur inversé est simple, le système découplé obtenu est simple et la synthèse du contrôleur sera aussi simple.

### III.6. Le calcul de RGA du système de distillation

Afin d'analyser l'interaction et de sélectionner la configuration de découpleur inversé, le RGA du système de la colonne de distillation W.B de deux entrées et deux sorties (2x2), est de la forme suivante:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 1 & -\xi \\ 1-\xi & 1-\xi \\ -\xi & 1 \\ 1-\xi & 1-\xi \end{bmatrix} \quad (\text{III.28})$$

On peut écrire :

$$\lambda = \lambda_{11} = \frac{1}{1-\xi} \quad (\text{III.29})$$

Le RGA peut être écrit sous la forme :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda & 1 - \lambda \\ 1 - \lambda & \lambda \end{bmatrix} \quad (\text{III.30})$$

Après l'application numérique, on trouve que le RGA de système de la colonne de distillation est de:

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0.66 & 0.33 \\ 0.33 & 0.66 \end{bmatrix} \quad (\text{III.31})$$

Vu que les éléments de la RGA sont très petits, alors on peut découpler les boucles de compositions de notre système de colonne de distillation W.B.

Puisque  $\lambda_{11} = 0.66$  dans cet intervalle  $0.5 < \lambda_{11} < 1$ , la sortie  $y_D$  doit être commandée par  $L$  et  $x_B$  doit être commandée par  $V$ .

Selon le résultat présenté par la méthode d'analyse des interactions dans la colonne de distillation RGA, on utilise la configuration présentée dans la figure III.3.

### III.7. Application de découpleur inversé sur la colonne de distillation

Etant donné les avantages apportés en utilisant le découpleur inversé avec la configuration présentée dans la figure III.3, dont la réduction de couplage dans les systèmes multivariables, le calcul des deux termes de découpleur  $D_{12}$  et  $D_{21}$  pour le système multivariable de la colonne de distillation, on trouve : [MEK13]

$$\begin{cases} D_{12} = \frac{18.9(16.7s+1)e^{-2}}{12.8(21s+1)} \\ D_{21} = \frac{6.6(14.4s+1)e^{-4}}{19.4(10.9s+1)} \end{cases} \quad (\text{III.32})$$

### III.8. Applications des régulateurs PI décentralisés: BLT, IMC-PI, Astrom et Fruehauf

Une fois les découpleurs partiels sont obtenus, les contrôleurs PI sont conçus séparément pour les deux boucles. Par conséquent, comme le montre la figure III.3, quatre contrôleurs sont utilisés: deux contrôleurs classiques PI de rétroaction, plus deux découpleurs,  $D_{12}$  et  $D_{21}$ .

Les signaux d'entrées des deux découpleurs à  $D_{12}$  et  $D_{21}$ , sont conçus pour compenser les interactions indésirables du processus, et les signaux de réaction des sorties des régulateurs PI.

Les fonctions de transfert de ces deux contrôleurs PI peuvent être écrites comme suit:

$$G_{r,i} = \frac{U_i(s)}{E_i(s)} = K_{P,i} \left( 1 + \frac{1}{T_{I,i}s} \right) \quad i=1,2 \quad (\text{III.33})$$

Où  $U_i$  est la variable manipulée et  $E_i$  est le signal d'erreur.

$K_{P,i}$ ,  $T_{I,i}$  : représentent le gain proportionnel et le temps d'intégration respectivement du contrôleur PI d'une boucle  $i$ .

On obtient les différents paramètres pour les deux contrôleurs, qui sont représentés dans les Tableaux III.2-III.5 pour la première et la seconde boucle, respectivement.

Dans le domaine de Laplace, équation de commande (III.33) peut être écrite comme suit:

$$U_i(s) = \left( K_{P_i} + \frac{K_{I_i}}{s} \right) E_i(s) \quad i=1,2 \quad (III.34)$$

Où  $K_{I_i}$  : est le gain d'intégral du régulateur de boucle i.

➤ **Régulateur PID par BLT**

Dans ce chapitre, nous sommes appelés à faire une comparaison de la méthode BLT (Biggest Log-modulus Tuning), qui est la méthode la plus populaire pour le réglage du contrôleur PI décentralisé. Celle-ci est utilisée dans différents travaux parmi lesquels on cite à titre indicatif l'article [BEN02] avec d'autres méthodes nommées: Tuning Rules.

**Tableau III.2:** Les paramètres de régulateur PI par la méthode BLT.

	Proportionnel ( $K_{P_i}$ )	Temps d'intégration ( $T_{I_i}$ )
<b>Boucle 1</b>	0.38	8.29
<b>Boucle 2</b>	-0.075	23.6

➤ **Régulateur d'Astrom et Hagglund (1995) [AST95][O'DW00]**

$$\begin{cases} K_{P_i} = \frac{0.63 T_{ij}}{K_{ij} \theta_{ij}} \\ T_{I_i} = 0.32 \theta_{ij} \end{cases} \quad i=j=1,2 \quad (III.35)$$

**Tableau III.3:** Les paramètres de régulateur PI par la méthode d'Astrom et Hagglund

	Proportionnel ( $K_{P_i}$ )	Temps d'intégration ( $T_{I_i}$ )
<b>Boucle 1</b>	0.8219	3.2
<b>Boucle 2</b>	-0.1558	9.6

➤ **Régulateur de Fruehauf, et al. (1993) [O'DW00][FRU93]**

$$\begin{cases} K_{P_i} = \frac{5 T_{ij}}{9 \theta_{ij} K_{ij}} \\ T_{I_i} = 5 \theta_{ij} \end{cases} \quad i=j=1,2 \quad (III.36)$$

**Tableau III.4:** Les paramètres de régulateur PI par la méthode de Fruehauf et al.

	Proportionnel ( $K_{P_i}$ )	Temps d'intégration ( $T_{I_i}$ )
<b>Boucle 1</b>	0.7248	5
<b>Boucle 2</b>	-0.0863	15

➤ **Régulateur IMC-PI [MEK13]**

Pour calculer les paramètres PI, le modèle interne de commande (IMC) l'adaptation des règles est adoptée [RAM12].

Le régulateur IMC-PI est utilisé le plus souvent dans les procédés industriels en raison de ses nombreux avantages:

- Sa simplicité
- Sa performance robuste
- Sa forme analytique qui est plus facile à mettre en œuvre en temps réel.

Les paramètres du régulateur PI sont [GUI05]:

$$\begin{cases} K_{P,i} = \frac{2T_{ij} + \theta_{ij}}{2K_{ij}(\theta_{ij} + \beta)} \\ K_{I,i} = \frac{1}{K_{ij}(\theta_{ij} + \beta)} \end{cases} \quad i=j=1,2 \quad (III.37)$$

Le paramètre  $\beta$  devrait satisfaire :  $\beta > 0.2 T_{ij}$  et  $\beta > 0.25 \theta_{ij}$ .

Tableau III.5: Les paramètres de régulateur par la méthode IMC-PI [MEK13]

	Proportionnel ( $K_{P,i}$ )	Temps d'intégration ( $T_{I,i}$ )	$\beta$
Boucle 1	0.3054	17.25	3.4
Boucle 2	-0.0863	15.98	6.5

### III.9. Comparaison de régulateur IMC-PI avec/sans découplage inversé

Les résultats de simulations des boucles fermées avec et sans découplage inversé en utilisant le régulateur IMC-PI sont présentés dans la figure III.6. Il ressort de cette dernière que les deux sorties de systèmes à différents échelons de consignes avec le contrôleur proposé fournissent de bonnes performances en présence de découplage inversé.

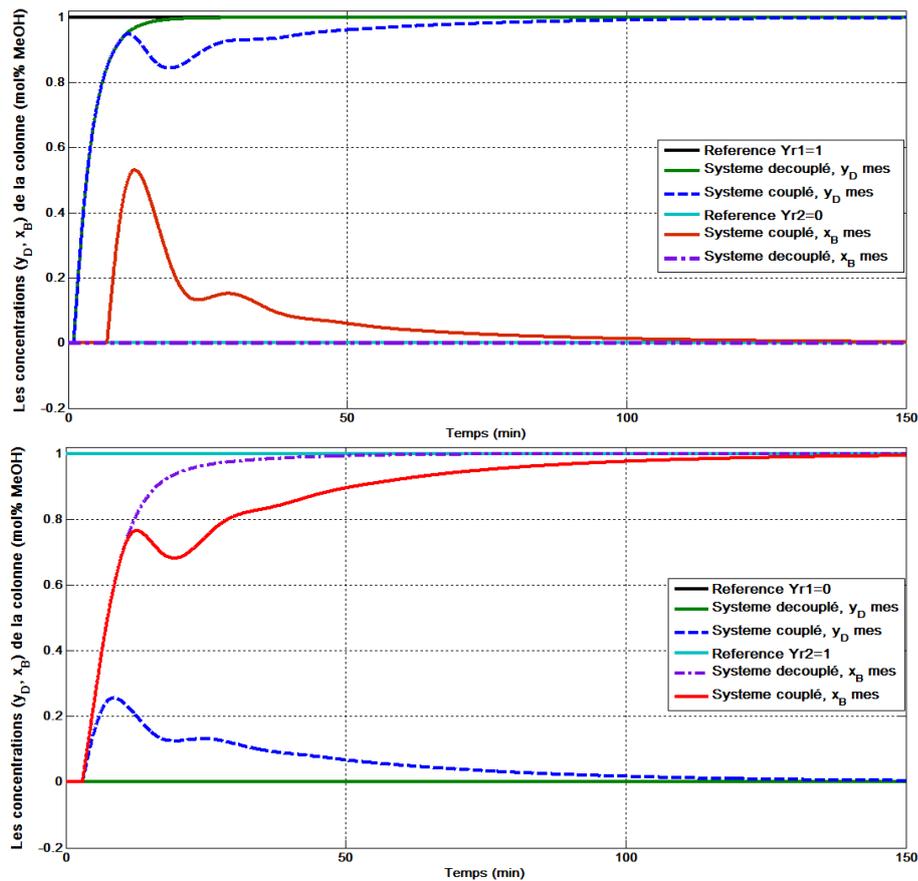


Figure III.6: Les réponses en boucles fermées:

- Figure du haut (a): De la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): De la concentration du produit léger dans le résidu.

L'effet d'interaction entre la concentration du produit léger dans le distillat et le résidu dans les deux boucles montrent l'efficacité par rapport au contrôleur sans découplage inversé.

Il est évident que le contrôleur proposé offre une performance acceptable de manière cohérente. La figure III.6 nous montre qu'il n'y a pas de changement dans le comportement des paramètres de la deuxième boucle contrôlée par le PI avec découplage inversé.

Ceci peut être justifié par le fait que ces boucles ne sont pas infectées par les changements des consignes représentant les concentrations de distillat ( $Yr1$ ) et celles de résidu ( $Yr2$ ).

Ce qui confirme bien le résultat de l'analyse des interactions obtenues par la méthode RGA et le choix de la configuration.

### III.10. Comparaison des différents régulateurs PI décentralisés

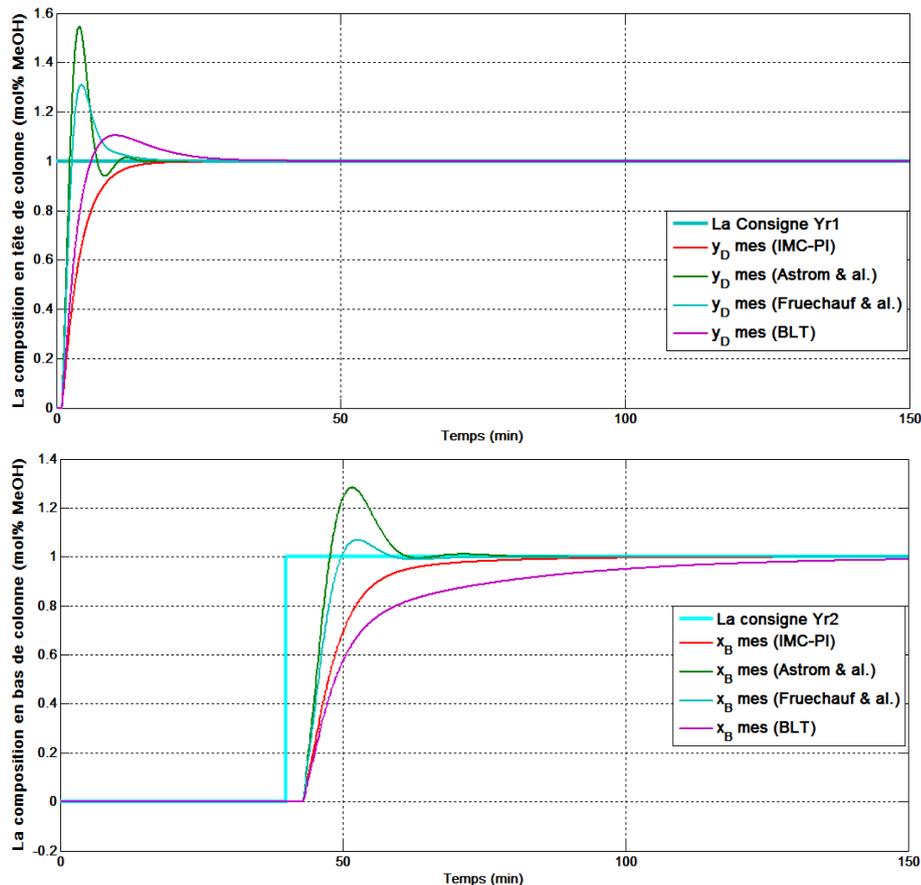
Dans cette partie, deux cas sont étudiés :

On procède à un changement de consignes et un rejet de perturbation en comparant les différents régulateurs PI décentralisés appliqués sur la colonne de distillation W.B.

#### III.10.1. Test pour des changements de consignes

Lorsque les deux régimes permanents sont atteints :

- Une consigne de 1 mol% MeOH, est appliquée sur  $Yr1$ , à l'instant  $t=0$  minute.
- Une variation de consigne de 0 à 1 mol% MeOH, est appliquée sur  $Yr2$ , à l'instant  $t=40$  minutes.



**Figure III.7:** Simulations pour des changements de consignes:

- Figure du haut (a): La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

Le régulateur PI décentralisé par la méthode BLT va être comparée par le régulateur IMC-PI et les autres contrôleurs décentralisés.

Les différents contrôleurs PI décentralisés sont simulés et les résultats sont présentés dans la figure III.7 dans laquelle on peut voir que l'effet de l'interaction a été complètement éliminée pour tous régulateurs PI décentralisés avec un découplage inversé.

A partir des résultats de simulations de régulateur IMC-PI, on réalise la meilleure réponse avec un suivi en référence rapide et sans dépassement dans les deux boucles (en Yr1 et Yr2), cependant les régulateurs utilisant la méthode d'Astrom et Hagglund, Fruehauf présentent des réponses avec un temps de montée et d'établissement faible ainsi que les indices de performances IAE, ISE mais des dépassements importants.

En utilisant la méthode de contrôle BLT, on obtient une réponse avec un temps important de montée et d'établissement dans la deuxième boucle. De même une bonne réponse avec un dépassement acceptable a été remarquée dans la première boucle.

Nous avons présenté les performances comparatives dans le Tableau III.6 et III.7 des différents contrôleurs PI décentralisés pour les deux boucles de la colonne de distillation.

**Tableau III.6 :** Les performances lors des changements de consignes dans la boucle 1

Commande	Temps de montée (min)	Amplitude maximale	Temps d'établissement (min)	IAE	ISE
IMC-PI	6.903	0	10.58	4.34	2.691
Astrom & al.	1.101	1.546	9.2	3.40	2.124
Fruehauf & al.	1.367	1.311	9.15	3.17	1.829
BLT method	6.985	1.104	18	4.17	2.274

**Tableau III.7 :** Les performances lors des changements de consignes dans la boucle 2

Commande	Temps de montée (min)	Amplitude maximale	Temps d'établissement (min)	IAE	ISE
IMC-PI	12.38	0	61.52	9.542	6.252
Astrom & al.	3.68	1.283	58.52	7.46	4.967
Fruehauf & al.	4.91	1.069	54.79	6.356	4.854
BLT method	34.08	0	99.93	15.89	7.783

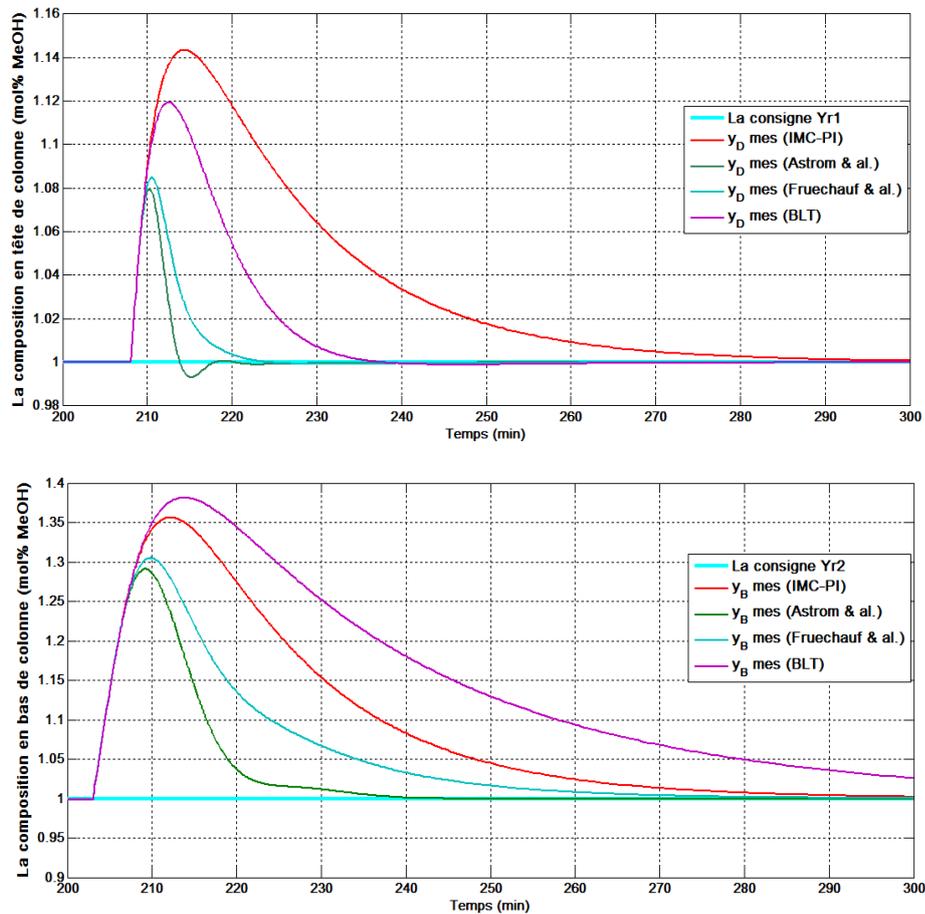
A cause de découplage multivariable, on voit que le changement de consignes de la première sortie Yr1 à l'instant  $t=0$  minute et le changement de consignes de la deuxième sortie Yr2 à l'instant  $t= 40$  minutes n'ont aucune influence sur les réponses indicielles de la figure III.7.

### III.10.2. Test pour le rejet de perturbation

Pour tester la robustesse de ces contrôleurs, les simulations ont été exécutées en tenant compte des changements de références antérieures et à la présence de perturbations du débit d'alimentation 'F'. Le système va subir des changements des points de consignes précédentes en ajoutant un échelon de perturbation à  $t= 200$  min sur le débit d'alimentation  $F = 0.2$  (lb / min) (voir la figure III.8).

Le changement de débit d'alimentation 'F' à l'instant  $t=200$  min jusqu'à la fin de simulation, présente des dépassements importants dans la Figure V.8(b) de (35.4%; 29.1%; 30.5% et 38.1% de la valeur finale) aux instants 211.9 min, 209.2, 209.8, et 213.8 min respectivement par les quatre régulateurs IMC-PI, Astrom & al. (1995), Fruechauf & al. (1993) et BLT; ces derniers ont un temps d'établissement de 248.23 min, 218.94 min, 234.15 min, 279.55 min.

La figure V.8(a) présente des dépassements de la valeur finale de (14.33 %, 7.96 %, 8.5 % et 12 %) par les trois régulateurs car la perturbation est retardée par les huit (8) plateaux de la colonne de distillation W.B par les quatre régulateurs IMC-PI, Astrom & al. (1995), Fruechauf & al. (1993) et BLT; ces derniers ont un temps d'établissement de 234 min, 211.76 min, 212.83 min et 220.55 min dans la Figure V.8(a).



**Figure III.8:** Simulations pour rejet perturbation:

- Figure du haut (a): La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

Les réponses des régulateurs PI avec les méthodes Astrom et Hagglund (1995), Fruechauf et al. (1993) montrent les meilleures performances lors de rejet de perturbation avec un dépassement et un temps d'établissement faible ainsi que les indices de performances IAE, ISE en les comparant avec celles obtenues par les contrôleurs IMC-PI et BLT (voir tableaux III.8-III.9)

**Tableau III.8 :** Les performances lors de rejet de perturbation dans la boucle 1

Commande	Dépassement (%)	Temps de dépassement (min)	Temps d'établissement (min)	IAE	ISE
<b>IMC-PI</b>	14.33	211.9	234	7.62	2.98
<b>Astrom et al.</b>	7.96	209.2	211.76	3.69	2.14
<b>Fruehauf et al.</b>	8.5	209.8	212.83	3.61	1.85
<b>BLT method</b>	12	213.8	220.55	5.52	2.38

**Tableau III.9 :** Les paramètres lors de rejet de perturbation dans la boucle 2

Commande	Dépassement (%)	Temps de dépassement (min)	Temps d'établissement (min)	IAE	ISE
<b>IMC-PI</b>	35.4	211.9	248.23	18.86	8.36
<b>Astrom &amp; al</b>	29.1	209.2	218.94	10.6	5.59
<b>Fruehauf &amp; al</b>	30.5	209.8	234.15	11.86	5.84
<b>BLT method</b>	38.1	213.8	279,55	31.17	11.3

Dans le système de la colonne de distillation, le cas le plus réel (simulation avec les conditions de fonctionnement voir après dans le chapitre V, résultats de simulations) est de ne pas avoir un dépassement, parce que si la concentration dans un produit dépasse la valeur désirée on peut dire que nous avons des pertes d'énergie thermique, l'analyse montre que le régulateur IMC-PI donne la moindre réponse oscillatoire pour un suivi de consignes que le régulateur PI par la méthode Astrom et Hagglund (1995), Fruehauf et al. (1993) et BLT.

On procède souvent à des changements de consignes et même à introduire une perturbation dans le débit d'alimentation en vue d'augmenter la production dans le but de réaliser le cahier de charges à suivre.

### III.11. Conclusion

Dans ce chapitre, plusieurs PI décentralisés combinés avec découplage inversé ont été utilisés pour commander chaque boucle unique de la colonne de distillation.

Le régulateur par la méthode IMC-PI permet d'obtenir la meilleure réponse dans les deux boucles (concentration de distillat et la concentration de résidu) avec un suivi de référence rapide et sans dépassement, un bon rejet de perturbation et une erreur statique nulle et un couplage éliminé en présence de découplage inversé.

Les résultats de simulations montrent l'efficacité du régulateur IMC-PI proposé et une amélioration significative par rapport au régulateur PI classique (sans découplage) en termes de suivi de consignes et de rejet de perturbation et l'atténuation des interactions entre les deux E/S de la colonne de distillation.

Les résultats obtenus précédemment dans ce chapitre, montrent que le régulateur IMC-PI a été pris comme le meilleur régulateur PI pour la colonne de distillation. Le régulateur IMC-PI est opté pour la suite de ce travail, on comparant avec d'autres régulateurs mais seulement pour le système nominal car ce dernier ne fonctionne pas avec le système incertain (système nominal + incertitudes).

# Chapitre IV

## Synthèses de Contrôleurs Robustes Appliqués à la Colonne de Distillation

### IV.1. Introduction

### IV.2. La commande $H_\infty$

#### IV.2.1. Concept de base

#### IV.2.2 La synthèse de contrôleur $H_\infty$

#### IV.2.3. La résolution du problème $H_\infty$

#### IV.2.4. Construction du critère $H_\infty$

#### IV.2.5. Sensibilité mixte

#### IV.2.6. Application de la commande $H_\infty$ sur la colonne de distillation

### IV.3. La commande prédictive

#### IV.3.1. Etat de l'art de la commande prédictive

#### IV.3.2. Principe de la commande prédictive

#### IV.3.3. Les avantages et les inconvénients de la commande prédictive

#### IV.3.4. La synthèse de la loi de commande prédictive multivariable

#### IV.3.5. But d'arrivée à la forme d'état linéarisée

#### IV.3.6. Le critère à minimiser (fonction de coût)

#### IV.3.7. Elaboration de la commande MPC

### IV.4. Conclusion

**IV.1. Introduction**

Le régulateur PI décentralisé a été utilisé dans le chapitre précédent, il a donné de bonnes performances dont la mesure où le système réel régit par le modèle nominal établi. Nous savons que tout processus, voire ses paramètres s'exposent à une dérive au fur et à mesure que le temps passe. Les colonnes de distillations sont parmi ces systèmes, qui subissent durant leurs cycles de fonctionnement, des contraintes, de variations de pression et de température, provoquant des variations dans les paramètres d'où on se retrouve avec des incertitudes.

Il convient donc de chercher d'autres lois de commandes, afin de garantir la stabilité et les performances même en présence des incertitudes dues aux erreurs de modélisation.

Le modèle obtenu par identification est aussi appelé modèle nominal, il représente d'une manière approximative le système réel. Il décrit le comportement du système non linéaire de la colonne de distillation W.B. Des incertitudes sont dues à la linéarisation autour des points de fonctionnement, et aux retards approximatés. Pour obtenir un contrôleur robuste qui doit satisfaire un compromis entre la robustesse de la stabilité et les performances; ou l'une des conditions seulement, il existe plusieurs méthodes de robustesse, parmi lesquelles on trouve: LQG, la méthode  $H_2$ , la méthode  $H_\infty$ , MPC robuste. Ces méthodes donnent des résultats très efficaces mais dans une plage fréquentielle limitée.

Notre but est de concevoir une loi de commande dite robuste afin d'assurer la stabilité et les performances nominales même en présence des incertitudes et de perturbation.

Dans notre cas, nous allons présenter la méthode de robustesse qui fait l'objet de ce chapitre: La méthode  $H_\infty$ , MPC.

**IV.2. La commande  $H_\infty$** **IV.2.1. Concept de base****IV.2.1.1. Rappel des Principaux outils mathématiques**

Plusieurs outils mathématiques constituent les pierres angulaires de la commande  $H_\infty$  [KWA91]. Nous présentons dans ce paragraphe un aperçu de ces derniers. Pour plus d'informations, nous indiquons à titre indicatif les références suivantes : [DOY90][DUC93][DUC1].

**a). La valeur singulière**

Les valeurs singulières d'une matrice  $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ , notées  $\sigma_i(A)$ , sont les racines carrées des valeurs propres  $\lambda_i$  de la matrice  $A^*A$ . Où  $A^*$  désigne la matrice transposée conjuguée de  $A$ .

Si  $m > n$ , sinon de  $AA^*$ :

$$\sigma_i(A) = \sqrt{\lambda_i(A^*A)} = \sqrt{\lambda_i(AA^*)} \quad (\text{IV.1})$$

Elles sont des quantités réelles positives ou nulles. Le nombre de valeurs singulières non nulles est égal au rang de la matrice  $A$ .

La décomposition de  $A$  en valeurs singulières s'écrit :

$$A = U \Sigma V^* \quad (\text{IV.2})$$

Où  $U \in \mathbb{C}^{m \times m}$  et  $V \in \mathbb{C}^{n \times n}$  sont deux matrices unitaires:  $UU^* = I_m$  et  $VV^* = I_n$ .

Les colonnes de  $U$  et  $V$  sont respectivement les vecteurs propres de  $AA^*$  et  $A^*A$ .

Avec  $\Sigma \in \mathbb{C}^{m \times n} = \text{diag}(\sigma_1 \cdots \sigma_m)$ , pour  $m = n$ , sinon  $\Sigma$  est complétée par des zéros. Les plus grandes et les plus petites valeurs singulières sont notées  $\bar{\sigma}(A)$  et  $\underline{\sigma}(A)$  respectivement.

### b). La Norme $H_\infty$

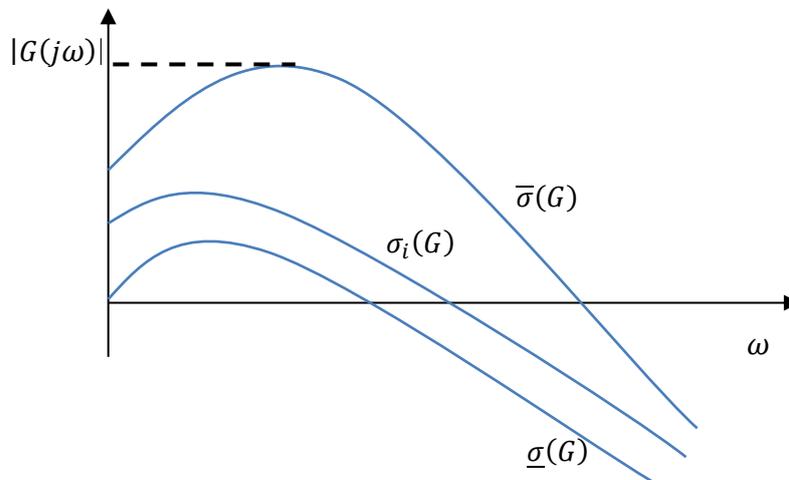
Pour une matrice de transfert  $A(s)$  correspond à la valeur maximale atteinte, sur l'ensemble des fréquences, par la plus grande valeur singulière.

On appelle ainsi norme  $H_\infty$  du transfert  $A(s)$  par égalité suivante:

$$\|A(j\omega)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(A(j\omega)) \quad (\text{IV.3})$$

Dans le cas multivariable, on peut écrire tout simplement, comme le montre la figure IV.1 :

$$\|G(j\omega)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} (\bar{\sigma}(G(j\omega))) \quad (\text{IV.4})$$



**Figure IV.1:** Valeurs singulières et norme  $H_\infty$  d'une matrice de transfert.

La norme infinie d'une fonction de transfert est donc le majorant sur l'ensemble des pulsations  $\omega$  de la norme induite par la norme  $H_2$ . On peut expliquer comme le gain maximum en fréquence  $\bar{\sigma}(G(j\omega))$  de la fonction de transfert  $G(s)$ .

Pour le calcul de la norme  $H_\infty$ , il y a deux méthodes dont l'une est graphique: [APK93]

- 1- On peut tracer la fonction  $\bar{\sigma}(A(j\omega)) = f(j\omega)$ , et déterminer sa valeur maximale, l'inconvénient de cette méthode est de manquer un pic étroit (sous évaluer le maximum).
- 2- Le maximum est déterminé par utilisation de l'algorithme de dichotomie, c'est la méthode utilisée dans le Toolbox MATLAB
- 3- et les performances de synthèse (voir annexe  $H_\infty$ ).

#### IV.2.1.2. Les fonctions de sensibilités

Le système multivariable bouclé représenté par la figure IV.2, où  $G(s)$  est le système nominal et  $K(s)$  est le contrôleur [FRE03][LAH11][DEM02][ZIA06]. L'avantages de la rétroaction en présence d'incertitude et la fonction de transfert de la matrice de contrôle SISO classique de conception de rétroaction pourraient être généralisés à l'aide des systèmes

MIMO description de la valeur singulière de la fonction de matrice de transfert dans [CHA13] par [DOY81][JAI09][BAK08][SKO96].

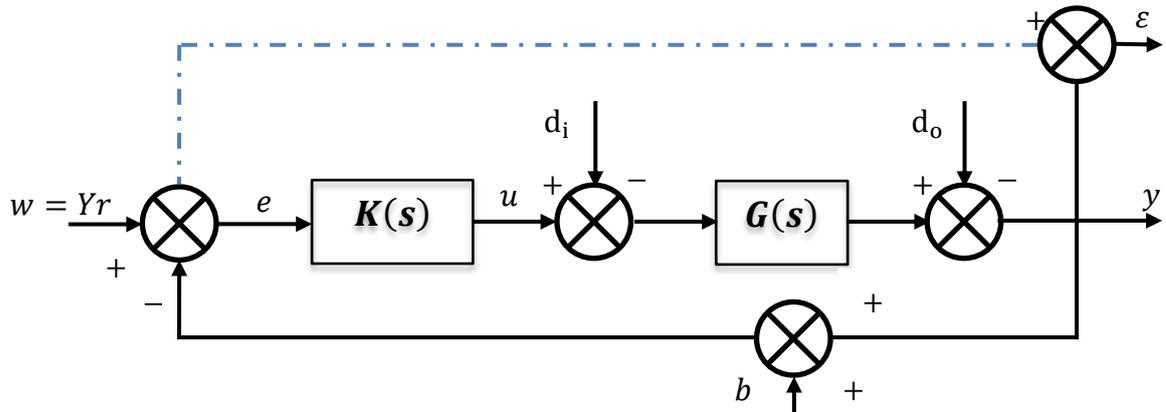


Figure IV.2: Système multivariable bouclé perturbé

Les différents signaux interviennent en des points bien définis de la boucle :

$w$  : Signal de consigne ou référence ( $Yr$ ) .

$e$  : Erreur de suivi de consigne

$y$  : Signal de sortie ou de réponse

$\varepsilon$  : Erreur de suivi (non mesurable)

$u$  : Commande

$d_i$  : Perturbation de la commande

$d_o$  : Perturbation de la sortie

$b$  : Bruit de mesure.

Les transferts entre les entrées exogènes pouvant affecter les performances du système en boucle fermée, les signaux de commande et de sorties [CAM03]. La notation  $T_{ij}(s)$  indique le transfert entre le signal d'entrée  $i$  et le signal de sortie  $j$  [LAH11].

$$E(s) = T_{w\varepsilon}W(s) + T_{d_i\varepsilon}d_i(s) + T_{d_o\varepsilon}d_o(s) + T_{b\varepsilon}b(s) \quad (IV.5)$$

$$Y(s) = T_{wy}W(s) + T_{d_iy}d_i(s) + T_{d_oy}d_o(s) + T_{by}b(s) \quad (IV.6)$$

$$U(s) = T_{wu}W(s) + T_{d_iu}d_i(s) + T_{d_ou}d_o(s) + T_{bu}b(s) \quad (IV.7)$$

Un système bouclé multivariable peut être défini complètement par quatre (04) équations de transferts différentes. Ces dernières s'écrivent en fonction de  $G$  et  $K$  par les équations suivantes : [SCO01][LAH11]

$$S(s) = T_{w\varepsilon}W(s) = [I + K(s) G(s)]^{-1} \quad (IV.8)$$

$$T(s) = T_{wy}W(s) = K(s) G(s)[I + K(s) G(s)]^{-1} \quad (IV.9)$$

$$KS(s) = T_{wu}W(s) = K(s)[I + K(s) G(s)]^{-1} \quad (IV.10)$$

$$GS(s) = T_{d_iy}W(s) = G(s)[I + K(s) G(s)]^{-1} \quad (IV.11)$$

$S$  et  $T$  représentent la fonction de sensibilité et la fonction de sensibilité complémentaire du fait qu'elles indiquent la sensibilité des grandeurs des systèmes face aux signaux de perturbations exogènes montrées par les équations (IV.5-7) [FRE03].

**IV.2.1.3. Performances d'un système bouclé multivariable**

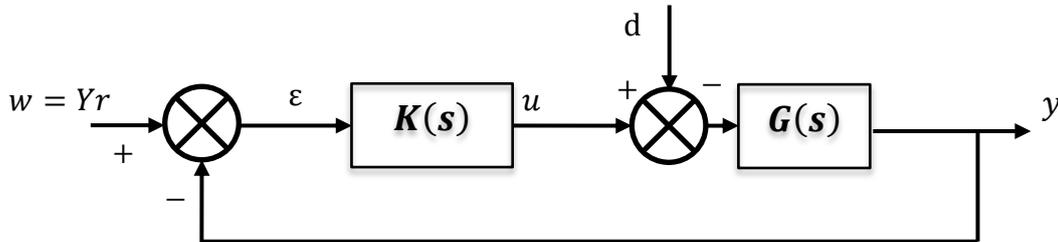
Une loi de commande est dite robuste si elle conserve le bon fonctionnement du système malgré les variations d'incertitudes du modèle [DUC99].

A partir d'un tel système, il peut être intéressant d'étudier :

**a). Stabilité interne**

Une notion très importante est celle de stabilité interne.

Soit le schéma suivant :



**Figure IV.3:** Structure d'un système bouclé pour l'analyse de la stabilité interne

Où  $d$  : est la perturbation qui agisse sur le système (par exemple en entrée de celui-ci). Une boucle fermée est dite stable de façon interne si toutes les fonctions de transfert du système en boucle fermée produisent des sorties bornées ( $\epsilon$  et  $u$ ) sur la figure IV.3 à partir d'entrées d'amplitude bornée ( $w, d$ ).

Ainsi d'après ce qui été vu par la suite, pour qu'il y ait stabilité interne, il faut que les fonctions de transfert  $S(s)$  et  $T(s)$  soient simultanément stables (les pôles sont à parties réelles strictement négatives).

D'autre part, il est possible de démontrer qu'il y a stabilité interne si et seulement si la fonction de transfert  $S(s)$  est stable et s'il n'y a pas de compensations pôles-zéros instables entre le système  $G(s)$  et le contrôleur  $K(s)$ .

**b. Performance nominale**

Le régulateur calculé sur la base du modèle nominal doit permettre à la boucle fermée de tenir certaines performances dites : performances nominales.

Le comportement entrée/sortie du système de la figure IV.2 est donné par la relation :

$$Y(s) = (I + G(s)K(s))^{-1} G(s)K(s).W(s) + (I + G(s) K(s))^{-1} \tag{IV.12}$$

On peut alors définir la matrice de sensibilité 'S' et la matrice de sensibilité complémentaire 'T' par :

➤ Matrice de sensibilité

$$S(s) = (I + G(s) K(s))^{-1} \tag{IV.13}$$

➤ Matrice de sensibilité complémentaire

$$T(s) = (I + G(s) K(s))^{-1} G(s) K(s) \tag{IV.14}$$

Alors l'équation (IV.12) s'écrit :

$$Y(s) = S(s).W(s) + T(s).W(s) \quad (\text{IV.15})$$

On a de plus :

$$U(s) = K(s) S(s)(W(s) - d(s)) \quad (\text{IV.16})$$

Et l'erreur d'asservissement est donnée par la formule suivante :

$$E(s) = W(s) - Y(s) = (I + G(s) K(s))^{-1}(W(s) - d(s)) = S(s)(W(s) - d(s)) \quad (\text{IV.17})$$

L'expression (IV.15) montre que pour atténuer l'effet des perturbations  $d$  sur les sorties, il faut minimiser la norme de 'S'.

Les expressions (IV.13) et (IV.14) vérifient la relation:

$$T(s) + S(s) = (I + G(s) K(s))^{-1} G(s) K(s) + (I + G(s) K(s))^{-1} = I \quad (\text{IV.18})$$

Il s'agit alors d'effectuer un compromis entre la robustesse de la stabilité et les performances.

### c). Robustesse en stabilité

Si le système demeure stable en présence d'incertitude telle que les mesures de modélisation, les bruits de mesures ou les perturbations externes.

Le modèle perturbé (réel), sera stable si les valeurs singulières maximales du modèle nominal en boucle fermée, sont inférieures aux valeurs singulières maximales de l'inverse de la spécification sur la stabilité [LUN88].

$$\bar{\sigma}[T(s)] \leq \gamma \underline{\sigma} \left[ \frac{1}{W_3(s)} \right] \quad (\text{IV.19})$$

Telle que :  $W_3(s)$  désigne la matrice de la spécification sur la stabilité, cette dernière englobe tous les modèles perturbés dont les valeurs singulières maximales sont au-dessous de ces valeurs, si on prend en compte cette spécification, cela revient à prendre en compte tous ces modèles perturbés [LUN88].

### d). Robustesse en performance

La robustesse en performances signifie que les performances sont conservés en présence des incertitudes et perturbations (les performances pouvant se mesurer en terme de: temps de montée et de réponse, découplage des E/S des systèmes, perturbation à la sortie, des signaux de commande acceptable,...).

La robustesse en performances est évalué comme la robustesse en stabilité, on a besoin de vérifier si l'incertitude mentionnée par cahier des charges est prise en compte lors de la synthèse du contrôleur robuste.

La condition de robustesse des performances d'un système bouclé est donnée par :

$$\bar{\sigma}[S(s)] \leq \gamma \underline{\sigma} \left[ \frac{1}{W_1(s)} \right] \quad (\text{IV.20})$$

Telle que :  $W_1(s)$  est la matrice de la spécification sur les performances.

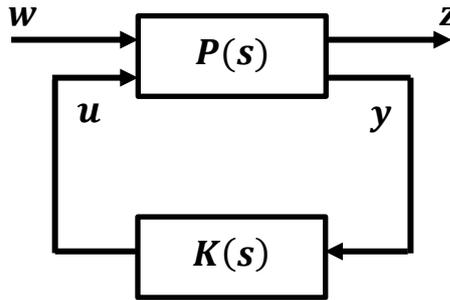
$S(s)$  joue un rôle très important dans la description des incertitudes sur le modèle, et leurs effets sur les performances de la boucle fermée.

**IV.2.2. La synthèse de contrôleur  $H_\infty$**

**IV.2.2.1. Forme standard**

Il est nécessaire d'utiliser le formalisme standard, qui permet décrire le modèle du système et le cahier de charges qui donne un cadre très général pour la synthèse de lois de commande.

On note que le vecteur  $w$  : représente les entrées exogènes tels que : les signaux de références, les perturbations et les bruits. Le vecteur  $u$  : représente les commandes, le vecteur  $z$  : associés aux objectifs de performances (représente les performances exprimant la robustesse), le vecteur  $y$  : les mesures disponibles pour élaborer la commande.



**Figure IV.4:** La forme standard

La figure IV.4, présente l'interconnexion en boucle fermée de la matrice  $P(s)$  connue sous le nom de système augmenté et le contrôleur  $K(s)$ .

Le système  $P(s)$  est formé des sous-systèmes intervenant dans l'interconnexion et de la manière dont ils sont liés les uns aux autres. En le partitionnant convenablement en quatre (04) équations de transferts MIMO, on peut écrire [DUC99]:

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} \tag{IV.21}$$

La loi de commande est connue par l'équation :

$$U(s) = K(s) Y(s) \tag{IV.22}$$

A partir de l'équation (III.21) et (III.22), on peut écrire  $T_{zw}(s)$  de la façon suivante :

$$Y(s) = P_{21}(s) W(s) + P_{22}(s) U(s) = P_{21}(s) W(s) + P_{22}(s) K(s) Y(s) \tag{IV.23}$$

$$T_{zw}(s) = F_l(P, K) = P_{11}(s) + P_{12}(s) \cdot K(s) (SI - P_{22}(s) K(s))^{-1} P_{21}(s) \tag{IV.24}$$

Le problème  $H_\infty$  standard dans la définition est la minimisation de la norme d'une matrice de transfert en boucle fermée entre les entrées exogènes  $w$  et les sorties régulées  $z$  est donnée par la transformation algébrique appelée 'Linear Fractionnal Transformation' (L.F.T) inférieur. Ce qui mène à l'équation générale de l'ensemble des objectifs de commande suivante :

$$Z = T_{zw}(s) \cdot W = F_l(P, K) \cdot W \tag{IV.25}$$

**IV.2.2.2. Le problème  $H_\infty$  standard**

Le problème  $H_\infty$  standard qui est basé sur la minimisation de la norme  $H_\infty$  de la matrice de transfert  $F_l(P(s), K(s))$ . Ce dernier peut être formulé sous deux formes différentes : la forme optimale et la forme sous-optimale [ALA99][PAL06].

**Théorème 4.1 Le problème  $H_\infty$  standard sous optimal :**

Il consiste à synthétiser un contrôleur  $K(s)$  étant données que  $P(s)$  et  $\gamma > 0$  ; peut être menée en cherchant à :

- Assurer la stabilité du système bouclé de la figure IV.4;
- Assurer  $\|F_l(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$  : Limiter le gain entre  $w$  et  $z$  à une certaine valeur  $\gamma$ , donc à assurer à  $T_{zw}(s)$  une norme  $H_\infty$  inférieure à  $\gamma$ .

Ce problème est appelé le **problème  $H_\infty$  standard sous-optimal**, sont les régulateurs qui satisfont les deux conditions précédentes.

**Théorème 4.2 Le problème  $H_\infty$  standard optimal :**

Il consiste à synthétiser un contrôleur  $K(s)$  étant donné que  $P(s)$ ; peut être mené en cherchant à :

- Assurer la stabilité interne du système bouclé de la figure IV.4;
- Assurer  $\|F_l(P(s), K(s))\|_\infty$  .

Ce problème plus contraignant, la recherche d'un tel contrôleur est souvent délicate du point de vue théorique et numérique. En pratique, il est souvent pas nécessaire et parfois indésirable de calculer un contrôleur optimal. Pour les raisons mentionnées ci-dessus, nous concentrons sur le problème  $H_\infty$  standard sous optimal [ZHO96].

Les contrôleurs correspondant à la valeur de  $\gamma$  la plus petite possible seront dire « **optimaux** » [DUC99].

**IV.2.3. La résolution du problème  $H_\infty$** 

La méthode de la résolution la plus utilisée pour déterminer un contrôleur, solution du problème standard est l'**algorithme de Glover-Doyle** [GLO88][DOY89] qui est basé sur les équations de Riccati.

Le contrôleur  $K$  issu est robuste en stabilité et en performance vis-à-vis des incertitudes sur le modèle. La limite de la robustesse peut être déterminée à posteriori à l'aide de l'outil  $\mu$ -analyse, on n'est pas intéressé à cette analyse car les incertitudes sont déjà déterminées.

**IV.2.3.1. Représentation d'état du système**

La résolution du problème  $H_\infty$  standard utilise la forme LFT et la présentation d'état de la matrice interconnexion  $P(s)$  (système augmenté), est donnée sous la forme suivante : [DUC99][CLE01][SCO01][BOM07]

$$P: \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_1w(t) + B_2u(t) \\ z(t) = C_1x(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t) \\ y(t) = C_2x(t) + D_{21}w(t) + D_{22}u(t) \end{cases} \quad (\text{IV.26})$$

Avec:  $w(t) \in \mathbb{R}^{m_1}$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^{m_2}$ ,  $z(t) \in \mathbb{R}^{p_1}$ ,  $y(t) \in \mathbb{R}^{p_2}$ ,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $P_1 \geq m_2$ ,  $P_2 \leq m_1$  et la condition initiale  $x(0) = 0$  de sorte que : [BOM07]

$P(s)$  Peut-être encore noté comme suit : [GU05]

$$\left\{ \begin{aligned} P(s) &= \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} [B_1 \quad B_2] + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \\ &=: \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (\text{IV.27})$$

### IV.2.3.2. Les hypothèses

Avant de résoudre le problème  $H_\infty$  standard par l'équation de Riccati, certain nombre d'hypothèse doivent être vérifié: [DOY89][ZHO99][DUC99][ZHO96][LAH11][ZIA06]

**H1** : la paire  $(A, B_2)$  est commandable et la paire  $(C_2, A)$  est observable, c'est hypothèse classique de toutes méthodes utilisant les variables d'états. Elle permet la garantit de l'existence d'une loi de commande  $K(s)$  qui stabilise le système en boucle fermée.

$$\mathbf{H2} : \text{rang}(D_{12}) = m_2 \text{ et } \text{rang}(D_{21}) = p_2$$

Ces conditions sont suffisantes dans cette hypothèse pour assurer que la matrice de transfert du régulateur soit propre.

$$\mathbf{H3} : \forall w \in \mathbb{R}, \text{rang} \begin{bmatrix} A - jwI_n & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_2.$$

Cette hypothèse garantit que le transfert  $P_{12}$  n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire.

$$\mathbf{H4} : \forall w \in \mathbb{R}, \text{rang} \begin{bmatrix} A - jwI_n & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + p_2.$$

Après la vérification impérative des hypothèses **H1-H4**, des conditions supplémentaires seront ajoutées, permettent d'alléger les calculs et surtout de fournir des expressions analytiques relativement simples: [MOU08][DOY89][DOY89][SCO01][DUC99][DOY89]

$$\left\{ \begin{aligned} D_{11} &= D_{22} = 0 \\ D_{12}^T [C_1 \quad D_{12}] &= [0 \quad I_{m_2}] \\ \begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T &= \begin{bmatrix} 0 \\ I_{p_2} \end{bmatrix} \end{aligned} \right. \quad (\text{IV.28})$$

IV.2.3.3. Résolution par l’algorithme de Glover-Doyle

Généralement, la résolution de problème standard  $H_\infty$  est mise en œuvre numériquement sur un ordinateur et elle repose sur la résolution d’une série d’équations de Riccati, connue sous le nom d’algorithme de Glover-Doyle. La méthode de résolution a été programmée sous Matlab, la recherche d’un contrôleur tel que le problème  $H_\infty$  admette une solution pour la plus petite valeur de  $\gamma$  compris dans l’intervalle  $[\gamma_{inf}, \gamma_{sup}]$  est assurée par la fonction Hinfsvn de la mu analyse and synthesis toolbox.

**Théorème 4.3 :** sous les hypothèses **H1-H4** et les conditions supplémentaires dans l’expression (IV.28), il existe un correcteur  $K(s)$  le problème standard  $H_\infty$  a une solution si et seulement si les cinq conditions suivantes sont remplies : [DUC99]

- (i) La matrice  $H_\infty = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2}B_1B_1^T - B_2B_2^T \\ -C_1^TC_1 & -A^T \end{bmatrix}$  n’a pas de valeur propre sur l’axe imaginaire.
- (ii) Il existe une matrice symétrique  $X_\infty = Ric(H_\infty) \geq 0$   
c’est-à-dire  $A^TX + XA + X(\gamma^{-2}B_1B_1^T - B_2B_2^T)X + C_1^TC_1 = 0$ .
- (iii) La matrice  $J_\infty = \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2}C_1^TC_1 - C_2^TC_2 \\ -B_1B_1^T & -A \end{bmatrix}$  n’a pas de valeur propre sur l’axe imaginaire.
- (iv) Il existe une matrice symétrique  $Y_\infty = Ric(J_\infty) \geq 0$
- (v)  $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$

Où  $\rho(.)$  désigne le module de la plus grande valeur propre (rayon spectral).

La solution du problème standard est donnée par le théorème suivant :

**Théorème 4.4 :**

Sous les conditions du théorème 4.3, l’ensemble de tous les contrôleurs sous optimaux  $K(s)$  stabilisant le système d’une manière interne et satisfait  $\|T_{ZW}\|_\infty < \gamma$  est égale à l’ensemble de toutes les matrices de transfert de  $y$  vers  $u$  dans la figure IV.5 [DOY89] [ZHO99][DUC99][SCO01][SCO08].

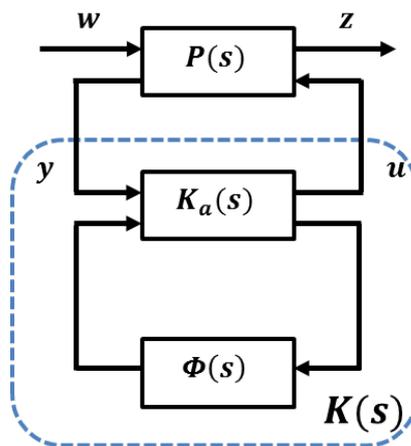


Figure IV.5: L’ensemble des contrôleurs centraux stabilisant le système

L'ensemble des contrôleurs  $K(s)$  répondant au problème est donc écrit par LFT :  
 $K(s) = F_L(K_a(s), \Phi(s))$ , où  $\Phi(s) \in \mathbb{RH}_\infty$  avec  $\|\Phi(s)\|_\infty < \gamma$  est n'importe quelle fonction de transfert stable de  $\|T_{ZW}\|_\infty < \gamma$ . Où  $K_a$  est représenté par :

$$K_a(s) = \begin{bmatrix} \hat{A}_\infty & -Z_\infty L_\infty & Z_\infty B_2 \\ F_\infty & 0 & I_{m_2} \\ -C_2 & I_{p_2} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.29})$$

Avec :

$$\begin{cases} \hat{A}_\infty = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty - B_1 B_1^T X_\infty - B_2 F_\infty + Z_\infty L_\infty C_2 \\ F_\infty = -B_2^T X_\infty \\ L_\infty = -Y_\infty C_2^T \\ Z_\infty = (I - \gamma^{-2} X_\infty Y_\infty)^{-1} \end{cases} \quad (\text{IV.30})$$

Le contrôleur central est un contrôleur particulier, obtenu en prenant  $\Phi = 0$ , ce qui donne :

$$K_0(s) = \begin{bmatrix} \hat{A}_\infty & -Z_\infty L_\infty \\ F_\infty & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{IV.31})$$

La mise en œuvre de cette solution consiste à utiliser tout d'abord les résultats de théorème 4.3 pour approcher la valeur optimal de  $\gamma$  par Dichotomie (procédure appelée couramment  $\gamma$ -itération). Puis on calcul ensuite le contrôleur central en appliquant théorème 4.4

#### IV.2.4. Construction du critère $H_\infty$

##### IV.2.4.1. Synthèse $H_\infty$ direct

L'un des problèmes de base de la synthèse  $H_\infty$  est présenté dans la figure IV.3, avec la perturbation en entrée  $d$  qui agissent sur le système  $G(s)$  et le signal de consigne  $w$ , on surveille l'évolution de deux signaux l'erreur  $\varepsilon$  et la commande  $u$  en tenant compte des deux signaux  $w$  et  $d$  et en présente sous la forme matricielle suivant:[DUC99]

$$\begin{bmatrix} E(s) \\ U(s) \end{bmatrix} = M(s) \begin{bmatrix} W(s) \\ d(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(s) & S(s)G(s) \\ K(s)S(s) & T(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(s) \\ d(s) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.32})$$

##### IV.2.4.2. Synthèse $H_\infty$ pondérée

Critère ne permet pas d'atteindre des performances acceptables, en suivi de consigne, rejet de perturbations et robustesse vis-à-vis d'incertitude du modèle [DUC99][LAH11].

Pour contourner cet obstacle, généralement, dans le cadre de la synthèse  $H_\infty$ , les fonctions de transfert sont pondérées par des filtres.

Il est important de souligner dans ce contexte que les fonctions de pondération peuvent être placées à différents endroits à l'intérieur du système augmenté [BEN07], de manière à savoir une matrice de transfert pondérée entre les entrées exogènes  $w$  et les sorties à minimiser  $z$ .

Considérons à cette fin le schéma de la figure IV.6, dans lequel l'erreur  $\varepsilon$  est pondérée par le filtre  $w_1(s)$ , la commande  $u$  par  $w_2(s)$ , et l'entrée de perturbation  $d$  est la sortie d'un filtre par  $w_3(s)$ .

La formulation ci-dessus s'avère en pratique trop rigide car elle ne laisse aucun élément de choix au concepteur [DUC99].

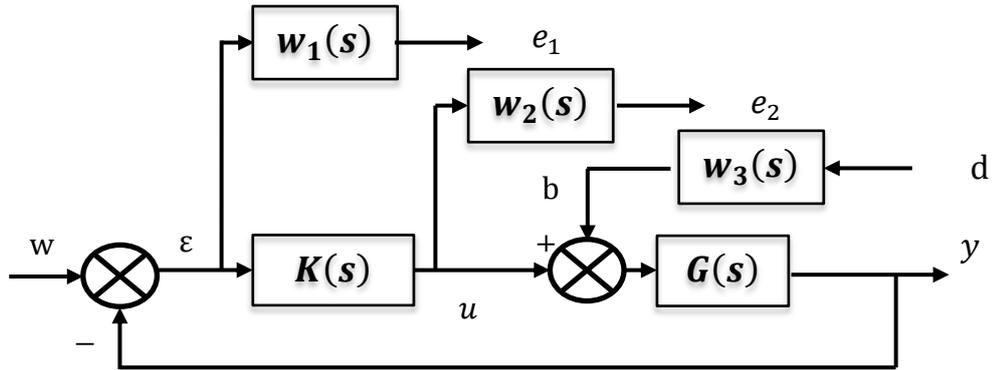


Figure IV.6: Système asservi pondéré

En se référant au problème représenté par le schéma ci-dessus, où  $w$  et  $d$  comme signaux d'entrées et  $e_1$  et  $e_2$  comme signaux à surveiller, on peut calculer la matrice de transfert du système interconnecté, on obtient : [DUC99][PAL06]

$$\begin{bmatrix} E_1(s) \\ E_2(s) \end{bmatrix} = M(s) \begin{bmatrix} W(s) \\ b(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 S(s) & w_1 S(s)G(s)w_3 \\ w_2 K S(s) & w_2 T(s)w_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(s) \\ b(s) \end{bmatrix} \quad (IV.33)$$

Comme pour le cas sans pondérations, le problème  $H_\infty$  correspondant consiste à la détermination d'une valeur  $\gamma$  positive et d'un contrôleur  $K(s)$  qui stabilise le système et qui soit capable de satisfaire les conditions suivante : [DUC99][PAL06][LAH11][RAK06]

$$\left\| \begin{bmatrix} w_1 S(s) & w_1 S(s)G(s)w_3 \\ w_2 K S(s) & w_2 T(s)w_3 \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (IV.34)$$

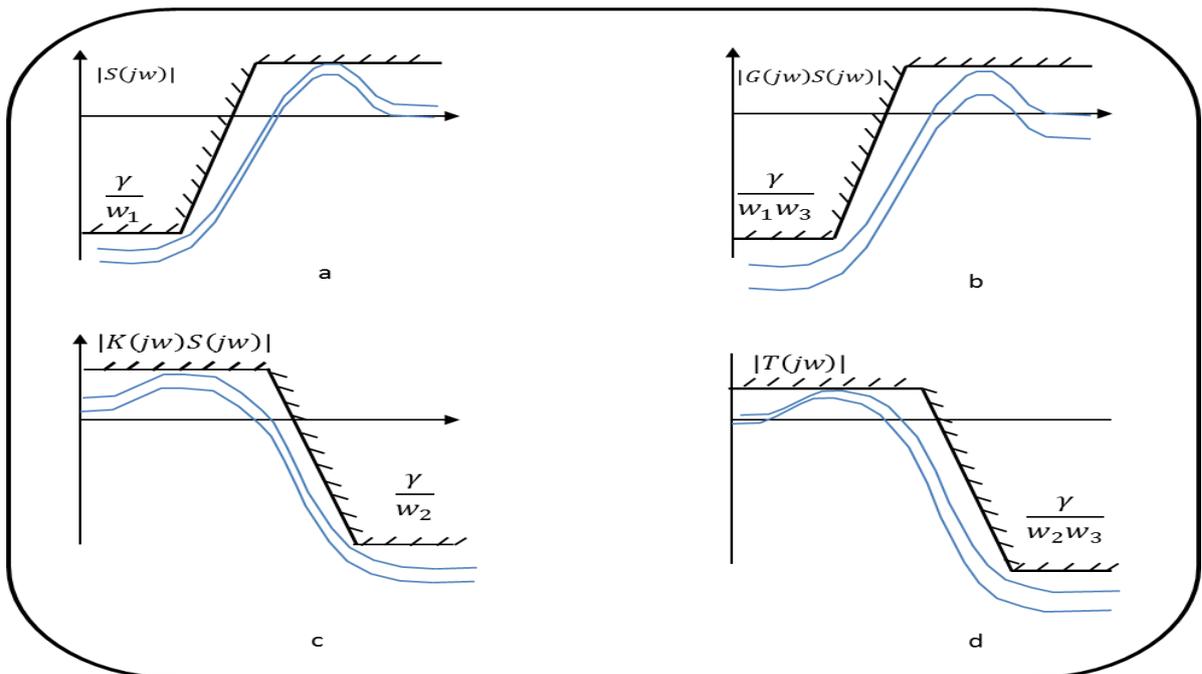


Figure IV.7: Formes typiques des gabarits contraignant les fonctions de sensibilité  
(a)-Gabarit sur S, (b)-Gabarit sur GS, (c)-Gabarit sur KS, (d)-Gabarit sur T

Résoudre le problème (IV.34) au lieu de celui proposé précédemment sous la forme matricielle de l'équation (IV.32) que leur avantage permet de modeler plus facilement les transferts  $S(s)$ ,  $KS(s)$ ,  $SG(s)$  et  $T(s)$ .

D'après les propriétés de la norme  $H_\infty$ , l'équation (IV.34) peut être décomposée dans ses parties élémentaire afin de voir l'influence des pondérations sur les différents fonctions de transfert donc, si la conditions (IV.34) est vérifiée, alors les 4 conditions le sont aussi : [DUC99][PAL06][RAK06]

$$\|w_1(s)S(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R} \quad |S(j\omega)| < \frac{\gamma}{|w_1(j\omega)|} \quad (\text{IV.35})$$

$$\|w_2(s)K(s)S(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R} \quad |K(j\omega)S(j\omega)| < \frac{\gamma}{|w_2(j\omega)|} \quad (\text{IV.36})$$

$$\|w_1S(s)G(s)w_3(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R} \quad |S(j\omega)G(j\omega)| < \frac{\gamma}{|w_1(j\omega)w_3(j\omega)|} \quad (\text{IV.37})$$

$$\|w_2(s)T(s)w_3(s)\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R} \quad |T(j\omega)| < \frac{\gamma}{|w_2(j\omega)w_3(j\omega)|} \quad (\text{IV.38})$$

Dans la figure IV.7, On voit la réponse fréquentielle de chacune des fonctions  $S$ ,  $KS$ ,  $SG$ ,  $T$  est contrainte par un gabarit qui dépend des filtres choisis, avec  $\gamma > 0$  est le niveau de performance.

#### IV.2.4.3. Mise sous forme standard

Une fois choisis les filtres de pondération, il reste à mettre le problème ainsi défini sous forme standard, c'est-à-dire à identifier les schémas blocs dans les figures IV.4 et IV.6.

Il est possible donc de générer un nouveau modèle appelé modèle augmenté à partir duquel, le correcteur est élaboré via la représentation d'état pour chaque fonction de transfert de  $G(s)$ ,  $w_1(s)$ ,  $w_2(s)$ ,  $w_3(s)$  comme suit : [DUC99]

$$G(s): \begin{cases} \text{entrée } (u - b) \\ \text{sortie } z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} = A_G x + B_G(u - b) \\ z = C_G x \end{cases} \quad (\text{IV.39})$$

$$w_1(s): \begin{cases} \text{entrée } \varepsilon \\ \text{sortie } e_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1(w - z) \\ e_1 = C_1 x_1 + D_1(w - z) \end{cases} \quad (\text{IV.40})$$

$$w_2(s): \begin{cases} \text{entrée } u \\ \text{sortie } e_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 u \\ e_2 = C_2 x_2 + D_2 u \end{cases} \quad (\text{IV.41})$$

$$w_3(s): \begin{cases} \text{entrée } d \\ \text{sortie } b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_3 = A_3 x_3 + B_3 d \\ b = C_3 x_3 + D_3 d \end{cases} \quad (\text{IV.42})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_G & 0 & 0 & -B_G C_3 \\ -B_1 C_G & A_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -B_G D_3 \\ B_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & B_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_G \\ 0 \\ B_2 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (\text{IV.43})$$

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_1 C_G & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ D_2 \end{bmatrix} u \quad (\text{IV.44})$$

$$\varepsilon = [-C_G \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + [I \quad 0] \begin{bmatrix} w \\ d \end{bmatrix} + [0] u \quad (\text{IV.45})$$

Le système augmenté  $P(s)$  généralisé est partitionné en quatre blocs et on peut écrire sous la forme suivante:

$$P(s) = \left[ \begin{array}{cc|c} w_1 & w_1 G w_3 & -w_1 G \\ 0 & 0 & w_2 \\ \hline I & w_3 G & -G \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} P_{11} & P_{12} \\ \hline P_{21} & P_{22} \end{array} \right] \quad (\text{IV.46})$$

La réalisation d'état de  $P(s)$ , peut être écrite sous la forme suivante :

$$P(s) = \left[ \begin{array}{cccc|cc|c} A_G & 0 & 0 & -B_G C_3 & 0 & -B_G D_3 & B_G \\ -B_1 C_G & A_1 & 0 & 0 & B_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 & 0 & 0 & 0 & B_2 \\ 0 & 0 & 0 & A_3 & 0 & B_3 & 0 \\ -D_1 C_G & C_1 & 0 & 0 & D_1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 & 0 & D_2 \\ C_G & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (\text{IV.47})$$

La résolution du problème  $H_\infty$  standard, consiste à trouver  $\gamma > 0$ , et chercher un régulateur  $K(s)$  stabilisant le système en boucle fermée et satisfaisant la contrainte suivante :

$$\|T_{ZW}\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} w_1(I + KG)^{-1} & w_1 G(I + KG)^{-1} \\ w_2 K(I + KG)^{-1} & w_2 T W_3 \end{bmatrix} \right\|_\infty < \gamma \quad (\text{IV.48})$$

#### IV.2.4.4. Le choix des fonctions de pondérations

Le choix des fonctions de pondérations expriment les spécifications donnés par le cahier de charge (erreur statique, temps de montée, rejet de perturbation, commande raisonnable, découplage, incertitude) exprimé dans le domaine temporelle, sont convertis vers le domaine fréquentielle, qui sont écrites : comme étant des gabarits fréquentielle  $\frac{\gamma}{|w_i|}$  de chacune des transferts de  $\|T_{ZW}\|_\infty$  conduits à la minimisation de la norme  $H_\infty$  du transfert pondéré.

Les fonctions de pondération  $W_1, W_2, W_3$  ne sont pas nécessairement des fonctions du premier ordre. Elles peuvent être constantes ou d'ordre supérieur à un suivant les contraintes du cahier de charges et les besoins du concepteur pour la réalisation du correcteur.

Le choix de ces fonctions n'est pas implicite et il est sujet de quelques tâtonnements pour arriver aux "meilleures" fonctions de pondération tel que : [SAL07][DUC99][DEM02]

- **La fonction de pondération  $W_1$**

Le choix de la fonction de pondération  $W_1$  est permet de rejeter la perturbation et l'erreur de suivi de consigne de basse fréquences. Elle permet de définir les performances du système en boucle fermée, un filtre passe-haut minimise  $S$  par le gabarit  $|W_1^{-1}|$ , donc une bonne précision en régime permanent.

- **La fonction de pondération  $W_2$**

Le choix de la fonction de pondération  $W_2$  de tel façon que le gabarit  $|W_2^{-1}|$  mette en demeure la réponse sous la forme d'un passe-bas de transfert  $KS$ . Afin de limiter la bande passante de régulateur, borner l'énergie du signal de commande.

- **La fonction de pondération  $W_3$**

Le choix de la fonction de pondération  $W_3$  est permet de pour assurer la robustesse de la stabilité de la stabilité et aux incertitudes paramétrique et l'atténuation de l'effet des bruit de mesure sur la sortie, en améliorant les performances en hautes fréquences en boucle fermée.

#### IV.2.5. Sensibilité mixte

Dans ce chapitre l'approche d'optimisation  $H_\infty$  a été introduit que la stabilisation robuste et formulé des performances nominales et robuste sous problèmes d'optimisation de la norme  $H_\infty$  de certaines fonctions de coût. Plusieurs formulations de la fonction de coût sont applicables à la conception du contrôleur robuste appelée  $S/KS/T$  pondéré par les filtres de pondérations  $W_1, W_2, W_3$ .

Le problème standard de la théorie de la commande  $H_\infty$ , est de trouver un contrôleur  $K(s)$  stabilisant, et qui satisfait l'inégalité suivante :

$$\|T_{ZW}(s)\|_\infty = \left\| \begin{array}{c} W_1 S(s) \\ W_2 K(s) S(s) \\ W_3 T(s) \end{array} \right\| < \gamma \quad (\text{IV.49})$$

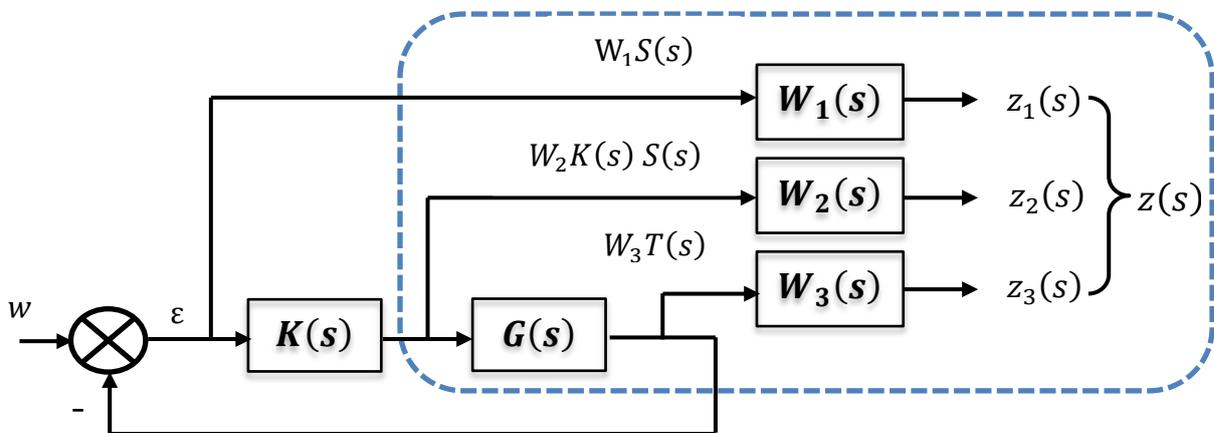


Figure IV.8: Configuration du système augmenté

#### IV.2.6. Application de régulateur $H_\infty$ sur la colonne de distillation

La synthèse de régulateur  $H_\infty$  est dans le but de maintenir les concentrations du produit léger dans le haut et le bas de colonne de distillation malgré le changement des conditions de fonctionnement en présence de perturbation sur le débit de l'alimentation  $F$ , couplage et incertitude multiplicative.

Parmi les formulations de la fonction de coût, on a utilisé à la conception du contrôleur  $S/KS$  pondéré par les filtres de pondérations  $W_1, W_2$ .

$$\|T_{ZW}(s)\|_{\infty} = \left\| \begin{bmatrix} W_1 S(s) \\ W_2 K(s) S(s) \end{bmatrix} \right\| < \gamma \quad (\text{IV.50})$$

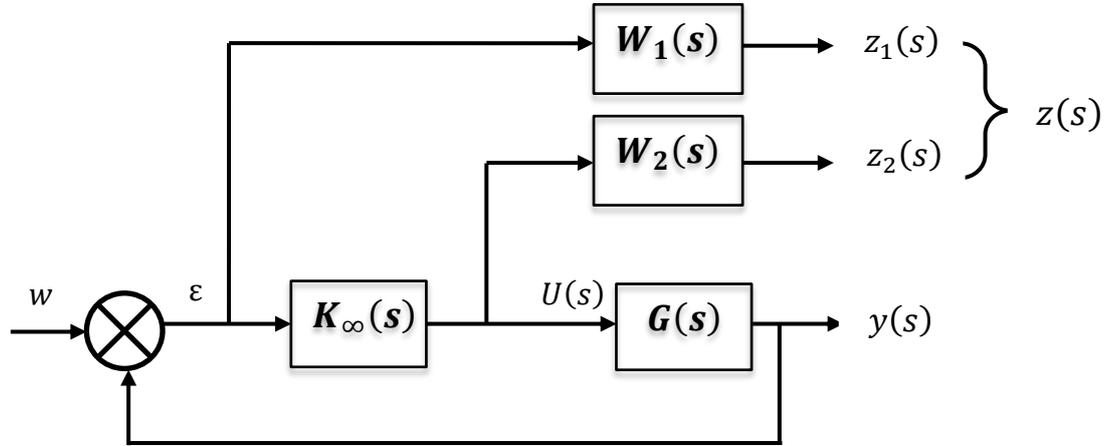


Figure IV.9: Configuration du système augmenté de distillation W.B

Le système augmenté est présenté comme suit :

$$P = \begin{bmatrix} W_1 & -W_1 G \\ 0 & W_2 \\ I & -G \end{bmatrix} \quad (\text{IV.51})$$

#### IV.2.6.1. Approximation des retards

La fonction d'état nominal de colonne de distillation W.B est:

$$G = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3}}{14.4s+1} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.52})$$

Les approximations de Padé-sont basés sur une minimisation des erreurs de troncature dans un développement en série finie de  $e^{-\theta s}$ .

En fait l'approximation de retard de système en utilisant la fonction Padé de Matlab de cinquième ordre (Padé 5).

Le système de colonne de distillation à quatre fonctions exponentielles sont respectivement:

$$e^{-1s}, e^{-3s}, e^{-7s} \text{ et } e^{-3s}$$

$$e^{-1s} = \frac{-s^5 + 30s^4 - 420s^3 + 3360s^2 - 1.512e^4 s + 3.024e^4}{s^5 + 30s^4 + 420s^3 + 3360s^2 + 1.512e^4 s + 3.024e^4} \quad (\text{IV.53})$$

$$e^{-3s} = \frac{-s^5 + 10s^4 - 46.67s^3 + 124.4s^2 - 186.7s + 124.4}{s^5 + 10s^4 + 46.67s^3 + 124.4s^2 + 186.7s + 124.4} \quad (\text{IV.54})$$

$$e^{-7s} = \frac{-s^5 + 4.286s^4 - 8.571s^3 + 9.796s^2 - 6.297s + 1.799}{s^5 + 4.286s^4 + 8.571s^3 + 9.796s^2 + 6.297s + 1.799} \quad (\text{IV.55})$$

$$e^{-3s} = \frac{-s^5 + 10s^4 - 46.67s^3 + 124.4s^2 - 186.7s + 124.4}{s^5 + 10s^4 + 46.67s^3 + 124.4s^2 + 186.7s + 124.4} \quad (\text{IV.56})$$

Les filtres de pondérations choisies pour notre système multivariable de colonne de distillation ont été choisis comme des matrices diagonales avec chaque terme diagonal choisi sous la forme suivante:

$$W_i(s) = \text{diag}(w_i, \dots, w_i) \tag{IV.57}$$

Les filtres  $W_1$  et  $W_2$  sont sous la forme mathématique:

- La figure IV.10 représente l'allure de la spécification sur stabilité ; sa forme est :

$$W_1 = \begin{bmatrix} \frac{0.92s+1.38}{s+2.3 \cdot 10^{-5}} & 0 \\ 0 & \frac{0.92s+1.38}{s+2.3 \cdot 10^{-5}} \end{bmatrix} \tag{IV.58}$$

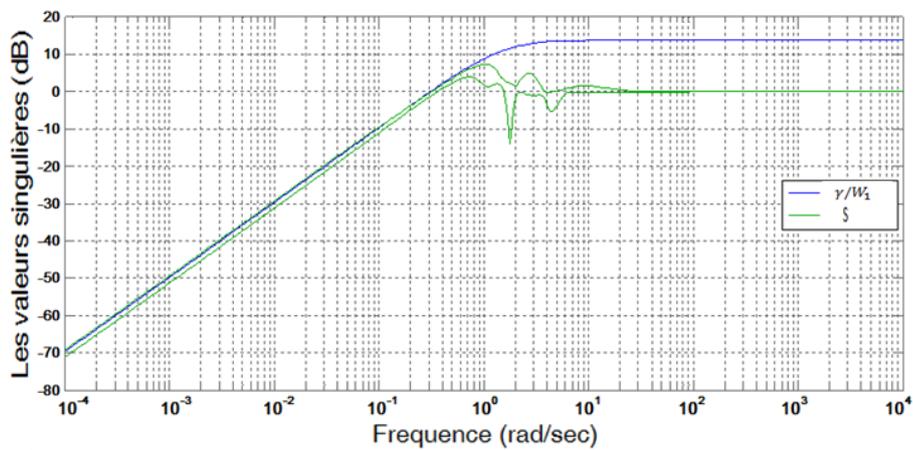


Figure IV.10 : Tracé de Bode de la fonction de sensibilité

- La figure IV.11 représente l'allure d'optimisation de commande; sa forme

$$W_2 = \begin{bmatrix} \frac{0.001s+0.03}{10^{-5}s+0.01} & 0 \\ 0 & \frac{0.001s+0.03}{10^{-5}s+0.01} \end{bmatrix} \tag{IV.59}$$

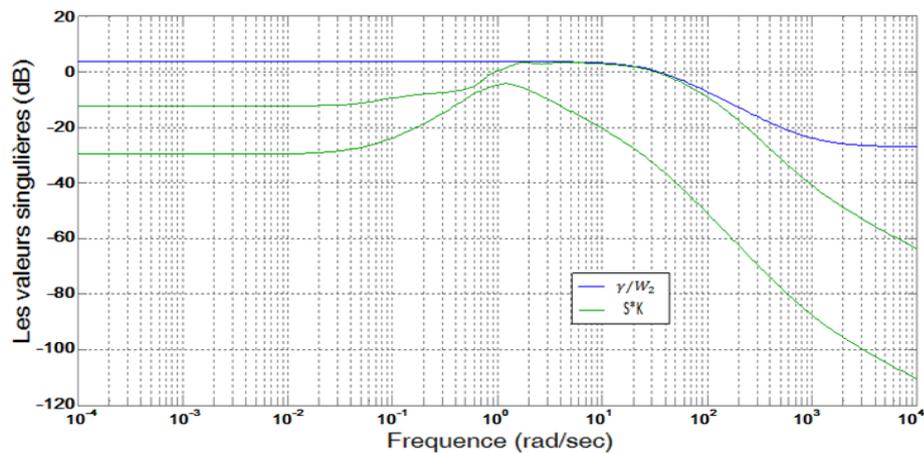


Figure IV.11 : Tracé de Bode de la fonction de sensibilité de commande

**IV.2.6.2. Définir le type d’incertitude**

Comme nous l’avons signalé dans l’introduction, il est sûr que dans une application industrielle, des incertitudes de modélisation existent et nous avons intérêt à les prendre en considération. Ces incertitudes non structurées englobent l’erreur due au capteur de concentration et la dynamique du système réel de la colonne W.B.

On peut écrire le système perturbé avec tous ses éléments sous la forme suivante:

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{[K_p]_{11} e^{-[\theta_p]_{11} s}}{T_{11} s + 1} & \frac{[K_p]_{12} e^{-[\theta_p]_{12} s}}{T_{12} s + 1} \\ \frac{[K_p]_{21} e^{-[\theta_p]_{21} s}}{T_{21} s + 1} & \frac{[K_p]_{22} e^{-[\theta_p]_{22} s}}{T_{22} s + 1} \end{bmatrix} \quad (IV.60)$$

$$[K_p]_{ij} = \pm 20\% K_{ij} \quad i,j=1,2 \quad (IV.61)$$

En rappelant que  $K_{ij}$  sont les gains statiques des sous-systèmes  $G_{ij}$  dans le cas nominal. Nous rappelons ci-dessous le tableau II.4 exprimant les valeurs de perturbation des gains  $[K_p]_{ij}$  et des retards  $[\theta_p]_{ij}$  de la colonne de distillation W.B.

**Tableau IV.1.** Les incertitudes sur les gains et les retards de la colonne de distillation.

Paramètre incertain	<i>i, j</i>	Maximum	Nominal	Minimum
$[K_p]_{ij}$	1,1	15,36	12,8	10,24
	1,2	-15,12	-18,9	-22,68
	2,1	7,92	6,6	5,28
	2,2	-15,52	-19,4	-23,28
$[\theta_p]_{ij}$	1,1	2	1	1
	1,2	4	3	2
	2,1	10	7	4
	2,2	4	3	2

**IV.2.6.3. L’algorithme de la commande  $H_\infty$**

La synthèse du contrôleur été faite à partir du régime nominal, les variations dynamiques seront incluses dans les modèles de la perturbation de façon multiplicative à l’entrée dans le système de colonne de distillation binaire continue W.B.

L’algorithme de la commande  $H_\infty$ , nous montre les étapes primordiales pour arriver à une commande avec certaine robustesse en stabilité et performance (voir figure IV.13).

Les résultats de simulations de la commande  $H_\infty$  sont obtenus en suivant l’algorithme présenté ci-dessous.

**IV.2.6.4. Interprétations des résultats**

- On observe pour le procédé de distillation en basses fréquences la norme de  $W_1(s)$  est inférieure à l’unité et ne peut pas l’excéder.
- Les erreurs d’approximation des retards de modèle du système sont faibles en basse fréquence et deviennent imprécises en moyennes et hautes fréquences, ce qui explique l’allure croissante de la fonction  $W_1(s)$ .

D'après les figures ci-dessus on peut tirer les observations suivantes :

- D'après les figures IV.10, IV.11, on constate que le procédé ne possède pas d'erreur statique en boucle fermée pour le régime nominal et pour les régimes perturbés, et qu'il est bien découplé ceci est déduit du fait que chaque référence agit sur une seule sortie.
- Le régulateur  $H_\infty$  obtenu est d'ordre de 28. En utilisant Matlab avec la routine **balred** (balanced model reduction), d'ordre de régulateur  $H_\infty$  réduit obtenu est d'ordre 13, afin de faciliter la conception, l'implémentation et le fonctionnement en temps réel.

Les résultats temporels sont présentés dans le chapitre V : résultats de simulations, pour monter l'efficacité de la commande  $H_\infty$  en terme de robustesse en stabilité et en performance et le découplage des sorties  $y_D$  et  $x_B$ .

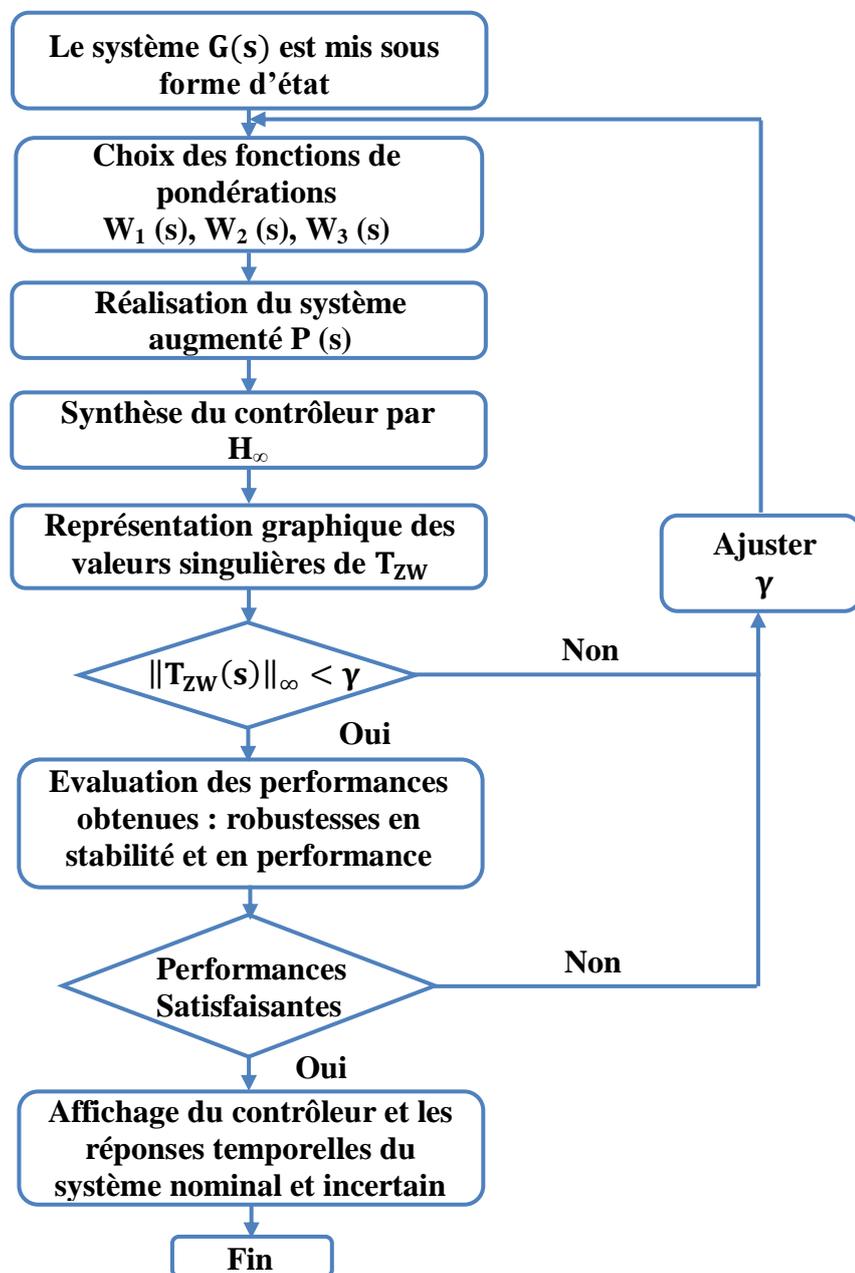


Figure IV.13: Organigramme d'application de la commande  $H_\infty$  sur la colonne de distillation

### IV.3. La commande prédictive

De nos jours, les systèmes deviennent de plus en plus complexes. En effet, les besoins de l'utilisateur sont de plus en plus grands. Nous sommes donc amené à satisfaire ces exigences en améliorant les performances des systèmes qui consistent en la rapidité, la précision et la stabilité.

L'automatique fait partie des disciplines qui s'intéressent à la commande des systèmes afin de les rendre de plus en plus fiables et performants.

L'utilisateur exige une réponse du système qui doit être précise, fixée d'avance et sans l'utilisation d'un système de découplage, donc on a intérêt à diminuer l'erreur entre les sorties du système et les consignes désirées.

Le schéma ci-dessous illustre la chaîne de commande d'une colonne de distillation.

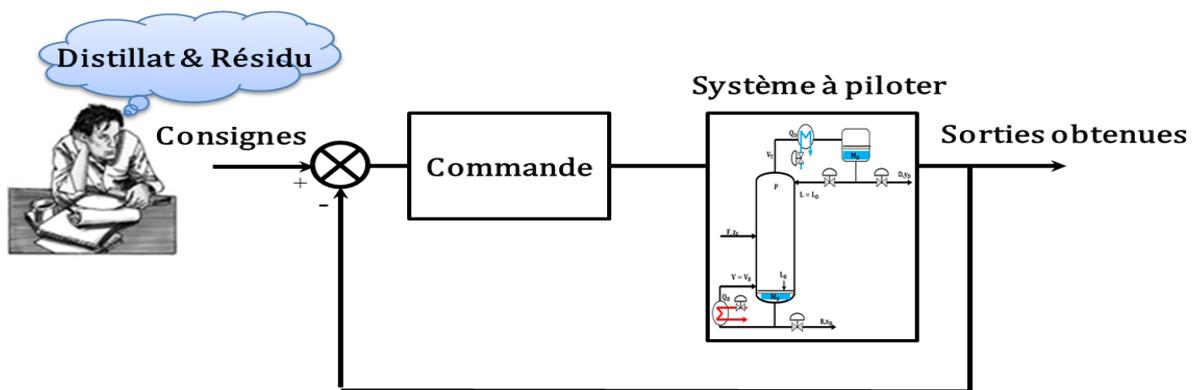


Figure IV.14: Chaîne de commande d'une colonne de distillation

#### IV.3.1. L'état de l'art de la commande prédictive

Notre objective est d'exposer d'une manière concise et générale les différents techniques parmi les algorithmes les plus populaires MPC, on peut citer à titre indicatif:

##### ➤ MPHC (Model Predictive Heuristic Control)

Développée par Richalet et al. en 1976, 1978, le plus adapté pour les grands systèmes multivariables avec contrainte. [RIC78], renommée plus tard **MAC (Model Algorithmic Control)**. Cette approche est basée sur un modèle à réponse impulsionnelle pour un système d'horizon de prédiction temporel est long est par conséquent on obtient un contrôleur lent et robuste, qui force les trajectoires de la sortie future la plus près possible des trajectoires de référence imposées.

##### ➤ DMC (Dynamic Matrix Control)

Développée chez Shell Oil par une succession des activités de Cutler and Ramaker [CUT80], appliquées sur des systèmes multivariables linéaires sans contraintes, Cette approche est basée sur un modèle à réponse indicielle pour le système, l'horizon de prédiction fini, forcer la sortie la plus possible de la consigne, l'élaboration des lois de commandes optimales sont calculées par la méthode des moindres carrés, on intervient sur les variables de commande en utilisant l'incrément de commande à la place de la commande dans la fonction de coût.

➤ **EPSAC (Extended Prediction Self-Adapted Control)**

La commande auto-adaptative prédictive étendue développée par Keyesen, A.R. van Cauwenberghe en 1985[ROB99][KEY85], utilise une fonction de transfert discrète pour modéliser le processus et propose un signal de commande constant pour tout l'horizon de prédiction tout en appliquant un prédicteur sous-optimal au lieu de résoudre une équation diophantienne pour un système non-linéaire (en linéarisant le système) [HOL10].

➤ **EHAC (Extended Horizon Adaptive Control)**

La commande adaptative à horizon étendu développée par B.E. Ydstie en 1984 [YDS84], appliquée sur des systèmes monovariables, utilise une fonction de transfert. Cette approche est a pour but de maintenir la sortie future la plus près possible de la consigne pour un horizon de temps plus grand que le retard pur de système, l'élaboration des lois de commandes est calculer à chaque instant par la résolution de l'équation diophantienne.

➤ **GPC (Generalized Predictive Control)**

La commande prédictive généralisé développée par D.W. Clarke, C. Mohtadi et P.S. Tuffs en 1987 [CLA87] [ROB99], est l'un des algorithmes les plus populaires de contrôle prédictifs, utilise un modèle CARIMA (Controlled Auto-Regressive Integrated Moving Average), est utilisé pour obtenir des prédictions de sortie et d'optimiser une séquence des signaux de contrôle futures à minimiser une fonction de coût en plusieurs étapes définies sur un horizon de prédiction [ROB99], il est possible d'appliquer sur des système à non-minimum de phase, en boucle ouverte instable et même pour des systèmes avec retard purs variables.

➤ **PFC (Predictive Functional Control)**

Développée par Richalet and ADERSA (Richalet, 1998; Richalet, 1993) PFC (Predictive Functional Control) [RIC87] est un algorithme prédictif simple, utilisé surtout pour des systèmes SISO industriels rapides et/ou non-linéaires, s'avérant pratique pour l'ingénieur en permettant le réglage direct des paramètres (par exemple la constante de temps) associées au temps de montée; pour garder la simplicité, une manque de rigueur en performance et surtout dans la garantie des contraintes est associée avec cet algorithme [STO08].

➤ **MPC (Model predictive Control)**

La commande prédictive a été formulé en espace d'état dans les travaux de M. Morari en 1994 [MOR94], ce formalisme de la représentation d'état, à la capacité de la généralisation de la commande à des cas plus complexes comme les systèmes avec des perturbations stochastiques et du bruit dans les variables mesurée, faciliter l'analyse de la stabilité et de la robustesse.

La commande MPC peut être interprétée comme un compensateur incluant un observateur. Ainsi, la stabilité, les performances et la robustesse sont liées aux pôles de l'observateur (placés directement dans la région souhaitée) et aux pôles du correcteur (induits par le choix des horizons et des pondérations) [STO08].

**IV.3.2. Le principe de la commande prédictive [BOM08]**

Dans sa formulation la plus générale, la méthodologie discrète de l'approche de la commande prédictive peut s'illustrer sur le schéma représenté sur la figure IV.15 :

1) A chaque instant présent discret  $k$ , les sorties futures (sur un horizon de taille  $N_2$ , dénommé horizon de prédiction) sont prédites à l'aide d'un modèle de comportement du processus à commander. Ces prédictions sont notées  $\hat{y}(k + i|k)$ , avec :

$i = 1, \dots, N_2$  pour indiquer la valeur de la sortie à l'instant  $k + i$  calculée à l'instant  $k$ .

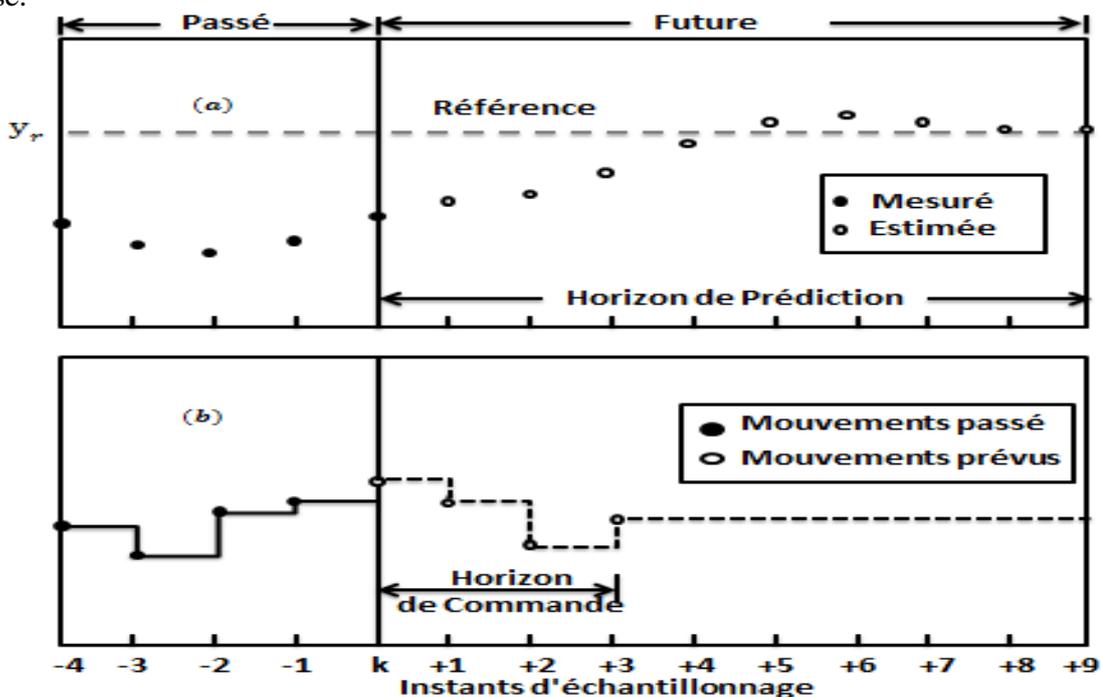
Elles dépendent des valeurs connues jusqu'au temps  $k$  (entrées et sorties passées) et des commandes futures  $u(k + i|k), i = 0, \dots, N_u - 1, N_u$  étant l'horizon de commande.

2) Les futurs signaux de commande  $u(k + i|k), i = 0, 1, \dots, N_u - 1$  sont calculés en optimisant un critère  $J$  (fonction coût) spécifié pour que le procédé soit aussi proche que possible de la trajectoire de référence  $Yr(k + i)$ , tout en réduisant les efforts de la commande, des contraintes sur la sortie et/ou sur la commande peuvent être également imposées.

3) Finalement, seul le premier élément  $u(k | k)$  du vecteur du signal de commande optimale  $u(k + i|k), i = 0, 1, \dots, N_u - 1$  est appliqué au système pendant le prochain temps d'échantillonnage et la résolution recommence avec l'étape 1 en prenant en compte les mesures actualisées  $y(k + 1)$  du procédé. Ceci est donc le caractère 'boucle fermée' de l'approche, car la résolution sur l'horizon de prédiction est-elle effectuée en boucle ouverte.

La commande  $u(k + 1|k + 1)$  est en principe différente de  $u(k + 1|k)$  puisque de nouvelles informations ont pu être prises en compte. Ceci est connu comme le concept de l'horizon fuyant (ou glissant).

Les performances de la commande MPC dépend en grande partie du modèle de processus utilisé.



**Figure IV.15:** La stratégie de la commande prédictive  
Figure du haut (a): La sortie estimée      Figure de bas (b): La commande prévue

### V.3.3. Les avantages et les inconvénients de la commande prédictive

La commande prédictive constitue un domaine vaste et varié et intègre des disciplines comme la commande multivariable, la commande optimale, la commande par retour d'état ou par retour de sortie.

#### IV.3.3.1. Les avantages

Les plus importants sont : [DEB06]

- ✓ La commande prédictive est employé souvent pour contrôler une variété de processus, des systèmes avec comportement relativement simple à d'autres qui présentent un comportement dynamique peu habituel comme ceux avec grands retards, oscillant fortement, de phase minimale ou instable. En outre, les systèmes multivariables et non linéaire faisant partie du domaine d'application d'une telle approche.
- ✓ La commande prédictive possède particulièrement la compensation de retard et la compensation par anticipation (feed-forward) de perturbations mesurables.
- ✓ Le traitement des restrictions peut être inclus systématiquement pendant le développement de la conception et de l'implantation du contrôleur. Les concepts manipulés sont intuitifs et peuvent être assimilés par un personnel sans connaissance profonde en commande.

#### IV.3.3.2. Les inconvénients

Malgré ces avantages, la commande prédictive présente quelques inconvénients : [DEB06]

- La charge nécessairement élevée de calcul: la résolution des algorithmes numériques en ligne nécessite un volume et un temps de calcul plus grands que ceux impliqués par les contrôleurs classiques PID.
  - Un autre inconvénient est dû au fait qu'il est nécessaire d'avoir un modèle approprié du processus.
- L'approche de commande prédictive est basée sur la connaissance d'un modèle et donc, les performances obtenues dépendront des écarts existant entre le vrai processus et le modèle utilisé.

#### IV.3.4. Synthèse de la commande prédictive multivariable (MPC MIMO)

La commande des systèmes multivariables, avec un modèle du système sous forme de représentation d'état, est présentée dans la figure IV.16 qui nécessite trois étapes nécessaires à la formulation de la loi de commande prédictive MIMO :

- 1) Mise sous forme d'état du modèle du système (obtenu après une étape préliminaire de modélisation).
- 2) Calcul de la loi de commande (**gain du correcteur** et **pré-filtre de consigne** obtenus par minimisation d'un **critère de performance**).
- 3) Estimation de l'état par l'intermédiaire d'un observateur si l'état du système n'est pas disponible.

Nous allons par la suite étudier en détail la commande prédictive en commençant par une définition de ses différentes étapes :

- La commande par retours d'état (**Commande prédictive MPC sans observateur**).
- La commande par retour de sortie (**Commande prédictive MPC avec observateur**).

Faire de ces deux étapes qui seront détaillées ultérieurement l'élaboration de la loi de commande MPC. Ces dernières, nous permettront de bien illustrer et concrétiser la notion de prédiction avec le système multivariable de la colonne de distillation.

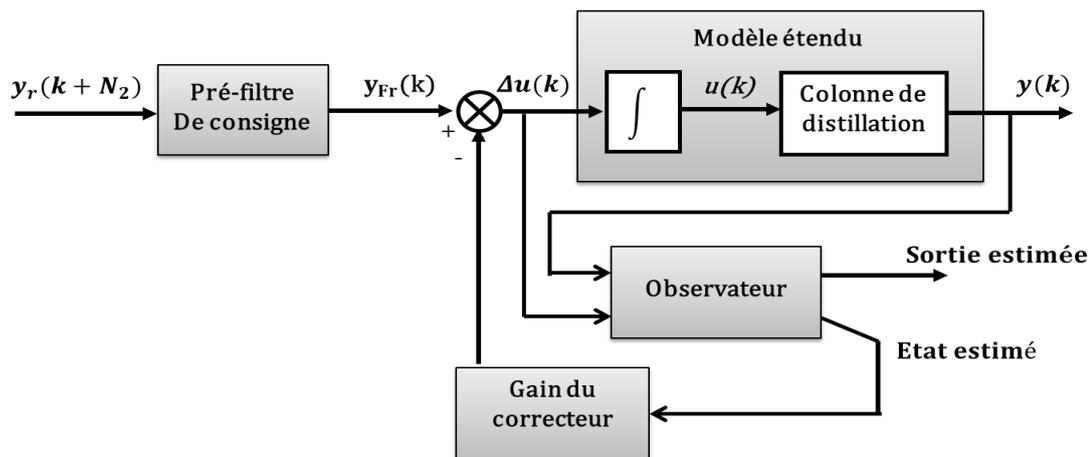


Figure IV.16: Schéma bloc général de la commande MPC sous la forme d'état.

### IV.3.5. La forme d'état linéarisée

Il y'a deux façons de représenter un même système :

- ❖ **représentation externe (fonction de transfert)** : qui permet de tenir compte de l'influence des entrées sur les sorties, cette dernière est incomplète pour commander ou contrôler des systèmes complexes pour cela, on a recourt à la représentation d'état qui permet de modéliser un système dynamiques sous la forme matricielle en utilisant des variable d'état.
- ❖ **Représentation interne (équation d'état)** : qui permet de tenir compte des conditions initiales du système.

Le modèle de la colonne à distiller W.B est de nature non linéaire de quatrième ordre (4<sup>ème</sup>), couplet qui est par essence difficile à manipuler.

Approche avec le contrôleur MPC est favorable avec un système en forme d'état linéarisée autour d'un point de fonctionnement.

#### IV.3.5.1. Représentation d'état du modèle

L'application de la loi de commande MPC nécessite la présentation du modèle dont on a besoin de contrôler.

On a déjà procédé à une discrétisation dans la forme d'état de la colonne de distillation, en l'écrivant de la forme suivante:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases} \quad (IV.62)$$

Avec :

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u(k) \quad (IV.63)$$

La colonne de distillation est un système multi-entrée multi-sorties (MIMO), représenté sous forme d'état, cette dernière est discrétisé avec une période d'échantillonnage  $T_e = 1$  min et transformé sous la forme d'état avec les matrices d'états suivantes: A, B, C. [MEK13]

$$\left( \begin{array}{l} A = \begin{bmatrix} 0.9419 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9123 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9535 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.9329 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0.9706 & 0 \\ 0.9555 & 0 \\ 0 & 0.9766 \\ 0 & 0.9661 \end{bmatrix} \\ C = \begin{bmatrix} 0.7665 & 0 & -0.9 & 0 \\ 0 & 0.6055 & 0 & -1.3472 \end{bmatrix} \end{array} \right) \quad (IV.64)$$

Tenant compte de l'action intégrale équation (IV.63), on remplace  $u(k)$  dans l'équation (IV.62), pour obtenir l'état étendu ( $x_e$ ) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} x_e(k+1) = A_e x_e(k) + B_e \Delta u(k) \\ y(k) = C_e x_e(k) \end{cases} \quad (IV.65)$$

Les paramètres de MPC sont :  $n = 4, m = 2, p = 2$  [MEK13]

Avec les notations suivantes :

$$\begin{cases} x_e(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{bmatrix} \quad A_e(k) = \begin{bmatrix} A & B \\ 0_{m,n} & I_m \end{bmatrix} \quad B_e(k) = \begin{bmatrix} B \\ I_m \end{bmatrix} \\ C_e(k) = [C \quad 0] \end{cases} \quad (IV.66)$$

Le principe de la technique MPC est d'utiliser un modèle de processus avec une action intégrale discrète équation (IV.67) afin (d'anticiper) de prédire le futur comportement du procédé équation (IV.68) Ces prédictions constituent un scénario des variables de commande en résolvant le problème optimisation.

Selon la stratégie prédictive [STO08], le modèle précédemment défini est ensuite utilisé pour élaborer la prédiction du comportement futur du système. En considérant que l'état du système est disponible, les prédictions des sorties futures peuvent être mises sous l'expression (IV.70).

#### IV.3.5.2. Calcul des sorties futures du système

En supposant que l'état du modèle est accessible, le point du départ pour le calcul du vecteur des sorties prédites  $\hat{y}(k+i|k)$  est donné par les expressions suivantes:



**IV.3.6. Le critère à minimiser (fonction de coût)**

La fonction coût  $J$  à minimiser à chaque période d'échantillonnage à pour but de rendre la sortie future  $\hat{y}(k+i)$  la plus proche de la trajectoire de référence  $Yr(k+i)$  dont la minimisation fournit le vecteur des commandes futures  $\Delta u(k+i)$ .

$$J = \sum_{i=N_1}^{N_2} \|\hat{y}(k+i) - Yr(k+i)\|_{Q_j(i)}^2 + \sum_{i=0}^{N_u-1} \|\Delta u(k+i)\|_{R_j(i)}^2 \quad (IV.71)$$

Avec :  $\Delta u(k+i) = 0$  pour  $i \geq N_u$

$N_1$  : est l'horizon minimal de prédiction.

$N_2$  : est l'horizon maximal de prédiction.

$N_u$  : est l'horizon de commande.

$\Delta u(k+i)$  : est l'incrément de commande.

$Yr(k+i)$  : est la trajectoire future de référence supposée connue à l'avance.

$Q_j$  : est le facteur de pondération sur l'erreur de poursuite.

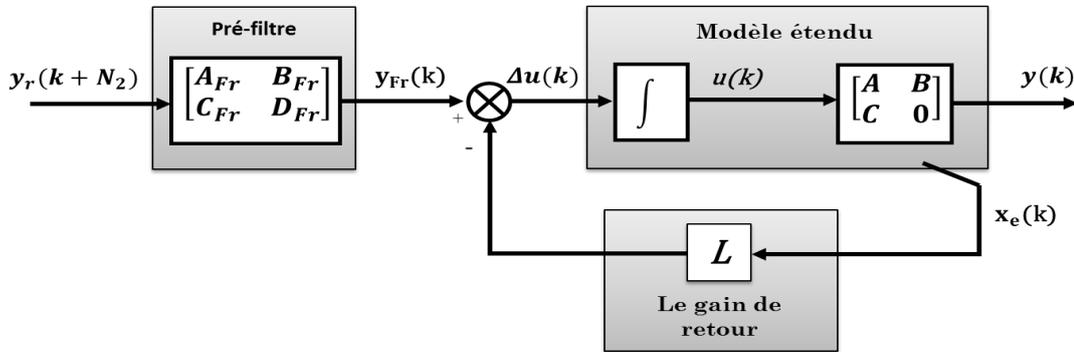
$R_j$  : est le facteur de pondération sur l'effort de commande.

**IV.3.7. Elaboration de la commande MPC**

**IV.3.7.1. Commande MPC sans observateur**

La commande MPC en espace d'état sans observateur (par retour d'état) supposons que l'état est connu, consiste à utiliser le vecteur d'état en contre réaction pour améliorer le comportement du système.

Il s'agit de calculer le retour  $L$  et le pré-filtre  $F_r$  afin d'annuler l'erreur statique entre la sortie du système et la sortie désirée.



**Figure IV.17:** La commande MPC sans observateur sous forme d'état (état connu)

Le critère à minimiser peut être écrit sous la forme matricielle suivante:

$$J = \|Y(k) - Yr(k)\|_{Q_j(i)}^2 + \|\Delta U(k)\|_{R_j(i)}^2 \quad (IV.72)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_j = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_j(N_1) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \tilde{Q}_j(N_2) \end{bmatrix}, \quad R_j = \begin{bmatrix} \tilde{R}_j(0) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \tilde{R}_j(N_u - 1) \end{bmatrix} \\ Y(k) = \begin{bmatrix} \hat{y}(k + N_1) \\ \vdots \\ \hat{y}(k + N_2) \end{bmatrix}, \quad Yr(k) = \begin{bmatrix} y_r(k + N_1) \\ \vdots \\ y_r(k + N_2) \end{bmatrix}, \quad \Delta U(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \vdots \\ \Delta u(k + N_u - 1) \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (IV.73)$$

Les dimensions des matrices intervenant dans l'expression (IV.73) sont données par :

$$Q_j \in \mathbb{R}^{p(N_2-N_1+1) \times p(N_2-N_1+1)}, \quad R_j \in \mathbb{R}^{mN_u \times mN_u}, \quad Y(k), Yr(k) \in \mathbb{R}^{p(N_2-N_1+1) \times 1}$$

$$\Delta U(k) \in \mathbb{R}^{mN_u \times 1}.$$

Les nouvelles matrices de pondération sont également diagonales définies positives.

On définit un autre vecteur  $Y(k)$  des prédictions des sorties sous forme matricielle, en considérant l'expression (IV.70) pour  $i = \overline{N_1, N_2}$  avec  $\Delta u(k+i) = 0$  pour  $i \geq N_u$ .

Le vecteur des sorties prédites devient alors :

$$Y(k) = \Psi x(k) + \Phi u(k-1) + \Phi_\Delta \Delta U(k) \quad (\text{IV.74})$$

Avec les matrices  $\Psi \in \mathbb{R}^{p(N_2-N_1+1) \times n}$ ,  $\Phi \in \mathbb{R}^{p(N_2-N_1+1) \times m}$ ,  $\Phi_\Delta \in \mathbb{R}^{p(N_2-N_1+1) \times mN_u}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi = \begin{bmatrix} CA^{N_1} \\ \vdots \\ CA^{N_2} \end{bmatrix} \quad \Phi = \begin{bmatrix} \Sigma_{N_1-1} \\ \vdots \\ \Sigma_{N_2-1} \end{bmatrix} \quad \Sigma_i = C \sum_{j=0}^i A^{i-j} B \\ \Phi_\Delta = \begin{bmatrix} \Sigma_{N_1-1} & \cdots & \Sigma_0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Sigma_{N_2-1} & \cdots & \Sigma_{N_1-N_2} & \Sigma_{N_1-N_2-1} & \cdots & \Sigma_{N_2-N_u} \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (\text{IV.75})$$

On a introduit par la suite une nouvelle notation  $\Theta \in \mathbb{R}^{p(N_2-N_1+1) \times 1}$ , contenant les consignes ainsi que les états et commandes à l'instant précédent (on fait la différence entre la consigne et la réponse libre du système) :[STO08]

$$\Theta(k) = Yr(k) - \Psi x(k) - \Phi u(k-1) \quad (\text{IV.76})$$

On fait apparaître d'une manière explicite tous les termes  $\Delta U(k)$  du vecteur à optimiser, en envisageant le critère de performance  $J$  suivant la relation (IV.77), en se référant aux expressions (IV.74) et (IV.76).

$$\left\{ \begin{array}{l} J = \|\Phi_\Delta \Delta U(k) - \Theta(k)\|_{Q_j}^2 + \|\Delta U(k)\|_{R_j}^2 \\ = (\Delta U(k)^T \Phi_\Delta^T - \Theta(k)^T) Q_j (\Phi_\Delta \Delta U(k) - \Theta(k)) + \Delta U(k)^T R_j \Delta U(k) \\ = \Theta(k)^T Q_j \Theta(k) - 2\Delta U(k)^T \Phi_\Delta^T Q_j \Theta(k) + \Delta U(k)^T (\Phi_\Delta^T Q_j \Phi_\Delta + R_j) \Delta U(k) \end{array} \right. \quad (\text{IV.77})$$

Qui a la forme suivante :

$$J = \Delta U(k)^T H \Delta U(k) + S \Delta U(k) + C^{te} \quad (\text{IV.78})$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} H = 2(\Phi_\Delta^T Q_j \Phi_\Delta + R_j) \\ S = 2\Phi_\Delta^T Q_j \Theta(k) \end{array} \right. \quad (\text{IV.79})$$

On voit que  $H$  et  $S$  ne dépendent pas de  $\Delta U(k)$ . Comme  $R_j > 0$  et  $Q_j > 0$  alors  $H > 0$  ce qui garantit la convexité de  $J(k)$ . Le critère de performance  $J$  est une fonction quadratique convexe, dans ce cas la condition pour que  $\Delta U(k)$  soit un optimum global de  $J(k)$  est que le gradient s'annule à ce point.

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U(k)} = 0 \quad (\text{IV.80})$$

La séquence des variations des commandes futures optimales  $\Delta U(k)$  provient de la résolution de l'équation (IV.80), avec la condition  $H^{-1}$  existe car  $H > 0$  :

$$\Delta U(k) = \frac{1}{2} H^{-1} S = (R_j + \Phi_{\Delta}^T Q_j \Phi_{\Delta})^{-1} \Phi_{\Delta}^T Q_j \Theta(k) \quad (\text{IV.81})$$

La stratégie de la commande prédictive est basée sur l'optimisation du critère de performance à chaque période d'échantillonnage, sur le principe de l'horizon fuyant.

La première composante de la séquence des commandes futures  $\Delta u(k)$  est appliquée à l'entrée du système. De ce fait, seuls les premiers  $m$  éléments de  $\Delta U(k)$  sont retenus et la résolution recommence en prenant en considération des nouvelles mesures actualisées du système:

$$\Delta U(k) = \Delta u(k) + u(k-1) \quad (\text{IV.82})$$

$$\Delta u(k) = \mu \Theta(k) = \mu Y_r(k) - \mu \Psi x(k) - \mu \Phi u(k-1) \quad (\text{IV.83})$$

$$\mu = [I_m \ 0_{m, m(N_u-1)}] (R_j + \Phi_{\Delta}^T Q_j \Phi_{\Delta})^{-1} \Phi_{\Delta}^T Q_j, \quad \mu \in \mathbb{R}^{m \times p(N_2 - N_1 + 1)} \quad (\text{IV.84})$$

- **Pré-filtre de consigne  $F_r$  et le retour d'état  $L$**

Le pré-filtre de consigne  $F_r$  peut être calculé. A partir du résultat (IV.89), un gain de retour d'état  $L = [L_1 \ L_2]$ .

Avec  $L \in \mathbb{R}^{m \times (n+m)}$ ,  $L_1 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ,  $L_2 \in \mathbb{R}^{m \times m}$ . En effet, la loi de commande  $\Delta u(k)$  se réécrit sous la forme :[STO08]

$$\Delta u(k) = y_{F_r}(k) - L x_e(k) = y_{F_r}(k) - L_1 x(k) - L_2 u(k-1) \quad (\text{IV.85})$$

De ce qui précède, on peut admettre par équivalence les valeurs suivantes :

$$L_1 = \mu \Psi, \quad L_{21} = \mu \Phi \quad \text{et} \quad y_{F_r}(k) = \mu Y_r(k) \quad (\text{IV.86})$$

Pour le calcul explicite du pré-filtre de consigne  $F_r$  sous forme d'état, la déviation suivante du coefficient  $\mu$  est considérée :

$$\mu = [\mu_1 \ \mu_2 \ \dots \ \mu_{N_2 - N_1 + 1}] \quad (\text{IV.87})$$

Avec  $\mu_i \in \mathbb{R}^{m \times p}$  pour  $i = \overline{1, N_2 - N_1 + 1}$  Avec ces notations, le vecteur  $y_{F_r}(k)$  est réécrit comme suit : [STO08]

$$y_{F_r}(k) = \mu_1 y_r(k + N_1) + \mu_2 y_r(k + N_1 + 1) + \dots + \mu_{N_2 - N_1 + 1} y_r(k + N_2) \quad (\text{IV.88})$$

Le pré-filtre de consigne  $F_r$  est présenté de tel sorte que, la consigne  $(k + N_2)$  est prise en considération par l'équation (IV.89).

$$\begin{cases} x_{F_r}(k+1) = A_{F_r} x_{F_r}(k) + B_{F_r} y_r(k + N_2) \\ y_{F_r}(k) = C_{F_r} x_{F_r}(k) + D_{F_r} y_r(k + N_2) \end{cases} \quad (\text{IV.89})$$

Avec le vecteur d'état  $x_{F_r}(k) = [y_r(k + N_1)^T \ y_r(k + N_1 + 1)^T \ \dots \ y_r(k + N_2 - 1)^T]^T$  de taille  $x_{F_r}(k) \in \mathbb{R}^{p(N_2 - N_1) \times 1}$

Les matrices d'états du pré-filtre de consigne sont:

$$\left( \begin{array}{l} A_{Fr} = \begin{bmatrix} 0_{p(N_2-N_1-1),p} & I_{p(N_2-N_1-1)} \\ & 0_p \end{bmatrix} & B_{Fr} = \begin{bmatrix} 0_{p(N_2-N_1-1),p} \\ I_p \end{bmatrix} \\ C_{Fr} = [\mu_1 \ \mu_2 \ \cdots \ \mu_{N_2-N_1}] & D_{Fr} = \mu_{N_2-N_1+1} \end{array} \right) \quad (\text{IV.90})$$

Les dimensions des matrices intervenant dans l'équation (IV.86), sont donnée par :

$$A_{Fr}(k) \in \mathbb{R}^{p \times (N_2-N_1) \times p(N_2-N_1)} \quad , \quad B_{Fr}(k) \in \mathbb{R}^{p \times (N_2-N_1)} \quad , \quad C_{Fr}(k) \in \mathbb{R}^{m \times p(N_2-N_1)} \quad , \\ D_{Fr}(k) \in \mathbb{R}^{m \times p}.$$

La synthèse de la commande MPC sans observateur est schématisée par la figure IV.17. Pour y parvenir, le calcul du gain de retour d'état  $L$  et le pré-filtre de la consigne  $F_r$  sont présentés par les équations précédentes [STO08].

### IV.3.7.2. Commande MPC avec observateur

Un observateur est un système dynamique capable de reproduire les états non mesurables d'un système à partir de la connaissance des entrées et des sorties de ce système. A des fins de simplification les états mesurables sont inclus dans le vecteur de sortie.

L'avantage principale d'un MPC avec observateur est d'estimer l'état et de réaliser la prédiction des sorties et des commandes futures.

La commande des systèmes nécessite la connaissance de ses états à travers le placement des capteurs, cependant, lorsque le système présente plusieurs états, le nombre de capteurs devient énorme. En outre, dans certains cas, on ne trouve pas les capteurs appropriés.

Pour remédier à ce problème, on fait appel à la théorie des observateurs, cette théorie repose sur quelques mesures pour reconstituer les états non mesurables.

Dans un système réel, on n'a pas toujours accès à tous les états du système, donc on a ajouté à la commande précédente (Commande MPC sans observateur) un observateur afin d'estimer l'état. Cette démarche ne change pas le resultat car la prédiction du vecteur d'état reste toujours la même pour ce vecteur d'état.

En ce qui concerne la théorie de la commande MPC avec observateur, on a présenté les changements apportés à l'ancienne commande MPC en espace d'état en supposant que l'état est inconnu. On a besoin de remplacer le vecteur d'état  $x(k)$  par son estimé  $\hat{x}(k)$ . Le gain du correcteur de retour et le pré-filtre de consignes restent les mêmes [STO08].

$$\begin{cases} \hat{x}_e(k+1) = A_e \hat{x}_e(k) + B_e \Delta u(k) + K(y(k) - \hat{y}(k)) \\ \hat{x}_e(k+1) = (A_e - KC_e) \hat{x}_e(k) + B_e \Delta u(k) + Ky(k) \end{cases} \quad (\text{IV.91})$$

$K \in \mathbb{R}^{(n+m) \times p}$ , représente le gain multivariable de l'observateur.

Avec :

$$\hat{x}_e(k) = \begin{bmatrix} \hat{x}(k) \\ \hat{u}(k-1) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.92})$$

L'existence de la matrice  $K$  de l'observateur est conditionnée par la propriété de la commandabilité d'observabilité de la paire  $(A_e, B_e)$  et d'observabilité de la paire  $(A_e, C_e)$ .

Le gain multivariable de l'observateur est calculé par une méthode classique de placement des valeurs propres de la matrice  $A_e - KC_e$  dans une région stable à l'intérieur du cercle d'unité. On rappelle que les observateurs caractérisent la dynamique de l'erreur. Ils sont placés de telle sorte que celle-ci évolue plus rapidement que les états du système.

L'observateur utilisé dans notre thèse a une structure de type prédictor élaboré par Stoica [STO08], qui calcul en fonction de la sortie  $y(k)$  pour prédire l'état à l'instant  $k + 1$ .

La figure IV.18 synthétise la structure globale de la loi de commande MPC sous forme d'état, lorsque l'état est estimé à l'aide d'un observateur prédictor.

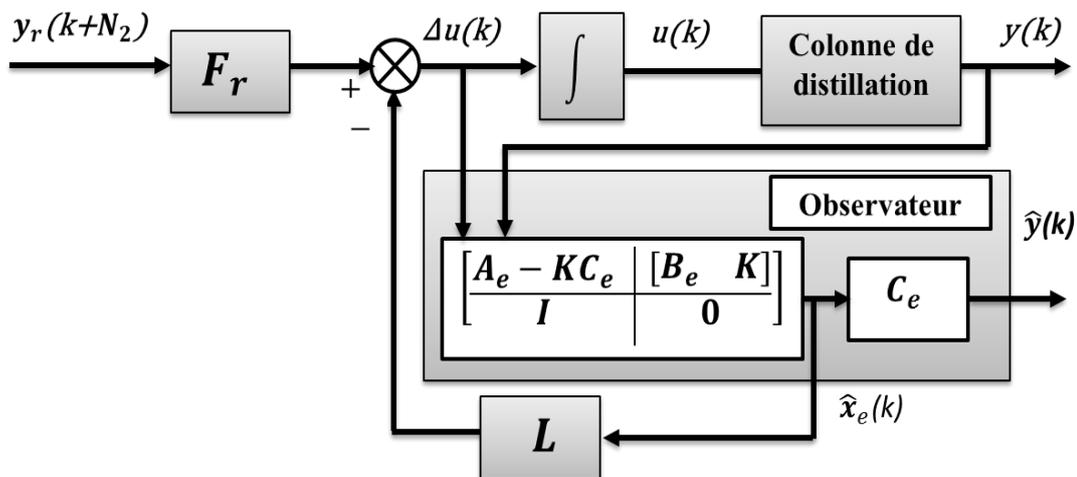


Figure IV.18: La commande MPC sous forme d'état avec un observateur

#### IV.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé les synthèses des contrôleurs robustes de la colonne de distillation Wood et Berry (W.B), tel que le contrôleur robuste  $H_\infty$ , MPC.

Dans un autre volet, nous avons introduit les incertitudes non structurées dans le but de vérifier la robustesse en performance du système nominal et perturbé.

On a élaboré deux lois de commande : robuste  $H_\infty$  et commande prédictive multivariable sous la forme d'état basée sur le modèle nominal de la colonne de distillation avec et sans observateur.

Des comparaisons seront faites dans le prochain chapitre afin de montrer les points forts et les points faibles de chaque commande.

# Chapitre V

## Résultats de Simulations

### **V.1. Introduction**

### **V.2. Comportement du système commandé avec des réponses indicielles**

#### **V.2.1. Comportement du système nominal commandé**

##### **V.2.1.1. Tests des changements de consignes**

##### **V.2.1.2. Tests de rejet de perturbation**

#### **V.2.2. Comportement du système incertain commandé**

##### **V.2.2.1. Tests des changements de consignes et effets de couplage**

### **V.3. Comportement du système commandé avec les conditions de fonctionnements**

#### **V.3.1. Comportement du système nominal commandé**

##### **V.3.1.1. Tests des changements de consignes**

##### **V.3.1.2. Tests de rejet de perturbation**

#### **V.3.2. Comportement du système incertain commandé**

##### **V.3.2.1. Tests des changements de consignes**

##### **V.3.2.2. Tests de rejet de perturbation**

##### **V.3.2.3. Tests des changements de consignes avec variations des gains et retards**

##### **V.3.2.4. Tests de rejet de perturbation avec des variations des gains et retards**

### **V.4. Comparaison entre différentes techniques de commandes proposées**

## V.1. Introduction

Ce chapitre est consacré à l'application des lois de commandes déterminées: IMC-PI avec découplage inversé,  $H_\infty$  et MPC respectivement sur notre modèle de la colonne de distillation dont la synthèse a été faite dans les chapitres précédents.

Dans cette partie, plusieurs tests ont été faits, afin de comparer ces différentes techniques de commandes. Ces essais ont été effectués par application des réponses indicielles et dans le cas des conditions de fonctionnement pour un système nominal et lorsque le système devient incertain.

## V.2. Comportement du système commandé avec des réponses indicielles

### V.2.1. Comportement du système nominal commandé

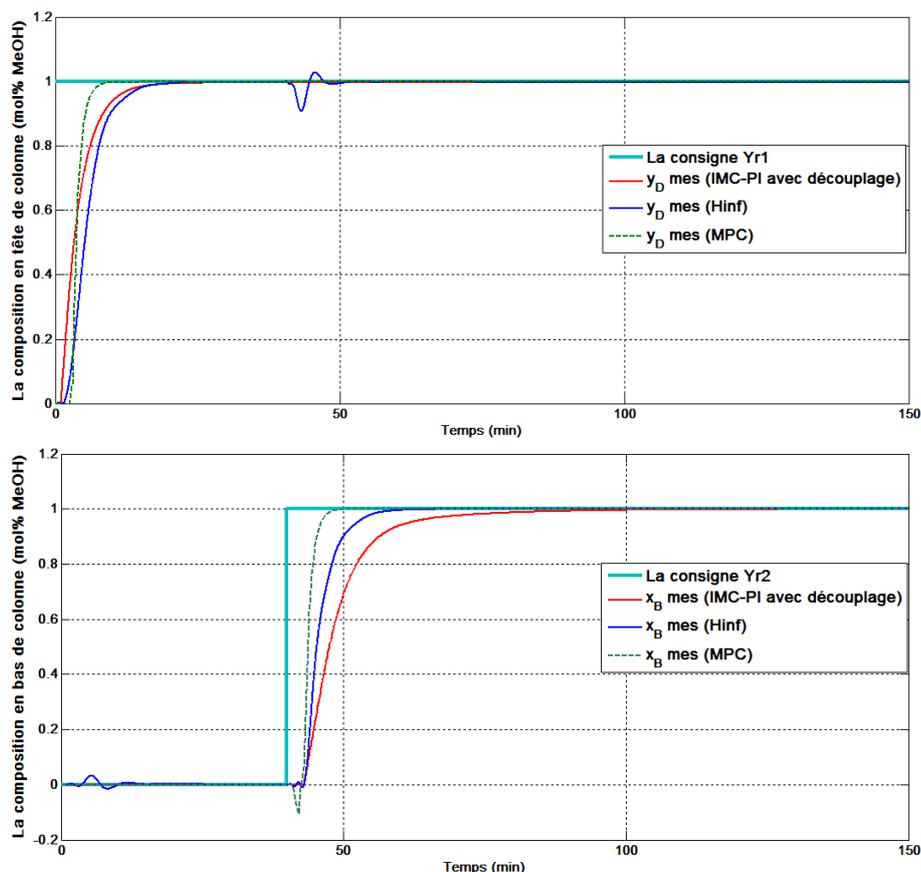
Les résultats de simulations des réponses temporelles en boucles fermées seront présentés avec :

- Changements de consignes.
- Rejet de perturbation.

#### V.2.1.1. Tests des changements de consignes

Lorsque les deux régimes permanents sont atteints :

- Une consigne de 1 est appliquée sur Yr1, à l'instant t=0 minute.
- Une variation de consigne de 0 à 1 est appliquée sur Yr2, à l'instant t=40 min.



**Figure V.1:** Simulations pour changements de consignes:

- Figure du haut (a): La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

A partir des résultats de simulations des deux boucles de régulations de la concentration du produit léger dans le distillat en tête et le résidu en bas de la colonne de distillation présentés dans la figure V.1, où la commande prédictive multivariable a donné de très bonnes performances à savoir le temps de monté et d'établissement, de 2.23 min et 5.94 min, respectivement dans la figure V.1 (a), de 2.20 min et 45.95 min dans la figure V.1 (b).

La puissance de la commande MPC réside dans sa capacité de rejeter totalement l'interaction dans le système de la colonne de distillation binaire, sans avoir besoin d'un découplage inversé.

Le régulateur décentralisé IMC-PI résulte de la combinaison du régulateur IMC-PI avec un découplage inversé dont la synthèse a été faite dans le chapitre III. Ce régulateur décentralisé a montré son efficacité par des performances acceptables en suivi de consigne en comparant les régulateurs  $H_\infty$  ou MPC dans la figure V.1 (a) avec un temps de monté et d'établissement de 6.88 min et 10.57 min respectivement, ces performances sont réduites dans la figure V.1 (b) de 12.40 min et 61.5 min.

Le régulateur  $H_\infty$  a donné de bon résultat dans la deuxième boucle qui est retardée trois fois plus que la première boucle en rattrapant le retard du régulateur décentralisé IMC-PI, en réduisant l'interaction sans faire appel à un découplage inversé, avec un temps de monté et d'établissement de 6.24 min et 49.91 min dans la figure V.1 (b) et de 6.84 min et 12.22 min dans la figure V.1 (a).

### V.2.1.2 Tests de rejet de perturbation

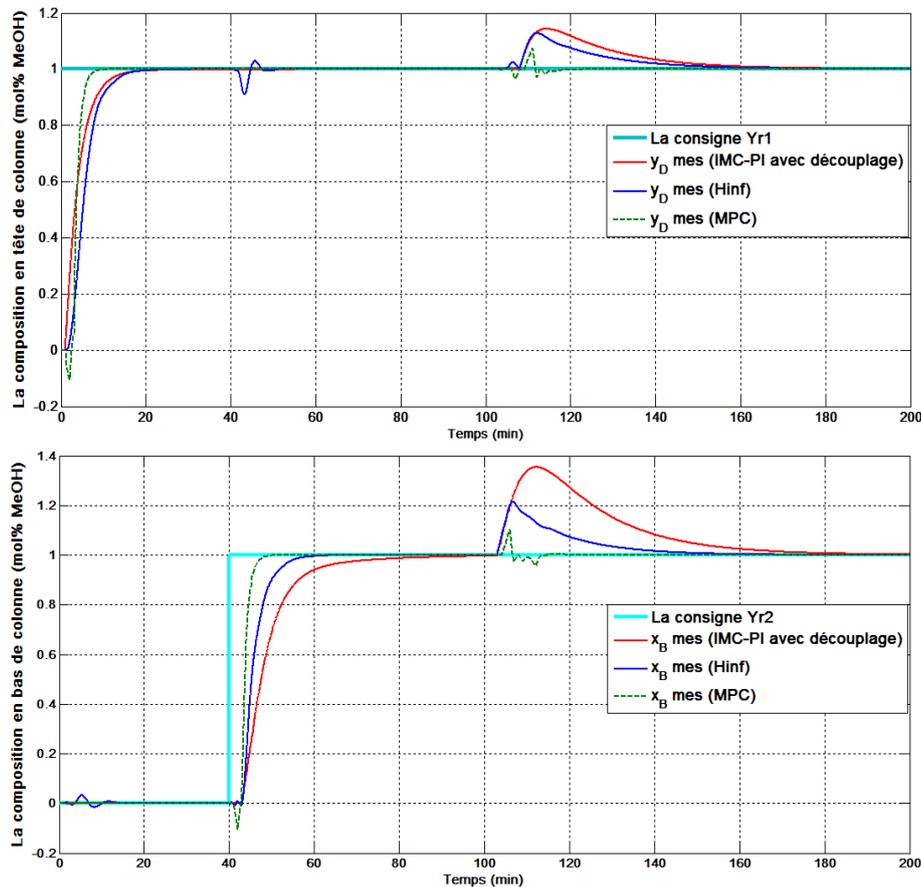
Pour tester la robustesse de ces contrôleurs, des simulations ont été exécutées en introduisant une perturbation du débit d'alimentation binaire 'F', tout en considérant les mêmes variations de consignes que le test a présenté dans la figure V.2.

Le système va subir des changements de points de consigne précédente en ajoutant un échelon continu de perturbation d'amplitude  $d=0.2$  à  $t=100$  min sur le débit d'alimentation.

Le régulateur décentralisé IMC-PI n'a pas pu rejeter la perturbation dans le débit d'alimentation 'F' et présente des dépassements importants indésirables de 14.34% et 35.41% aux instants 114.35 min et 112.2 min respectivement des valeurs finales désirées des deux compositions  $y_D, x_B$ . Ces dernières ont un temps d'établissement de 134 min pour la première boucle et 148 min pour la deuxième.

Par contre le régulateur  $H_\infty$  a pu ramener les mesures aux consignes désirées en présence des dépassements acceptables de 12.8% et 21.5% aux instants 112 min et 106.7 min respectivement des valeurs finales désirées des deux compositions  $y_D, x_B$ . Ces dernières ont un temps d'établissement de 126 min pour la première boucle et 125 min pour la deuxième. La commande  $H_\infty$  est conservatrice et a besoin de faire vérifier plusieurs d'hypothèses, d'annuler l'effet de couplage, rejet de la perturbation et prendre en considération les incertitudes sur les paramètres de modèle.

La commande prédictive multivariable présentée dans ce travail a donné d'excellents résultats en rejet de perturbation de 7.5% et 10.37% aux instants 111 min et 106 min respectivement des valeurs finales désirées des deux compositions  $y_D, x_B$ . Ces dernières ont un temps d'établissement de 111.2 min pour la première boucle et 106.34 min pour la deuxième, mais seulement avec le système nominal.



**Figure V.2:** Simulations pour rejet de perturbation:

- Figure du haut **(a)**: La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas **(b)**: La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

La figure V.3 représente les signaux de commandes des régulateurs proposés pour les réponses à des échelons de consignes et les efforts pour rejeter la perturbation dans le débit de l'alimentation de +8% du débit nominal  $F=2.45$  lb/min. La commande  $H_\infty$  présente les signaux lisses demandés dans le cahier des charges, tandis que les autres commandes montrent une réponse oscillatoire.

On remarque que les pics indésirables résultent de l'utilisation de la commande prédictive lors des changements de consignes,  $Yr1 = 1$  (échelons 1) à  $t=0$  min,  $Yr2 = 1$  (échelons 2) à  $t=40$  min (l'effet de couplage) et de la perturbation à  $t=100$  min sont générés par la non fixation de l'intervalle de commandes des deux débits de reflux et de la vapeur.

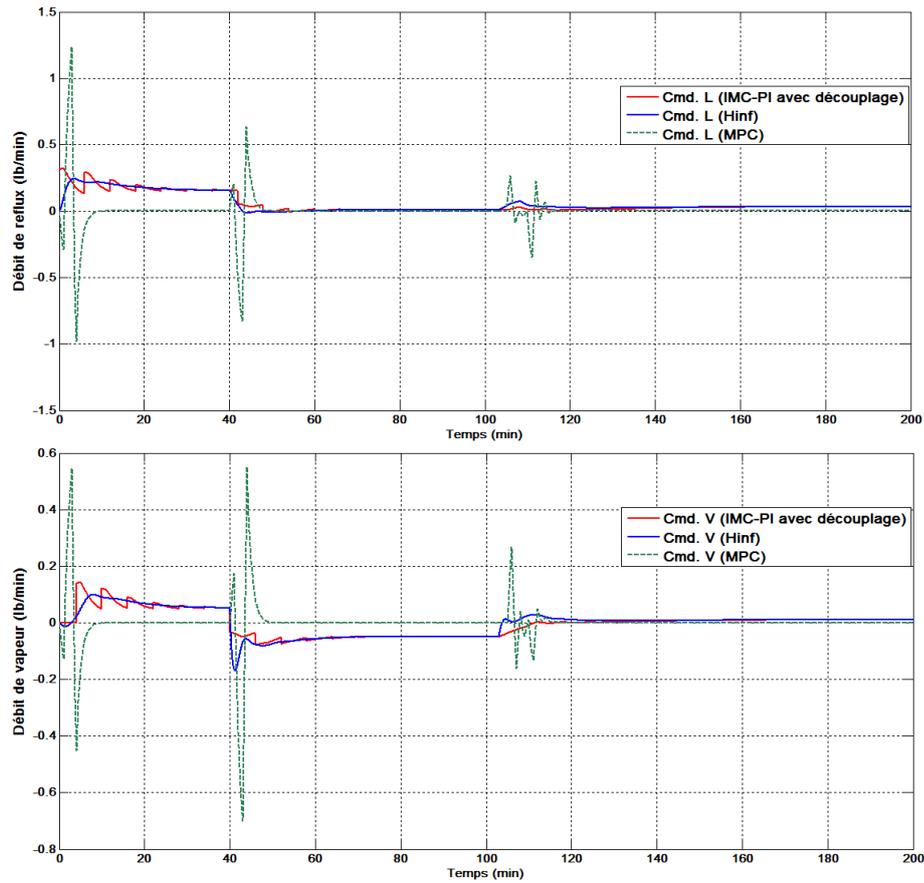


Figure V.3: Les commandes appliquées pour changements de consignes et rejet de perturbation:

- Figure du haut (a): le débit de reflux;
- Figure du bas (b): le débit de vapeur.

V.2.2. Comportement du système incertain commandé avec des réponses indicielles

V.2.2.1. Tests des changements de consignes et effets de couplage

Le système de commande de notre modèle est en 2x2 (deux entrées /deux sorties) et par conséquent les Step (échelon de 1) ont été effectués deux fois en imposant une entrée de Step d'amplitude de un (1) par rapport à l'état d'équilibre en débit de reflux  $L$  et débit de vapeur  $V$  séparément, pour obtenir deux ensembles de données d'entrées-sorties (chaque ensemble de données d'E/S contient:  $L$  et  $V$ ,  $y_D$  et  $x_B$ ).

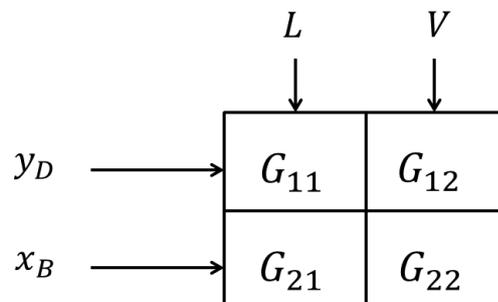


Figure V.4 : La relation entre les données E/S avec échelons en consignes

Les coefficients de la réponse de Step qui relie  $L$  et  $y_D$ ,  $L$  et  $x_B$  sont dérivés à partir des premières données de consigne (changement d'échelon de  $L$ ), tandis que les relations de  $V$  et  $y_D$ ,  $V$  et  $x_B$  sont obtenues grâce à des deuxièmes données de consigne (changement d'échelon  $V$ ).

Ces relations peuvent être illustrées à la figure V.4 où  $G_{11}$ ,  $G_{12}$ ,  $G_{21}$ ,  $G_{22}$  sont la relations associées à  $L$  et  $y_D$ ,  $V$  et  $y_D$ ,  $L$  et  $x_B$  et  $V$  et  $x_B$  respectivement.

Afin d'évaluer la capacité du contrôleur  $H_\infty$  à réduire l'interaction des deux sorties l'un sur l'autre et de surmonter le changement des paramètres du modèle, on fait varier les gains ( $K_p$ ) de notre modèle selon le tableau IV.4 cité précédemment. Les résultats obtenus sont illustrés dans la figure V.5.

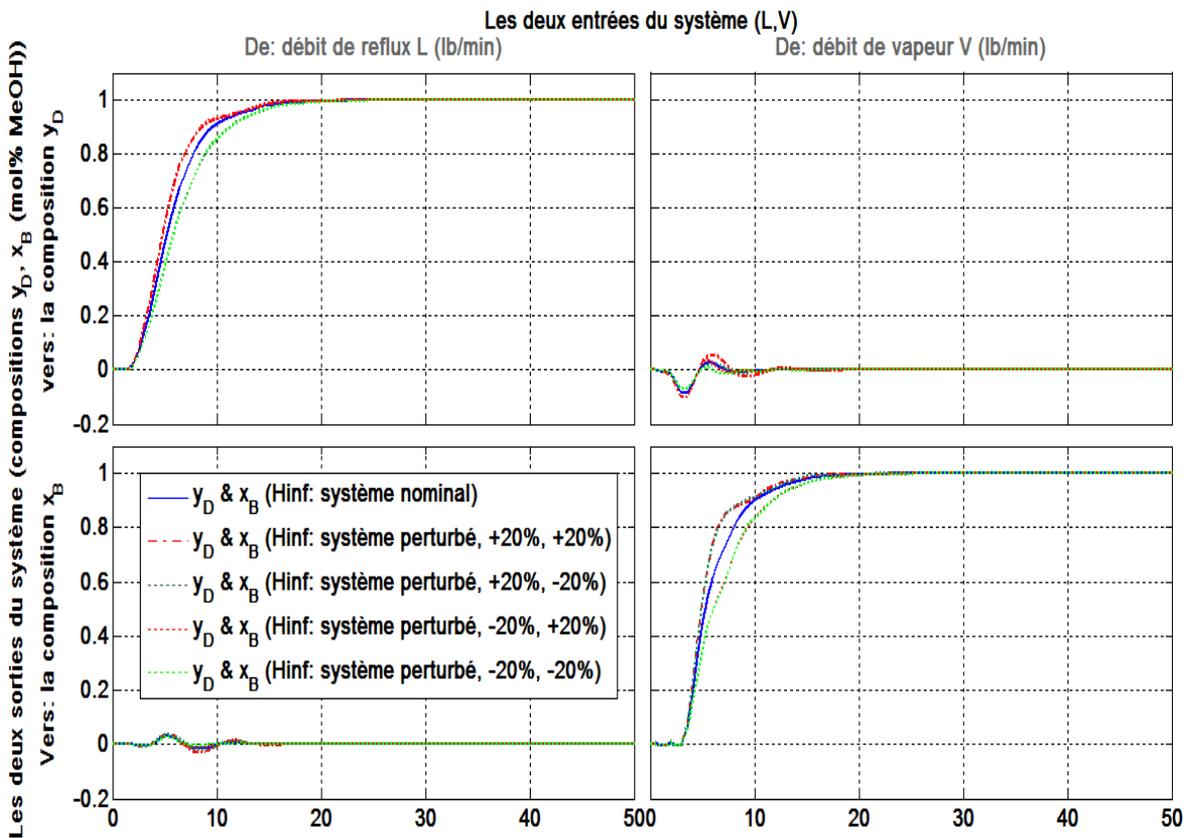


Figure V.5 : Simulation de changements de consignes et couplage avec incertitudes de gains

Malgré les variations des incertitudes de gains ( $K_p$ ), notre contrôleur reste robuste et fiable, de plus, on peut remarquer explicitement le découplage des sorties en fonction des références injectées.

Le contrôleur qui est obtenu par la méthode  $H_\infty$  réalise un compromis entre la robustesse en stabilité et en performances, qui est lié directement au bon choix des fonctions de pondération et de la valeur de  $\gamma = 4.5195$ .

Les résultats obtenus en temporel confirment ceux obtenus en fréquentiel (voir figures IV.10 et IV.11).

### V.3. Comportement du système commandé avec les conditions de fonctionnement

Les résultats de simulations des réponses temporelles en boucles fermées seront présentés par le système nominal et incertain avec:

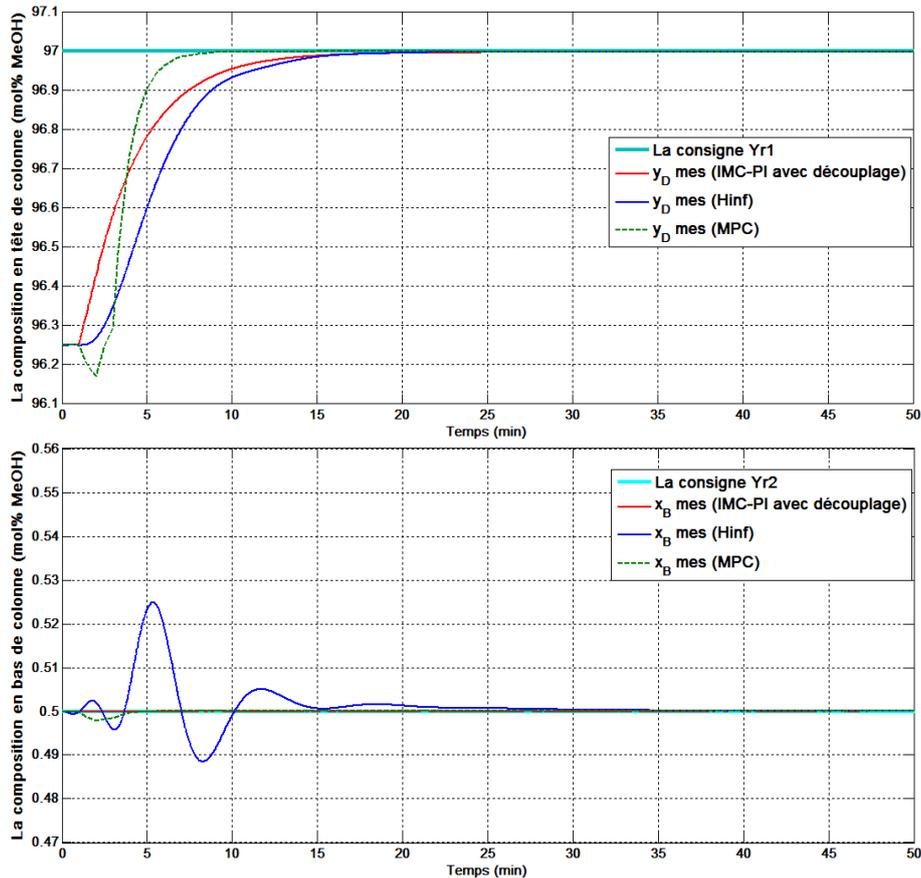
- Changements des conditions de fonctionnement.
- Rejet de perturbation.

#### V.3.1. Comportement du système nominal commandé

##### V.3.1.1. Tests des changements des conditions de fonctionnements

Les résultats obtenus en utilisant les trois régulateurs sont présentés dans les figures (V.6), (V.8).

**Dans la première simulation**, initialement la concentration en tête de colonne est d'une valeur désirée de 96.25 mol% MeHO, celle-ci augmente en atteignant la valeur désirée de 97 mol% MeOH (voir la figure V.6 (a)), tandis que la concentration en bas de colonne reste fixée à sa valeur désirée de 0.5 mol% MeOH (voir la figure V.6 (b)).



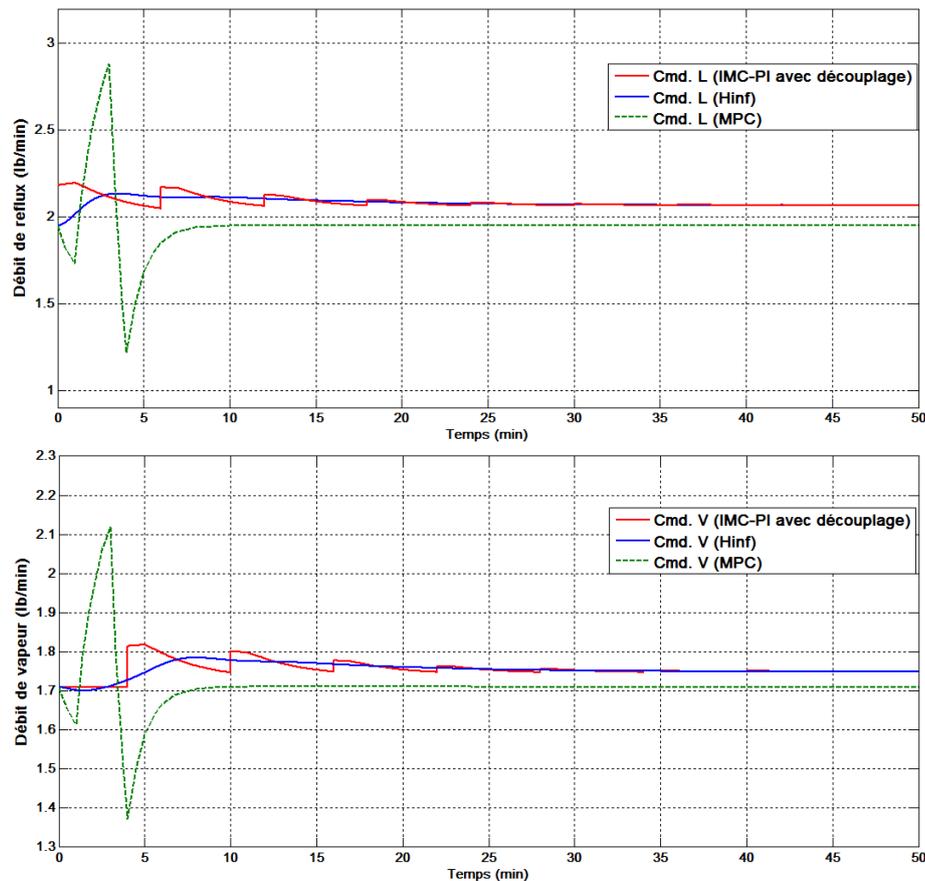
**Figure V.6:** Simulations pour changement de consigne en tête de colonne:

- Figure du haut (a): La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

La sortie  $y_D$  avec les trois régulateurs IMC-PI,  $H_\infty$  et MPC présentent un temps de montée de 6.9 min, 6.83 min, et 2.23 min respectivement. Ces derniers ont un temps d'établissement de 10.58 min, 12.22 min, et 5.945 min. On peut dire que la commande de la concentration du produit léger  $y_D$  par le régulateur  $H_\infty$  était plus rapide que la

commande avec le régulateur IMC-PI avec découplage inversé, mais il a plus de temps pour se stabiliser à cause du couplage au niveau de la deuxième sortie  $x_B$  avec un dépassement de 5% à l'instant 5 min (voir la figure V.6 (b)). Les deux régulateurs: IMC-PI et MPC présentent des effets de couplage très faibles inférieurs à +/- 5% de la valeur finale (0%, 0.42%). On observe qu'il n'existe aucun dépassement dans la figure V.6 (a), (voir le tableau V.1).

L'augmentation de la concentration de distillat ( $y_D$ ) de 96.25 à 97 mol% MeOH (voir la figure V.6 (a)), a été réalisée avec le régulateur décentralisé IMC-PI et  $H_\infty$ , par une augmentation de 0.04 lb/min du débit de vapeur en régime permanent (voir la figure V.7 (b)), fait appel au procédé de vaporisation: le rebouilleur vaporise le mélange binaire.



**Figure V.7:** Les commandes appliquées pour le changement de consigne en tête de colonne:

- Figure du haut (a): Le débit de reflux;
- Figure du bas (b): Le débit de vapeur.

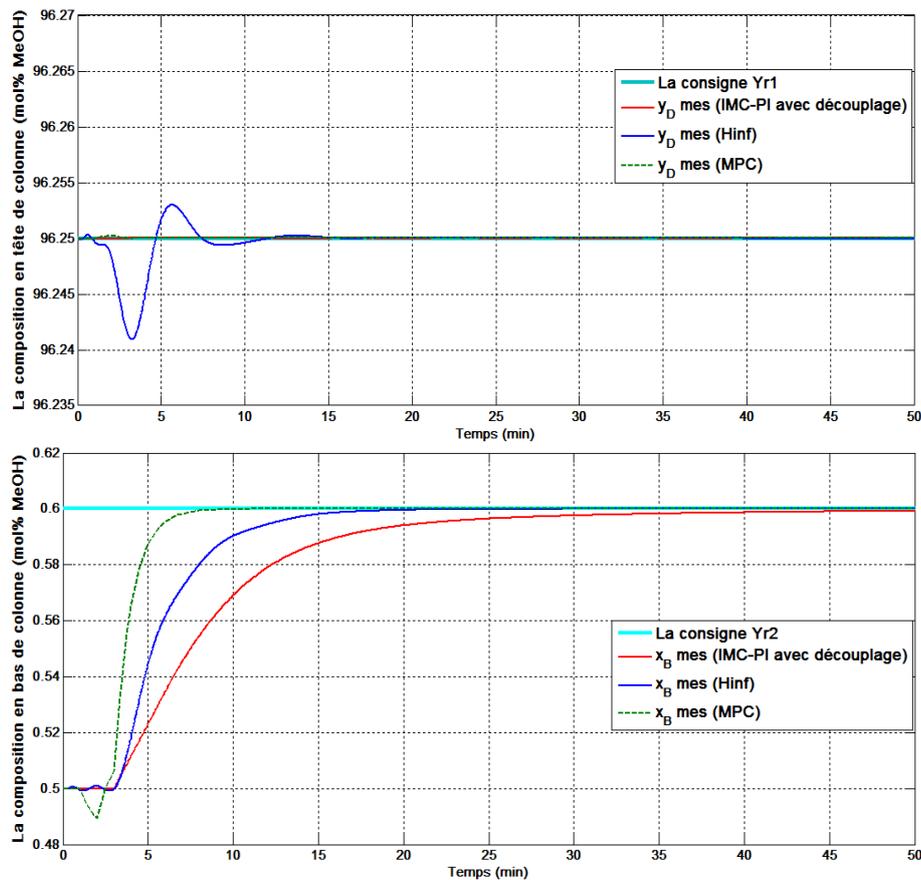
Au fur et à mesure que la vapeur monte vers le haut de colonne, elle se débarrasse des parties lourdes condensées sur chaque plateau, de ce fait la vapeur est de plus en plus riche en produit léger que le produit lourd. Le reflux liquide descendant va être plus riche en produit léger et un équilibre sur chaque plateau est garanti. Pour éviter le changement de la concentration du produit léger ( $x_B$ ) en bas de colonne, on utilise le régulateur IMC-PI combiné avec le découplage inversé, en fixant la valeur de la concentration du résidu à la valeur de 0.5 mol% MeOH. On remarque une augmentation très faible de 0.016 lb/min du

débit de reflux en régime permanent (voir la figure V.7 (a)) à cause de découplage utilisé. On n'aura pas besoin de réagir largement sur le débit de reflux, comme celle de la commande  $H_\infty$  avec une augmentation de 0.1164 lb/min du débit de reflux pour que la concentration de résidu ( $x_B$ ) revienne à la valeur désirée 0.5 mol% MeOH (voir la figure V.6 (b)).

Les deux commandes appliquées par le régulateur MPC reviennent rapidement aux valeurs  $L=1.95$  lb/min et  $V=1.71$  lb/min, lors de la variation du débit de reflux, on voit clairement qu'il existe une commande en parallèle qui est le débit de vapeur, juste pour que les valeurs désirées seront atteintes:  $y_D, x_B$ .

**Dans la deuxième simulation**, initialement la concentration en tête de colonne reste fixée à sa valeur désirée de 96.25 mol% MeOH, (voir la figure V.8 (a)), tandis que la concentration en bas de colonne est initialement de 0.5 mol% MeOH, celle-ci augmente en atteignant la valeur désirée de 0.6 mol% MeOH (voir la figure V.8 (b)).

On observe qu'il n'existe aucun dépassement dans la deuxième boucle en bas de colonne par les trois régulateurs IMC-PI,  $H_\infty$  et MPC respectivement présentés par la figure V.8 (b), tandis que la première boucle en tête de colonne montrée par la figure V.8 (a) présente un faible dépassement inférieur à +/- 5% de la valeur finale (d'une valeur de 0.01% ) par le régulateur  $H_\infty$ .

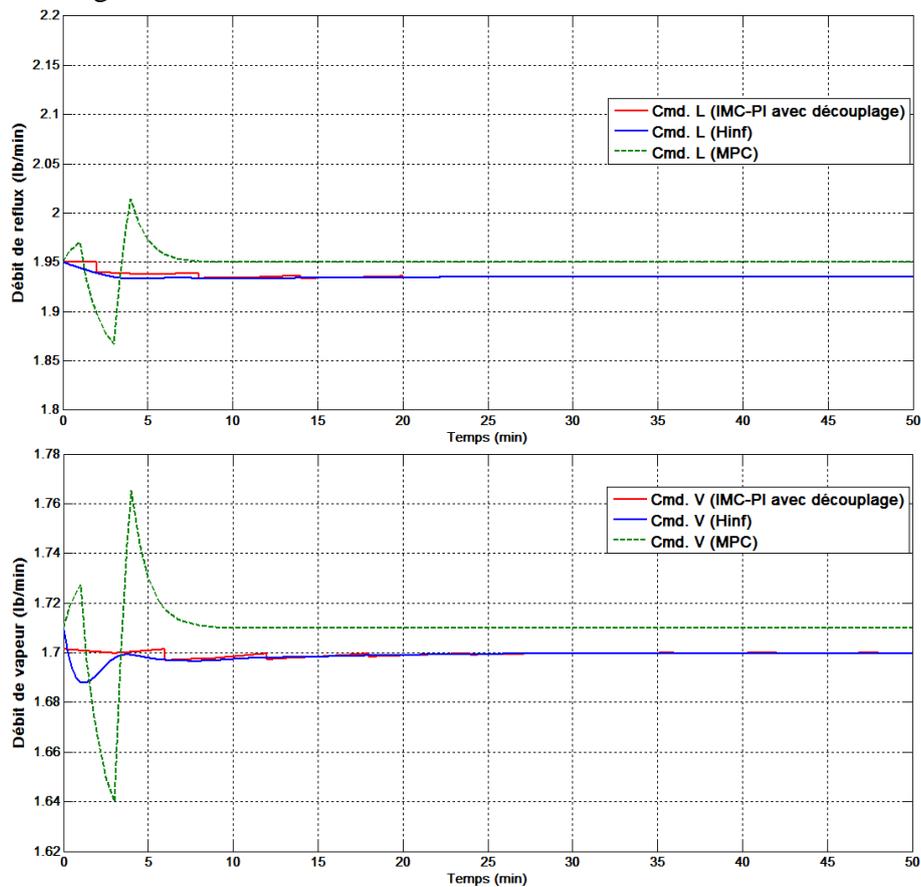


**Figure V.8:** Simulations pour changement de consigne en bas de colonne:

- Figure du haut (a): La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

La sortie  $x_B$  avec les trois régulateurs IMC-PI,  $H_\infty$  et MPC présentent un temps de montée de 12.38 min, 6.22 min, et 2.22 min respectivement. Ces derniers ont un temps d'établissement de 21.52 min, 12.34 min, et 5.935 min. On peut dire que la concentration du produit léger par le régulateur  $H_\infty$  était plus rapide qu'avec le régulateur IMC-PI avec découplage inversé, et il a pu se stabiliser rapidement.

L'augmentation de la concentration de résidu ( $x_B$ ) de 0.5 à la valeur désirée 0.6 mol% MeOH (voir la figure V.8 (b)), a été réalisée avec le régulateur décentralisé IMC-PI et  $H_\infty$ , par une diminution de 0.00148 lb/min et 0.0146 lb/min respectivement du débit de reflux en régime permanent (voir la figure V.9 (a)), pour minimiser le produit descendant du haut de la colonne riche en produit lourd, de ce fait la concentration du produit léger dans le bas de colonne va augmenter à la valeur désirée.



**Figure V.9:** Les commandes appliquées pour le changement de consigne en bas de colonne:

- Figure du haut (a): Le débit de reflux;
- Figure du bas (b): Le débit de vapeur.

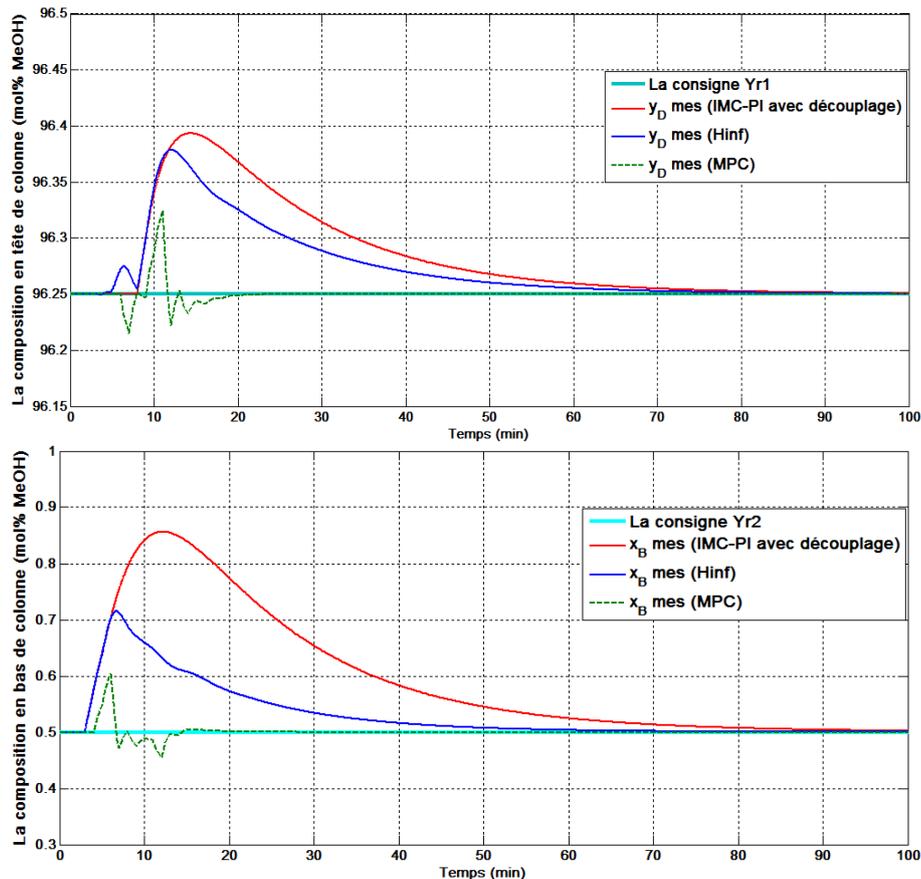
Pour que la concentration du distillat en haut de colonne reste fixée à la valeur de 96.25 mol% MeOH. On voit clairement que l'effet de couplage a été réduit, mais il existe toujours avec la commande  $H_\infty$  (voir la figure V.8 (a)) une diminution est aussi nécessaire dans le débit de vapeur d'environ 0.0102 lb/min de sorte que les deux concentrations atteignent leurs régimes permanents.

Les deux commandes appliquées par le régulateur MPC ont pour le changement de consigne en bas de colonne une allure inversée avec des faibles amplitudes en les

comparant avec les commandes lors du changement de consigne de tête de colonne, afin que les valeurs désirées soient atteintes:  $y_D$ ,  $x_B$ .

### V.3.1.2. Tests de rejet de perturbation

Initialement, la concentration en tête de colonne est d'une valeur désirée de 96.25 mol% MeOH (voir la figure V.10 (a)), tandis que la concentration en bas de colonne est de 0.5 mol% MeOH. Sans changements de consignes des deux sorties pendant la simulation, on va augmenter la valeur du débit d'alimentation de 0.2 lb/min avec une croissance de +8% du débit nominal  $F=2.45$  lb/min, qui est introduit comme un liquide saturé du mélange méthanol-eau, ce dernier augmentera le débit de liquide au-dessous du plateau d'alimentation dans la colonne de distillation W.B (voir la figure V.10), avec une augmentation des débits du distillat et du résidu.



**Figure V.10:** Simulations pour rejet de perturbation:

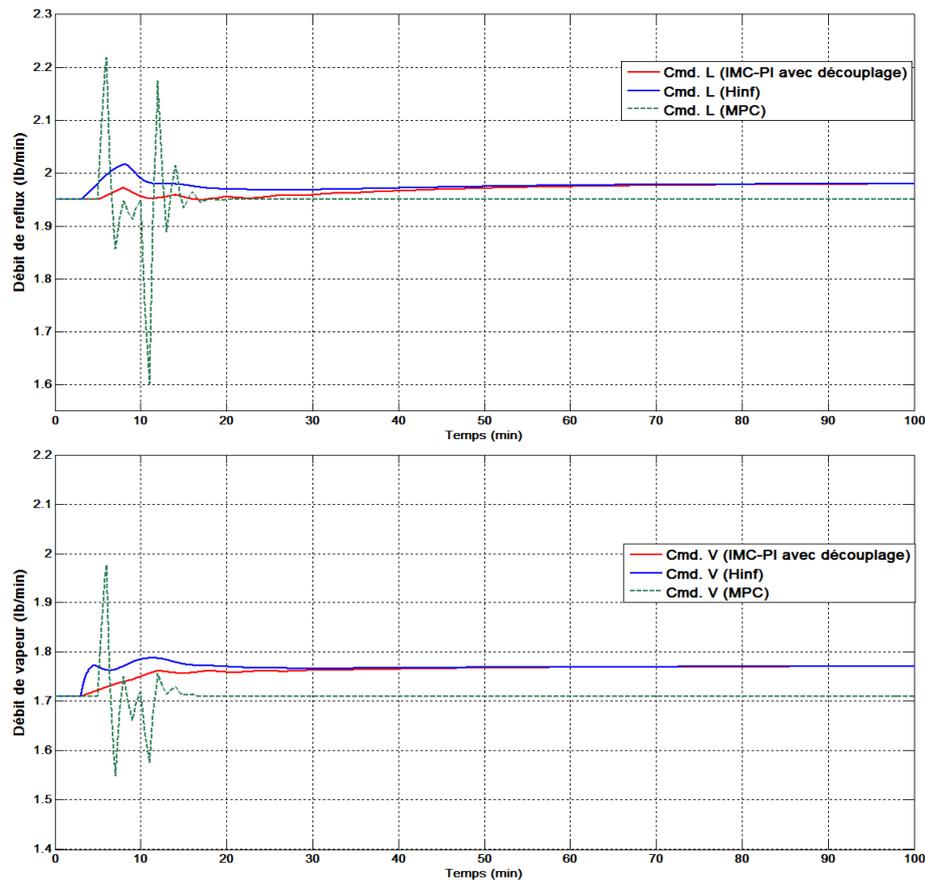
- Figure du haut (a): La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

Le changement du débit d'alimentation ' $F$ ' dès l'instant initial 0 min jusqu'à la fin de simulation fait augmenter la concentration du produit léger (méthanol) en bas de colonne car le nouveau mélange liquide va descendre de plateau en plateau jusqu'au bas de colonne avec celui qui est déjà riche en produit lourd (l'eau); c'est-à-dire une diminution de la concentration du produit lourd en bas de colonne implique une augmentation de la concentration du produit léger en tête de colonne, donc la mesure n'atteint pas rapidement la consigne désirée car la distillation est un système lent qui nécessite plusieurs

successions de vaporisations et de condensations, qui justifient les dépassements importants de (71.2%; 43%; et 20% de la valeur finale) aux instants 12.38 min 6.7 min et 6 min respectivement par les trois régulateurs IMC-PI,  $H_\infty$  et MPC; ces derniers ont un temps d'établissement de 59.6 min, 34.1 min et 12.3 min dans la figure V.10 (b).

On remarque que la figure V.10 (a) présente de faibles dépassements inférieurs à +/- 5% de la valeur finale (de 0.14% ; 0.13% et 0.08%) par les trois régulateurs car la perturbation est retardée par les huit (8) plateaux de la colonne de distillation W.B.

Les signaux de commandes lors de rejet de perturbation (+8% du débit d'alimentation nominal:  $F=2.45$  lb/min) avec les conditions de fonctionnement sont présentés dans la figure V.11.



**Figure V.11:** Les commandes appliquées pour rejet perturbation:

- Figure du haut (a): Le débit de reflux;
- Figure du bas (b): Le débit de vapeur.

Les commandes appliquées par les régulateurs IMC-PI et  $H_\infty$  présentent des signaux acceptables, lisses, tandis que les signaux de la loi de commande prédictive sont oscillants, mais justifiés par les performances obtenues précédemment (voir figure V.10) après avoir ramené les mesures aux consignes désirées et que les débits de reflux et vapeur reviennent rapidement à leurs points de fonctionnements respectivement  $L=1.95$  lb/min,  $V=1.71$  lb/min (fonctionnement à coût minimal); malgré que ces vecteurs de commande ne sont pas limités dans des intervalles, mais plutôt d'un incrément de commande  $\Delta u$  est utilisé et un couplage caractérisant le système de colonne de distillation W.B.

### V.3.2. Comportement du système incertain commandé

Dans cette partie, on présente les résultats obtenus en utilisant le régulateur  $H_\infty$  appliqué sur le système incertain de la colonne de distillation W.B.

Pour tester la robustesse, on procède à des changements des points de consignes et un rejet de perturbation en comparant le régulateur  $H_\infty$  appliqué sur les différentes incertitudes du modèle de la colonne de distillation W.B.

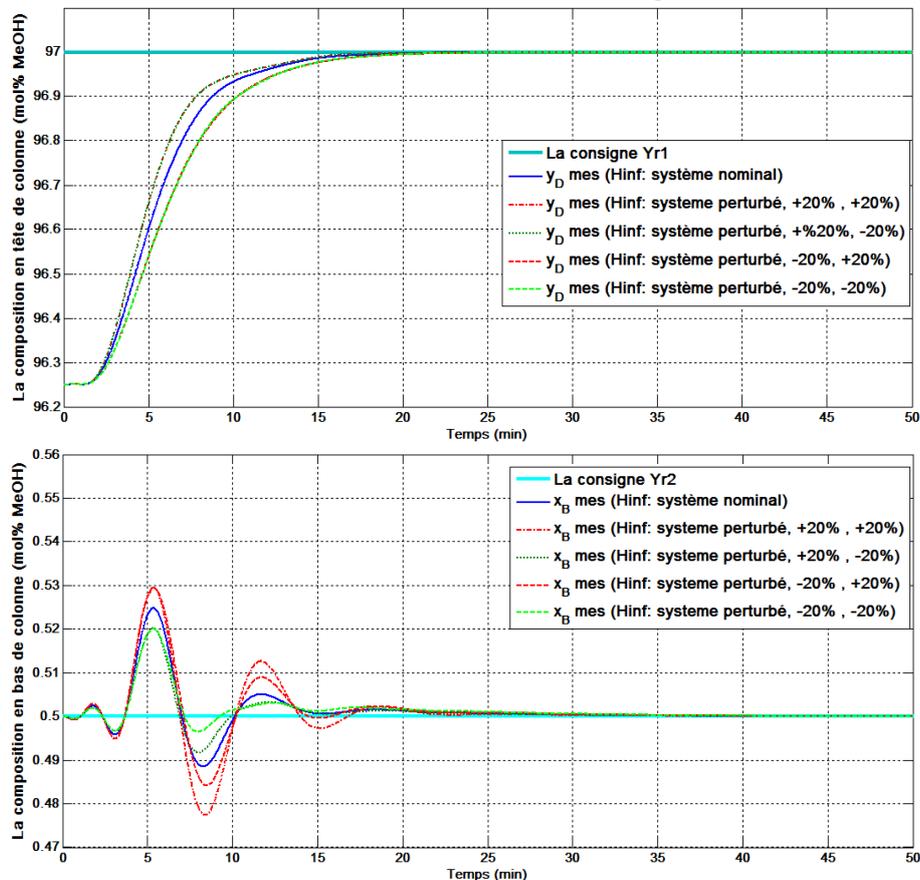
Afin d'évaluer la capacité du contrôleur  $H_\infty$  à surmonter les changements des paramètres du modèle, on fait varier le modèle selon le tableau IV.1 montré précédemment:

- L'incertitude sur les gains ( $K_p$ ).
- L'incertitude sur les gains ( $K_p$ ) et les retards ( $\theta_p$ ) (variations simultanées).

#### V.3.2.1. Tests des changements de consignes avec variations des gains

Les résultats obtenus des deux changements de consignes avec les variations des gains sont présentés dans les deux figures V.12 et V.13.

**Dans la première simulation**, initialement la concentration en tête de colonne est d'une valeur désirée de 96.25 mol% MeHO, celle-ci augmente en atteignant la valeur désirée de 97 mol% MeOH (voir la figure V.12 (a)), tandis que la concentration en bas de colonne reste fixée à sa valeur désirée de 0.5 mol% MeOH (voir la figure V.12 (b)).



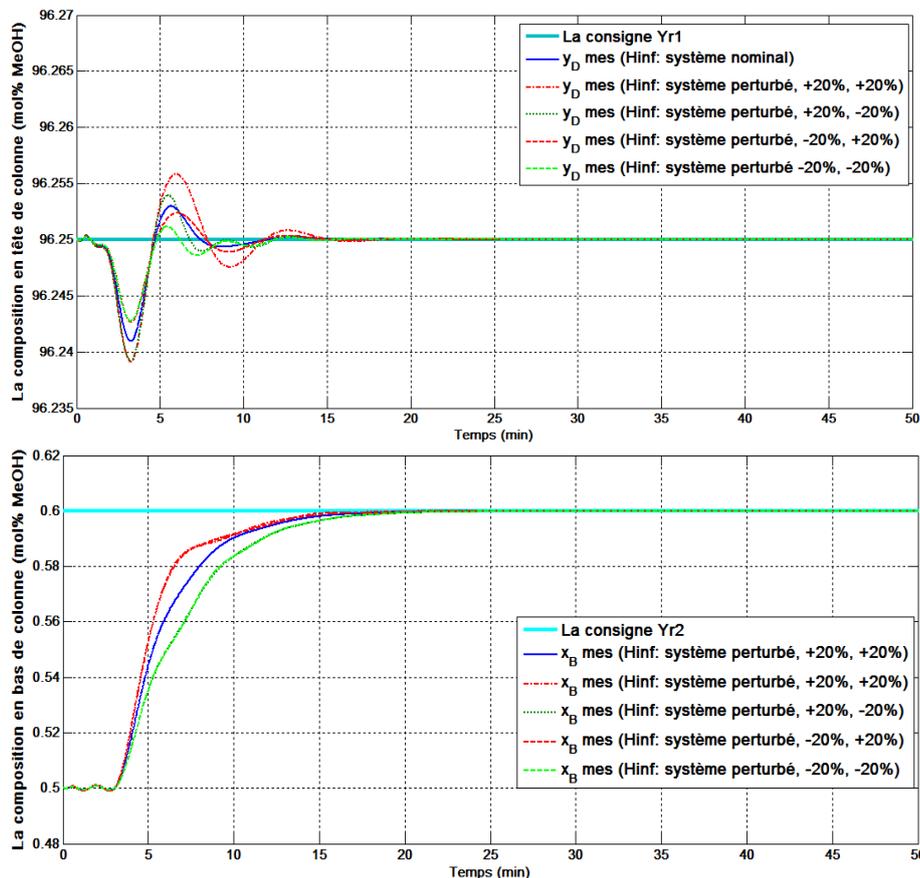
**Figure V.12:** Simulations pour changement de consigne en tête de colonne avec commande  $H_\infty$ :

- Figure du haut (a): La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

On observe qu'il n'existe aucun dépassement dans la figure V.12 (a) par les différentes incertitudes de modèle en tête de colonne en utilisant la commande  $H_\infty$ , tandis que la figure V.12 (b) présente de faibles dépassements inférieurs aux  $\pm 5\%$  des valeurs finales, et deux autres dépassements à l'instant  $t=4.82$  min; ces derniers ont un temps d'établissement de 5.9 min pour les variations de  $(+20\%, +20\%)$  et  $(-20\%, +20\%)$  de chaque entrée.

**Dans la deuxième simulation**, initialement la concentration en tête de colonne reste fixée à sa valeur désirée de 96.25 mol% MeOH, (voir la figure V.13 (a)), tandis que la concentration en bas de colonne est initialement de 0.5 mol% MeOH, celle-ci augmente en atteignant la valeur désirée de 0.6 mol% MeOH, (voir la figure V.13 (b)).

On observe qu'il n'existe aucun dépassement dans la figure V.13 (b) par les différentes incertitudes du modèle en bas de la colonne en utilisant la commande  $H_\infty$ , tandis que la figure V.13 (a) présente des faibles dépassements inférieurs à  $\pm 5\%$  de la valeur finale pour toutes les variations du modèle  $(\pm 20\%, \pm 20\%)$  de chaque entrée.

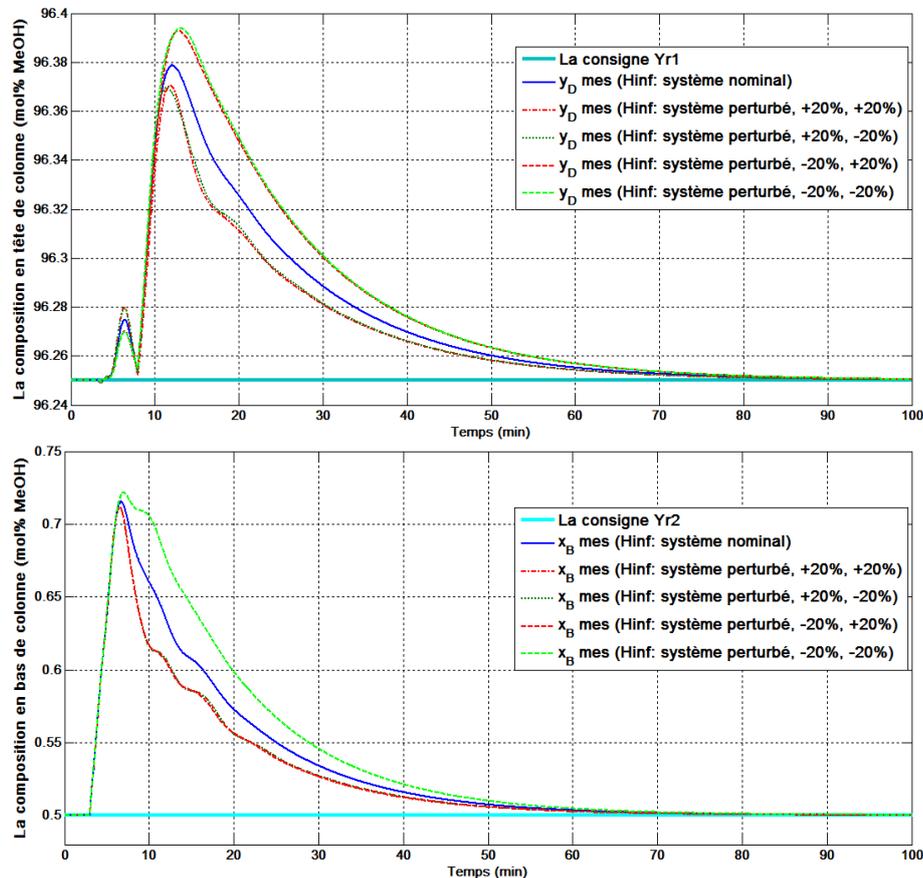


**Figure V.13:** Simulations pour changement de consigne en bas de colonne avec commande  $H_\infty$

- Figure du haut (a): La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

### V.3.2.2. Tests de rejet de perturbation avec variations de gains

Initialement, la concentration en tête de colonne est d'une valeur désirée de 96.25 mol% MeOH, tandis que la concentration en bas de colonne est initialement est 0.5 mol% MeOH. On va augmenter la valeur du débit d'alimentation de 0.2 lb/min avec une croissance de +8% du débit nominal  $F=2.45\text{lb/min}$ , (voir la figure V.14).



**Figure V.14:** Simulations pour rejet de perturbation avec commande  $H_\infty$ :

- Figure du haut (a): La réponse la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

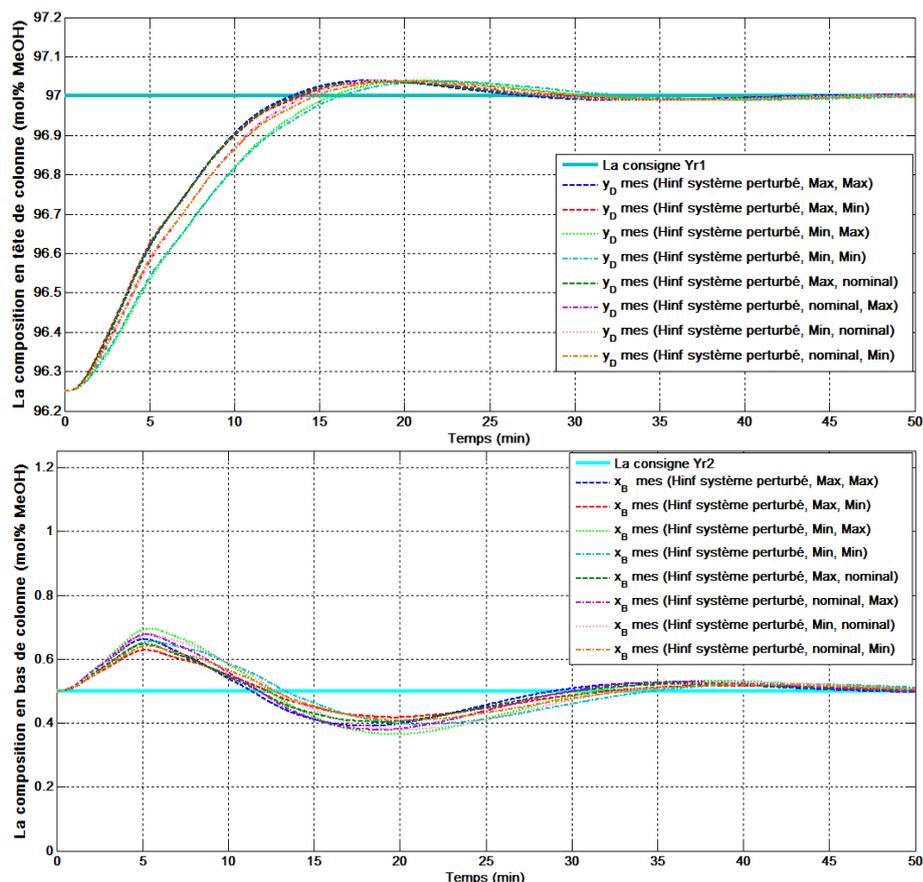
On observe que la simulation avec le régulateur  $H_\infty$  présente des faibles dépassements inférieurs à +/- 5% de la valeur finale (96.25 mol% MeOH) dans la figure V.14 (a) en tête de colonne, tandis que la figure V.14 (b) présente des dépassements indésirables de (41%, 42% de la valeur finale à l'instant de 6.6 min et 6.9 min respectivement pour les variations de (-20%, -20%) et (+/-20%, +/-20%) de chaque entrée. Ces derniers ont un temps d'établissement de 37.89 min et 30.85 min pour les variations de modèle citées auparavant.

L'effet de la perturbation est presque le même pour toutes variations des gains du modèle de la colonne de distillation. Les résultats obtenus sont justifiés par certaines dynamiques à respecter pour le système nominal et incertain.

### V.3.2.3. Tests des changements de consignes avec variations des gains et retards

Les résultats obtenus des deux changements de consignes avec variations des gains et retards sont présentés dans les figures V.15, V.16.

**Dans la première simulation**, initialement la concentration en tête de colonne est d'une valeur désirée de 96.25 mol% MeHO, celle-ci augmente en atteignant la valeur désirée de 97 mol% MeOH (voir la figure V.15 (a)), tandis que la concentration en bas de colonne reste fixée à sa valeur désirée de 0.5 mol% MeOH (voir la figure V.15 (b)).

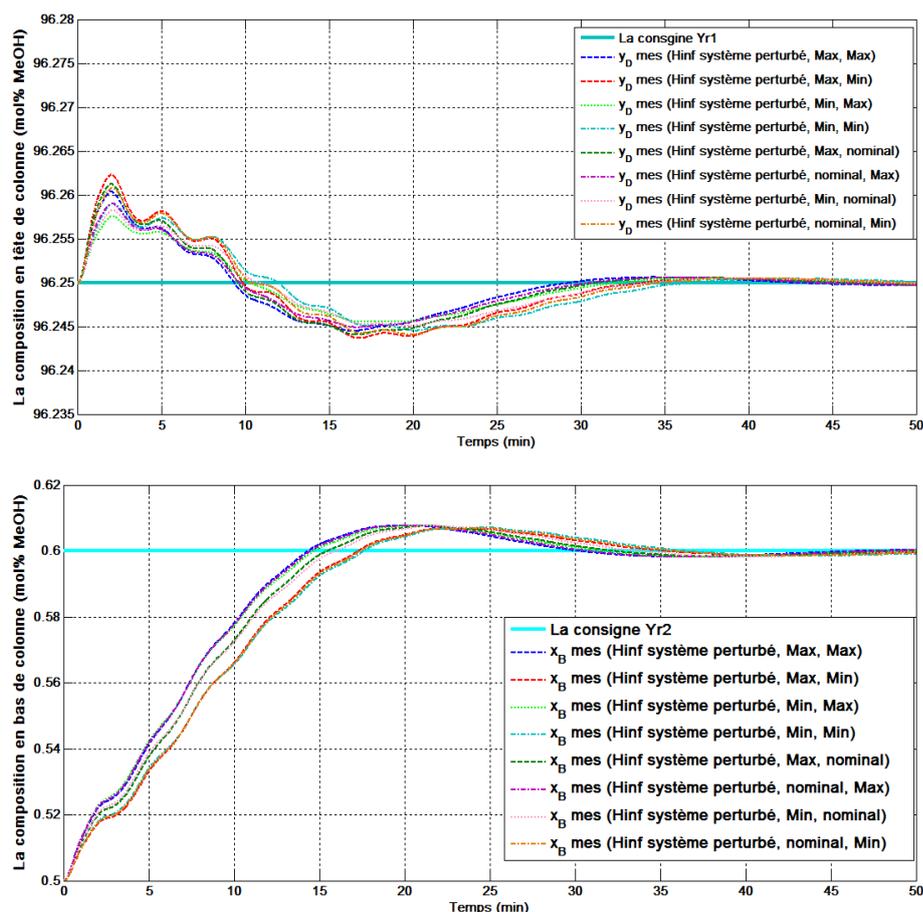


**Figure V.15:** Simulations pour changement de consigne en tête de colonne avec commande  $H_{\infty}$ :

- Figure du haut (a): La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

En comparant la figure V.15 avec le travail de Murad [MUR96] qui n'a pris en considération que les variations des retards, on remarque qu'on a obtenu de très bonne robustesse avec un dépassement maximum de 97.05 mol% MeOH dans le distillat et un dépassement maximum de 0.7 mol% MeOH dans le résidu, lorsque les gains et les retards sont variés.

**Dans la deuxième simulation**, initialement la concentration en tête de colonne reste fixée à sa valeur désirée de 96.25 mol% MeOH, (voir la figure V.16 (a)), tandis que la concentration en bas de colonne est initialement de 0.5 mol% MeOH, celle-ci augmente en atteignant la valeur désirée de 0.6 mol% MeOH, (voir la figure V.16 (b)).



**Figure V.16:** Simulations pour changement de consigne en bas de colonne avec commande  $H_{\infty}$

- Figure du haut (a): La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

La figure V.16 (b), montre que les variations sur les gains et les retards augmentent le temps de réponses sur la dynamique de la concentration de résidu et l'apparition des petits dépassements maximum de 0.61% de la valeur finale désirée.

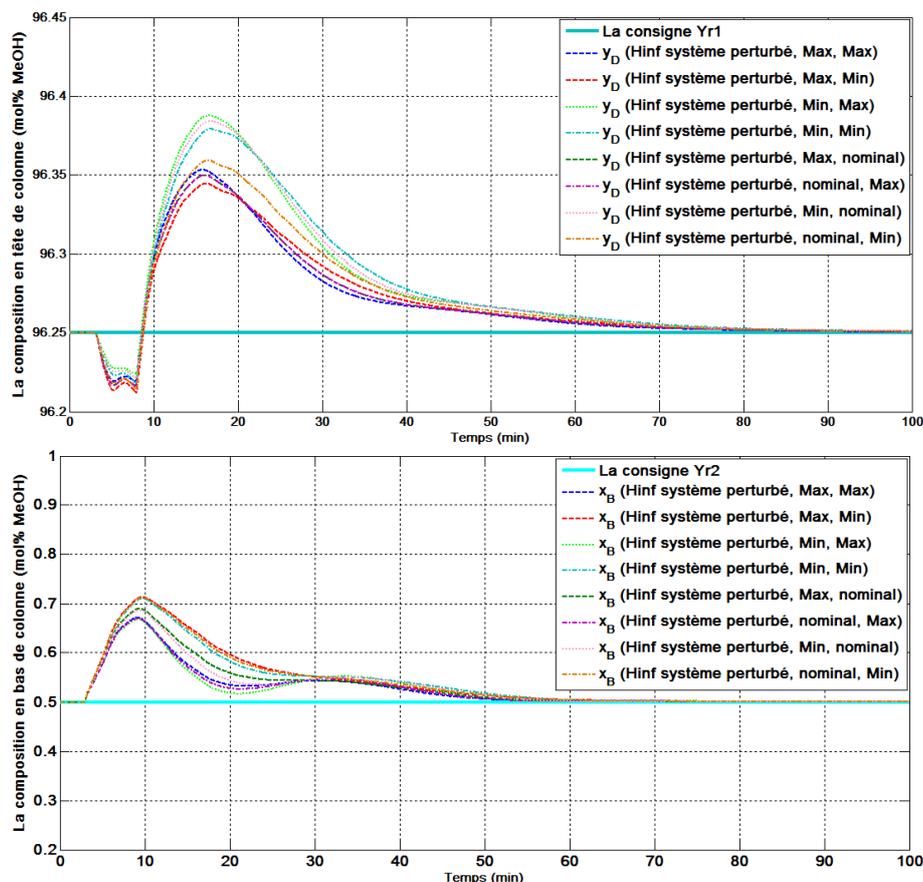
La figure V.16 (a), montre que les variations sur les gains et les retards n'influent pas sur le comportement de la réponse de la concentration de distillat qu'avec des dépassements inférieurs à 0.01% de la valeur finale désirée.

### V.3.2.4. Tests de rejet de perturbation avec des variations des gains et retards

Initialement, la concentration en tête de colonne est d'une valeur désirée de 96.25 mol% MeOH, tandis que la concentration en bas de colonne est initialement est 0.5 mol% MeOH. On va augmenter la valeur du débit d'alimentation de 0.2 lb/min avec une croissance de + 8% du débit nominal  $F=2.45$  lb/min, (voir la figure V.17).

La figure V.17 (a), montre que les variations sur les gains et les retards n'influent pas vraiment sur la réponse de rejet de perturbation de la concentration de distillat puisque les dépassements sont inférieurs à 0.135% de la valeur finale désirée en tête de colonne, tandis que la figure V.17 (b) présentent des dépassements indésirables inférieurs à 42.45% de la valeur finale désirée en bas de colonne, mais justifiés par les grandes variations des

paramètres de modèle de la colonne de distillation et l'effet de changement dans le débit d'alimentation sur la concentration de résidu.



**Figure V.17:** Simulations pour rejet de perturbation avec commande  $H_\infty$ :

- Figure du haut (a): La réponse de la concentration du produit léger dans le distillat;
- Figure du bas (b): La réponse de la concentration du produit léger dans le résidu.

Les résultats obtenus en simulations vis-à-vis des variations des paramètres de modèle (gains et les retards) sont satisfaisants et la robustesse de la commande  $H_\infty$  est garantie.

#### V.4. Comparaison entre différentes techniques de commandes proposées

Notre objectif principale est l'élaboration d'une loi de commande robuste dont la solution du problème posé par le cahier de charges : en terme de changement de consignes avec une erreur statique nulle des valeurs souhaitées, la perturbation, incertitude et le découplage des compositions en tête et en bas de colonne de distillation, avec des signaux de commandes acceptables et lisses.

Afin de définir la qualité des lois de commandes proposées, on se base en générale sur l'analyse des réponses indicielles (voir la figure V.1) et pour des cas plus particuliers, sur des réponses des changements des conditions de fonctionnements (voir les figures V.(6,8)), et de rejet de perturbation (voir les figures V.(2,10)) et avec le système incertain des cas les plus défavorables pour une installation industrielle de colonne de distillation W.B en utilisant la commande  $H_\infty$  (voir les figures V.(5,12-14)).

Toutes les simulations présentées dans ce chapitre sont accompagnées des deux commandes provenant des régulateurs proposés et appliqués par le biais du débit de reflux et du débit d'ébullition (débit de vapeur du rebouilleur) pour justifier les réponses requises et de vérifier que ces dernières sont lisses et cohérentes.

La qualité du processus de contrôle a été évaluée sur la base de critères locaux de qualité de: temps de montée et d'établissement, dépassement, ainsi que sur la base de critères intégrés de qualité pour l'espace d'erreur de commande acquise dans le cadre de la simulation, tels que les critères IAE, ITAE et ISE.

Les résultats des simulations sont basés sur les évaluations des différents indices de qualité pour les lois de commandes obtenues sur le modèle nominal. Ces résultats sont présentés aux tableaux V.(1-4), lors des changements des conditions de fonctionnements et rejet de perturbation.

**Tableau V.1 :** les performances lors de changement de consigne en tête de colonne

Commande	Temps de montée (min)	Sans dépassement	Temps d'établissement (min)	IAE	ITAE	ISE
IMC-PI	6.9		10.58	3.247	11.85	1.514
$H_{\infty}$	6.83		12.22	2.837	6.978	1.653
MPC	2.23		5.945	2.326	7.744	1.231

**Tableau V.2 :** les performances lors de changement de consigne en bas de colonne

Commande	Temps de montée (min)	Sans dépassement	Temps d'établissement (min)	IAE	ITAE	ISE
IMC-PI	12.38		21.52	0.9419	6.904	0.0625
$H_{\infty}$	6.83		12.34	0.3647	0.7603	0.0325
MPC	2.22		5.935	0.1772	0.586	0.0071

**Tableau V.3 :** les performances lors de rejet de perturbation en tête de colonne

Commande	Dépassement (%)	Temps de dépassement (min)	Temps d'établissement (min)	IAE	ITAE	ISE
IMC-PI	0.14	12.9	50	3.287	86.74	0.293
$H_{\infty}$	0.13	13	25	2.309	55.3	0.160
MPC	0.08	11	6	0.837	8.319	0.138

**Tableau V.4 :** les performances lors de rejet de perturbation en bas de colonne

Commande	Dépassement (%)	Temps de dépassement (min)	Temps d'établissement (min)	IAE	ITAE	ISE
IMC-PI	71.2	12.38	59.6	9.317	223.2	2.113
$H_{\infty}$	43	6.7	34.1	3.132	55.08	0.350
MPC	20	6	12.3	0.534	4.472	0.063

De ces tableaux V. (1-4), l'évaluation par les critères de performances IAE, ITAE et ISE ont montré encore une fois de bons résultats par les deux lois de commandes MPC et  $H_\infty$  appliquées sur le modèle nominal de colonne de distillation.

Dans les figures V.(12-14), on remarque que nous avons obtenus les meilleures performances malgré l'incertitude des gains. On n'observe aucun dépassement au moment des changements de consignes désirées.

Des résultats intéressants ont été aperçus tant en stabilité qu'en performances et rejet de perturbation ainsi qu'un temps de réponse court et une erreur statique nulle en régime permanent. On remarque aussi malgré les importantes variations simultanées de tous les paramètres du modèle comme l'indique le tableau (IV.1), que le contrôleur  $H_\infty$  donne des meilleures performances (voir les figures V.(15-17)).

En comparant avec des travaux déjà effectués précédemment [MUR96] [ARV09], on a confirmé dans notre thèse l'efficacité de la commande robuste  $H_\infty$  appliquée sur le modèle de la colonne de distillation W.B à travers les changements de consignes et rejet de perturbation et d'incertitudes.

Le succès du contrôleur  $H_\infty$  a surmonté l'incertitude du modèle n'est pas surprenant car les filtres de pondérations nous permettent de garantir les performances malgré les changements des paramètres de notre modèle (gains et les retards), qui est le cas dans un système industriel. La modélisation d'un système complexe contient toujours une incertitude en comparant avec le système réel, donc le régulateur  $H_\infty$  compense l'erreur de modélisation.

De la table de performance (voir tableaux V.5), on est arrivé à soulever et monter les points forts et les points faibles de chaque commande proposée.

**Tableau V.5:** Tableau comparatif des lois de commandes proposées

		Les régulateurs proposés		
		IMC-PI	$H_\infty$	MPC
Performances	Découplage	Très bien	Bien	Très bien
	Suivi de consigne	Excellent	Bien	Excellent
	Rejet de perturbation	Moyen	Très bien	Excellent
	Rapidité	Moyen	Bien	Très bien
	Robustesse	Médiocre	Excellent	Médiocre

# **Conclusion Générale et Perspectives**

## Conclusion générale

Le travail présenté dans cette thèse porte sur la modélisation et le contrôle robuste d'une colonne de distillation.

L'objectif de notre recherche est d'élaborer une commande robuste afin d'assurer la stabilité et les performances nominales même en présence d'incertitudes et des perturbations.

Pour atteindre cet objectif, on a présenté, dans un premier temps, la base théorique de fonctionnement ainsi que les différentes parties élémentaires qui constituent une colonne de distillation. Pour cela nous avons établi un état de l'art sur les différents modèles et des solutions techniques proposées. Ce qui nous a permis de situer notre travail, de choisir le modèle W.B. Notre contribution réside dans les variations des gains, les gains et les retards simultanément.

Ensuite, on a présenté les équations, les hypothèses simplificatrices et la modélisation non linéaire du bilan de matière à l'intérieur de la colonne pour comprendre l'écoulement de matière dans le modèle obtenu par identification de W.B, linéarisé autour des points de fonctionnement [WOO73] qui ont été adoptés dans le cadre de notre travail, une simulation en boucle ouverte nous montre que le système présente des dépassements et des interactions d'où le besoin d'analyser ces interactions et introduire un régulateur en boucle fermée afin de contrôler les compositions en tête et en bas de colonne.

En soulevant le problème de couplage caractérisant le modèle W.B. par la méthode d'analyse des interactions RGA. On a développé des règles d'ajustement des paramètres d'un contrôleur PI classique en se basant sur la méthode IMC, la méthode Fruehauf et al. et d'Astrom et al. Un découplage inversé est appliqué avec des régulateurs décentralisés ont montré l'efficacité de découplage proposé. Une étude comparative a été faite en comparant ces différentes méthodes proposées avec la commande BLT. Le régulateur IMC-PI avec découplage inversé est retenu pour la suite de notre travail.

Le contrôle des compositions est très important dans les procédés de distillation. Pour répondre aux spécifications de pureté, la colonne de W.B doit être exploitée de manière plus précise que possible. Dans cette partie, on a développé deux algorithmes de commande. Le premier algorithme, propose une loi de commande  $H_\infty$  sous espace d'état basé sur le choix des fonctions de pondérations, Le deuxième algorithme propose une commande MPC basée sur l'observateur, qui optimise les futures lois de commandes appliquées pour atteindre rapidement les concentrations désirées.

Le système réel de la colonne de distillation binaire continue est un modèle non linéaire, couplé. On a fait nos commandes sur le modèle de distillation W.B. linéarisé autour des points de fonctionnement. Le modèle linéarisé est représenté par une matrice de transfert dont les incertitudes sont sur les gains et les retards de chaque fonction de transfert.

Premièrement, on a simulé le système commandé avec des réponses indicielles afin de tester ces régulateurs avec des changements de consignes et rejet de perturbation et même d'incertitudes. Deuxièmement, on a simulé le système commandé avec des changements

des conditions de fonctionnement. On a effectué des essais de robustesses en supposant que la colonne de distillation est soumise à une perturbation dans le débit d'alimentation et des incertitudes sur les gains, les gains et les retards simultanément.

On a analysé les performances obtenues (temps de montée, d'établissement et de dépassement, IAE, ISE) par la commande décentralisée IMC-PI, la commande  $H_\infty$  et MPC. L'analyse de la stabilité robuste a été effectuée sur la base de l'ensemble d'incertitudes produites lors de l'identification du modèle de procédé autour des points de fonctionnement.

A partir des performances obtenues par les trois stratégies de commande, on peut dire que le régulateur MPC a donné les meilleures performances dans le cas où le système est certain (nominal) par rapport aux deux autres régulateurs: le régulateur décentralisé IMC-PI [MEK13] et le régulateur  $H_\infty$ . Le couplage a été réduit et il n'y a aucun effet sur les deux concentrations de distillat et de résidu.

A l'issue de ce travail, des comparaisons des performances des lois de commandes proposées ont clairement montré l'avantage de contrôleur robuste  $H_\infty$  dans le maintien de l'indice de performance. Ces performances sont interprétées par la robustesse du contrôleur  $H_\infty$  vis-à-vis des variations des gains et des variations des gains et des retards simultanément par rapport aux autres commandes: IMC-PI et MPC sans utilisation d'un découplage inversé.

On a obtenu des très bons résultats (rapidité, rejet de perturbation par rapport à la commande décentralisée IMC-PI) par l'utilisation de la commande robuste  $H_\infty$  à la colonne de distillation W.B.

## Perspectives

A la lumière des résultats obtenus plusieurs perspectives s'ouvrent à nous dans la continuité de ce travail au futur:

- Robustifier la loi de commande prédictive avec le paramètre de Youla et comparer de nouveau les résultats avec la commande  $H_\infty$ ;
- Concevoir un contrôleur non linéaire robuste face au non linéarité du modèle de distillation qui pourra être identifié par réseaux neurones pour identifier son comportement dynamique qui est souvent complexe, et d'autre part l'apprentissage de commande neuronale de prendre en considération les perturbations non modélisées et non mesurées.
- Tester les différents régulateurs étudiés sur un banc expérimental de la colonne de distillation; qui représente une étape intermédiaire entre l'étude théorique et la pratique sur un système réel.

# **Références Bibliographiques**

## Références bibliographiques

- 1 [ADE09]: I.M. Adel, Elamvazuthi I. and Hanif N.H.H.B.M., “Monitoring and controlling system for binary distillation column”, *Proceedings of 2009 IEEE Student Conference on Research and Development (SCORED 2009)*, UPM Serdang, Malaysia, pp. 453-456, 16-18 Nov. 2009.
- 2 [ALA99]: D. Alazard, C. Cumer, P. Apkarian, M. Gauvrit, G. Ferreres, “*Robustesse et commande optimale*”, Cépaduès, 1999.
- 3 [ALW03]: A. Alwadie, H. Ying, and H. Shah, “A practical two-input-two-output takagi-sugeno fuzzy controller”, *International journal of fuzzy systems*, Vol.5, No.2, pp. 123-130, Jun 2003.
- 4 [APK93]: P. Apkarian, “*Eléments de la théorie de la commande robuste*”, Hypertext PDF document, 1993.
- 5 [ARV09]: A. Arvani, M. Teshnehlab, M. A. Sh, “Robust  $H_\infty$  controller design for distillation column based on multi-objective optimization and genetic algorithms”, *Proceedings of 2009 IEEE Symposium on Industrial Electronics & Applications (ISIEA 2009)*, Vol.2, pp. 773-777, 4-6 Oct. 2009.
- 6 [AST95]: K.J. Astrom, T. Haggglund, “*PID controllers: Theory, design and tuning*”, Instrument Society of America, Research Triangle Park, North Carolina, 2nd Edition, 2005.
- 7 [BAK08]: L. Bakule, “Decentralized control: An overview”, *Annual Reviews in Control*, Vol. 32, pp.87-98, 2008.
- 8 [BEL06]: B. Belaissaoui, “*Généralisation d’une approche de conception de procédés de distillation réactive: application à la production d’hydrogène par le cycle thermochimique I-S*”, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, 9 Fév. 2006.
- 9 [BEN02]: A. Benaskeur, A. Desbiens, “Backstepping-based PID design for TITO decentralized control”, *Proceedings of the 10th Mediterranean Conference on Control and Automation - MED2002*, Lisbon, Portugal, p.7, July 9-12, 2002,
- 10 [BRA06]: Benjamin Bradu, “*Multivariable predictive control and process optimization with HITO and EcosimPro*”, Projet de Fin d’Etudes, ESIEE and Valladolid university, 2006.
- 11 [BEN07]: A. Benlatreche, “*Contribution à la commande robuste de systèmes à grande échelle d’enroulement de bandes flexibles*”, Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur, Strasbourg I, Janvier 2007.
- 12 [BER73]: M.W. Berry, “*Terminal composition control of a binary distillation column*”, M.Sc. Thesis, University of Alberta, Edmonton, Alberta, 1973.
- 13 [BOM07]: V. Bompard, “*Optimisation non lisse pour la commande des systèmes de l’aéronautique*”, Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier Toulouse III, 23 Novembre 2007.
- 14 [BOM08]: I. Bombard, B. da Silva, P. Dufour, P. Laurent, J. Lieto, “*Contrôle par commande prédictive d’un procédé de cuisson sous infrarouge de peintures en poudre*”, Manuscrit auteur, publié dans "Société Française de Thermique (SFT), Toulouse: France 2008.
- 15 [BOR10]: M. Bordji, A. Shat, “*Rénovation de l’automatisation d’une colonne de distillation*”, mémoire d’ingénieur, dépt. Automatique, 2010.

- 16 [BRI96]: E. Bristol, "On a new measure of interaction for multivariable process control", *IEEE Trans. Automatic Control AC.11*, pp. 133-134, 1996.
- 17 [CAM03]: H. Camblong, "Minimisation de l'impact des perturbations d'origine éolienne dans la génération d'électricité par des aérogénérateurs à vitesse variable", Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers Centre de Bordeaux, 2003.
- 18 [CHA13]: C. Deng, "Synthèse unifiée de commandes robustes pour la chaîne d'air des moteurs à Combustion interne", Thèse de Doctorat, Université d'Orléans, 09 Sept. 2013.
- 19 [CHE03]: D. Chen, D. E. Seborg, "Design of decentralized PI control systems based on Nyquist stability", *Journal of Process Control*, Vol.13, No.1, pp.27-39, 2003.
- 20 [CHE07]: P. Chen, W. Zhang, "Improvement on an inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processes", *ISA Transactions*, Vol. 46, No. 2, pp. 199-210, 2007.
- 21 [CLA87]: D.W. Clarke, C. Mohtadi and P. S. Tuffs, "Generalized predictive control -Part I. The Basic Algorithm", *Automatica*, Vol. 23, (Issue 2), pp.137-148, 1987.
- 22 [CLE01]: B. Clément, "Synthèse multiobjectifs et séquençement de gains: Application au pilotage d'un lanceur spatial", Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay, 2001.
- 23 [COR03]: J-P, Corriou, "Commande des procédés", (2° Ed., Génie des procédés de l'Ecole de Nancy), Edition TEC & DOC par LAVOISIER, 2003.
- 24 [CIC99]: J.C. Cicile, "Distillation. absorption, Etude pratique", Techniques de l'ingénieur J2615, 10 septembre 1999.
- 25 [CUT80]: C.R. Cutler, B.C. Ramaker, "Dynamic matrix control a computer control algorithm", Proceedings of the Joint *Automatic Control Conference*, San Francisco, Paper WP5-BCA, 1980.
- 26 [DEB06]: A. Debbeh, "Commande prédictive généralisée robuste étude et application", Mémoire de Magister, Université Badji Mokhtar, Annaba, 2006.
- 27 [DEM02]: F. Demourant, "Interactions identification-commande robuste: Méthodes et applications à l'avion souple", Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace, décembre 2002.
- 28 [DES89]: P.B. Desphande, "Multivariable process control", Instrument Society of America, NC, 1989.
- 29 [DOC]: "Technique: Distillation", Université de Sherbrooke, document internet disponible sur : [www.zysman-colman.com/courses/chm302/Distillation.pdf](http://www.zysman-colman.com/courses/chm302/Distillation.pdf)
- 30 [DOY81]: J. Doyle, G. Stein, "Multivariable feedback design: Concepts for a classical/modern synthesis", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 26, pp. 4-16, 1981.
- 31 [DOY89] J.C. Doyle, K. Glover, P.P. Khargonekar and B.A. Francis, "State-space solutions to standard  $H_2$  and  $H_\infty$  control problems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 34, No. 8, pp. 831-847, 1989.
- 32 [DOY90]: J.C. Doyle, B.A. Francis, A. R. Tannenbaur, "Feedback control theory", Maxwell MacMillan International Editions, 1990.
- 33 [DUC93]: G. Duc, "Robustesse des systèmes linéaires multivariables". Polycopie de l'Ecole Supérieure d'Electricité, 1993.

- 34 [DUC99]: G. Duc, S. Font, “*Commande  $H_\infty$  et  $\mu$ -Analyse*”, Polycopie de l’Ecole Supérieure d’Electricité, 1999.
- 35 [FRE03]: J.S. Freudenberg, C.V. Hollot and Looze D. P., “*A first graduate course in feedback control*”, 2003.
- 36 [FRU93]: P.S. Fruehauf, I.-L. Chien, and M.D. Lauritsen, “Simplified IMC-PID tuning rules”. *Proceedings of the ISA/93 Advances in Instrumentation and Control Conference*, McCormick Place, Chicago, Illinois, pp. 1745-1766, 1993.
- 37 [GLO88]: K. Glover, J.C. Doyle, “State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an  $H_\infty$  norm bound and relations to risk sensitivity”, *Systems & control Letters*, Vol. 11, No.8, pp. 167-172, 1988.
- 38 [GRE95]: M. Green, D.J.N. Limebeer, “*Linear robust control*”, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995.
- 39 [GU05]: D.W. Gu, “*Robust control design with Matlab*”, Chapter 11, Springer, 2005.
- 40 [GUI05]: Guillermo J. Silva, Aniruddha Datta and S.R. Bhattacharyya, “*PID controllers for time-delay systems*”, Editor Birkhauser Boston, 2005.
- 41 [GUY10]: G. Guy, “*distillation*”, présentation de cours à l’ETS SYS 823, été : 2010.
- 42 [HOL10]: K.S. Holkar, “An Overview of model predictive control”, *International Journal of Control and Automation*, Vol. 3, No. 4, December, 2010.
- 43 [HUA94]: H.P. Huang, M. Oshima and L. Hashimoto, “Dynamic interaction and multiloop control system design”, *Journal of Process Control*, Vol. 4, No. 1, 1994.
- 44 [HUM01]: J.L. Humphrey, G. E. Keller, “*Procédés de séparation : techniques, sélection, dimensionnement*”, Editeur: Dunod Paris, Collection : Technique et ingénierie, 2001.
- 45 [HUM91]: J. L. Humphrey, A. F. Seibert, R. A. Koort, “Separation technologies-advances and priorities”, OE Contract AC07-901D12920, Feb. 1991.
- 46 [JAI09]: N. Jain, A. G. Alleyne, “Comparison of SISO and MIMO control techniques for a diagonally dominant vapor compression system”, *Proceedings of 2009 American Control Conference ACC’09*, Hyatt Regency Riverfront, St. Louis MO, USA, pp.1580-1585, 10-12 Jun. 2009.
- 47 [JÕA09]: João Rodrigo Camelo Barroso, “*Modeling and intelligent control of a distillation column*”, M.Sc. Thesis, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Departamento de Engenharia Mecânica, 2009. (En portugais)
- 48 [LUN88]: J. Lunze, “*Robust multivariable feedback control*”, prentice hall international series in systems and control engineering, 1988.
- 49 [JEN86]: N. Jensen., D.G. Fisher, “Interaction analysis in multivariable control systems”, *AIChE Journal*, Vol. 32, No. 6, 1986.
- 50 [KES07]: R. Kessas, “*Cours : Operations unitaires du génie chimique : Rectification continue*”, Faculté des sciences, Dépt. Chimie, Option: Génie chimie. USTO-MB, 20 Oct. 2007.

- 51 [KEY85]: R.M.C. de Keyser, A.R. Van Cauwenberghe, "Extended prediction self-adapted control", *Proceedings of IFAC Symposium on Identification and System Parameter Estimation*, York, pp. 1317-1322, 1985.
- 52 [KIS90]: H.Z. Kister, "*Distillation operation*", New York, McGraw-Hill, 1990.
- 53 [KRI10]: P. Sai Krishna, "*Process control engineering*", Edition I.K. International Publishing House Pvt. Limited, pp. 22-24, 2010.
- 54 [KWA91]: H. Kwakernaak, "*Robust control and optimization*", Springer Verlag 1991.
- 55 [LAH11]: A. Lahmer, "*Implantation expérimentale de la commande robuste par un contrôleur  $H_\infty$* ", Mémoire de Magister, Université de Batna, 12 Janvier 2011.
- 56 [LEV69]: R.S. Levy, A.S. Foss, E.A. Grens, "Response modes of a binary distillation column", *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, Vol. 8, No. 4, pp. 765-776, 1969.
- 57 [LIM91]: D.J.N. Limebeer, "The specification and purpose of a controller design study", *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*, Brighton, UK, pp. 1579–1580, December 1991.
- 58 [LOU06]: AL-LOUCH Rabei Mohammed, "*Automatisation d'une installation distillation*", Mémoire d'Ingénieur Industriel Finalité Automatique:2005-2006. Ecole d'ingénieurs et d'Architectes de Fribourg (Suisse).
- 59 [LUN95]: P. Lundstrom, S. Skogestad, "Opportunities and difficulties with 5×5 distillation columns. *Journal of Process Control*, Vol. 5, No. 4, pp. 249-261, 1995.
- 60 [LUN99]: P. Lundstrom, S. Skogestad, and J.C. Doyle, "Two-degree-of-freedom controller design for an ill-conditioned distillation process using  $\mu$ -synthesis", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 7, No. 1, pp. 12–21, 1999.
- 61 [LUY02]: W.L. Luyben, "*Plantwide Dynamic Simulators in chemical processing and Control*", Marcel Dekker Inc., New York, 2002.
- 62 [MAH97]: D. Mahoney, P. Fruehauf, "*An integrated approach for distillation column control design using steady state and dynamic simulation*", Aspentech technical articles, Mar. 1997.
- 63 [MAI01]: A. MAIDI, "*Analyse des interactions dans les systèmes à grande échelle : application à la commande multiboucle des systèmes fortement couplés*", Thèse de Magistère, Université de Boumerdès, 2001.
- 64 [MAL94]: O. Malasse, M. Zasadzinski, C. Lung, M. Hayer, M. Darouach, " $H_\infty$  design using normalized coprime factors: an application to an electromechanical actuator", *Proceedings of the Third IEEE Conference on Control Applications*, Glasgow, Vol. 2, pp. 983-988, 24-26 Aug. 1994.
- 65 [MAR95]: T.E. Marlin, "*Process Control, designing processes and control systems for dynamic performance*". McGraw-Hill International Editions, 1995.
- 66 [MCA83]: T.J. McAvoy, "*Interaction Analysis*", Instrument Society of America, 1983.
- 67 [MEK11]: I.K. MEKKI, M. Bouhamida, M. Benghanem, R. Kessas, "PI control for distillation column", *Proceedings of the International Conference on Automation and Mechatronics (CIAM'11)*, Oran, pp.164-167, 22-24 Nov. 2011.

- 68 [MEK13]: I.K. MEKKI, M. Bouhamida, M. Benghanem, “Comparative study of predictive multivariable control and decentralized control for a distillation column”, *International Review of Automatic Control (IREACO)*, Vol.6, No.4, July 2013.
- 69 [MOO00]: L. Moonyong, P. Sunwon, “Process control using a neural network combined with the conventional PID controllers”, ICASE: The Institute of Control Automation and Systems Engineers, Korea, Vol. 2, No. 3 September, 2000.
- 70 [MOU08]: E. Mouni, “Contribution à l’amélioration des performances des génératrices synchrones : nouvelles structure d’excitation basée sur une machine à aimants et combinée à des lois de commande avancées”, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 25 Nov. 2008.
- 71 [MOR89]: M. Morari, E. Zafiriou, “Robust process control”, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989.
- 72 [MOR08]: F. Morilla, F. Vázquez, J. Garrido, “Centralized PID control by decoupling for TITO processes”, *Proceedings of the 13<sup>th</sup> IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA ’08)*, pp. 1318-1325, 2008.
- 73 [MOR09]: D. Morvan, “Génie chimique : Les opérations unitaires- Procédés industriels, Cours et exercices corrigés”, Collection : (Technosup) Par ellipses. 01 Avr. 2009.
- 74 [MOR94]: M. Morari, “Advances in model based predictive control”, Oxford University Press, 1994.
- 75 [MUR96]: G. Murad, D.-W. Gu, and I. Postlethwaite, “Robust internal model control of a binary distillation column”, *Proceedings of IEEE International Conference on Industrial Technology*, Shanghai, China, pp.194–198, Dec. 1996.
- 76 [O’DW00]: A. O’Dwyer, “A summary of PI and PID controller tuning rules for processes with time delay. Part 1: PI controller tuning rules”, *Proceedings of PID’00: IFAC Workshop on Digital Control*, Terrassa, Spain, pp. 175-180, Apr. 4-7, 2000.
- 77 [OUD12]: Oudjana Beyoud Brahim, “Etude de l’efficacité d’une colonne de Distillation”, Mémoire de Master, Université Kasdi Merbah Ouargla, 16 Jui. 2012.
- 78 [PAL06]: L. Palladino, “Analyse comparative de différentes lois de commande en vue du contrôle global du Châssis”, Thèse de Doctorat, Université Paris-Sud XI, 04 Déc. 2006.
- 79 [POS91]: I. Postlethwaite, J.L. Lin, and D.W. Gu., “Robust control of a high purity distillation column using  $\mu$ -K iteration”, *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*, Brighton, UK, Dec. 1991.
- 80 [PUL08]: Anna Maria Pulis, “Soft sensor design for distillation columns”, Dottorato di ricerca in Ingegneria Industriale, Università Degli Studi Di Cagliari, 2008. (En italien)
- 81 [RAD75]: O.J. Rademaker, J.E. Rijnsdorp, and A. Maarleveld, “Dynamics and control of continous distillation columns”, Elsevier, Amsterdam, 1975.
- 82 [RAK06]: M. Rakotondrabe, “Développement et commande modulaire d’une station de microassemblage”, Thèse de Doctorat, Université Franche-Comté, Novembre 2006.
- 83 [RAM12]: M. Ramzi, H. Youlal, M. Haloua, “Continuous time identification and decentralized PID controller of an aerothermic process”, *International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems*, Vol. 5, No. 2, pp. 205-2014, Jun. 2012.

- 84 [REG08]: P. Regina, S.J. Mija, “Comparative study of sliding mode and relay enhanced PI controllers for MIMO systems”, *Proceedings of EIAT / IETA*, pp. 201-206, Springer, 2008.
- 85 [RIC87]: J. Richalet, S. Abu El Ata, C. Arber, M.B. Kuntze, A. Jacubasch, W. Schill, “Predictive functional control. Application to fast and accurate robots”, *Proceedings of 10th IFAC World Congress*, Munich, 1987.
- 86 [ROB99]: P.D. Roberts, “A brief overview of model predictive control”, *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, Savoy Place, London, UK, 1999.
- 87 [ROM06]: J.A. Romagnoli, A. Palazoglu, “*Introduction to process control*”, Edition Taylor & Francis par CRC Press Book, pp. 37-48, 2006.
- 88 [ROS62]: Rosenbrock, H. H., “Distinctive problems of process control”, *Chemical Engineering Progress*, Vol. 58, pp. 43-50, 1962.
- 89 [RRTP78]: J. Richalet, A. Rault, J.L. Testud, J. Papon, “Model predictive heuristic control: application to industrial processes”, *Automatica*, Vol. 14, No. 5, pp. 413-428, 1978.
- 90 [SAL07]: Georges Salloum, “*Contribution à la commande robuste de la machine asynchrone à double alimentation*”, Thèse de Doctorat à l’Institut National Polytechnique de Toulouse, 2007.
- 91 [SAL08]: K. Salahshoor, S. Gharibshaiyan, “Online multivariable identification of a nonlinear distillation column using an Adaptive Takagi-Sugeno Fuzzy Model”, *Proceedings of 2008 IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems*, pp. 527-532, 21-24 Sept. 2008.
- 92 [SAL10]: Dale E. Seborg, Duncan A. Mellichamp, Thomas F. Edgar, Francis J. Doyle, “*Process dynamics and control*”, 3rd Edition, Wiley & Sons, Incorporated, John, pp. 96-98, 13-12-2010.
- 93 [SAU09]: Matthieu Sautreuil, “*La Robustesse : Une nouvelle approche pour l’intégration des systèmes de génération aéronautique*”, Thèse de Doctorat, l’Université Joseph Fourier Spécialité : Génie Electrique, 9 Jul. 2009.
- 94 [SCH10]: J. Schwartzenruber (EMAC), “*Thermodynamique*”, cours à l’École des Mines d’Albi-Carmaux, octobre 2010.
- 95 [SCO01]: G. Scorletti, V. Fromion, “*Introduction à la commande multivariable des systèmes : méthodes de synthèse fréquentielle  $H_\infty$* ”, polycopié de cours de l’ENSI de Caen, septembre 2001.
- 96 [SCO08]: G. Scorletti, V. Fromion, “*Automatique fréquentielle avancée*”, polycopié de cours de l’ENSI de Caen, octobre 2008.
- 97 [SEA10]: J.D. Seader, Ernest J. Henley, D. Keith Roper, “*Separation process principles: chemical and biochemical operations*”, 3rd Edition, Wiley & Sons, Incorporated, John, pp. 191-192, 2010.
- 98 [SHI81]: F.G. Shinskey, “Predict distillation column response using relative gains”, *Hydrocarbon Processing*, pp.196-200, May 1981.
- 99 [SHI96]: F.G. Shinskey, “*Process control systems: Application, design and adjustment*”, 4th ed. New York: McGraw-Hill, 1996.
- 100 [SIV10]: R. Sivakumar, K. Suresh Manic, V. Nerthiga, R. Akila, K. Balu, “*Application of fuzzy model predictive control in multivariable control of distillation column*”, *International Journal of Chemical Engineering and Applications*, Vol.1, No.1, June 2010 ISSN: 2010-0221.

- 101 [SIV12]: R. Sivakumar, C. Sahana, P.A. Savitha, “Design of ANFIS based estimation and control for MIMO systems”, *International journal of Engineering Research & Applications (IJERA)*, Vol.2, Issue 3, pp. 2803-2809, 2012.
- 102 [SIE91]: A.F. Siebert, J.L. Humphrey, et R.A. koort, “*Technologies de séparation: Les progrès et les priorités*”, US DOE Rapport final, Contact n ° DE-AC07, 90 ID 12920, US département d’Energie, Washington, DC, 1991.
- 103 [SKO88]: S. Skogestad, M. Morari, and J.C. Doyle, “Robust control of ill-conditioned plants: High purity distillation”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.33, pp.1092–1105, 1988.
- 104 [SKO92]: S. Skogestad, “Dynamics and Control of distillation columns - A Critical Survey”, *Modeling, Identification and Control*, Vol.18, pp.177-217, 1997. (Reprint of paper from *IFAC-symposium DYCORD+’92*, Maryland, Apr. 27-29, 1992).
- 105 [SKO96]: S. Skogestad, I. Postlethwaite, “*Multivariable feedback control*”. John Wiley and Sons Ltd, Chichester, UK, 1996.
- 106 [SKO97]: S. Skogestad., “Dynamics and control of distillation columns: A tutorial introduction”, *Chemical Engineering Research & Design*, Vol. 75, No. 6, pp. 539-562, 1997.
- 107 [STI98]: J.G. Stichlmair, J.R. Fair, “*Distillation principles and practices*”, Wiley-VCH, New York, 1998.
- 108 [STO08]: Cristina Stoica, “*Robustification de lois de commande prédictives multivariées*”. Thèse de Doctorat, Octobre 2008.
- 109 [TAN96]: K.S. Tang, K.F. Man, and D.-W. Gu., “Structured genetic algorithm for robust  $H_{\infty}$  control systems design”. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 43, No. 5, pp. 575–582, 1996.
- 110 [TAS11]: Benabdallah Tassadit, “*Les techniques de découplage explicite et implicite des systèmes multivariées. Application sur un modèle d’une colonne de distillation binaire*”, Thèse de Magister, Université de Boumerdès, Septembre 2011.
- 111 [THA99]: M.T. Tham, “Multivariable control: *An introduction to decoupling control*”, Dept. of Chemical and Process Engineering, University of Newcastle upon Tyne, an introduction to Decoupling Control/MTT/July 1999.
- 112 [TRA98]: P. Trambouze, “*Le Raffinage du Pétrole Tome 4: Matériels et équipements*”. Edition: Technip, Paris, 1998, pp.112.
- 113 [VAR06] : Viktória Varga, “*Distillation extractive discontinue dans une colonne de rectification et dans une colonne inversée*”. Génie des Procédés et de l’Environnement. Thèse de doctorat en co-tutelle: Soutenue le lundi 27 Nov. 2006 à l’Institut National Polytechnique de Toulouse (France) & l’Université des Sciences Techniques et Economiques de Budapest (Hongrie).
- 114 [WAH09]: A. Wahid, A. Ahmad, “Representative model predictive control”, *Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Conference on QiR (Quality in Research)*, ISSN 114-128, Indonesia, 3-6 Aug. 2009.
- 115 [WAU98]: J.-P. Wauquier, “*Le raffinage du pétrole Tome 2: Procédé de séparation*”, Edition: Technip Paris, 1998.

- 116 [WHI94]: J. F. Whidborne, I. Postlethwaite, and D.-W. Gu, "Robust controller design using  $H_{\infty}$  loop-shaping and the method of inequalities", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 2 pp. 455–461, 1994.
- 117 [WIL99]: M.J. Willis, "Multivariable control: an introduction", Dept. of Chemical and Process Engineering, University of Newcastle upon Tyne, 1999.
- 118 [WOO73]: R. K. Wood and M. W. Berry, "Terminal composition control of a binary distillation column", *IChemical Engineering Science*, Vol. 28, pp. 1707-1717, 1973.
- 119 [WUT09]: L. Xutao, L. Xiaogeng, J. Xiaohong, J. Jie, Z. Xiangyang, Z. Ke. "Design of decoupling control system with high angle of attack based on PV criterion", *Proceedings of the 2009 International Symposium on Web Information Systems and Applications (WISA'09)*, Nanchang, P.R. China, pp. 178-181, May 22-24, 2009.
- 120 [YAN05]: J.-S. Yang, "Optimization-based PI/PID control for a binary distillation column", *Proceedings of American Control Conference*, Portland, OR, USA, June 8-10, 2005.
- 121 [YDS84]: B.E. Ydstie, "Extended horizon adaptive control", *Proceedings of the 9th IFAC World Congress*, Budapest, 1984.
- 122 [ZHA06]: Zhang Weidong, Chen Lin, Ou. Linlin, "Algebraic solution to  $H_2$  control problems - Part II: The Multivariable Decoupling Case", *Journal Industrial & Engineering Chemistry Research*, Vol. 45, No. 21, pp. 7163-7176, 2006.
- 123 [ZHO99]: K. Zhou, J.C. Doyle, "Essentials of robust control", Prentice-Hall, 1999.
- 124 [ZIA06]: Salim Ziani, "Contrôle multiobjectif via la paramétrisation de youla et l'optimisation LMP", Mémoire de Magister, Université de Mentouri, 28 Nov. 2006.

# ANNEXES

**ANNEXE : Méthode de Mc Cabe & Thiele**

**ANNEXE : Modèle de la colonne de distillation W.B**

**ANNEXE :  $H_{\infty}$**

### ANNEXE : Méthode de McCabe et Thiele

La méthode de McCabe et Thiele (1925) est une méthode graphique approximative qui nécessite la connaissance de la courbe d'équilibre et repose sur les hypothèses de Lewis [BOR10], [WAU98], [BEL06]:

- ✓ La colonne est adiabatique (pas d'échange de chaleur avec le milieu extérieur).
- ✓ Les chaleurs molaires de vaporisation des constituants sont identiques.
- ✓ La chaleur de mélange des deux constituants en phase liquide est nulle.
- ✓ L'équilibre liquide vapeur est atteint sur chaque plateau de la colonne (étage théorique).

La méthode de dimensionnement à partir des valeurs aux frontières consiste à déterminer les paramètres du procédé de distillation (nombre d'étages, taux de reflux, etc.), connaissant les spécifications de compositions et de débits de l'alimentation, du distillat et du résidu. Seules les équations de bilans matière sont exploitées pour générer les profils de compositions au sein de la colonne [BEL06].

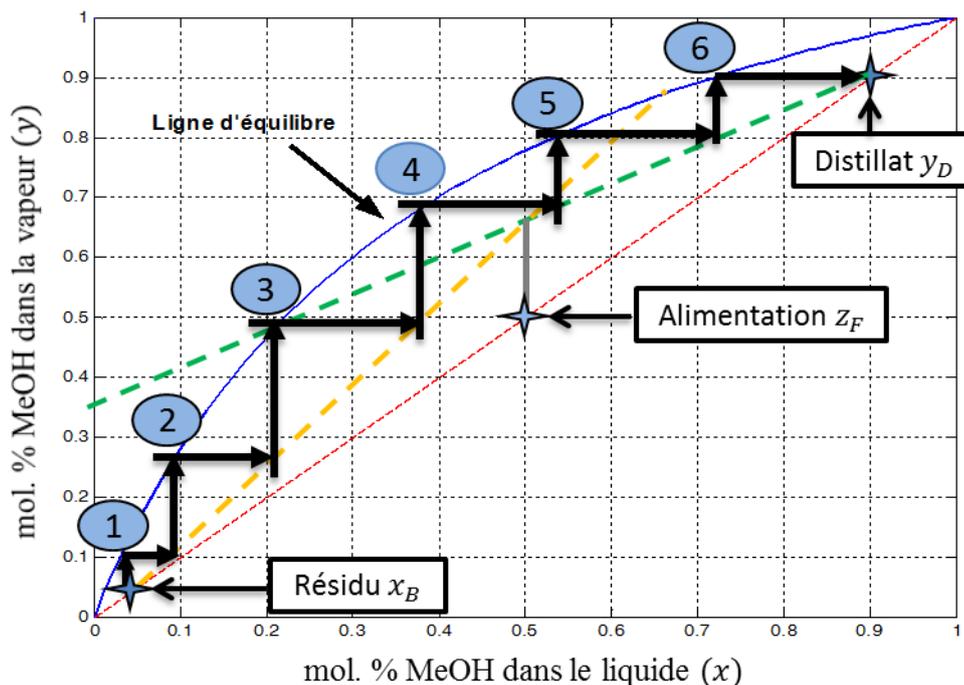
Le principe de la méthode est le suivant: connaissant les compositions des produits désirés au distillat et au résidu, il s'agit d'effectuer des bilans « étage par étage » entre le haut de la colonne et un étage d'enrichissement pour le calcul du profil opératoire d'enrichissement d'une part, et le bas de colonne et un étage d'épuisement pour le calcul du profil opératoire d'épuisement d'autre part [BEL06].

La détermination du nombre d'étages de la colonne se fait de manière graphique dans la figure A en réalisant : [SCH10]

- Un tracé de la courbe d'équilibre liquide vapeur  $y=f(x)$  en courbe rouge qui représente le comportement thermodynamique du mélange binaire (A, B) à la pression de la colonne.

Les plateaux étant des lieux où, en première approximation, l'équilibre entre phases est atteint. Chaque plateau de la colonne peut être représenté par un point (ou un palier) sur cette courbe.

- Un tracé de deux droites opératoires, valables chacune dans l'une des sections de la colonne (rectification et épuisement), une droite discontinue jaune: droite opératoire d'épuisement (inférieure) et droite discontinue verte: droite opératoire rectification (supérieure), qui relie la composition de la vapeur quittant le plateau  $i + 1$  à celle du liquide quittant le plateau  $i$ : les droites opératoires permettent de passer d'un plateau à l'autre de la colonne.



**Figure A** : Diagramme de McCabe et Thiele.

La ligne grise : l'alimentation ou charge est un liquide saturée. On trace les horizontales et verticales, les flèches indiquent les itérations successives pour ensuite compter le nombre de paliers horizontaux, qui est le nombre minimum de plateaux nécessaires pour réaliser la rectification, les nombres d'étages est de 1 à 6 dans la figure A.

L'avantage de l'hypothèse proposée par McCabe et Thiele est de simplifier les équations de bilans par zone ; par conséquent, cette méthode n'est pas applicable quand les propriétés enthalpiques des constituants sont sensiblement peu différentes [SCH10].

La méthode de McCabe et Thiele offre l'avantage de donner une représentation graphique du processus de distillation; cet avantage peut être facilement mis à profit pour diagnostiquer le fonctionnement d'une colonne, analyser la pertinence des choix de conception. D'autres auteurs ont employé cet outil simple pour créer un modèle de type boîte grise en contrôle prédictif de colonne. Lorsque les conditions de Lewis ne sont plus du tout applicables (mélange eau-ammoniac, par exemple), il est possible d'utiliser la méthode de Ponchon (1921) et Savarit (1923) qui exploite simultanément le diagramme enthalpique et le diagramme d'équilibre pour construire selon une procédure semblable à celle de McCabe et Thiele les escaliers caractéristiques du fonctionnement de chacune de ces zones. Dans ce cas, les droites opératoires deviennent des courbes opératoires [WAU98].

## ANNEXE : Modèle de la colonne de distillation W.B

### - Les modèles dynamiques [BER73]

La procédure adoptée dans l'étude était d'effectuer une série de tests dynamiques sur la colonne de distillation afin d'établir les relations entre les deux compositions de finales et entrées (débit de reflux, le flux de vapeur d'eau, le débit d'alimentation et composition d'alimentation).

Comme le but de ces essais était de créer un modèle de processus sur le point de fonctionnement spécifié un test d'impulsion a été employé plutôt qu'une entrée de Step qui tendrait à donner des informations sur la dynamique. Wood and Berry ont assumé que le processus est adéquatement représentés par une combinaison de premier ordre avec une constante de temps plus un modèle de fonction de transfert avec temps de retard reliant les sorties de processus à chaque entrée. [BER73]

Les paramètres du modèle qui en résultent sont présentés dans le tableau A, B, C et D avec la surface sous l'impulsion d'entrée associé. Les valeurs des gains de processus sont présentés dans le (mol %) / (lb/min).

Les constantes de temps et des retards sont indiqués dans les valeurs en minutes. D'autres données concernant les essais dynamiques (amplitude d'impulsion de force, et les conditions de fonctionnement de l'état d'équilibre) [BER73]

Afin d'aboutir à un ensemble de fonctions de transfert pour le processus des paramètres de modèle moyennes ont été calculées basé sur les paramètres sous forme de tableaux.

Le temps de retard associé à la composition du produit bas n'inclut pas les 2.5 minutes le temps d'analyse du chromatographe en phase gazeuse, mais elle inclut le retard dans les conduites de prélèvement. Ainsi, il est nécessaire de soustraire un délai d'une minute environ 0.5 à partir du retard de temps de produit de fond sous forme de tableaux pour arriver à la véritable modèle de fonction de transfert du processus. [BER73]

**Tableau A:** Résultats d'essai d'impulsion de reflux

N=° execution	Surface d'impulsion	La composition en tête			La composition en bas		
		Gain	Constant de temps	Temps de retard	Gain	Temps de retard	Temps de retard
20	4.2	10.1	16.3	0.5	6.7	12.0	7.9
21	-3.3	15.6	13.5	1.1	-	-	-
22	3.9	11.1	17.6	1.1	6.4	11.3	7.4
23	2.2	12.9	19.4	0.8	6.8	9.5	7.3
24	-1.5	14.5	16.8	1.6	-	-	-

**Tableau B:** Résultats d'essai d'impulsion de vapeur

N=° execution	Surface d'impulsion	La composition en tête			La composition en bas		
		Gain	Constant de temps	Temps de retard	Gain	Temps de retard	Temps de retard
20	6.9	2.7	13.9	6.1	4.6	13.2	3.8
21	-3.7	4.5	10.7	10.1	-	-	-
24	4.3	4.3	20.0	8.0	5.2	13.2	3.0

**Tableau C:** Résultats d'essai d'impulsion de débit d'alimentation

N=° execution	Surface d'impulsion	La composition en tête			La composition en bas		
		Gain	Constant de temps	Temps de retard	Gain	Temps de retard	Temps de retard
20	-2.7	-17.6	23.6	2.4	-20.8	15.5	3.8
24	-2.0	-15.7	22.0	2.7	-21.1	13.6	3.7
25	1.8	-22.9	17.1	3.2	-	-	-
27	-1.6	-19.4	21.3	3.4	-16.2	14.1	2.8

**Tableau D:** Résultats d'essai d'impulsion de composition d'alimentation

N=° execution	Surface d'impulsion	La composition en tête			La composition en bas		
		Gain	Constant de temps	Temps de retard	Gain	Time constant	Temps de retard
20	137	0.04	26.7	8.3	0.097	10.8	10.2
21	-71	0.43	17.2	6.4	-	-	-
22	87	0.18	25.2	9.3	0.190	14.2	8.1
23	-115	0.22	22.1	6.7	-	-	-

Les écarts plus importants dans le cas du gain de produit de composition en tête aux variations des taux de reflux et flux de la vapeur peuvent être imputés au comportement non linéaire de la colonne [BER73].

- **Caractéristiques des constituants du mélange à distiller** [OUD12]

Le mélange méthanol/ eau est homogène, totalement miscible et sans azéotrope. Les principales caractéristiques physico-chimiques sont présentées sur le tableau ci-dessous.

**Tableau E:** Caractéristiques physico-chimiques du méthanol et de l'eau

Caractéristiques physicochimiques	Eau	Méthanol
La masse molaire	18 g/mol	32.04 g/mol
La masse volumique	998 Kg/m <sup>3</sup>	64.7 Kg/m <sup>3</sup>
Point de fusion	0 °C	-97 °C
Point d'ébullition	100°C	64.7 °C
Indices de réfraction à 25°C	1.333	1.329
Température critique	401.3°C	240.2 °C
Pression critique	22.09 MPa	97.5 MPa
Volume critique	0.0568 m <sup>3</sup> /mol	0.118 m <sup>3</sup> /mol
Point d'éclair	-	12°C
Température d'Auto- inflammation	-	464°C

ANNEXE :  $H_\infty$ **Propriétés importantes des valeurs singulières pour la robustesse [SAU09]**

Nous présentons ici deux propriétés de base des valeurs singulières qui nous serviront dans la suite pour l'analyse de la robustesse.

➤ **Propriété 1 : multiplication par un scalaire**

Soit un scalaire  $\alpha$  ; on a alors :

$$\bar{\sigma}(\alpha \cdot G_1) = |\alpha| \cdot \bar{\sigma}(G_1)$$

Cette propriété s'avèrera fondamentale pour montrer comment étudier les performances d'un système à partir d'une analyse de stabilité.

➤ **Propriété 2 : valeurs singulières d'un produit de matrices**

Soient  $G_1$  et  $G_2$  deux matrices à coefficients complexes; on a alors la relation suivante :

$$\bar{\sigma}(G_1 \cdot G_2) \leq \bar{\sigma}(G_1) \cdot \bar{\sigma}(G_2)$$

Cette inégalité sera elle aussi fondamentale pour l'établissement du théorème des petits gains, théorème de base pour l'analyse de stabilité d'un système MIMO.

Valeurs singulières et Normes  $H_2$  et  $H_\infty$  des matrices de transfert et leur interprétation physique.

➤ **Définition de la norme  $H_2$  des transferts  $G(s)$** 

$$\|G(s)\|_2 = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr}(G(j\omega) * G(j\omega)) d\omega \right)^{1/2} = \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum \sigma_i^2(G(j\omega)) d\omega \right)^{1/2}$$

La norme  $H_2$  est l'énergie en sortie du système lorsqu'on injecte un dirac en entrée (cas SISO) ou plus généralement un bruit blanc à densité spectrale uniforme, autrement dit tel que  $U(j\omega)U^*(j\omega) = I$  (cas MIMO).

➤ **Définition de la norme  $H_\infty$  des transferts  $G(s)$** 

$$\|G(s)\|_\infty = \max_{\omega} (\bar{\sigma}(G(j\omega)))$$

À fréquence fixe, la valeur singulière maximale est le plus grand gain de la matrice  $G$ . La norme  $H_\infty$  de  $G$  est donc le plus grand gain de la matrice  $G$  sur toutes les fréquences. Dans le cas SISO, c'est tout simplement le gain maximal de la réponse fréquentielle  $G(j\omega)$ .

Quelle norme utiliser alors pour évaluer le gain d'une matrice de transfert ? En effet, ces deux normes ont chacune leurs intérêts propres, chacune pouvant être interprétée physiquement. Mais seule la norme infinie vérifie **la propriété 2**, à savoir :

$$\bar{\sigma}(G_1 \cdot G_2) \leq \bar{\sigma}(G_1) \cdot \bar{\sigma}(G_2)$$

Ainsi, l'utilisation de la norme  $H_\infty$  permet, à partir de l'étude de deux sous-systèmes pris indépendamment, d'émettre des conclusions sur leur interconnexion série (alors que la norme  $H_2$  ne le permet pas).

➤ **Calcul de la norme  $H_\infty$**

Soit  $G(s)$  une réalisation minimale, strictement propre, d'un système linéaire et stationnaire.  $\|G\|_\infty \leq \gamma$ , Si et seulement si la matrice hamiltonienne : [APK93]

$$H_\gamma = \begin{bmatrix} A & \frac{BB^T}{\gamma} \\ -\frac{C^TC}{\gamma} & A^T \end{bmatrix} \text{ n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire.}$$

Il n'existe pas de méthode explicite pour calculer la norme  $H_\infty$  d'une matrice de transfert : Il faut nécessairement utiliser une méthode itérative.

Un simple algorithme de dichotomie est suggéré pour calculer  $\|G\|_\infty$ .

On part d'un encadrement grossier  $[\gamma_{min}, \gamma_{max}]$  de cette norme et on l'améliore itérativement de la façon suivante :

- On calcule les valeurs propres de  $H_\gamma$  pour  $\gamma = \frac{1}{2} (\gamma_{min} + \gamma_{max})$
- S'il n'y a pas de valeur propres sur l'axe imaginaire,  $\gamma$  est trop grand et l'on obtient comme nouvel encadrement  $[\gamma_{min}, \gamma]$ .
- Sinon,  $\gamma$  est trop petit et on obtient le nouvel encadrement  $[\gamma, \gamma_{max}]$ .
- On répète le procédé jusqu'à obtenir une bonne approximation de  $\|G\|_\infty$
- Lorsque  $G(s)$  n'est pas strictement propre,  $G(\infty) = D$  et  $\|G\|_\infty > \bar{\sigma}(D)$ .

La procédure ci-dessus n'est pas appliquée pour  $\gamma \geq \bar{\sigma}(D)$ .





Mr. MEKKI Ibrahim El Khalil né le 08 Février 1987 à Sidi bel Abbes, a obtenu son Baccalauréat en 2004 série Génie Electrique, titulaire d'un diplôme de Master en 2009 et un doctorat 2014 en Automatique, option : Automatisation et Contrôle des Systèmes Industriels à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed BOUDIAF « USTO-MB ».

### ***Résumé***

L'objectif principal de ce travail est la commande robuste d'une colonne de distillation binaire continue utilisée pour séparer un mélange liquide (méthanol-eau) pour avoir une certaine qualité de pureté désirée des produits finaux. Afin d'améliorer les résultats obtenus avec les régulateurs décentralisés PI, on a appliqué à notre système la commande  $H_\infty$  qui nous a permet d'une part; de gérer le compromis entre la robustesse en stabilité et les performances nominales et d'autre part de réduire l'influence de l'effet de couplage sur le rejet de perturbations. En outre, la commande MPC sous la forme d'état basée sur l'observateur est appliquée de manière à assurer une excellente poursuite des signaux de consignes et d'optimiser l'énergie thermique utilisée dans le rebouilleur et le condenseur. Les performances obtenues ont été analysées et comparées en termes de suivi de consignes, robustesse et rejet de perturbations.

**Mots clés :** colonne de distillation, la commande robuste, régulateurs PI décentralisés,  $H_\infty$  control, MPC, découplage inversé.

### ***Abstract***

The main objective of this work is the robust control of a continuous binary distillation column used to separate the liquid mixture (methanol-water) to a specific quality of the desired purity of the final products. To improve the results obtained with the decentralised PI controllers, we applied to our system of  $H_\infty$  control, on the one hand offers a way to manage the trade-off between robust stability and nominal performance, on the other hand it reduces the influence of the coupling influence on the disturbances rejection. In addition, the MPC control in the form of state based observer is applied in order to ensure excellent tracking signals of set points and to optimize thermal energy to use in the reboiler and the condenser. The performance of the system have analyzed and compared in terms of reference tracking, robustness and disturbance rejection.

**Keywords:** distillation column, robust control, decentralised PI regulators,  $H_\infty$  control, MPC, inverted decoupling.