

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

**Université des Sciences et de la Technologie d'Oran
Mohamed BOUDIAF**

FACULTE DES SCIENCES

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

MEMOIRE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE MAGISTER

SPECIALITE : Physique Energétique et Environnement

PRESENTE PAR

Mr, El Hassen LARGAT

SUJET DU MEMOIRE

**SIMULATION NUMERIQUE DU MOUVEMENT D'ASCENSION DES
BULLES D'AIR DANS UN MILIEU CONTINU**

SOUTENU LE .././2012

DEVANT LE JURY COMPOSE DE

Mr KAMECHE Mostefa	Professeur USTO MB	PRESEDENT
Mr ABDELOUAHAB Mohamed	Professeur USTO MB	RAPPORTEUR
Mr LOUNIS Mourad	Univ. Khemis Miliana	EXAMINATEUR
Mr LAGHOUATI Yassine	Maitre CA USTO MB	EXAMINATEUR
Mr ALLA Hocine	Professeur USTO MB	EXAMINATEUR

À tous les compagnons de chemin.

Remerciements

Tous mes remerciements vont, en premier lieu, au Dieu Tout-Puissant pour m'avoir donné la santé, le courage, la volonté et la patience pour réaliser de ce mémoire.

Je tiens à exprimer mes remerciements à mon encadreur Prof. Mohamed Abdelouahab, pour la qualité de son encadrement et pour sa compréhensibilité ainsi que les précieux conseils qu'il a pu me donner. Il s'est montré très disponibles malgré ces nombreuses responsabilités. À chacune de mes questions, il prenait le temps de fournir une réponse précise. Durant mon travail de magister, j'ai eu la chance de faire partie de l'ensemble des étudiants du physique énergétique et environnement. Je remercie Prof. Mohamed Abdelouahab, de m'avoir accueilli, mais également de m'avoir témoigné de sa confiance.

J'adresse mes remerciements, également, à Monsieur le Professeur KAMECHE Mostefa d'avoir accepté de présider mon jury de soutenance. À messieurs LOUNIS Mourad, ALLA Hocine et LAGHOUATI Yassine pour avoir bien voulu évaluer mon travail en tant qu'examineurs et pour le temps passé sur la lecture de ce mémoire, ainsi qu'à tous les enseignants de l'Université des sciences et de la technologie d'Oran notamment les enseignants du département de physique.

Je souhaite aussi remercier Lotfi Tefiani pour, son soutien et sa fidélité, et les personnes avec qui j'ai eu plaisir à travailler : Amar Bouamama m'a de nombreuses fois aidé à me familiariser au logiciel Fluent, merci à lui et à sa bonne humeur. Je pense également à Salah Bouzina et Abderrahmane Aissa pour le soutien tant psychologique que logistique qu'ils m'ont apporté. Merci à Abdelaali Fekih et à Karima Bouziane pour ces conseils nombreux. Je pense que c'est une véritable chance que d'avoir une telle mine de connaissances dans mon parcours de magister: merci à eux.

Yahia Soltani, Zoheir Baroudi et Riadhe Zouablia m'ont souvent encouragé et aidé. Une partie du travail de cette thèse leur doit beaucoup.

Je souhaite aussi remercier également à toutes les petites mains qui sont venues aider à un moment ou à un autre, et à toutes les personnes qui m'ont communiqué leur savoir et qui m'ont permis de me construire à travers ce travail de recherche.

Mes remerciements les plus vifs vont à ma grande famille. Leur fierté m'a soutenu durant ces longues années d'études.

Je termine par ceux que j'adresse affectueusement mes remerciements à mes parents qui, malgré la souffrance et les douleurs, ont été si souvent là quand j'en avais besoin, pour tous ses conseils et son aide.

شُكْرًا

Table des matières

Introduction générale.....	1
Objectifs de l'étude.....	2
Démarche générale.....	3
CHAPITRE 1	
Notions fondamentales.....	5
I.1. Première partie.....	6
I.1.1. Écoulement autour des corps.....	6
I.1.2. Instabilités et régions de l'écoulement perturbé.....	7
I.1.2. a. Instabilités.....	7
I.1.2. b. Régions de l'écoulement perturbé.....	8
I.1.3. Les différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre circulaire.....	10
I.2. Deuxième partie.....	17
I.2.1. Convection mixte.....	17
I.2.2. Les fondements de la convection mixte.....	18
I.2.3. Les frontières de la convection mixte	19
I.2.4. Écoulement dans un confinement	21
I.2.5. Confinement et facteur de blocage.....	22
CHAPITRE 2	
Étude bibliographique.....	25
II.1. Écoulement autour des corps cylindriques	26
II.2. Écoulement non confiné.....	29
II.2.1. Écoulement non confiné sans transfert de chaleur.....	29
II.2.1. Écoulement non confiné avec transfert de chaleur.....	36
II.2.1. a. Convection forcée.....	36
II.2.1. b. Convection mixte.....	42
II.3. Écoulement confiné.....	47
II.3.1. Écoulement confiné sans transfert de chaleur.....	47
II.3.2. Écoulement confiné avec transfert de chaleur.....	51
II.4. Autres configurations.....	60
CHAPITRE 3	
Formulation mathématique et équations gouvernante.....	61
III.1. Principe de l'approximation de Boussinesq	62
III.2. Description du problème.....	62
III.2. Hypothèses.....	63
III.3. Modélisation de la convection mixte dans un milieu confiné.....	64

III.4. Modélisation mathématique et expression des bilans en convection mixte.....	65
III.4.1. Formulation générale	65
III.4. 2. Forme adimensionnelle des équations de bilan.....	67
III.5. Ecoulement confiné dans une conduite	68
III.6. Conditions aux limites.....	69
CHAPITRE 4	
Méthodologie de solution numérique.....	70
IV. 1. Géométrie et maillage numérique	71
IV. 1. 1. Structure de géométrie et de maillage.....	71
IV. 1. 2. Génération de maillage.....	72
IV. 2. Validation générale des paramètres numériques	76
IV. 2. 1. Validation de procédure de génération de maillage.....	76
IV. 2. 2. Choix des paramètres de géométrie numériques.....	79
IV. 3. Etude de l'indépendance de maillage.....	82
IV. 4. Choix des paramètres de solution numérique.....	83
IV. 4. 1. Conditions aux limites	83
IV. 4. 2. Contrôle de solution.....	85
IV. 5. Validation des résultats	87
CHAPITRE 5	
Résultats et discussion.....	90
V.1. Configurations aérodynamiques de l'écoulement	91
V.2. Distribution de la température et profils des isothermes.....	94
V.3. Nombre de Nusselt	95
V.4. Coefficients de trainée et de portance	97
Conclusion	100
Annexe	
Références bibliographiques	

Nomenclature

C_p Chaleur spécifique [J/kgK]

g Accélération de la gravité [m/s^2]

D Diamètre de cylindre [m]

Gr Nombre de Grashof

H Hauteur de canal [m]

k_∞ Conductivité thermique du fluide [$W/m.K$]

k_w Conductivité thermique du solide [$W/m.K$]

L Longueur du domaine [m]

L_u Longueur de l'amont du domaine

L_d Longueur de l'aval du domaine

N_i Nombre de points de maillage suivant la direction (x)

N_j Nombre de points de maillage suivant la direction (y)

Nu Nombre de Nusselt

p Pression [Pa]

Pe Nombre de Peclet

Pr Nombre de Prandtl

Re Nombre de Reynolds

Ri Nombre de Richardson

T_∞ Température de fluide [K]

T_w Température de solide [K]

t^* [Temps](#) [s]

T^* Température [K]

ΔT différence de température entre T et T_w .

U_{max} Vitesse maximale a l'entré [$m.s^{-1}$]

U_p Profile de vitesse [$m.s^{-1}$]

V_x^* Vitesse suivant la direction (x) [$m.s^{-1}$]

V_y^* Vitesse suivant la direction (y) [$m.s^{-1}$]

x, y Système de coordonnées [m]

f^* Résultante des forces massiques s'exerçant dans le fluide [$N.kg^{-1}$]

Symboles Grecs

β Coefficient de blocage

β_v Coefficient de l'expansion thermique [$1/K$]

ρ Densité du fluide [$kg.m^{-3}$]

μ Viscosité dynamique

ν Viscosité cinématique

σ^*, τ^* tenseur de contrainte

φ Fonction de variables dépendantes

Φ Dissipation visqueuse

* Quantité dimensionnel

Liste des Figures

Figure1.1a : évolution de longueur relative du sillage en fonction de nombre de Reynolds D'après Comolet 1994	6
Figure 1.1b: évolution de l'angle de décollement de couche limite en fonction de nombre de Reynolds D'après Comolet 1994	6
Figure1.2 : champ d'écoulement d'huile autour d'un cylindre circulaire à différent nombre de Reynolds. D'après Hermann Schlichting 1979. [7]	7
Figure1.3 : schémas de régions d'écoulement perturbées	9
Figure1.4 : différent types d'écoulement autour de cylindre extraite de Comolet 1994, éd. Masson	10
Figure1.5 : écoulement rampant a $Re=1$. Visualisation d S.Taneda tirée de Le coq. 2008 [10]	11
Figure1.6 : écoulement stationnaire décollé a $Re=13.5$. Visualisation expérimental et numérique. Cottet et al. 2010. [11]	12
Figure1.7 : écoulement laminaire instationnaire 2D a $Re=105$. Visualisation de S.Taneda tirée de Le coq. 2008 [10]	12
Figure1.8: évolution du nombre de Strouhal en fonction du Reynolds sur la plage $Re=0-460$. Tirée de Le coq. 2008 [10]	13
Figure1.9: évolution de la longueur de formation tourbillonnaire en fonction de Reynolds.tirée de Le coq. 2008 [10]	13
Figure1.10: visualisation de la zone de formation tourbillonnaire entre $Re=3000-8000$.tirée de Le coq. 2008 [10]	14
Figure1.11: évolution du nombre de Strouhal en fonction de Reynolds. tirée de Le coq. 2008 [10]	15
Figure1.12: visualisation de l'évolution du nbr du coefficient de trainé en fonct de Reynolds.tirée de Le coq. 2008 [10]	16
Figure1.13: Les trois modes de convection : libre, forcé et mixte. H.Oosthuizen, D.Naylor 1999 [5]	19
Figure1.14: écoulement externe, interne et combiné. H.Oosthuizen; D.Naylor; Mc Graw-Hill 1999. [5]	21
Figure1.15: Sillage d'écoulement autour d'un cylindre, vues de dessus : $Re=5400$, (a) : $D/B=0.083$, (b) : $D/B=0.181$, (c) : $D/B= 0.25$, (d) : $D/B=0.34$, B est la largeur de la veine. Okamoto et Takeuchi (1975), Tiré de Zdravkovich [2]	23
Figure2.1: courbes de coefficient de trainé C_D Tracée en fonction du nombre de Reynolds Re Les courbes I, II, et III représentent respectivement les valeurs calculées du C_D par le premier, la seconde, et la troisième formule approximative (2.1), (2.2), (2.3).	27
Figure2.2: écoulement près de sillage d'un cylindre. Observateur se déplaçant avec le cylindre. L'interprétation de l'auteur également montrée. La séquence des événements commence à (a)	

et continue à (f).	28
Figure2.3: images de visualisation typiques d'un écoulement au tour d'un cylindre circulaire à $Re=35$ (a et b) et $Re=100$ (c et d) ; (a) et (c) par de tunnel de film de savon, (b) et (d) par « towing tank ».	29
Figure2.4: Comparaisons des résultats numériques avec des données expérimentales de littérature pour l'angle de séparation et le nombre de Reynolds.	29
Figure2.5: valeur de coefficient C_D de trainé en fonction de l'indice e puissance n	31
Figure2.6: Lignes de courant pour $Re=46$ et 47 ; $n = 1$	33
Figure2.7: Dépendance de Re_c et St_c sur l'indice de loi de puissance	34
Figure2.8: Effet de l'indice de loi puissance sur le coefficient de trainé moyen a Re_c	34
Figure2.9: convergence de calcul de croissance optimal avec la géométrie de maille par (a) longueur de l'amont Li et (b) longueur transversal Lc . Les points indiquent les valeurs calculées. Des erreurs de pourcentage sont montrées relativement au calcul utilisant $Li = 65$ et $Lc = 65$, respectivement.	35
Figure2.10: Dépendance de la distribution de nombre de Nusselt local sur le cylindre en Pr et n pour $Re= 5$ sous les conditions CWT et UHF.	38
Figure 2.11 : Dépendance de la distribution de nombre de Nusselt local sur le cylindre en Pr et n pour $Re= 40$ sous les conditions CWT et UHF.	38
Figure 2.12 : Nombre de Nusselt en fonction de Re , n , et Pr au coefficient de blocage $\beta=4$	59
Figure 2.13 : Nombre de Nusselt en fonction de Re , n , et Pr au coefficient de blocage $\beta=1.6$	60
Figure 3.1: Représentation schématique de l'écoulement confiné autour d'un cylindre circulaire avec le coefficient de blocage ($\beta=D/H$)	63
Figure 4.1. Schémas représentatif d'un maillage non uniforme de la totalité de domaine de calcul (a) et la distribution des zones types de maillage (b).	73
Figure 4.2 : le maillage utilisé entourant le cylindre (a) et un zoom montrant les détails des cellules au voisinage de la paroi du cylindre (b).	75
Figure 4.3 : écoulement bidimensionnel 2D autour d'un cylindre carré confiné $\beta = D/H = 1/8$	76
Figure 4.4 : coefficients de trainé en fonction de nombre de Re	77
Figure 4.5 : champ des isothermes pour $Re = 10$, $Pr=100$, $Ri=1$ (a) ; et des lignes de courant pour $Re=10$ et 30 , $Ri=0.25$ et 1 , $Pr=100$ (b).	78
Figure 4.6 : Effet de downstream Ld sur Cd	81
Figure 4.7 : Profile de vitesse parabolique a l'entrée du canal	84
Figure 4.8: nombre de Nusselt pour: $1 < Re < 30$, et $Pr=50, 100$	88
Figure 5.1 : lignes de courant pour $Re=25$; $Pr=0.7$ et $Pr=100$ a different Ri .	92
Figure 5.2 : lignes de courant pour $Re=1$; $Pr=0.7$ et $Pr=100$ a different Ri .	93
Figure 5.3 : profils des isothermes pour $Re=10$ et 30 ; $Pr=0.7, 50$ et 100 a $Ri=0.25$ et 1	94
Figure 5.4 : variation du coefficient de Nusselt (Nu) en fonction de nombre de (Re) et de nombre de Prandtl (Pr) pour différent nombre de Richardson (Ri)	96
Figure 5.5 : variation du coefficient de trainé (Cd) et de portance (Cl) en fonction de nombre de (Re) et de nombre de Prandtl (Pr) pour différent nombre de Richardson (Ri)	98

Tableau 2.1 : Effet de nombre Reynolds (Re) et (n) sur la longueur de recirculation (Lw)	30
Tableau 2.2 : Nombre de Reynolds critique pour écoulement avec et sans sillage	33
Tableau 2.3 : Comparaison des nombres de Reynolds critique	33
Tableau 2.4 : Comparaison de nombre de Nusselt moyen au $Pr = 0.7$	37
Tableau 2.5 Comparaison de Nu moyen ($Pr = 1,50$, et 100) avec des valeurs déjà publiés pour différents Re .	39
Tableau 2.6 : comparaison des résultats du nombre de Nusselt moyen pour $Pr=0.7$	43
Tableau 2.7 : l'effet du nombre de Richardson sur le coefficient de trainé Cd	43
Tableau 2.8 : l'effet du nombre de Richardson sur la variation du nombre de Nusselt moyen	44
Tableau 2.9 : Prakash et al. (2007b). Effet de downstream Ld sur Cd Valeurs représentent le pourcentage de changement relatif en coefficient de trainé avec une longueur de référence $Ld = 20 D$	49
Tableau 2.9 : influence du nombre de Re le coefficient de blocage sur le coefficient de trainé C_D	49
Tableau 4.1. Détaille de génération de géométrie et maillage	74
Tableau 4.2 : comparaison des résultats sur les coefficients de trainé en différents nombre de Re	77
Tableau 4.3 : nombre de Nu rapporté dans la littérature pour $Re = 40$ en différent Pr	79
Tableau 4.4 : Effet de downstream Ld sur Cd . Valeurs représentent le pourcentage de changement relatif en coefficient de trainé avec une longueur de référence $Ld = 20 D$. Prakash. 2006	80
Tableau 4.5 : Effet de Ld et Lu sur Cd . Valeurs représentent le pourcentage de changement relatif en coefficient de trainé	81
Tableau 4.6 : variation relative des valeurs de coefficient de trainé par apport au maillage M1	83
Tableau 4.7 : Les valeurs de Densité et Viscosité dynamique du fluide différent nombre de Re et Pr	85
Tableau 4.8 : Les valeurs de Température du cylindre et l'expansion thermique à différent Ri	85
Tableau 4.9 : variation relative des valeurs de coefficient de trainé par apport au schéma de discrétisation	86
Tableau 4.10 : nombre de Nusselt pour: $1 < Re < 30$, et $Pr = 50, 100$	88
Tableau 4.11 : Comparaison de Nu moyen ($Pr = 0.7, 1,50$, et 100) avec des valeurs déjà publiés	89

Liste des tableaux

Résumé

Le solveur commercial de CFD *Fluent 6.3* a été employé pour résoudre les équations gouvernantes, de continuité, de mouvement et de l'énergie thermique, ainsi que les conditions de frontières appropriées pour l'écoulement confiné autour d'un cylindre circulaire isotherme dans le régime d'écoulement bidimensionnel stationnaire transversal. Une structure uniforme et non uniforme de maillage du domaine de calcul a été produite utilisant un générateur commercial *Gambit 2.3*. Les résultats numériques sont présentés pour une gamme de conditions comme : $1 \leq Re \leq 30$, $Pr = 0.7, 50$ et 100 et à différentes valeurs du nombre de Richardson ($0.05 \leq Ri \leq 1$) pour un rapport de blocage fixe de $\beta = 0.125$.

Les lignes de courant représentatives, les profils des isothermes, les coefficients de traîné et de portance, le nombre de Nusselt moyen sont présentés pour élucider le rôle du nombre de Reynolds, le nombre Prandtl et les effets de la flottabilité transversale (le nombre de Richardson) sur les caractéristiques d'écoulement et de transfert de chaleur d'un cylindre circulaire isotherme confiné dans un canal. Au contraire des profils aérodynamiques symétriques pour $Ri=0.05$, en présence de la flottabilité cette symétrie est perdue. On observe que le degré d'asymétrie augmente à mesure que la valeur du nombre de Richardson augmente graduellement de $Ri=0.05$ à 1 . Indépendamment de la valeur du nombre de Richardson, aucune formation de sillage à $Re=1$. Le sillage formé à l'arrière du cylindre perd sa symétrie avec l'augmentation de la valeur du nombre de Reynolds, à cause du taux massique de l'écoulement passant sous le cylindre qui est plus élevée que celui passant au-dessus. Cet effet devient plus accentué avec l'augmentation du nombre de Richardson. Finalement le sillage diminue graduellement avec le nombre croissant de Richardson. Le champ de la température devient non seulement asymétrique avec l'introduction de la flottabilité, mais l'asymétrie augmente avec le nombre croissant de Richardson. Sur la gamme des conditions ci-dessus, la valeur de coefficient de traîné est plutôt moins sensible à la valeur de Ri , alors que le

coefficient de portance est vu pour être plus sensible à Ri , particulièrement aux basses valeurs de nombre de Prandtl.

Mots-clés : Cylindre circulaire ; Convection mixte ; Rapport de blocage ; Trainé et portance ; Nombre de Nusselt.

Abstract

The commercial CFD solver *Fluent 6.3* was used to solve the governing equations, of continuity, momentum and thermal energy, and the appropriate boundary conditions for the confined flow around an isothermal circular cylinder in the two-dimensional steady cross-flow regime. A uniform and non uniform computational grid structure was produced using the commercial grid generator *Gambit 2.3*. The numerical results are presented for a range of conditions as: $1 \leq Re \leq 30$, $Pr = 0.7$, 50 and 100 and with various values of the Richardson number ($0.05 \leq Ri \leq 1$) for a fixed blockage ratio $\beta = 0.125$.

The representative streamline, isotherm plots, drag and lift coefficients, and the average Nusselt numbers are presented to elucidate the role of the Reynolds number, Prandtl number and effects of buoyancy cross (the number of Richardson) on the flow characteristics and heat transfer of an isothermal circular cylinder confined in a channel. It is observed that the degree of asymmetry increases as the value of the Richardson number increases gradually from 0.05 to $Ri = 1$. Independently of the value of the Richardson number, no formation of wake at $Re = 1$. The wake formed behind the cylinder loses its symmetry with the increase in the value of the Reynolds number, because of the mass rate of the flow passing under the cylinder which is higher than that passing above. This effect becomes more accentuated with the increasing Richardson number. Finally the wake gradually diminishes with the increasing Richardson number. The temperature field not only becomes asymmetric with the introduction of buoyancy, but the asymmetry increases with the increasing Richardson number. On the range of the conditions above, the drag coefficient value is rather less sensitive to the value of Ri , while the lift coefficient is seen to be more sensitive to Ri , especially at low values of Prandtl number.

Keywords: Circular cylinder; Mixed convection; Blockage ratio; Drag and Lift; Nusselt number.

Introduction Générale

“Numerical precision is the very soul of sciences”

Sir D’Arcy Wentworth Thomson 1860 –1948.

Depuis plusieurs décennies, les écoulements en colonnes à bulles sont l'objet de nombreuses études expérimentales et numériques. Leurs diverses utilisations industrielles sont une des explications à une recherche si approfondie. En effet, tant dans le domaine des industries chimiques que dans celui des industries agro-alimentaires, biotechnologiques ou encore du traitement des eaux, les colonnes à bulles sont très souvent utilisées comme contacteurs gaz-liquide. La montée des bulles dans des liquides n'est pas seulement un processus très répandu dans de nombreuses applications industrielles, mais aussi un problème important fondamental dans la mécanique des fluides (Jinsong Hua et al. [29]). En outre la colonne à bulles est, parmi les réacteurs polyphasiques, un objet d'étude privilégié pour tester et valider ces techniques car la mise en œuvre de ces dernières y est relativement aisée (Simonnet 2005 [4]). Elles possèdent de nombreux avantages tels qu'une conception mécanique simple liée à l'absence de pièces internes mobiles, un entretien aisé et d'excellentes capacités de mélange et de transfert grâce à une aire interfaciale importante. C'est pourquoi elles sont largement analysées en génie chimique.

Jusqu'à une période récente, l'approche utilisée était souvent une approche systémique et globale, et l'influence des différents paramètres opératoires était souvent décrite sous forme de corrélations empiriques (Deckwer, 1992 [23]). Malheureusement la complexité de ces écoulements rend la plupart des techniques de mesures expérimentales difficiles à interpréter, et le plus souvent peu précises. C'est pourquoi une approche d'expérimentation numérique, pour laquelle il est possible d'accéder aux grandeurs instantanées en tout point de l'écoulement, est particulièrement souhaitable dans ce domaine (Bonometti 2005 [2]). Le premier objectif, essentiellement numérique, de ce mémoire est donc de simuler l'ascension d'une bulle unique dans une colonne verticale d'un liquide au repos afin d'améliorer nos connaissances sur une telle configuration d'écoulement.

A l'issue de ce travail, nous devons être capables de prédire la vitesse terminale et la forme des bulles.

Depuis une dizaine d'années, les progrès des techniques de mesure locale et de la mécanique des fluides numérique (Computational Fluid Dynamics) ont amené de nombreuses équipes de recherche à utiliser ces approches pour une meilleure compréhension de l'hydrodynamique des colonnes à bulles. Cette avancée remarquable opérée en informatique et la mise au point d'algorithmes et de méthodes numériques de suivi et de capture d'interfaces a permis la simulation des écoulements multiphasiques. La visualisation des résultats relatifs à des écoulements aussi complexes qu'un spray, un « splash », la fragmentation d'un jet, etc. témoigne de la maturité des différentes méthodes de suivi et de capture d'interface, Eulériennes, Lagrangiennes ou Eulériennes-Lagrangiennes, avec reconstruction géométrique ou avec création spontanée d'interfaces.

Depuis l'investigation du phénomène de déformation de bulles qui a été initiée par *Bhaga & Weber* [1] beaucoup de travaux ont été consacrés à ce qui fait l'objet de notre étude qui est un apport numérique à la compréhension des phénomènes associés à l'écoulement d'ascension d'une bulle unique dans un milieu infini (continu). Plus particulièrement, une étude de vitesse terminale de bulle unique dans une colonne d'eau sera entreprise.

Pour atteindre notre objectif, ce travail s'articule en la présente introduction, en quatre chapitres et une conclusion.

Dans le premier chapitre, des notions fondamentales relatives aux différentes configurations rencontrées dans un écoulement diphasique. En particulier, ce chapitre sera dédié à la caractérisation de la bulle unique en milieu infini.

Le deuxième chapitre de ce mémoire constitue une synthèse bibliographique de sujet, ainsi les différentes méthodes numériques issues de la littérature concernant le calcul du mouvement ascensionnel d'une bulle seront présentées. Les principales corrélations permettant le calcul de coefficient de traînée et la vitesse terminale seront discutées dans ce chapitre.

Dans le troisième chapitre nous présenterons en détails la connaissance actuelle de la simulation numérique sur le sujet, la modélisation mathématique, les hypothèses retenues et les équations de conservation ainsi que les conditions aux limites du problème.

Ensuite, dans le quatrième chapitre il a été jugé utile de présenter la méthodologie suivie pour la résolution numérique du système d'équations obtenu dont le parcours passe par l'étude de l'influence de maillage, la validation du code de calcul par la confrontation avec différents travaux.

A cet effet, le cinquième chapitre présente et discute les principaux résultats de la simulation relatifs à cette étude.

Finalement, ce mémoire se termine par une conclusion générale dans laquelle sont relevées les particularités des résultats obtenus. En outre les perspectives pouvant s'ouvrir par le biais de ce travail sont également développées.

Chapitre I

Notions fondamentales sur les écoulements diphasiques en colonnes à bulles

*"There is no part of hydrodynamics more perplexing to the student than that which treats the
resistance of fluids"*

Lord Rayleigh 1842-1919

I.1. Introduction

Depuis plusieurs décennies d'études d'écoulements à bulles en laboratoire, certaines de leurs caractéristiques sont maintenant bien connues. Dans ce premier chapitre, une présentation des notions de base sur ce sujet sera menée.

La caractérisation de la bulle unique est importante pour les écoulements gaz-liquide car c'est l'ascension de chaque bulle qui est à l'origine de l'hydrodynamique globale de la colonne à bulles. Il est donc nécessaire d'avoir une bonne connaissance de son comportement dans un milieu infini, avant d'étudier les écoulements à bulles complet d'une façon générale.

I.2. Les écoulements diphasiques

Une *phase* est une définition thermodynamique de l'état de la matière, qui peut être solide, liquide ou gaz. Dans la terminologie générale, une phase est « *continue* » si elle occupe continuellement les régions connectées de l'espace et elle est « *dispersée* » si elle occupe de régions déconnectées. La phase continue peut être gazeuse ou liquide. La phase dispersée est formée de particules. La particule peut être solide ou fluide. Les particules fluides formées par une phase gazeuse sont appelées bulles, alors qu'on ne parle de gouttes que si les particules fluides sont formées par une phase liquide [1].

I.2.a. Classification des écoulements diphasiques

Les écoulements diphasiques sont présents dans de multiples applications. Celles-ci concernent aussi bien les problèmes posés par le génie des procédés (agitation, mélange, séparation, flottation) que par la propulsion (injection, atomisation, cavitation) ou encore par les échanges océan atmosphère (déferlement, production d'embruns). La complexité de ces écoulements est double : d'une part les interfaces peuvent se déformer, se casser ou se reconnecter, et leur position est une inconnue supplémentaire du problème. D'autre part ces interfaces peuvent évoluer à des échelles très variées allant de quelques microns dans le cas de la micro fluidique diphasique jusqu'à des échelles de quelques mètres dans le cas de vagues déferlantes (Fig. I.1.). Par ailleurs ces interfaces sont le siège d'une physique propre

où les effets capillaires, la contamination par les tensio-actifs et le changement de phase jouent souvent un grand rôle (Bonometti 2005 [2]).

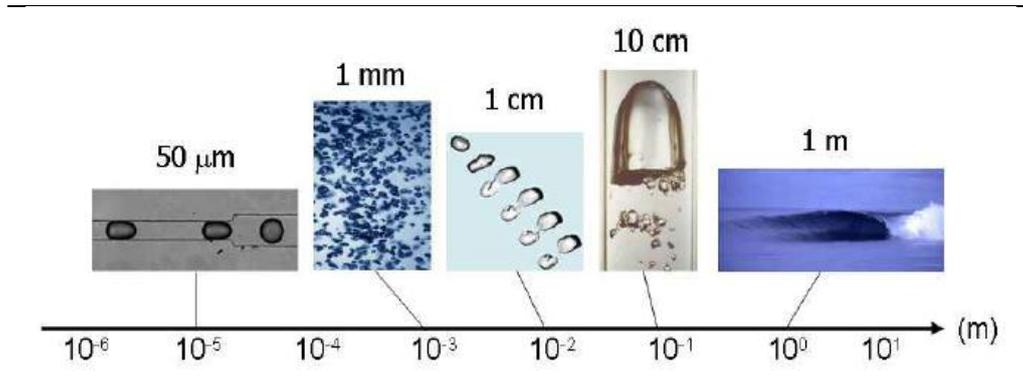


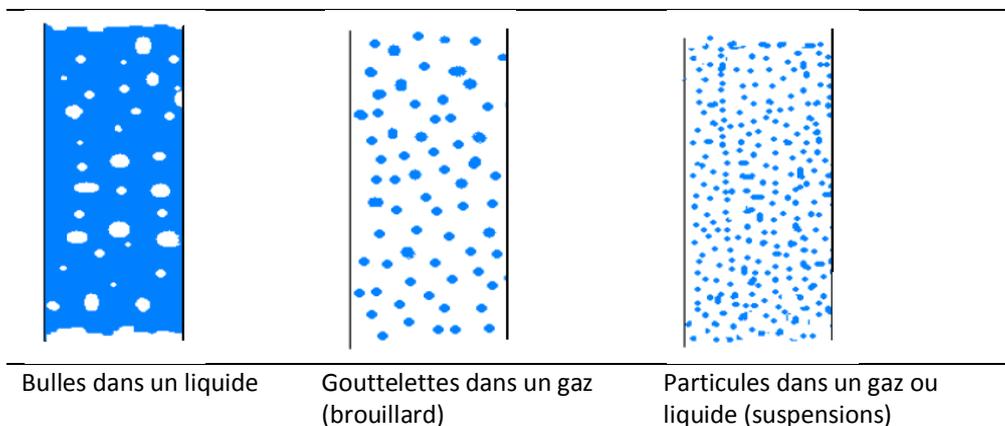
Fig. I.1. Quelques écoulements à topologie complexe. De gauche à droite : train de gouttes dans un micro-canal ; écoulement à bulles dans un tube ; rupture d'une bulle ; bulle de Taylor dans un tube vertical ; vague déferlante. Bonometti 2005 [2]

Les écoulements diphasiques peuvent être classés selon *les phases en présence* (liquide, solide, gaz ou plasma (gaz ionisé)) ou selon *la distribution des interfaces*. Pour le premier cas, les combinaisons possibles sont les suivantes :

- *mélange de deux liquides non miscibles* (échangeurs à contact direct par exemple),
- *mélange solide-liquide* (transport de boue, etc.),
- *mélange gaz-solide* (transport de pneumatique),
- *mélange gaz-liquide* (ébullition dans les réacteurs nucléaires).

Concernant le second cas, on distingue les écoulements suivants (schématisés par les figures ci dessous)

- à phases dispersées



Bulles dans un liquide

Gouttelettes dans un gaz (brouillard)

Particules dans un gaz ou liquide (suspensions)

Fig. I.2. écoulement à phase dispersées.

- à phases séparées

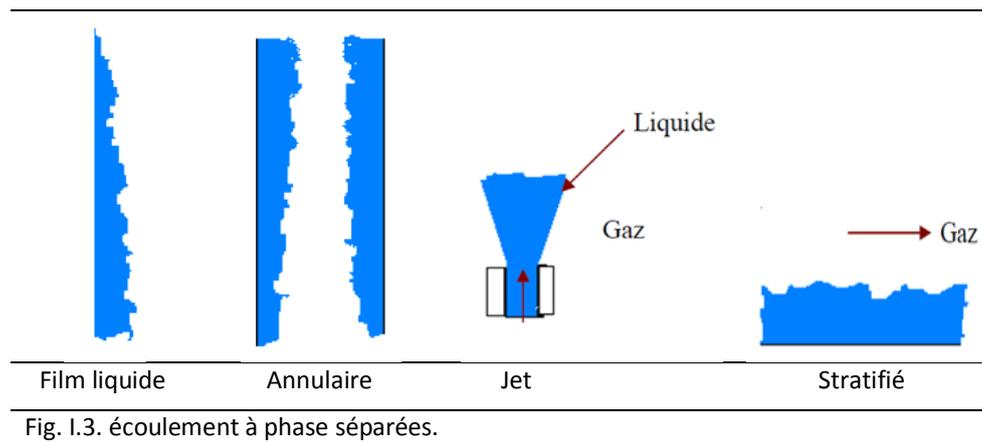


Fig. I.3. écoulement à phase séparées.

- de transition

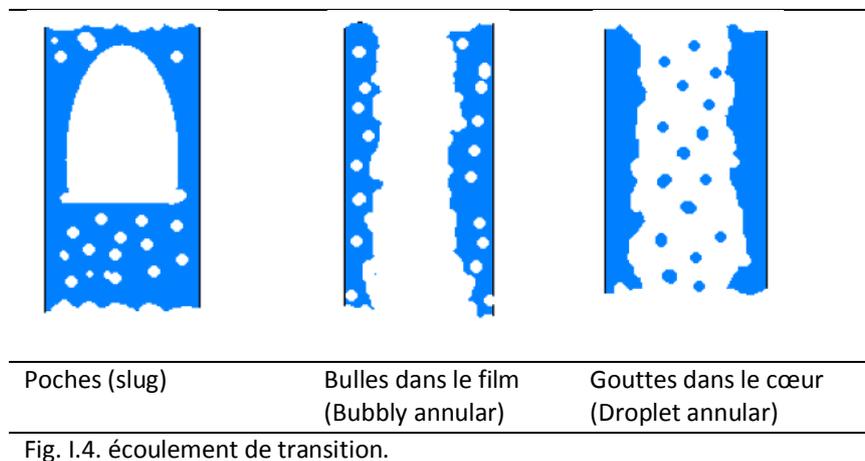


Fig. I.4. écoulement de transition.

I.2.b. Les régimes d'écoulements diphasiques

Les écoulements diphasiques gaz-liquide ou liquide-liquide peuvent apparaître dans différentes configurations topologiques. Ces configurations sont basées sur *la description d'interface* qu'on appelle « *régime d'écoulement* », et qu'on peut prévoir avec ce qu'on appelle « *cartes d'écoulements* ».

Lors d'un écoulement diphasique gaz-liquide, l'interface entre les deux phases peut prendre plusieurs formes, cela dépend de la vitesse superficielle des deux phases qui représentent le débit volumique, de la fraction volumique Tab. I.1, des propriétés physiques des phases et aussi de la géométrie de la conduite.

La différence principale entre les régimes d'écoulements diphasiques dans les conduites verticales et horizontales réside dans la diversité des effets de la force de gravité. Dans les conduites verticales, elle agit dans la même direction que la force d'inertie et la force visqueuse, tandis que dans la configuration horizontale, la force de gravité agit dans une direction normale à l'axe du canal; ceci a comme conséquence l'apparition de la stratification des deux phases.

Fraction volumique du gaz	Écoulement horizontal	Écoulement vertical
La fraction volumique de gaz $\alpha = 0$ 	À bulles (finely dispersed bubbly flow).	À bulles (finely dispersed bubbly flow).
	À poches (plug flow)	- écoulement à bulles dispersé avec une maximum fraction de vide près de paroi.
	Stratifié (stratified flow with free surface (smooth, wavy...))	- écoulement à bulles dispersé avec dissolution & coalescence.
	Annulaire (annular / wall film flow).	- À bouchons (slug flow) (Taylor bubble).
	Spray ou goutte (droplet flow).	- À forte coalescence (Churn flow).
La fraction volumique de gaz $\alpha = 1$	Annulaire (annular / wall film flow).	Annulaire (annular / wall film flow).
	Spray ou goutte (droplet flow).	Spray ou goutte (droplet flow).

Tab. I.1. Les régimes d'écoulements dans une conduite horizontale et verticale dépend de la fraction volumique. [1]

I.2.c. Phénomènes de surfaces

L'interface est un système physique à une dimension d'espace de moins qu'un volume (zone de faible épaisseur). A l'échelle moléculaire, une interface liquide-gaz correspond à une zone de transition où la densité passe progressivement d'une valeur moyenne dans le liquide à une valeur moyenne dans le gaz où les grandeurs physiques (masse surfacique, vitesse surfacique, énergie surfacique, etc.) subiront une discontinuité ou un saut. La richesse de la description d'une interface dépend du problème physique traité (Jamet 2008 [57]).

En général, on utilise cette notion d'interface pour évoquer la surface de séparation qui existe entre deux phases (au sens thermodynamique du terme). Ce saut de densité, qui est présent aussi près des bulles d'air et des gouttelettes d'eau présente un défi de stabilité numérique, lors de la résolution des équations de l'écoulement due à la présence de la

densité dans plusieurs termes des équations de Navier- Stokes [1]. En effet, les phénomènes physiques intervenant dans cette zone doivent être bien connus, pour prédire correctement les conditions de saut et la vitesse de propagation de l'interface voir la Fig. I. 3.

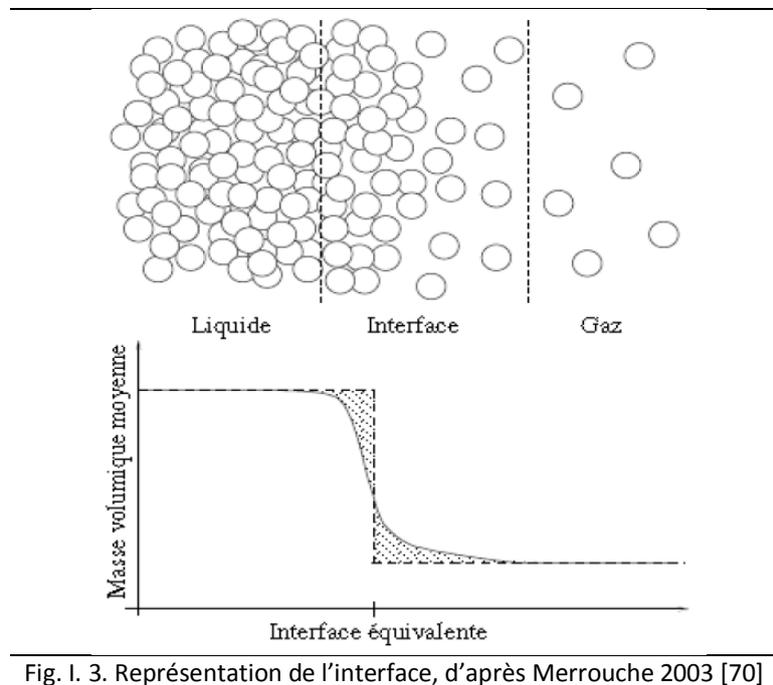


Fig. I. 3. Représentation de l'interface, d'après Merrouche 2003 [70]

Les phénomènes de surfaces ou d'interface sont dus aux forces intermoléculaires qui ne sont pas également réparties autour des molécules de surface comme elles le sont autour des molécules situées au sein du liquide. Ces forces d'attraction diminuent lorsque la distance entre les molécules d'eau et les particules gaz augmentent et donc l'eau peut circuler en dehors de cette zone d'attraction. Le déséquilibre de l'interface donne naissance aux *forces de tension superficielle* dans le cas d'une interface fluide/fluide et aux *forces d'adsorption* dans le cas d'une interface fluide/gaz.

I.2.d. Tension superficielle (Interfaces fluide/gaz)

L'interface entre deux fluides est une zone où les concentrations de chacune des espèces varient très rapidement sur une faible distance. La tension interfaciale σ_{ij} est définie comme la force à exercer par unité de longueur pour séparer la substance i de la substance j d'une surface unitaire. La tension superficielle σ_i d'une substance i et sa propre vapeur est définie par :

$$\sigma_i = F / A \quad (I.1)$$

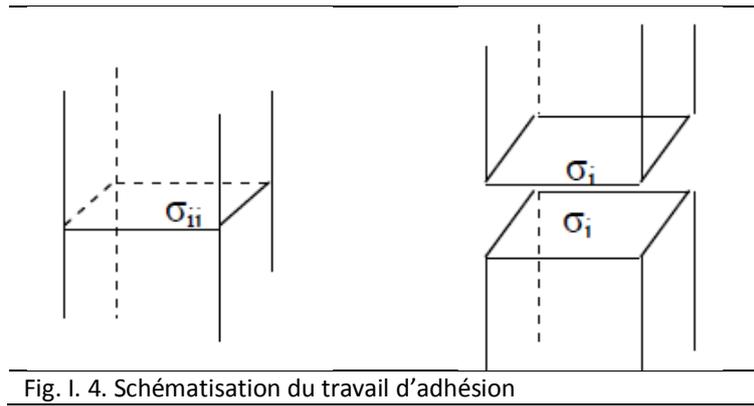


Fig. I. 4. Schématisation du travail d'adhésion

Où F est l'énergie libre du système et A l'aire de l'interface, généralement fonction de la température T , de la pression P et éventuellement des concentrations en constituant C_i . La tension interfaciale σ_{ij} est reliée aux tensions superficielles σ_i et σ_j des substances i et j par l'équation du Dupré :

$$W_{ij} = \sigma_i + \sigma_j - \sigma_{ij} \quad (1.2)$$

W_{ij} représente le travail d'adhésion qu'il faut fournir par unité de surface pour séparer l'interface i/j en deux interfaces $i/vapeur$ et $j/vapeur$ (voir Fig. I. 4). Ce travail permet de quantifier l'affinité des substances l'une par rapport à l'autre.

I.2.e. Équilibre mécanique entre phases

De part et d'autre de l'interface séparant deux fluides non miscibles, il apparaît des différences de pression fonction de la tension interfaciale et de la courbure.

L'équilibre entre les forces de pression et de surface obéit à la loi de Laplace (Jamet 2008 [57]):

$$P_{int} - P_{ext} = k \sigma \quad (1.3)$$

Où P_{int} et P_{ext} sont respectivement les pressions dans la phase non mouillante et la phase mouillante.

La discontinuité de pression à l'interface ($P_{int} - P_{ext}$) est appelée *pression capillaire*.

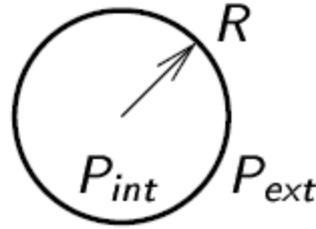


 Fig. I. 5. Particule fluide sphérique

k est la courbure moyenne de la surface, c'est-à-dire la somme des deux courbures principales :

$$k = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (I.4)$$

R_1 et R_2 sont les rayons de courbure principaux au point considéré de l'interface à l'équilibre; ils peuvent être positifs ou négatif suivant que la surface est concave ou convexe.

I.2. La bulle unique en milieu infini

Les bulles jouent un rôle important dans beaucoup d'applications industrielles telles que les bioréacteurs, l'industrie chimique et le génie nucléaire. Le mouvement de bulles peut être très complexe. Ils peuvent être soumis à la rupture ou à la coalescence et peuvent avoir un mouvement hélicoïdal, une trajectoire en zigzag ou un comportement oscillant.

I.2.1 Forces agissant sur une bulle unique

Nous allons étudier succinctement dans cette partie les forces qui s'exercent sur une bulle lorsqu'elle est en mouvement dans un milieu liquide. Pour plus de détails concernant ces forces, le lecteur intéressé pourra se référer à la revue de Magnaudet (1997) [5] qui constitue un état de l'art sur la connaissance de chacune des forces et détaille leurs origines.

Les forces fondamentales importantes pour un écoulement diphasique sont:

- *La force de pression* : agit sur les éléments de surface et a tendance à accélérer le fluide dans la direction du gradient de pression.
- *La force d'inertie* : est une force de volume qui agit de manière à maintenir la direction actuelle et l'intensité du mouvement inchangée.
- *La force de viscosité* : agit sur l'élément de surface et a tendance à avoir un champ d'écoulement uniforme et de réduire les différences de vitesse.

- *La force de la gravité* : à tendance à accélérer le fluide dans la direction du vecteur de la pesanteur.
- *La force de flottabilité* : est liée à la force de la gravité; C'est la différence entre la force de pesanteur et la force d'Archimède. Elle représente l'action nette de la gravité quand la densité n'est pas uniforme. Dans les écoulements diphasiques, la non-uniformité de la densité est due à la présence des deux phases.
- *La force de la tension superficielle* : agit sur une ligne ou un élément de courbe et a tendance à minimiser l'aire de la surface de l'interface. La force de la tension de surface est spécifique aux écoulements gaz-liquide ou liquide-liquide.

I.2.2. Nombres adimensionnels

Avant d'entamer une simulation numérique d'un écoulement diphasique, il est utile d'avoir une idée sur la grandeur des différentes forces impliquées. La voie la plus appropriée pour identifier les forces dominantes des forces qui peuvent être négligées est d'avoir recours aux nombres adimensionnels, qui expriment le rapport entre deux forces. A partir des forces fondamentales mentionnées ci-dessus, cinq groupes adimensionnels indépendants peuvent être tirés:

- *Le nombre de Reynolds* représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses ;

$$Re = \frac{\rho LV}{\mu}$$

- *Le nombre d'Euler* représente le rapport entre les forces de gradient de pression et d'inertie,

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho V^2}$$

- *Le nombre de Froude* caractérise le rapport entre les forces de gravité et d'inertie,

$$Fr = \frac{v^2}{gL}$$

- *Le nombre de Weber* représente le rapport entre les forces d'inertie et de la tension de surface,

$$We = \frac{\rho LV^2}{\sigma}$$

- Le nombre *Eötvös* qui est le rapport entre les forces gravitationnelles (effets de flottabilité) et la tension de surface (effets de capillarité) sur une interface entre deux fluides,

$$Eo = \frac{\Delta\rho g L^2}{\sigma}$$

Le nombre de *Eötvös* donne une idée de la déformation d'une bulle : lorsque $Eo > 1$, la tension superficielle devient relativement faible et la bulle qui monte dans le liquide sous l'effet de la gravité se déforme significativement [11].

On peut déduire d'autres nombres adimensionnels de ces cinq groupes, par exemple: le nombre de capillarité qui est le rapport entre les forces visqueuses et de tension superficielle. Un nombre utile pour les écoulements gaz-liquide et liquide-liquide est le nombre de *Morton* qui implique la densité et la viscosité de la phase continue (rend compte de la physico-chimie du système). Il est défini par:

$$M_0 = g \cdot \mu_l^4 \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l^2 \cdot \sigma^3} \quad (1.5)$$

Ou bien

$$M_0 = \frac{We^3}{FrRe^4} \quad (1.6)$$

Où:

- ρ la masse volumique;
- g l'accélération gravitationnelle ;
- σ la tension superficielle ;
- μ la viscosité du liquide ;
- L la distance de référence.
- l'indice g et l désigne la phase gazeuse et liquide.

Pour un écoulement diphasique incompressible et isotherme, le nombre de Morton est constant. Pour des fluides réels, sa valeur varie: de 10^{-14} pour des bulles dans un liquide métallique, et 10^8 pour le cas des bulles dans des huiles visqueuses. Pour le cas des bulles de gaz dans l'eau, le nombre de Morton est: $Mo = 2,48 \cdot 10^{-11}$.

Deux autres nombres adimensionnels sont utilisés dans la simulation numérique, il s'agit des rapports de viscosité et de densité des deux phases. Le choix de la longueur caractéristique L et de la vitesse caractéristique V dépend du type d'écoulement à simuler. Par exemple: pour le cas du mouvement des particules rigide ou liquide sous l'action du champ de la pesanteur, la vitesse caractéristique est la vitesse terminal V_t de son ascension ou de son impact. La longueur caractéristique souhaitable est le diamètre d_{eq} du volume équivalent. C'est le diamètre d'une sphère du même volume que la particule en question.

1.2. 3. Le poids de la bulle

Si la bulle est placée dans le champ de gravitation terrestre, elle est tout d'abord soumise à son poids, qui agit vers le bas, dans la direction de la pesanteur :

$$F_G = \rho_g g \frac{\pi d_b^3}{6} \quad (1.7)$$

Où d_b est le diamètre équivalent de la bulle (c'est à dire le diamètre de la sphère occupant le même volume).

1.2.4. La poussée d'Archimède

La force de poussée est liée au gradient de pression hydrostatique qui s'exerce autour de la bulle :

$$F_P = -\rho_l g \frac{\pi d_b^3}{6} \quad (1.8)$$

Où l'indice l désigne la phase liquide. La poussée d'Archimède agit dans un sens opposée à son poids (c'est à dire vers le haut).

La somme des deux forces précédentes est généralement appelée force de *flottabilité*. Elle est responsable de l'ascension des bulles dans un liquide au repos :

$$F_B = (\rho_g - \rho_l) g \frac{\pi d_b^3}{6} \quad (1.9)$$

Dans le cas de bulles d'air dans l'eau ($\rho_l \gg \rho_g$), la flottabilité est dirigée vers le haut.

1.2.5. La force de traînée

Cette force, dont le sens est opposé au sens du mouvement de la particule, est composée des forces de frottement tangentiels liées a la viscosité du fluide d'une part et des forces de pression liées au champ de pression non hydrostatique autour de la bulle d'autre part.

Son expression rassemble donc les contributions combinées de la traînée visqueuse et de la traînée de forme :

$$F_D = -C_D \frac{\pi d_b^2}{8} \rho_l |V_g - V_l| (V_g - V_l) \quad (I.10)$$

Où C_D est le coefficient de traînée et v désigne le vecteur vitesse. La différence $(V_g - V_l)$ vitesse relative de la bulle par rapport au liquide (ou vitesse de glissement de la bulle), est notée v_{rel} . C_D est généralement une fonction du nombre de Reynolds particulaire :

$$Re_{b/p} = \frac{\rho_l V_{rel} d_{b/p}}{\mu_l} \quad (I.11)$$

Où μ est la viscosité dynamique et V est la composante verticale de la vitesse. Le nombre de Reynolds particulaire sera indicé p lorsqu'il se référera à des particules solides (de diamètre d_p) et b dans le cas des bulles. Le coefficient de traînée a été déterminé dans le cas des écoulements rampants ($Re_{b/p} \ll 1$). Ainsi, Stokes (1851) propose pour des particules solides:

$$C_D = \frac{24}{Re_p} \quad (I.12)$$

Cette expression a été étendue par *Ribczynski & Ribczynski, W* 1911 [6] et Hadamard 1911 [7] pour tenir compte de la rigidité de l'interface :

$$C_D = \frac{24}{Re_{b/p}} \frac{2+3k}{3+3k} \quad (I.13)$$

Où k est le rapport entre la viscosité de la phase dispersée et celle de la phase continue. Ainsi, pour des particules solides avec une interface rigide ($k \gg 1$), l'expression (I.12) est retrouvée alors que dans le cas de bulles avec une interface déformable ($k \ll 1$), le coefficient de traînée devient :

$$C_D = \frac{16}{Re_b} \quad (I.14)$$

Pour $Re_b > 1$, la détermination directe de la force de traînée nécessiterait l'intégration des contraintes normales sur la surface de la bulle mais ce problème n'a de solution analytique qu'en régime de Stokes ($Re_{b/p} \ll 1$). Pour contourner cette difficulté, on se propose de réaliser l'équilibre entre la force de flottabilité et celle de traînée dans la direction axiale, pour une bulle unique en milieu infini. Cette hypothèse conduit à la formulation suivante du coefficient de traînée:

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l} \frac{g d_b}{(V_g - V_l)^2} \quad (I.15)$$

Ainsi, le coefficient de traînée peut être déterminé expérimentalement à partir des mesures de la vitesse relative de la bulle par rapport au liquide et de son diamètre.

L'expression du coefficient de traînée d'une bulle unique, en fonction de sa taille, sera détaillée au chapitre II, parallèlement à la formulation de la vitesse terminale ascensionnelle de laquelle il dépend.

1.2.6. La force de portance

La force de portance (ou force de lift) est une force orthogonale à la direction de déplacement d'une bulle dans un liquide. Elle est définie par la relation (I.21).

$$F_L = -C_L \rho_l \frac{\pi d_b^3}{6} (V_g - V_l) \Lambda \Omega \quad (I.16)$$

Où C_L est le coefficient de portance et Ω est soit la vitesse angulaire de la bulle, dans le cas de la force de Magnus, soit le rotationnel de la vitesse du liquide, dans le cas de la force de Saffman (ces deux forces sont détaillées ci-dessous) :

$$\Omega = \text{rot}(V_l) \quad (I.17)$$

Cette force de portance a deux origines principales (Jakobsen et al. 1997 [8]; Jakobsen, 2001 [9]) :

- la rotation de la particule : une particule en rotation crée un gradient de vitesse autour d'elle. Ce gradient, qui induit une distribution asymétrique de pression (à cause des effets visqueux près de l'interface), résulte en une force transversale, appelée force de *Magnus*;
- la force de *Saffman* traduit le fait que des particules qui ne sont pas en rotation subissent la même migration latérale que des particules en rotation lorsqu'un cisaillement dans la phase liquide existe. Ainsi la rotation n'est pas la seule explication à la dérive latérale des particules, le cisaillement en est une autre. Par exemple, une particule en rotation dans un champ cisailé peut subir une force latérale due au cisaillement d'un ordre plus grand que celle due à la rotation (à condition que l'ordre de grandeur du taux de cisaillement soit supérieur à la vitesse de rotation de la particule). La force de Saffman dépend de la taille de la particule et il a été montré qu'elle pouvait agir dans une direction opposée à la force de Magnus « classique » pour des grands nombres de Reynolds.

Dans un premier temps, Auton (1987) [10] a déterminé une valeur de $1/2$ pour le coefficient de portance d'une particule sphérique évoluant dans un écoulement faiblement rotationnel de fluide parfait. Par la suite, d'autres auteurs ont affirmé que les bulles subissent une force de portance dont le coefficient dépend du diamètre de la bulle :

- Tomiyama et al. (2002) [10] ont étudiée la trajectoire de bulles uniques dans une solution d'eau-glycérol dans un écoulement cisailé simple. Ils obtiennent ainsi un coefficient de portance total, prenant en compte la portance due au cisaillement et au sillage de la bulle. Ce coefficient est donné par :

Pour $Eo_d \leq 4$:

$$C_L = \min(0.288 \tanh(0.121 Re_b); f(Eo_d)) \quad (I.18)$$

Pour $4 \leq Eo_d \leq 10.7$:

$$C_L = f(Eo_d) \quad (I.19)$$

Avec

$$f(Eo_d) = 0.00105Eo_d^3 - 0.0159Eo_d^2 - 0.0204Eo_d + 0.474 \quad (I.20)$$

Eo_d est le nombre d'Eötvös modifié, basé sur la dimension horizontale maximale de la bulle ($Eo_d = gd_{hor}^2 \Delta \rho / \sigma$; σ est la tension superficielle de la phase liquide et $\Delta \rho$ est la différence entre les masses volumiques de la phase liquide et de la phase gazeuse). Ainsi, d'après ces auteurs, il existe trois régimes pour caractériser la migration latérale des bulles dans une colonne à bulles :

- ◇ Le régime neutre ou intermédiaire pour les très petites bulles, dans lequel la migration latérale des bulles est affectée par des facteurs tels que la turbulence du liquide ;
- ◇ Le régime de paroi pour $d_b < 5,8 \text{ mm}$ dans lequel C_L prend de grandes valeurs positives, tendant à déplacer les bulles vers les parois de la colonne ;
- ◇ Le régime de centre pour $d_b > 5,8 \text{ mm}$ dans lequel C_L devient négatif en raison de la déformation de la bulle qui crée une circulation de liquide autour d'elle. Dans une colonne à bulles, les bulles auront tendance à migrer vers le centre.

- Magnaudet et Legendre (1998) ont étudiée la force de portance s'exerçant sur une bulle (par la résolution des équations complètes de Navier-Stokes), pour une large gamme de Re_b et des taux de cisaillement faibles à moyens.

Pour un écoulement purement cisailé, l'évolution de C_L dépend de Re_b :

- ◇ Pour $Re_b \leq 5$: C_L dépend fortement du taux de cisaillement et diminue avec Re_b jusqu'à atteindre une valeur minimale de l'ordre de 0,3 ;
- ◇ Pour $Re_b > 5$: C_L est indépendant du cisaillement et augmente lentement avec Re_b , de la valeur 0,3 à la valeur 0,5.

Leurs simulations numériques directes ont par ailleurs mis en évidence que le cisaillement était le facteur principal de la dérive latérale des bulles, devant leur rotation.

I.2.7. La force de masse ajoutée

Le mouvement instationnaire d'une particule induit un écoulement également instationnaire du milieu continu qui l'entoure. Il y a ainsi production d'énergie cinétique dans le fluide représentée par le travail d'une force, la force de masse ajoutée ou masse virtuelle (caractérisée par le coefficient de masse ajoutée C_{MA}) que doit fournir la bulle. Elle s'exprime sous la forme :

$$F_{MA} = \rho_l \frac{\pi d_b^3}{6} C_{MA} \left(\frac{DV_l}{Dt} - \frac{DV_g}{Dt} \right) \quad (I.21)$$

De nombreuses études numériques (Rivero et al, 1991[12]; Legendre et Magnaudet, 1998 [13]) ont montré que C_{MA} a une valeur de 0.5, indépendamment du nombre de Reynolds ou de l'amplitude de l'accélération, ce qui correspond à la valeur prévue par la théorie non-visqueuse Maxey et Riley, 1983 [14] et Sokolichin et Eigenberger (1994) [15] ont néanmoins préconisé une valeur de 0.25 pour les bulles et une valeur de 0.5 uniquement pour des particules rigides.

I.2.8. La force d'histoire

Cette force, également appelée force de *Basset*, résulte du retard de l'écoulement par rapport aux changements de conditions aux limites : en effet, lorsqu'une particule est soumise à une accélération, elle produit une vorticité qui requiert un temps fini pour diffuser

dans le fluide environnant (à cause de la viscosité qui impose un temps d'adaptation non-nul à l'écoulement). Cette force instationnaire vaut :

$$F_H(t) = 4\pi\mu_l d_b \int_0^t e^{-\frac{36\nu_l(t-\tau)}{d_b^2}} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{36\nu_l(t-\tau)}{d_b^2}}\right) \frac{d(V_g - V_l)}{d\tau} d\tau \quad (1.22)$$

Où ν est la viscosité cinématique et t le temps. Cependant, des simulations numériques directes (Rivero et al, 1991[12]; Legendre et Magnaudet, 1998 [13]) ont montré que cette force, due à l'instationnarité de l'écoulement, est pour la plupart des mouvements négligeable pour des bulles, sauf par exemple lorsqu'un échelon de vitesse est appliqué à l'écoulement. Takagi et Matsumoto (1996) [16], par la même approche, ont également montré que la force d'histoire devient négligeable pour $Re_b > 50$.

D'autres forces sont parfois prises en compte lors des simulations numériques des écoulements à bulles, telles que la force de dispersion turbulente, la force due à la présence des parois de la colonne, la force de *tension superficielle* pour tenir compte de la différence de pression entre le liquide et le gaz, la correction de *Faxen* qui inclut les effets de courbure sur les expressions de la force de traînée et des forces instationnaires (masse virtuelle, Basset) ou d'autres forces thermodynamiques...

1.2.9. Dynamiques des bulles uniques en milieu continu

Le mouvement des bulles peut être très complexe. Elles peuvent être soumises à la rupture ou à la coalescence et peuvent avoir un mouvement hélicoïdal, une trajectoire en zigzag ou un comportement oscillant. L'écoulement à bulles est caractérisé par une suspension de bulles dans une phase liquide continue. Le temps est dicté par la vitesse et la trajectoire de la bulle.

La vitesse d'ascension de la bulle dépend fortement de sa taille (diamètre) et des propriétés du fluide (viscosité, la densité et la tension de surface). Une représentation graphique généralisée [48] est possible en fonction des nombres adimensionnels d'Eötvös, Morton et Reynolds (voir Fig. I. 6.). L'abaque de la figure I. 6 a été développé sur la base d'un grand nombre de données expérimentales et d'analyse théorique.

I.2.9. a. Les formes de bulles en mouvement d'ascension libre

La forme d'une bulle n'influe pas seulement sur sa vitesse terminale d'ascension, mais joue aussi un rôle important dans la détermination des taux de transfert de chaleur et de masse. Suite à leur interface mobile, les bulles se déforment quand elles subissent des champs d'écoulement externes jusqu'à ce qu'il y est équilibre entre la contrainte normale et de cisaillement à l'interface. La forme des bulles (sous les conditions stationnaires) est limitée en nombre en raison des forces interfaciales. De manière générale, les formes observées des bulles en ascension en l'absence des effets de paroi peuvent être divisées principalement en trois catégories en fonction de la taille de la bulle :

- *Sphérique* : aux faibles nombres Reynolds, les forces de la tension de surface et les forces visqueuses gouvernent la forme des bulles qui devenu très peu de la forme sphérique.
- *Ellipsoïdale* : On appelle les bulles qui sont aplaties avec une interface convexe (vu de l'intérieur) autour de la surface entière, des bulles ellipsoïdales. Il est connu que les bulles ellipsoïdales subissent une dilatation périodique ou un mouvement de rotation déséquilibré (*wobbling*) qui complique leur caractérisation.
- *La calotte sphérique ou calotte ellipsoïdale* : des bulles larges généralement avec des bases plate ou dentée. Ces particules ressemblent à des segments coupés à partir des sphères.

En plus des propriétés physiques de la phase continue, les parois exercent aussi une influence appréciable sur la forme des bulles. Dans l'absence des effets de parois, les formes de bulles en ascension sont gouvernées par les grandeurs des paramètres adimensionnels suivants : nombre de Reynolds, nombre d'Eötvös, nombre de Morton et les rapports de viscosité et de densité des deux phases.

En se basant sur ces nombres adimensionnels, Grace et al. 1976 [61] et Bhaga et Weber 1981 [1] ont développé des « *cartes de forme* » qui se sont avérées être tout à fait utiles dans la détermination de la forme des bulles pour la plupart des conditions d'intérêt pratique. En utilisant ces cartes, on devra tenir compte en esprit que toutes ces cartes sont basées sur des observations visuelles. La forme sphérique est observée à de petites valeurs de Mo , $Eö$ et Re , alors que les bulles ellipsoïdales sont rencontrées pour un nombre de

Reynolds relativement élevé et un nombre de Eötvös modéré. La forme de calotte se produit seulement à des nombres de Reynolds et d'Eötvös élevés.

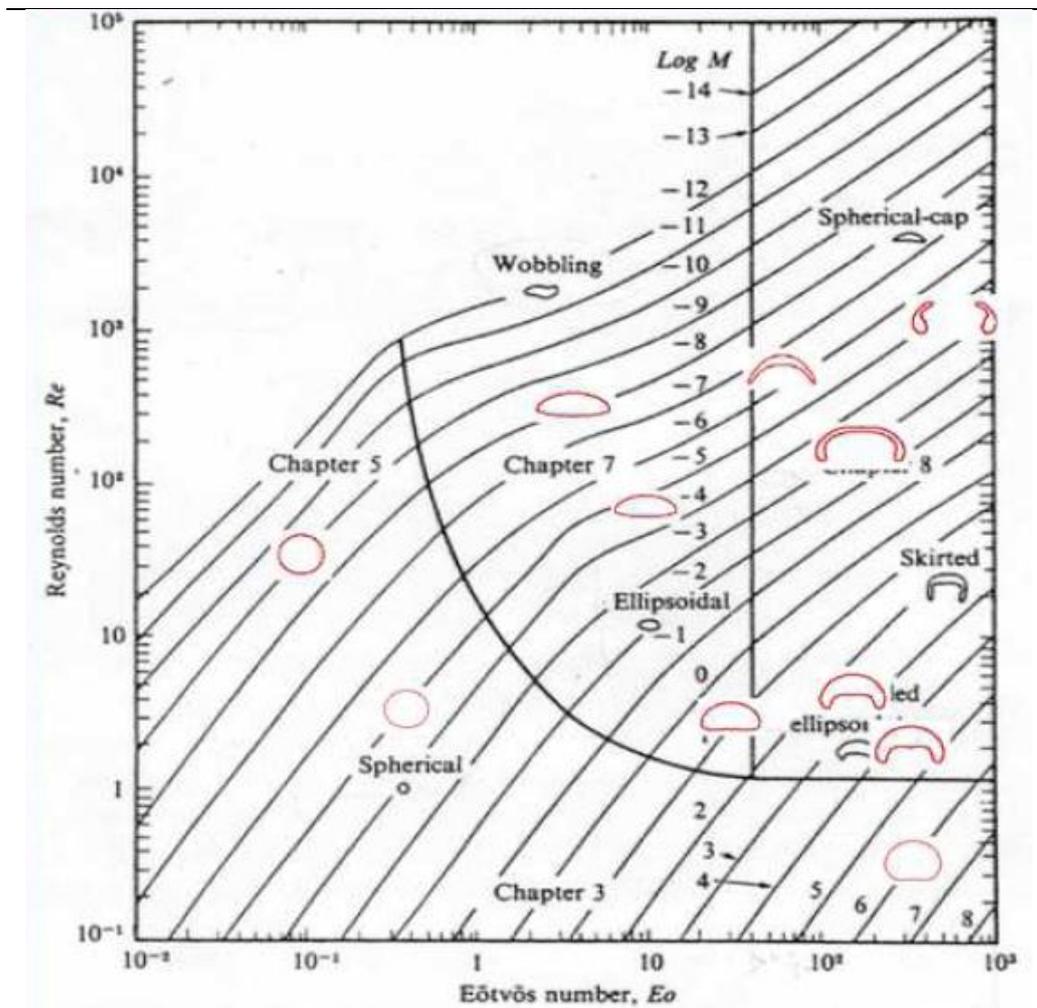


Fig. I. 6. Régime des bulles et gouttelettes, d'après [24] de [21]

I.2.9. b. Vitesse terminale d'une bulle

Les petites bulles en ascension dans des fluides newtoniens se comportent comme des sphères rigides et suivent la loi de Stokes dans leur mouvement. La vitesse d'ascension de la bulle dans ce cas est donnée par:

$$v_{\infty} = \frac{1}{18} \frac{d^2 \cdot g \cdot (\rho_l - \rho_g)}{\mu_l} \tag{I.23}$$

Où d représente le diamètre équivalent de la bulle.

Il n'y a pas de couche limite de séparation autour de la bulle, donc pas de sillage. Cette équation est valide pour des sphères solides avec une supposition que la vitesse du liquide s'annule à la surface de la bulle.

Pour le cas de larges bulles, les effets de la tension de surface et de viscosité sont négligeables et la vitesse d'ascension est donnée par l'équation de Davies & Taylor :

$$v_{\infty} = \frac{2}{3} \sqrt{gR_c} \quad (1.24)$$

Avec R_c le rayon de la courbure près du nez de la bulle.

Si on utilise le rayon équivalent de la bulle R_b , alors :

$$v_{\infty} = \sqrt{gR_b} \quad (1.25)$$

Pour de petits diamètres, la bulle est sphérique et monte selon une trajectoire rectiligne.

Pour de très grosses bulles la trajectoire est aussi rectiligne avec une forme de calotte sphérique. Dans les deux régimes sphériques et à calotte sphérique, la vitesse d'ascension augmente avec le diamètre équivalent. Pour un diamètre intermédiaire on assiste à un régime ellipsoïdal. Cependant, après que la vitesse atteint un maximum local, elle diminue jusqu'à une valeur minimale pour augmenter de nouveau. Si le diamètre équivalent d'une bulle est inférieur à celui correspondant au maximum local de la vitesse d'ascension, la forme de la bulle est ellipsoïdale et stable et sa trajectoire est rectiligne. Pour des diamètres qui dépassent celui qui coïncide avec le maximum local de la vitesse, la forme de la bulle est encore stable mais les instabilités dans le sillage induisent une oscillation dans sa trajectoire.

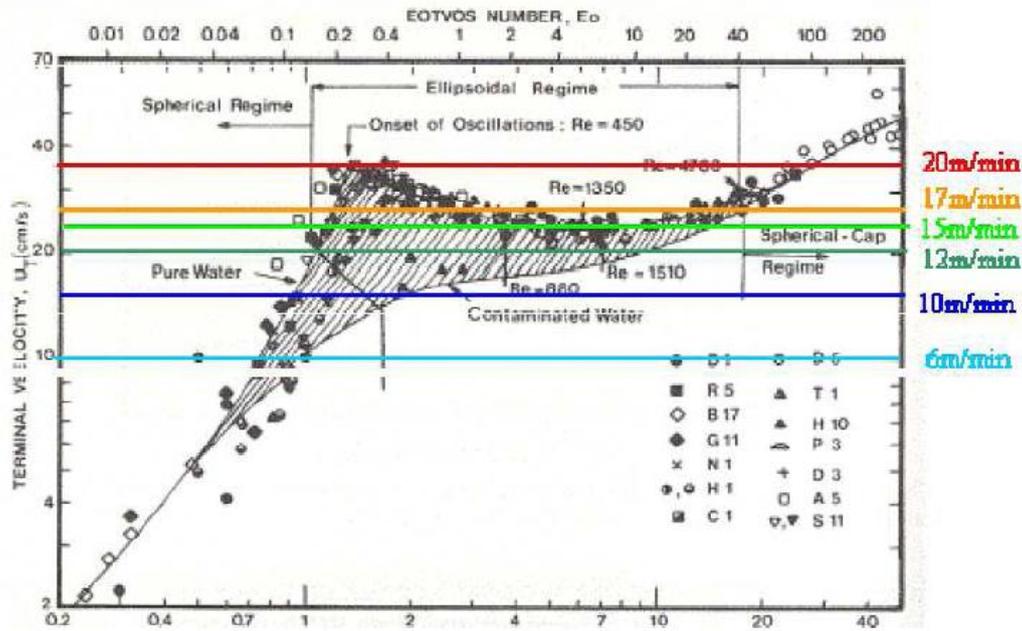


Fig. I. 6. Vitesse terminale d'une bulle en fonction de son diamètre équivalent (à 20°C)

Grâce à ce graphique on peut en déduire le tableau suivant :

Vitesse de la bulle en m /min	Vitesse de la bulle en cm /s	Formes de la bulle	Diamètre équivalent
20	33.33	1. Ellipsoïdale	$d_{e1} \approx 1.3 \text{ mm}$
		2. Calotte sphérique avec ondulations	$d_{e2} \approx 30 \text{ mm}$
17	28.33	1. Ellipsoïdale	$d_{e1} \approx 1.1 \text{ mm}$
		2. Calotte sphérique	$d_{e2} \approx 3 \text{ mm}$ $d_{e3} \approx 18 \text{ mm}$
15	25	Ellipsoïdale	$d_{e1} \approx 1.1 \text{ mm}$ $d_{e2} \approx 7 \text{ mm}$
12	20	Sphérique	$d_{e1} \approx 1 \text{ mm}$
10	16.67	Sphérique	$d_{e1} \approx 0.9 \text{ mm}$
6	10	Sphérique	$d_{e1} \approx 0.7 \text{ mm}$

Tab. I. 2. Vitesse terminale d'une bulle en fonction de son diamètre équivalent (20 °C).

Le rapport entre la taille et la vitesse d'une bulle en mouvement dans un liquide est très compliqué. Parmi les facteurs à prendre en compte :

- La présence des impuretés actives qui s'accumulent à la surface de l'interface gaz-liquide qui augmente la vitesse d'ascension de la bulle. Ces impuretés actives ne sont pas nécessairement uniformément distribuées à l'interface non plus. Ils ont tendance de s'accumuler à l'arrière de la bulle.
- La taille de la bulle.

- La viscosité de la phase continue.
- Le nombre de Reynolds de la bulle. Avec une augmentation dans les valeurs du nombre de Reynolds, la bulle changera d'une forme sphérique sans circulation à une sphère avec du gaz en circulation suite à la traînée au niveau de l'interface gaz-liquide et à un sphéroïde aplati jusqu'à une forme irrégulière.

En plus des études expérimentales, la simulation numérique est fréquemment appliquée pour obtenir une meilleure compréhension d'écoulements diphasiques dans les colonnes à bulles. Une simulation exacte du mouvement des bulles exige une connaissance détaillée des forces d'interactions entre les deux phases gaz / liquide.

En plus de leur instabilité dans leur trajectoire, les bulles peuvent subir une grande déformation. Ce comportement oscillatoire de la trajectoire et de la forme de la bulle est souvent considéré comme "*tremblant (wobbling)*". Ce phénomène est encore mal compris en particulier le mouvement, le sillage et la forme des bulles sont sujets de recherches actives.

III.1. Forme, trajectoire et sillage de la bulle unique

Les forces, détaillées précédemment sont prises en compte dans la suite de notre étude, et tout dépendent de la taille de la bulle. Grâce à de nombreuses expériences présentées dans la littérature, la forme de la bulle unique, son sillage ainsi que sa vitesse sont maintenant bien connus. Nous allons détailler dans la section suivante les caractéristiques de la bulle unique.

Généralement, la forme de la bulle unique est stable pour les faibles nombres de Weber ($We = \rho_1 V_{rel}^2 d_b / \sigma$) et devient oscillante, ou instable, au-delà d'un nombre de Weber critique de l'ordre de 3. Cette valeur critique dépend de la nature du fluide dans lequel la bulle se trouve, et des expériences ont mis en évidence sa diminution lorsque le nombre de Morton diminue, Duineveld 1994 [17], Tsuge et Hibino 1977 [17] ont proposé une corrélation pour la déterminer :

$$We_{crit} = 10,64 Mo^{0,0554} \quad (I.26)$$

Où Mo est le nombre de Morton, inverse du nombre de Poussée P (dans le cas d'un système eau/air):

$$\frac{1}{Mo} = P = \frac{\sigma^3 \rho_l^2}{g \mu_l^4 \Delta \rho} = 3.8 \cdot 10^{10} \quad (1.27)$$

De manière plus précisée, la forme d'une bulle unique en milieu infini dépend de son diamètre équivalent, et par conséquent du nombre de Reynolds particulière (Fig. I. 7.).

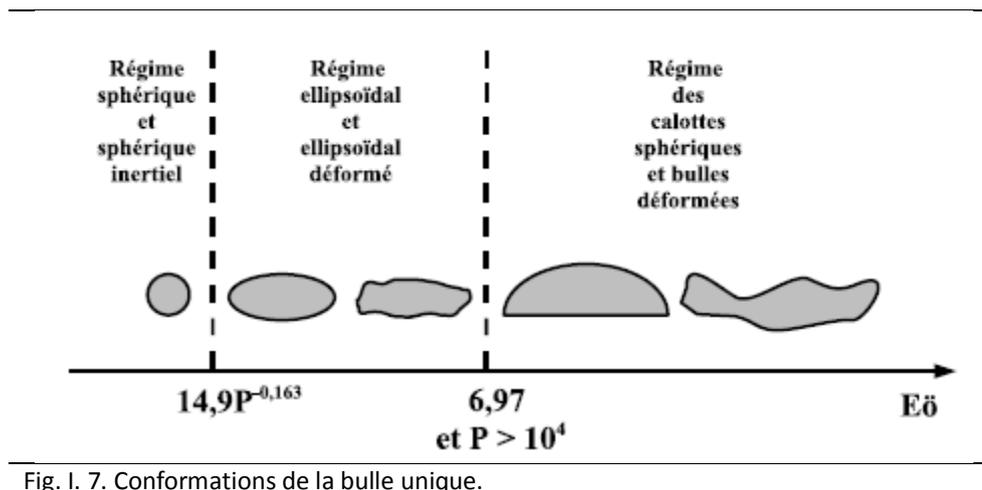


Fig. I. 7. Conformations de la bulle unique.

a. Régime de Stokes

Le régime de Stokes est obtenu pour $Re_b \ll 1$. Les bulles ont alors une forme sphérique, on parle aussi de régime sphérique. Dans ce domaine, ce sont les forces de viscosité et de tension de surface qui sont dominantes. L'interface de la bulle peut être considérée comme rigide. Le mouvement de la bulle dans ce régime est stationnaire et purement vertical.

b. Régime sphérique inertiel

Dans le régime sphérique inertiel, obtenu pour $1 < Re_b < 600$, les bulles sont toujours de forme sphérique, mais les forces de tension superficielle et celles d'inertie sont prépondérantes devant les forces de viscosité. Le mouvement de la bulle dans ce domaine reste rectiligne.

c. Régime ellipsoïdal

Pour $Re_b > 600$, la bulle prend une forme d'ellipsoïde, d'abord stable puis oscillante lorsque la bulle grossit. La trajectoire de la bulle est déterminée par une compétition entre

les forces de tension superficielle et les forces d'inertie. Saffman (1956) a observé un mouvement uniquement en zigzag (sinusoïdal plan) pour d_b entre 1,4 et 2 mm, même si elles sont injectées avec un mouvement hélicoïdal. Au-delà, les bulles peuvent avoir une trajectoire en zigzag ou hélicoïdale. De Vries 2001 [19] a obtenu la transition pour $d_b = 1,62$ mm ($Re_b = 740$) et précise que c'est le maximum local de la vitesse terminale de la bulle unique qui détermine le passage entre la trajectoire rectiligne et les mouvements oscillatoires de la bulle.

d. Régime des calottes sphériques et des bulles déformées

Enfin, pour $Re_b > 1360$, les forces de tension superficielle deviennent négligeables et ce sont les forces d'inertie et de poussée qui déterminent le mouvement de la bulle. Dans ce cas, la bulle atteint une forme de calotte sphérique et lorsque le diamètre devient encore plus important, elle peut ne plus avoir de forme bien précise (bulle dite déformée). Les calottes sphériques ont une trajectoire verticale, alors que les bulles déformées ont un mouvement qui peut être comme précédemment sous forme de zigzag ou de spirale. On parle de mouvement de balancement « Rocking motion ». Sur la Fig. I. 8, nous avons représentée des exemples de formes de bulles obtenues par une approche bidimensionnelle de type Level-Set (méthode de capture d'interface détaillée au chapitre II), d'après Smolianski et al. 2003 [22]. De gauche à droite, les bulles simulées ont les caractéristiques suivantes :

- bulle sphérique avec $Re_b = 1$ et $E\sigma = 0,6$;
- bulle ellipsoïdale avec $Re_b = 20$ et $E\sigma = 1.2$;
- calotte ellipsoïdale « bosselée » avec $Re_b = 35$ et $E\sigma = 125$;
- calotte ellipsoïdale avec $Re_b = 55$ et $E\sigma = 875$;
- calotte sphérique avec $Re_b = 94$ et $E\sigma = 115$;
- calotte sphérique oscillante avec $Re_b = 1100$ et $E\sigma = 3$;

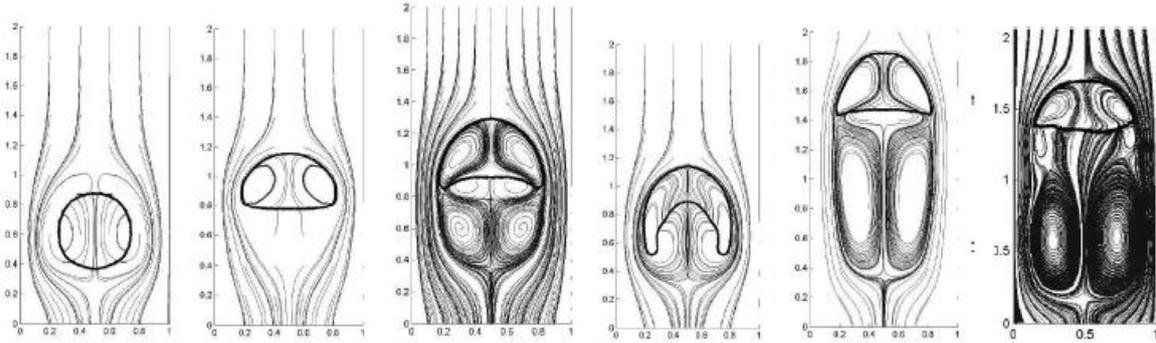


Fig. I. 8. Formes de bulles obtenus numériquement par Smolianski et al. (2003) [22]

III.2. Sillage d'une bulle unique

Le champ d'écoulement liquide situé directement à l'arrière de la bulle est appelé sillage de la bulle. Ce sillage est primordial dans le cas de la bulle unique car il influe sur son mouvement. Pour les plus faibles nombres de Reynolds, un sillage stable composé d'un seul filet est présent derrière la bulle. Lorsque le diamètre de la bulle sphérique augmente, la longueur de ce sillage augmente.

L'étude expérimentale de *De Vries 2001* [19] a permis de déterminer avec précision la forme du sillage des bulles uniques ellipsoïdales présentées dans la suite. Lorsque la bulle est ellipsoïdale et que son mouvement devient zigzagant, le sillage se compose de deux filets qui peuvent interagir loin derrière la bulle. Ces deux filets peuvent cependant se confondre et ne former qu'un filet unique, lorsque la bulle passe dans le plan médian de sa trajectoire, c'est-à-dire quand la courbure de la trajectoire devient nulle, ce qui est cohérent avec les résultats obtenus lorsque la trajectoire de la bulle est rectiligne. Ensuite, lorsque la trajectoire de la bulle devient hélicoïdale, le sillage reste toujours composé de deux filets, qui peuvent être très instables dans la région située près de la bulle, si elle possède un important rapport de forme. La bulle possède une forme fixe, mais son orientation change lors du mouvement, afin que le petit axe soit aligné avec sa trajectoire.

Enfin, pour les calottes sphériques, trois domaines ont été observés pour la conformation du sillage (*Komasawa et al. 1980* [20]):

- $Re_b < 90$: le sillage est laminaire et est constitué de vortex toroïdaux symétriques ;
- $90 < Re_b < 500$: le vortex perd sa stabilité et une dissymétrie apparaît. Lorsque $Re_b > 300$, plusieurs vortex peuvent être présents dans le sillage de la calotte ;
- $Re_b > 500$: le sillage devient turbulent. De petits vortex naissent puis disparaissent dans le sillage de la bulle ; on est toujours dans cette situation pour des calottes sphériques d'air dans de l'eau pure.

Sur la Fig. I. 9, les sillages de calottes sphériques sont représentés d'après un projet numérique (*Two-Fluid Interfacial Flow Project*) mené en Finlande (*Applied Mathematics Laboratory, Lappeenranta University of Technology*). Les propriétés de ces calottes sont de gauche à droite :

- $Re_b = 900$ et $E_{\sigma} = 3$;
- $Re_b = 1100$ et $E_{\sigma} = 3$;
- $Re_b = 5500$ et $E_{\sigma} = 600$.

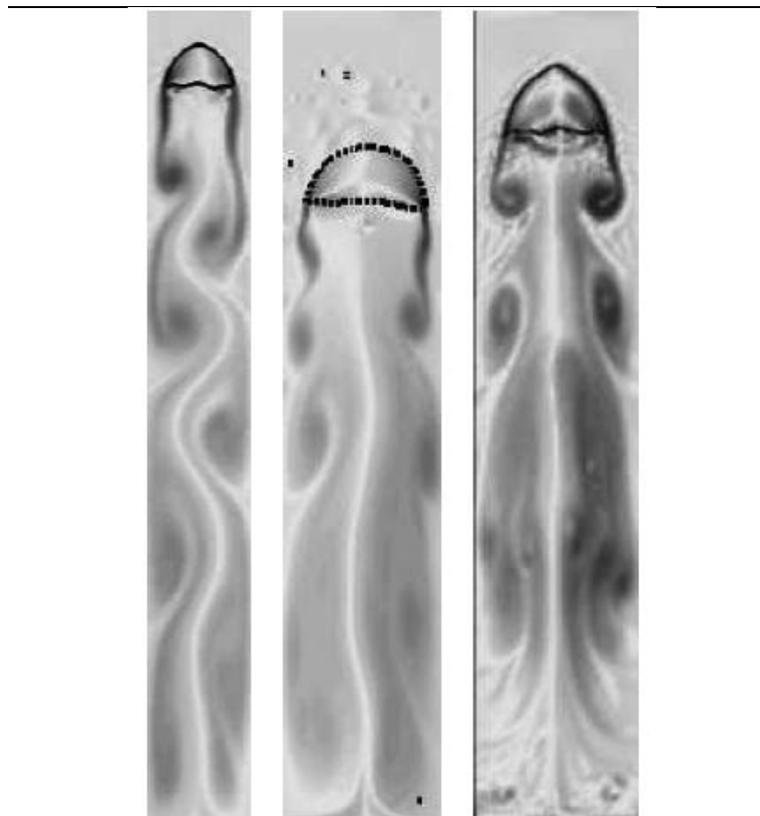


Fig. I. 9. Sillage de calottes sphériques obtenues numériquement (<http://www.it.lut.fi/project/gasliq/>)

Chapitre II

Synthèse bibliographique

"We must be ignorant of much, if we would know anything."

Cardinal John Newman (1801-1890).

II.1. Introduction

La compréhension de la dynamique d'écoulement du système de l'ascension d'une bulle unique dans l'eau est d'une grande importance dans la compréhension fondamentale de la physique des écoulements multiphasiques. Depuis plusieurs décennies, cette configuration d'écoulement est l'objet de nombreuses études. Ce phénomène est illustré par la figure II.1 sur laquelle le nombre de publications, contenant le terme « colonne à bulles » dans leur titre, parues depuis ces quinze dernières années est représenté, d'après le site de collections de papiers scientifiques Science Direct ([Http : //www.sciencedirect.com](http://www.sciencedirect.com)). L'ascension des bulles a été étudiée théoriquement (*Davies et al. 1950* [30] ; *Moore 1959* [31]), expérimentalement (*Bhaga et Weber 1981* [1]) ainsi que par la simulation et la modélisation numérique (*Ryskin et Leal 1984* [32]). Bien que tous ces efforts nous ont fourni des informations précieuses sur la dynamique des bulles ascendantes dans les liquides, il ya encore de nombreuses questions qui demeurent sans réponse en raison de l'implication de la physique complexe.

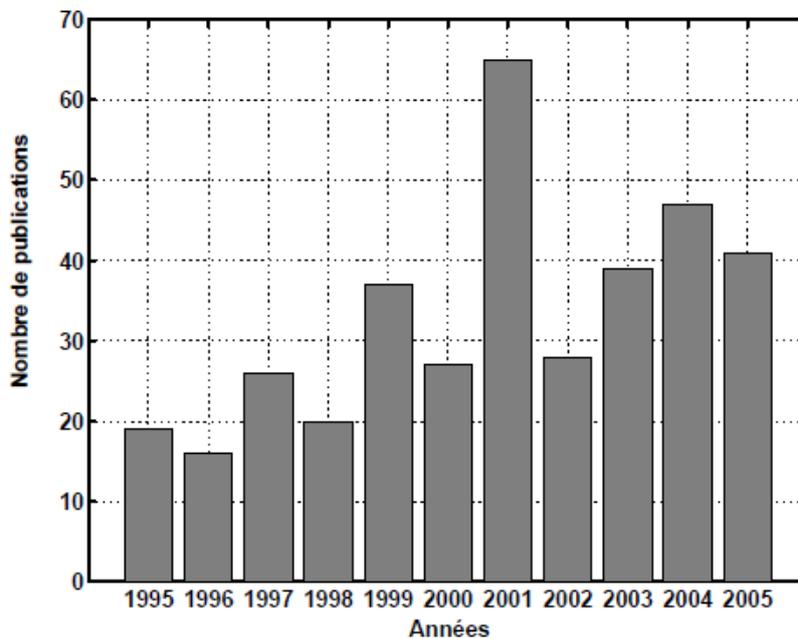


Fig. II.1. Nombre de publications parues dans *SCIENCEDIRECT* contenant le terme « colonne à bulle » dans leur titre, depuis 10 ans.

Le comportement d'une bulle ascendante dans un liquide est non seulement affecté par les propriétés physiques telles que la densité et la viscosité des deux phases (*Chen et al. 1999* [33]), mais également par la tension superficielle sur l'interface entre les deux phases et par l'évolution de la forme de la bulle (*Bonometti et Magnaudet 2006* [34], *Ohta et al. 2005* [35]). La difficulté à décrire et modéliser le comportement complexe de l'ascension d'une bulle est dans une large mesure en raison du couplage non linéaire des facteurs tels que la flottabilité, la tension superficielle, moment d'inertie bulle/liquide, la viscosité, l'évolution de la forme des bulles et l'histoire de l'ascension de la bulle. En outre, la physique du comportement des bulles est de nature tridimensionnelle. Par conséquent, la plupart des travaux théoriques ont été effectués avec beaucoup d'hypothèses, et les résultats sont seulement valides pour certains régimes d'écoulement (*Moore 1959* [31], *Taylor et Acrivos 1964* [36]). Les travaux expérimentaux ont été limités par les technologies disponibles pour surveiller, sonder et détecter les bulles en déplacement sans interférer leur physique (*Bhaga et Weber 1981* [1], *Shew et Pinton 2006* [38], *Tomiyama et al. 2002* [37]).

Avec la progression rapide de la puissance de calcul et le développement des méthodes numériques robustes, la simulation numérique directe promet un grand potentiel dans l'extension de notre connaissance du système fondamental d'une bulle unique. Cependant, il reste encore de grands défis et des difficultés pour simuler un tel système avec précision. Cela peut être attribué aux faits suivants:

- I. l'interface entre la bulle et le liquide environnant devrait être repérée avec précision sans introduire l'aspect numérique excessif ;
- II. la tension superficielle donne lieu à un terme source singulière dans les équations gouvernantes, menant à un saut de pression fort à travers l'interface;
- III. la discontinuité de la densité et de la viscosité à travers l'interface du fluide peut conduire à une instabilité numérique, en particulier lorsque les sauts dans ces propriétés sont élevés. Par exemple, le ratio de densité liquide/gaz pourrait être aussi élevée que 1000;
- IV. la complexité géométrique provoquée par la déformation des bulles et le changement topologique possible est la principale difficulté dans le traitement de la géométrie de l'interface; une grosse bulle peut se décomposer en plusieurs petites

unités, et des petites bulles peuvent également fusionner pour former des bulles plus grosses;

- V. la physique complexe sur l'interface, par exemple les effets des surfactants (agents tensio-actifs), la dynamique des couches minces de liquide, l'ébullition de la couche mince et le changement de phase (transfert de chaleur et de masse) et les réactions chimiques.

Heureusement, des méthodes diverses pour l'écoulement multiphasique ont été développées pour répondre à ces difficultés, et chaque méthode a typiquement ses propres points forts et points faibles.

II.2. Méthodes numériques

Des revues complètes des méthodes numériques pour la simulation multiphasique / interfaciale d'écoulement ont été données par *Scardovelli et Zaleski 1999* [39] et *Annaland et al. 2006* [40]. La plupart des techniques numériques courantes appliquées dans la simulation des écoulements multiphasiques / interfaciale ont été développés en mettant l'accent sur les deux aspects suivants:

- i. capture / suivi (capturing/tracking) de l'interface, par exemple capture de l'interface, le suivi d'interface (*front tracking*) et l'approche de « *grid-fitting* »,
- ii. et (ii) la stabilisation du « *solver* » de l'écoulement pour manipuler les propriétés discontinues des fluides et les termes sources interfaciales très singuliers, par exemple la méthode de projection-correction (*Chen et al. 1999* [33]) et l'algorithme SIMPLE (*Hua et Lou 2007* [41]). Cette deuxième méthode tente de suivre l'interface mobile en adaptant les points de maillage de « fond » selon la position d'interface. L'adaptation est réalisée par des techniques de remaillage telles que la déformation et le déplacement. Cette méthode est également bien connue comme « *boundary-fitting approach* », et la « *frontière* » se rapporte ici à l'interface entre les fluides [29].

De la même façon qu'une particule fluide peut être regardée d'un point de vue *lagrangien* (on la suit au cours du temps) ou d'un point de vue *eulérien* (on regarde les

particules fluides qui passent en un point donné de l'écoulement), il est possible de suivre une interface sous ces deux points de vue [1].

II.2.1. Méthodes Lagrangiennes

Dans les méthodes « *lagrangiennes* », l'interface constitue l'une des frontières d'un maillage mobile adaptatif. Ce maillage est remis à jour à chaque pas de temps et ses points bougent à la même vitesse que les particules fluides (*Jamet* [57]). La Fig. II.2. montre un exemple de maillage adaptatif utilisé par *Blanco* 1995 [53] pour étudier les modes d'oscillation d'une bulle soumise à un champ acoustique.

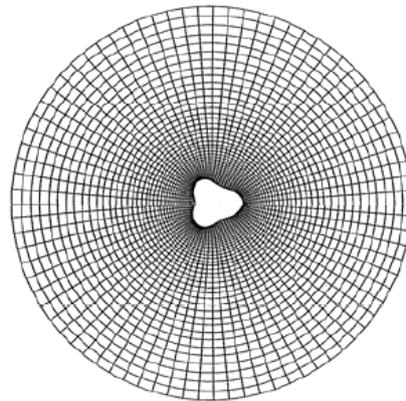


Fig. II.2. Maillage curviligne orthogonal axisymétrique (l'axe de symétrie est horizontal). Blanco 1995 [53]

Avec les méthodes lagrangiennes, il est possible d'accéder à tous les détails de l'hydrodynamique de l'écoulement étudié et les interfaces peuvent être suivies avec précision, tant que le nombre de ces interfaces reste figé.

Cependant, la possibilité d'employer ces méthodes est fortement remise en cause quand il s'agit de traiter des problèmes physiques où interviennent la rupture et la reconnection d'interfaces (cas de la majorité des écoulements à interfaces déformables) car les méthodes purement Lagrangiennes entraînent souvent de grandes distorsions de maillage (*Jamet* [57]). Dans de tels cas, non seulement il faut remettre à jour le maillage utilisé mais il faut aussi tenir compte des interfaces qui apparaissent à la suite d'une rupture et de celles qui disparaissent à la suite d'une reconnection. La tâche est rendue encore plus difficile par la large gamme dans laquelle peut varier la taille des interfaces. Dans ces situations on se

trouve dans l'obligation de s'orienter vers des méthodes utilisant une grille fixe sur laquelle se déplacent les interfaces : ces méthodes sont appelées « *Eulériennes* » (voir Fig. II.3.).

II.2.2. Méthodes Eulériennes

Avec les méthodes eulériennes, on ne peut utiliser directement les équations de bilan locales et instantanées car une cellule de calcul peut contenir simultanément plusieurs fluides. C'est donc réellement un milieu multiphasique qu'il faut localement représenter et non plus la juxtaposition de plusieurs écoulements monophasiques. Il est alors indispensable d'utiliser une autre formulation des équations de conservation qui ne peut être que moins fine que celle issue directement de la mécanique des milieux continus, mais qui permet de simuler les écoulements multiphasiques à topologie variable : on parle alors de modèle à « *mono-fluide* » (*one-fluid*). On ne considère plus dans ce cadre les différentes phases fluides de façon séparée, mais un seul mélange fluide dont les propriétés physiques (densité, viscosité) peuvent varier très fortement en fonction de la concentration en chacun des fluides « purs ». Dans les méthodes eulériennes les interfaces se déplacent sur un maillage immobile où les équations sont résolues utilisant une formulation mono-fluide avec un échange d'informations entre le maillage immobile et interfaces (*Jamet [57]*). Comment dans ce cas matérialiser l'interface ? C'est sur ce point que les méthodes eulériennes diffèrent les unes des autres.

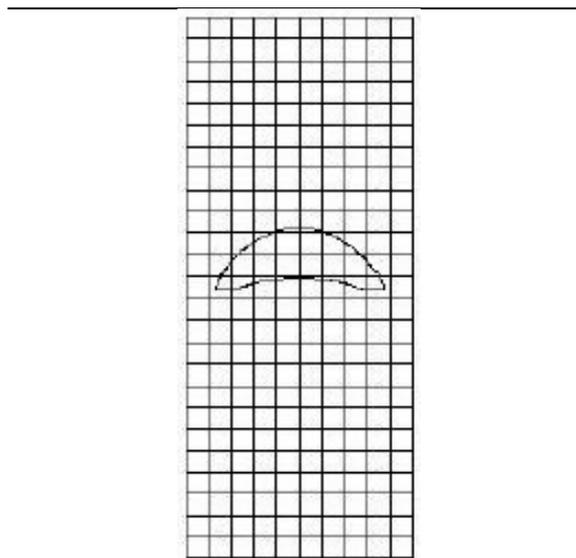


Fig. II.3. Interface évoluant librement sur un maillage fixe. Blanco 1995 [53]

II.2.3. Méthodes de Suivi de Front (Front Tracking)

Cette méthode résout le champ d'écoulement sur un maillage eulérien fixe et repère la position de l'interface de manière *lagrangienne* [29]. On peut penser tout d'abord introduire des marqueurs pour repérer l'interface. Ils peuvent être répartis dans tout le domaine ou simplement sur l'interface.

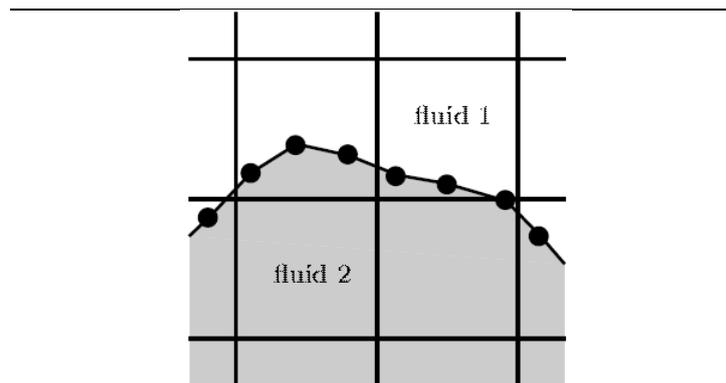


Fig. II.4. Les marqueurs de repérage de l'interface. *Jamet* [57].

Ces marqueurs peuvent être des particules libres sans liaison, ou ils peuvent être des éléments logiquement liés entre eux par des segments fictifs qui forment la trame d'un second maillage. Celui-ci est mobile par rapport au premier maillage fixe et décrit l'interface dans sa totalité [1] ; (voir Fig. II.4.).

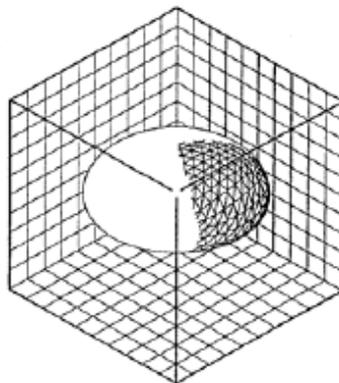


Fig. II.5. Les maillages fixe et mobile des méthodes de type de Front Tracking. *Bonometti* 2005 [2].

Ce type de méthodes, communément appelées méthodes de *suivi de front* ou « *Front Tracking* », permettent d'avoir des informations géométriques précises sur l'interface tels que la superficie, le volume, la courbure, la déformation, l'orientation de l'interface, etc. et

ainsi d'évaluer avec précision les contributions visqueuses et capillaires. La technique de «*front tracking*» a été proposée par les chercheurs pionniers *Glimm* et ses collaborateurs (1986 [45] 1988 [46], 2000 [47]), et a été développé par *Peskin* et ses collaborateurs (1977 [48], 1988 [49]), elle a été également introduite par *Tryggvason* au début des années 90 (*Unverdi & Tryggvason 1992 [27]*). Dans leur procédé (*Peskin et al. 1986 [45] 1988 [46], 2000 [47]*), l'interface est représentée par un ensemble connexe de particules qui portent les forces, soit imposées extérieurement ou ajustés pour obtenir une vitesse spécifique à l'interface. Un maillage de fond fixe est maintenu inchangé, même près de l'interface frontale, et les forces de l'interface sont réparties sur le fond pour résoudre la formulation «*one-fluid*» des équations de l'écoulement. Un certain nombre de combinaisons et des améliorations de ces approches de base ont été proposés pour renforcer les capacités dans le traitement de l'interface en mouvement, où les phénomènes physiques complexes et les processus pourraient se produire. L'une des approches les plus prometteuses est sans doute la méthode de suivi frontale «*front tracking*» proposé par *Tryggvason et al. (1992 [27], 2001 [50])*. En fait, cette méthode peut être considérée comme un hybride de capture frontale et les techniques de «*front tracking*»: un maillage fixe de fond est utilisé pour résoudre l'écoulement du fluide, tandis qu'une maille de l'interface séparée est utilisée pour suivre la position de l'interface explicitement. L'interface suivie porte des informations sur les sauts dans la densité et la viscosité et aussi sur les forces interfaciales tels que la tension superficielle. Les propriétés du fluide sont alors distribuées sur le maillage fixe de fond en fonction de la position de l'interface. La tension de surface peut être calculée en fonction de la géométrie de l'interface et est également distribué sur le maillage de fond dans le voisinage de l'interface. La méthode de suivi frontale, par exemple, utilisée par *Bunner & Tryggvason 2001 [50]* pour simuler les mouvements tridimensionnels engendrés par une suspension de bulles (environ 200) dont les caractéristiques sont typiquement un nombre de Bond $Bo = \rho g d^2 / \sigma$ compris entre 1 et 5 et un nombre de Reynolds $Re = \rho V d / \mu$ compris entre 20 et 30, ρ et μ étant respectivement la densité et la viscosité du fluide porteur, g la gravité, d le diamètre des bulles et σ la tension de surface.

Ces méthodes se limitent cependant souvent à des écoulements où les interfaces sont peu déformées car la gestion de la distribution des marqueurs peut s'avérer fort complexe

notamment pour traiter les ruptures et les reconnections. Ce problème est à rapprocher de ceux rencontrés dans les méthodes lagrangiennes qui ont à gérer des maillages mobiles [1].

De récents travaux ont cependant permis de s'affranchir du problème de gestion de marqueurs et de simuler par exemple la coalescence de deux bulles (*Torres & Brackbill 2000* [54] 2000, *Shin & Juric 2002* [55]) et le phénomène d'ébullition nucléée (*Juric & Tryggvason* [56] 1998). L'idée de *Shin & Juric 2002* [55] consiste à utiliser deux représentations de l'interface, l'une s'appuyant sur un maillage mobile (à caractère discontinu), l'autre s'appuyant sur une fonction indicatrice de phase (à caractère continu).

Lors du calcul, l'interface évolue avec le maillage mobile, et périodiquement (toutes les centaines de pas de temps environ), la fonction indicatrice de phase est calculée et l'interface est « reconstruite » à partir du champ continu; le maillage mobile est alors mis à jour. Autrement dit, le maillage de fond n'est modifié que près du front pour faire des marques qui coïncident avec les marqueurs frontaux de l'interface, dans ce cas, quelques maillages irréguliers sont reconstruits ce qui augmente la complexité de la méthode [29]. Bien que le temps de calcul et la mémoire nécessaire aient fortement diminué grâce à la parallélisation des codes, la mise en œuvre de ces techniques reste très complexe. De plus les « petites » structures de l'écoulement (dont l'échelle est inférieure à celle de la cellule de calcul) ne sont prises en compte d'aucune manière (Voir Fig. II. 6).

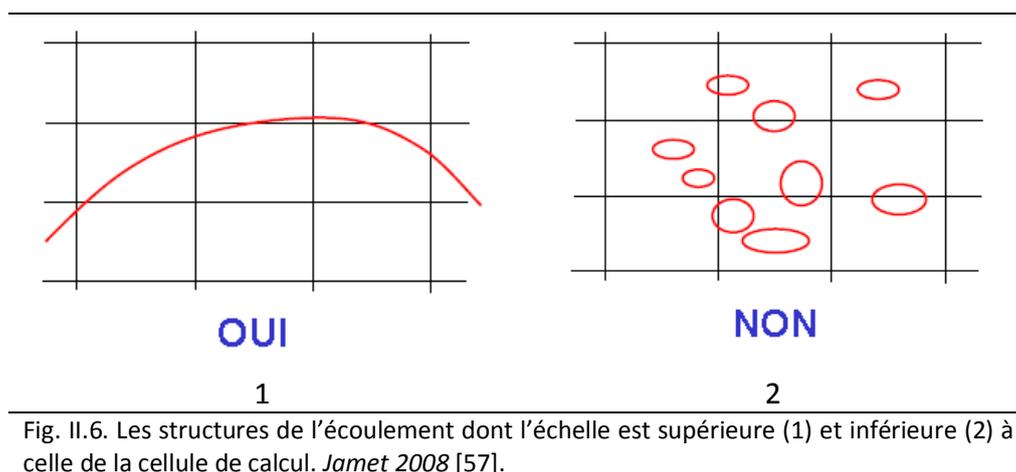


Fig. II.6. Les structures de l'écoulement dont l'échelle est supérieure (1) et inférieure (2) à celle de la cellule de calcul. *Jamet 2008* [57].

II.2.4. Méthodes de suivi en volume avec reconstruction d'interface (VOF Interface Tracking)

Le modèle VOF est un suivi technique de surface appliqué à un maillage eulérien fixe. Il est conçu pour deux ou plusieurs fluides non miscibles, où la position de l'interface entre les fluides est d'intérêt. Dans le modèle VOF, un seul système d'équations de mouvement est partagé par les fluides et la fraction volumique de chacun des fluides dans chaque cellule de calcul est suivie dans tout le domaine. Plus de détails sur la méthode VOF sont fournis dans le chapitre III.

II.3. Vitesse terminale ascensionnelle et coefficient de traînée d'une bulle unique

De très nombreuses corrélations donnant la vitesse terminale ascensionnelle d'une bulle unique en milieu liquide infini existent dans la littérature. Nous ne citerons dans ce paragraphe que quelques unes d'entre elles. Il est important de rappeler ici que, pour une bulle unique, connaître le coefficient de traînée est équivalent à connaître la vitesse terminale ascensionnelle de la bulle ; le passage d'une forme à l'autre se faisant par l'équation (I.20).

La vitesse de la bulle dépend du régime dans laquelle elle se trouve, c'est-à-dire de sa taille. Nous allons présenter dans ce paragraphe les résultats relatifs au mouvement d'une bulle unique d'air dans de l'eau pure (*Midoux 2002 [63]*).

a. Bulles sphériques

En régime de Stokes ($Re_b \ll 1$), pour des bulles avec une interface déformable, l'équation (II.1) donne le coefficient de traînée suivant :

$$C_{D\infty} = \frac{16}{Re_b} \quad (II.1)$$

La vitesse terminale ascensionnelle de bulle correspondante est donnée par l'équation (II.2).

$$V_\infty = \frac{g\rho_l}{12\mu_l} d_b^2 \quad (II.2)$$

Ces corrélations sont valables en régime de Stokes, soit pour $Re_b \ll 1$ ou $Eo \leq 6.6 P^{1/3}$ ou un diamètre de bulle $d_b \leq 0,12 \text{ mm}$.

b. Bulles sphériques avec inertie

Les bulles peuvent rester sphériques, au-delà d'un nombre de Reynolds de l'ordre de l'unité. Dans le domaine où $Re_b \leq 600$, soit $Eo \leq 14.6 P^{0.163}$ ou $d_b \leq 0,14 \text{ mm}$, la corrélation précédente n'est plus valable, en raison de l'importance des phénomènes d'inertie. Dans ce cas, la trajectoire de la particule peut commencer à osciller et le coefficient de traînée peut être calculé d'après (Rivkind et Ryskin 1976 [64]):

$$C_{D\infty} = \frac{14.9}{Re_b^{0.78}} \quad (\text{II.3})$$

Correspondant à la vitesse terminale ascensionnelle suivante :

$$V_\infty = \frac{0.138 \rho_1^{0.64} g^{0.82}}{\mu_1^{0.64}} d_b^{1.46} \quad (\text{II.4})$$

c. Bulles ellipsoïdales

Lorsque la bulle devient ellipsoïdale, sa trajectoire peut commencer à devenir hélicoïdale ou zigzagante. Dans ce cas, le coefficient de traînée est déterminé par (Peebles et Garber 1953 [65]) :

$$C_{D\infty} = 0.0275 \frac{Re_b^4}{P} \quad (\text{II.5})$$

La vitesse de bulle vaut alors :

$$V_\infty = 1.91 \rho_l^{-1/2} \sigma^{1/2} d_b^{-1/2} \quad (\text{II.6})$$

Ce régime est observé pour $Eo \leq 6.97$, soit $d_b < 7,2 \text{ mm}$.

d. Bulles déformées - Calottes sphériques

Dans le cas des grosses bulles ($Eo > 6.97$ et $P > 10^4$, soit $d_b > 7,2 \text{ mm}$ pour un système eau-air), le coefficient de traînée devient constant :

$$C_{D\infty} = \frac{8}{3} \quad (\text{II.7})$$

Ce qui correspond a la vitesse de bulle suivante :

$$V_{\infty} = 0.715g^{1/2}d_b^{1/2} \quad (II.8)$$

Tous les résultats précédents concernant la bulle unique sont regroupés dans le Tab. II.1.

Afin de simplifier l'utilisation des équations précédentes, des auteurs ont essayé de généraliser leurs expressions pour obtenir une corrélation unique. C'est le cas de la corrélation obtenue expérimentalement par *Jamial ahmadi et al.* 1994 [66]:

$$V_{\infty} = \frac{V_{b1}V_{b2}}{\sqrt{V_{b1}^2 + V_{b2}^2}} \quad (II.9)$$

$$\text{avec } V_{b1} = \frac{1}{18} \frac{\Delta\rho}{\mu_l} g d_b^2 \frac{3\mu_l + 3\mu_g}{3\mu_g + 2\mu_l} \quad \text{et } V_{b2} = \sqrt{\frac{2\sigma}{d_b(\rho_l + \rho_g)} + \frac{g d_b}{2}}$$

Cette corrélation est valable dans les domaines suivants :

$$\rho_l = 720 - 1040 \text{ Kg. m}^{-3}$$

$$\mu_l = 2,33 \cdot 10^{-4} - 5,9 \cdot 10^{-2} \text{ Pa. s}$$

$$\sigma = 72,5 - 22 \text{ mN. m}^{-1}$$

La partie V_{b1} correspond à la vitesse infinie de la bulle unique dans le régime visqueux (équation (II.2) dans laquelle on a supposé $\mu_g \ll \mu_l$). La seconde partie V_{b2} correspond à la vitesse obtenue par *Mendelson* 1967 [68] pour des bulles ellipsoïdales ou déformées.

Sur la Fig. II.7 les équations (II.2), (II.4), (II.6) et (II.8) sont représentées en fonction du diamètre des bulles, ainsi que cette dernière corrélation.

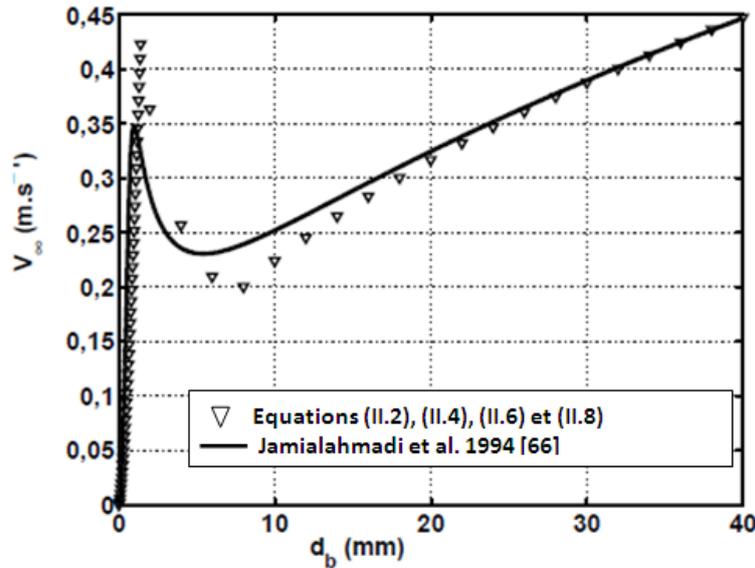


Fig. II.7. Vitesse terminale ascensionnelle d'une bulle d'une unique en fonction de son diamètre. *Simonnet 2005 [4]*.

La corrélation (II.9) possède l'avantage, en plus d'être valable dans tous les régimes que rencontre la bulle quand sa taille augmente, d'être applicable pour des phases continues de différentes tensions superficielles : σ apparaît dans le calcul de V_∞ et la validation de la corrélation (II.9) a été réalisée non seulement pour de l'eau pure, mais aussi pour de l'eau pure avec ajout de butanol, de méthanol et d'éthanol (*Jamial ahmadi & Muller-Steinhagen 1992 [67]*).

Régimes	Re_b	Eo	d_b (mm)	forme	sillage	V_∞ (m. s ⁻¹)	Trajectoire
Stokes	$\ll 1$	$\leq 6,6 P^{-1/3}$	$< 0,12$	sphérique	Filet mince	$\frac{g\rho_l}{12\mu_l} d_b^2$	rectiligne
Sphérique inertiel	< 600	$\leq 14,6 P^{-0,163}$	$< 1,4$	sphérique	Filet grandissant	$\frac{0,138 \rho_l^{0,64} g^{0,82}}{\mu_l^{0,64}} d_b^{1,46}$	rectiligne
Ellipsoïdal	< 1360	$\leq 6,97$	$< 7,2$	ellipsoïdale	deux filets	$1,91 \rho_l^{-1/2} \sigma^{1/2} d_b^{-1/2}$	en zigzag ou hélicoïdale
Calottes sphériques	> 1360	$> 6,97$	$> 7,2$	Calotte sphérique	turbulent	$0,715 g^{1/2} d_b^{1/2}$	en zigzag, hélicoïdale ou linéaire

Tab. II.1. Caractéristiques d'une bulle unique pour un système eau pure/ air. *Simonnet 2005 [4]*.

Sur la Fig. II.8, les coefficients de traînée, correspondant aux vitesses terminales ascensionnelles, tracées sur la figure II.6, sont représentées comme fonction du nombre de Reynolds particulaire. La corrélation de *Jamial ahmadi et al. 1994 [66]* de vitesse infinie est transformée en coefficient de traînée par l'intermédiaire de la relation 1.9. Une autre corrélation de coefficient de traînée est tracée, il s'agit de la relation de *Schiller et Naumann*

1933 [69] très répandue dans les codes commerciaux de mécanique des fluides numérique. Cette dernière relation n'est cependant valable que pour des particules sphériques rigides, c'est pour cette raison qu'elle diffère des autres corrélations, valables pour des bulles dont la forme évolue, aux grands nombres de Reynolds.

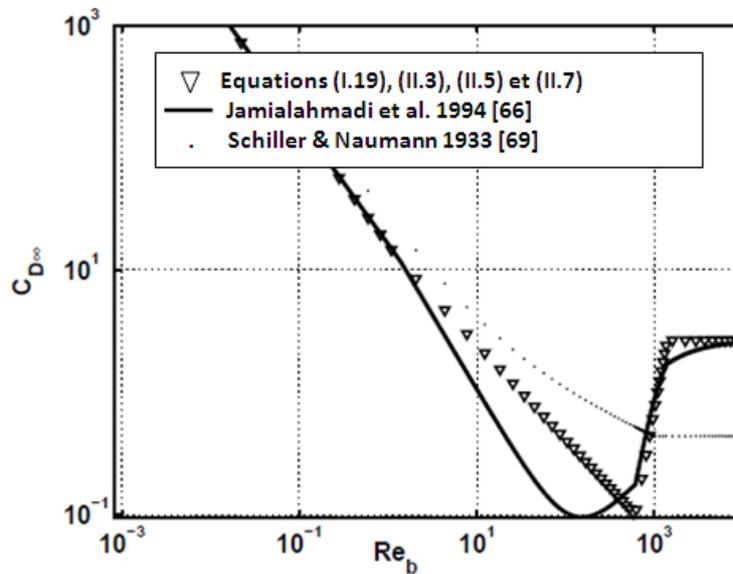


Fig. II.8. Coefficient de traînée d'une bulle unique en fonction de son nombre de Reynolds. *Simonnet 2005* [4].

II.4. Vitesse terminale ascensionnelle d'une bulle unique

Nous allons présenter dans cette partie une liste des corrélations existantes (non exhaustive!) donnant soit le coefficient de traînée, soit la vitesse d'une bulle unique dans un milieu infini, ainsi que leurs conditions d'application. Les références de cette liste sont rapportées par *Simonnet 2005* [3]. Vu le nombre important de variables dans les diverses corrélations qui vont suivre, et étant donné qu'elles ne sont utilisées que dans cette partie, elles seront définies lors de leur utilisation et ne seront pas reportées dans la nomenclature générale de ce mémoire.

$$C_D = \frac{4}{3} \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l} \frac{g d_b}{V_\infty^2} \quad (\text{II.10})$$

▽ *Rodrigue (2001b)*

$$V = \frac{a F^b}{1 + c F^d} \quad (\text{II.11})$$

Avec :

$$V = V_{\infty} \left(\frac{d_b^2 \rho_l^2}{\sigma \mu_l} \right)^{1/3} = (W e \cdot Re)^{1/3} \quad (\text{Nombre de vitesse}) \quad (\text{II.12})$$

$$F = g \left(\frac{d_b^8 \rho_l^5}{\sigma \mu_l^4} \right)^{1/3} = \left(\frac{W e \cdot Re^4}{Fr^3} \right)^{1/3} \quad (\text{Nombre de l'écoulement}) \quad (\text{II.13})$$

Et les constantes :

$$a = 1/12$$

$$b = 1$$

$$c = 49/1000$$

$$d = 3/4$$

Cette expression est valable dans les domaines suivants :

$$722 < \rho_l < 1198 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$2,2 \cdot 10^{-4} < \mu_l < 18 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$1,59 \cdot 10^{-2} < \sigma < 9,1 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$1,9 \cdot 10^{-7} < Re_b < 11000$$

$$10^{-11} < Mo < 10^7$$

∇ *Abou-El-Assan (1982)*

$$V = 0,75(\log F)^2 \quad (\text{II.14})$$

Où V et F sont définis précédemment (équations II.12 et II.13). Cette corrélation est valable pour :

$$723 < \rho_l < 1198 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$2,33 \cdot 10^{-4} < \mu_l < 5,9 \cdot 10^{-2} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

$$1,5 \cdot 10^{-2} < \sigma < 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$$

∇ *Maneri et Vassalo (2003)*

Ils proposent une modification à la corrélation de *Jamialahmadi et al. (1994)* (équation II.9), qui la rend valide pour le domaine des bulles sphériques jusqu'au domaine des poches « slugs »:

$$V_{\infty} = [V'_{b1}{}^{-\eta} + V'_{b2}{}^{-\eta}]^{-1/\eta} \quad (\text{II.15})$$

$$\text{avec } V'_{b1} = \frac{g \Delta \rho d_b^2}{K_b \mu_l} \quad \text{et } V'_{b2} = \sqrt{\frac{2c\sigma}{d_b \rho_l} + \frac{g d_b \Delta \rho}{2 \rho_l}}$$

et K_b est défini par :

$$K_b = K(1 - \exp - 5,31 \cdot 10^{10} Mo) \left(\frac{d_b}{2(\sigma/\Delta\rho g)^{1/2}} \right)^a \quad (\text{II.16})$$

et les constantes : $K = 148$ pour les solutions aqueuses ou $K = 60$ pour les solutions organiques, $a = 0,425$, $\eta = 8$ et $c = 1$.

▽ *Miyahara et Takahashi (1985)*

Ils proposent une corrélation basée sur la déformation de la bulle en définissant :

$$C'_{D\infty} = C_{D\infty} \left(\frac{d_b}{d_{hor}} \right)^2 \quad (\text{II.17})$$

$$Re'_b = \frac{Re_b}{d_b/d_{hor}} \quad (\text{II.18})$$

Où d_{hor} est le diamètre horizontal de la bulle.

Ils obtiennent pour $Mo < 10^{-7}$, ce qui est le cas pour un écoulement eau-air :

$$\text{Si } Re'_b < 440: C'_{D\infty} = 13(Re'_b)^{-0,7} \quad (\text{II.19})$$

$$\text{Sinon: } C'_{D\infty} = 0,03(Re'_b)^{1,5} Mo^{0,3} \quad (\text{II.20})$$

▽ *Joseph (2003)*

Il applique la théorie de l'écoulement potentiel pour trouver la vitesse d'une calotte sphérique, en fonction de la déviation de la surface de la bulle par rapport à une parfaite sphéricité, s , à l'avant de la calotte (s est le rapport entre la dérivée seconde du rayon à l'avant de la bulle et son diamètre) :

$$\frac{v_\infty}{\sqrt{gd_b}} = -\frac{8}{3} \frac{v_l(1+8s)}{\sqrt{gd_b^3}} + \frac{\sqrt{2}}{3} \left(1 - 2s - \frac{16s\sigma}{\rho_l g d_b^2} + \frac{32v_l^2}{g d_b^3} (1+8s)^2 \right)^{1/2} \quad (\text{II.21})$$

▽ *Rodrigue (2001a)*

Il propose pour des fluides visqueux, dont $Mo > 10^{-8}$:

$$C_{D\infty} = \frac{16}{Re_b} \left[1 + 0,018 \left(\frac{3}{4} C_D Re_b^2 \right)^{8/9} Mo^{1/9} \right]^{3/4}$$

▽ *Moore (1959)*

A partir de calculs approchés du mouvement des bulles de gaz à grands nombres de Reynolds, il tient compte de la déformation de la bulle par l'utilisation de l'excentricité de la bulle ($x = d_{hor}/d_{vert} = 1/E$) et le nombre de Weber et propose :

$$C_{D\infty} = \frac{16}{18^{3/5}} Mo^{1/5} We^{-3/5} f^{4/5} \quad (II.22)$$

$$\text{avec } We = 4x^{-4/3}(x^3 + x - 2) \left[x^2 \sec^{-1}x - (x^2 - 1)^{1/2} \right]^2 (x^2 - 1)^{-3}$$

$$\text{et } f = \frac{1}{2} x^{4/3} \left[\frac{(x^2 - 1)^{1/2} - (2 - x^2) \sec^{-1}x}{x^2 \sec^{-1}x - (x^2 - 1)^{1/2}} \right]$$

▽ *Saboni et Alexandrova (2002)*

Ils étendent la relation de *Rivkind et Ryskin (1976)*, valable initialement pour de grands nombre de Reynolds, à une plus grande gamme ($0,01 < Re_b < 4000$), pour des particules fluides :

$$C_{D\infty} = \frac{\left[k \left(\frac{24}{Re_b} + \frac{4}{Re_b^{4/3}} \right) + \frac{14,9}{Re_b^{0,78}} \right] Re_b^2 + 40 \frac{3k+2}{Re_b} + 15k + 10}{(1+k)(5+Re_b^2)} \quad (II.23)$$

$$\text{avec } k = \frac{\mu_g}{\mu_l}$$

▽ *Tomiya et al. (2002)*

A partir d'un modèle théorique vérifié par des expériences, ils proposent, pour un milieu contaminé où les bulles sont dans un régime dominé par les forces de tension superficielle, avec une forme sphéroïde déformée (a = rayon horizontal, b = rayon vertical vers le haut de la bulle, β_b = rayon vertical vers le bas de la bulle) :

$$C_{D\infty} = \frac{2Eo}{\gamma E^{3/2}(1-\gamma^2)Eo + 16\gamma E^{4/3}} F(\gamma E)^{-2} \quad (II.24)$$

$$\text{avec } E = \frac{b + \beta_b}{2a}, \gamma = \frac{2}{1 + \beta} \text{ et } d_b = 2aE^{1/3}$$

▽ *Krishna et al. (1999)*

Ils modifient l'équation de *Davies et Taylor (1950)*, valable pour $Eo > 40$ (calottes sphériques) :

$$V_\infty = \frac{\sqrt{gd_b}}{2} \quad (II.25)$$

Pour tenir compte de la présence des parois qui influencent la vitesse d'ascension de la bulle unique, à partir d'une étude numérique (VOF) :

$$V_\infty = \frac{\sqrt{gd_b}}{2} (SF)$$

$$\text{Pour } \frac{d_b}{D} < 0,125 : SF = 1$$

$$\text{Pour } 0,125 < \frac{d_b}{D} < 0,6 : SF = 1,13 \cdot e^{-d_b/D} \quad (\text{II.26})$$

$$\text{Pour } \frac{d_b}{D} > 0,6 : SF = 0,496 \sqrt{\frac{d_b}{D}}$$

▽ *Tomiyama et al. (1995)*

Ils proposent des modifications à la corrélation de *Schiller et Naumann (1933)* (équation II.29) pour tenir compte de la déformation des bulles, par rapport à des particules solides :

Pour un système pur :

$$C_{D\infty} = \max \left[\min \left(\frac{16}{Re_b} (1 + 0,15 Re_b^{0,687}), \frac{48}{Re_b} \right), \frac{8}{3} \frac{E\ddot{o}}{E\ddot{o}+4} \right] \quad (\text{II.27})$$

Pour un système partiellement contaminé :

$$C_{D\infty} = \max \left[\min \left(\frac{24}{Re_b} (1 + 0,15 Re_b^{0,687}), \frac{72}{Re_b} \right), \frac{8}{3} \frac{E\ddot{o}}{E\ddot{o}+4} \right] \quad (\text{II.28})$$

Pour un système suffisamment contaminé

$$C_{D\infty} = \max \left[\frac{24}{Re_b} (1 + 0,15 Re_b^{0,687}), \frac{8}{3} \frac{E\ddot{o}}{E\ddot{o}+4} \right] \quad (\text{II.29})$$

▽ *Schiller et Naumann (1933)*

Corrélation valable pour des particules solides sphériques en chute

$$\text{Si } Re_p < 1000: C_{D\infty} = \frac{24}{Re_p} (1 + 0,15 Re_p^{0,687})$$

$$\text{Sinon: } Re_p < 1000: C_{D\infty} = 0,44 \quad (\text{II.30})$$

▽ *Mei et al. (1994)*

Ils proposent un coefficient de traînée pour une bulle unique ayant un nombre de Reynolds fini, de la forme :

$$C_{D\infty} = \frac{16}{Re_b} \left(1 + \left[\frac{8}{Re_b} + \frac{1}{2} \left(1 + 3,315 Re_b^{-1/2} \right)^{-1} \right] \right) \quad (\text{II.30})$$

▽ *Karamanev (1994); Karamanev et Nikolov (1992)*

A partir de données mesurées pour des sphères tombantes et vérifiées pour des bulles, ils proposent :

$$\begin{aligned} \text{Si } Re_b < 130: C_{D\infty} &= \frac{24}{Re_b} (1 + 0,173Re_b^{0,657}) + \frac{0,413}{1 + 16300Re_b^{-1,09}} \\ \text{Si } 130 < Re_b < 90000: C_{D\infty} &= 0,95 \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

II. 5. Quelques travaux récents

II. 5. 1. Travaux de Mario et al. 2002

Mario et al. 2002 [25] ont effectués des simulations numériques directes de bulles d'air uniques et paire de bulles dans l'eau (avec $\log Mo = -10.6$) avec un code fortement parallélisé basé sur la méthode (VOF). Ils ont étudiés numériquement la vitesse terminale des bulles s'étendant de 0.5 millimètre à 15 millimètres de diamètre ($Re = 200 - 3750$). Ces résultats montrent une bonne concordance avec les données expérimentales de *Clift et al.* [24] (Voir Fig. II.9). Les bulles de diamètre de 8 millimètres montrent de fortes déformations de surface extérieure. Les trajectoires de l'ascension des bulles dépendent fortement des conditions de frontière et de la distance à la paroi. Les petites distances aux parois réduisent les rayons de trajectoire des bulles menant à une augmentation de fréquence de sillage. Les bulles aillant plus de 15 millimètres de diamètre tendent à se casser avant qu'elles atteignent leur vitesse terminale. Dans ces simulations, seulement les bulles ellipsoïdales s'étendant de 2 à 10 millimètres de diamètre donnent de bonnes résultats comparants aux données expérimentales.

Le nombre de cellules assignées pour le diamètre de bulle D est l'une des questions fondamentales. *Tomiyama 1998* [26] a assigné au moins 14 cellules au diamètre d'une bulle pour obtenir des résultats raisonnables, *Unverdi et Tryggvason 1992* [27] a employé 16 cellules, le même nombre est employé par *Sabisch et al. 2001* [28]. D'autres améliorations de maillage prouvent que 16 cellules par diamètre sont suffisantes pour obtenir des résultats physiquement raisonnables pour la vitesse terminale d'ascension pour une distance à la paroi de quatre (4) diamètres de bulle. La distance à la paroi de huit (8) diamètres de bulle

augmente la vitesse terminale de la bulle jusqu'à 2% seulement (Mario et al. 2002 [25]). Par conséquent la même résolution est choisie ici.

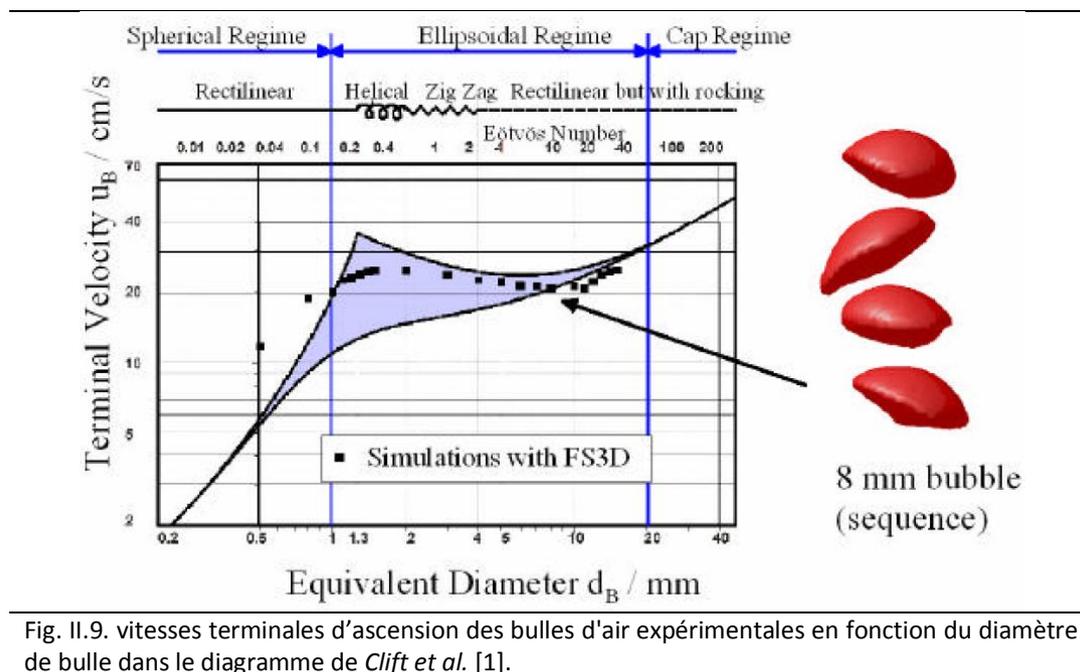


Fig. II.9. vitesses terminales d'ascension des bulles d'air expérimentales en fonction du diamètre de bulle dans le diagramme de *Clift et al.* [1].

II. 4. 2. Travaux de Dijkhuizen et al. 2005

Dijkhuizen et al. 2005 [58] ont étudié numériquement (utilisant des techniques de simulation numérique directe) les fermetures des forces de traîné et de masse virtuelle agissant sur une bulle d'air unique ascendante dans l'eau pure initialement au repos. Un modèle de suivi de front 3D a été employé et les résultats ont été comparés aux résultats de simulation obtenus avec un modèle VOF 2D pour évaluer l'influence de la troisième dimension. Dans les simulations des valeurs réalistes ont été prises pour les propriétés physiques, c.-à-d., un rapport de densité de 800 pour différentes bulles d'air s'étendant de 1 à 10mm de diamètre équivalent. D'après les auteurs, son travail est le premier dont des résultats de simulation sont publiés pour de petites bulles ($\sim 1\text{mm}$) utilisant les propriétés physiques réelles.

Les expériences ont montré une forte diminution du coefficient de traîné pour les diamètres de bulle très petits dans l'ordre de 1 mm. Il a été prouvé particulièrement difficile de simuler une bulle d'air dans l'eau du diamètre de 1mm avec des modèles de VOF ou de suivi de front, cela est due aux courants parasites ou aux pertes de volume inacceptables

provoqués par le traitement de tension superficielle (*Scardovelli et Zaleski 1999 [39]*). Cependant avec des modifications appropriées concernant l'exécution des modèles de VOF et de suivi de front, ces codes pourraient simuler le mouvement de ces bulles très petites sans problèmes numériques.

Dans les deux modèles 2D VOF et suivi de front 3D qui ont été employés pour étudier le comportement d'une bulle simple les équations de Navier- Stokes incompressible ont été résolues sur une maille cartésienne décalée suivant une méthode de « *two-step projection–correction* » pour obtenir le champ de la pression. Dans le modèle de suivi de front l'interface se compose d'un certain nombre de segments triangulaires reliés interconnectés dont les points de formation (nœuds) sont translatés avec la vitesse du fluide localement interpolée (*Unverdi et Tryggvason 1992 [27]*; *Tryggvason et al. 2001 [50]*). Dans le modèle de VOF l'interface est reconstruite pour chaque cellule calculée avec une approximation de « *piecewise linear interface (PLIC)*¹ ». A l'aide de l'orientation de l'interface reconstruite, le matériel traversant les faces des cellules est plus tard calculé utilisant l'advection géométrique.

Le modèle de suivi de front 3D calcule la force de tension superficielle agissant sur une interface de marqueur triangulaire directement a partir des forces de tension provoquées par des cellules voisines (*Van Sint Annaland et al. 2006 [40]*). Un schéma d'ordre élevé de divergence de vitesse, d'après (*Peskin et Printz 1993 [59]*), a été implémenté dans le modèle de suivi de front, qui a permis de simuler des bulles de diamètre plus petit que 3mm sans pertes appréciables de volume.

Dans le modèle VOF 2D le calcul de la tension superficielle a été effectué avec une force de tension similaire a celle utilisée dans le modèle de suivi de front au lieu du modèle fréquemment utilisé de force de surface de continuum (*Deen et al. 2004 [60]*), qui a diminué de manière significative les courants parasites.

Avec le modèle de suivi de front 3D les bulles avec un diamètre supérieur à 7mm oscillent tellement violemment que la simulation s'arrête par la suite. La raison de ceci est la déformation trop rapide de la maille extérieure et par conséquent ces problèmes ne sont

¹ L'utilisation de la méthode VOF avec PLIC (Schémas de calcul linéaire par morceaux d'interface) est une norme contemporaine, utilisée dans plusieurs codes informatiques, y compris Fluent.

pas produits dans le modèle de VOF 2D. Ceci pourrait indiquer *la cassure* « *break-up* » de la bulle. La limite de temps typique d'une simulation de suivi de front 3D est d'environ deux 2 mois. Pour les simulations de VOF 2D les bulles ont été initialement positionnés à un diamètre au-dessus du fond du domaine de simulation. Dans le modèle de suivi de front 3D *le concept de fenêtre mobile (moving window concept)* le plus efficace (avec les frontières de glissement libre) est employé, de telle sorte que le centre de la bulle reste à 2/3 de la hauteur du plus petit domaine de calcul. Il a été confirmé que la taille de la grille était suffisamment petite.

Tout d'abord les vitesses d'ascension moyenne calculées ont été comparées avec les données expérimentales rapportées par *Tomiyama 1998* [26] et *Grace et al. 1976* [61]. Tomiyama a signalé une relations de trainé à la fois pour l'eau contaminée et pure, et les vitesses terminales correspondantes ont été tracées dans la Fig. II.10.

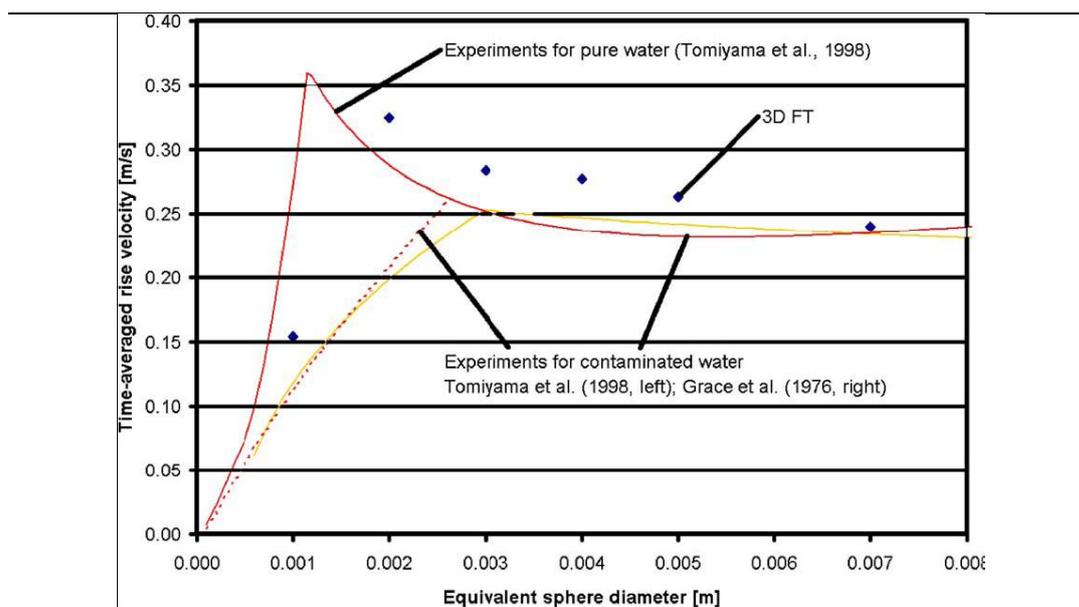


Fig. II.10. Comparaison de la vitesse d'ascension moyenne calculées de bulles d'air dans l'eau en utilisant les modèles de suivi de front 2D et VOF 3D avec les données expérimentales (Tomiyama et al, 2002 [26]; Grace et al, 1976 [61]).

Il faut noter ici qu'il existe une grande dispersion dans les vitesses d'ascension des bulles déterminées expérimentalement, ce qui est indiqué par la zone entourée par les lignes indiquées. Aussi la corrélation expérimentale par *Grace et al.* [61] a été inclus, ce qui est valable uniquement pour l'eau contaminée et commence à différer des données sur l'eau purs pour les bulles à un diamètre de bulle inférieure à 3 mm. Les différences entre les

vitesses d'ascension des bulles dans l'eau pure et l'eau contaminée ont été attribuées à la présence d'agents tensioactifs, en abaissant les forces de tension superficielle (*Clift et al. 1978* [24]). Toutefois, *Wu & Gharib 2002* [62] et *Tomiyama et al. 2002* [37] ont indépendamment signalé une deuxième cause possible : différences dans la forme initiale de la bulle, où une déformation initiale élevée a comme conséquence une vitesse terminale élevée. Les vitesses d'ascension terminales de bulle calculées par le modèle de 3D FT sont assez proches de la corrélation de *Tomiyama 1998* [26]. Notez qu'elles sont moyennées en temps seulement pour les grosses bulles, en raison des oscillations de forme.

En outre, il peut être vu que les résultats du modèle VOF correspondent bien avec les données expérimentales pour des bulles de plus de 3 mm. Cependant, des écarts importants peuvent être observés pour les petites bulles, en raison de la sous-estimation des forces de tension superficielle dans un modèle 2D. Pour le modèle FT 3D de la vitesse instantanée d'ascension de bulle est donné dans la Fig. II.11. Cette figure montre clairement que la vitesse verticale de bulles d'air plus grosse que 3mm commence à osciller de manière significative. La bulle d'air avec un diamètre équivalent de 7mm présente des déformations de forme oscillatoires. L'accélération initiale des bulles cependant est identique.

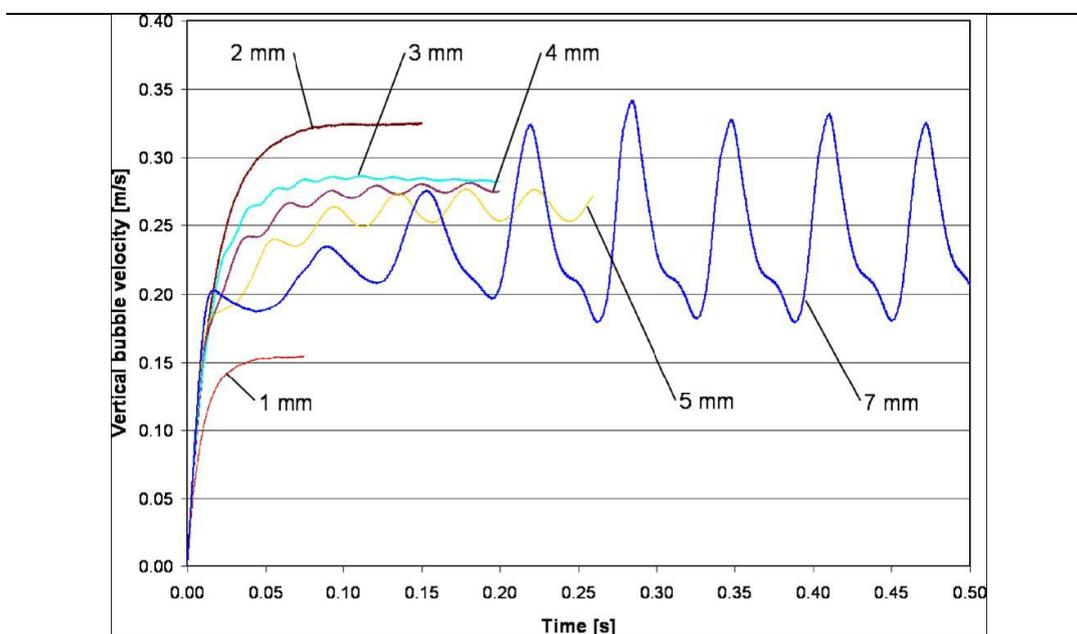


Fig. II.11. Evolution de la vitesse verticale dans le temps pour les bulles pour différents diamètres équivalents, calculée avec le model de suivi de front 3D.

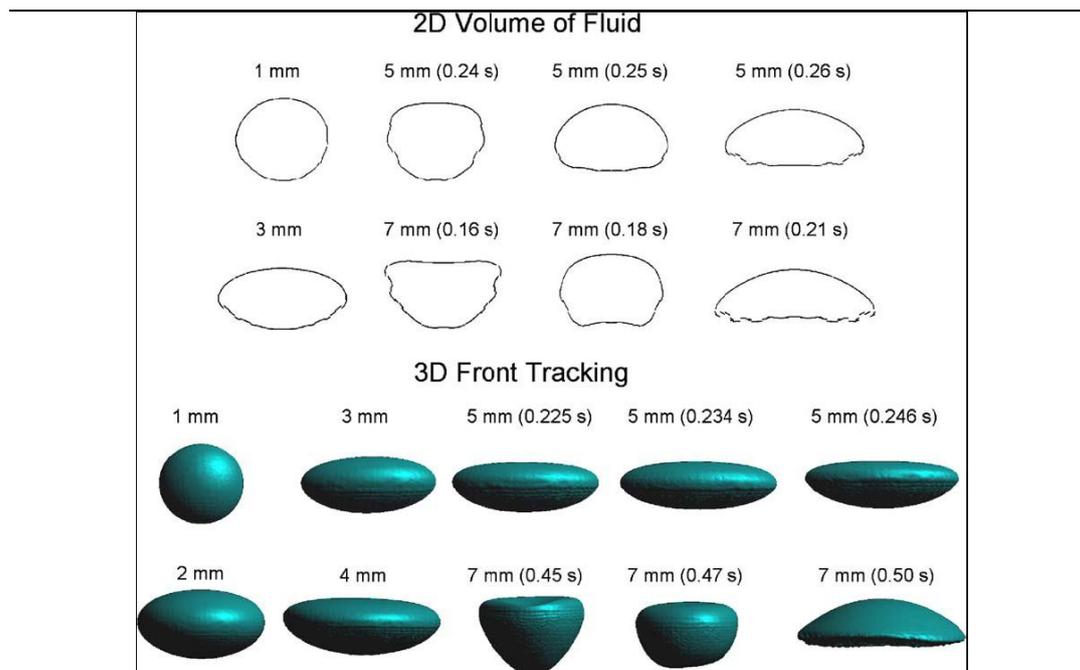


Fig. II.12. captures des formes (Snapshots) de l'interface gaz-liquide calculée avec les modèles VOF 2D et suivi de front 3D pour différents diamètres équivalents

Dans la Fig. II.12 des captures des formes des bulles calculées sont données, montrant que la forme calculée du diamètre équivalent de 1, 2, 3 et 7 mm est compatible pour les deux modèles de simulation.

La Fig. II.13 montre l'évolution du rapport d'aspect (hauteur divisée par la largeur) des bulles dans le temps. D'après les résultats en 3D, il peut être vu que les bulles d'un diamètre équivalent de 5 mm et plus oscillent de manière significative et que la bulle 7 mm a même une oscillation asymétrique dans la direction x et y.

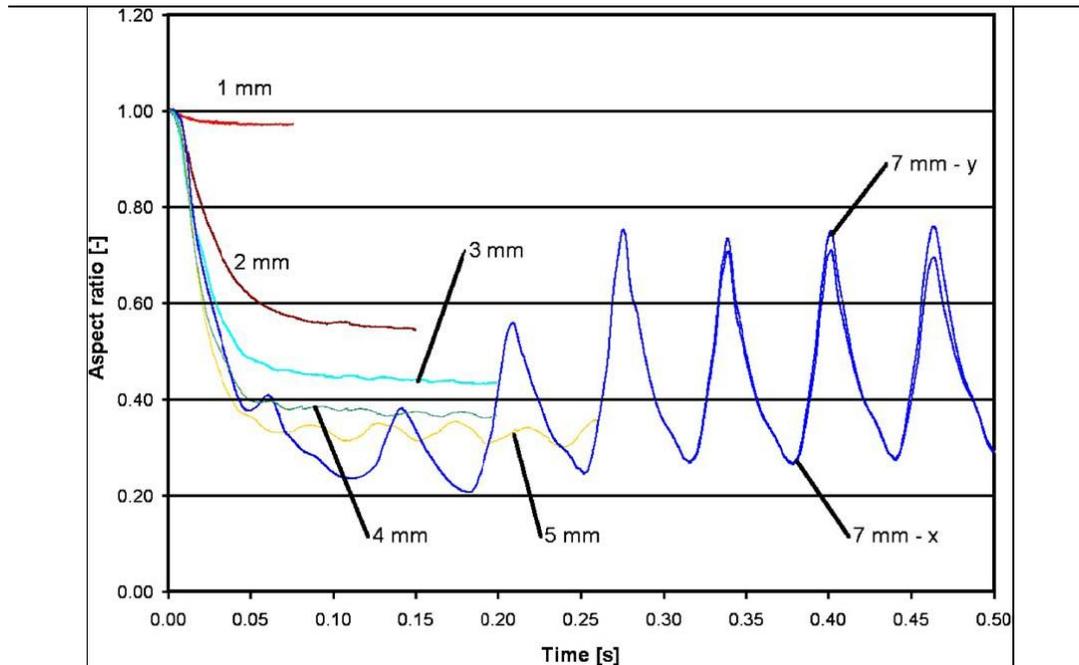


Fig. II.13. Rapport d'aspect calculé avec différents diamètres équivalents ; VOF 2D (x) et suivi de front 3D (y).

En revanche le modèle VOF 2D prédit les oscillations pour les bulles de 3 mm et plus et aussi la bulle de 1mm est plus aplatie que dans les simulations 3D. *Tomiyama et al. 2002* [37] ont dérivé l'équation ci-dessous pour la vitesse terminal d'ascension d'une bulle dans le régime dominant de tension superficielle, basés sur la théorie d'écoulement potentiel, en tenant compte non seulement du diamètre équivalent de la bulle, mais aussi son rapport d'aspect moyen:

$$V_T = \frac{\sin^{-1}\sqrt{1-E^2}-E\sqrt{1-E^2}}{1-E^2} \times \sqrt{\frac{8\sigma}{\rho_l d_e} E^{4/3} + \frac{(\rho_l - \rho_g) g d_e}{2\rho_l} \frac{E^{2/3}}{1-E^2}} \quad (\text{II.32})$$

Ils ont montré que leur corrélation donne des résultats comparables aux données expérimentales pour les bulles d'air dans l'eau pure avec un diamètre équivalent dans la gamme de 1.5-5 mm. Noter que ces bulles expérimentales présentent également des oscillations de forme, qui sont couplés à un chemin en zigzag ou hélicoïdale. En couplant l'équation pour la vitesse terminale avec la corrélation de traînée pour l'eau pure proposée par *Tomiyama 1998* [26], le rapport d'aspect moyen peut être déduit. Les prédictions par le modèle de suivi de front 3D pour le rapport d'aspect moyen sont très bonnes, tandis que le modèle VOF 2D surestime largement le rapport d'aspect moyen pour les grandes bulles. Les différences entre le modèle 3D et les expériences peuvent être attribuées à la déformation

inhérente de forme d'injection de bulles et les impuretés encore présentes dans l'eau distillée utilisée pour les expériences.

En conclusion, la vitesse terminale d'ascension moyenne des bulles a été utilisée pour calculer les coefficients de force de traînée Fig. II.14.

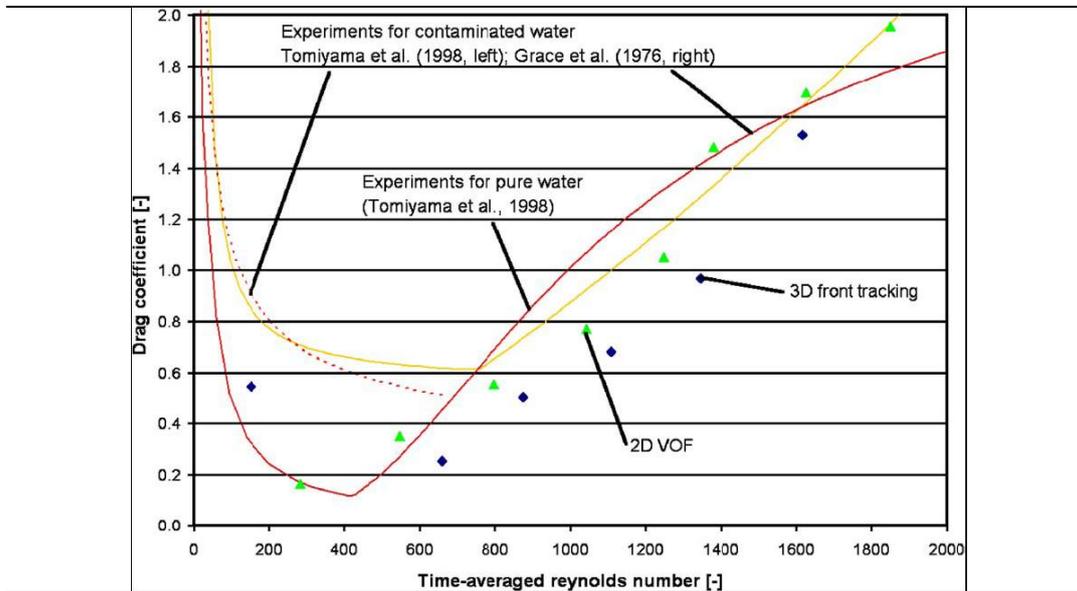


Fig. II.14. Comparaison du coefficient de traînée calculé en fonction du nombre de Reynolds par les modèles de VOF 2D et de suivi de front 3D avec les données expérimentales fournies par Tomiyama (1998) et Grace et al. (1976).

Chapitre III

Modélisation et position de problème

“All the mathematical sciences are founded on relations between physical laws and laws of numbers, so that the aim of exact science is to reduce the problems of nature to the determination of quantities by operations with numbers. “

James Clerk Maxwell, 1831-1879

III.1. Introduction

La mécanique des fluides numérique (*Computational Fluid Dynamics*), est une discipline en plein essor. Elle repose sur la recherche de solutions des équations qui décrivent la dynamique des fluides par des algorithmes appropriés. Elle regroupe l'ensemble des méthodes de calculs numériques permettant de prédire les propriétés hydrodynamiques et énergétiques du fluide dans un espace ouvert ou fermé (*Mecieb 2010 [72]*). Ce chapitre est réservé à la présentation des équations qui régissent l'écoulement diphasique d'une bulle ascensionnelle dans une colonne d'eau. Il s'agit principalement des équations régissant le mouvement d'une bulle et le transfert de masse, ainsi que les formulations qui régissent l'interaction entre les phases eau/air. De plus, une description de la méthode de résolution sous l'outil numérique utilisé est détaillée dans ce chapitre.

L'expérience ne permet pas de répondre à toutes les questions qui se posent dans les écoulements multiphasiques. La difficulté de mesurer les forces mises en jeu dans de tel écoulement est un exemple de limitation de l'approche expérimentale. L'approche numérique présente elle aussi des difficultés intrinsèques qui font de la modélisation et la simulation du multiphasique un exercice très difficile. Les écoulements multiphasiques posent par principe des problèmes à frontière libre (la présence d'une ou plusieurs interfaces entre les phases dont la géométrie est a priori inconnue). Les conditions aux limites doivent donc être écrites sur une interface dont on ignore a priori la position (*Bonometti 2005 [2]*). En outre, une description complète d'un écoulement diphasique exige la résolution des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie (si nécessaire) pour chaque phase. Ces équations sont plus complexes que celles régissant un problème monophasique parce qu'elles contiennent des termes additionnels qui gouvernent le transfert de masse, de quantité de mouvement et d'énergie entre les phases (*Mecieb 2010 [72]*). En général, lorsqu'on modélise un écoulement diphasique, il est nécessaire de connaître les phénomènes, les effets et les structures d'écoulement qui sont important [2].

Dans les dernières décennies, le besoin dans les écoulements diphasiques est devenu grandissant en raison du développement des outils de simulation numérique, et des progrès considérables ont été réalisés pour développer des méthodes numériques appropriées. En effet, à l'heure actuelle, les approches numériques sont de plus en plus employées pour tenter de décrire l'hydrodynamique des colonnes à bulles. A terme, elles devraient permettre leur dimensionnement sans construction de pilotes expérimentaux. Il n'existe pas de méthode universelle, mais plutôt un ensemble d'approches parmi lesquelles on doit choisir celle qui semble la plus adaptée au problème considéré (Voir chapitre 2).

III.2. Approches numériques des écoulements diphasiques

Afin de simuler numériquement les écoulements diphasiques, Il existe actuellement deux principales familles de l'approche pour le calcul numérique des écoulements multiphasiques : Approches Eulérienne et Lagrangienne. Plusieurs approches sont développées dans les deux dernières décennies (Fluent, 2003). Les approches énumérées ci-dessous représentent « *l'approche d'Euler-Euler* » :

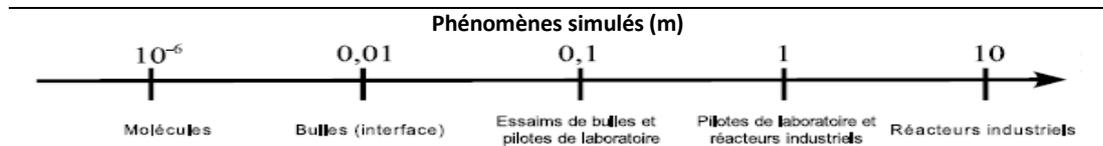
- Modèle à deux fluides ;
- Approche de Step-Function ;
- la méthode de volume de fluide (VOF) ;
- la méthode de Level Set ;
- la méthode de Second Gradient ;
- la méthode de Lattice Boltzmann ;
- la méthode de Front Tracking.

Dans les approches Eulérienne et Lagrangienne, les équations de Navier-Stokes doivent être résolues. Elles sont modifiées par rapport aux équations de Navier-Stokes monophasiques pour tenir compte de la fraction volumique occupée par la phase gazeuse et surtout des interactions entre les phases.

Dans l'approche Euler-Euler ou Eulérienne, la phase gazeuse est considérée comme une phase pseudo-continue où tous les fluides sont traités comme un continuum, et les équations de Navier-Stokes doivent donc être résolues pour la phase liquide et la phase gazeuse. Dans certains cas, quand il y a de petites « particules » distinctes sous la forme de

bulles (ou même particules solides), la prétendue « *approche – d'Euler Lagrange ou Lagrangienne* » est employée où il y a une phase continue primaire, et des phases discrètes secondaires. Donc les équations de Navier-Stokes sont résolues pour la phase liquide alors que chaque bulle est considérée individuellement par application du principe fondamental de la dynamique [2, 4].

Nous allons dans la suite expliciter plus en détails les équations résolues pour chaque phase et les différences majeures entre les deux approches. Les transferts de chaleur n'étant pas pris en compte dans cette étude, l'équation de conservation de l'énergie ne sera donc pas considérée.



	Approche Lattice Boltzmann	Approches locales : VOF, LS, MP, FT, PF	Approche Euler-Lagrange	Approche Euler-Lagrange	Modèle Global
AVANTAGES	- Capable de prédire des phénomènes à l'échelle moléculaire (changement de phase par exemple)	-Permet la détermination des interactions entre les bulles -Accessible dans les codes de calculs commerciaux	-Traite chaque bulle individuellement : le mouvement de chaque particule est connu -Prend en compte les interactions entre bulles aisément	-Moins couteuse en temps de calculs que l'approche Euler-Lagrange -Offre la possibilité de simuler des réacteurs de taille industrielle	-Rapide -Permet la détermination de la transition et de grandeurs globales (taux de vide globale par exemple)
	- Ne nécessitent pas d'hypothèse sur la forme des bulles, ni sur les forces d'interaction entre la phase gazeuse et la phase liquide		-Permet la considération d'une distribution de taille de bulles facilement		
INCOVENIENTS	-Instable numériquement si le gradient de densité a l'interface est trop important -Encore au stade de développement dans les laboratoires et non implantée dans les codes commerciaux	-LS : conservation de la matière non vérifiée -VOF : difficile à étendre au cas 3D et coalescence systématique de 2 bulles trop proches -FT : ajout ou retrait de particules traceurs en en cours de calculs si les interfaces sont trop déformées	-Couteuse en temps de calcul pour les forts taux de vide ou les géométries importantes	-La position de chaque ne peut pas être connue, seul le taux de vide dans chaque cellule de maillage est calculé -Rend difficile la prise en compte d'une distribution de tailles de bulles	-Non prédictif -Ne donne pas accès à l'hydrodynamique locale de l'écoulement
	-Couteuses en temps de calcul et simulation à l'échelle de l'essai de bulles encore délicate		- Nécessitent des termes de fermeture pour la modélisation des interactions entre la phase liquide et la phase continue et pour la modélisation de la turbulence		

Tab. III.1. Synthèse des approches numériques utilisées à l'heure actuelle pour la simulation et la modélisation des écoulements gaz/liquide. *Simonnet 2005* [4].

III. 3. La méthode de volume de fluide (VOF)

Une autre façon de représenter les interfaces est d'utiliser une fonction indicatrice de phase continue dans l'espace et qui contient toute l'information sur la présence d'une phase en un point donné de l'écoulement. Pour définir une telle fonction, on peut par exemple imaginer une fonction qui prend localement une valeur constante aux points où se trouve une phase donnée, cette valeur étant différente pour chaque phase. Pour un écoulement eau/air, cette fonction peut être définie comme valant 1 dans les cellules de calcul où il y a de l'air et 0 dans celles où il y a de l'eau. L'interface est alors définie comme le lieu des points où la fonction passe de 0 à 1 (Fig. III.2).

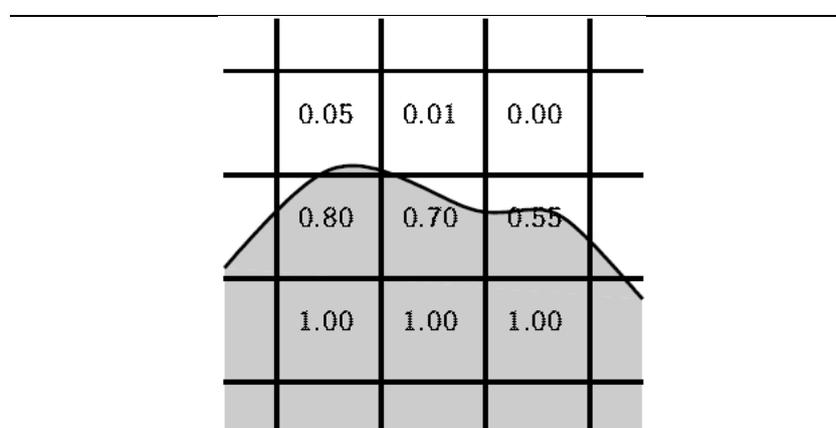


Fig. III.1. Représentation de deux phases. *Jamet 2008 [57]*.

De plus, cette fonction a une interprétation physique : moyennée sur un volume infinitésimal, c'est localement la fraction volumique de phase, appelée aussi *taux de présence de phase (Volume Of Fluid function)*; *Bonometti 2005 [2]*.

La méthode de VOF appartient au groupe des techniques eulériennes (model de suivi technique de surface appliqué à un maillage fixe), où les différentes phases sont traitées mathématiquement comme des continus interpénétrés. Le concept de la fraction volumique phasique est introduit.

L'idée directrice de cette méthode originalement introduite par *Hirt & Nichols 1981 [71]* est alors de transporter la fraction volumique locale de l'une des phases en résolvant son équation d'évolution (purement hyperbolique) puis de reconstruire la distribution spatiale des différentes propriétés physiques à l'aide de la seule connaissance des valeurs de cette

fraction volumique et de ses gradients. Le caractère continu de la fonction permet alors de simuler simplement les changements de topologie (rupture ou coalescence, transition d'un écoulement stratifié à un écoulement à phase dispersée). Donc dans le modèle VOF, un seul système d'équations de mouvement est partagé par les fluides et la fraction volumique de chacun des fluides dans chaque cellule de calcul est suivie dans tout le domaine.

Les techniques VOF ont subi un développement intense, en parallèle avec le développement rapide des méthodes de simulation d'écoulements avec interfaces, incluant des méthodes de frontières immergées (ou marqueurs) et des méthodes de ligne de niveau (ou Level set). L'amélioration des méthodes VOF est toujours une direction de recherche active. Les perspectives récentes concernent la mise en œuvre de méthode VOF de haute précision dans un cadre de maillage adaptatif. Les méthodes VOF sont populaires et elles ont été utilisées dans plusieurs codes commerciaux (dans *FLUENT*, trois différents modèles multiphasiques Euler-Euler sont disponibles: le modèle de mélange, le modèle eulérien, et le modèle de VOF) (*Bouarab 2011 [3]*). Cependant les très fortes variations de la fonction à la traversée de l'interface posent de sérieux problèmes numériques. Et cet avantage de conservation de masse et souvent accompagné par la création des bulles parasites car le calcul des quantités géométriques (la courbure et la normal à l'interface) sont obtenus via la dérivation d'une fonction discontinue (fraction volumique). Ainsi, un ordre élevé de précision est difficile à atteindre à cause de cette discontinuité, lorsque l'on souhaite décrire des structures d'interface dont l'épaisseur est de l'ordre de la maille de calcul. Le phénomène de courants parasites, qui peut empêcher la réalisation d'un calcul où les sauts sont trop « raides », ont l'inconvénient de ne pas diminuer lorsque l'on raffine le maillage. De plus, pour des simulations tridimensionnelles, le formalisme devient plus complexe et plus coûteux, car il est nécessaire d'effectuer une reconstruction de l'interface à partir du champ de fraction massique, [3]. En effet, les schémas supportent généralement mal les fonctions « raides ». Si le schéma est trop dispersif (c'est-à-dire s'il a tendance à déformer le contenu fréquentiel d'un signal), il peut apparaître des oscillations non physiques à l'endroit des forts gradients ou « chocs », déstabilisant le calcul et rendant les résultats inexploitable. A l'inverse si le schéma est trop dissipatif (c'est-à-dire s'il a tendance à déformer l'amplitude du signal), il n'y a pas d'oscillation mais les fronts initialement raides s'étalent exagérément et l'interface n'est plus décrite de façon précise (*Bonometti 2005 [2]*).

III.4. Equations de Base de VOF

La simulation numérique des écoulements diphasiques est un véritable défi à l'égard des multiples difficultés relatives à la modélisation physique autant qu'aux méthodes numériques. À l'échelle la plus locale, un écoulement diphasique est constitué de fluides monophasiques (le gaz et le liquide) séparés par des interfaces mobiles. Une des complexités de ces écoulements (avec ou sans changement de phase) provient justement de la présence de ces interfaces qui sont le siège d'échanges entre les phases et dont la position est une inconnue supplémentaire du problème (par rapport au cas monophasique).

Pour aboutir à une analyse CFD, les équations de la mécanique des fluides doivent être considérées. Dans la littérature de la CFD, l'ensemble des équations régissant le mouvement d'un fluide se réfère aux équations de Navier-Stokes moyennées, communément désignées par RANS (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes*). Les équations suivantes expriment la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie pour un écoulement multiphasique (Fluent, 2003) :

- ✓ Équation de la conservation de la masse pour une phase q :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) = \sum_{p=1}^n \dot{m}_{pq} \quad (\text{III.1})$$

On suppose pour le cas particulier des interfaces entre fluides non miscibles :

- température uniforme et constante
- absence de transfert de masse interfaciale

Par définition, on a :

$$\sum_{p=1}^n \dot{m}_{pq} = 0$$

Où α_q est la fraction volumétrique de la phase q , ρ est la densité, \vec{v}_q est le vecteur vitesse et \dot{m}_{pq} est la masse échangée entre les phases p et q .

- ✓ Équation de conservation de la quantité de mouvement pour une phase q :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q \vec{v}_q) = -\alpha_q \nabla p + \nabla \cdot \bar{\tau}_q + \alpha_q \rho_q \vec{g}_q + \sum_{p=1}^n (\overrightarrow{R_{pq}} + \dot{m}_{pq} \vec{v}_{pq}) + \alpha_q \rho_q (\vec{F}_q + \vec{F}_{lift,q} + \vec{F}_{vm,q}) \quad (III.2)$$

Où τ est le tenseur de Reynolds, $\overrightarrow{R_{pq}}$ est la force de glissement interfaciale, \vec{F}_q est la force de diffusion turbulente, $\vec{F}_{lift,q}$ est la force de portance, p est la pression et \vec{g}_q est le vecteur de l'accélération de la pesanteur.

Les équations qui seront résolues par le modèle VOF sont comme suivent :

Le cheminement de l'interface(s) entre les phases est accompli par la solution d'une équation de continuité pour la fraction de volume d'une (ou plus) des phases. Pour une phase q , cette équation a la forme suivante :

L'équation de fraction de volume pour la phase de q ème :

$$\frac{1}{\rho_q} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \nabla \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{v}_q) \right] = S_{\alpha q} \quad (III.3)$$

Une seule équation de mouvement est résolue pour le domaine entier, et le champ de vitesse résultant est partagé entre les phases :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\mu \cdot (\nabla \vec{v} + \vec{v}^T)] + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (III.4)$$

La densité ρ et la viscosité dynamique μ dans cette équation dépendent de la fraction volumique de toutes les phases :

$$\rho = \sum \alpha_q \rho_q \quad (III.5)$$

$$\mu = \sum \alpha_q \mu_q \quad (III.6)$$

III.5. Description du Problème

Considérons la simulation du mouvement de la montée d'une bulle d'air unique dans une colonne d'eau initialement au repos sur un maillage bidimensionnelle. La configuration de départ est donnée par la figure III.3. Le domaine de simulation est rectangle de longueur de $y = 100 x$ et de largeur de $4 x$; la bulle est initialement circulaire à la symétrie, et de distance x de la base de la colonne.

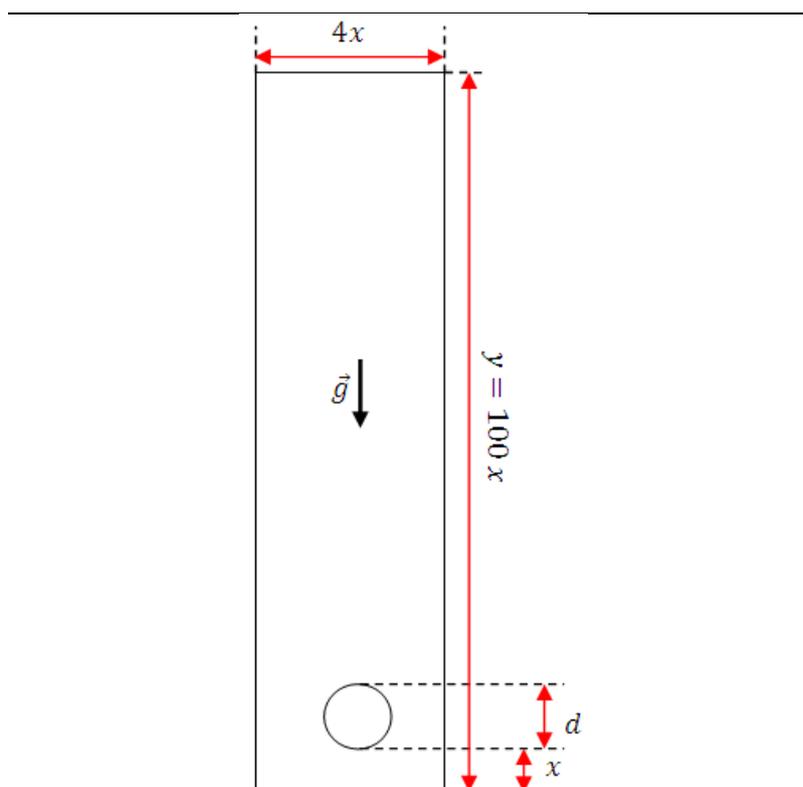


Fig. III.3. Représentation schématique de la configuration initiale de l'écoulement.

La bulle a une vitesse initiale nulle dans le champ de pesanteur ($g = 9,81 \text{ms}^{-2}$) et l'on donne les rapports de densité et de viscosité ρ_l/ρ_g et μ_l/μ_g à. Dans ces conditions on peut considérer que la masse volumique ρ_g et la viscosité μ_g du gaz contenu dans la bulle ont des effets négligeables devant ceux du liquide environnant. Ce problème peut donc être décrit par les paramètres adimensionnels calculés de la façon suivante:

$$M_0 = \frac{g \mu_l^4}{\rho_l \sigma^3} ; Eo = \frac{\rho_l g d^2}{\sigma} ; Re = \frac{\rho_l U d}{\mu_l}.$$

Où d est le diamètre équivalent de la bulle, ρ_l la masse volumique du liquide, μ_l la viscosité dynamique de liquide, g la gravité, σ la tension de surface et U la vitesse de la bulle.

Chapitre IV

Méthodologie de simulation

“When you measure what are speaking about, and express it in numbers, you know something about it; but when you cannot measure it, when you cannot express it in numbers, your knowledge is of a meager and unsatisfactory kind: it may be the beginning of knowledge, but you have scarcely, in your thoughts, advanced to the stage of science. ”

William Thomson, Lord Kelvin 1824 -1907

IV.1. Introduction

La discrétisation des équations présentées dans le chapitre précédent traduisant l'écoulement sont des équations différentielles aux dérivées partielles non linéaires, est l'objectif principale est de transformer ces équations en un système d'équations algébriques. Plusieurs méthodes de discrétisation spatiale efficaces pour la résolution de systèmes d'équations différentielles non linéaires sont utilisées actuellement telles que : la méthode des volumes finis (utilisée par Fluent), des différences finis et des éléments finis. Les méthodes de volumes finis et des différences finis sont des techniques très puissantes pour obtenir des solutions à des équations différentielles aux dérivées partielles qui gouvernent des problèmes des écoulements de fluide. Cependant, afin d'employer ces méthodes, il est nécessaire de remplacer le domaine spatial du problème par un nombre fini de points discrets ou de volumes élémentaires (cellules) connus sous le nom de *points de maillage*.

IV.2. Discrétisation et schémas numérique des équations VOF

Dans la méthode VOF l'interface est représentée par la fraction volumique d'une phase dans chaque cellule Eulérienne (voir Fig. III.1). Cette fraction volumique est appelée fonction couleur C qui est advectée par un schéma conservatif (Jamet [57]) :

$$\frac{c_{ij}^{n+1} - c_{ij}^n}{\Delta t} = j_{i,j-1/2} - j_{i,j+1/2} + j_{i-1/2,j} - j_{i+1/2,j} \quad (\text{III.7})$$

Les flux j représentent les échanges entre les cellules voisines

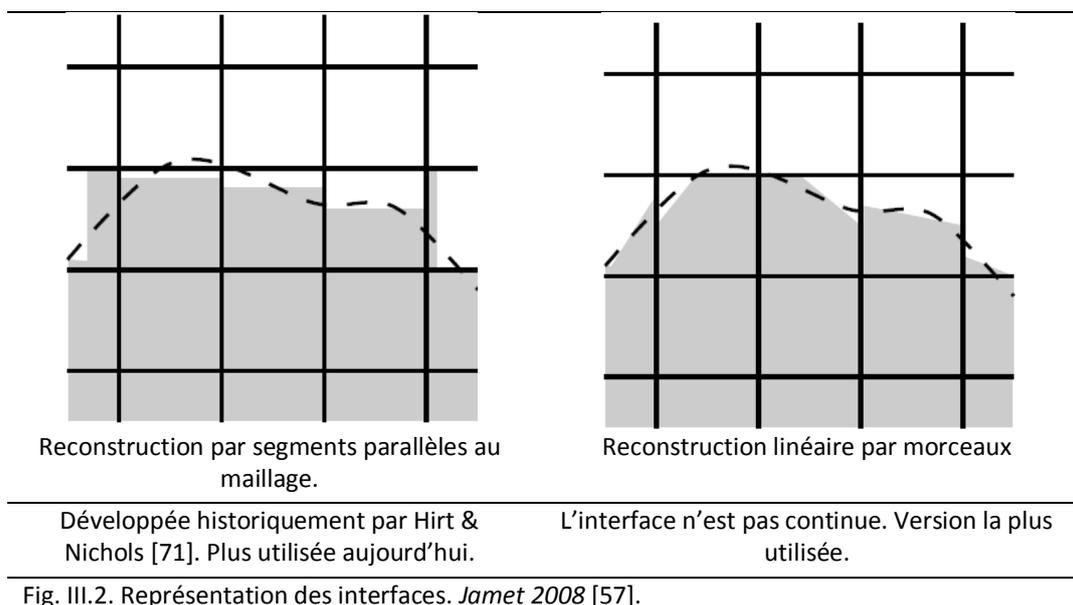


Fig. III.2. Représentation des interfaces. *Jamet 2008 [57]*.

L'algorithme VOF est divisé en deux parties (*Bonometti 2005 [2]*): une étape de *reconstruction* de l'interface et une autre de *propagation*. Dès la reconstruction de l'interface, le mouvement de cette dernière est modélisé par un algorithme d'advection approprié. La reconstruction explicite permet aux flux d'être mieux estimés et qui donne une masse exacte avec une interface non diffuse. L'algorithme de la méthode VOF se résume en une :

- ✓ détermination d'une fonction « couleur » α définie tel que :
 - $\alpha = 1$ on a seulement la présence de la phase 1,
 - $\alpha = 0$ on a seulement la présence de la phase 2,
 - $0 < \alpha < 1$ on a la présence de l'interface.
- ✓ résolution de l'équation de transport. La fraction α est gouvernée par l'équation d'advection suivante :

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\mu \alpha) = 0 \quad (\text{IV. 1})$$

La première partie de l'algorithme, c'est-à-dire la position de l'interface consiste en un outil permettant le calcul exact de l'évolution de la fonction α . Plusieurs approches ont été utilisées. Le point critique dans cette étape est la discrétisation du terme convectif de l'équation (III.8). Le problème vient du fait que l'interface est représentée par une discontinuité dans les valeurs de la fraction volumique α . En effet, si des schémas classiques d'ordre élevé sont utilisés, des oscillations non physiques apparaîtront près de l'interface et si des schémas d'ordre inférieur sont utilisés, la diffusion numérique sera introduite. Le raffinement de la grille et l'utilisation des schémas numériques de haute résolution sont donc des paramètres importants pour une résolution exacte de l'interface.

- ✓ utilisation de la dépendance linéaire de la fonction α pour le calcul de la densité et de la viscosité.

Près de l'interface, *FLUENT 6.3* utilise l'un des quatre schémas suivants: le programme de reconstruction géométrique (schéma linéaire par morceaux), schéma « donneur-accepteur », schéma d'Euler explicite, et schéma implicite. Le modèle VOF peut également inclure les effets de tension superficielle à l'interface entre chaque paire de phases (le modèle Continuum - surface Force : CSF) et les angles de contact entre les phases et les murs

peuvent être également précisés. Dans la pratique, les stratégies de résolutions les plus connues dans l'utilisation de la méthode VOF englobent [2]:

- Pour les formulations explicites :
 - L'utilisation de la reconstruction géométrique ou le schéma donateur – accepteur ;
 - L'utilisation de l'algorithme PISO avec des facteurs de sous relaxation jusqu'à 1.0 ;
 - Réduction du pas de temps si le problème de convergence survient ;
 - Résolution de la méthode VOF une fois par pas du temps.
- Pour les formulations implicites :
 - On utilise souvent le schéma de différence *Quick* ou de second ordre pour l'équation VOF ;
 - On peut augmenter la sous relaxation VOF jusqu'à la valeur 0.5.

Durant la reconstruction de l'interface, un compromis entre la précision de la position de l'interface et les coûts de calcul devra être maintenu.

IV.3. Choix des paramètres de solution numérique

Évidemment, l'exactitude et la fiabilité des résultats numériques sont dépendantes pas seulement du choix d'un maillage adapté et les dimensions décrivant le domaine d'écoulement, mais aussi au bon choix des paramètres numériques et son adaptation pour le code Fluent

Afin de définir un problème avec une solution unique, nous devons fournir des informations sur les variables aux frontières du domaine, puisque des mauvaises conditions aux limites ont un impact sur les résultats.

Le code commercial de CFD *Fluent* (version 6.3) a été utilisé pour réaliser ces simulations. Il offre une série de condition aux limites tel que : « *velocity inlet, pressure inlet, mass flow inlet, inlet vent, wall (stationary and moving), pressure outlet, pressure far field, outflow, interface, outlet vent, symmetry, axis, etc.* ». Les conditions aux limites produites pour le problème entrepris (Fig. III.4) sont comme suit :

- Condition a l'entrée et les parois latéraux de la colonne: Parois solides stationnaire non glissante « *stationary wall* » ;

- Condition à la sortie : pression de sortie « *pressure outlet* », spécifie un niveau statique de pression. Interprété comme la pression statique de l'environnement extérieur.

Après la spécification des conditions aux limites, le contrôle de la solution ainsi que l'initialisation doivent être spécifiés avant de démarrer le processus itératif. Les équations de Navier Stokes sont résolues et l'interaction entre les phases liquide et gazeuse est prise en compte à l'aide du modèle de volume fractionnel de fluide (VOF). Rappelons que ce modèle ne résout qu'un seul jeu d'équations de conservation pour l'ensemble des fluides (immiscibles) en présence, et calcule la fraction de volume de chaque fluide dans chacune des cellules du maillage. La position de la surface libre est déterminée grâce à un schéma de type géo-reconstructif, basé sur l'hypothèse que la surface libre est linéaire au sein d'une cellule. Il est possible d'utiliser les outils de remaillage automatique disponibles dans Fluent pour prendre en compte le déplacement de la structure impactant. Toutefois, cette approche conduit à des erreurs non négligeables lorsqu'elle est utilisée conjointement avec un modèle multiphasique, du fait du changement de volume des mailles au niveau des interfaces entre les fluides.

Le contrôle de la solution consiste en la précision du schéma de couplage pression-vitesse, les schémas de discrétisations des différentes variables et les facteurs de sous-relaxation. Dans le présent cas, afin de minimiser le temps de calcul l'algorithme *SIMPLE* a été adopté pour le couplage pression-vitesse qui est un algorithme adapté et robuste pour notre cas comme. Le schéma de reconstruction de l'interface *Geo-Reconstruct* est utilisé. Ce schéma est le plus précis, il fait une interpolation linéaire en utilisant les fractions volumiques des mailles voisines de l'interface. Des schémas du *premier ordre* ont été spécifiés pour la discrétisation de tous les autres paramètres et les facteurs de *sous-relaxation* par défaut ont été utilisés sans changement.

Une simulation instationnaire a été choisie pour obtenir une solution convergente. Le pas de temps pour une telle simulation d'écoulement multiphasique était en général de $1e - 05$. Les coordonnées sont placées comme montré sur la Fig. III.4, avec l'accélération de la pesanteur ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$) sur l'axe y négatif.

IV.4. Génération de maillage

La procédure de remplacer un domaine spatial par un système des points de maillage est référé comme une procédure de génération de maillage. La génération de maillage est également une partie très importante dans les solutions des problèmes d'écoulement parce que le système de point de maillage utilisé détermine l'exactitude, l'efficacité et la facilité avec lesquelles ces méthodes produisent des solutions.

Les systèmes de maillage employé pour générer des mailles sont des systèmes structurés et non structurés. Les méthodes de volumes finis (MVF) utilisent habituellement un système de maillage structuré. Quand un maillage structuré est employée avec MVF pour des problèmes des écoulements des fluides, les systèmes de maillage devraient satisfaire un certain nombre de conditions synthétisé par *Shih et al. 1991* [73] :

- Le nombre total de points de maillage devrait être gardé au minimum requis pour que la méthode de résolution choisie rapporte des solutions à l'exactitude désirée. L'efficacité numérique peut être réalisée en groupant les points de maillage dans les régions où ils sont nécessaires (c.-à-d. où les gradients de l'écoulement sont importants) et les écartant ailleurs.
- L'ensemble des lignes de maillage devrait toujours coïncider avec la frontière du domaine spatial (c.-à-d., le maillage devrait être un corps adaptée «body-fitted»).
- Les lignes de maillage qui s'entrecroisent une frontière devraient être perpendiculaire suivant les conditions au limite de type Neumann (c.-à-d., dérivatif) pour que cette dernières peuvent être implémentées plus facilement et d'une façon plus exacte. À l'intérieur du domaine spatial l'angle d'intersection entre les lignes de maillage doit être forcément quasi orthogonal (c.-à-d., entre 45° à 135°).
- L'espace entre les points de maillage devrait se changer délicatement d'une région où les points de maillage sont concentrés à une région où ils sont faiblement distribués, particulièrement dans les régions de grands gradients de variables d'écoulement.
- L'ensemble de lignes de maillage devrait être aligné avec le sens global moyenné de l'écoulement. Ce point est particulièrement important pour les écoulements dominés par

convection quand les allongements de volume de contrôle (*aspect ratios*) pour chaque point de maillage sont très hauts.

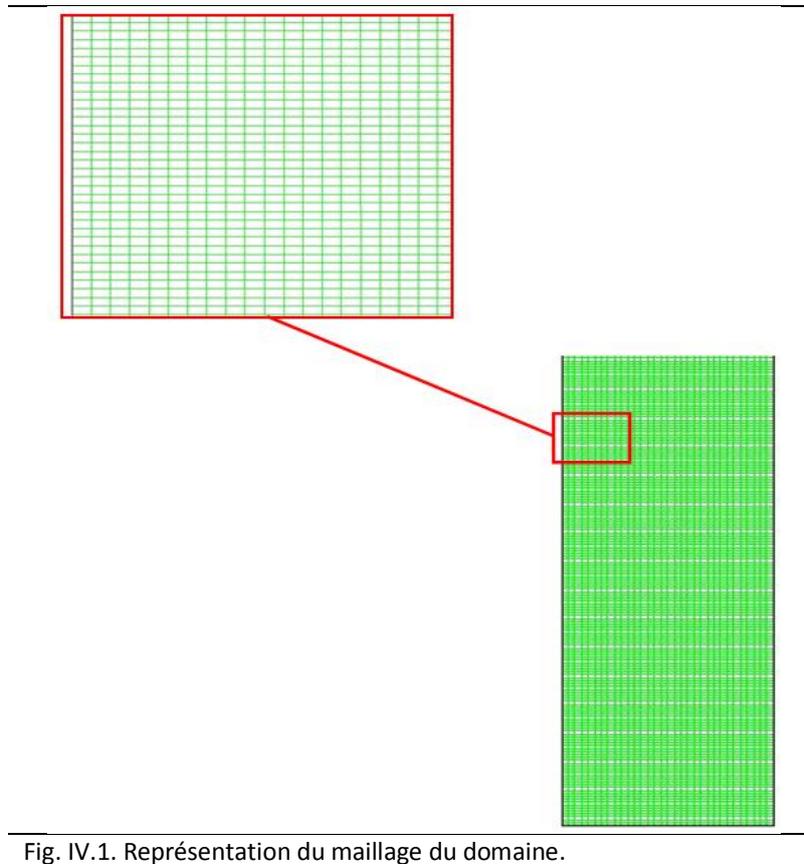


Fig. IV.1. Représentation du maillage du domaine.

Dans la présente étude, la géométrie et le maillage sont générés en utilisant le générateur de géométrie *Gambit* (version 2.3), le module de pré-processing *Fluent* (version 6.3). De façon générale, la géométrie se compose d'une seule zone de maillage (Fig. IV.1) contient des éléments quadrilatères structurés, avec des distributions de maillage uniformes. Cette structure de maillage complètement continue est utilisée car elle est le système le plus facile pour MVF où les conditions aux limites peuvent être implémentées plus commodément aux interfaces des différents types de maillage.

IV.5. Influence de géométrie et de diamètre de bulle

Le nombre de cellules assignées pour le diamètre de bulle d est l'une des questions fondamentales. *Tomiyama 1998* [26] a assigné au moins 14 cellules au diamètre d'une bulle pour obtenir les résultats raisonnables, *Unverdi & le Tryggvason 1992* [27] a employé 16 cellules, le même nombre est employé par *Sabisch et al. 2001* [28].

d (mm)	4	5	6	7	8
Maillage	1600×32	-	-	-	-
Taille de maille	$0,0625x \times 0,125x$	-	-	-	-
cellules	51200	-	-	-	-
Faces	104032	-	-	-	-
Nœuds	52833	-	-	-	-
Cellules en bulle	16	28	36	56	64

Tab. IV.1. Détails de maillage pour les différents diamètres de bulles.

D'autres améliorations de maillage prouvent que *16 cellules* par diamètre sont suffisantes pour obtenir des résultats physiquement raisonnables pour la vitesse terminale d'ascension pour une distance à la paroi de quatre (*4*) diamètres de bulle. La distance à la paroi de huit (*8*) diamètres de bulle augmente la vitesse terminale de la bulle jusqu'à 2% seulement (*Mario et al. 2002 [25]*). Par conséquent on choisie ici un domaine subdivisé en 1600×32 cellules dans, respectivement, les directions radiale et axiale; par conséquence la taille de la maille est donc de $0,0625x \times 0,125x$ respectivement. Le Tab. IV.1.montre les détails de maillage pour les différents diamètres de bulles :

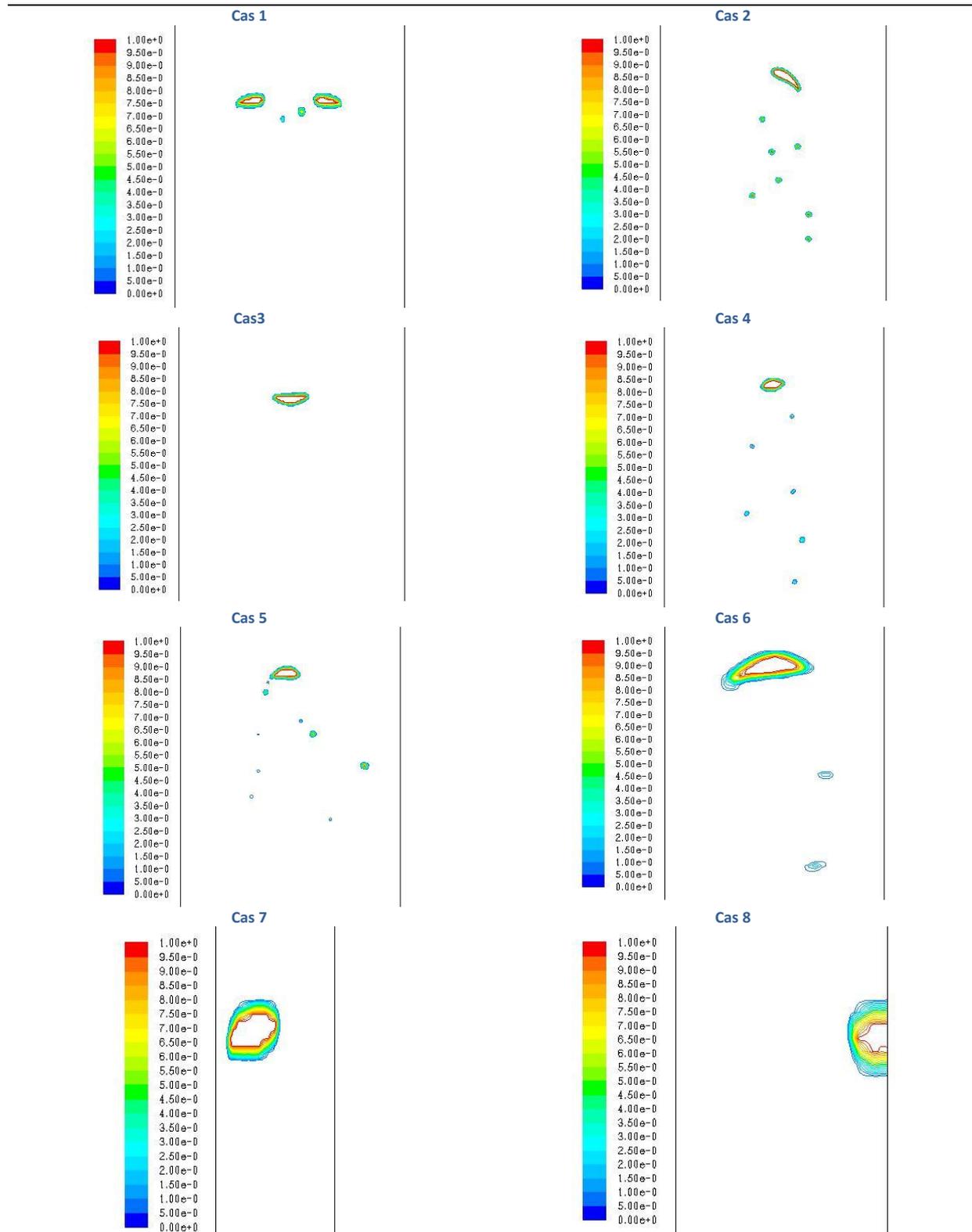


Fig. IV. 3. Formes de bulles pour les différents cas présentés dans le Tab. IV.1.

IV.6. Analyse de géométrie et de maillage

L'analyse de géométrie et de maillage pour le présent travail a été effectuée par la réalisation d'une série de simulations à différents maillages et dimensions par rapport à la taille de la colonne et les diamètres des bulles (Voir Tab.VI.2). Néanmoins, il faut confesser que cette analyse manque d'exhaustivité et de précision. Cela est dû au temps de calcul très important (quelques calculs durent plus de deux mois), en outre, la nature du maillage et de géométrie employée ici (colonne rectangulaire bidimensionnelle avec une grille quadratique structurée et uniforme) justifie la satisfaction des résultats obtenus.

Cas	Itération	Nr de Cellules	Largeur de colonne (<i>m</i>)	Diameter (<i>m</i>)	Position (<i>m</i>)	Vitesse (<i>m/s</i>)	Nr de <i>Re</i>	Nr de <i>Bo</i>
1	96000	300000	0.1	0.01	0.13	0.234	2329	13.6
2	300000	400000	0.1	0.01	0.62	0.3	2985	
3	91000	256000	0.1	0.008	0.165	0.229667	1828	8.7
4	269500	256000	0.1	0.008	0.5	0.25	1990	
5	145000	256000	0.1	0.008	0.27	0.288096	2294	
6	620000	51200	0.04	0.008	0.965	0.262717	2092	
7	99000	128000	0.01	0.004	0.765	0.22	875	2.17
8	300000	128000	0.01	0.002	0.32	0.186	370	0.54

Tab. IV.2. Huit différents calcul avec le nombre de *Re* et de *Bo* pour $\text{Log } M = -10.57$.

Le tableau VI.2 montre les détails sur les différents maillages, tailles de domaine et diamètres de bulle ainsi que les effigies de forme de bulle extraites (Fig. VI.3). On a comparé ses résultats avec la synthèse de *Clift, Grace & Weber 1978* [24] (Fig. VI.2). *Clift et al* ont dressé une carte expérimentale des formes de bulles dans un diagramme dont les axes sont respectivement le nombre de Bond et le nombre de Reynolds, les iso-valeurs du nombre de Morton étant repérées. Ce diagramme est très utilisé notamment dans le domaine du génie des procédés.

Par conséquent, on pense que le domaine de la taille (*Largeur* = $4x$ et *Longueur* = $100x$) est proportionné pour résoudre les champs d'écoulement afin d'obtenir des résultats précis et la taille de maillage 1600×32 cellules semblent être suffisamment raffinée pour obtenir des résultats indépendantes des effets de maillage.

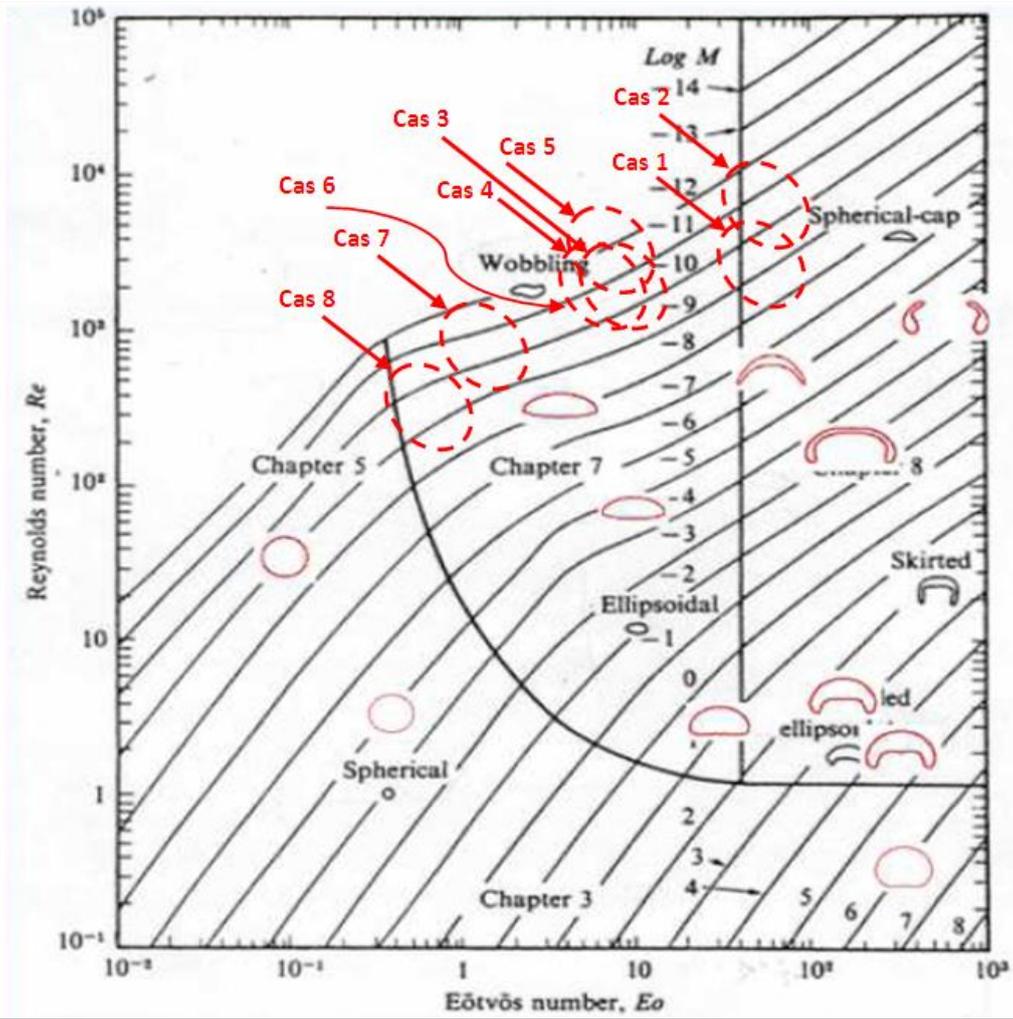


Fig. IV.2. Les formes des bulles des suivant la synthèse de Clift et al 1978 [24].

Chapitre V

Résultats et discussion

"Truth is much too complicated to allow anything but approximations."

John Von Neumann 1903–1957.

V.1. Introduction

Dans le présent travail on a étudié numériquement la vitesse terminale des bulles s'étendant de 2 millimètre à 1 centimètres de diamètre ($Re = 370 - 5125$).

Le comportement dynamique le plus significatif des bulles d'air dans une colonne d'eau est la vitesse d'ascension, la trajectoire et le coefficient de traîné. La vitesse terminale d'une bulle simple en mouvement d'ascension dans un liquide dépend du volume de la bulle et des propriétés physiques de la bulle et du liquide. Par conséquent les principaux résultats de la simulation relatifs à cette étude concernent la vitesse terminale d'ascension et la trajectoire ainsi la forme de bulle seront présentés et discutés dans cette section.

Il a été prouvé particulièrement difficile de simuler une bulle d'air dans l'eau du diamètre de 1mm avec des modèles de VOF, cela due aux courants parasites ou aux pertes de volume inacceptables provoqués par le traitement de tension superficielle (*Scardovelli et Zaleski 1999* [39]). En outre, il peut être vu que les résultats du modèle VOF correspondent bien avec les données expérimentales pour des bulles de plus de 3mm . Cependant, des écarts importants peuvent être discernés pour les petites bulles ($3\text{mm}, 4\text{mm}$), en raison de la sous-estimation des forces de tension superficielle dans un modèle 2D.

V.2. Vitesse terminale

Après sa formation, une bulle accélère rapidement à sa vitesse terminale qui se nomme comme une vitesse atteinte aux conditions équilibrées (*steady state conditions*) où toutes les forces appliquées sont équilibrées (Voir section I.2.1). Tout d'abord, l'évolution de la vitesse terminale simulée des bulles des diamètres ($4 \sim 8\text{mm}$) est présentée sur les figures (V.1, V.2, V.3, V.4 et V.5):

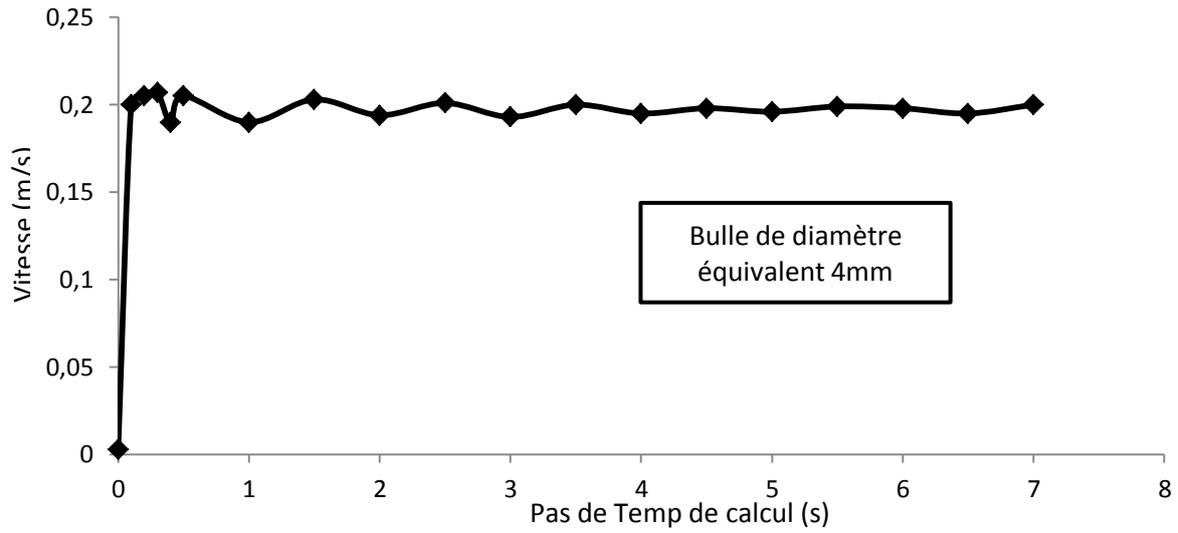


Fig. V.1. Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle de 4mm de diamètre équivalent.

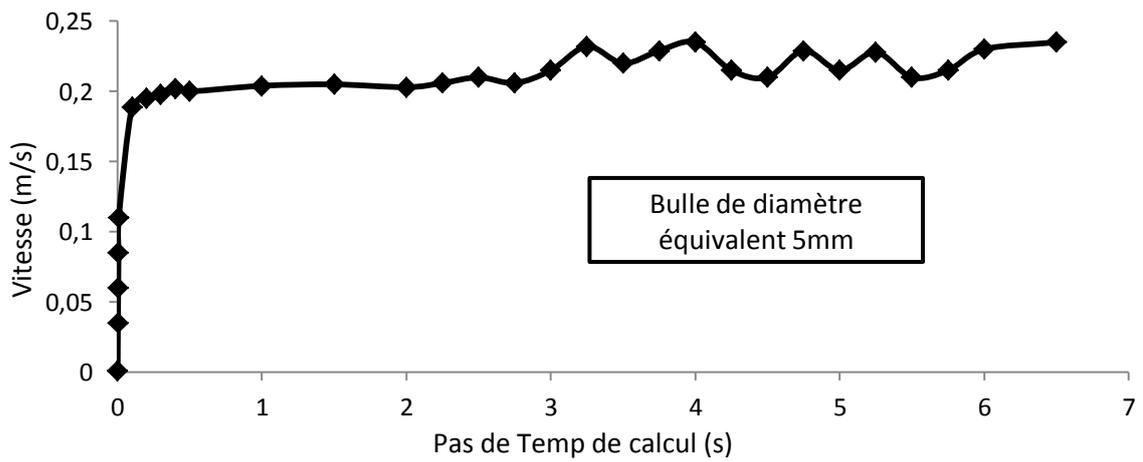


Fig. V.2. Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle de 5mm de diamètre équivalent.

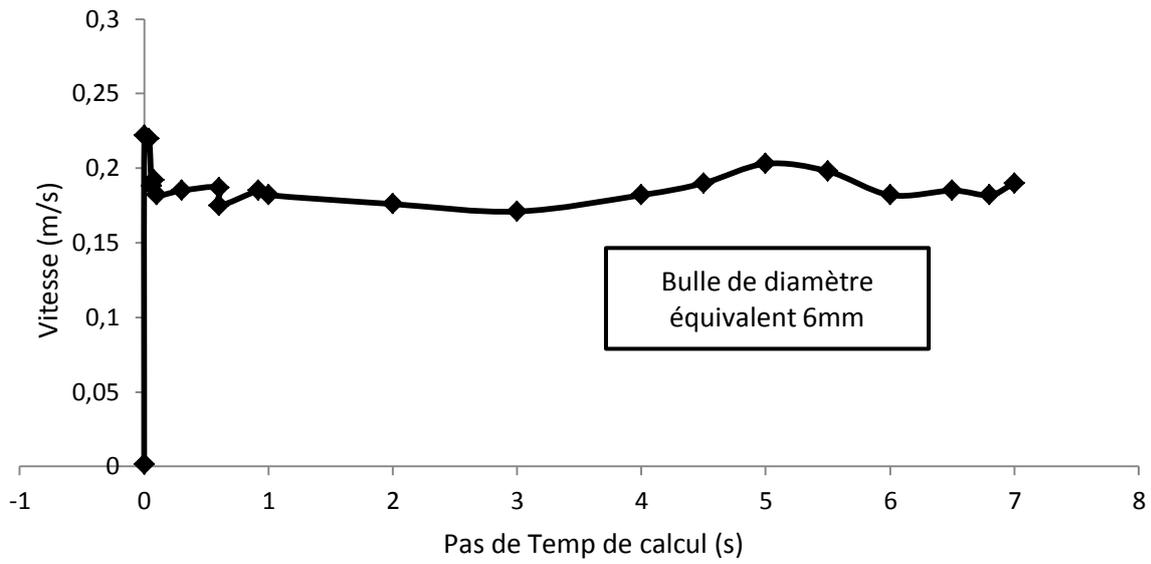


Fig. V.3. Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle de 6mm de diamètre équivalent.

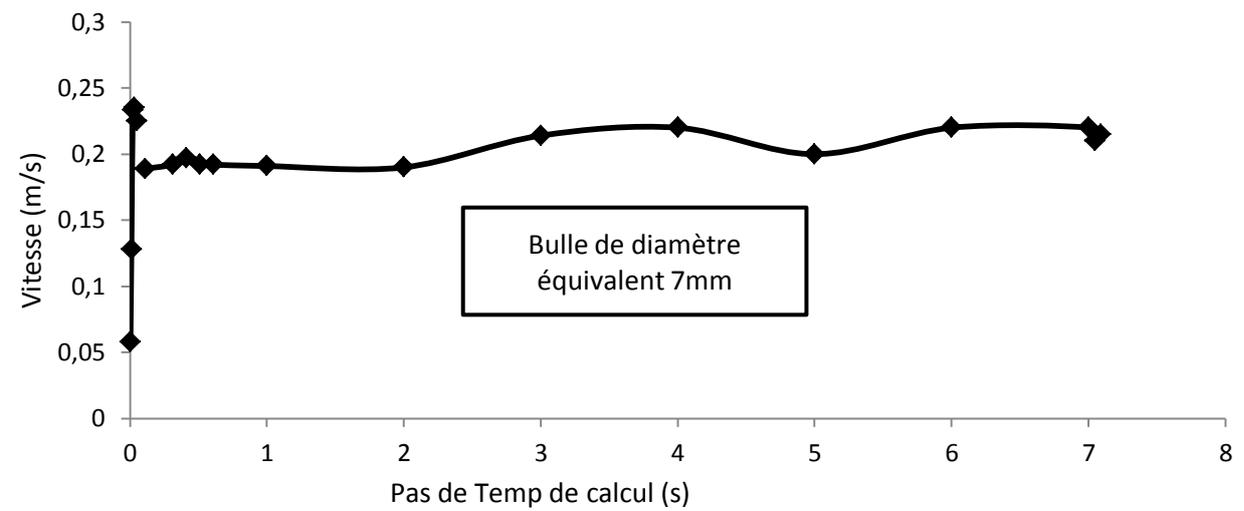


Fig. V.4. Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle de 7mm de diamètre équivalent.

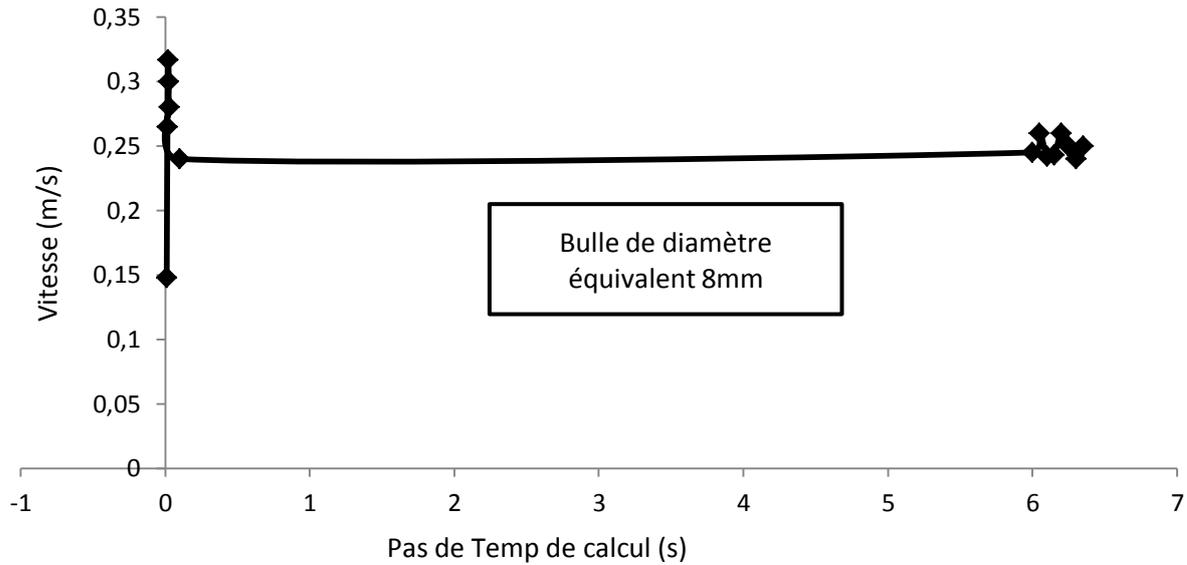


Fig. V.5. Evolution de la vitesse d'ascension de la bulle de 8mm de diamètre équivalent.

Ces figures montrent clairement que la vitesse d'ascension de bulles d'air plus grand que 4mm de diamètre commence à osciller de manière significative (Voir annexe). L'accélération initiale des bulles cependant est identique. Les vitesses d'ascension terminales moyennes de mouvement des bulles simulé dans ce travail est résumé dans le tableau suivant :

Cas	Diameter equivalent (m)	Position (m)	Vitesse terminale (m/s)	Vitesse terminale (m/min)	Nr de Re	Nr de Bo
A	0.008	0.97	0,247	14.82	1967	8.7
B	0.007	0.98	0,21	12.6	1463	6.66
C	0.006	0.99	0,19	11.4	1135	4.9
D	0.005	0.98	0,216	12.96	1075	3.4
E	0.004	0.99	0,2	12	796	2.18

Tab. V.1. Vitesse terminale en fonction des différents diamètres équivalents.

Les vitesses d'ascension terminales calculées ont été comparées avec les données obtenue expérimentalement par *Jamial ahmadi et al.* 1994 [66]:

$$V_{\infty} = \frac{V_{b1}V_{b2}}{\sqrt{V_{b1}^2 + V_{b2}^2}} \quad (II.9)$$

Avec
$$V_{b1} = \frac{1}{18} \frac{\Delta\rho}{\mu_l} g d_b^2 \frac{3\mu_l + 3\mu_g}{3\mu_g + 2\mu_l} \quad \text{et} \quad V_{b2} = \sqrt{\frac{2\sigma}{d_b(\rho_l + \rho_g)} + \frac{g d_b}{2}}$$

Et comparée aussi avec les résultats de la corrélation rapportée par *Simonnet 2005* [4] :

pour $d_b < 7,2 \text{ mm}$:

$$V_\infty = 1.91\rho_l^{-1/2}\sigma^{1/2}d_b^{-1/2} \quad (\text{II.6})$$

pour $d_b > 7,2 \text{ mm}$:

$$V_\infty = 0.715g^{1/2}d_b^{1/2} \quad (\text{II.8})$$

Tous les résultats précédents concernant la vitesse d'ascension terminale d'une bulle unique sont regroupés dans le Tab. IV.2.

Diamètre de Bulle (mm)	Le présent Travail	Travaux de Jamialahmadi et al. 1994 [66]	Corrélation de Simonnet 2005 [4]
4	0,2	0,236	0,25 (Equation II.6)
5	0,216	0,23	0,229 (Equation II.6)
6	0,19	0,231	0,209 (Equation II.6)
7	0,21	0,235	0,194 (Equation II.6)
8	0,247	0,241	0,2 (Equation II.8)

Tab. V.2. Comparaison des différents résultats de vitesse terminale (m/s) en fonction des différents diamètres équivalents.

Les données de la comparaison du tableau V.2 sont traduites en Fig. V.6. Les équations (II.2), (II.4), (II.6) et (II.8) et la corrélation rapportée par *Simonnet 2005* [4] sont représentées en fonction du diamètre des bulles, ainsi que les résultats de la simulation actuelle :

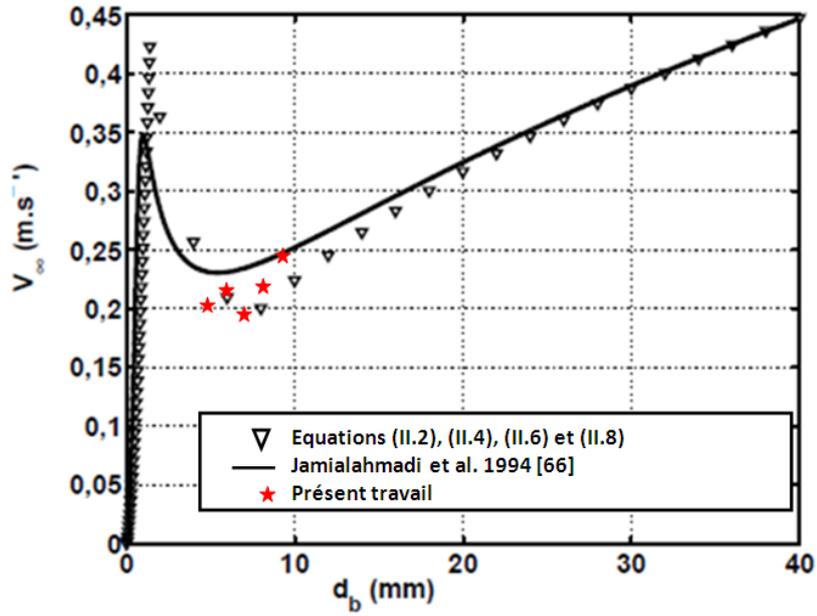


Fig. V.6. Vitesse terminale ascensionnelle d'une bulle d'une unique en fonction de son diamètre.

Ensuite, pour soutenir nos constatations sur les résultats précédents, les vitesses d'ascension moyenne calculées ont été comparées avec les données expérimentales rapportées par *Tomiyama 1998 [26]*, *Grace et al. 1976 [61]*, *Clift et al. [24]* (Voir Fig. V.7, V.8 et V.9) et les résultats numériques rapporté par *Dijkhuizen et al. 2005 [58]* (Voir Fig. V.9).

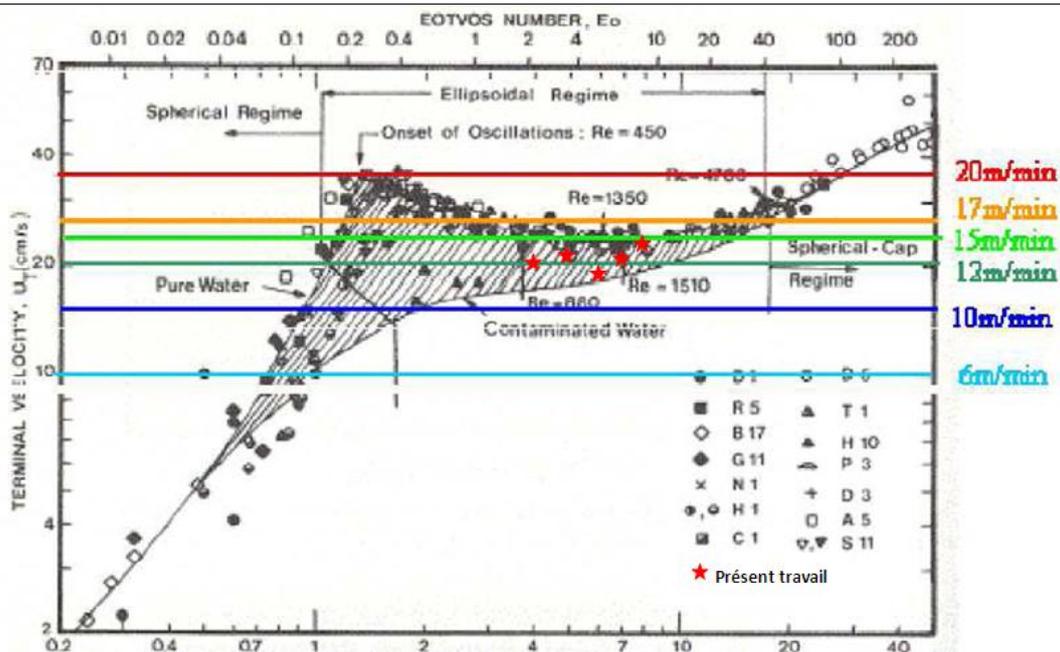


Fig. V. 7: Vitesse d'ascension terminal de bulles d'air dans l'eau à 20 ° C ; Mario et al. 2002 [25] de Clift et al. [1].

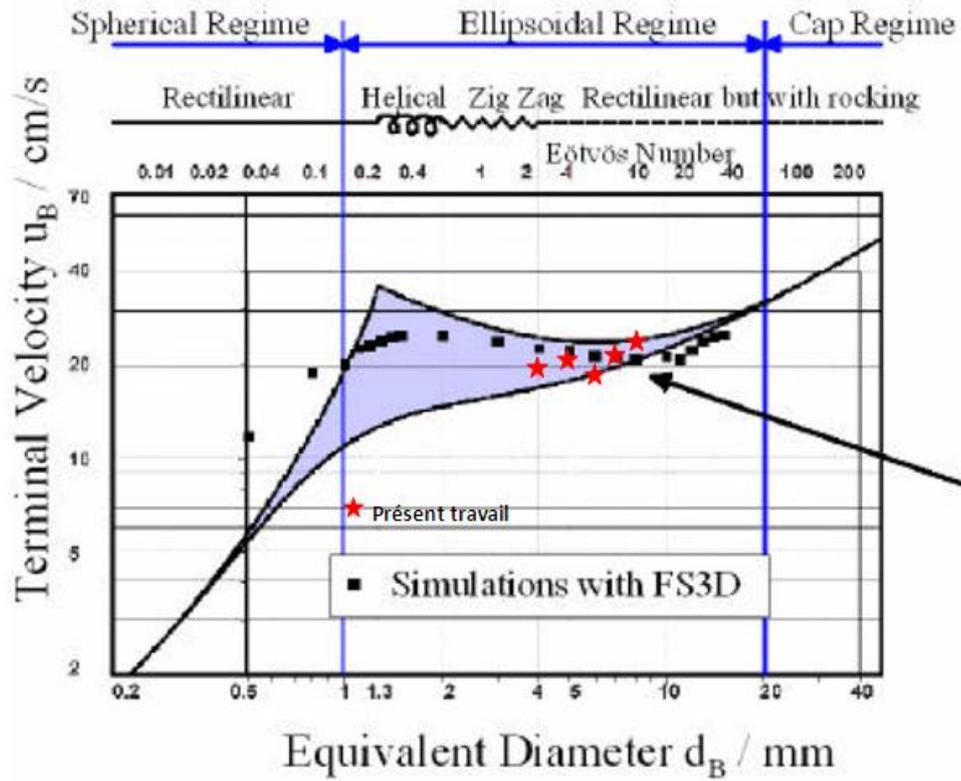


Fig. V. 8: Vitesses terminales d'ascension des bulles d'air expérimentales en fonction du diamètre de bulle dans le diagramme de Clift *et al.* [1].

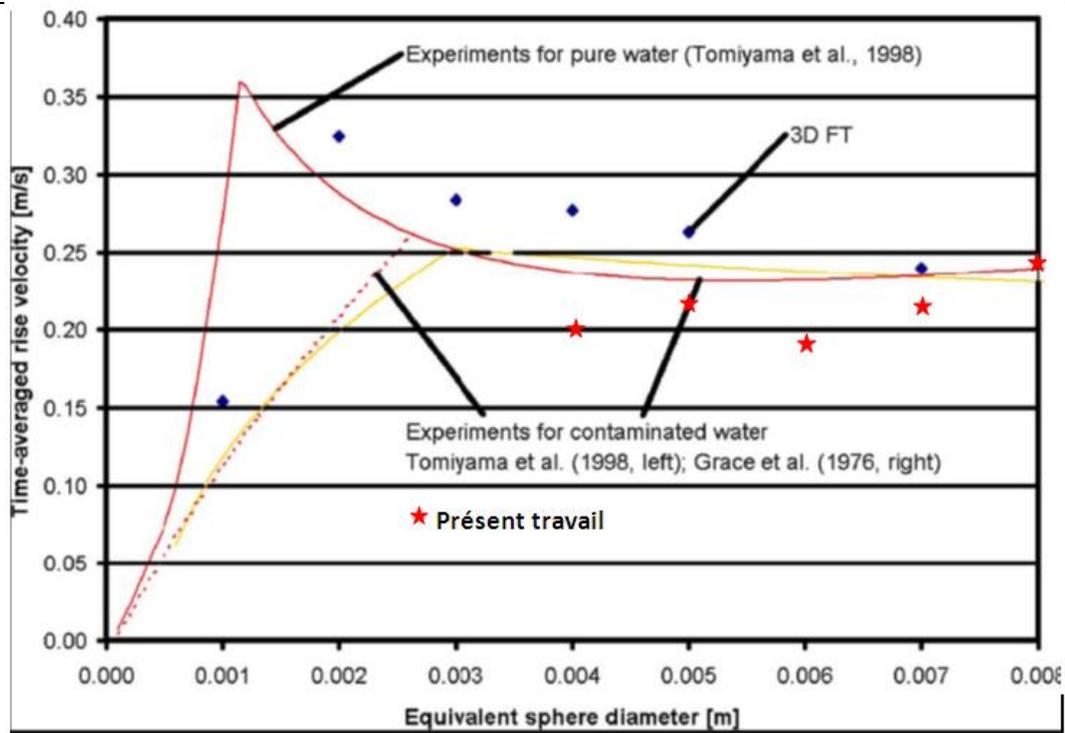


Fig. V. 9. Comparaison de vitesse d'ascension moyenne calculées de bulles d'air dans l'eau en utilisant les modèles de suivi de front 2D et VOF 3D (Dijkhuizen *et al.* 2005 [58]) avec les données expérimentales (Tomiya *et al.*, 2002 [26]; Grace *et al.*, 1976 [61]).

Il faut noter qu'il existe une dispersion dans les vitesses d'ascension des bulles déterminées dans ce travail et les résultats de la littérature. La différence entre les résultats actuels et les données numériques de la littérature est due, peut être, à la différence entre les approches numériques utilisées pour le présent travail (méthode VOF) et pour les travaux des autres auteurs (méthode FT, FS3D ; Voir section III.2); en plus la différence entre la configuration bidimensionnelle 2D utilisée ici et la configuration tridimensionnelle 3D utilisée dans les autres travaux.

Les différences entre les vitesses d'ascension des bulles déterminées numériquement dans le présent travail et les vitesses déterminées expérimentalement dans la littérature sont dues à la différence entre l'eau pure définie dans le calcul numérique et l'eau contaminée utilisée dans les expériences. Ces différences dans l'eau pure et l'eau contaminée ont été attribuées à la présence d'agents tensioactifs, en abaissant les forces de tension superficielle (*Clift et al. 1978* [24]). Toutefois, *Wu & Gharib 2002* [62] et *Tomiyama et al. 2002* [37] ont indépendamment signalé une deuxième cause possible : différences dans la forme initiale de la bulle, où une déformation initiale élevée a comme conséquence une vitesse terminale élevée.

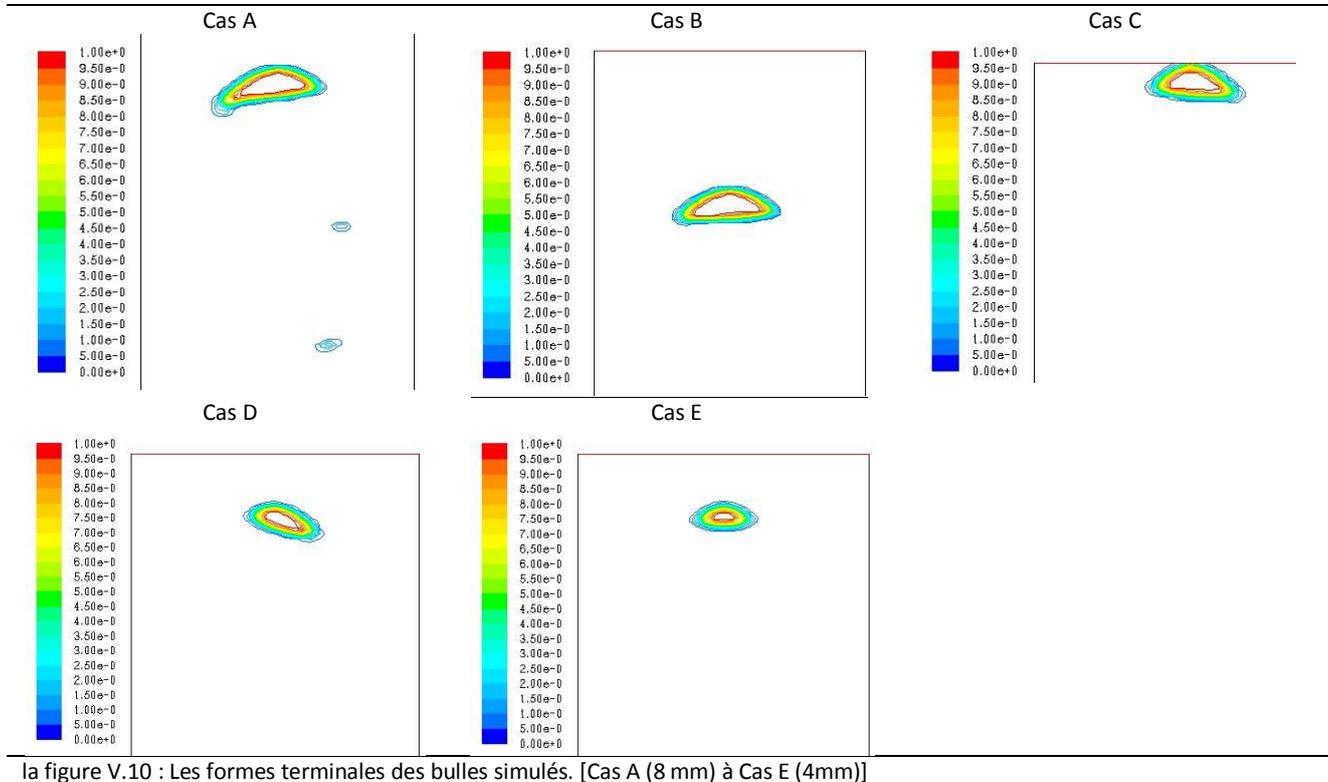
Considérant tous ces facteurs, il est juste pour conclure qu'il y a un bon accord entre les vitesses terminales simulées dans ce travail et les vitesses déterminées dans la littérature, et que les résultats actuels sont fiables.

V.3. Formes des bulles

L'objectif ici est de dresser la topologie des formes de bulles. Les différentes formes terminales des bulles simulés sont représentées sur la figure V.10.

La figure V.10 montre clairement que toutes les formes des bulles simulés sont en régime ellipsoïdale. Particulièrement, la bulle à un diamètre équivalent $d_b = 8 \text{ mm}$ ($Re_b \approx 2000$) montre une petite déformation, cela due peut être que pour des nombres de $Re_b > 1360$ (*Simonnet 2005* [4]) les forces de tension superficielle deviennent négligeables et ce sont les forces d'inertie et de poussée qui déterminent le mouvement de la bulle. Et lorsque son diamètre devient encore plus important, la bulle peut se déformée.

Autrement dit, Une bulle essaie de suivre le chemin de moindre résistance pendant son mouvement. Car une bulle monte vers le haut par le liquide, où la plupart de résistance sera directement sur le dessus.



la figure V.10 : Les formes terminales des bulles simulées. [Cas A (8 mm) à Cas E (4mm)]

Il est possible que notre méthodologie de calcul numérique employé ne soit pas suffisamment précise pour reproduire exactement les mêmes formes, mais les formes obtenues sont aussi en bon accord avec les formes *Clift et al. 1978* [24], même si leurs nombres de Reynolds et de Bond sont un peu différents.

V.4. Trajectoires des bulles

Lorsque la bulle devient ellipsoïdale, sa trajectoire peut commencer à devenir hélicoïdale ou zigzagante où la trajectoire est déterminée par une compétition entre les forces de tension superficielle et les forces d'inertie.

Généralement, la forme de la bulle unique est stable pour les faibles nombres de Weber ($We = \rho_l V_{rel}^2 d_b / \sigma$) et devient oscillante, ou instable, au-delà d'un nombre de Weber critique (*Simonnet 2005* [4]), *Duineveld 1994* [17], *Tsuge et Hibino 1977* [17] ont proposé une corrélation pour la déterminer :

$$We_{crit} = 10,64Mo^{0,0554} \quad (I.26)$$

Donc pour le présent travail : $We_{crit} = 2.75$

Sur le tableau V.3, nous avons représentée le nombre de Weber des bulles simulées dans le présent travail :

Cas	Diamètre équivalent (m)	Vitesse terminale (m/s)	Nr de We	Nr de Re	Nr de Bo
A	0.008	0,247	6,76	1967	8.7
B	0.007	0,21	4.28	1463	6.66
C	0.006	0,19	3	1135	4.9
D	0.005	0,216	3.23	1075	3.4
E	0.004	0,2	2.22	796	2.18

Tab. V.3. Nombre de Weber en fonction des différents diamètres équivalents.

On observe un mouvement uniquement rectiligne pour $d_b = 4mm$ ($We < We_{crit}$). Au-delà, les bulles peuvent avoir une trajectoire en zigzag ou hélicoïdale. Les résultats représentés dans les figures V.7 et V.8 justifient nos constatations. La bulles avec un diamètre équivalent de $8mm$ oscillent d'une façon relativement forte, ceci pourrait indiquer *la cassure* « *break-up* » de la bulle, ces oscillations dues à l'instabilité au niveau de sillage (Fig. V. 10.Cas A). Les bulles de diamètre de 10 millimètres et plus montrent de fortes déformations de surface extérieure et tendent à se casser avant qu'elles atteignent leur vitesse terminale (Cas 1: Fig. IV.3).

Conclusion

Jamet [57]

Quelques remarques

- Les écoulements diphasiques ne sont pas seulement 2 fois les écoulements monophasiques
- Globalement, ça marche
- Recours à l'expérience nécessaire pour les fermetures

Cependant avec des modifications appropriées concernant l'exécution des modèles de VOF et de suivi de front, ces codes pourraient simuler ces bulles très petites sans problèmes numériques.

- ✓ Ces résultats montrent une bonne concordance avec les données expérimentales de *Clift et al.* [24] (Voir Fig. II.6).

Conclusion

- ✓ Généralement, la dynamique de l'élévation d'une bulle est non linéaire et le degré de non-linéarité augmente avec l'augmentation de la taille de bulle.
- ✓ Les présents résultats montrent une bonne concordance avec les données expérimentales et les vitesses d'ascension terminales de bulle calculées sont assez proches de la corrélation d'ahmadijamial [26].

- ✓ Les différences entre le modèle 3D et les expériences peuvent être attribuées à la déformation inhérente de forme d'injection de bulles et les impuretés encore présentes dans l'eau distillée utilisée pour les expériences.

✓

✓

En plus, les profils et les contours de l'écoulement, en particulier les profils de température et de la pression sont évalués et analysés pour gagner encore d'autres perspectives physiques concernant la nature de l'écoulement.

Dans le présent travail on a étudié numériquement la vitesse terminale des bulles s'étendant de 2 millimètre à 1 centimètres de diamètre ($Re = 370 - 5125$). Il a été prouvé particulièrement difficile de simuler une bulle d'air dans l'eau du diamètre de 1mm avec des modèles de VOF, cela due aux courants parasites ou aux pertes de volume inacceptables provoqués par le traitement de tension superficielle (*Scardovelli et Zaleski 1999 [39]*). En outre, il peut être vu que les résultats du modèle VOF correspondent bien avec les données expérimentales pour des bulles de plus de 3mm . Cependant, des écarts importants peuvent être discernés pour les petites bulles ($3\text{mm}, 4\text{mm}$), en raison de la sous-estimation des forces de tension superficielle dans un modèle 2D.

L'accord entre les vitesses terminales simulée et expérimentale, ainsi qu'entre les formes finales des bulles est très bon.

De manière plus précisée, la forme d'une bulle unique en milieu infini dépend de son diamètre équivalent, et par conséquent du nombre de Reynolds particulière (Fig. I. 7.).

Annexe

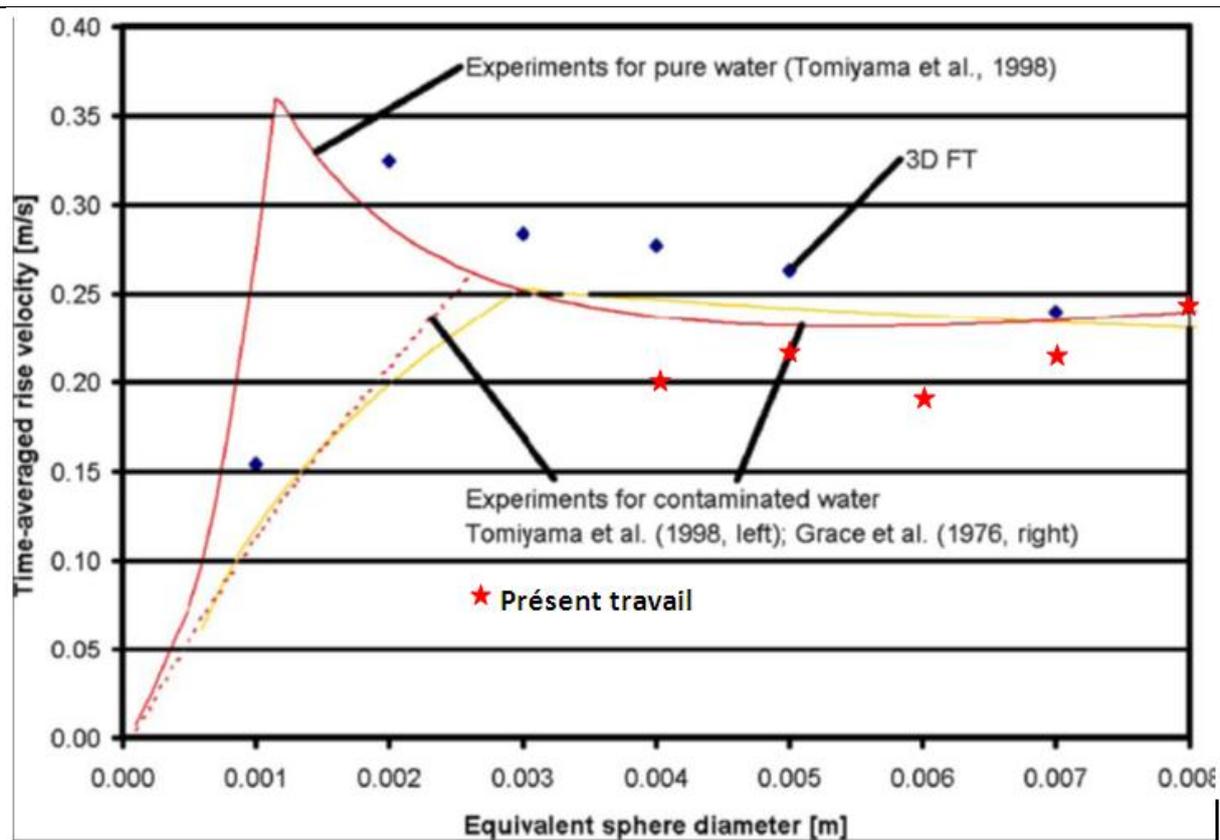


Fig. IV. 4. Comparaison de vitesse d'ascension moyenne calculées de bulles d'air dans l'eau en utilisant les modèles de suivi de front 2D et VOF 3D avec les données expérimentales (Tomiyaama et al, 2002 [26]; Grace et al, 1976 [61]).

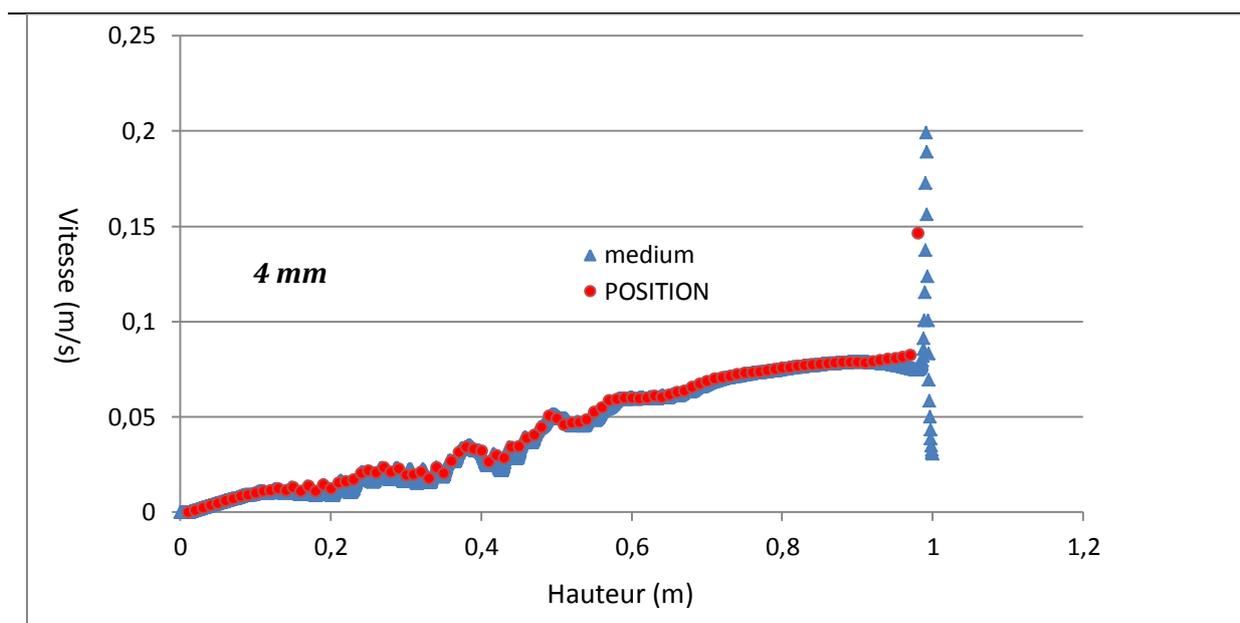


Fig. IV. 5. Evolution de la vitesse verticale en fonction de la position en hauteur de la colonne (cercle en rouge) et en fonction de la position du medium de la colonne (triangle en bleu) pour une bulle de 4mm.

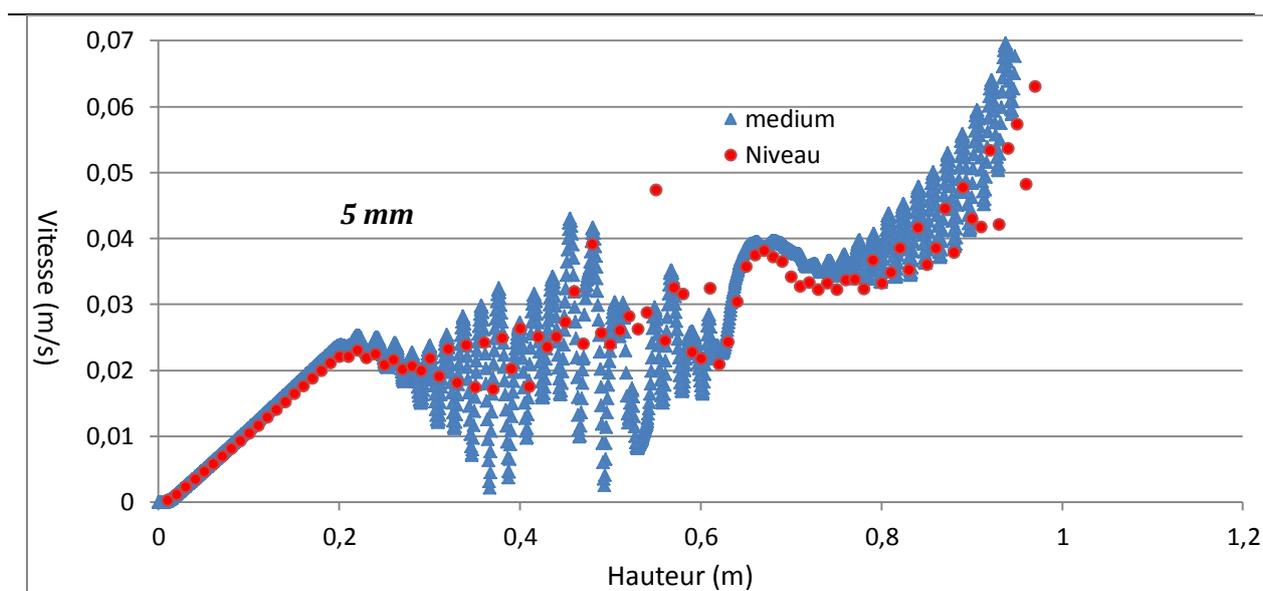


Fig. IV. 6. Evolution de la vitesse verticale en fonction de la position en hauteur de la colonne (cercle en rouge) et en fonction de la position du medium de la colonne (triangle en bleu) pour une bulle de 5mm.

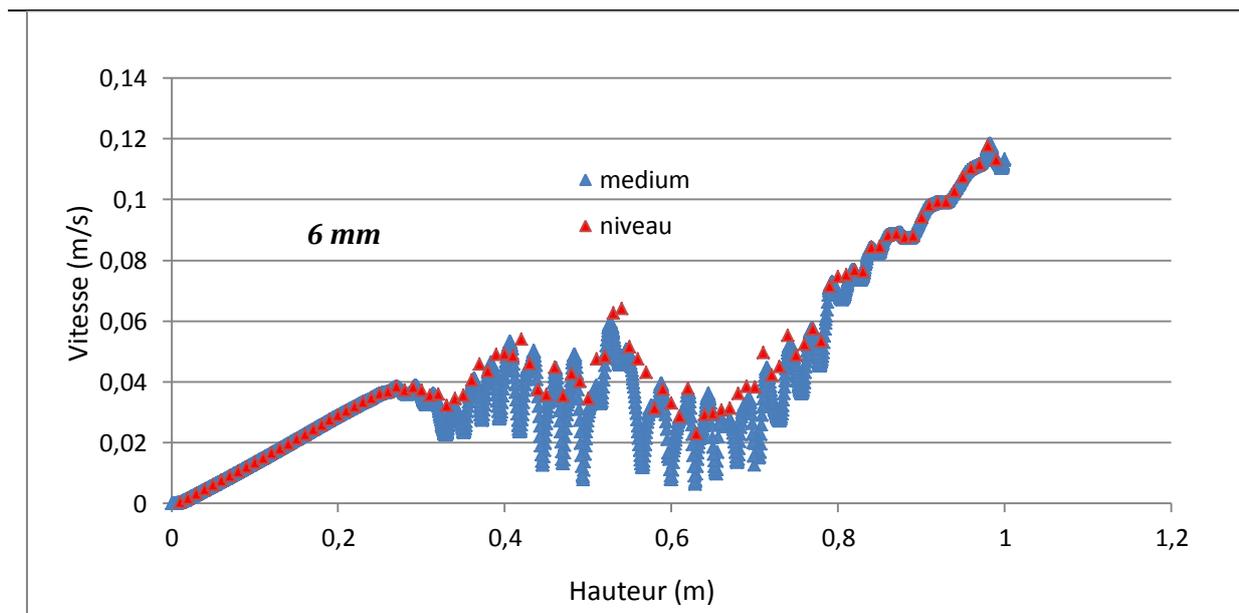


Fig. IV. 7. Evolution de la vitesse verticale en fonction de la position en hauteur de la colonne (cercle en rouge) et en fonction de la position du medium de la colonne (triangle en bleu) pour une bulle de 6mm.

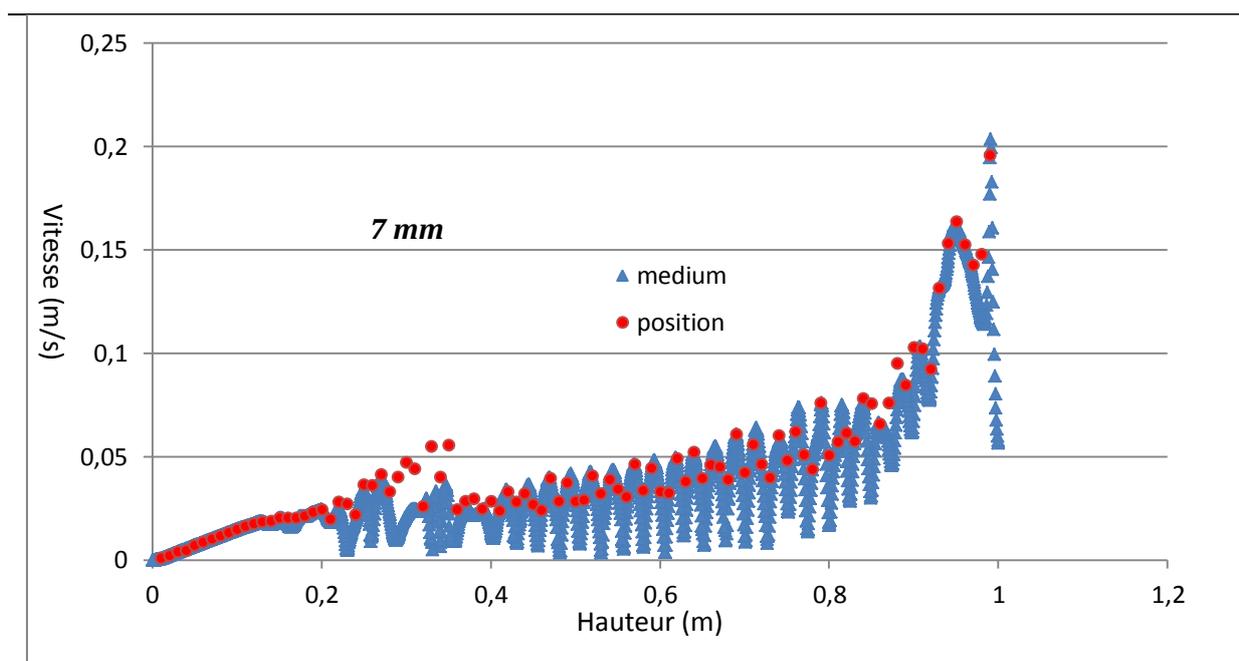


Fig. IV. 8. Evolution de la vitesse verticale en fonction de la position en hauteur de la colonne (cercle en rouge) et en fonction de la position du medium de la colonne (triangle en bleu) pour une bulle de 7mm.

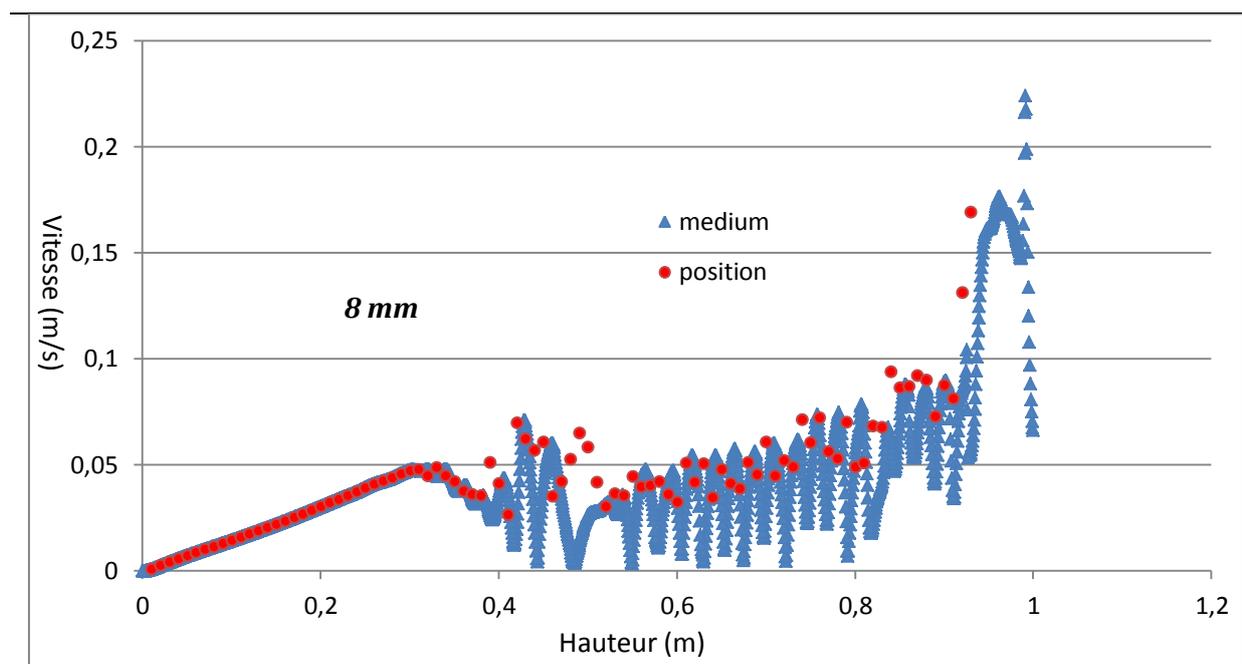


Fig. IV. 9. Evolution de la vitesse verticale en fonction de la position en hauteur de la colonne (cercle en rouge) et en fonction de la position du medium de la colonne (triangle en bleu) pour une bulle de 8mm.

