

THÈSE

En vue de l'obtention du

Diplôme de Doctorat en Sciences

Présenté par : ABOSHIGHIBA Hicham

Intitulé

Etude de comportement dynamique non linéaire d'une ligne d'arbre supportée par des patins hydrostatiques : influence des forces d'inertie sur la réponse dynamique

Faculté : Génie Mécanique

Département : Génie Mécanique

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Construction Mécanique

Devant le Jury Composé de :

<i>Membres de Jury</i>	<i>Grade</i>	<i>Qualité</i>	<i>Domiciliation</i>
BOUZIT Mohamed	PR	Président	USTO
BOUZIDANE Ahmed	PR	Encadrant	Ibn Khaldoun-Tiaret
YOUCEFI Abdelkader	PR	Co-Encadrant	USTO
ZAHLOUL Hamou	PR		Hassiba Benbouali-Chlef
SAHLI Ahmed	PR	Examineurs	Ibn Khaldoun-Tiaret
YAHIAOUI Tayeb	MCA		USTO
	-	Invité(e)	-

Année Universitaire : 2018-2019

ملخص

لقد ساهم الحد من اللزوجة في الآلات الحديثة في ظهور ظاهرة ما يسمى: مفعول العطالة. ومايزيد هذا التأثير هو التغيرات المفاجئة في مساحة للتدفقات. في هذه الدراسة، نتعرض لتأثير مفعول العطالة في أنظمة التدفق: الصفحي و المضطرب، رقمياً. بهدف دراسة تأثيره على الأداء الديناميكي غير الخطي لنظام الدوران. النماذج المختارة هي: نموذج Constantinescu للاضطراب وعلاقة Chaomleffel التجريبية لمفعول العطالة. لأخذ طابع القوى غير الخطي بعين الاعتبار، تم حل المشكل الديناميكي باعتبار قوى السوائل بشكلها الأصلي، ثم باستبدالها بمتتالية تايلور Taylor ذات الدرجة 3 بدلالة الموقع و بسرعة. سمح النموذج اللاخطي المكافئ بتسريع كبير في الحسابات الديناميكية مع تضحية قليلة في الدقة، حتى في حالات عدم الاتزان الكبير. يستند الحل التكنولوجي الذي تم تطويره لهذه الدراسة إلى البرمجة بلغات وبرامج مختلطة. وجدنا في الأنظمة على حد سواء الصفحية والمضطربة، وبسبب تأثير مفعول العطالة، أن قدرة رفع المحامل المحسوبة وفق النظرية الكلاسيكية أقل منها مع مفعول العطالة، بينما معاملات الصلابة أكبر. وبالتالي، النظرية الكلاسيكية غير كافية عند التعامل مع السوائل ذات اللزوجة المنخفضة. سمح التحليل ثلاثي الأبعاد بالتنبؤ وشرح بعض سلوكيات مجال الضغط والسرعة أثناء تطور الاضطراب داخل تجويف المحمل. كما تناول أيضاً خطر ظاهرة التبخر الموضعي بسبب انخفاض الضغط، وشدد على إمكانية تشكيل الدوامة حتى داخل قسم الأغشية الرقيقة، خاصة أثناء مرحلة الشفط.

Résumé

La diminution de la viscosité, dans les machines modernes a contribué à l'apparition du phénomène dit : effet d'inertie. Cet effet est accentué par les changements brusques des sections droites des écoulements. Dans cette étude, l'effet d'inertie dans les régimes d'écoulement: laminaires et turbulents, est étudié numériquement. L'objectif est d'examiner son influence sur les performances dynamiques non-linéaires du rotor. Les modèles choisis sont ceux de Constantinescu pour la turbulence et la corrélation de Chaomleffel pour l'effet d'inertie. Pour tenir compte de la non-linéarité des forces générées par le fluide, la résolution du problème dynamique est faite en considérant les forces dynamiques du fluide, puis en les remplaçant par leur développement en série de Taylor d'ordre 3 en fonction des déplacements et des vitesses. Le modèle non-linéaire équivalent a permis une accélération considérable des calculs en dynamique transitoire des rotors avec des pertes minimales dans la précision, même dans les situations de forts balourds. La solution informatique développée pour cette étude est basée sur la programmation en langages et logiciels mixte. Nous avons trouvé que dans les deux régimes laminaire et turbulent, et à cause de l'effet d'inertie la théorie classique sous-estime la charge de portance et surestime les coefficients de raideurs. Et par conséquent, elle est inadéquate lorsqu'on traite des fluides ayant de faibles viscosités. L'analyse en 3D a permis la prédiction et l'explication de quelques comportements du champ de la pression et de la vitesse, durant l'évolution de la turbulence au sein de l'alvéole. Elle a aussi adressé le risque de formation de cavitation, et souligné la possibilité de formation de vortex même au sein de la section du film mince, surtout durant la phase d'aspiration.

Abstract

The reduction of viscosity used in modern machines has contributed to the appearance of the so-called: inertia effect. This effect is increased by sudden changes in the fluid flow cross-section. In this study, the inertia effect in laminar and turbulent flow regimes is studied numerically. The objective is to examine its influence on the non-linear dynamic performance of the rotor. The models selected are those of Constantinescu for the turbulence and the correlation of Chaomleffel for the inertia effect. To take into account the non-linearity of the fluid forces, the dynamic problem is solved by considering the dynamic forces of the fluid, then by replacing them with their development in Taylor series of order 3, as function of the displacements and the speeds. By the use of the equivalent nonlinear model, the transient dynamics calculations of rotors were considerably accelerated without losing much of accuracy, even for important loads. The IT solution developed for this study is based on the mixed languages and software programming strategy. We found that in both laminar and turbulent regimes, and because of the inertial effect, the classical theory underestimates the bearing load and overestimates the stiffness coefficients. Therefore, it is inadequate when dealing with fluids having low viscosities. The 3D analysis allowed the prediction and explanation of some of the pressure and velocity patterns during the evolution of turbulence within the recess. It also addressed the risk of cavitation formation, and emphasized the possibility of vortex formation even within the thin film section, especially during the aspiration phase.

THÈSE

En vue de l'obtention du

Diplôme de Doctorat en Sciences

Présenté par : ABOSHIGHIBA Hicham

Intitulé

Etude de comportement dynamique non linéaire d'une ligne d'arbre supportée par des patins hydrostatiques : influence des forces d'inertie sur la réponse dynamique

Faculté : Génie Mécanique

Département : Génie Mécanique

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Construction Mécanique

Devant le Jury Composé de :

<i>Membres de Jury</i>	<i>Grade</i>	<i>Qualité</i>	<i>Domiciliation</i>
BOUZIT Mohamed	PR	Président	USTO
BOUZIDANE Ahmed	PR	Encadrant	Ibn Khaldoun-Tiaret
YOUCEFI Abdelkader	PR	Co-Encadrant	USTO
ZAHLOUL Hamou	PR		Hassiba Benbouali-Chlef
SAHLI Ahmed	PR	Examineurs	Ibn Khaldoun-Tiaret
YAHIAOUI Tayeb	MCA		USTO
	-	Invité(e)	-

Année Universitaire : 2018-2019

DEDICACE

Je dédie ce travail à ceux qui luttent pour régulariser, démocratiser et libérer l'accès aux ressources scientifiques académiques.

REMERCIEMENT

Cette étude a été réalisée sous la direction de Monsieur le Professeur BOUZIDANE Ahmed et Monsieur le Professeur YUCEFI Abdelkader qui ont suivi la progression de ce travail avec compétence et m'ont fait bénéficier de leurs grandes qualités scientifiques et humaines. Qu'ils en soient ici remerciés.

Je suis extrêmement sensible à l'honneur que me fait Monsieur BOUZIT Mohamed, Professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran (USTO) en acceptant de présider ce Jury.

Que Monsieur ZAHLOUL Hamou, Professeur à l'Université Hassiba Benbouali de Chlef trouve ici l'expression de toute ma gratitude non seulement pour avoir accepté d'être examinateur de cette thèse, mais aussi pour m'avoir aidé à effectuer la visite de l'institut Pprime l'un des pôles d'excellence de tribologie dans le monde, où j'ai eu la chance de rencontrer Monsieur le Professeur Olivier Bonneau, Monsieur le Professeur Michel Fillon et la légende vivante Monsieur le Professeur Jean Frêne.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Monsieur SAHLI Ahmed Professeur à l'Université d'Ibn Khaldoun de Tiaret, et à Monsieur YAHIAOUI Tayeb Maître de Conférences à l'Université des sciences et de la technologie d'Oran, pour avoir accepté de participer au Jury de cette thèse.

Ces quatre années ont été partagées entre l'Université d'Ibn Khaldoun de Tiaret et l'université des sciences et de la technologie USTO. Je remercie l'ensemble des équipes des deux institutions, particulièrement Monsieur HADDOUCHE Kamal, Professeur à l'Université d'Ibn Khaldoun de Tiaret et Directeur du Laboratoire des Technologies Industriels de m'avoir permis l'utilisation des moyens de calcul du laboratoire.

Je remercie également Monsieur Benariba Boubakeur et Monsieur Benadda Mohamed, membres de l'équipe de Tribologie du laboratoire des Technologies Industriels pour les discussions chaleureuses et enrichissantes.

Enfin, je remercie énormément les membres de ma famille surtout ma femme pour leur patience, soutien et leurs encouragements.

NOMENCLATURE

A_{tot}, B_{tot} : Longueur et largeur totale du patin

$A_{G_x G_z}, B_{G_x G_z}, C_{G_x G_z}, D_{G_x G_z}, E_{G_x G_z}$: Coefficients d'organisation visuelle

$a_{i=1,2,...,6}^{x,y}, A_{i=1,2,...,6}^{x,y}$: Coefficients d'organisation visuelle

α : L'angle instantané de rotation du rotor.

α_c : Le coefficient de l'effet d'inertie de Chaomleffel

β, γ : Les coefficients de Newmark

$\beta_0 = P_{av} / P_s$: Le rapport des pressions

$\beta_{comp} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P_{al}}$: Le coefficient de compressibilité

C_a, C_b : Constantes d'intégration

C_1, C_2, C_3, C_4 : Coefficients d'organisation visuelle

$C_{0xx}, C_{0yy}, C_{0xy}, C_{0yx}$: Les coefficients d'amortissement linéaires équivalents

d_{cap} : Le diamètre du capillaire

e : L'excentricité du disque

ε_i : Les précisions de calcul

F_{ext} : La force externe

g : L'accélération de la pesanteur terrestre

G_x, G_z : Coefficients de turbulence de Constantinescu

$h^{k,l}$: L'épaisseur du film mince à l'instant k à l'itération l

$h^{k,0}$: La première estimation (arbitraire) de l'épaisseur du film mince à l'instant k

h : L'épaisseur instantanée du film

h_i : L'épaisseur instantanée du film du patin numéro i

$\dot{h} = \partial h / \partial t$: La vitesse d'écrasement

H_0 : L'épaisseur initiale du film mince

$H_{statique}$: L'épaisseur du film mince après l'équilibre statique

i, j, k, l : En ordre ; les indices dans la direction x, dans la direction z, temporelle et des itérations

$K_{0xx}, K_{0yy}, K_{0xy}, K_{0yx}$: Les coefficients de raideur linéaires équivalents

K_C, K_P : Coefficients géométriques

M : La moitié de la masse du disque

μ : La viscosité dynamique

N_t : Le nombre de point de calcul dans le temps

M : La moitié de la somme de la masse de l'arbre et celle du disque

L_c : La longueur du capillaire

L_x : La longueur du film mince

L_z : La longueur du film mince

L_{al} : La longueur de l'alvéole (carrée)

$\dot{m}_{in}$: Le débit massique du fluide entrant par la résistance capillaire

$\dot{m}_{out}$: Le débit massique du fluide sortant de l'alvéole

$\partial m / \partial t$: Variation temporelle de la masse à l'intérieur de l'alvéole dû à la variation du volume

P_{alv} : La pression dans l'alvéole

P_s : La pression de l'alimentation

P_f : La pression dans l'entrée de la zone du film mince

P_0 : La pression à la sortie de la zone du film mince, elle est souvent considérée nulle (atmosphérique)

$Q_{capillaire}, Q_{sortie}$: Les débits volumiques entrant par le capillaire et sortant de la zone du film respectivement

Q_x, Q_z : Les débits volumiques dans la direction x et z respectivement

ρ : Densité du fluide

U_x, U_{xm} : La vitesse du fluide dans la direction x (fonction de y), la vitesse moyenne dans la direction x respectivement

U : La vitesse de la surface mobile dans la direction x (écoulement de Couette)

R_l : Le nombre de Reynolds local

R_p : Le nombre de Reynolds de Poiseuille

S_{sortie} : La section droite de sortie du fluide

S_{alv} , S_{film} , S_{totale} : Les superficies de l'alvéole, de u film mince et totale du patin respectivement

$u, \bar{u}, u', v, \bar{v}, v', w, \bar{w}, w', p, \bar{p}, p', \rho, \bar{\rho}, \rho', T, \bar{T}, T'$: les paramètres physiques totaux, moyens et fluctuants

V_{al} : Le volume de l'alvéole

$V_y, V_{squeeze}$: La vitesse d'écrasement

$\frac{\partial V_{al}}{\partial t}$: La variation du volume de l'alvéole à cause du mouvement du grain mobile

V_m : La résultante des vitesses moyennes (W_{zm} et U_{xm}) à l'entrée de la zone du film mince

$W_{alvéole}$, W_{film} , W_{fluid} : La force de portance de l'alvéole, du film mince et totale du patin respectivement

$W_{i=1,2,3,4}$: Les forces de portance totales de chaque patin

Ω : Le coefficient de sur-relaxation de la méthode de Gauss-Seidel.

ω : La vitesse angulaire du rotor.

x, y, z, t : Les 3 coordonnées spatiales et la coordonné temporelle dans le repère cartésien

$\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t$: Les pas de calcul spatiaux et celui du temps

TABLE DES MATIERES

DEDICACE	i
REMERCIEMENT.....	ii
NOMENCLATURE	iii
TABLE DES MATIERES	vi
LISTE DES FIGURES	ix
LISTE DES TABLEAUX	xii
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE.....	3
I.1. Dynamique des rotors.....	3
I.2. Paliers.....	4
I.2.1. Les roulements.....	4
I.2.2. Les paliers hydrodynamiques	4
I.2.3. Les paliers hydrostatiques.....	6
I.2.4. Autres technologies	7
I.2.5. Les amortisseurs à film fluide (Sequeeze Film Dampers).....	7
I.3. Modélisation de la dynamique des rotors.....	10
I.3.1. Coefficients dynamiques linéarisés	10
I.3.2. Coefficients dynamiques non-linéaires.....	11
I.4. Ecoulements Inertiels	13
I.5. Ecoulements turbulents	15
I.6. Conclusion :.....	17
CHAPITRE II : REGIME LAMINAIRE AVEC EFFET D'INERTIE	18
II.1. Un seul patin avec lubrifiant en régime laminaire sans effet d'inertie	18
II.1.1. Palier infiniment long.....	18
II.1.2. Recherche du gradient de pression dans le film mince	22
II.1.3. Le gradient de la pression obtenu analytiquement	23
II.1.4. L'équilibre statique du palier à quatre patins	27
II.2. L'effet d'inertie:.....	28
II.2.5. Calcul de la résultante des vitesses moyennes	29
II.3. Résolution	30
II.3.1. Résolution du modèle inertiel	30

II.3.2. La force statique générée par le patin.....	31
II.4. L'étude paramétrique du le palier :	32
II.4.1. Effet de la viscosité du fluide sur la force :	33
II.5. Effet d'inertie sur la charge portante	36
II.6. Conclusion	44
CHAPITRE III : REGIME TURBULENT AVEC EFFET D'INERTIE.....	45
III.1. Formulation théorique	45
III.2. Formulation basée sur l'équation de Reynolds modifiée :	46
III.2.1. Palier infiniment long	46
III.2.2. Résolution numérique :	47
III.2.3. Organigramme et algorithme de la recherche de Palv	48
III.2.4. Le Modèle fini 2D.....	51
III.3. Modèle numérique basé sur les équations de Navier-Stokes :	52
III.3.1. Définition du problème :	54
III.3.2. Les conditions aux limites et initiales :	55
III.3.3. Description du maillage	56
III.3.4. Comparaison avec la solution analytique.....	60
III.3.5. L'étude paramétrique sur le modèle 3D de dimensions finies.....	62
III.3.6. Surface supérieure statique	63
III.3.7. Vitesse d'écrasement constante	65
III.3.8. Mouvement d'écrasement harmonique.....	66
III.4. Discussion.....	67
III.4.9. Phénomènes remarqués par d'autres auteurs :	68
III.5. Conclusion :	70
CHAPITRE IV : DYNAMIQUE DU ROTOR.....	72
IV.1. Modélisation d'un seul patin :	72
IV.2. Modélisation du système à 4 patins :	78
IV.2.1. Les hypothèses :	78
IV.3. Equilibre statique :	79
IV.3.2. Comparaison avec la solution analytique	85
IV.3.3. Equilibre statique :	86
IV.3.4. Equilibre dynamique :	87
IV.3.5. Le problème dynamique équivalent :	87

IV.4. La non-linéarité des forces du fluide	90
IV.4.1. Analytiquement (cas d'un palier infiniment long) :	94
IV.5. Algorithmes, organigrammes et stratégie Informatique.....	97
IV.5.1. Algorithme de l'évaluation de la force	97
IV.5.2. Algorithme du problème dynamique non-linéaire couplé :	98
IV.5.3. Algorithme du problème dynamique linéaire :	99
IV.5.4. Algorithme du problème dynamique non-linéaire équivalent :	99
IV.5.5. Stratégie informatique	103
IV.6. Résultats :	104
IV.7. Influence de l'effet d'inertie sur les paramètres dynamiques non-linéaires.....	106
IV.8. Influence de l'effet d'inertie sur les amplitudes de vibration.....	109
IV.9. Conclusion :	111
CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	123
ANNEXE A	123
ANNEXE B.....	123
REFERENCES.....	123
RESUMÉ	123

LISTE DES FIGURES

Figure I.1: Les paliers à organes mobiles [4]	4
Figure I.2: Palier hydrodynamique [4]	5
Figure I.3: Palier hydrodynamique à patins inclinables [4]	5
Figure I.4: Travaux sur les paliers hydrostatiques publiés entre 1990 et 2016 [6]	6
Figure I.5: Contribution scientifique par pays entre 1990 et 2016 [6]	6
Figure I.6: Palier à feuilles [4]	7
Figure I.7: Description du système SFD [7]	7
Figure I.8: Utilisation de l'appellation « Hybrid Squeeze Film Damper » [10]	8
Figure I.9: Palier à butées planes [11]	8
Figure I.10: Paliers hybrides (Roulement - SFD patins plans), 1987 [12]	9
Figure I.11: Enceinte à faces planes supportée par des patins hydrostatiques, 2018 [9]	9
Figure I.12: Palier hybride à roulement et quatre patins hydrostatique plans, 2018 [9]	10
Figure I.13: Déséquilibre important causé par la perte d'une ou plusieurs grandes aubes de turbine, 1970s [22]	12
Figure I.14: La chute de pression due à l'effet d'inertie [23]	13
Figure I.15: L'Effet d'inertie sur la distribution de la pression dans un écoulement de type Couette [28]	14
Figure I.16: Schéma et vue d'ensemble de la machine d'essai [29]	14
Figure II.1: Les différentes dimensions du patin	19
Figure II.2: Patin 3D en configuration infiniment longue	21
Figure II.3: Position du repère	22
Figure II.4: Les quatre patins entourant le grain mobile	27
Figure II.5: Paramètres géométriques du patin	32
Figure II.6: Effet de l'inertie sur la distribution de la pression à vitesse d'écrasement nulle ..	34
Figure II.7: Effet de l'inertie sur la pression à la vitesse d'écrasement -5.10^{-5} m/s	36
Figure II.8: Effet de la Viscosité et de l'Inertie sur le Rapport de charge W/W_{statique} à vitesse d'écrasement nulle (régime laminaire)	37
Figure II.9: Interprétation graphique de la charge portante	38
Figure II.10: Effet de la Viscosité et de l'Inertie sur le rapport de charge W/W_{statique} à vitesse d'écrasement négative (régime laminaire)	38
Figure II.11: Effet de la Viscosité et de l'Inertie sur le coefficient de raideur linéaire K_{0xx} (régime laminaire)	39
Figure II.12: Effet de la Viscosité et de l'Inertie sur le coefficient de raideur linéaire K_{0yy} (régime laminaire)	40
Figure II.13: Effet de la Viscosité et de l'Inertie sur le coefficient d'amortissement linéaire C_{0xx} (régime laminaire)	40
Figure II.14: Effet de la Viscosité et de l'Inertie sur le coefficient d'amortissement linéaire C_{0yy} (régime laminaire)	41

Figure II.15: Effet de la Viscosité et du rapport de pression β_0 sur la raideur linéaire K_{0xx} (régime laminaire)	42
Figure II.16: Effet de la Viscosité, de l’Inertie et du rapport de pression β_0 sur la raideur linéaire K_{0xx} (régime laminaire)	42
Figure II.17: Effet de la Viscosité et du rapport de pression β_0 sur le coefficient d’amortissement linéaire C_{0xx} (régime laminaire)	43
Figure II.18: Effet de la Viscosité, de l’Inertie et du rapport de pression β_0 sur le coefficient d’amortissement linéaire C_{0xx} (régime laminaire)	43
Figure III.1: Maillage 1D	48
Figure III.2: Organigramme de la fonction bilan des débits ayant pour variable $Palv$	49
Figure III.3: Géométrie du patin à dimensions finies	52
Figure III.4: Champ de pression calculé dans le patin de dimensions finies	52
Figure III.5: Les dimensions de l’alvéole peu profonde	55
Figure III.6: Les paramètres de l’alvéole peu profonde	56
Figure III.7: Les conditions aux limites (les conditions de symétrie sont indiquées en double flèches opposées rouges)	56
Figure III.8: Profil de la vitesse d’un écoulement sur une plaque plane	57
Figure III.9: Profil de vitesse à travers la couche limite turbulente d'une plaque plane , [50] (traduite)	58
Figure III.10: Maillage du quart de la géométrie	59
Figure III.11: Aperçu rapproché du maillage	60
Figure III.12: Profils de pression et de vitesse dans un film purement comprimé entre deux surfaces parallèles	60
Figure III.13: Solution numérique des équations de Navier-Stokes comparée à la solution analytique de l'équation de Reynolds	61
Figure III.14: La formation de vortex près du centre (cas de faible viscosité)	63
Figure III.15: La progression du vortex vers la limite de la cavité (cas de faible viscosité)....	63
Figure III.16: Le vortex se stabilise à la limite de l’alvéole près de la zone du film mince (cas de faible viscosité)	63
Figure III.17: La formation de la zone de recirculation commence près du centre (cas de viscosité élevée)	64
Figure III.18: La formation de la zone de recirculation établie (cas de viscosité élevée)	64
Figure III.19: La zone de recirculation entièrement développée (cas de viscosité élevée)	64
Figure III.20: Augmentation de l'intensité du vortex	65
Figure III.21: Nouveaux vortex se forment dans l’alvéole	65
Figure III.22: Nouveaux vortex dans la section des films minces	65
Figure III.23: Retour de l’écoulement dans le film mince	66
Figure III.24: Turbulence dans le film mince	66
Figure III.25: La chute de pression dans l’alvéole	68
Figure III.26: Comportement de la pression au passage vers le film mince	69

Figure III.27: Comparaison entre la distribution de la pression selon l'équation de Reynolds et celle de Navier-Stokes (Ansys-CFX)	69
Figure IV.1: l'équilibre des forces sur un seul patin	72
Figure IV.2: Les épaisseurs d'équilibre, statique et instantané.....	73
Figure IV.3: La force centrifuge exercée sur le grain mobile causée par la rotation du rotor	74
Figure IV.4: Action du balourd selon l'axe y, cas d'un seul patin.....	78
Figure IV.5: Le palier hybride à quatre patins plans.....	79
Figure IV.6: Equilibre statique du palier hybride à quatre patins plans.....	79
Figure IV.7: Le palier hybride à quatre patins plans en équilibre dynamique	81
Figure IV.8: Action du balourd dans le plan xy	88
Figure IV.9: Orbite calculée par le programme Fortran (gauche) et Ansys (droite).....	90
Figure IV.10: La force générée par le palier dans la direction x en fonction de la position relative (direction x) du grain mobile.....	91
Figure IV.11: Bloc de l'évaluation de la force	100
Figure IV.12: Organigramme du calcul de l'évolution de la position x dans le temps du modèle non-linéaire couplé	101
Figure IV.13: Organigramme du calcul de l'évolution de la position x dans le temps des modèles linéaire et non-linéaire	102
Figure IV.14: La stratégie Informatique.....	103
Figure IV.15: L'interface graphique	104
Figure IV.16: Les 6 orbites obtenues par les 3 modèles, à faible et à forte excentricité.....	105
Figure IV.17: Effet d'inertie et de la viscosité sur les coefficients dynamiques de raideur...	107
Figure IV.18: Effet d'inertie et de la viscosité sur les coefficients d'amortissement	108
Figure IV.19: Effet d'inertie et de la viscosité sur les coefficients hybrides	108

LISTE DES TABLEAUX

Tableau II-1 Les paramètres géométriques	32
Tableau II-2 Les paramètres de fonctionnement.....	33
Tableau II-3 Les valeurs de densité et de viscosité adoptées pour l'étude paramétrique	33
Tableau III-1 Le critère de qualité du maillage « Skewness »	59
Tableau III-2 Statistiques sur le maillage 3D de la présente étude	59
Tableau III-3 Paramètres du mouvement linéaire	62
Tableau III-4 Paramètres du mouvement harmonique	62

Introduction

INTRODUCTION

Les écoulements dans les paliers fluides ont toujours été dominés par les phénomènes visqueux. Ceci est dû aux épaisseurs très réduites des films lubrifiants. La dominance de la viscosité a gardé pour longtemps ces écoulements laminaires et non inertiels. L'équation de Reynolds était suffisante, et ceci a simplifié énormément leur modélisation.

Pour ne pas faire obstacle aux vitesses croissantes des turbomachines, de nouveaux lubrifiants ayant des viscosités très réduites ont été introduits. La diminution de la viscosité est une des causes les plus importantes de la perturbation de la balance entre les forces inertielles et visqueuses. Elle a contribué au renfort des effets d'inertie qui sont devenus non négligeables.

Les effets d'inertie peuvent se manifester dans les deux types de régimes d'écoulement : laminaires et turbulents. Ils sont accentués par les changements brusques des sections droites des écoulements et les géométries internes du palier.

La présente étude fait partie d'un projet de recherche sur la lubrification hydrostatique. Ce projet de recherche est composé de plusieurs axes qui orbitent autour d'une configuration spécifique : celle d'un palier hybride (Roulement-Amortisseur à Film Fluide) avec des patins à géométrie plane.

Dans toutes les études faites considérant le palier mentionné, l'effet d'inertie a toujours été ignoré. L'objectif de ce travail est d'examiner son influence sur les performances dynamiques du rotor. L'examen se portera sur la validité des résultats avec et sans prise en compte de cet effet.

Le comportement dynamique du rotor est considéré dans les situations de fort balourd, donc non-linéaires. Ces situations correspondent par exemples aux pertes brusques des turbines d'une ou plusieurs de leurs aubes.

Cette étude est constituée de quatre chapitres. Après l'introduction générale, le premier chapitre est consacré à l'étude bibliographique présentant l'état de l'art des études sur l'effet d'inertie, la turbulence dans les paliers hydrostatiques ainsi que la modélisation du comportement non-linéaire des lignes d'arbres supportées par des paliers fluides.

Le deuxième chapitre porte principalement sur la formulation mathématique du modèle laminaire avec effet d'inertie sous l'hypothèse du palier infiniment long. La solution du

problème laminaire sans effet d'inertie obtenue analytiquement, est comparée avec le modèle avec effet d'inertie laminaire résolu numériquement. Une étude paramétrique est ensuite entamée.

Le chapitre III traite le modèle turbulent. On commence par le modèle infiniment long, puis le modèle à dimensions finies. La solution du modèle à dimensions finies 2D (basé sur la résolution de l'équation de Reynolds modifiée) est confrontée à la formulation 3D basée sur les équations de Navier-Stokes. Les deux formulations sont résolues par deux méthodes numériques différentes. Le modèle 3D permet aussi d'analyser le comportement du champ de pression dans la butée hydrostatique et d'expliquer plusieurs phénomènes mentionnés dans la littérature.

Dans le quatrième chapitre, le système rotor complet est étudié. Ce dernier chapitre est consacré à l'étude du comportement non-linéaire (rotor à forte excentricité) de la ligne d'arbre supportée par le palier considéré aux chapitres précédents.

Ce travail est terminé par une conclusion générale qui dégage les objectifs visés, les principaux résultats obtenus ainsi que les perspectives importantes pouvant faire suite à ce travail.

Recherche bibliographique

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. Dynamique des rotors

Bien que l'utilisation des machines tournantes par l'homme soit très ancienne ; la littérature spécialisée trace le début des études de compréhension de leurs comportements par les travaux de Rankine. Son article est considéré comme étant le premier sur le sujet de la dynamique du rotor [1].

Le résultat le plus influant énoncé par Rankine était que le mouvement d'un rotor est toujours stable si sa vitesse de rotation est au-dessous de la première vitesse critique, et instable au-dessus de cette vitesse.

Après les travaux de Greenhill en 1883 et de Reynolds 1890, Dunkerley énonce en 1893 qu'il est possible pour un rotor d'opérer de façon stable au-delà de la première vitesse critique. Il a fallu attendre jusqu'à 1895 pour que DeLaval le prouve expérimentalement.

Pour examiner l'effet du balourd sur les amplitudes du mouvement de précession et sur les forces transmises aux paliers, Jeffcott développe en 1919 le modèle qui porte aujourd'hui son nom. Le modèle consiste en un arbre uniforme léger, supporté par des paliers à ses extrémités et portant un disque mince de masse M et de moment d'inertie négligeable en son milieu.

En utilisant ce modèle relativement simple on a pu développer une théorie complète pour expliquer le comportement du rotor lors de son passage à travers la vitesse critique [2].

En 1924 Newkirk a observé qu'un rotor qui tourne à une vitesse au-dessus de sa première vitesse critique peut subir un mouvement de précession violent. Il a remarqué aussi que contrairement au cas de la précession synchrone ; si la vitesse est augmentée au-delà de la vitesse de précession initiale, l'amplitude de précession continue à augmenter induisant la défaillance du rotor. C'était la première fois qu'on réalise qu'un mouvement non-synchrone instable puisse exister à des vitesses de rotation importantes. Sur la base de la théorie de Kimball, il a conclu que la précession non-synchrone est dû au frottement interne c'est à dire aux effets visqueux [3].

I.2. Paliers

Les paliers sont des organes fixes de machine qui supportent une partie mobile, souvent pour la guider en rotation. On peut les classer dans deux catégories :

- les paliers à roulements.
- les paliers lisses

I.2.1. Les roulements

Les roulements bénéficient d'une très faible excentricité mais ils souffrent d'un très faible amortissement. Ceci les rend vulnérable au phénomène de résonance, c'est-à-dire le passage par les vitesses critiques [4].

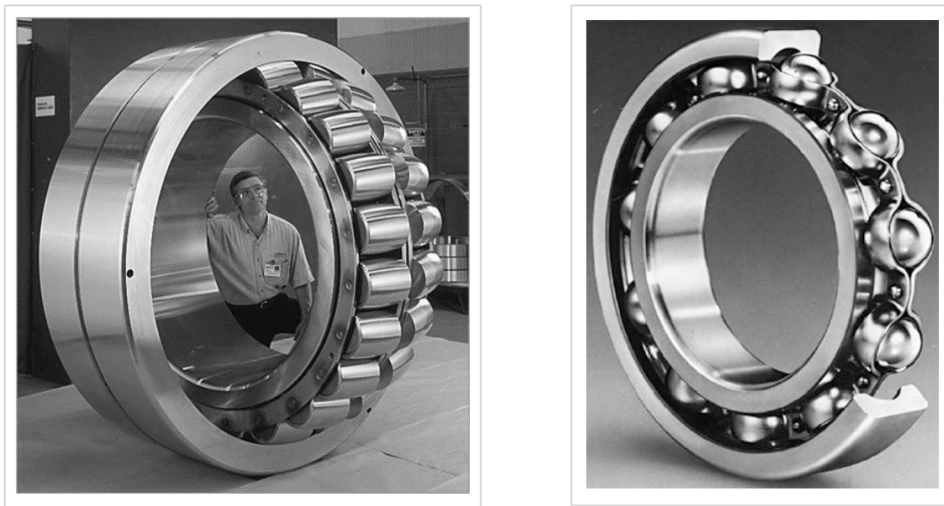


Figure I.1: Les paliers à organes mobiles [4]

I.2.2. Les paliers hydrodynamiques

Dans les paliers lisses, l'arbre est séparé du coussinet par un film mince de lubrifiant. Dans cette catégorie on distingue : les paliers hydrodynamiques et les paliers hydrostatiques.

Les paliers hydrodynamiques génèrent leur propre force de sustentation par la rotation de l'arbre. Ils ont une simple structure, et ne nécessitent aucune installation externe pour assurer leur fonctionnement. Leur utilisation industrielle est fréquente. Cependant, ils souffrent de plusieurs problèmes :

- Le problème majeur des paliers hydrodynamiques est le contact métal-métal au démarrage et à l'arrêt.
- L'apport de chaleur au sein du fluide de lubrification qui influe les caractéristiques de ce dernier, notamment la viscosité.
- Ils deviennent inutilisables pour des installations qui tournent à faible vitesse.
- Ils peuvent provoquer l'instabilité des systèmes dans lesquels ils sont installés, à cause des vitesses supercritiques causées par les termes de couplage de leurs rigidités équivalentes [5].

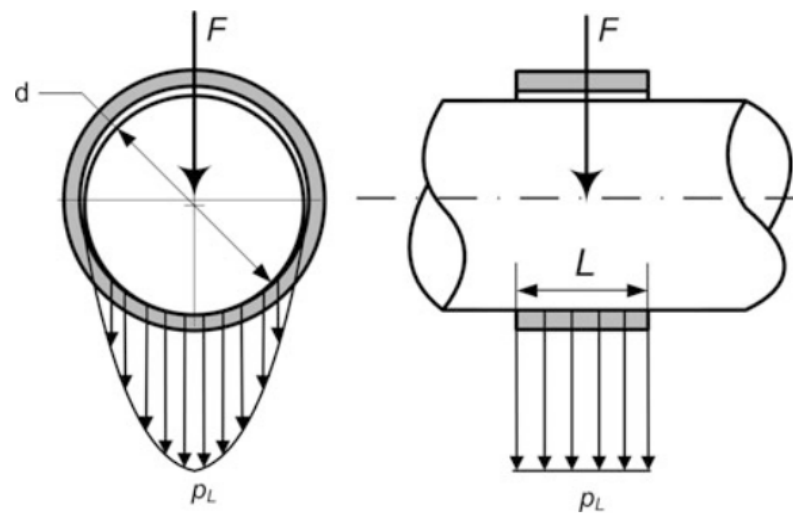


Figure I.2: Palier hydrodynamique [4]



Figure I.3: Palier hydrodynamique à patins inclinables [4]

I.2.3. Les paliers hydrostatiques

Les forces générées par les paliers hydrostatiques sont indépendantes des vitesses de rotation de l'arbre qu'ils supportent. Cela est dû au fait que la charge portante de ces paliers est assurée par une pression fournie par un système externe. Ils peuvent supporter des installations qui tournent à de très faibles vitesses même avec une très grande charge.

L'intérêt aux paliers hydrostatiques a beaucoup augmenté grâce aux possibilités de contrôle de vibration qu'ils offrent [5].

Dans une étude très récente (2017) Zhifeng Liu¹ et al [6] ont fait la synthèse de plus de 400 articles publiés entre 1990 et 2016 concernant les paliers hydrostatiques.

Leur première constatation est que le nombre des études sur ce type de paliers a la tendance d'augmenter, avec une dominance Américaine sur la totalité des travaux (le quart).

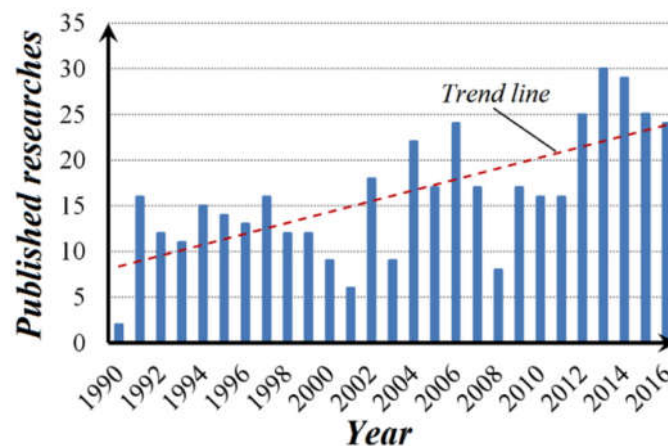


Figure I.4: Travaux sur les paliers hydrostatiques publiés entre 1990 et 2016 [6]

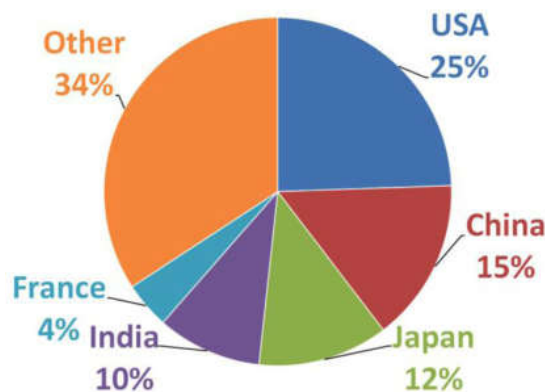


Figure I.5: Contribution scientifique par pays entre 1990 et 2016 [6]

I.2.4. Autres technologies

En dehors des paliers lisses à fluide, il existe d'autres technologies moins répandues comme les paliers magnétiques ou les paliers à feuilles.

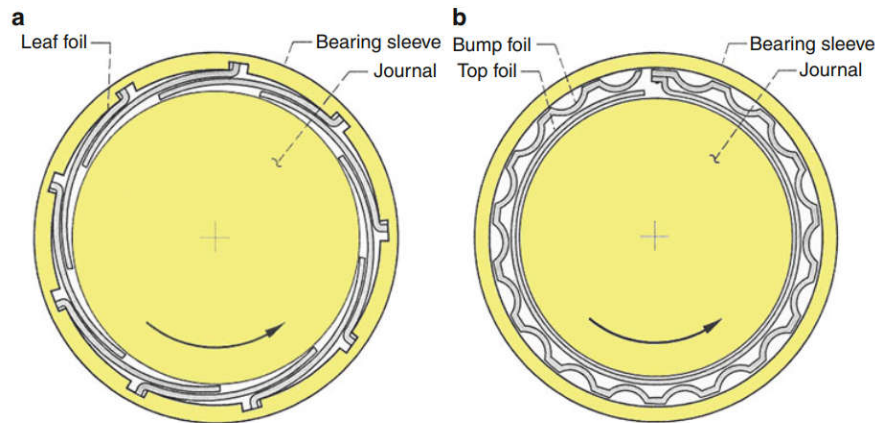


Figure I.6: Palier à feuilles [4]

I.2.5. Les amortisseurs à film fluide (Squeeze Film Dampers)

L'amortisseur à film fluide (SFD), est un composant utilisé pour apporter de l'amortissement aux arbres supportés par des roulements qui fonctionnent à des régimes surcritiques [7].

La géométrie circulaire est la plus courante des amortisseurs à film fluide. Cependant, de plus en plus de chercheurs s'intéressent aux SFD à patins plans [5] [8] [9].

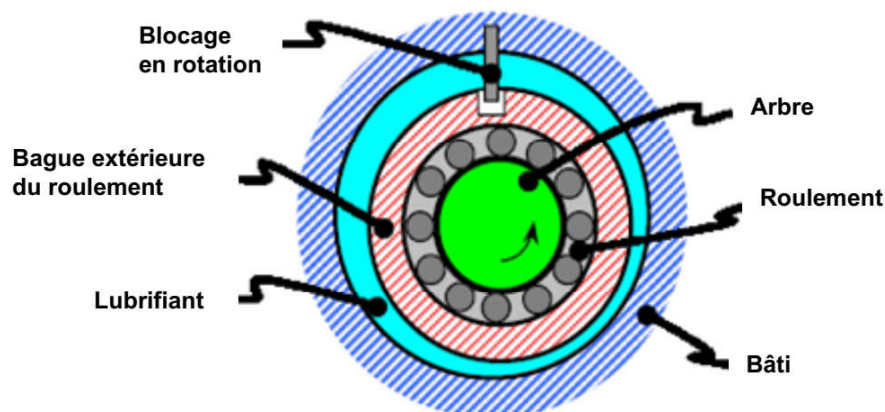


Figure I.7: Description du système SFD [7]

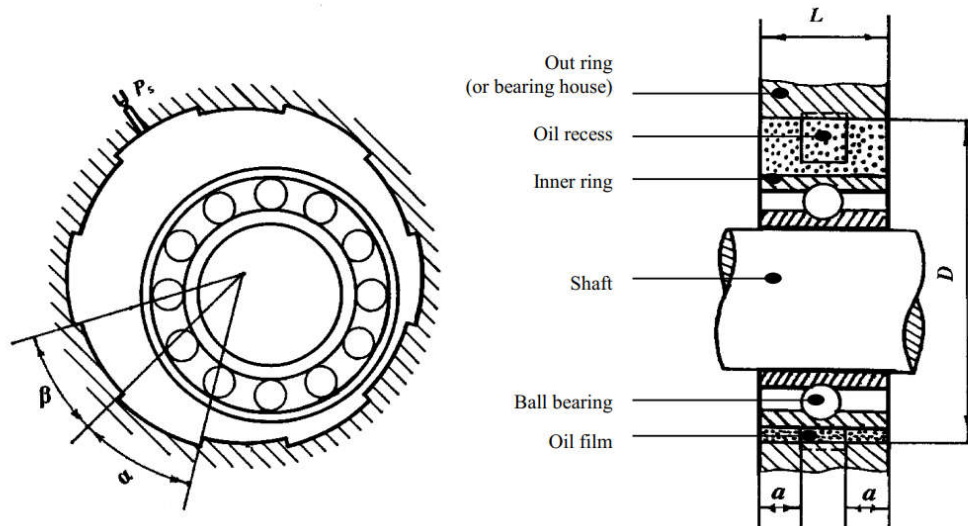


Figure I.8: Utilisation de l'appellation « Hybrid Squeeze Film Damper » [10]

Le document le plus ancien qu'on a pu trouver traitant un palier hydrostatique à patin plan est celui de Harry Rippel [11]. Comme le montre la Figure I.9, le palier est utilisé seul sans roulement.

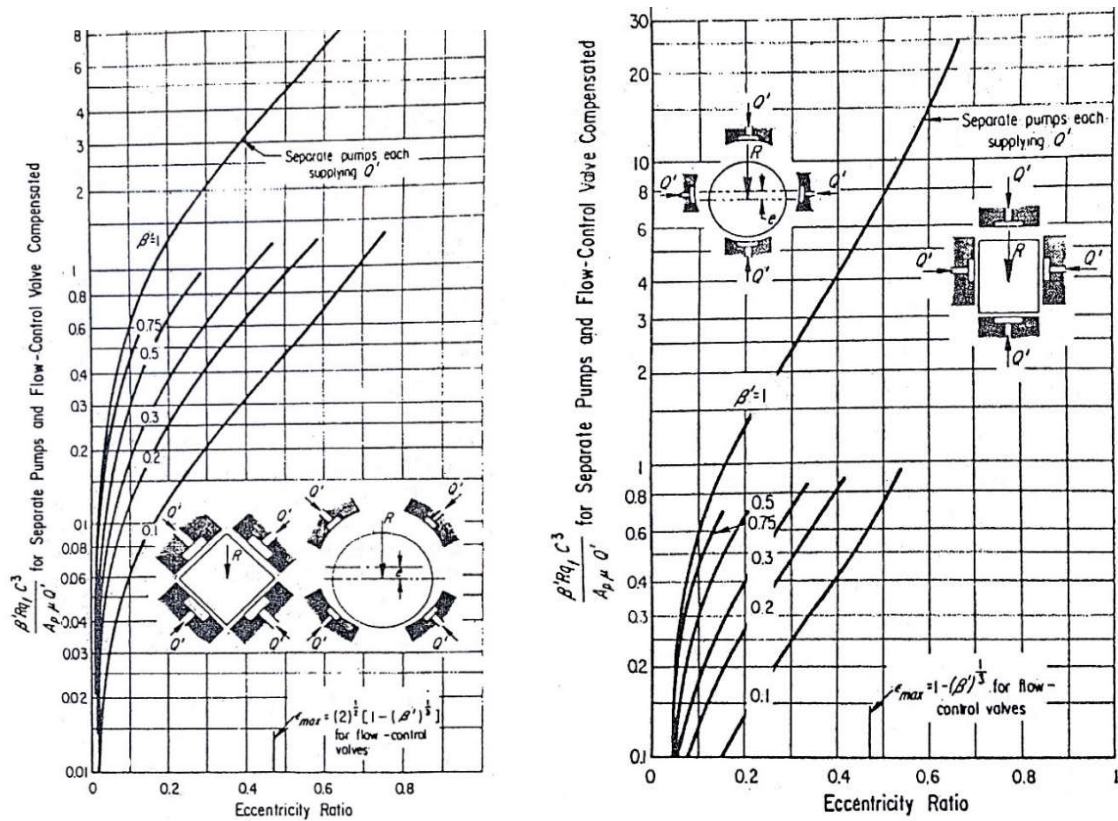


Figure I.9: Palier à butées planes [11]

Cependant, la première apparition de la configuration hybride avec patins hydrostatiques plans est celle d'Adams et Zahloul [12]. Dans la dernière référence, l'auteur a présenté quelques avantages de cette configuration, notamment les avantages de calcul. Premièrement, le fait que chaque patin n'est lié au patin en face de lui que par les épaisseurs des films des deux et leurs vitesses d'écrasement, simplifie considérablement les calculs. Il rend les calculs d'un seul patin applicables aux autres par l'introduction de l'épaisseur du film et la vitesse d'écrasement comme les seules variables. Deuxièmement, le palier ne nécessite pas un blocage en rotation, et peut fournir un auto-équilibrage à la rotation. Un aspect qui n'est pas mentionné, est celui de l'absence des termes de couplage en raideur et en amortissement. Le fait que la composante de la force selon l'axe X est indépendante de celle de l'axe Y élimine une des sources les plus importantes causant l'instabilité des rotors [13].

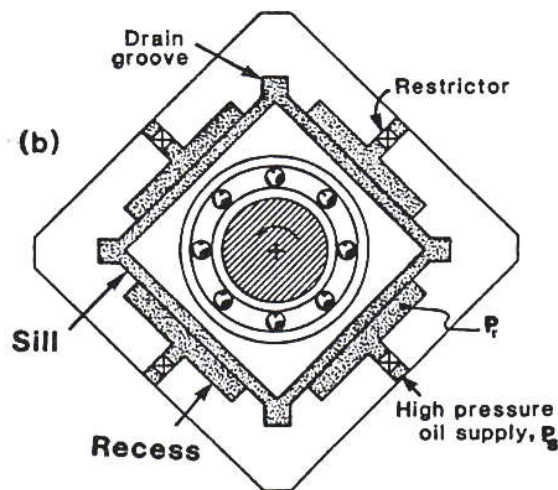


Figure I.10: Paliers hybrides (Roulement - SFD patins plans), 1987 [12]

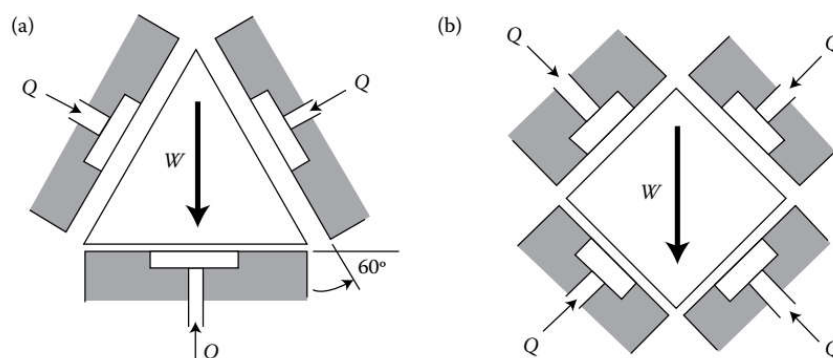


Figure I.11: Enceinte à faces planes supportée par des patins hydrostatiques, 2018 [9]

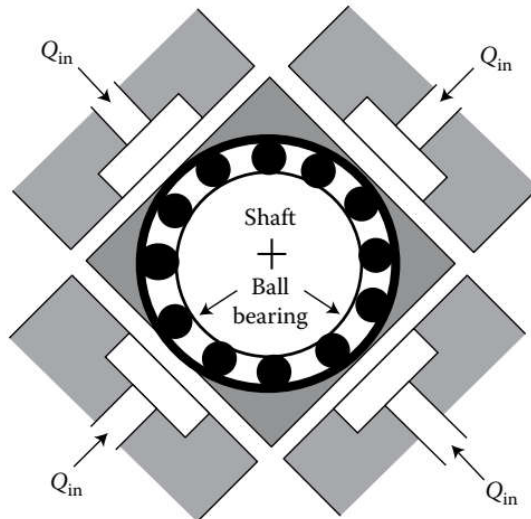


Figure I.12: Palier hybride à roulement et quatre patins hydrostatique plans, 2018 [9]

Dans toutes les études traitant le palier hybride Roulement-SFD à quatre patins plans, l'effet d'inertie a toujours été ignoré [12] [5] [8].

Cette configuration est le centre d'intérêt du projet de recherche dont cette thèse fait partie. La configuration à quatre patins hydrostatique plans agissant comme SFD sans décalage en rotation (deux patins horizontaux et deux verticaux), sera adoptée pour la suite de cette étude.

I.3. Modélisation de la dynamique des rotors

En lubrification hydrostatique ou hydrodynamique, les forces générées par le fluide ne sont pas simples à évaluer. De plus, on est souvent amené à les évaluer un nombre de fois considérable, comme par exemple lors d'une étude de comportement de rotor en régime transitoire. La notion des coefficients dynamiques équivalents a été proposée pour remplacer ces forces par des expressions mathématiques linéarisées simples à évaluer. Une fois les coefficients dynamiques linéaires (coefficients de raideur et d'amortissement équivalents) évalués, la résolution du problème dynamique peut être faite de façon beaucoup plus simple, souvent analytiquement [2].

I.3.1. Coefficients dynamiques linéarisés

La notion des coefficients dynamiques linéarisés n'a pas été acceptée immédiatement par la communauté scientifique [14]. Dans la même référence, l'auteur explique cela par le fait de

l'évidence de la non-linéarité des forces du fluide. Cependant, l'idée n'a pas tardé à devenir très populaire et pratique surtout dans le domaine de l'ingénierie. Le nombre d'articles publiés sur eux est la meilleure preuve.

Il y a deux méthodes pour l'évaluation des coefficients dynamiques linéarisés :

- La méthode de perturbation infinitésimale de Lund [15],
- Et la méthode de variation numérique [16]. Dans leur article, Qiu et Tieu ont calculé les coefficients dynamiques à différentes amplitudes de perturbation. Ils ont conclu que les déplacements et les vitesses des perturbations doivent être respectivement de 5% et 4% pour une bonne concordance entre les deux approches (erreur de l'ordre de 2,5%).

Dans les cas où le déplacement est trop important (sous l'effet de forts balourds), les résultats obtenus par la linéarisation deviennent médiocres.

La validité de l'approximation linéaire des forces du fluide a été étudiée par plusieurs auteurs. En 1987 Lund a rapporté que cette approche n'est valable que pour des déplacements (excentricité dynamique) de l'ordre de 0,4 du jeu radiale (épaisseur du film) [14].

D'autres auteurs ont trouvé un résultat moins optimiste qui tourne autour de la valeur de 0.2 du jeu radial. Cette valeur est la valeur la plus adoptée dans la littérature [13] [17].

I.3.2.Coefficients dynamiques non-linéaires

Le comportement dynamique des rotors à fort balourd est non-linéaire, et peut être très dangereux. Ces situations correspondent, par exemple, aux pertes brusques des turbines d'une, ou plusieurs, de leurs aubes.

Pour la modélisation du comportement non-linéaire, deux approches s'imposent :

- La résolution du problème couplé sans approximation.
- L'utilisation des coefficients dynamiques non-linéaires.

Choy et al [18] et Chu et al [19] ont représenté la force du fluide en incluant des termes d'ordre supérieur dans l'expansion en série de Taylor. Les coefficients de raideur, d'amortissement et hybrides non-linéaires ont été calculés à divers endroits aux alentours de la position d'équilibre. Ils ont montré que pour des déplacements éloignés de la position d'équilibre, bien que la non-linéarité des forces du fluide devienne significative elle peut être modélisée par ces coefficients avec précision. Le calcul des coefficients non-linéaires ne se fait pas de manière directe

comparé au cas linéaire. La forme polynomiale à plusieurs variables (déplacements et vitesses dans les deux directions x et y) comporte plusieurs coefficients. Leur nombre dépend du degré de l'approximation adopté, et leur détermination peut se faire par plusieurs méthodes : des moindres carrés [20], régression multiple [21] ou par génération de système linéaire par suivie d'orbite [21].

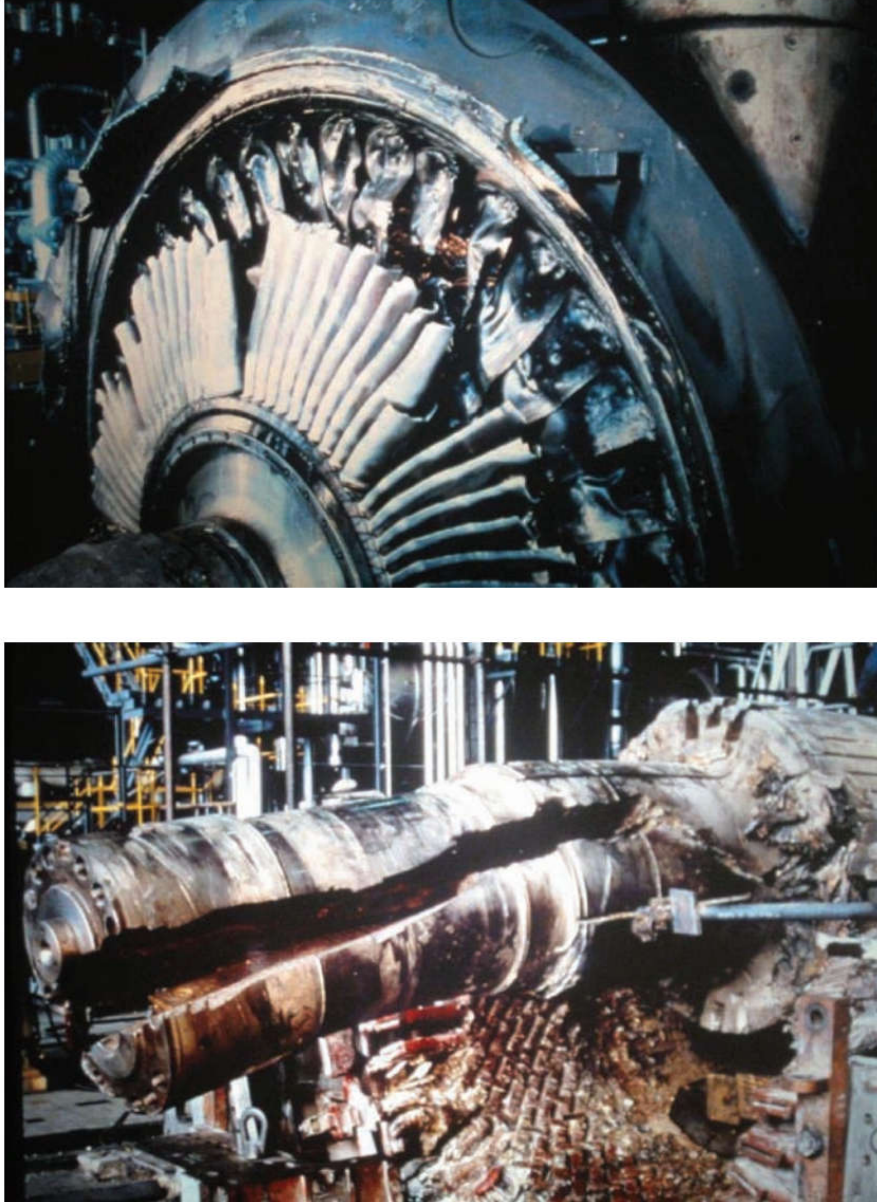


Figure I.13: Déséquilibre important causé par la perte d'une ou plusieurs grandes aubes de turbine, 1970s [22]

Selon [21], lorsque les amplitudes de vibration dépassent 40% de l'épaisseur du film fluide l'utilisation des coefficients linéarisés n'est plus valide. L'auteur propose d'utiliser des coefficients non-linéaires introduits en considérant des termes supplémentaires dans le développement de Taylor et déterminés par régression multiple.

I.4. Ecoulements Inertiels

Tout écoulement de fluide est régi par les équations de conservation : la conservation de la matière (équation de continuité), la conservation des quantités de mouvement et la conservation d'énergie.

Lorsqu'un fluide incompressible s'écoule dans un espace qui présente une diminution de section droite brusque, la conservation du débit massique (dans le cas incompressible c'est aussi le débit volumique) force le fluide à augmenter sa vitesse au passage de la deuxième section pour compenser la chute de la section. Ceci induit un comportement de la pression typique à l'effet de l'inertie qui se manifeste comme une variation discontinue ou un saut brusque.

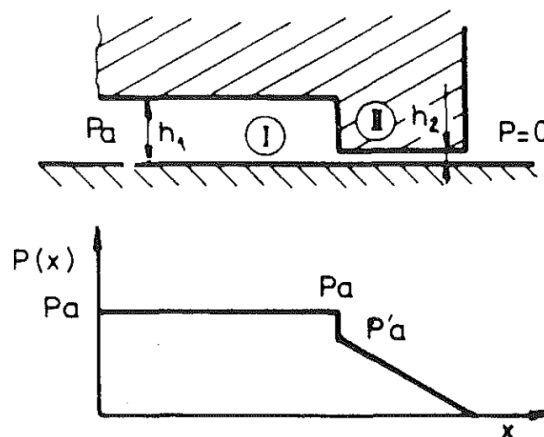


Figure I.14: La chute de pression due à l'effet d'inertie [23]

L'effet d'inertie peut se manifester aussi bien en régime laminaire qu'en régime turbulent. Plusieurs auteurs se sont intéressés à l'évaluation de cet effet dans les deux régimes. Pour le laminaire on peut citer l'étude de Constantinescu et al [24], de l'Lauder et Leschziner [25], et d'autre comme Slezkin et Kahlert, mentionnés dans [26]. Pour le régime turbulent, la thèse de Chaomleffel [26], l'étude de San Andres [27] et celui de Brunetière [28] ne sont que quelques exemples.

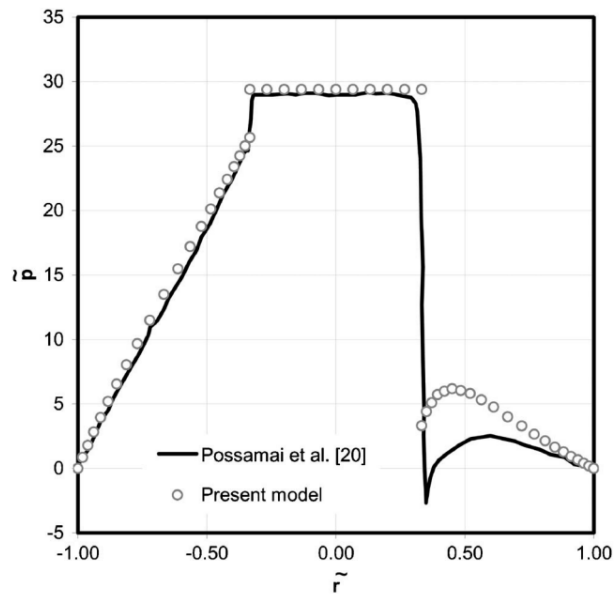


Figure I.15: L'Effet d'inertie sur la distribution de la pression dans un écoulement de type Couette [28]

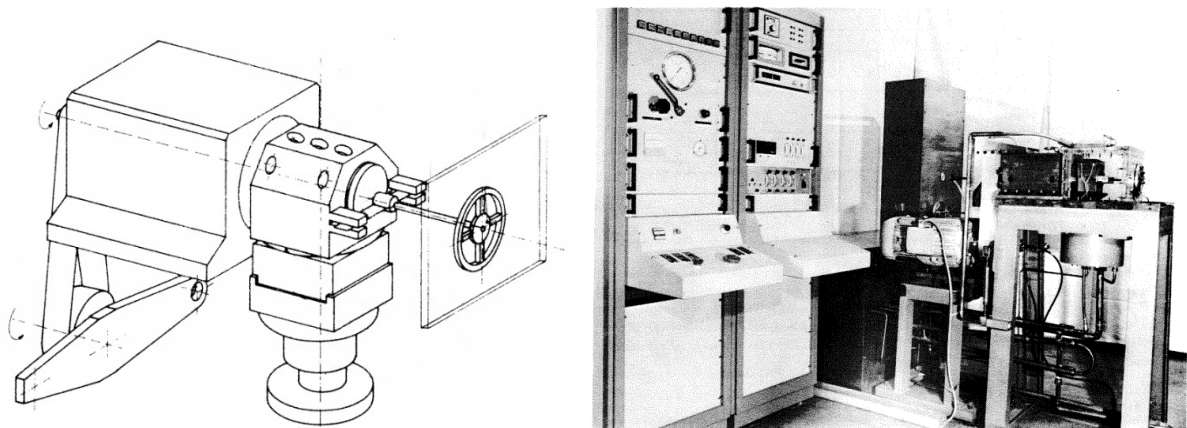


Figure I.16: Schéma et vue d'ensemble de la machine d'essai [29]

Dans sa thèse de Doctorat [26], Chaomleffel a poursuivi le travail initié par Frêne [29] sur un montage expérimental utilisant l'eau chauffée dans un appareil composé de trois cavités. Une série de manomètres a fourni des mesures de la répartition de la pression dans la direction circonférentielle dans le plan médian du palier. Ce travail expérimental fait la référence de validation pour plusieurs études théoriques, comme celle de San Andres [27].

Dans [26], Chaomleffel a exposé la théorie et les applications des différentes méthodes de quantification du saut de pression sous l'effet d'inertie. Il a cité trois méthodes pour le régime laminaire qui sont :

- La méthode des forces d'inertie moyennes (régime laminaire)
- La méthode de perturbation
- La méthode des vitesses moyennes

et une pour le régime turbulent développée par Constantinescu.

Il conclut que la relation proposée par Constantinescu est la meilleure à cause de la complexité de l'évaluation du champ de la vitesse dans les autres relations. Chaomleffel, propose une relation empirique plus compacte, qui sera utilisée par la suite par d'autres chercheurs [30].

I.5. Ecoulements turbulents

La dynamique des films minces visqueux est couramment utilisée pour expliquer le comportement des mécanismes lubrifiés. Dans cette théorie, on considère que l'écoulement est laminaire et que les forces d'inertie sont négligeables devant les forces de viscosité et de pression. Les résultats expérimentaux concordent avec les résultats théoriques dans une large gamme de fonctionnement.

Toutefois, à haute vitesse, pour des épaisseurs de film importantes ou quand les fluides lubrifiants ont une faible viscosité, c'est-à-dire quand le nombre de Reynolds de l'écoulement est élevé, on note un écart entre la théorie et les résultats expérimentaux.

Dans son travail publié en 1949, Wilcock [31] prétend être le premier à signaler des phénomènes de turbulence dans les paliers fluides. Depuis lors, beaucoup d'autres études théoriques ainsi qu'expérimentales ont été réalisées et ont fait de la turbulence une réalité. Les études faites par Constantinescu, Frêne, Chaomleffel et Braun sont juste quelques exemples.

Selon Khonsari, si le nombre de Reynolds dépasse la marge de 1000-2000 les effets d'inertie seront prédominants et le régime d'écoulement devient turbulent [32].

Selon San Andres [27], il y a une forte dépendance entre la réponse en force (statique et dynamique) et la structure complexe de l'écoulement, et dans certains cas, une grande perte de puissance est remarquée pour des écoulements à des nombres de Reynolds élevés. L'augmentation de la perte de puissance due à la turbulence était également mentionnée par

Khonsari [32]. Cependant, l'auteur déclare que la turbulence améliore la charge de portance en augmentant la viscosité apparente du fluide.

La plupart des études théoriques ont abouti à des équations qui sont très similaires à l'équation de Reynolds classique, initialement développé pour l'écoulement laminaire dans les films minces. Presque tous les modèles incluent deux coefficients dépendant du nombre de Reynolds. Le modèle de Constantinescu est l'un des plus utilisés en théorie de la lubrification turbulente [33].

Pour étudier théoriquement les écoulements des fluides dans des paliers ayant des dimensions finies, la simulation numérique est inévitable. L'approche largement adoptée consiste à résoudre l'équation de Reynolds modifiée, numériquement par différences finies. Selon Randall [34], si la géométrie étudiée peut être discrétisée par un maillage cartésien, la précision de la méthode des différences finies est comparable aux autres méthodes numériques plus sophistiquées comme la méthode des volumes finis ou la méthode des éléments finis.

Cependant, lorsqu'il s'agit de calculs sur des géométries plus complexes, la méthode des différences finies montre ses limites.

A cette méthode il existe trois alternatives puissantes : la méthode des volumes finis, la méthode des éléments finis et la méthode des éléments de frontière (méthodes intégrales). La méthode des volumes finis est la première alternative la plus utilisée [35] [36]. Comme exemples sur les premières études exploitant la méthode des éléments finis, nous pouvons mentionner celles réalisés par Reddi [37] et Ghai [38]. Selon [6] les méthodes intégrales sont les moins utilisées, on peut citer un de ces rares travaux [39]. Ceci peut être expliqué par la complexité de ces méthodes, qui induisent des calculs d'intégrales singulières, et le fait que le gain en maillage est de peu de bénéfice vu les dimensions étroites qui caractérisent les paliers fluides.

Toujours sous l'hypothèse du film mince, les premières études utilisant ces deux alternatives pour résoudre l'équation modifiée de Reynolds ; étaient limitées par les moyens de calcul de l'époque. Cependant, grâce aux progrès informatiques, des études récentes ont pu utiliser les deux méthodes pour résoudre l'équation de Navier-Stokes. Cela a conduit à des descriptions encore plus réalistes de l'écoulement dans les paliers fluides [33] [40].

On peut dire que les études numériques paramétriques ont commencé au début des années 1990. En fait, Velthuis et San Andres [41] ont effectué l'une des premières analyses d'écoulement laminaire incompressible dans des paliers en deux dimensions.

Braun [42] a mené de multiples études similaires donnant une description des zones de recirculation. Cependant, une absence de description paramétrique des tourbillons de turbulence de la littérature est remarquée par Mathieu [40].

I.6. Conclusion :

L'étude bibliographique nous a permis de situer le type de palier choisi, à savoir le palier hybride roulement-amortisseur à film mince (SFD) à quatre patins plans, parmi les technologies disponibles. Elle nous a aussi permis, grâce à la synthèse de Zhifeng Liu et al [6], de réaliser l'importance croissante que les paliers hydrostatiques sont en train de gagner.

Les origines de la configuration hybride à patins plans, considérée pour la suite de cette étude, ont été tracées avec citation de ces avantages notamment la réduction du risque de l'instabilité.

Ce chapitre est finalisé par la discussion des principaux travaux sur l'effet d'inertie et la turbulence dans les paliers hydrostatiques ainsi que la modélisation du comportement non-linéaire des lignes d'arbres supportées par ce type de paliers.

*Régime laminaire avec effet
d'inertie*

REGIME LAMINAIRE AVEC EFFET D'INERTIE

Le but de ce chapitre est d'exposer puis résoudre la formulation mathématique du problème 2D sous l'effet d'inertie en régime laminaire. L'étude se fait sous les hypothèses du fluide Newtonien, incompressible, en écoulement laminaire permanent et sans apport de chaleur.

L'un des avantages de la géométrie à patins plans, discutés dans le chapitre précédent, est la possibilité de la combinaison des résultats obtenus sur chaque patin isolé, pour l'obtention du comportement global du palier. Les patins sont liés entre eux par la relation entre leurs épaisseurs de leur film mince et la vitesse d'écrasement de chacun.

L'effet d'inertie est modélisé par la corrélation de Chaomleffel, qui exprime la perte de charge à la sortie de l'alvéole.

Le problème formulé à la base de la loi de conservation du débit volumique et de l'équation de Reynolds est ensuite résolu de manière semi-analytique.

II.1. Un seul patin avec lubrifiant en régime laminaire sans effet d'inertie

II.1.1. Palier infiniment long

Dans cette section nous allons étudier les performances d'un seul patin, puis on va les généraliser sur tout le palier.

Les hypothèses :

- Le palier est infiniment long.
- L'alvéole est suffisamment profonde pour que la pression y soit constante (dans l'espace)
- Le fluide lubrifiant est considéré Newtonien et incompressible.
- L'épaisseur ne dépend ni de x ni de z : $\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial z} = 0$
- L'écoulement est laminaire, permanent et sans apport de chaleur.
- Seul l'écoulement de Poiseuille existe.

L'hypothèse du palier infiniment long implique que les gradients dans la direction (z) seront ignorés.

La conservation de la masse (débit massique) permet d'écrire :

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out} + \frac{\partial m}{\partial t} = \dot{m}_{out} + \frac{\partial(\rho V_{al})}{\partial t} \quad (II.1)$$

La relation exprimée en termes de débits volumiques :

$$\rho Q_{capillaire} = \rho Q_{sortie} + \rho \frac{\partial V_{al}}{\partial t} + V_{al} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (II.2)$$

$Q_{capillaire}$, Q_{sortie} : Les débits volumiques entrant par le capillaire et sortant de la zone du film.

$\frac{\partial V_{al}}{\partial t}$: Variation du volume de l'alvéole à cause du mouvement du grain mobile.

$$\frac{\partial V_{al}}{\partial t} = \iint \vec{h} \cdot \vec{n} \cdot ds \quad (II.3)$$

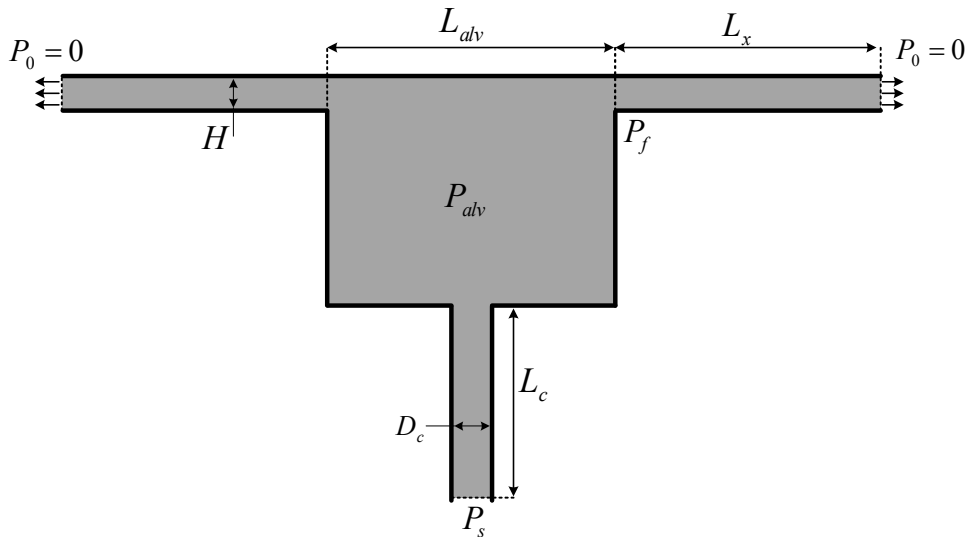


Figure II.1: Les différentes dimensions du patin

En considérant une largeur L_z d'une unité, qui signifie aussi que le calcul est fait par unité de longueur. On obtient :

$$\frac{\partial V_{al}}{\partial t} = \int_0^{L_x} \vec{h} \cdot \vec{n} \cdot dx \quad (II.4)$$

L'épaisseur du film est indépendante des variables spatiales (x et z) :

$$\frac{\partial V_{al}}{\partial t} = L_z L_{alv} \dot{h} = L_z L_{alv} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (II.5)$$

Le sens de la vitesse doit être pris en compte ; dans le cas d'un écrasement la vitesse doit être négative.

Le coefficient de compressibilité est donné par : $\beta_{comp} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P_{al}}$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial P_{al}} \frac{\partial P_{al}}{\partial t} = \rho \beta_{comp} \frac{\partial P_{al}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \rho Q_{capillaire} = \rho Q_{sortie} + \rho \frac{\partial V_{al}}{\partial t} + V_{al} \rho \beta_{comp} \frac{\partial P_{al}}{\partial t}$$

La densité peut être simplifiée :

$$Q_{capillaire} = Q_{sortie} + \frac{\partial V_{al}}{\partial t} + V_{al} \beta_{comp} \frac{\partial P_{al}}{\partial t} \quad (II.6)$$

Si le fluide est considéré incompressible : $\beta_{comp} = 0$

L'équation (II.6) devient :

$$Q_{capillaire} = Q_{sortie} + \frac{\partial V_{al}}{\partial t} \quad (II.7)$$

Le débit volumique entrant par le capillaire :

$$Q_{capillaire} = \frac{\pi d_{cap}^4}{128 \mu L_c} (P_s - P_{alv}) \quad (II.8)$$

En notant : $K_C = \frac{\pi D_{cap}^4}{128 L_c}$

$$Q_{capillaire} = \frac{K_C}{\mu} (P_s - P_{alv}) \quad (\text{II.9})$$

Le palier est considéré infiniment long (dans la direction z), donc le débit dans la direction axiale (z) peut être négligé devant le débit dans la direction x :

$$Q_x \gg Q_z$$

Grace à la symétrie on ne considère que la partie du débit dans la direction +x positive et on le multiplie par deux. Le débit volumique sortant de la zone du film mince devient donc:

$$Q_{sortie} = 2U_{xm} S_{sortie} = 2L_z h U_{xm} \quad (\text{II.10})$$

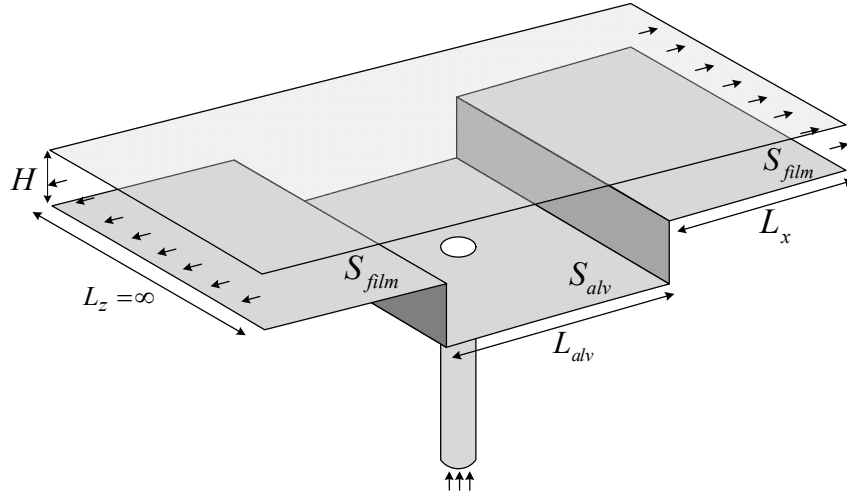


Figure II.2: Patin 3D en configuration infiniment longue

$$U_{xm} = \frac{\int_0^h U_x dy}{h} \quad (\text{II.11})$$

La vitesse d'un écoulement de fluide newtonien entre deux plaques parallèles est donnée par :

$$U_x = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y-h)y \quad \Rightarrow \quad U_{xm} = \frac{\int_0^h \left(\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y-h)y \right) dy}{h}$$

Avec l'hypothèse de la pression constante dans la direction de l'épaisseur du film mince :

$$\Rightarrow \int_0^h (y^2 - hy) dy = -\frac{1}{6} h^3$$

Avec:
$$U_{xm} = \frac{1}{2\mu h} \frac{\partial P}{\partial x} \int_0^h ((y-h)y) dy \quad (\text{II.12})$$

et:
$$Q_{sortie} = 2L_z h U_{xm} \quad (\text{II.13})$$

On obtient :
$$U_{xm} = -\frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{x=L_x} \quad (\text{II.14})$$

Et :
$$Q_{sortie} = -\frac{L_z h^3}{6\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{x=L_x} \quad (\text{II.15})$$

Et :
$$\frac{\pi d_{cap}^4}{128 L_c \mu} (P_s - P_{alv}) = -\frac{L_z h^3}{6\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \Big|_{x=L_x} + L_z L_{alv} \dot{h} \quad (\text{II.16})$$

II.1.2. Recherche du gradient de pression dans le film mince

La pression dans le film mince en régime laminaire est régie par l'équation de Reynolds :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.17})$$

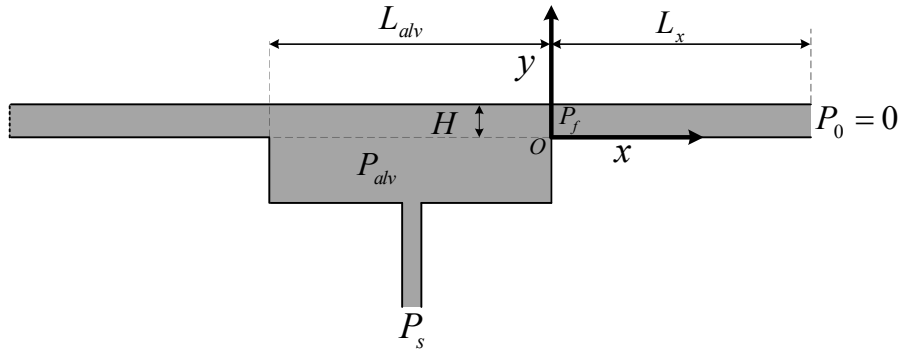


Figure II.3: Position du repère

L'hypothèse du palier infiniment long implique que toute dérivée par rapport à z est nulle :

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0, \text{ celle de l'absence de l'écoulement de Couette implique: } U = 0$$

Ceci simplifie l'équation (II.17) à :

$$\frac{h^3}{\mu} \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.18})$$

II.1.3. Le gradient de la pression obtenu analytiquement

En intégrant l'équation (II.18) deux fois sur x :

$$P(x) = \frac{6\mu\dot{h}}{h^3} x^2 + C_a x + C_b$$

Avec les conditions aux limites :
$$\begin{cases} P(0) = P_f \\ P(L_x) = P_0 \end{cases}$$

$$P(0) = P_f \Rightarrow C_b = P_f$$

$$P(L_x) = P_0 \Rightarrow \frac{6\mu\dot{h}}{h^3} L_x^2 + C_a L_x + P_f = P_0$$

On trouve donc
$$\begin{cases} C_a = \frac{1}{L_x} \left(P_0 - P_f - \frac{6\mu\dot{h}}{h^3} L_x^2 \right) \\ C_b = P_f \end{cases}$$

Et la pression dans le film mince sera :

$$P(x) = \frac{6\mu\dot{h}}{h^3} x^2 + \left(\frac{(P_0 - P_f)}{L_x} - \frac{6\mu\dot{h}L_x}{h^3} \right) x + P_f \quad (\text{II.19})$$

Son gradient spatial est :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{12\mu\dot{h}}{h^3} x + \left(\frac{(P_0 - P_f)}{L_x} - \frac{6\mu\dot{h}L_x}{h^3} \right) \quad (\text{II.20})$$

A l'entrée de la zone du film mince $x = 0$:

$$\frac{\partial P(0)}{\partial x} = \left(\frac{(P_0 - P_f)}{L_x} - \frac{6\mu\dot{h}L_x}{h^3} \right) \quad (\text{II.21})$$

A la sortie de la zone du film mince $x = L_x$:

$$\frac{\partial P(L_x)}{\partial x} = \left(\frac{(P_0 - P_f)}{L_x} + \frac{6\mu\dot{h}L_x}{h^3} \right) \quad (\text{II.22})$$

Le débit sortant, exprimé par l'équation(II.15), peut être maintenant écrit en remplaçant le gradient par l'équation (II.22):

$$Q_{\text{sortie}} = \frac{h^3 L_z}{6\mu L_x} \left((P_f - P_0) - \frac{6\mu\dot{h}L_x^2}{h^3} \right) \quad (\text{II.23})$$

Si $P_0 = 0$ (la pression relative à la sortie du patin est la pression atmosphérique) et en

adoptant la notation : $K_Q = \frac{L_z}{6L_x}$

$$Q_{\text{sortie}} = \frac{h^3}{\mu} K_Q \left((P_f - P_0) - \frac{6\mu\dot{h}L_x^2}{h^3} \right)$$

$$Q_{\text{sortie}} = \frac{K_Q}{\mu} P_f h^3 - 6K_Q L_x^2 \dot{h} \quad (\text{II.24})$$

Et l'équation (II.16) devient :

$$K_C (P_s - P_{alv}) = K_Q P_f h^3 + \mu (S_{alv} - S_{film}) \dot{h} \quad (\text{II.25})$$

La surface totale du patin :

$$S_{\text{totale}} = S_{alv} + 2S_{film}$$

En absence de l'effet d'inertie $P_{alv} = P_f$, l'équation (II.25) s'écrit :

$$K_C (P_s - P_{alv}) = K_Q P_{alv} h^3 + \mu (S_{alv} - S_{film}) \dot{h}$$

$$P_{alv} = \left(P_s - \frac{\mu(S_{alv} - S_{film})}{K_C} \dot{h} \right) \left(1 + \frac{K_Q}{K_C} h^3 \right)^{-1} \quad (II.26)$$

Le champ de pression peut être donné par l'équation (II.19):

$$P(x) = \frac{6\mu\dot{h}}{h^3} x^2 - \left(\frac{P_{alv}}{L_x} + \frac{6\mu\dot{h}L_x}{h^3} \right) x + P_{alv} \quad (II.27)$$

La force générée par le champ de pression dans le film mince en absence de l'effet d'inertie peut être calculée comme :

$$W_{film} = 2L_z \int_0^{L_x} P(x) dx = 2L_z \int_0^{L_x} \left(\frac{6\mu\dot{h}}{h^3} x^2 - \left(\frac{P_{alv}}{L_x} + \frac{6\mu\dot{h}L_x}{h^3} \right) x + P_{alv} \right) dx \quad (II.28)$$

$$W_{film} = 2L_z \left[\frac{6\mu\dot{h}}{3h^3} x^3 - \frac{1}{2} \left(\frac{P_{alv}}{L_x} + \frac{6\mu\dot{h}L_x}{h^3} \right) x^2 + P_{alv} x \right]_0^{L_x} \quad (II.29)$$

$$W_{film} = \frac{4\mu\dot{h}}{h^3} L_z L_x^3 - \left(\frac{P_{alv}}{L_x} + \frac{6\mu\dot{h}L_x}{h^3} \right) L_z L_x^2 + 2P_{alv} L_z L_x \quad (II.30)$$

$$W_{film} = P_{alv} L_z L_x - \frac{2\mu\dot{h}}{h^3} L_z L_x^3 \quad (II.31)$$

La force générée par la pression dans l'alvéole peut être calculée comme :

$$W_{alvéole} = P_{alv} L_z L_{alvéole} \quad (II.32)$$

La force résultante générée par le patin est donc:

$$W = W_{fluide} = W_{alvéole} + W_{film} \quad (II.33)$$

$$W = P_{alv} L_z L_{alvéole} + P_{alv} L_z L_x - \frac{2\mu\dot{h}}{h^3} L_z L_x^3 \quad (II.34)$$

$$W = (S_{alv} + S_{film}) P_{alv} - \frac{2\mu\dot{h}}{h^3} L_z L_x^3 \quad (II.35)$$

A l'équilibre statique : $\dot{h} = 0$

$$P_{alv}^{statique} = P_s \left(1 + \frac{K_Q}{K_C} h^3 \right)^{-1} \quad (II.36)$$

$$P^{statique}(x) = -\frac{P_{alv}^{statique}}{L_x} x + P_{alv}^{statique} \quad (II.37)$$

La force statique générée est donc :

$$W^{statique} = (S_{alv} + S_{film}) P_{alv}^{statique} \quad (II.38)$$

En tenant compte de l'expression (II.36)

$$W^{statique} = P_s (S_{alv} + S_{film}) \frac{K_C}{K_C + K_Q h_{statique}^3} \quad (II.39)$$

A l'équilibre statique pour un seul patin :

$$P_{alv} = P_s \left(1 + \frac{K_Q}{K_C} h^3 \right)^{-1} \quad (II.40)$$

En introduisant le rapport des pressions $\beta_0 = P_{alv} / P_s$

$$\beta_0 = \frac{P_{alv}}{P_s} = \left(1 + \frac{K_Q}{K_C} h_0^3 \right)^{-1} \quad (II.41)$$

$$H_0 = \sqrt[3]{\frac{K_C}{K_Q} \left(\frac{1}{\beta_0} - 1 \right)} \quad (II.42)$$

Selon Frêne [13] la valeur optimale de β_0 pour une résistance de type capillaire est $\beta_0 = 0.5$

L'équilibre statique sous la charge du poids du rotor est traduit par :

$$P_s (S_{alv} + S_{film}) \frac{K_C}{K_C + K_Q h_{statique}^3} = Mg$$

$$H_{statique} = \sqrt[3]{\left(\frac{(S_{alv} + S_{film}) P_s}{Mg} - 1 \right) \frac{K_C}{K_Q}} \quad (II.43)$$

II.1.4. L'équilibre statique du palier à quatre patins

On va développer les expressions analytiques des deux composantes de la force résultante générée par les quatre patins du palier :

$$\begin{cases} W_x = W_4(h_{stat4}) - W_2(h_{stat2}) \\ W_y = W_1(h_{stat1}) - W_3(h_{stat3}) \end{cases} \quad (II.44)$$

L'expression de la force générée par chaque patin est donnée par (II.35)

$$W_i = (S_{alv} + S_{film}) P_{alv\ i} - \frac{2\mu\dot{h}_i}{h_i^3} L_z L_x^3 \quad (II.45)$$

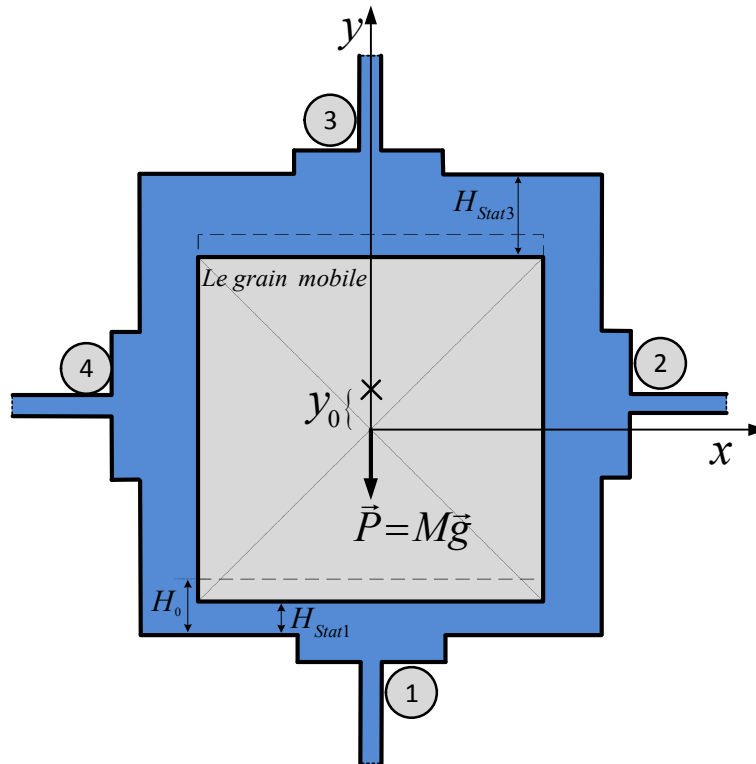


Figure II.4: Les quatre patins entourant le grain mobile

Avec la pression dans l'alvéole donnée par (II.26)

$$P_{alv\ i} = \left(P_s - \frac{\mu(S_{alv} - S_{film})}{K_C} \dot{h}_i \right) \left(1 + \frac{K_Q}{K_C} h_i^3 \right)^{-1} \quad (II.46)$$

La relation (II.45) devient:

$$\begin{cases} W_x = (S_{alv} + S_{film})(P_{alv\ 4} - P_{alv\ 2}) - 2\mu L_z L_x^3 \left(\frac{\dot{h}_4}{h_4^3} - \frac{\dot{h}_2}{h_2^3} \right) \\ W_y = (S_{alv} + S_{film})(P_{alv\ 1} - P_{alv\ 3}) - 2\mu L_z L_x^3 \left(\frac{\dot{h}_1}{h_1^3} - \frac{\dot{h}_3}{h_3^3} \right) \end{cases} \quad (II.47)$$

Avec :

$$\begin{cases} h_2 = 2H_0 - h_4 \\ h_3 = 2H_0 - h_1 \end{cases} \quad (II.48)$$

et

$$\begin{cases} h_4 = x + H_0 \\ h_1 = y + H_1^{Statique} \end{cases} \quad (II.49)$$

II.2. L'effet d'inertie:

Comme mentionné au début de ce chapitre, on adopte le modèle empirique proposé par Chaomleffel [26] pour quantifier la perte de charge due à l'effet d'inertie. Dans ce modèle la chute de la pression à l'entrée de la zone du film mince (P_{alv} la pression dans l'alvéole à P_f la pression à l'entrée de la zone du film mince) est traduite par la relation empirique suivante :

$$P_{alv} - P_f = \frac{1}{2} \alpha \rho V_m^2 \quad (II.50)$$

V_m : est la résultante des vitesses moyennes (W_{zm} et U_{xm}) à l'entrée de la zone du film mince ($x=0$) : $V_m = \sqrt{U_{xm}^2 + W_{zm}^2}$

Qui peut s'écrire (avec l'hypothèse du palier infiniment long): $V_m = |U_{xm}|$

α : est le coefficient de perte de charge $\alpha = 1 + a_0 R_l^{b_0}$

avec :

$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{2}, b_0 = 0 & \text{lors que } R_l < 1000 \\ a_0 = 10^6, b_0 = -2.1 & \text{lors que } R_l \geq 1000 \end{cases}$$

R_l : est le nombre de Reynolds local donné par : $R_l = \frac{\rho h V_m}{\mu}$

L'équation (II.50) s'écrit : $P_{alv} = P_f + \frac{1}{2} \alpha \rho V_m^2$

Remplaçons dans l'équation (II.25) :

$$K_c P_s - K_c \left(P_f + \frac{1}{2} \alpha \rho V_m^2 \right) = K_Q P_f h^3 + \mu (S_{alv} - S_{film}) \dot{h} \quad (II.51)$$

$$P_f (K_Q h^3 + K_c) - \left(K_c P_s + K_c \frac{1}{2} \alpha \rho V_m^2 + \mu (S_{film} - S_{alv}) \dot{h} \right) = 0 \quad (II.52)$$

II.2.5. Calcul de la résultante des vitesses moyennes

La résultante des vitesses moyennes (W_{zm} et U_{xm}) à l'entrée de la zone du film mince ($x=0$)

$$V_m = U_{xm} = \frac{\int_0^h U_x dy}{h} = \frac{\int_0^h \left(\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y-h)y \right) dy}{h} = -\frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (II.53)$$

Le gradient analytique de la pression est donné par l'équation (II.20) avec $P_0 = 0$

$$V_m(x) = -\frac{\dot{h}}{h} x + \left(\frac{h^2}{12\mu} \frac{P_f}{L_x} + \frac{L_x \dot{h}}{2h} \right) \quad (II.54)$$

A $x=0$, c'est à dire à l'entrée de la zone du film mince

$$V_m(x=0) = \frac{h^2}{12\mu} \frac{P_f}{L_x} + \frac{L_x \dot{h}}{2h} \quad (II.55)$$

L'équation (II.52) donne :

$$P_f (K_Q h^3 + K_c) - K_c \frac{1}{2} \alpha \rho \left(\frac{h^2}{12\mu L_x} P_f + \frac{L_x \dot{h}}{2h} \right)^2 + \mu (S_{alv} - S_{film}) \dot{h} - K_c P_s = 0 \quad (II.56)$$

Bien que l'équation (II.56) a la forme d'une équation algébrique linéaire du deuxième degré, les coefficients a_0 et b_0 dépendent du nombre de Reynolds local R_l qui dépend à son tour de la pression P_f , donc l'équation est moins simple à résoudre. En fait elle est non-linéaire, et doit être résolue de façon itérative.

Une fois P_f calculée, le champ de pression dans le film mince peut être calculé en utilisant l'équation (II.19), et la pression dans l'alvéole P_{av} par l'équation (II.50)

II.3. Résolution

La résolution du problème est faite de façon itérative en cherchant la racine P_f de l'équation (II.56). Durant le processus, les coefficients a_0 et b_0 sont calculées à chaque itération.

II.3.1. Résolution du modèle inertiel

L'équation (II.16) qui exprime la conservation des débits donne :

$$\frac{\pi d_{cap}^4}{128 L_c} \left(P_s - \left(P_f + \frac{1}{2} \alpha \rho V_m^2 \right) \right) - \frac{h^3 L_z}{6 L_x} P_f = 0 \quad (II.57)$$

L'équation (II.57) a la forme : $f(P_f) = 0$, où f est une fonction dont les racines sont les valeurs de P_f recherchées. Le problème avec cette équation est la dépendance de α et de V_m du nombre de Reynolds local R_l qui dépend à son tour de la pression P_f , ce qui rend l'équation moins simple à résoudre. En fait, elle est non-linéaire, et le calcul de P_f doit se faire itérativement.

La méthode qu'on va utiliser pour tous les problèmes de recherches de racine est celle proposée par Dekker (1969) et améliorée par Brent (1973) [43]. Selon la même référence, cette méthode est la meilleure (disponible au moment) pour la recherche des racines réelles de fonctions car elle mixe la convergence inconditionnelle de la méthode de Bissection et la vitesse de celle de la Sécante.

II.3.2. La force statique générée par le patin

Le patin étant symétrique on ne va formuler l'expression de la force que sur la moitié du patin puis la multiplier par deux.

La force est générée en partie par la moitié de l'alvéole où règne une pression constante et en d'autre partie par un le film mince où la pression peut être décrite par l'équation (II.19).

La pression dans l'alvéole étant constante le calcul de la force est direct :

$$W_{alv} = L_z \frac{L_{alv}}{2} P_{alv} \quad (II.58)$$

La pression dans le film mince étant variable dans la direction x le calcul de la force se fait par intégration du champ de pression régi par l'équation (II.19) de 0 à L_x :

$$(II.19) \Rightarrow W_{film} = \int_{ds} P(x) ds = L_z \int_0^{L_x} P(x) dx$$

$$\Rightarrow W_{film} = L_z \int_0^{L_x} \left(\frac{(P_0 - P_f)}{L_x} x + P_f \right) dx$$

Ce qui donne en fin :

$$W_{film} = \frac{L_z L_x}{2} (P_0 + P_f) \quad (II.59)$$

La force totale générée par le patin est le double de la somme des deux forces précédemment calculées :

$$W_{totale} = 2(W_{alv} + W_{film}) = 2 \left(L_z \frac{L_{alv}}{2} P_{alv} + \frac{L_z L_x}{2} (P_0 + P_f) \right)$$

$$W_{totale} = (L_{alv} P_{alv} + L_x (P_0 + P_f)) L_z \quad (II.60)$$

II.4. L'étude paramétrique du palier :

Dans cette partie nous allons effectuer une étude sur la force générée par le patin sous différentes conditions. Les paramètres géométriques sont obtenus en adaptant ceux de [13] concernant un palier hydrostatique à patins circulaires à la géométrie plane des patins du palier de la présente étude. Les paramètres sont les suivants :

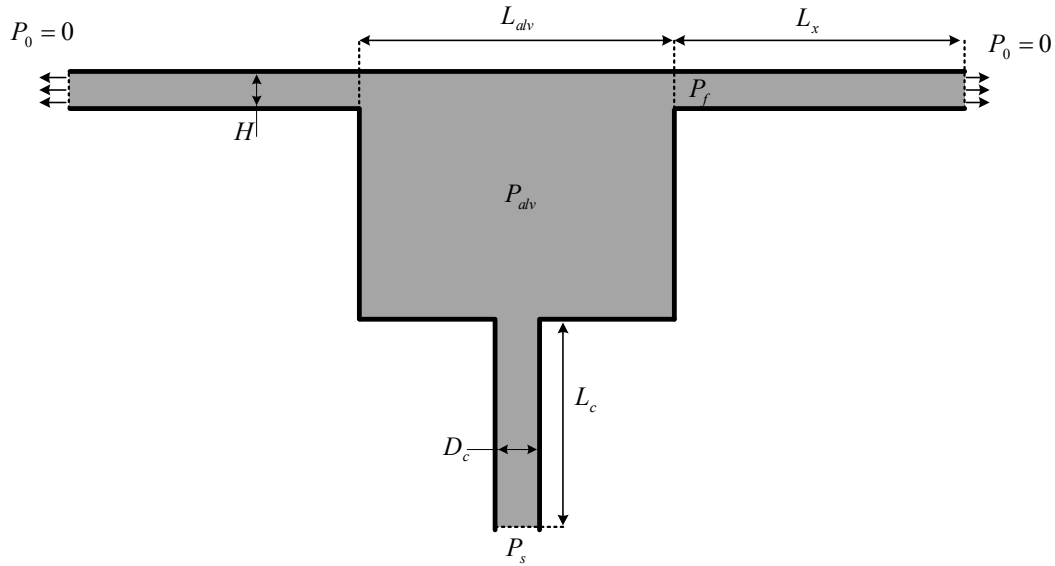


Figure II.5: Paramètres géométriques du patin

Tableau II-1 Les paramètres géométriques

Le paramètre	Valeur (m)	Définition
A_{tot}	0.110	Longueur totale du patin
$B_{tot} = A_{tot}$	0.110	Largeur totale du patin
L_x	0.018	Longueur de film mince (un côté)
$L_{alv} = A_{tot} - 2L_x$	0.074	Longueur de l'alvéole
$L_z = B_{tot}$	0.110	Largeur du film mince (cas infiniment long)
D_c	$1.8 \cdot 10^{-3}$	Diamètre du capillaire
L_c	$58 \cdot 10^{-3}$	Longueur du capillaire

Tableau II-2 Les paramètres de fonctionnement

Paramètre	Valeur	Définition
β_0	0.5	Le rapport de pression de l'alvéole sur la pression d'alimentation
H_0	$7.46 \cdot 10^{-5} \text{ m}$	Epaisseur du film mince à l'état initial (grain mobile au centre).
P_s	10^6 Pa	La pression (Relative) d'alimentation
P_0	0	La pression (Relative) à la sortie du patin

II.4.1. Effet de la viscosité du fluide sur la force :

Le premier fluide est une huile lubrifiante industrielle (*SAE 10W-60*), quant aux trois derniers ce sont ceux utilisés dans la référence [30].

Tableau II-3 Les valeurs de densité et de viscosité adoptées pour l'étude paramétrique

Fluide	Densité (kg/m ³)	Viscosité dynamique (Pa.s)
<i>SAE 10W-60</i>	850	0.381
<i>Fluide1</i>	860	0.05
<i>Fluide2</i>	1000	0.001
<i>Fluide3</i>	1100	$1.72 \cdot 10^{-4}$

Lorsque la vitesse d'écrasement est nulle et l'effet d'inertie négligé la viscosité n'a aucune influence sur la distribution de la pression (lignes continues en rouge de la figure ci-dessus). Ceci est confirmé par l'équation (II.26) où on peut constater la disparition de la viscosité de l'expression lorsqu'on suppose une vitesse d'écrasement nulle.

$$P_{adv} = \left(P_s - \frac{\mu(S_{adv} - S_{film})}{K_c} \dot{\gamma} \right) \left(1 + \frac{K_Q}{K_c} h^3 \right)^{-1} \quad (\text{II.61})$$

A vitesse d'écrasement nulle on obtient les résultats suivants :

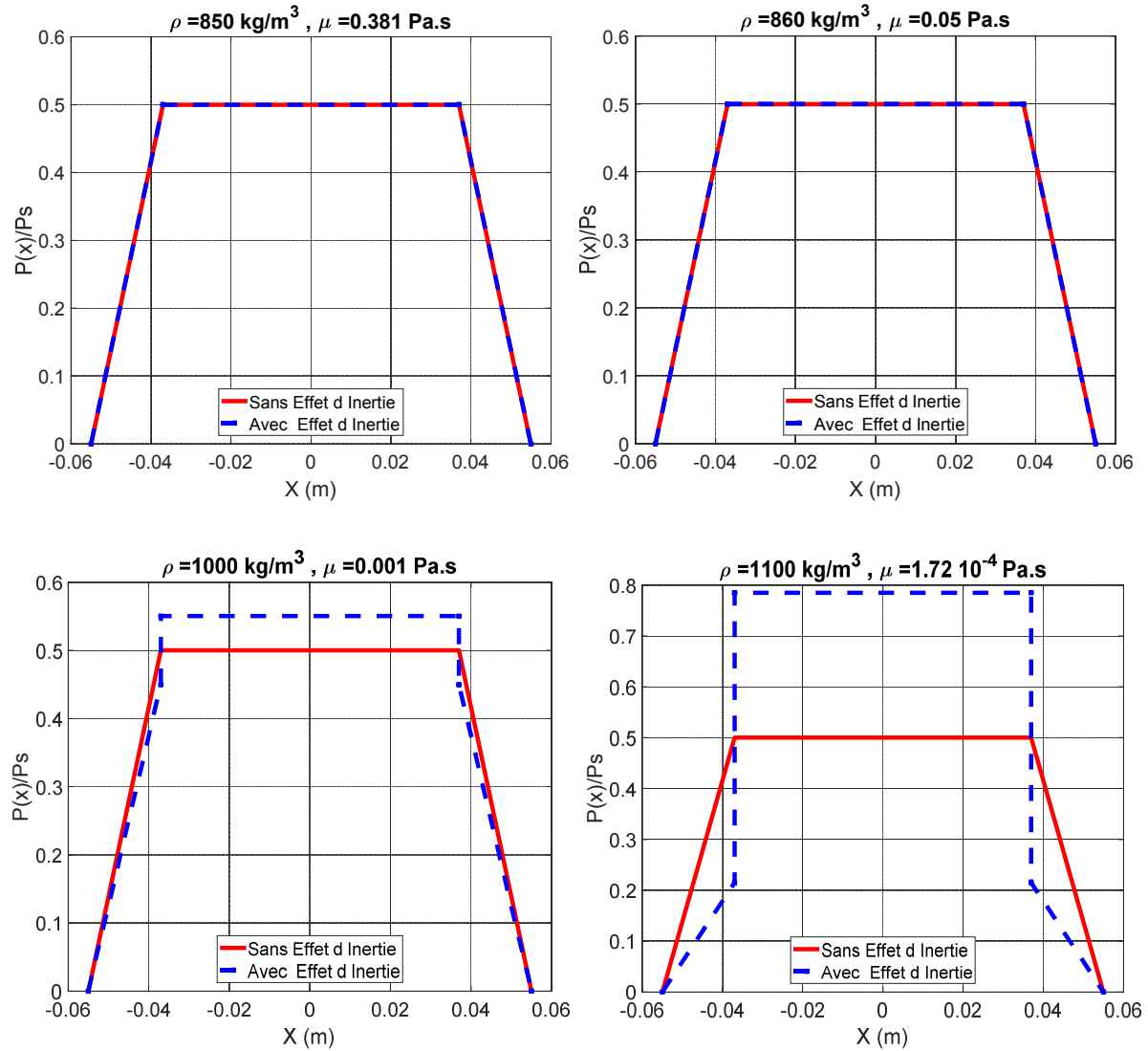


Figure II.6: Effet de l'inertie sur la distribution de la pression à vitesse d'écrasement nulle

En considérant l'effet d'inertie (lignes discontinues bleues de la même figure), on remarque que la pression au sein de l'alvéole reste non affectée par le changement de la viscosité tant que celle-ci est élevée. Cependant, dès que la viscosité s'abaisse à la valeur 0.001 Pa.s les pressions de l'alvéole et celle à l'entrée du film mince commence à s'écarter de plus en plus avec la diminution de la viscosité.

La valeur du saut en pression est donnée par l'expression: $P_{\text{alv}} - P_f = \frac{1}{2} \alpha \rho V_m^2$

Avec :

$$V_m(x=0) = \frac{h^2}{12\mu L_x} \frac{P_f}{L_x} + \frac{L_x}{2h} \dot{\gamma}_h \quad (\text{II.62})$$

L'effet d'inertie se manifeste par la chute de la pression à l'entrée du film mince P_f mais aussi par l'augmentation de la pression au sein de l'alvéole P_{av} . Le premier effet peut être simplifié et expliqué par la théorie de Bernoulli. En effet, le passage du fluide de l'alvéole vers la section du film mince doit préserver le débit massique (dans notre cas le fluide est incompressible donc le débit volumique aussi). Pour conserver des débits la vitesse du fluide doit augmenter de façon brusque à la même manière à laquelle la section diminue. Dans cette situation la théorie de Bernoulli prévoit une diminution brusque de la pression, ce qui explique sa chute à l'entrée du film mince. L'augmentation de la pression de l'alvéole P_{av} est aussi expliquée par la conservation des débits. En absence de la vitesse d'écrasement, les débits qui interviennent dans l'expression de la conservation sont seulement le débit entrant par la résistance hydraulique (dans notre cas le capillaire) et le débit sortant du film mince. La pression à la sortie du film mince P_0 étant la pression atmosphérique considérée constante ; la chute de la pression P_f entraîne la chute du gradient de la pression et par conséquent la chute du débit sortant. Le débit à travers le capillaire doit automatiquement chuter en augmentant la pression P_{av} , P_s étant considérée constante.

Dans l'étape suivante nous allons analyser l'effet d'inertie sur le comportement des pressions avec une vitesse d'écrasement non nulle.

Sur les courbes supérieures de la Figure II.7, qui correspondent aux fluides à forte viscosité, on peut constater que la pression de l'alvéole est très sensible la vitesse d'écrasement (le rapport de pression $\beta_0 > 0.6$ pour $\mu = 0.381$, courbe rouge continue haut-droite). Cependant elle est quasiment insensible à l'effet d'inertie (courbe bleue discontinue).

A faible viscosité (les courbes d'en bas) on remarque l'inverse ; la pression de l'alvéole est insensible à la vitesse d'écrasement ($\beta_0 = 0.5$ courbe rouge continue) mais très sensible à l'effet d'inertie.

Avec la diminution de P_f et l'augmentation de P_{av} , la prévision du comportement de la charge portante sous l'effet d'inertie n'est pas évidente, ce qui motive l'étape suivante.

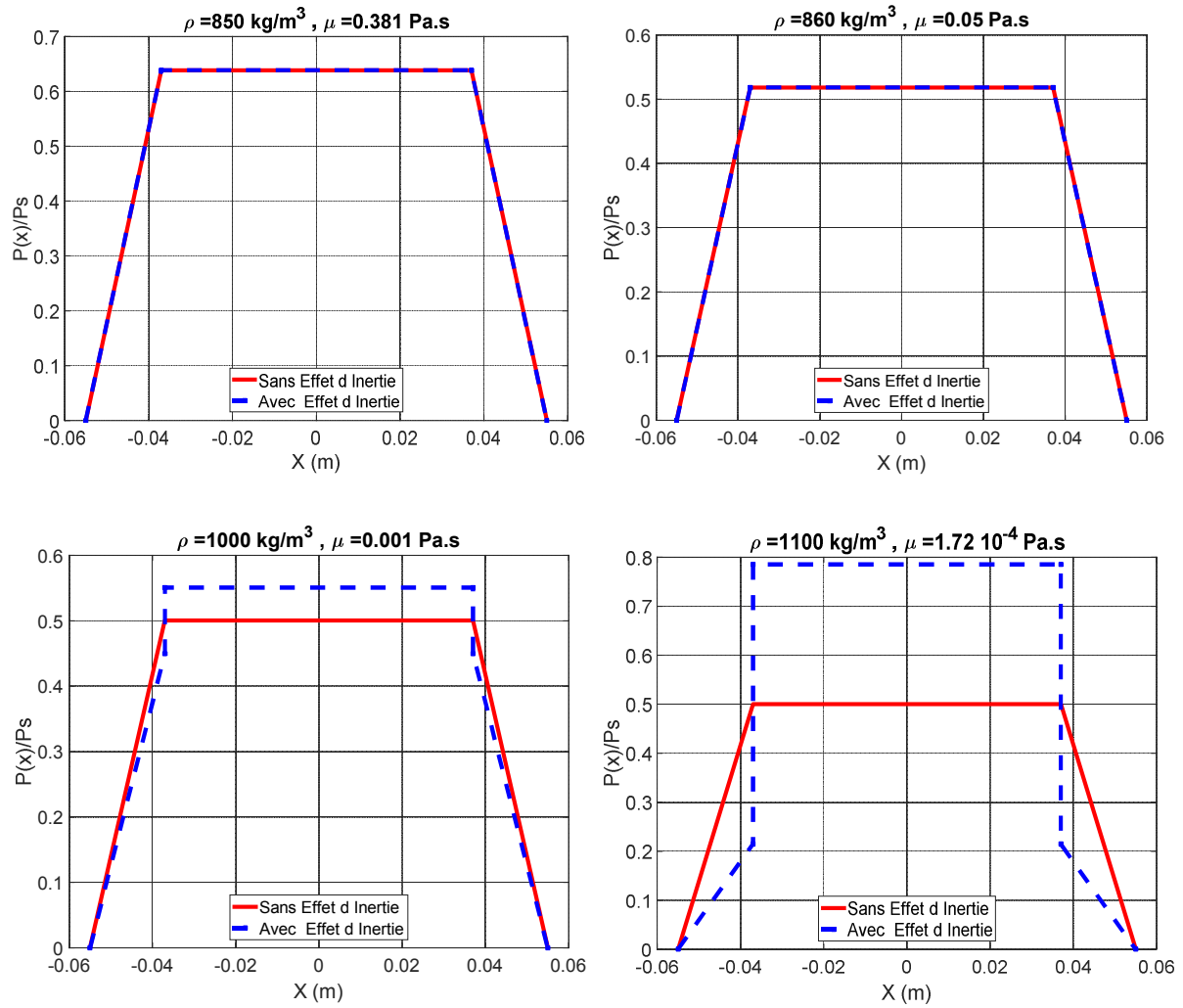


Figure II.7: Effet de l'inertie sur la pression à la vitesse d'écrasement $-5 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}$

II.5. Effet d'inertie sur la charge portante

Dans cette section nous allons examiner l'effet d'inertie sur la charge portante pour différents fluides (différentes viscosités) en absence puis en présence de la vitesse d'écrasement.

Sur la figure ci-dessous on peut remarquer que lorsque l'effet d'inertie n'est pas pris en considération et la vitesse d'écrasement est nulle, la viscosité du fluide n'a aucune influence sur la charge portante. En considérant une vitesse d'écrasement non nulle, la charge portante augmente de manière exponentielle avec l'augmentation de la viscosité du fluide, ce qui est prédit par la théorie classique non-inertielle.

Lorsque l'effet d'inertie est considéré sans vitesse d'écrasement on constate un comportement intéressant dans la zone des faibles viscosités. Contrairement aux prédictions du modèle classique ce sont les fluides à faible viscosité qui génèrent plus de charge de portance. L'effet d'inertie fait augmenter la pression de l'alvéole et diminuer la pression à l'entrée du film mince, bien que l'ampleur du changement des deux pressions semble très proche la différence entre les charges des deux types de sections est clairement différente. Ceci est illustré graphiquement sur la Figure II.9. On constate que le gain en charge représenté par l'aire en pointillés bleus est plus grand que la perte en charge illustrée par l'aire hachurée en rouge.

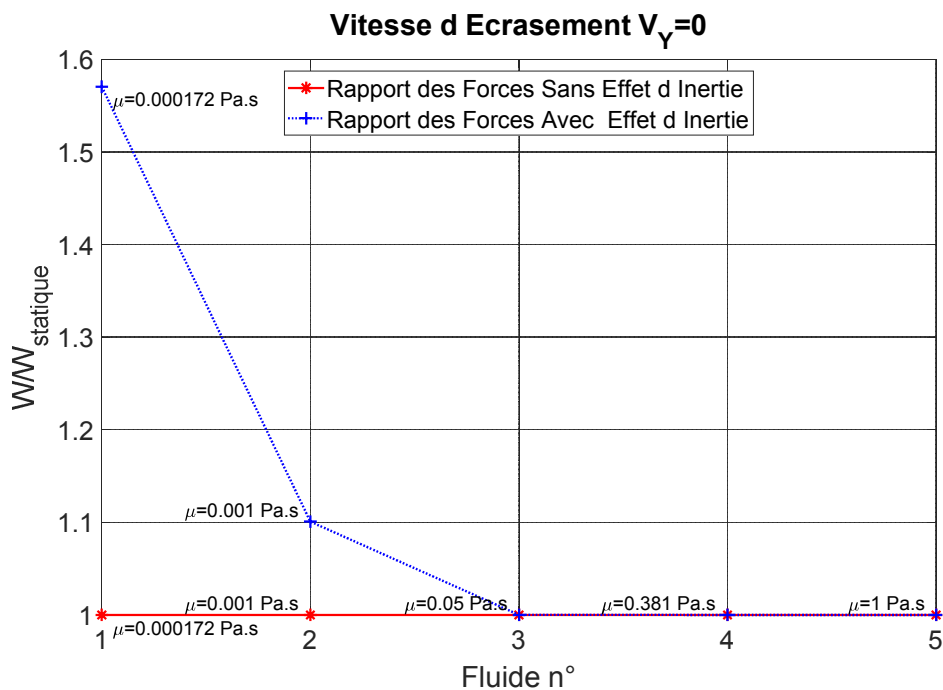


Figure II.8: Effet de la Viscosité et de l'Inertie sur le Rapport de charge W/W_{statique} à vitesse d'écrasement nulle (régime laminaire)

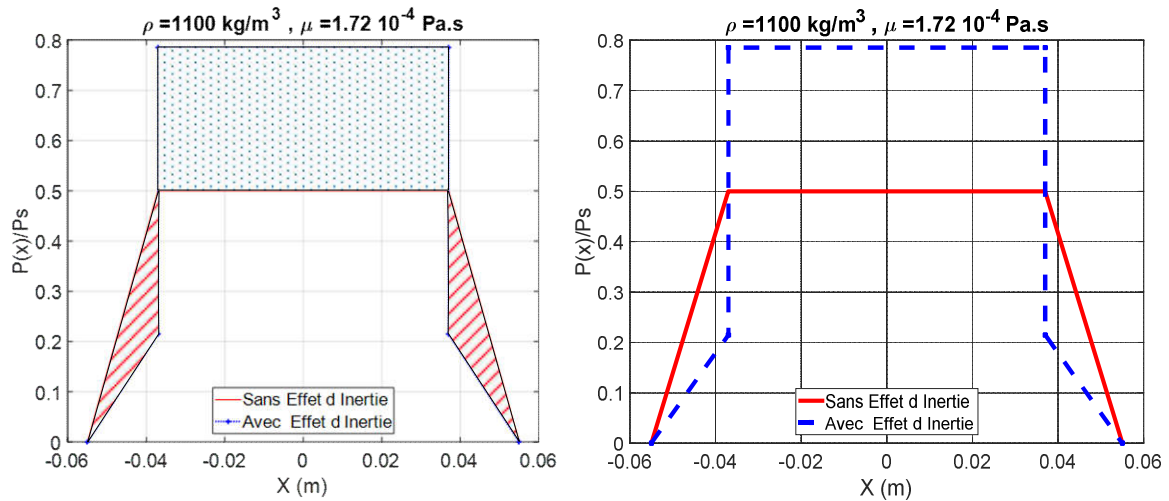
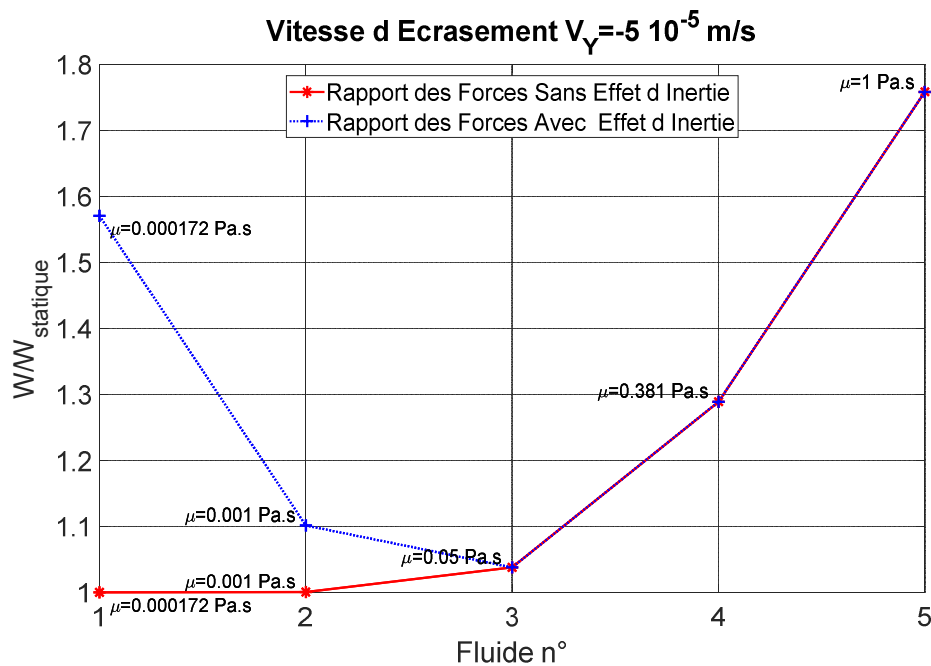


Figure II.9: Interprétation graphique de la charge portante

Figure II.10: Effet de la Viscosité et de l'Inertie sur le rapport de charge W/W_{statique} à vitesse d'écrasement négative (régime laminaire)

En présence de la vitesse d'écrasement, on note sur la Figure II.10 qu'il existe deux régions. Une première région à droite du troisième fluide ($\mu \geq 0.05 \text{ Pa.s}$) où l'effet d'inertie est dominé par celui de la viscosité, et une deuxième région à gauche où l'inertie prédomine.

Dans la première région la théorie classique non-inertielle et celle avec effet d'inertie donnent les mêmes prédictions. Cependant, dans la deuxième région l'effet d'inertie ne peut plus être négligé, et la charge portante devient inversement proportionnelle à la viscosité.

La limite mentionnée, c'est-à-dire $\mu = 0.05 \text{ Pa.s}$, est fonction des paramètres de fonctionnement et de géométrie.

En termes de paramètres dynamiques linéaires (coefficient de rigidité et d'amortissement de rotors à faible balourd), la théorie classique prédit un comportement indifférent des coefficients de raideurs ; K_{0xx} et K_{0yy} sont indépendants de la viscosité.

Par contre, le model inertiel prédit des paliers de plus en plus souples avec la diminution de la viscosité Figure II.11 et Figure II.12. Ceci devient évident en revenant à la discussion de la charge portante à vitesse d'écrasement nulle et sa variation avec le déplacement (variation de l'épaisseur).

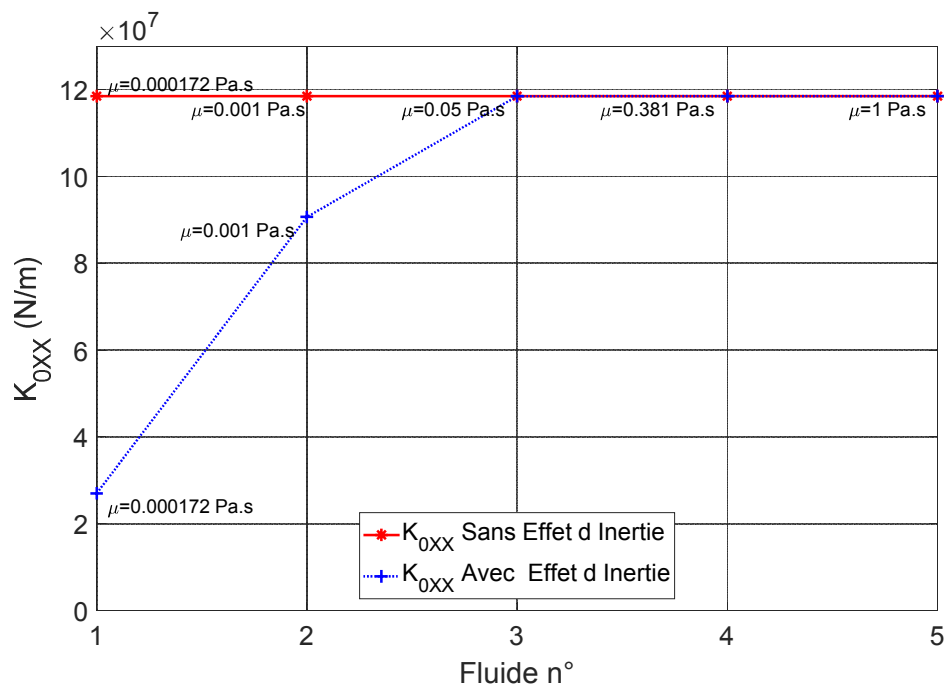


Figure II.11: Effet de la Viscosité et de l'Inertie sur le coefficient de raideur linéaire K_{0xx} (régime laminaire)

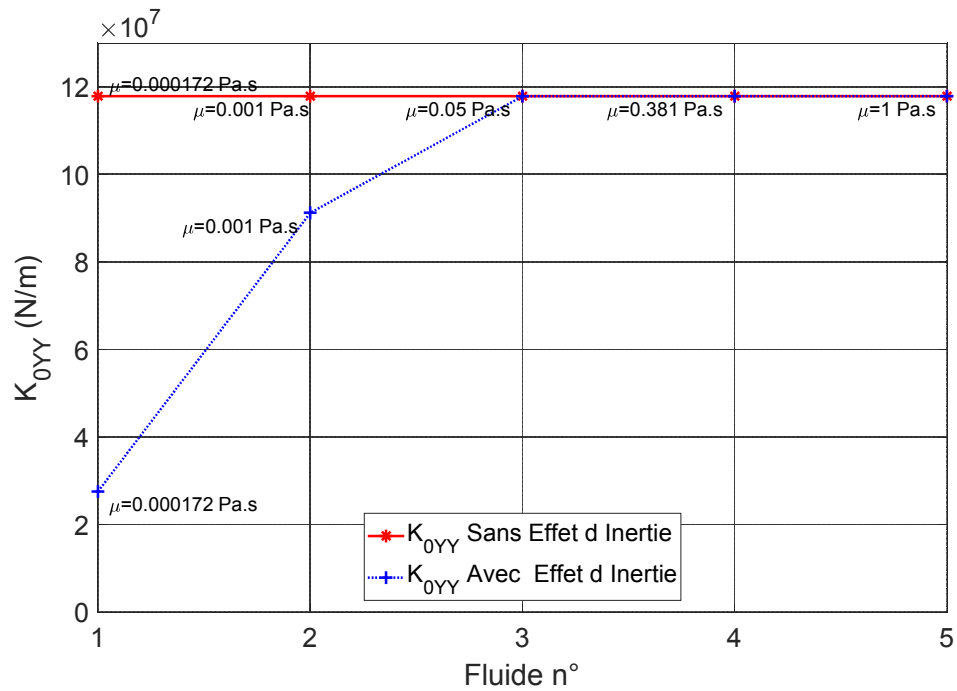


Figure II.12: Effet de la Viscosité et de l'Inertie sur le coefficient de raideur linéaire K_{0yy} (régime laminaire)

Sur la Figure II.13 et la Figure II.14 on constate que l'effet d'inertie n'a aucune influence sur les coefficients d'amortissement linéaires, les deux modèles donnent les mêmes prédictions.

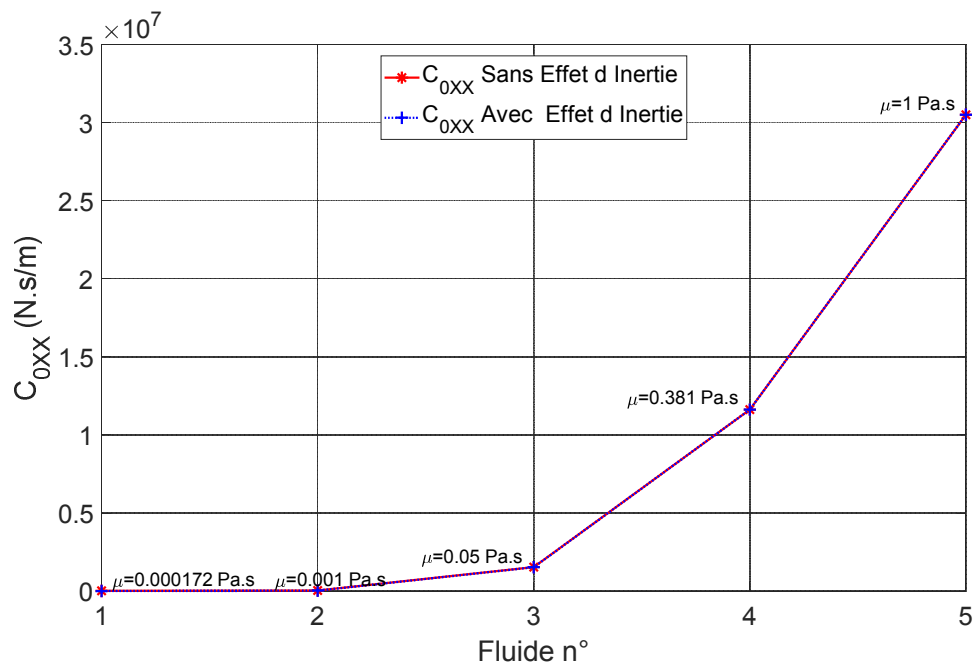


Figure II.13: Effet de la Viscosité et de l'Inertie sur le coefficient d'amortissement linéaire C_{0xx} (régime laminaire)

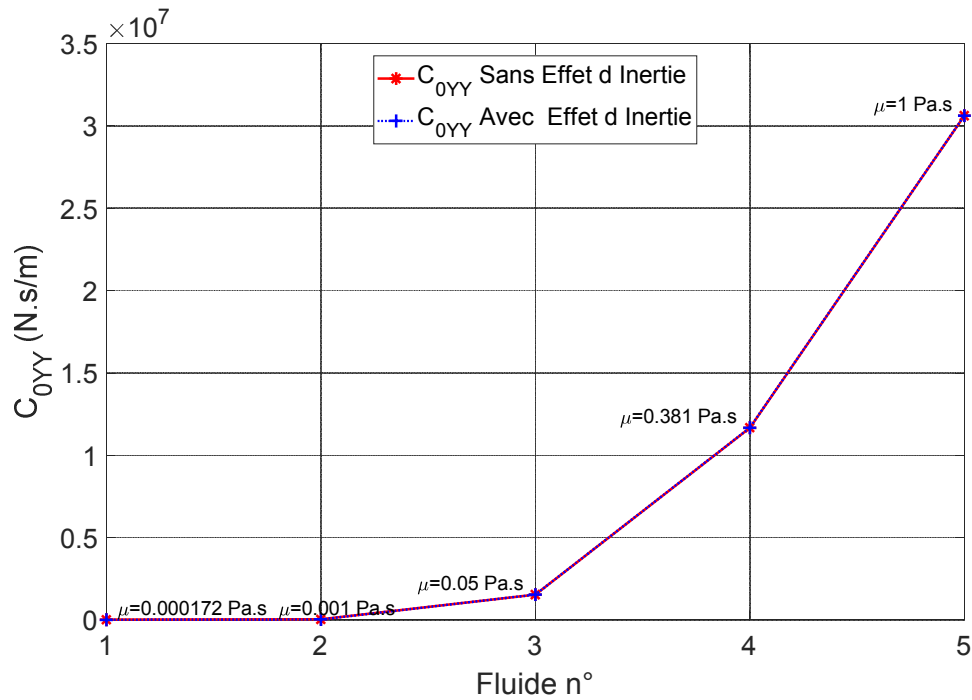


Figure II.14: Effet de la Viscosité et de l'Inertie sur le coefficient d'amortissement linéaire C_{0yy} (régime laminaire)

Bien que le rapport $\beta_0 = P_{av} / P_S$ soit basé sur les pressions, il représente un paramètre de dimensionnement géométrique. En fait, il est la base du choix de la valeur initiale de l'épaisseur du film mince H_0 à l'état centré du grain mobile.

Les quatre figures suivantes présentent son effet, celui de la viscosité ainsi que celui de l'inertie sur les coefficients dynamiques linéaires.

Sur la Figure II.15 on voit que la raideur du palier a un comportement typique sous l'influence du β_0 qui reste insensible à la viscosité tant que l'inertie est négligée.

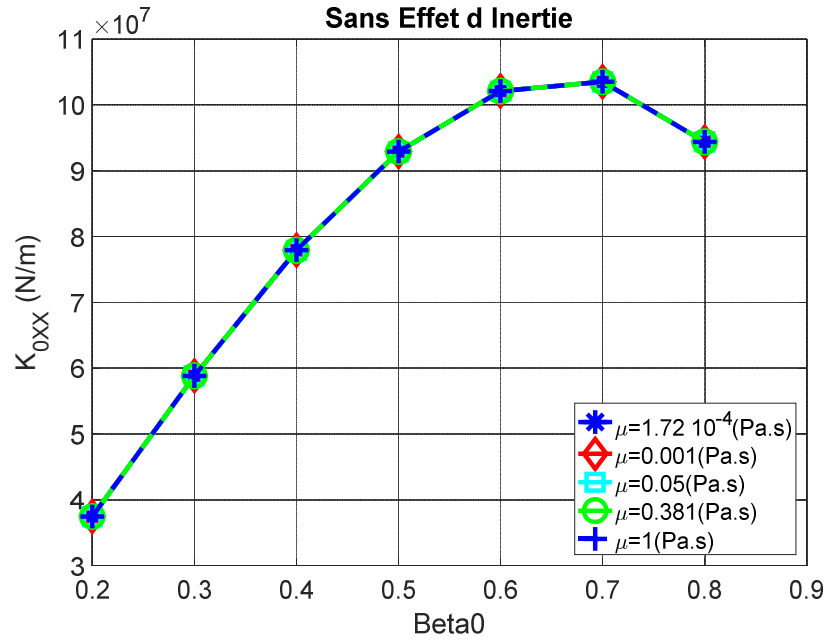


Figure II.15: Effet de la Viscosité et du rapport de pression β_0 sur la raideur linéaire K_{0xx} (régime laminaire)

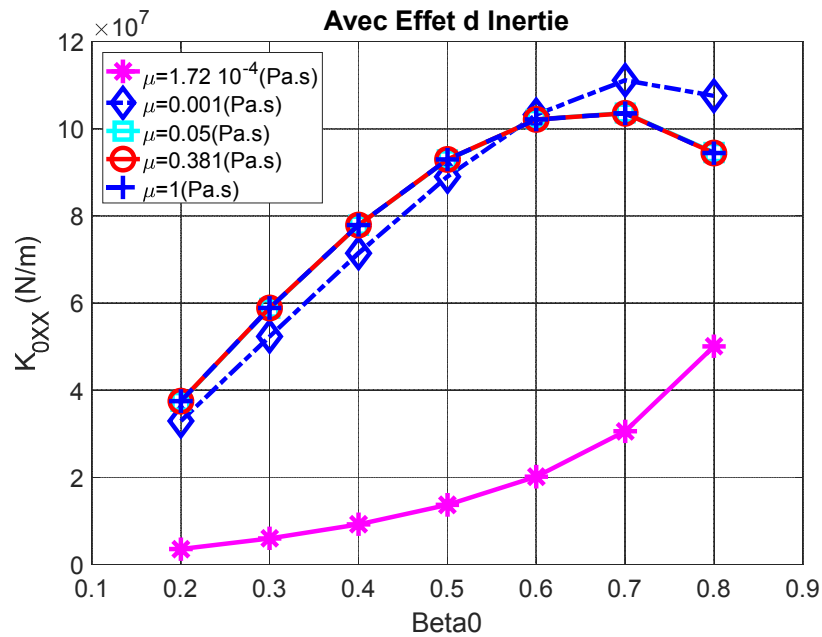


Figure II.16: Effet de la Viscosité, de l'Inertie et du rapport de pression β_0 sur la raideur linéaire K_{0xx} (régime laminaire)

L'introduction de l'effet d'inertie, représentée par la Figure II.16, n'affecte pas les fluides trop visqueux le troisième, le quatrième et le cinquième. Quant au deuxième fluide, l'effet d'inertie fait diminuer sa rigidité pour les valeurs de $\beta_0 < 0.6$ et l'augmenter au-delà de cette valeur.

Pour le fluide le moins visqueux, l'inertie en fait diminuer la rigidité et fait même déformer l'allure de sa courbe pour la rendre presque exponentiellement proportionnelle à β_0 .

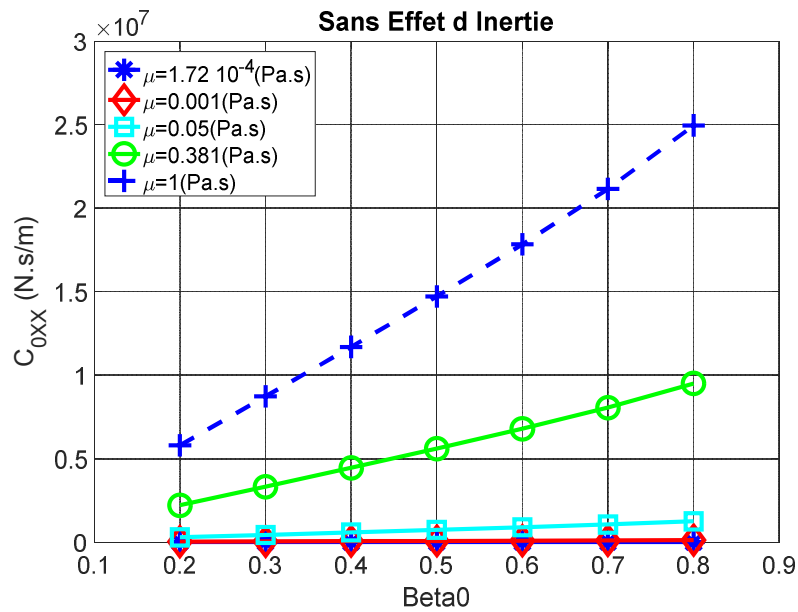


Figure II.17: Effet de la Viscosité et du rapport de pression β_0 sur le coefficient d'amortissement linéaire C_{0xx} (régime laminaire)

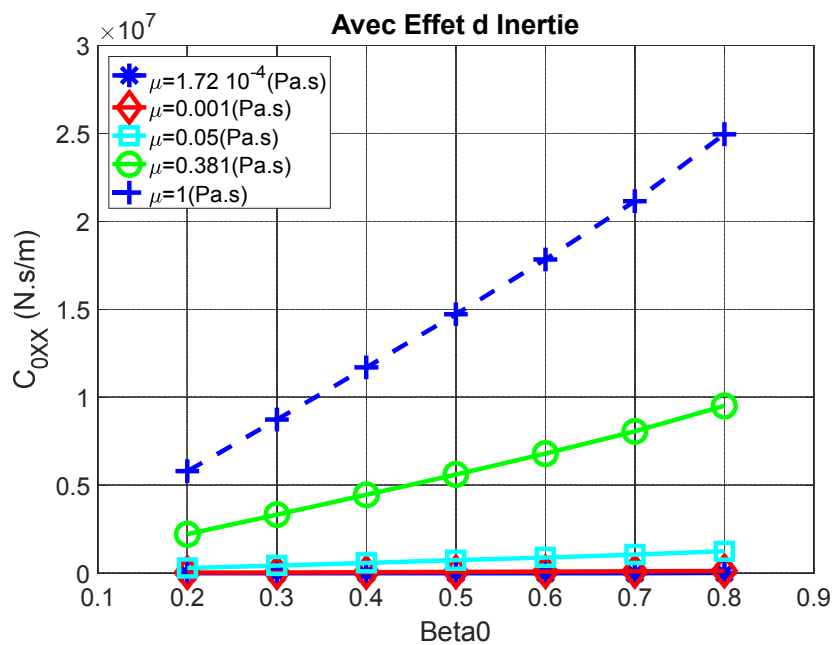


Figure II.18: Effet de la Viscosité, de l'Inertie et du rapport de pression β_0 sur le coefficient d'amortissement linéaire C_{0xx} (régime laminaire)

Il n'y a aucune différence remarquable entre les courbes de la Figure II.17 et celles de la Figure II.18, ce qui implique l'indépendance du coefficient d'amortissement de l'effet d'inertie.

II.6. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons développé un outil de calcul qui tient compte de l'effet d'inertie du fluide sur la base du modèle de Chaomleffel. Comme première étape, les calculs ont été effectués sous l'hypothèse de l'écoulement laminaire pour pouvoir comparer les résultats avec la formulation analytique.

La conclusion la plus importante à tirer de ce chapitre, est qu'à cause de l'effet d'inertie la théorie classique s'avère inadéquate lorsqu'on traite des fluides ayant de faibles viscosités. Ceci est basé sur la constatation que la formulation classique sous-estime la charge de portance et surestime les coefficients de raideurs, ce qui peut induire des erreurs de conception fatales.

Pour les fluides de fortes viscosités l'influence de l'effet d'inertie est quasiment absente, et la théorie classique simple reste suffisante.

Dans ce qui suit, nous allons introduire l'aspect turbulent dans le modèle fluide et le comportement dynamique non-linéaire dans la partie solide. Une analyse plus profonde de l'écoulement sera effectuée en comparant le modèle basé sur l'équation de Reynolds modifiée avec le modèle 3D basé sur les équations de Navier-Stokes.

*Régime turbulent avec effet
d'inertie*

REGIME TURBULENT AVEC EFFET D'INERTIE

Dans ce chapitre nous allons déterminer le champ de pression qui règne dans les butées hydrostatiques par deux formulations différentes qui tiennent compte de la turbulence : La formulation 3D basée sur les équations de Navier-Stokes, et la formulation 2D basée sur l'équation de Reynolds modifiée et complétée par la corrélation de Chaomleffel.

En absence de la solution analytique et des données expérimentales cette comparaison donne plus de confiance dans le modèle qui sera utilisé dans l'étude dynamique du rotor traitée par la suite, à savoir le modèle basé sur l'équation de Reynolds modifiée. D'un autre côté, la formulation 3D permettra d'améliorer la compréhension du comportement de la pression dans les patins selon différents paramètres. Les plus importants sont la pression d'alimentation, la vitesse d'écrasement du film lubrifiant, et la viscosité du fluide. Afin d'étudier efficacement l'influence des effets de turbulence et d'inertie sur l'évolution du champ de pression, la simulation est faite en régime transitoire.

III.1. Formulation théorique

Les deux formulations largement adoptées dans l'étude du phénomène d'écoulement de films fluides minces sont :

- La formulation générale basée sur les équations de Navier-Stokes.
- La formulation basée sur l'équation de Reynolds.

Dans la deuxième catégorie on peut aussi distinguer deux approches :

- Celle qui traite les liquides, où la densité est souvent considérée constante. Ceci conduit à l'équation de Reynolds simplifiée, largement utilisée dans les manuels de lubrification:

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.1})$$

- Lorsqu'il s'agit de gaz, avec l'hypothèse de compression isotherme, la densité peut être exprimée en termes de pression. Cela conduit à l'équation de Reynolds isotherme :

$$\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(h^3 p \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} \left(h^3 p \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6U \frac{\partial(ph)}{\partial x} + 12 \frac{\partial(ph)}{\partial t} \quad (\text{III.2})$$

D'une part, l'équation (III.1) est linéaire et peut être facilement résolue. D'autre part, l'hypothèse de densité constante fait perdre au fluide son effet inertiel sur la solution. La deuxième formulation exprimée par l'équation (III.2) préserve l'effet inertiel du fluide mais l'équation est non linéaire et peut être difficilement résolue sans linéarisation [13] [14]. La relation empirique proposée par Chaomleffel est l'alternative la plus intéressante et la plus utilisée grâce à la manière avec laquelle elle introduit l'effet d'inertie sans modification d l'équation de Reynolds classique.

III.2. Formulation basée sur l'équation de Reynolds modifiée :

III.2.1. Palier infiniment long

La distribution de la pression dans le film mince est régie par l'équation de Reynolds généralisée proposée par Constantinescu :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu G_x} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu G_z} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{U}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.3})$$

G_x et G_z sont données par :

1. Ecoulement laminaire : $G_x = G_z = 12$
2. Ecoulement de Couette turbulent : $\begin{cases} G_x = 12 + 0.0136 R_c^{0.9} \\ G_z = 12 + 0.0043 R_c^{0.96} \end{cases}$ avec $R_c = \frac{\rho U h}{\mu}$ le

nombre de Reynolds selon la vitesse de la paroi U .

3. Ecoulement de Poiseuille turbulent :

$$G_x = G_z = G = 0,147 R_p^{0.681} \text{ avec } R_p = \frac{\rho V_m h}{\mu} \text{ est le nombre de Reynolds local selon}$$

la vitesse du fluide moyenne due au gradient de la pression, avec $V_m = \sqrt{u_m^2 + w_m^2}$

où u_m et w_m sont données [30] [26] par les expressions:

$$\begin{cases} u_m = -\frac{h^2}{\mu G_x} \frac{\partial P}{\partial x} \\ w_m = -\frac{h^2}{\mu G_z} \frac{\partial P}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Pour le cas du palier infiniment long, sous les mêmes hypothèses énoncées au début du chapitre précédent, l'équation de Reynolds devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{G} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\mu}{h^3} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.5})$$

Avec : $V_m = u_m$

- Si $R_p < 1000$ Le régime est laminaire : $G = 12$
- Si $1000 < R_p < 2000$ Le régime est transitoire :

$$G = 12 + \frac{(G_{pm} - 12)(R_p - 1000)}{1000} \quad G_{pm} = 0,147 (2000)^{0.681} = 26,02$$

- Si $R_p > 2000$ Le régime est turbulent : $G = 0,147 R_p^{0.681}$

En inspectant l'équation de Reynolds ainsi obtenue, il est clair que le problème est non linéaire, dû à la dépendance du coefficient G du champ de pression P recherché. Par conséquent, le problème est impossible à résoudre analytiquement [44] [45].

III.2.2. Résolution numérique :

Pour la résolution, nous avons opté pour la méthode des différences finies. Lorsque cette méthode traite des problèmes ayant des géométries qui peuvent être décrites par un maillage cartésien sans distorsion, sa précision est comparable aux autres méthodes plus complexes tel que les volumes ou les éléments finis [46].

La discrétisation de l'équation non-linéaire nécessite un soin spécial pour prendre en compte le terme G . Selon Randall [34] on peut discrétiser les équations ayant cette forme de deux manières :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{G} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{G} \right) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{G} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{\mu \dot{h}}{h^3} \quad (\text{III.6})$$

Qui peut être ensuite discrétisée de façon classique.

La deuxième, en discrétisant directement l'équation (III.5) par :

$$\frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}} p_{i-1} - \left(\frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}} \right) p_i + \frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}} p_{i+1} \approx \frac{\dot{h}}{h^3} \mu \Delta x^2 \quad (\text{III.7})$$

Selon Randall, bien que la deuxième approche nécessite des points de calcul additionnels situés au milieu des éléments, ce qui complique sa mise en œuvre, elle est la meilleure.

Pour la résolution du système d'équations linéaires qui résulte de la méthode des différences finies, l'algorithme de Gauss-Seidel avec relaxation est utilisé. Il s'écrit:

$$p_i \approx (1 - \gamma_{relax}) p_i + \gamma_{relax} \frac{G_{i-\frac{1}{2}} G_{i+\frac{1}{2}}}{G_{i+\frac{1}{2}} + G_{i-\frac{1}{2}}} \left(\frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}} p_{i+1} + \frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}} p_{i-1} - \frac{\dot{h}}{h^3} \mu \Delta x^2 \right) \quad (\text{III.8})$$

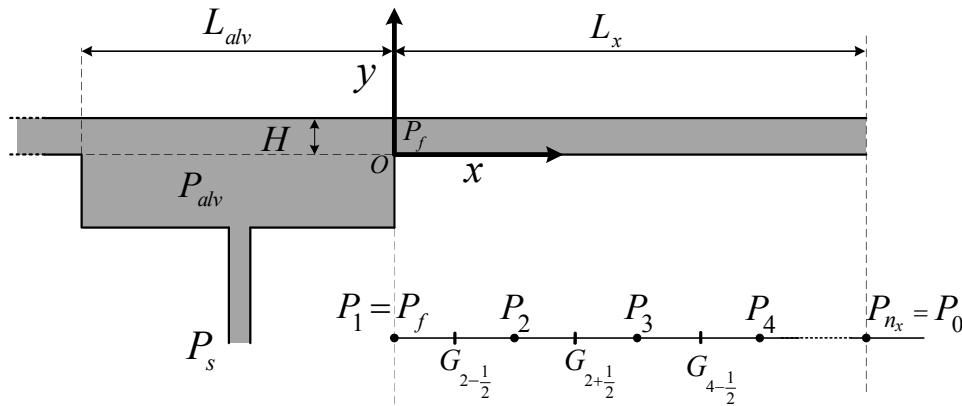


Figure III.1: Maillage 1D

III.2.3. Organigramme et algorithme de la recherche de Palv

Le calcul de la pression P_{alv} se fait par la recherche de la racine de l'équation (II.56), qui représente la conservation des débits volumiques. La recherche se fait itérativement par l'algorithme de Dekker & Brent [43] discuté dans le chapitre précédent.

Dans le programme une fonction du bilan des débits est créée. Elle a comme variable la pression de l'alvéole P_{alv} . L'organigramme de la Figure III.2 représente le processus de son calcul.

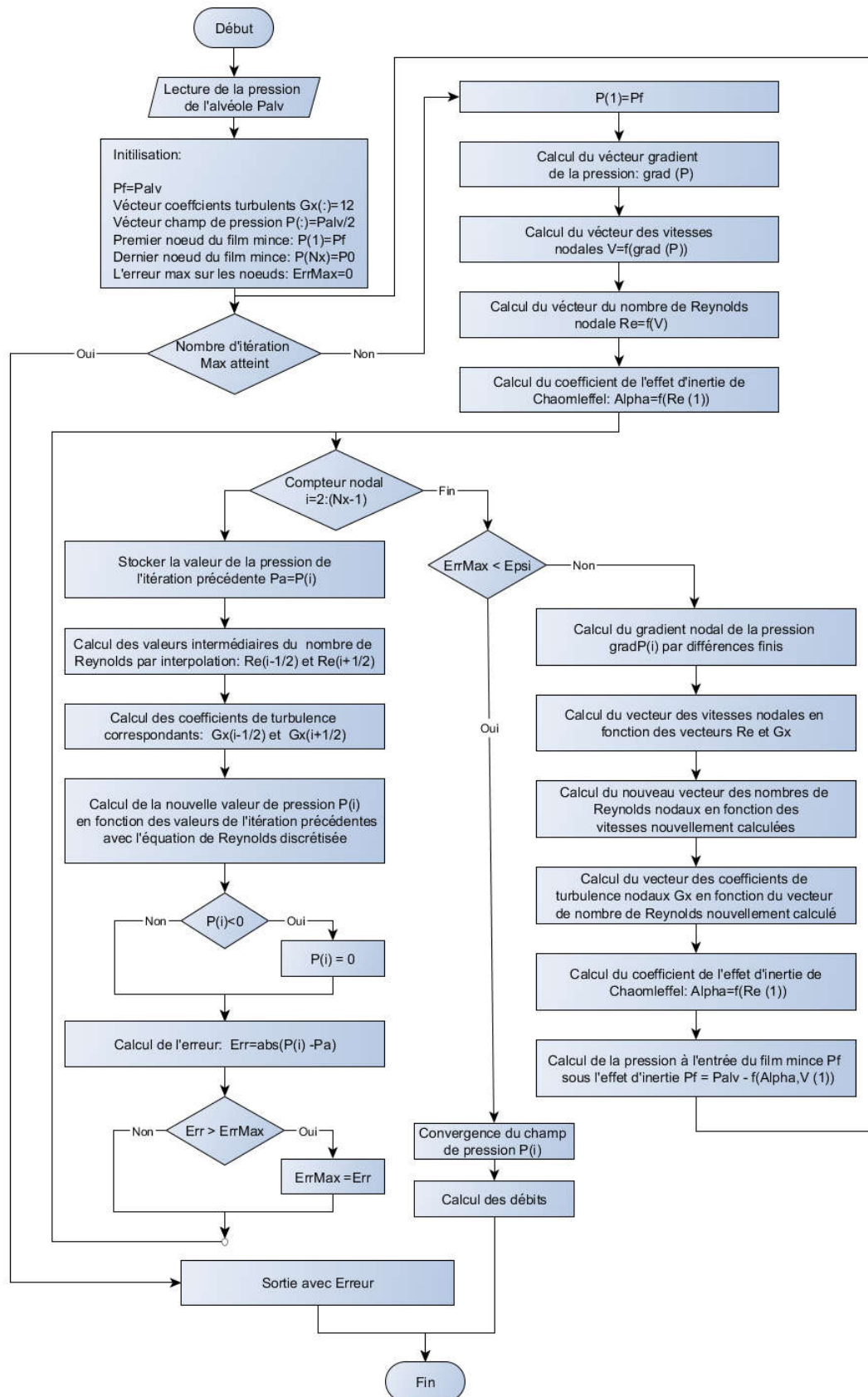


Figure III.2: Organigramme de la fonction bilan des débits ayant pour variable Palv

La recherche de P_{av} s'effectue selon les étapes suivantes:

1. L'algorithme de Dekker & Brent fait varier la valeur de P_{av} dans l'intervalle $[P_0, P_s]$ en combinant les techniques de la méthode de Bissection et celles de La Sécante. Une discussion très détaillée de la technique peut être trouvée dans [43]. Le programme Fortran de Dekker & Brent est celui fourni dans [47].
2. A chaque nouvelle valeur de P_{av} le bilan des débits est comparé avec une valeur de tolérance calculée selon la précision de la machine utilisée. Pour un PC ordinaire (Processeur Intel i3, i5, i7...) elle est égale à environ 10^{-8} , pour des stations de calcul équipées de processeurs plus adaptés aux calcul de précision tel que les Processeur Xeon d'Intel, la précision est meilleure (plus petite). Le programme que nous avons écrit commence par la détermination de la précision machine par une technique connue basée sur la division répétitive d'une variable. Une fois la précision de la machine déterminée, la recherche itérative de la racine commence :

- a. Au début de l'itération en cours, la pression P_f et les différents champs nodaux: pression dans le film mince, vitesses, coefficient de turbulence $G \dots$, sont initiés arbitrairement.
- b. Ensuite, le champ de pression est calculé dans le film mince en résolvant l'équation (III.8) par la méthode de Gauss Seidel.

- c. le vecteur des gradients $\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=x_i}$ nodaux est calculé de façon approximative en

utilisant un schéma descendant $\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x_i} \approx \frac{P_i - P_{i-1}}{\Delta x}$ ou ascendant

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x_i} \approx \frac{P_{i+1} - P_i}{\Delta x} \text{ selon la position du nœud}$$

- d. Le champ de vitesse $V_m = u_m(x)$ est calculé en fonction du gradient de la

pression : $V_m = U_{xm} = -\frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x}$, et le vecteur nodale des nombres de Reynolds

locaux en fonction de V_m tel que : $R_p = \frac{\rho V_m h}{\mu}$

- e. Le vecteur des coefficients $G(x)$ puis le champ de pression sont recalculés en fonction des nouvelles valeurs des nombres de Reynolds nodaux.

- f. Toutes les valeurs du vecteur de pression sont comparés avec les ceux de l'itération précédente. Si la plus grande des différences est inférieure à ε (l'erreur max permise), le processus est jugé convergé, sinon les étapes de **c** à **f** sont répétées. La répétition continue jusqu'à la convergence ou jusqu'à dépasser un nombre d'itération limite (fixé à 10^3).
- g. Si le calcul du champ de pression converge le bilan des débits est calculé

III.2.4. Le Modèle fini 2D

Dans la section précédente nous avons adopté l'approximation du palier infiniment long, ce qui a réduit le problème fluide par une dimension.

Dans cette section les dimensions du patin sont considérés finies. Ce qui rétablie la forme bidimensionnelle de l'équation (III.3) :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{h^3}{\mu G_x} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{h^3}{\mu G_z} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.9})$$

La discrétisation de cette équation non-linéaire suit le même schéma proposé par Randall [34], mais adapté à l'ajout de la deuxième variable.

Ce qui donne :

$$A_{G_x G_z} p_{i,j} \approx B_{G_x G_z} p_{i-1,j} + C_{G_x G_z} p_{i+1,j} + D_{G_x G_z} p_{i,j-1} + E_{G_x G_z} p_{i,j+1} - \frac{\mu}{h^3} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{III.10})$$

Plus de détails sur l'obtention de l'équation (III.10), ainsi que sur les expressions de ses coefficients sont fournis dans l'Annexe A.

Avant la comparaison du modèle 2D à dimensions finies avec le modèle 3D basé sur les équations de Navier-Stokes, le champ de pression est représenté sur la Figure III.4. Le résultat est obtenu avec le film mince maillé avec 100 nœuds dans chaque direction. Une discussion plus détaillée sur le maillage peut être trouvée dans les sections suivantes.

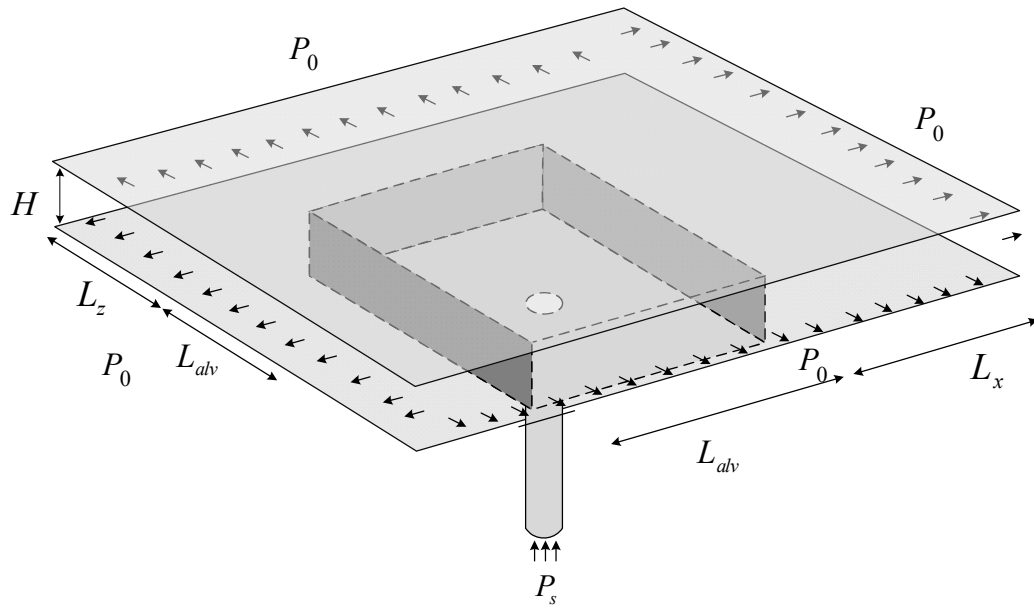


Figure III.3: Géométrie du patin à dimensions finies

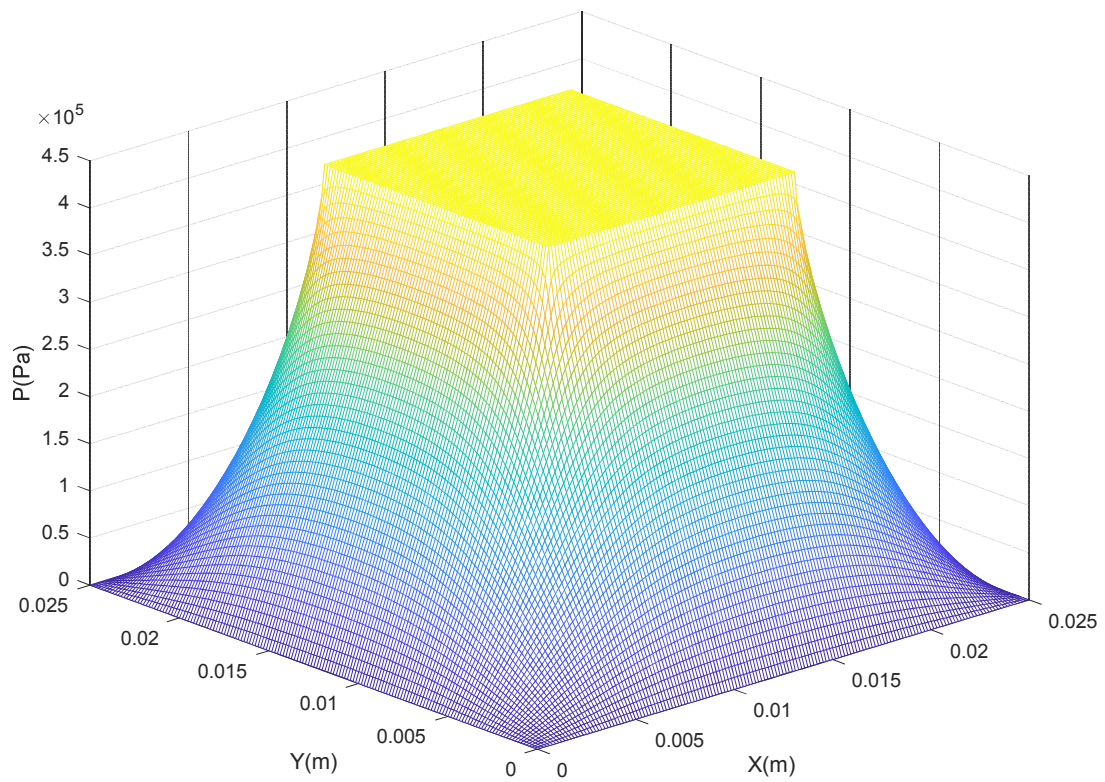


Figure III.4: Champ de pression calculé dans le patin de dimensions finies

III.3. Modèle numérique basé sur les équations de Navier-Stokes :

Les équations de Navier-Stokes sont très puissantes. Elles peuvent décrire à la fois les écoulements laminaires et turbulents. Cependant, les résoudre directement pour des écoulements turbulents est très coûteux en termes de ressources informatiques. Ceci est dû au besoin d'un maillage très raffiné capable de décrire des flux avec de grandes différences dans les échelles de temps et d'espace. Par conséquent, d'autres modèles turbulents, considérés statistiques, modifient les équations de Navier-Stokes en introduisant des quantités moyennes et fluctuantes pour obtenir ce qu'on appelle les Equations Moyennes de Reynolds en Anglais : Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) equations.

Chaque quantité dépendante du temps s'écrit comme la somme d'une valeur moyennée dans le temps et de sa fluctuation :

$$u = \bar{u} + u', v = \bar{v} + v', w = \bar{w} + w', p = \bar{p} + p', \rho = \bar{\rho} + \rho' \text{ et } T = \bar{T} + T' \quad (\text{III.11})$$

Les quantités moyennes sont indiquées avec des barres et les fluctuations avec les accents.

Chaque quantité est moyennée dans un point fixe dans l'espace en prenant sa moyenne sur une grande période. Le laps de temps doit être suffisamment grand pour rendre le résultat indépendant de celui-ci:

$$\bar{u} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} u dt \quad (\text{III.12})$$

L'équation de continuité (moyenné par rapport au temps) :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.13})$$

Les fluctuations moyennées dans le temps sont toutes supposées égales à zéro.

Enfin, les équations de Navier-Stokes moyennées s'écrivent:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = F_x - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \Delta \bar{u} - \rho \left(\frac{\partial \overline{u'u'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} \right) \quad (\text{III.14})$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) = F_y - \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \Delta \bar{v} - \rho \left(\frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'v'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} \right) \quad (\text{III.15})$$

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) = F_z - \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \mu \Delta \bar{w} - \rho \left(\frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{w'w'}}{\partial z} \right) \quad (\text{III.16})$$

Cela donne le système d'équations appelées : « Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations » ou RANS sous forme de tenseur :

$$\rho \frac{D\bar{u}_i}{Dt} = F_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \Delta \bar{u}_i - \rho \underbrace{\left(\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \right)}_{\text{Contrainte de Reynolds}} \quad (\text{III.17})$$

Les équations moyennes de Reynolds sont moins exigeantes en termes de ressources de calculs, mais elles introduisent des termes inconnus supplémentaires appelés contraintes de Reynolds.

De nombreux modèles sont disponibles dans la littérature pour approcher les contraintes de Reynolds et fournir les équations supplémentaires nécessaires.

Nous pouvons diviser les modèles fournis dans Ansys-CFX en deux catégories :

1. les modèles à viscosité Eddy.
2. les modèles à contrainte de Reynolds.

A la première catégorie appartiennent les modèles k-ε et k-ω. A la même catégorie appartient également un modèle qui utilise le modèle k-ω pour les régions proches des parois, et k-ε pour les régions éloignées des murs. Le modèle s'appelle « The Shear Stress Transport model » abrégé SST et traduit par : le modèle de transport de la contrainte de cisaillement. Ce modèle a prouvé son efficacité pour les écoulements influencés par les parois, en particulier pour des nombres de Reynolds faibles.

L'équation (III.17) peut être écrite

$$\rho \frac{D\bar{u}_i}{Dt} = F_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \rho \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad (\text{III.18})$$

Ce qui donne :

$$\rho \frac{D\bar{u}_i}{Dt} = F_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \underbrace{\left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right)}_{\tau_{ij}} \quad (\text{III.19})$$

$\tau_{ij} = \mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u'_i u'_j}$: dans l'équation (III.19) est la contrainte de cisaillement totale

III.3.1. Définition du problème :

Le palier étudié est le palier hybride discuté dans le premier chapitre, proposé par d'Adams et Zhloul [12]. Les motivations du choix de ce type de palier peuvent être trouvées dans la même section ou dans la référence [5].

Pour la vérification de l'hypothèse de la pression constante dans l'alvéole, la profondeur de celle-ci est prise égale 152 fois l'épaisseur du film mince. C'est la valeur proposée dans [48]. Pour étudier les différents phénomènes ayant lieu dans la butée, l'alvéole utilisée pour l'étude paramétrique est considérée comme peu profonde ; elle est égale à quatre fois l'épaisseur du film mince.

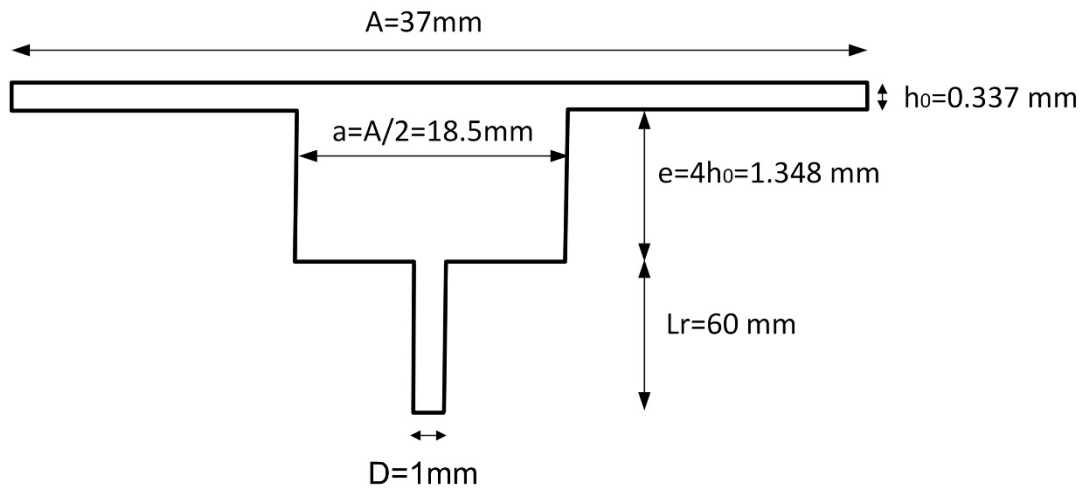


Figure III.5: Les dimensions de l'alvéole peu profonde

III.3.2. Les conditions aux limites et initiales :

Initialement, le fluide en entier (dans l'alvéole et la section mince) est au repos et à la pression relative nulle (relativement à la pression atmosphérique). Ensuite, une pression d'alimentation est imposée à l'entrée de la résistance capillaire. La sortie du palier, qui est la fin de la zone de film mince, est ouverte à la pression atmosphérique, donc la pression relative à la sortie est égale à zéro. La face supérieure du patin est animée par déplacement imposé à une vitesse connue. La butée hydrostatique étudiée présente deux plans de symétrie qu'on va exploiter pour ne considérer que le quart de la géométrie. Les deux faces qui correspondent aux plans de symétrie sont remplacés par une condition au limite de type symétrie (voir

Figure III.7). Le reste des frontières sont tous traitées comme des parois (murs) lisses sans glissement. Les valeurs de la pression et de la vitesse d'écrasement sont étudiées en tant que paramètres à varier selon les scénarios.

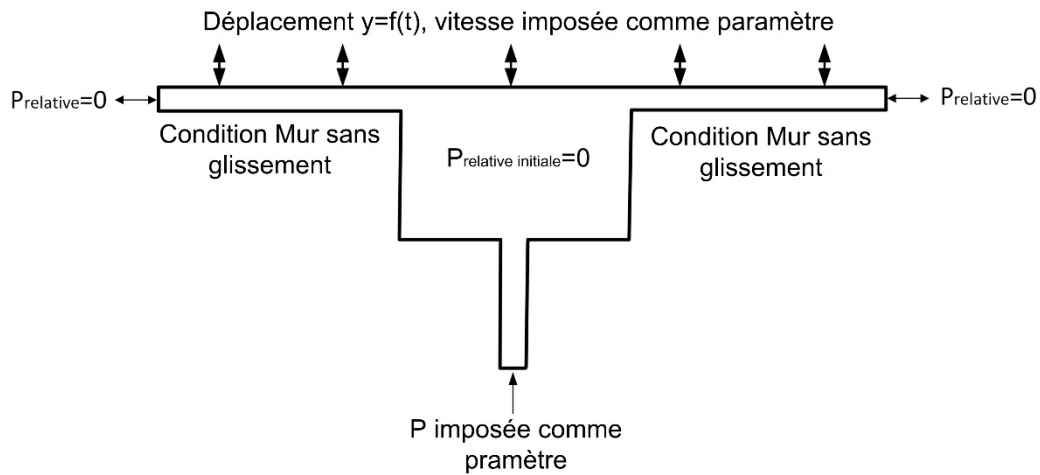


Figure III.6: Les paramètres de l'alvéole peu profonde

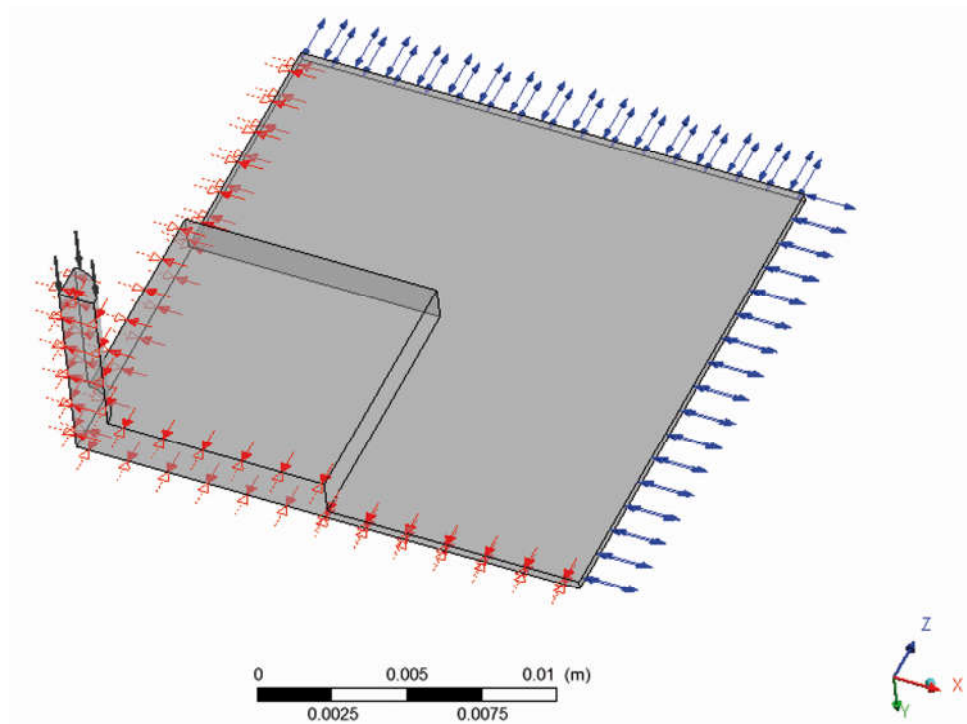


Figure III.7: Les conditions aux limites (les conditions de symétrie sont indiquées en double flèches opposées rouges)

III.3.3. Description du maillage

Grâce aux deux directions de symétrie, seul un quart de la géométrie est maillé. Selon Mathieu [40] le type d'éléments rectangulaires convient le mieux aux couches limites et aux écoulements dominés par les effets de murs. Par conséquent, dans cette étude, leurs équivalents en 3D, qui sont les éléments hexaédriques sont utilisés. Un effort supplémentaire est fourni pour générer un maillage structuré. Lorsque la géométrie est trop complexe la taille des éléments est réduite et dans les cas extrêmes un maillage non-conforme s'impose. L'outil utilisé pour la création du maillage est ICEM-CFD inclus dans la suite Ansys.

Le paramètre de paroi y^+ est une distance non dimensionnelle, souvent utilisée dans les études de simulation de dynamiques des fluides CFD pour décrire le degré de finesse d'un maillage pour un écoulement turbulent particulier [49]. C'est le rapport entre les influences turbulentes et laminaires dans une cellule. Les valeurs du paramètre y^+ proche 30 sont souhaitables pour la sous-couche inertielle, alors que $y^+ \approx 1$ sont plus souhaitables pour la modélisation proche du mur, c'est-à-dire la sous-couche visqueuse.

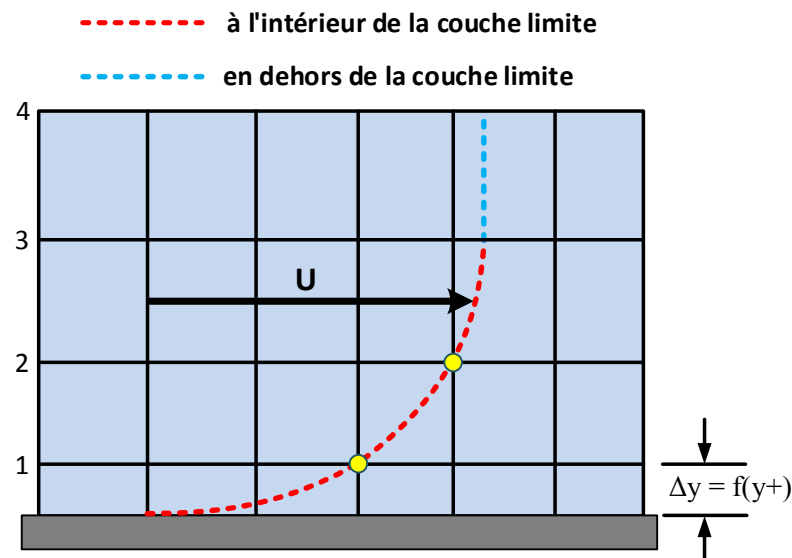


Figure III.8: Profile de la vitesse d'un écoulement sur une plaque plane

Les dimensions de la butée étant très petites, notamment la zone du film mince qui est de l'ordre de $10^{-5} m$, la couche limite est dominée par la sous-couche visqueuse. La procédure suivie pour mailler le système est celle proposée par Frêne et al [48].

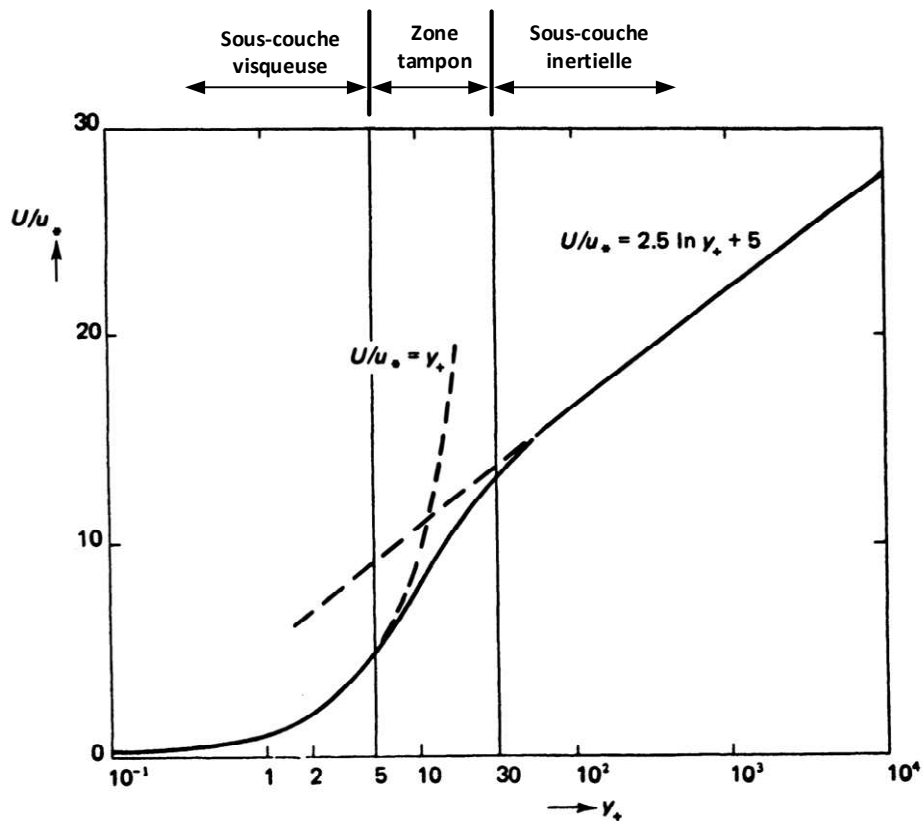


Figure III.9: Profil de vitesse à travers la couche limite turbulente d'une plaque plane , [50]
(traduite)

Un processus itératif est effectué pour déterminer le maillage optimal. L'étude commence par un maillage relativement grossier, avec un raffinement sélectif pour les régions étroites comme la section contenant le film mince et près des murs. Si la convergence n'est pas obtenue, le maillage est affiné globalement et l'étude est à nouveau effectuée. Le processus est répété jusqu'à obtention d'une convergence. On continue le raffinement tant que la solution change avec la modification du maillage. Lorsque la solution devient insensible au changement du maillage par rapport à l'itération précédente on arrête le processus. On dit que la solution est indépendante du maillage.

Le critère de qualité du maillage adopté est « Skewness » (en Français distorsion). C'est une des principales mesures de qualité d'un maillage. Ce paramètre détermine à quel point les proportions d'un élément sont proches de l'idéal.

Tableau III-1 Le critère de qualité du maillage « Skewness »

Valeur de la distorsion	Qualité de l'élément
1	Dégénéré
0.9 - 1	Mauvais
0.75 - 0.9	Médiocre
0.5 - 0.75	Moyen
0.25 - 0.5	Bon
0 - 0.25	Excellent
0	Equilatéral (Parfait)

Tableau III-2 Statistiques sur le maillage 3D de la présente étude

Paramètre	Valeur
Nombre des nœuds	1 558 787
Nombre des éléments	375 134
Valeur de « Skewness » Min	1.35 e-4
Valeur de « Skewness » Max	0.73
Valeur de « Skewness » Moyenne	5.6 e-2

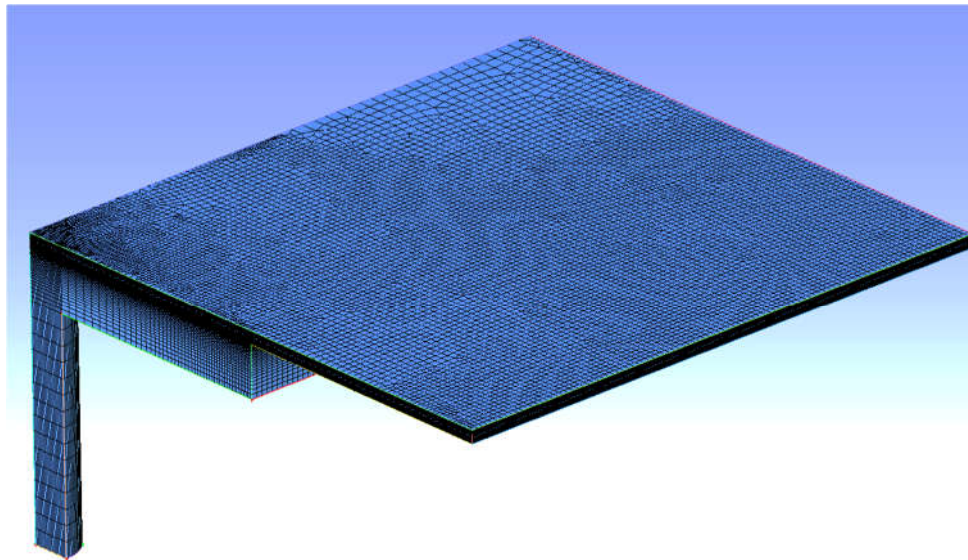


Figure III.10: Maillage du quart de la géométrie

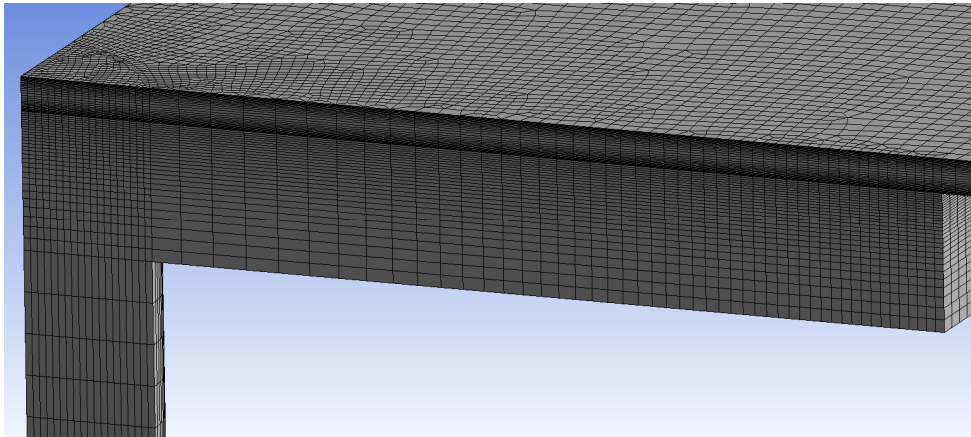


Figure III.11: Aperçu rapproché du maillage

III.3.4. Comparaison avec la solution analytique

Avant d'entamer l'étude paramétrique sur le modèle 3D fini, la vérification du modèle numérique est faite par comparaison avec la solution analytique de la géométrie simplifiée infiniment longue, représentée par la Figure III.12, sous les hypothèses suivantes

- L'origine des coordonnées est placée au milieu de la plaque.
- Deux plaques parallèles séparées par h qui ne dépend que du temps
- Plaques infiniment larges (Les dimensions dans la direction z sont trop importantes par rapport à celles dans la direction x)
- Les paramètres physiques (densité, viscosité ...) du fluide sont constants

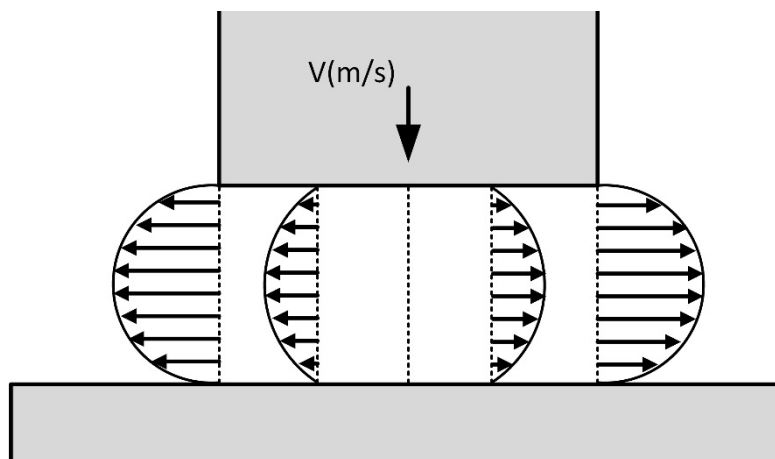


Figure III.12: Profils de pression et de vitesse dans un film purement comprimé entre deux surfaces parallèles

La charge est modélisée de deux manières ; Hamrock [51] suppose une charge normale indépendante du temps, d'autres auteurs, comme Yucel [52], supposent une vitesse normale indépendante du temps (vitesse de compression $V_{Squeezing} = -\partial h / \partial t$).

Pour éviter la modélisation d'un phénomène couplé, c'est-à-dire l'interaction entre le fluide et le logement du roulement, la seconde hypothèse est adoptée. Le comportement en pression est étudié sous différentes vitesses de compression constante.

$$V_{Squeeze} = Constante \Rightarrow h = V_{Squeeze} t + h_0 \quad (III.20)$$

$$p(x,t) = \frac{3\mu V_{Squeeze}}{2(V_{Squeeze} t + h_0)^3} (L^2 - 4x^2) \quad (III.21)$$

Sur la Figure III.13, la concordance entre le champ de pression prédit par les deux approche est claire.

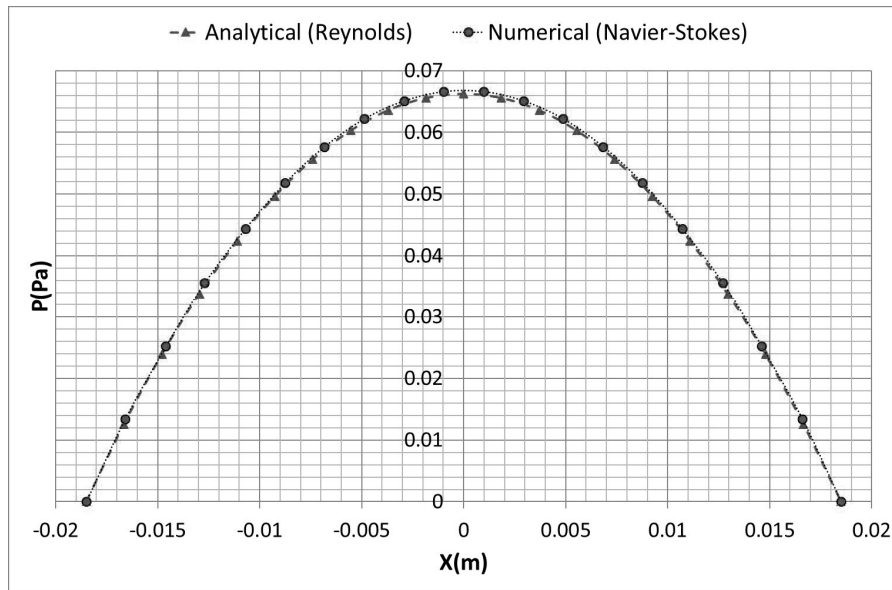


Figure III.13: Solution numérique des équations de Navier-Stokes comparée à la solution analytique de l'équation de Reynolds

III.3.5. L'étude paramétrique sur le modèle 3D de dimensions finies

Dans cette section nous allons étudier les effets de la pression d'alimentation, de la viscosité dynamique et de la vitesse d'écrasement sur l'évolution du champ de pression.

D'abord la vitesse d'écrasement est supposée nulle pour représenter l'état statique du grain mobile. Ensuite, on anime la surface supérieure en compression de deux manières :

- Mouvement linéaire où l'épaisseur du film est donnée par $h(t) = h_0 - \frac{\partial h}{\partial t} t$ (la vitesse de compression $\dot{h} = \frac{\partial h}{\partial t}$ est considérée constante)
- mouvement harmonique, où l'épaisseur du film est donnée par $h(t) = h_0 - (\varepsilon_0 h_0) \sin(\omega t)$, par conséquent la vitesse $\dot{h}(t) = -(\varepsilon_0 h_0 \omega) \sin(\omega t)$.

Pour chaque cas, toutes les combinaisons sont adressées. Cela donne 24 plus les 4 cas statiques. Le Tableau III-3 et le Tableau III-4 représentent les différentes valeurs étudiées.

Tableau III-3 Paramètres du mouvement linéaire

Pression d'alimentation [bar]	Viscosité dynamique [Pa.s]	Vitesse d'écrasement [mm / s]
2	0.00135	0.001
4	0.12347	0.01
		0.1

Tableau III-4 Paramètres du mouvement harmonique

Pression d'alimentation [bar]	Viscosité dynamique [Pa.s]	Fréquence [s ⁻¹]
2	0.00135	16.66
4	0.12347	83.33
		166.66

III.3.6.Surface supérieure statique

Premièrement, nous considérons le cas statique où les deux surfaces (supérieure et inférieure) sont au repos. L'écoulement est généré par la pression d'alimentation (écoulement de Poiseuille).

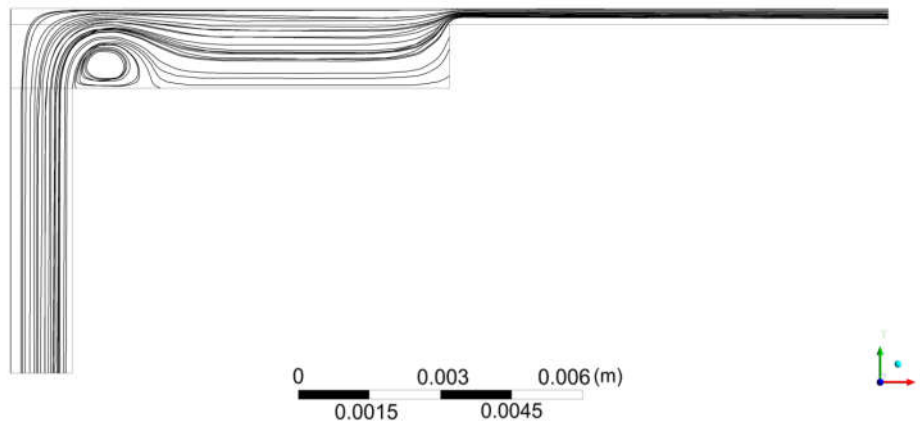


Figure III.14: La formation de vortex près du centre (cas de faible viscosité)

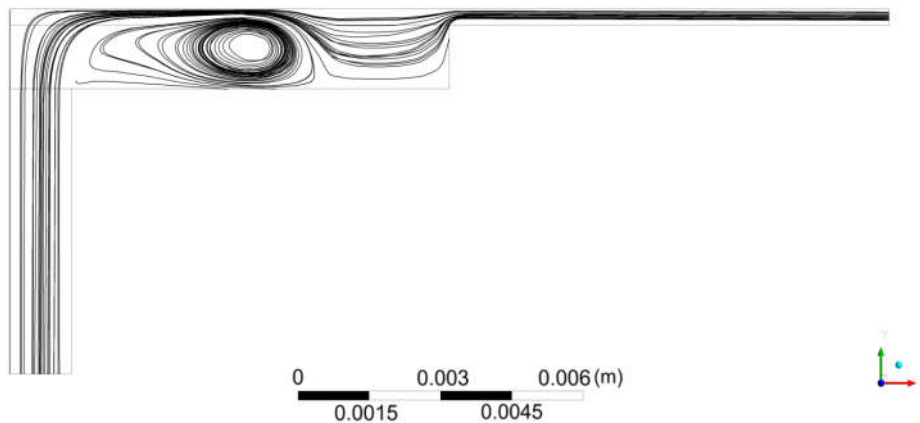


Figure III.15: La progression du vortex vers la limite de la cavité (cas de faible viscosité)

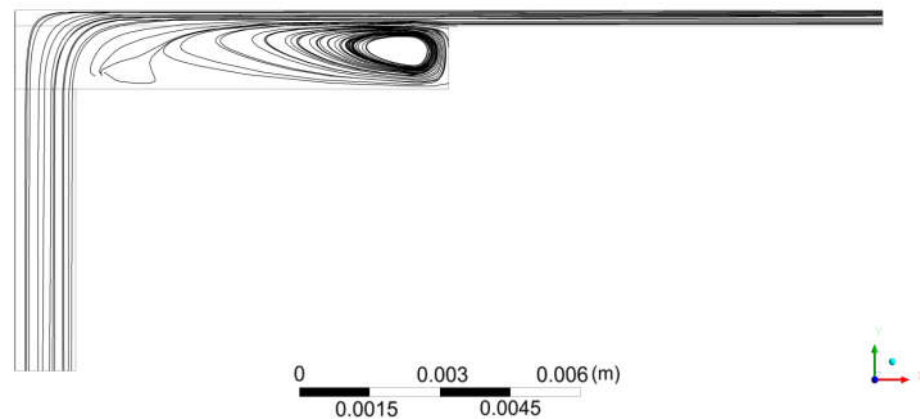


Figure III.16: Le vortex se stabilise à la limite de l'alvéole près de la zone du film mince (cas de faible viscosité)

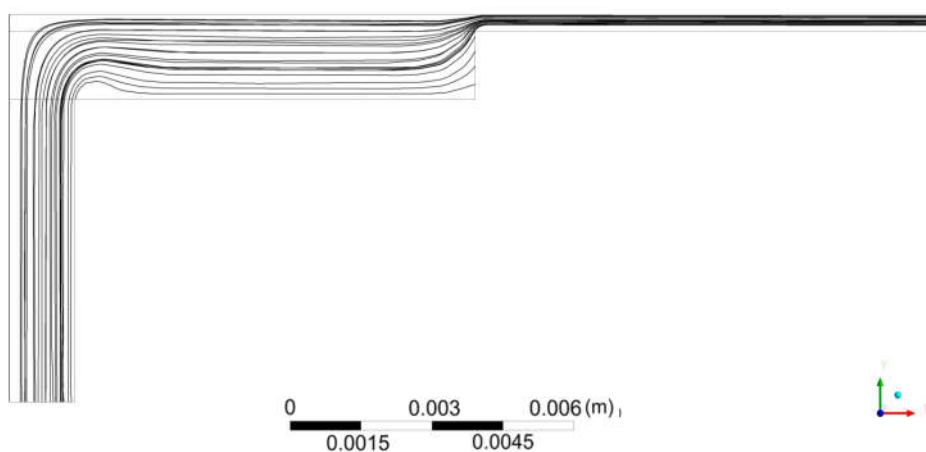


Figure III.17: La formation de la zone de recirculation commence près du centre (cas de viscosité élevée)

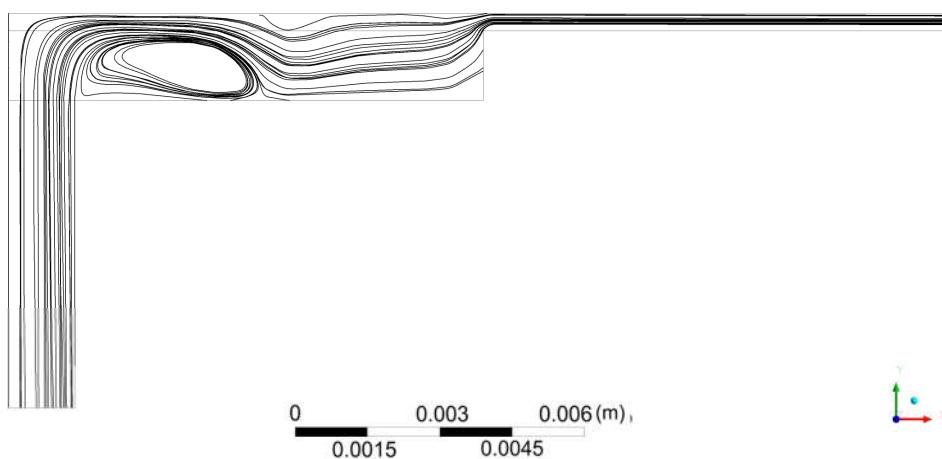


Figure III.18: La formation de la zone de recirculation établie (cas de viscosité élevée)

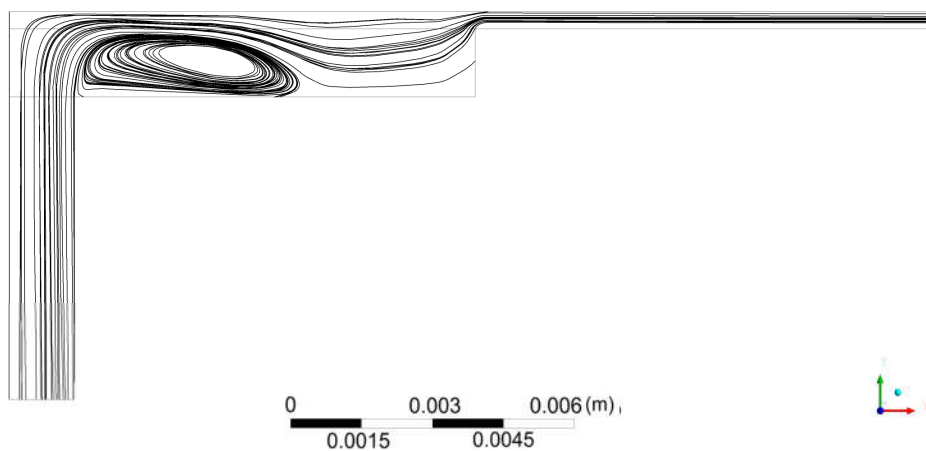


Figure III.19: La zone de recirculation entièrement développée (cas de viscosité élevée)

III.3.7.Vitesse d'écrasement constante

Tous les cas dans cette section sont à une vitesse de compression constante différente de zéro; $V_{Squeezing} = 0.001 \text{ mm/s}$, 0.01 mm/s and 0.1 mm/s .

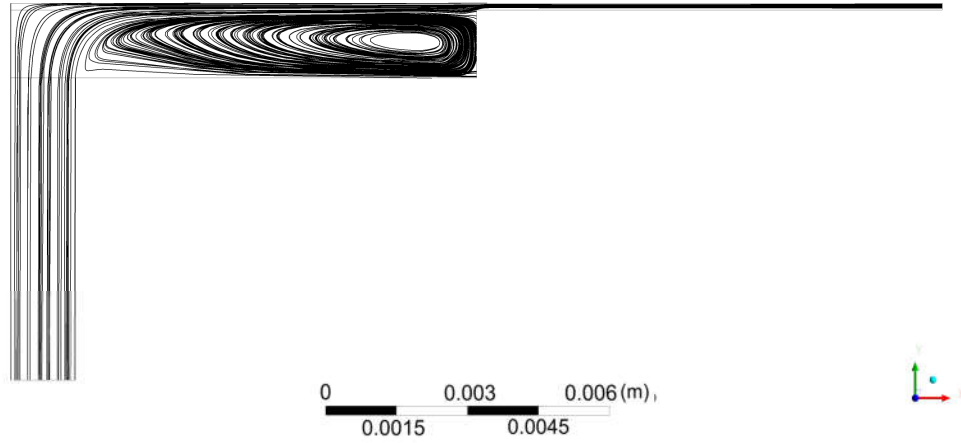


Figure III.20: Augmentation de l'intensité du vortex

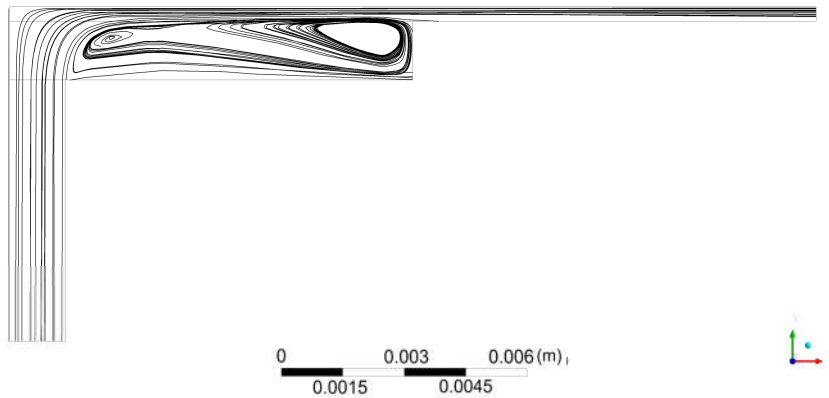


Figure III.21: Nouveaux vortex se forment dans l'alvéole

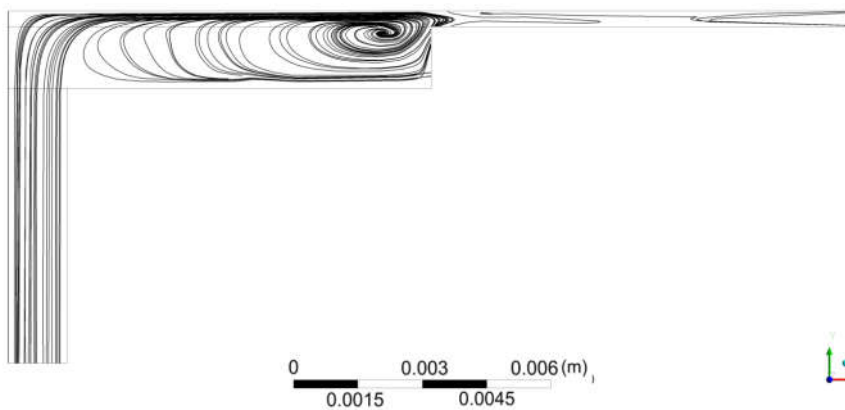


Figure III.22: Nouveaux vortex dans la section des films minces

III.3.8. Mouvement d'écrasement harmonique

Lorsque la face supérieure est animée par un mouvement harmonique de même amplitude avec trois fréquences différentes : faible (1000 rpm), moyen (5000 rpm) et haute (10 000 rpm), on distingue deux phases :

- la phase d'aspiration
- et la phase de compression.

L'aspiration a lieu lorsque la face supérieure se déplace vers le haut. La phase de compression se fait dans le sens opposé.

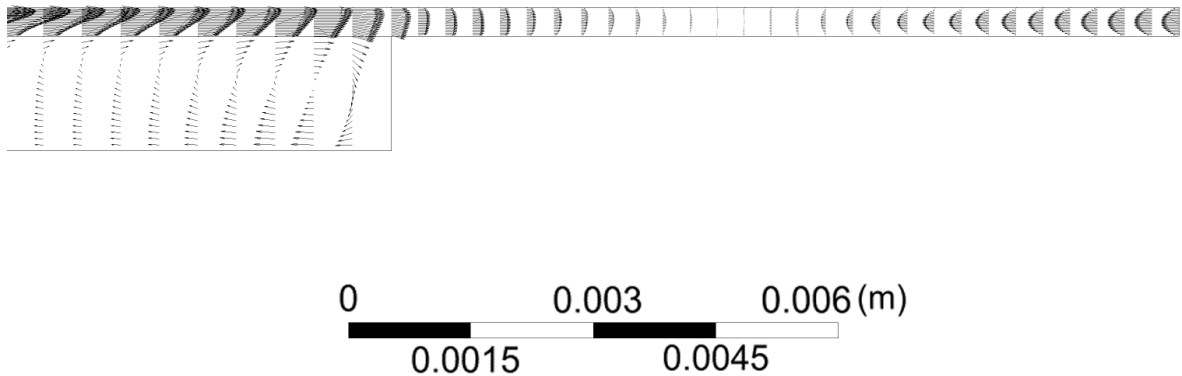


Figure III.23: Retour de l'écoulement dans le film mince

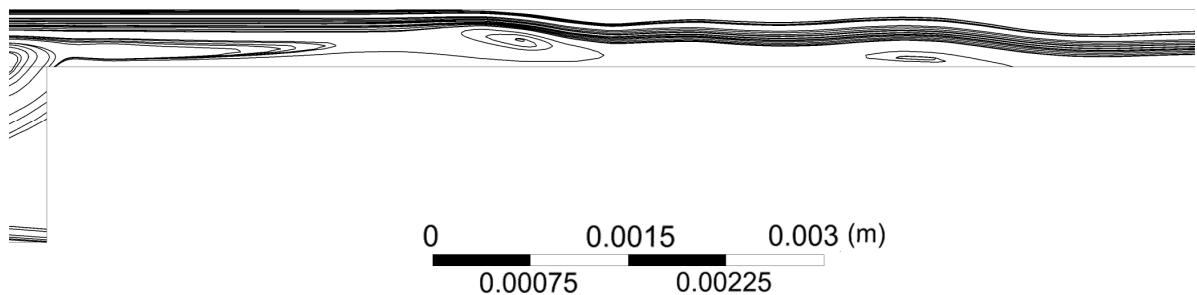


Figure III.24: Turbulence dans le film mince

III.4. Discussion

On peut remarquer sur la Figure III.13 que la solution analytique et la solution numérique sont en bon accord. Ceci est vrai tant que la vitesse d'écrasement est petite. Si la vitesse devient trop grande l'effet d'inertie (ignoré dans le modèle classique) affectera la solution numérique et élargira l'écart entre les deux approches.

Lorsque la viscosité est faible avec des valeurs élevées et basses de pressions d'alimentation, un vortex se forme près du capillaire et se déplace vers les extrémités de l'alvéole (de la Figure III.14 à la Figure III.16). Quand il atteint les extrémités périphériques de l'alvéole, il garde son intensité inchangée, le profil de vitesse reste inchangé.

Pour les cas très visqueux, aussi bien avec des pressions d'alimentation élevées que faibles, une zone de recirculation se forme et reste proche du centre de l'alvéole en conservant son intensité (de la Figure III.17 à la Figure III.19).

En présence de la vitesse d'écrasement, et pour toutes les combinaisons de viscosité et de pression d'alimentation, un vortex se forme près du centre de l'alvéole et se déplace vers la zone du film mince, comme dans les cas stationnaires à faible viscosité. Cependant, contrairement aux cas stationnaires, l'intensité du vortex continue d'augmenter.

Lorsqu'une vitesse de compression relativement faible est appliquée au fluide de faible viscosité entraîné par une pression d'alimentation élevée, de nouveaux vortex se forment dans la l'alvéole ainsi que dans la section de film mince. Ceci est dû à la résistance importante au passage vers la section de film mince. Pour les cas restants, ils restent presque inchangés, à cause de la dépendance des effets inertiels de l'accélération et non pas de la vitesse.

Pour le mouvement harmonique deux phases sont remarquées ; une aspiration et une compression. Pendant la phase d'aspiration, on observe un flux de retour à la sortie du film mince, pour tous les scénarios de haute fréquence (Figure III.23). Lorsque la face supérieure est animée harmoniquement avec une fréquence moyenne, ce phénomène n'est observé que lorsque la viscosité dynamique du fluide est élevée et la pression d'alimentation est faible.

On ne remarque pas le retour du fluide pour les scénarios à moyenne fréquence restants ainsi que pour tous les scénarios à faible fréquence harmonique.

Ce phénomène peut s'expliquer en considérant l'aspect incompressible du fluide. Le changement rapide du volume du système intérieur causé par l'accélération positive élevée ne peut pas être compensé par le seul débit d'entrée. Par conséquent, le fluide quittant le système à travers la sortie va inverser sa direction pour combler la dépression provoquée par l'aspiration. Si l'accélération est encore plus importante, le phénomène de cavitation pourra avoir lieu dans

les régions de très basse pression.

Lorsque la face supérieure est animée harmoniquement, des vortex supplémentaires sont formés dans l'ensemble du système pour toutes les configurations, même à basse fréquence avec une viscosité élevée et une faible pression d'alimentation.

La turbulence peut se produire même dans la région du film mince. En fait, pour une pression d'alimentation élevée avec une faible viscosité dynamique, l'inertie du fluide peut pousser l'énergie de turbulence même à travers la zone restreinte du film mince (Figure III.24).

III.4.9. Phénomènes remarqués par d'autres auteurs :

Grace au modèle proposé on peut expliquer quelques comportements du champ de pression remarqués par d'autres auteurs. Par exemple, le pic de la pression au centre de l'alvéole et la diminution soudaine dans ses proximités (Figure III.25 courbe en ligne continue rouge). Les deux constats peuvent être facilement expliqués en analysant le comportement des lignes de courant dans la simulation 3D. Le pic est clairement l'impact du jet du fluide sur la surface en face du capillaire. L'impact représente un ralentissement pour l'écoulement, donc une vitesse réduite qui s'accompagne par une augmentation automatique de la pression. La chute soudaine de la pression dans les extrémités est clairement l'effet de la zone de recirculation.

Un autre phénomène important peut être prédit par le modèle 3D qui est celui de la chute brusque de la pression au passage du fluide de l'alvéole vers la zone mince. Le phénomène est provoqué par l'effet d'inertie (Figure III.26).

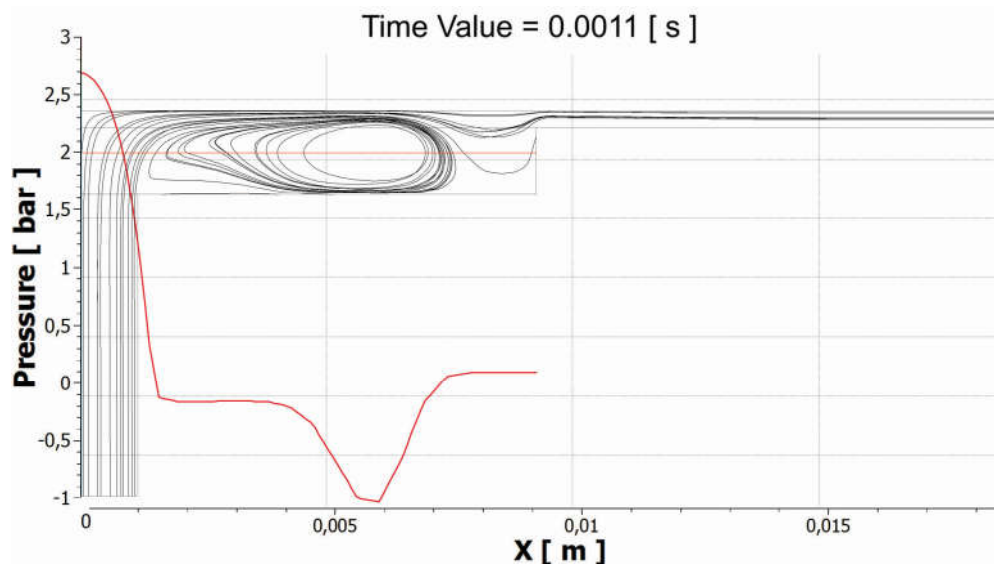


Figure III.25: La chute de pression dans l'alvéole

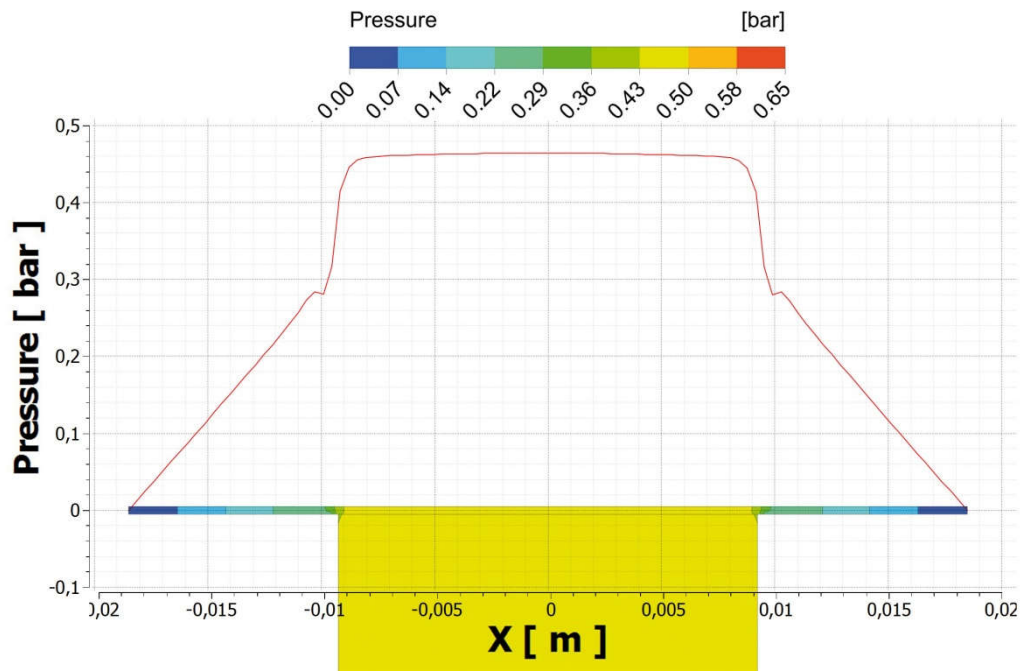


Figure III.26: Comportement de la pression au passage vers le film mince

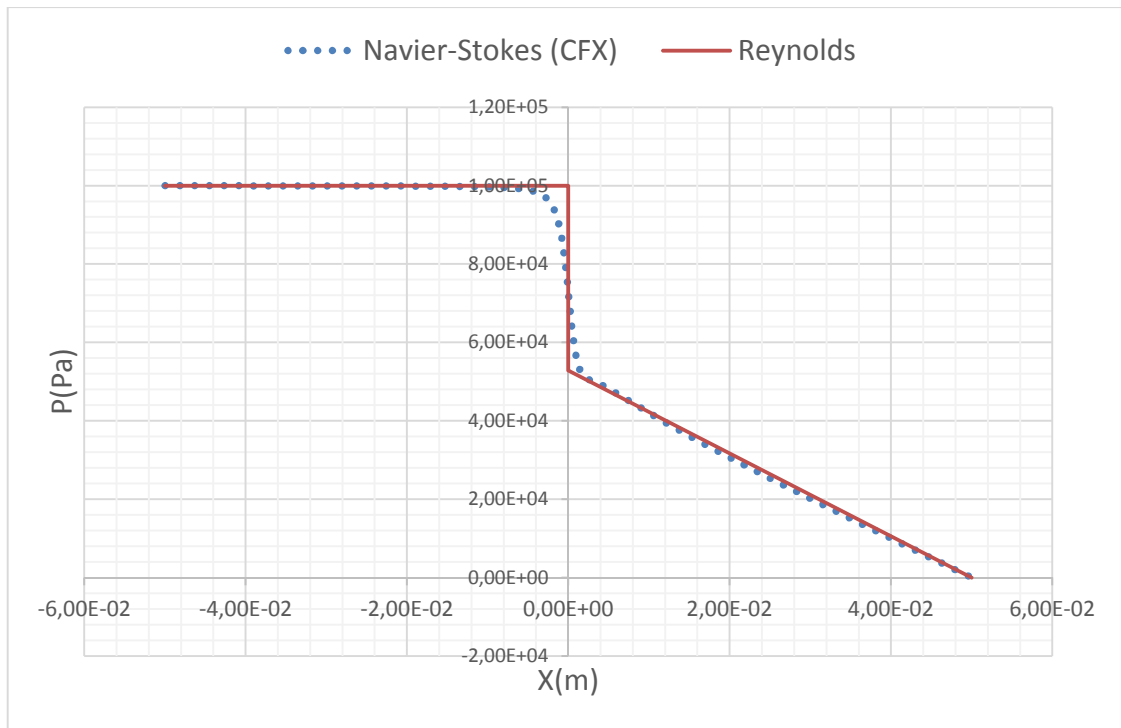


Figure III.27: Comparaison entre la distribution de la pression selon l'équation de Reynolds et celle de Navier-Stokes (Ansys-CFX)

La Figure III.27 représente une comparaison entre les deux modèles numériques étudiés ; à savoir le modèle 3D de Navier-Stokes et le modèle 2D de Reynolds modifié par Constantinescu et complété par la corrélation de Chaomleffel. Le deuxième modèle étant validé par son auteur expérimentalement [26], et les programmes préparés par nos soins vérifiés par la comparaison de deux modèles différents résolus par deux méthodes numériques différentes, on peut dire qu'on peut entamer la suite de l'étude avec confiance.

III.5. Conclusion :

Dans ce chapitre le modèle qui tient compte de l'effet d'inertie développé dans le chapitre précédent est perfectionné davantage pour tenir compte de la turbulence. On a vu que plusieurs modèles s'offrent pour modifier l'équation de Reynolds, pour considérer la turbulence, et qu'ils aboutissent à presque la même formulation. Nous avons choisi le modèle le plus utilisé ; celui de Constantinescu.

Les prédictions du modèle obtenu ont été confrontées à un autre modèle numérique basé sur les équations de Navier-Stokes 3D tenant compte aussi de la turbulence. La deuxième formulation a été résolue par la méthode des volumes finis en utilisant le logiciel commercial Ansys-CFX.

La comparaison des deux modèles nous a non seulement donné plus de confiance dans les prédictions numériques mais elle nous a aussi permis d'analyser le comportement du champ de pression. L'étude est faite en régime turbulent transitoire sous l'effet de plusieurs paramètres principalement l'inertie. L'analyse du champ de pression a approfondi la compréhension de la formation et l'évolution des vortex et des zones de recirculation. Une des conséquences intéressantes est la possibilité de l'établissement d'un régime turbulent même au sein du film mince. L'étude nous a aussi permis l'explication de quelques phénomènes observés par d'autres auteurs.

Le phénomène thermodynamique dangereux qu'est la cavitation a été aussi adressé. En fait, les dépressions sévères qui peuvent avoir lieu, surtout durant la phase d'aspiration, peuvent causer l'évaporation du fluide et la formation de bulles gazeuse. Ce phénomène est à éviter car il peut détériorer les performances du palier, ou dans des cas extrêmes, compromettre l'intégrité du système.

L'objectif de ce travail étant l'étude de l'influence de l'effet d'inertie dans les calculs des performances du palier. L'idée c'est de mettre en place un outil de calcul qui permet d'activer et de désactiver cet effet sans changer les autres paramètres d'entrée. Cependant, la résolution par Ansys-CFX du problème 3D basé sur les équations de Navier-Stokes n'offre pas cette option. Cet handicap majeur le rend presque inutile pour répondre à notre objectif. Par conséquent, la suite de cette étude sera réalisée en utilisant le modèle basé sur l'équation de Reynolds auquel on va ajouter les équations qui régissent le comportement dynamique de la ligne d'arbre.

Dynamique du rotor

DYNAMIQUE DU ROTOR

Dans l'étude du comportement dynamique des rotors, le palier est remplacé par les forces hydrostatiques. La relation qui lie ces forces avec la position et la vitesse du centre de l'arbre est non-linéaire.

Selon Bonneau [17], si la position de l'arbre est perturbée, il va se comporter d'une des trois façons suivantes :

- L'arbre retourne à sa position d'équilibre statique : la position est dite stable
- Le centre de l'arbre se met à décrire une orbite fermée autour de la position d'équilibre: la position est dite orbitalement stable.
- Le centre de l'arbre s'éloigne en décrivant une orbite divergente : la position est dite instable.

Dans ce dernier chapitre, nous allons modéliser le rotor par un arbre indéformable supporté symétriquement par deux paliers identiques. Ce qui est équivalent au problème d'une masse montée dans un palier.

IV.1. Modélisation d'un seul patin :

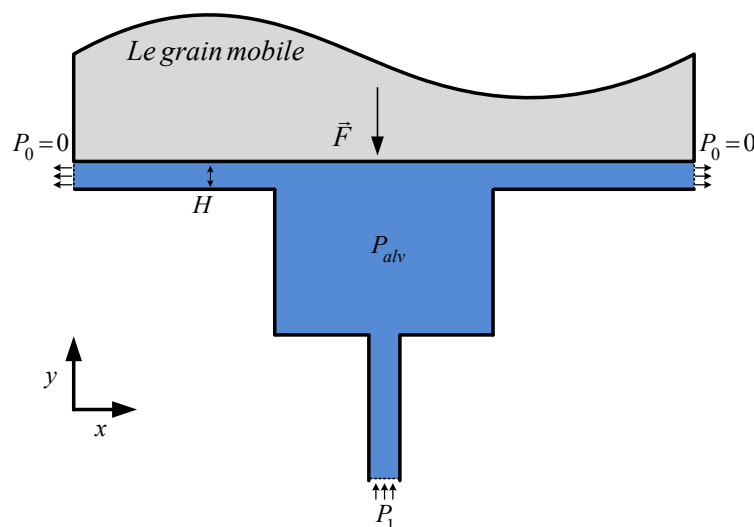


Figure IV.1: l'équilibre des forces sur un seul patin

En statique, l'équilibre se traduit par :

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$W_{fluid}^{statique} - F_{poids} = 0$$

Lorsqu'on applique une force à amplitude variable dans le temps, l'équilibre se traduit par :

$$\sum \vec{F} = M\vec{\ddot{y}} \quad (IV.1)$$

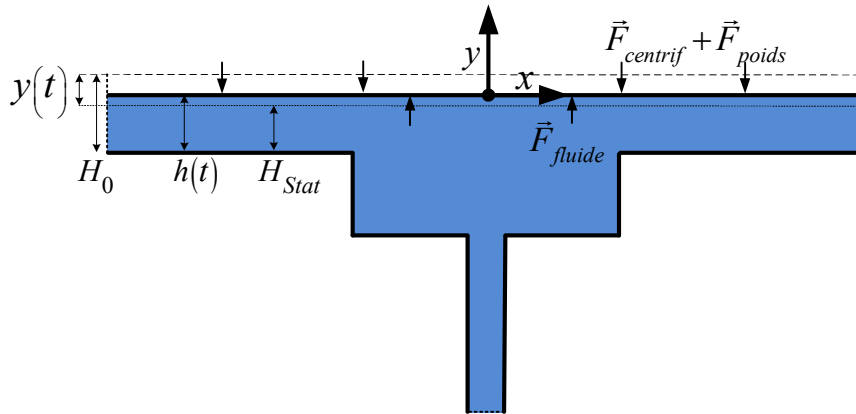


Figure IV.2: Les épaisseurs d'équilibre, statique et instantané

Le poids du grain mobile est toujours négatif. Le sens de la force générée par le fluide va toujours dans le sens positif y tant que l'hypothèse de non création de cavitation est vérifiée (pression relative de l'alvéole toujours positive). Tandis que le sens de la force centrifuge varie périodiquement à la vitesse de rotation du disque ω .

$$M e \omega^2 \sin(\alpha) - F_{poids} + (W_{fluid}^{statique} + W_{fluid}^{dynamique}) = M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (IV.2)$$

Avec : M la moitié de la masse du disque, et $\alpha(t)$ l'angle en fonction du temps.

Le repère étant aligné à la position d'équilibre statique le poids s'annule avec la partie statique de la force générée par le fluide. On adopte pour la suite, l'écriture W_{fluid} pour indiquer la partie dynamique de la force du fluide.

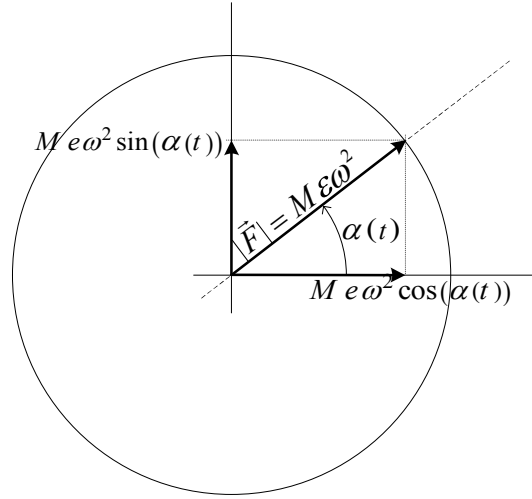


Figure IV.3: La force centrifuge exercée sur le grain mobile causée par la rotation du rotor

Pour une accélération de rotation constante γ [2]:

$$M e \left(\omega^2 \sin(\alpha) - \gamma \cos(\alpha) \right) + W_{fluid} = M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (IV.3)$$

$$\alpha(t) = \omega(t) \times t \quad \text{et} \quad \omega(t) = \gamma t \quad (IV.4)$$

Pour une vitesse de rotation constante :

$$M e \omega^2 \sin(\alpha) + W_{fluid} = M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (IV.5)$$

$$\alpha(t) = \omega t \quad (IV.6)$$

Les équations (IV.3) et (IV.5) peuvent être discrétisées par différences finies, mais pour des raisons de stabilité la méthode préférée pour résoudre ce type d'équation est la méthode de Newmark.

Avec :

$$y^{k+1} = y^k + \Delta t \dot{y}^k + \left[(0.5 - \beta) \Delta t^2 \right] \ddot{y}^k + \beta \Delta t^2 \ddot{y}^{k+1} \quad (IV.7)$$

et :

$$\dot{y}^{k+1} = \dot{y}^k + \left[(1 - \gamma) \Delta t \right] \ddot{y}^k + (\gamma \Delta t) \ddot{y}^{k+1} \quad (IV.8)$$

$$h(t) = H_{stat} + y(t) \quad (IV.9)$$

$$\frac{\partial h(t)}{\partial t} = \frac{\partial y(t)}{\partial t} \quad (\text{IV.10})$$

$$\frac{\partial^2 h(t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} \quad (\text{IV.11})$$

L'équation du mouvement devient pour le cas de vitesse de rotation constante:

$$M e \omega^2 \sin(\alpha) + W_{\text{fluide}} = M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \quad (\text{IV.12})$$

$$M e \omega^2 \sin(\omega t) + W_{\text{fluide}} = M \frac{\partial^2 h(t)}{\partial t^2} \quad (\text{IV.13})$$

La force de portance générée par le fluide est fonction de l'épaisseur du film mince $F_{\text{fluide}}(h)$

$$\begin{cases} W_{\text{fluide}}(h, \dot{h}) - M \frac{\partial^2 h(t)}{\partial t^2} + M e \omega^2 \sin(\omega t) = 0 \\ h^{k+1} - H_{\text{stat}} = h^k - H_{\text{stat}} + \Delta t (\dot{h}^k) + [(0.5 - \beta) \Delta t^2] \ddot{h}^k + \beta \Delta t^2 \ddot{h}^{k+1} \\ \dot{h}^{k+1} = \dot{h}^k + [(1 - \gamma) \Delta t] \ddot{h}^k + (\gamma \Delta t) \ddot{h}^{k+1} \end{cases} \quad (\text{IV.14})$$

$$\begin{cases} W_{\text{fluide}}(h, \dot{h}) - M \frac{\partial^2 h(t)}{\partial t^2} + M e \omega^2 \sin(\omega t) = 0 \\ h^{k+1} = h^k + \Delta t \dot{h}^k + [(0.5 - \beta) \Delta t^2] \ddot{h}^k + \beta \Delta t^2 \ddot{h}^{k+1} \\ \dot{h}^{k+1} = \dot{h}^k + [(1 - \gamma) \Delta t] \ddot{h}^k + (\gamma \Delta t) \ddot{h}^{k+1} \end{cases} \quad (\text{IV.15})$$

Pour avoir un problème bien posé (ayant une solution unique) il faut ajouter à l'équation (IV.15) deux conditions initiales :

- La position du grain mobile au démarrage est la position d'équilibre statique.
- La vitesse du grain mobile est supposée nulle au démarrage.

$$h(t=0) = H_{\text{stat}} \quad (\text{IV.16})$$

$$\frac{\partial y(t=0)}{\partial t} = \frac{\partial h(t=0)}{\partial t} = 0 \quad (\text{IV.17})$$

L'équation (IV.15) est différentielle ordinaire du deuxième ordre avec $h(t)$ comme fonction inconnue et t comme variable. Dans le cas de forts chargements, l'expression de la force générée par le fluide n'est pas donnée analytiquement ou de façon explicite, et vu sa dépendance de l'épaisseur du film h ainsi que de la vitesse d'écrasement $\dot{h}$, l'équation (IV.15) est non-linéaire est impossible à résoudre analytiquement.

La procédure itérative de résolution sera comme suit : on exprime le déplacement et la vitesse en fonction de l'accélération en utilisant les formules de la méthode de Newmark.

L'accélération devient donc la nouvelle inconnue. De manière itérative on cherche la racine de la nouvelle équation :

$$W_{fluide}(\ddot{h}) - M\ddot{h} + M e \omega^2 \sin(\alpha t) = 0 \quad (IV.18)$$

Néanmoins, un problème se pose avec cette approche ; les bornes de l'intervalle de recherche des racines en termes d'accélération $\ddot{h}$ sont moins évidentes. On peut réécrire les formules de Newmark pour exprimer la dernière équation en termes de h et non pas de $\ddot{h}$

$$\begin{cases} -M (A_1 + A_2 h^{k+1}) + F_{fluide}(h^{k+1}) + A_5(t) = 0 \\ \dot{h}^{k+1} = \underbrace{a_4 \dot{h}^k + a_5 \ddot{h}^k a_6 h^k}_{A_3} + A_4 h^{k+1} \end{cases} \quad (IV.19)$$

L'expression des coefficients de l'équation (IV.19) sont donnés dans l'annexe B.

L'expression de $\dot{h}^{k+1}$ donne la vitesse d'écrasement $\dot{h} = \frac{\partial h}{\partial t} = V_{squeeze} = V_y$ pour chaque itération de façon numérique en fonction de h^{k+1} .

Les conditions initiales (indiquées par l'itération $k=1$) sont données par :

$$\begin{cases} h^1 = H_{stat} \\ \dot{h}^1 = 0 \end{cases} \quad (IV.20)$$

L'accélération initiale (nécessaire pour l'application de la méthode de Newmark) peut être obtenue :

$$W_{\text{fluide}}(h, \dot{h}) - M\ddot{h} + M e \omega^2 \sin(\omega t) = 0 \quad (\text{IV.21})$$

$$-\ddot{h} + e \omega^2 \sin(\omega t) + \frac{W_{\text{fluide}}(h, \dot{h})}{M} = 0 \quad (\text{IV.22})$$

$$\Rightarrow \ddot{h} = e \omega^2 \sin(\omega t) + \frac{W_{\text{fluide}}(h, \dot{h})}{M} \quad (\text{IV.23})$$

$$\Rightarrow \ddot{h} = \frac{W_{\text{fluide}}(H_{\text{stat}}, 0)}{M} \quad (\text{IV.24})$$

Or qu'à l'équilibre statique la partie dynamique de la force est nulle:

$$W_{\text{fluide}}(H_{\text{stat}}, 0) = 0 \quad (\text{IV.25})$$

$$\Rightarrow \ddot{h} = 0 \quad (\text{IV.26})$$

$$\text{Donc :} \quad \Rightarrow \ddot{h}(t=0) = 0 \quad (\text{IV.27})$$

Avec l comme indice des itérations : $l = 1 \rightarrow N_l$

N_l : le nombre total des itérations, à atteindre par convergence

l : est l'indice des itérations,

ω : est la vitesse angulaire

$h^{k,l}$: l'épaisseur du film mince à l'instant k à l'itération l

$h^{k,0}$: la première estimation (arbitraire) de l'épaisseur du film mince à l'instant k

g : L'accélération de la pesanteur terrestre

$$\begin{cases} -A_2 M h^{k+1} + F_{\text{fluide}}(h^{k+1}) + A_6(t) = 0 \\ \dot{h}^{k+1} = A_3 + A_4 h^{k+1} \end{cases} \quad (\text{IV.28})$$

Avec : $A_6(t) = A_5(t) - A_1 M$

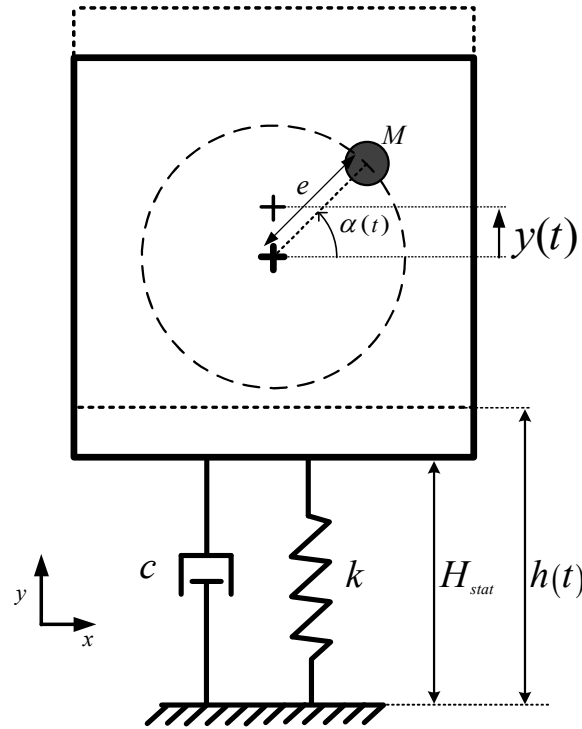


Figure IV.4: Action du balourd selon l'axe y, cas d'un seul patin

IV.2. Modélisation du système à 4 patins :

IV.2.1. Les hypothèses :

On plus des hypothèses énoncées pour le problème à un seul patin, on ajoute ici les suivantes :

- Le roulement est considéré parfaitement rigide
- L'alvéole suffisamment profonde pour que la pression y soit constante dans l'espace.
- La présence des rainures entre chaque patin et son voisin, et l'absence de la courbure, assurent l'élimination de toute interaction entre les patins. Ceci découple les équation d'équilibre dans la direction x de ceux de y, et dans le cas linéaire, élimine les termes de couplage K_{xy} , K_{yx} , C_{xy} et C_{yx} .

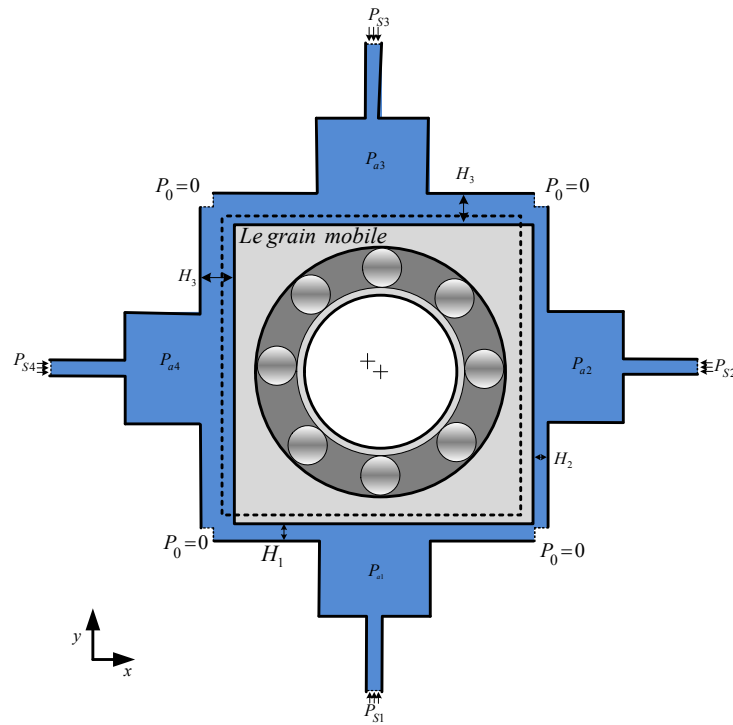


Figure IV.5: Le palier hybride à quatre patins plans

IV.3. Equilibre statique :

La configuration du système considérée est la configuration horizontale, ce qui implique la participation du poids dans l'équilibre statique.

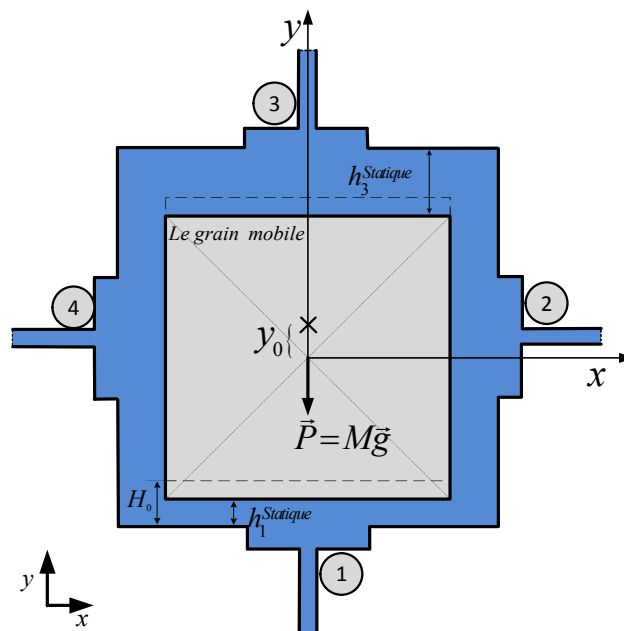


Figure IV.6: Equilibre statique du palier hybride à quatre patins plans

En statique, l'équilibre se traduit par :

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_x = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} {}^4W_{fluid}^{stat} - {}^2W_{fluid}^{stat} = 0 \\ {}^1W_{fluid}^{stat} - {}^3W_{fluid}^{stat} - F_{poids} = 0 \end{cases} \quad (IV.29)$$

Ceci implique que si la pression d'alimentation des différents patins est la même ; à l'équilibre statique les forces générées par le deuxième et le quatrième patin se neutralisent à des épaisseurs de films fluides égales : $h_2^{Stat} = h_4^{Stat} = h_{initiale} = H_0$

Dans la direction y, l'épaisseur du troisième patin augmente ce qui diminue sa pression globale (par conséquent la force générée), alors que celle du premier patin diminue pour donner l'effet inverse. L'équilibre s'établit lorsque la deuxième relation de l'équation (IV.29) est vérifiée.

Le fait que les deux épaisseurs h_1 et h_3 soient liées par la relation :

$$h_3 = 2H_0 - h_1 \quad (IV.30)$$

rend l'équilibre statique un problème à une inconnue : h_1^{Stat} ou h_3^{Stat}

(Les épaisseurs h_2 et h_4 sont liées par une relation similaire: $h_2 = 2H_0 - h_4$)

$${}^1W_{fluid}^{stat} - {}^3W_{fluid}^{stat} - F_{poids} = 0 \quad (IV.31)$$

V.2.2 Equilibre dynamique :

Lorsqu'on applique une force à amplitude variable dans le temps, l'équilibre se traduit par :

$$\begin{cases} \sum \vec{F}_x = M\ddot{x} \\ \sum \vec{F}_y = M\ddot{y} \end{cases} \quad (IV.32)$$

$$\begin{cases} M \varepsilon \omega^2 \cos(\alpha) + (W_x^{Résultante\ statique} + W_x^{dynamique})_{fluid} = M \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \\ M \varepsilon \omega^2 \sin(\alpha) - F_{poids} + (W_y^{Résultante\ statique} + W_y^{dynamique})_{fluid} = M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \end{cases} \quad (IV.33)$$

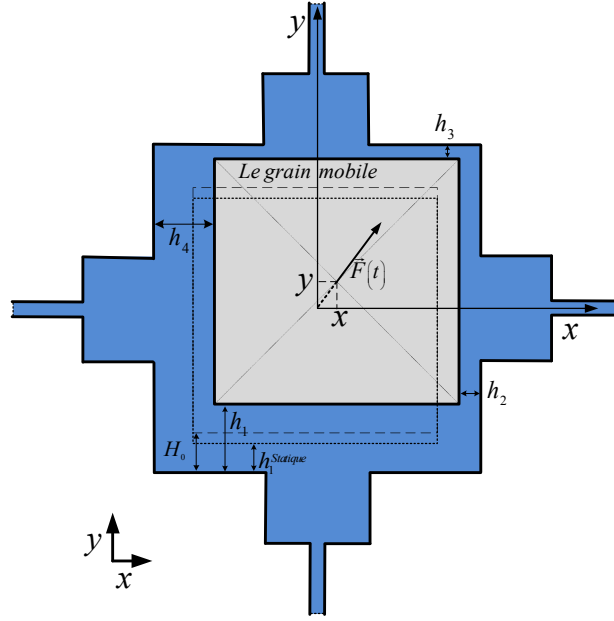


Figure IV.7: Le palier hybride à quatre patins plans en équilibre dynamique

Le repère est positionné aligné à la position d'équilibre statique. Ceci implique que lorsque $y = 0$ les deux épaisseurs $h_1^{statique}$ et $h_3^{statique}$ sont différentes

La résultante statique dans la direction x est nulle. Le repère étant placé aligné à la position d'équilibre statique la résultante statique dans la direction y s'annule avec le poids selon la deuxième relation de (IV.29).

Ce qui implique :

$$\begin{cases} M \varepsilon \omega^2 \cos(\alpha) + (W_x^{dynamique})_{fluid} = M \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \\ M \varepsilon \omega^2 \sin(\alpha) + (W_y^{dynamique})_{fluid} = M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \end{cases} \quad (IV.34)$$

Pour la suite, on adopte l'écriture $W_{x,y}^{fluide}$ au lieu de $(W_{x,y}^{dynamique})_{fluid}$ pour indiquer les composantes de la force dynamique de portance du fluide. Le système (IV.34) devient :

$$\begin{cases} M \varepsilon \omega^2 \cos(\alpha) + W_x^{fluide} = M \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \\ M \varepsilon \omega^2 \sin(\alpha) + W_y^{fluide} = M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \end{cases} \quad (IV.35)$$

Elles peuvent être exprimées par :

$$\begin{cases} W_x^{fluide} = W(h_4, \dot{h}_4) - W(h_2, \dot{h}_2) \\ W_y^{fluide} = W(h_1, \dot{h}_1) - W(h_3, \dot{h}_3) \end{cases} \quad (IV.36)$$

Contrairement à un palier à géométrie circulaire, la configuration plane étudiée ici donne un système d'équations découplées.

On note les épaisseurs instantanées des différents patins $h_i(t) = h_i$, et on exprime x en fonction h_1 de et y en fonction de h_4

Ceci donne :

$$\begin{cases} x(t) = h_4 - H_0 \\ y(t) = h_1 - h_1^{Statique} \end{cases} \quad (IV.37)$$

Impliquant:

$$\begin{cases} \frac{\partial x(t)}{\partial t} = \frac{\partial h_4}{\partial t} \\ \frac{\partial y(t)}{\partial t} = \frac{\partial h_1}{\partial t} \end{cases} \quad (IV.38)$$

et:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 h_4}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 y(t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 h_1}{\partial t^2} \end{cases} \quad (IV.39)$$

Les résultantes de la force générée par le fluide sont des fonctions de l'épaisseur du film mince et de leurs vitesses $F_x^{fluide} = f(h_1, \dot{h}_1)$, $F_y^{fluide} = f(h_4, \dot{h}_4)$

(écrire $F_x^{fluide} = f(h_3, \dot{h}_3)$, $F_y^{fluide} = f(h_2, \dot{h}_2)$ est aussi correct vu la relation entre h_1 et h_3 , et h_2 et h_4)

Les conditions initiales sont les suivantes:

$$\begin{cases} x(0) = 0 \Rightarrow h_4 = H_0 \\ y(0) = 0 \Rightarrow h_1 = h_1^{Statique} \end{cases} \quad (IV.40)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial x(t=0)}{\partial t} = 0 \Rightarrow \dot{h}_4(t=0) = 0 \\ \frac{\partial y(t=0)}{\partial t} = 0 \Rightarrow \dot{h}_1(t=0) = 0 \end{cases} \quad (\text{IV.41})$$

Les équations du mouvement du système (IV.35) deviennent :

$$\begin{cases} M \varepsilon \omega^2 \cos(\omega t) + W_x^{\text{fluide}} = M \frac{\partial^2 h_4}{\partial t^2} \\ M \varepsilon \omega^2 \sin(\omega t) + W_y^{\text{fluide}} = M \frac{\partial^2 h_1}{\partial t^2} \end{cases} \quad (\text{IV.42})$$

Ce sont deux équations différentielles ordinaires du deuxième ordre avec h_1 et h_4 comme fonctions inconnues et t comme variable indépendante. Sauf pour le cas d'un palier infiniment long ou infiniment court, l'expression de la force générée par le fluide n'est pas donnée analytiquement ou de façon explicite. De plus, elle dépend des épaisseurs du film ainsi que de leurs vitesses d'écrasement. Par conséquent, les équations sont non-linéaires et impossibles à résoudre analytiquement.

Comme pour le cas d'un seul patin isolé étudié dans la section précédente, les deux équations découplées sont résolues par la méthode de Newmark grâce à son caractère stable.

On utilisant les formules de Newmark modifiées (voir l'annexe B), discutées dans la section IV.1.

$$\begin{cases} \ddot{x}^{k+1} = \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{x}^k - \frac{1}{\beta\Delta t^2} [x^k + \Delta t \dot{x}^k] + \frac{1}{\beta\Delta t^2} x^{k+1} \\ \dot{x}^{k+1} = \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \dot{x}^k + \Delta t \left[1 - \gamma + \gamma \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right)\right] \ddot{x}^k - \frac{\gamma}{\beta\Delta t} x^k + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} x^{k+1} \end{cases} \quad (\text{IV.43})$$

et :

$$\begin{cases} \ddot{y}^{k+1} = \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{y}^k - \frac{1}{\beta\Delta t^2} [y^k + \Delta t \dot{y}^k] + \frac{1}{\beta\Delta t^2} y^{k+1} \\ \dot{y}^{k+1} = \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \dot{y}^k + \Delta t \left[1 - \gamma + \gamma \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right)\right] \ddot{y}^k - \frac{\gamma}{\beta\Delta t} y^k + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} y^{k+1} \end{cases} \quad (\text{IV.44})$$

La résolution de (IV.42) est faite de manière itérative, par un processus de recherche de racine. L'algorithme de Dekker et Brent est utilisé pour cette fin.

$$\begin{cases} -M\ddot{x} + W_x^{fluide} + M \varepsilon \omega^2 \cos(\omega t) = 0 \\ -M\ddot{y} + W_y^{fluide} + M \varepsilon \omega^2 \sin(\omega t) = 0 \end{cases} \quad (IV.45)$$

$$\begin{cases} -M (A_1^x + A_2^x x^{k+1}) + W_x^{fluide} (x^{k+1}, \dot{x}^{k+1}) + A_5^x = 0 \\ \dot{x}^{k+1} = \underbrace{a_4^x \dot{x}^k + a_5^x \ddot{x}^k + a_6^x x^k}_{A_3^x} + A_4^x x^{k+1} \end{cases} \quad (IV.46)$$

$$\begin{cases} -M (A_1^y + A_2^y y^{k+1}) + W_y^{fluide} (y^{k+1}, \dot{y}^{k+1}) + A_5^y = 0 \\ \dot{y}^{k+1} = \underbrace{a_4^y \dot{y}^k + a_5^y \ddot{y}^k + a_6^y y^k}_{A_3^y} + A_4^y y^{k+1} \end{cases} \quad (IV.47)$$

On peut exprimer les systèmes d'équations (IV.43) et (IV.44) en fonction de h_1 et h_4 en utilisant les expressions (IV.37), (IV.38) et (IV.39) comme:

$$\begin{cases} x(t) = h_4 - H_0 \\ y(t) = h_1 - h_1^{Statique} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -M (A_1^x + A_2^x h_4^{k+1}) + W_x^{fluide} (h_4^{k+1}) + A_5^x = 0 \\ \dot{h}_4^{k+1} = \underbrace{a_4^x \dot{h}_4^k + a_5^x \ddot{h}_4^k + a_6^x h_4^k}_{A_3^x} + A_4^x h_4^{k+1} \end{cases} \quad (IV.48)$$

$$\begin{cases} -M (A_1^y + A_2^y h_1^{k+1}) + W_y^{fluide} (h_1^{k+1}) + A_5^y = 0 \\ \dot{h}_1^{k+1} = \underbrace{a_4^y \dot{h}_1^k + a_5^y \ddot{h}_1^k + a_6^y h_1^k}_{A_3^y} + A_4^y h_1^{k+1} \end{cases} \quad (IV.49)$$

Les conditions initiales (indiquées par l'itération $k = 1$) sont données par :

$$\begin{cases} h_4^1 = H_0 \\ \dot{h}_4^1 = 0 \\ h_1^1 = h_1^{Statique} \\ \dot{h}_1^1 = 0 \end{cases} \quad (IV.50)$$

Les deux accélérations initiales peuvent être obtenues de la même manière utilisée pour un seul patin (voir les équations à partir de (IV.21) à (IV.27)):

$$\begin{cases} \ddot{h}_4(t=0) = \ddot{h}_4^1 = 0 \\ \ddot{h}_1(t=0) = \ddot{h}_1^1 = 0 \end{cases} \quad (IV.51)$$

$$\begin{cases} -MA_2^x h_4^{k+1} + F_x^{fluide}(h_4^{k+1}) + A_6^x = 0 \\ \dot{h}_4^{k+1} = A_3^x + A_4^x h_4^{k+1} \end{cases} \quad (IV.52)$$

$$\begin{cases} -MA_2^y h_1^{k+1} + F_x^{fluide}(h_1^{k+1}) + A_6^y = 0 \\ \dot{h}_1^{k+1} = A_3^y + A_4^y h_1^{k+1} \end{cases} \quad (IV.53)$$

Avec : $A_6^{x,y} = A_5^{x,y} - MA_1^{x,y}$

IV.3.2. Comparaison avec la solution analytique

La solution analytique de l'équation qui régit le comportement du fluide dans chaque patin n'existe que pour très peu de cas comme la configuration infiniment longue ou infiniment courte sans considérer l'effet d'inertie et la turbulence. Dans cette section nous allons considérer le cas de la configuration infiniment longue, puis nous allons résoudre le problème dynamique de manière directe c'est-à-dire transitoire couplé, puis de manière indirecte en utilisant le modèle dynamique classique (coefficients dynamiques équivalents).

La solution analytique de l'équation qui régit la pression dans le film mince sous l'hypothèse du régime laminaire sans effet d'inertie a été dérivée dans le deuxième chapitre, et été donnée par l'équation (II.27). On l'adapte ici pour chaque patin en ajoutant son indice i:

$$P_i(x) = \frac{6\mu\dot{h}_i}{h_i^3} x^2 - \left(\frac{P_{alv,i}}{L_x} + \frac{6\mu\dot{h}_i L_x}{h_i^3} \right) x + P_{alv,i} \quad (IV.54)$$

La pression dans chaque alvéole est donnée par:

$$P_{alv,i} = \left(P_s - \frac{\mu(S_{alv} - S_{film})}{K_c} \dot{h}_i \right) \left(1 + \frac{K_Q}{K_c} h_i^3 \right)^{-1} \quad (IV.55)$$

La force générée par chaque patin donnée par l'équation (II.35), peut être indicée comme suit :

$$W(h_i, \dot{h}_i) = (S_{alv} + S_{film}) P_{alv,i} - \frac{2\mu \dot{h}_i}{h_i^3} L_z L_x^3 \quad (IV.56)$$

Les composantes de la résultante données par (IV.36) deviennent :

$$\begin{cases} W_x^{fluide} = (S_{alv} + S_{film})(P_{alv,4} - P_{alv,2}) + 2\left(\frac{\dot{h}_2}{h_2^3} - \frac{\dot{h}_4}{h_4^3}\right) \mu L_z L_x^3 \\ W_y^{fluide} = (S_{alv} + S_{film})(P_{alv,1} - P_{alv,3}) + 2\left(\frac{\dot{h}_3}{h_3^3} - \frac{\dot{h}_1}{h_1^3}\right) \mu L_z L_x^3 \end{cases} \quad (IV.57)$$

IV.3.3. Equilibre statique :

L'équilibre statique se traduit par le système d'équation (IV.29) qui peut être écrit :

$$\begin{cases} (P_{alv,4} - P_{alv,2}) = 0 \\ (P_{alv,1} - P_{alv,3}) = \frac{Mg}{(S_{alv} + S_{film})} \end{cases} \quad (IV.58)$$

Car : $(S_{alv} + S_{film}) \neq 0$

$$\begin{cases} P_{alv,4}^{stat} = P_{alv,2}^{stat} \\ (P_{alv,1}^{stat} - P_{alv,3}^{stat}) = \frac{Mg}{(S_{alv} + S_{film})} \end{cases} \quad (IV.59)$$

Avec :

$$P_{alv,i}^{stat} = P_s \left(1 + \frac{K_Q}{K_C} (h_i^{stat})^3 \right)^{-1} \quad (IV.60)$$

$$\begin{cases} h_4^{stat} = h_2^{stat} = H_0 \\ \frac{K_C K_Q (h_3^{stat})^3 - K_C K_Q (h_1^{stat})^3}{K_C^2 + K_C K_Q ((h_3^{stat})^3 + (h_1^{stat})^3) + K_Q^2 (h_1^{stat})^3 (h_3^{stat})^3} = \frac{Mg}{P_s (S_{alv} + S_{film})} \end{cases} \quad (IV.61)$$

Or que h_1 et h_3 sont liés par l'équation (IV.30), ce qui donne une relation polynomiale de degré 6 dont on peut trouver les racines numériquement en cherchant h_1^{Stat} dans l'intervalle : $h_1^{Stat} \in]0, 2H_0[$

Une fois la position d'équilibre trouvée elle formera l'origine du repère de l'étude dynamique.

IV.3.4. Equilibre dynamique :

L'équilibre dynamique se traduit par les équations (IV.42) et les conditions initiales qui leurs sont associées (IV.40) et (IV.41). Pour des raisons de non-linéarité des équations du mouvement discutées précédemment, la méthode de Newmark est utilisée. Elle est traduite par les équations (IV.52) , (IV.53) et les conditions initiales (IV.50) et (IV.51). Les composantes de la résultante des forces du fluide sont exprimées par (IV.57).

Bien que la résolution se porte sur h_1 et h_4 on peut facilement revenir aux coordonnées x et y en utilisant les formules (IV.37). Une fois l'évolution temporaire de x et y établie, ceci nous permettra de tracer les orbites et d'étudier la stabilité du rotor.

IV.3.5. Le problème dynamique équivalent :

L'idée du système dynamique équivalent vient comme solution au problème de lourdeur du calcul du modèle dynamique non-linéaire couplé. Cette lourdeur vient du calcul itératif et répétitif du champ de pression et des forces générées par le fluide, durant toutes les étapes de la simulation du problème transitoire. Un système dynamique équivalent, est un système basé sur des paramètres constants qu'on combine avec les variables de position et de vitesse pour donner directement les forces du fluide. Ils sont obtenus par le développement de la force en série de Taylor fini. Pour le cas linéaire, le système est composé d'un coefficient de raideur et un coefficient d'amortissement dans chaque direction (x et y). Dans le cas non-linéaire le nombre des coefficients dépend de l'ordre du développement en série de Taylor choisi. En générale, développement résulte en plusieurs coefficients de raideur, d'amortissement et hybrides.

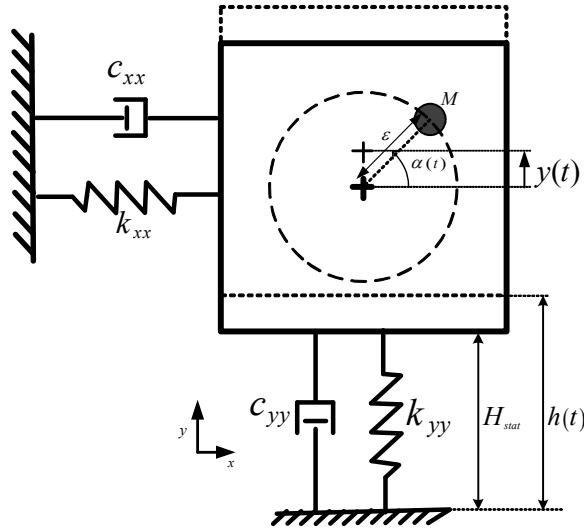


Figure IV.8: Action du balourd dans le plan xy

Le problème linéaire équivalent revient à résoudre le problème :

$$\begin{cases} M \ddot{x} + C\dot{x} + Kx = M \varepsilon \omega^2 \cos(\omega t) \\ M \ddot{y} + C\dot{y} + Ky = M \varepsilon \omega^2 \sin(\omega t) \end{cases} \quad (\text{IV.62})$$

Avec :

$$\begin{cases} K_x = \left. \frac{\partial F_x}{\partial h_4} \right|_{\text{Statique}} = \left. \frac{\partial F_x}{\partial h_4} \right|_{h_4^{\text{Statique}}} \\ K_y = \left. \frac{\partial F_y}{\partial y} \right|_{\text{Statique}} = \left. \frac{\partial F_y}{\partial h_1} \right|_{h_1^{\text{Statique}}} \end{cases} \quad (\text{IV.63})$$

$$\begin{cases} C_x = \left. \frac{\partial F_x}{\partial \dot{x}} \right|_{\text{Statique}} = \left. \frac{\partial F_x}{\partial \dot{h}_4} \right|_{\dot{h}_4^{\text{Statique}}} \\ C_y = \left. \frac{\partial F_y}{\partial \dot{y}} \right|_{\text{Statique}} = \left. \frac{\partial F_y}{\partial \dot{h}_1} \right|_{\dot{h}_1^{\text{Statique}}} \end{cases} \quad (\text{IV.64})$$

Les composantes de la force étant données par les expressions (IV.57)

Et les pressions des pressions dans les alvéoles par (IV.55) :

$$\text{Avec :} \quad \begin{cases} h_3 = 2H_0 - h_1 \\ h_2 = 2H_0 - h_4 \end{cases} \quad (\text{IV.65})$$

On dérive les expressions de la force analytique on obtient:

$$K_{xx}^0 = -6 \frac{K_Q}{K_C} P_s (S_{alv} + S_{film}) \left[\frac{H_0}{\left(1 + \frac{K_Q}{K_C} (H_0)^3\right)} \right]^2 \quad (\text{IV.66})$$

$$K_{yy}^0 = -3 \frac{K_Q}{K_C} P_s (S_{alv} + S_{film}) \left[\left(\frac{h^{stat}}{1 + \frac{K_Q}{K_C} (h^{stat})^3} \right)^2 + \left(\frac{2H_0 - h^{stat}}{1 + \frac{K_Q}{K_C} (2H_0 - h^{stat})^3} \right)^2 \right] \quad (\text{IV.67})$$

$$C_{xx}^0 = \mu \left[\frac{2(S_{film} - S_{alv})}{(K_C + K_Q H_0^3)} - \frac{4L_z L_x^3}{H_0^3} \right] \quad (\text{IV.68})$$

$$C_{yy}^0 = \mu \left[(S_{film} - S_{alv}) \left[\frac{K_C + K_Q (2H_0 - h_{stat})^3 + (K_C + K_Q h_{stat}^3)}{(K_C + K_Q h_{stat}^3)(K_C + K_Q (2H_0 - h_{stat})^3)} \right] - 2 \left(\frac{(2H_0 - h_{stat})^3 + h_{stat}^3}{(2H_0 - h_{stat})^3 h_{stat}^3} \right) L_z L_x^3 \right] \quad (\text{IV.69})$$

$$\text{On peut écrire :} \quad \begin{cases} M \ddot{x} + C_{xx}^0 \dot{x} + K_{xx}^0 x = M \varepsilon \omega^2 \cos(\omega t) \\ M \ddot{y} + C_{yy}^0 \dot{y} + K_{yy}^0 y = M \varepsilon \omega^2 \sin(\omega t) \end{cases} \quad (\text{IV.70})$$

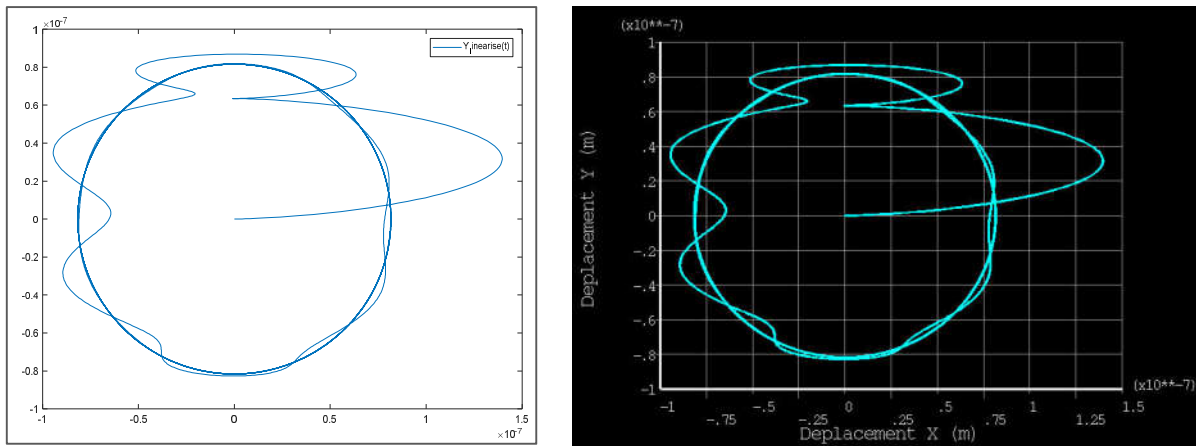


Figure IV.9: Orbite calculée par le programme Fortran (gauche) et Ansys (droite)

La Figure IV.9 représente une comparaison entre le calcul de l'orbite du rotor considéré par le programme écrit en Fortran développé pour cette étude, et le calcul fait par Ansys-Mechanical. Un point important à signaler est que le premier programme résout les équations dynamiques en combinant l'algorithme de recherche des racines et la méthode de Newmark, quant au calcul fait par Ansys-Mechanical, il utilise la méthode des éléments finis. Qui sont deux approches complètement différentes.

IV.4. La non-linéarité des forces du fluide

Sur la Figure IV.10, la composante de la force du palier dans la direction x est représentée en fonction de la position relative (par rapport à l'épaisseur initiale du film mince). La courbe de la composante dans la direction y aura la même forme, mais décalée vers la droite à cause de l'action du poids du rotor.

Au voisinage de la position d'équilibre on remarque que le comportement est quasi-linéaire. Ce qui justifie le choix le coefficient de raideur, qui représentent la pente, comme des constantes.

Au-delà de la plage $\pm 20\%$ le comportement de la force devient non-linéaire, et les coefficients dynamiques deviennent des fonctions de x et de $\dot{x}$.

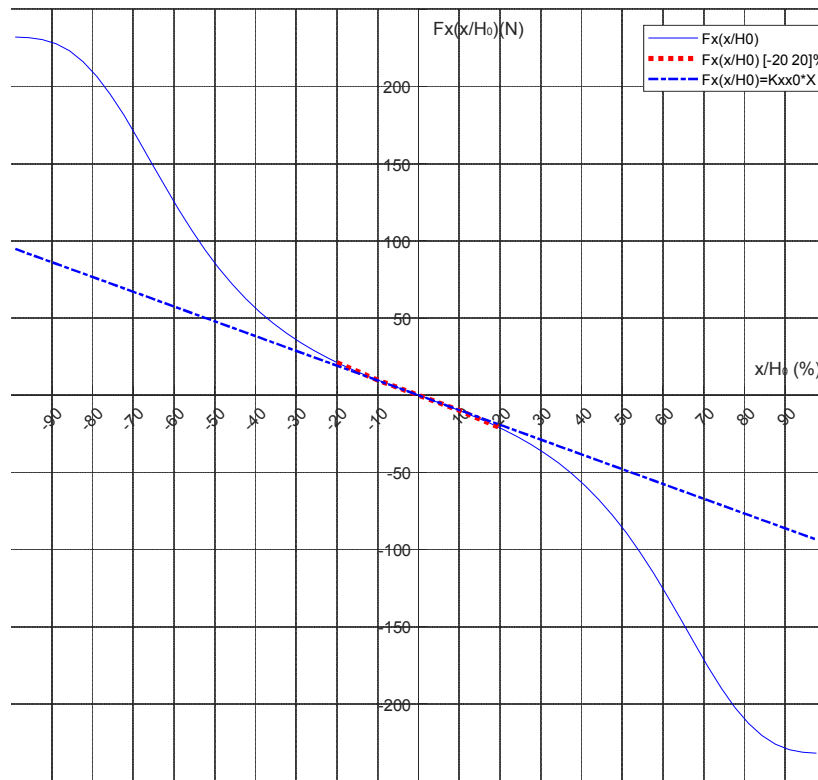


Figure IV.10: La force générée par le palier dans la direction x en fonction de la position relative (direction x) du grain mobile

L'écart entre la courbe de la force et la droite à pente égale à K_{xx} représente l'erreur commise lorsqu'on considère un comportement linéaire du palier au-delà de $\pm 20\%$ d'excentricité.

Lorsque les amplitudes de vibrations sont relativement petites, l'approximation linéaire au voisinage de zéro donne un résultat acceptable car mathématiquement on n'est pas très loin du voisinage considéré ; le zéro (la position d'équilibre).

Pour les grandes amplitudes, qui signifie des positions éloignées du voisinage zéro, l'approximation devient de plus en plus médiocre à cause de la non linéarité de la dépendance de la force de la position et de la vitesse. Dans ce cas on peut soit augmenter le degré de l'approximation soit changer le voisinage en fonction de la position du grain mobile.

La première option est l'option qui est en train de se faire de la place en tribologie. Elle est couteuse en termes de calcul, mais l'extraction des coefficients (certains auteurs parlent de 138 coefficients [53]) se fait une seule fois.

L'utilisation de ces coefficients accélère énormément le processus de calcul. Cependant, en absence de l'expression analytique de la force du fluide, comme par exemple le palier fini ou même le palier infiniment long avec lubrifiant en régime turbulent, il est impossible de trouver une expression analytique exacte des coefficients dynamiques. Les solutions qui s'offrent dans ce type de situation sont :

- L'évaluation des forces non-linéaires pendant tout le processus itératif de l'étude dynamique [5].
- Approcher les valeurs des coefficients dynamiques en exprimant les forces par des expansions en séries finies de Taylor avec des puissances élevées (peuvent atteindre le 7^{ème} ordre) [54] [16] [55]. La méthode de perturbation par rapport à plusieurs points aux alentours de la position d'équilibre est utilisée.
- Créer des fonctions discrètes des coefficients dynamiques en évaluant leurs valeurs par la méthode de perturbation autour de plusieurs positions possibles. Cette méthode peut approcher les valeurs des pentes des forces de façon discrète mais très fidèle. Jerzy a utilisé une technique similaire pour identifier les différents coefficients [54], Choy a mentionné cette technique mais sans la développer [18].

La première approche est la plus fidèle à la physique du problème étudié. Cependant, elle devient rapidement lourde en termes de ressources informatiques lorsque la solution analytique n'est pas disponible.

La deuxième méthode est la plus mentionnée dans la littérature, mais plusieurs auteurs préfèrent les exigences informatiques de la première que la lourdeur de la préparation théorique des différents coefficients de la deuxième.

Dans la suite nous allons développer un modèle équivalent par développement des composantes de la force du fluide en série de Taylor d'ordre 3.

Dans le cas générale la charge portante est une fonction de 4 variables $x, \dot{x}, y$ et $\dot{y}$. Dans le cas du palier considéré ici, la charge portante est la résultante de deux fonctions indépendantes chacune à 2 variables : $W_x = f_x(x, \dot{x})$ et $W_y = f_y(y, \dot{y})$

Une approximation de la force du fluide, autour de la position d'équilibre au troisième ordre donne :

$$\begin{aligned}
 W_x(x, \dot{x}) \approx & W_{x_0, \dot{x}_0} + x W_x^{(x)} \Big|_{x_0, \dot{x}_0} + \dot{x} W_x^{(\dot{x})} \Big|_{x_0, \dot{x}_0} + \\
 & + \frac{1}{2} x^2 W_x^{(xx)} \Big|_{x_0, \dot{x}_0} + x \dot{x} W_x^{(x\dot{x})} \Big|_{x_0, \dot{x}_0} + \frac{1}{2} \dot{x}^2 W_x^{(\dot{x}\dot{x})} \Big|_{x_0, \dot{x}_0} + \\
 & + \frac{1}{3!} x^3 W_x^{(xxx)} \Big|_{x_0, \dot{x}_0} + \frac{1}{2!} x^2 \dot{x} W_x^{(xx\dot{x})} \Big|_{x_0, \dot{x}_0} + \frac{1}{2!} x \dot{x}^2 W_x^{(x\dot{x}\dot{x})} \Big|_{x_0, \dot{x}_0} + \frac{1}{3!} \dot{x}^3 W_x^{(\dot{x}\dot{x}\dot{x})} \Big|_{x_0, \dot{x}_0}
 \end{aligned} \quad (IV.71)$$

$$\begin{aligned}
 W_y(y, \dot{y}) \approx & W_{y_0, \dot{y}_0} + y W_y^{(y)} \Big|_{y_0, \dot{y}_0} + \dot{y} W_y^{(\dot{y})} \Big|_{y_0, \dot{y}_0} + \\
 & + \frac{1}{2} y^2 W_y^{(yy)} \Big|_{y_0, \dot{y}_0} + y \dot{y} W_y^{(y\dot{y})} \Big|_{y_0, \dot{y}_0} + \frac{1}{2} \dot{y}^2 W_y^{(\dot{y}\dot{y})} \Big|_{y_0, \dot{y}_0} + \\
 & + \frac{1}{3!} y^3 W_y^{(yyy)} \Big|_{y_0, \dot{y}_0} + \frac{1}{2!} y^2 \dot{y} W_y^{(yy\dot{y})} \Big|_{y_0, \dot{y}_0} + \frac{1}{2!} y \dot{y}^2 W_y^{(y\dot{y}\dot{y})} \Big|_{y_0, \dot{y}_0} + \frac{1}{3!} \dot{y}^3 W_y^{(\dot{y}\dot{y}\dot{y})} \Big|_{y_0, \dot{y}_0}
 \end{aligned} \quad (IV.72)$$

Qu'on peut noter :

$$\left\{ \begin{aligned}
 \Delta W_x = W_{x, \dot{x}} - W_{x_0, \dot{x}_0} = & x K_{1,x} + \dot{x} C_{1,x} + \frac{1}{2} x^2 K_{2,x} + x \dot{x} H_{1,x} + \frac{1}{2} \dot{x}^2 C_{2,x} + \frac{1}{3!} x^3 K_{3,x} + \\
 & + \frac{1}{2!} x^2 \dot{x} H_{2,x} + \frac{1}{2!} x \dot{x}^2 H_{3,x} + \frac{1}{3!} \dot{x}^3 C_{3,x} \\
 \Delta W_y = W_{y, \dot{y}} - W_{y_0, \dot{y}_0} = & y K_{1,y} + \dot{y} C_{1,y} + \frac{1}{2} y^2 K_{2,y} + y \dot{y} H_{1,y} + \frac{1}{2} \dot{y}^2 C_{2,y} + \frac{1}{3!} y^3 K_{3,y} + \\
 & + \frac{1}{2!} y^2 \dot{y} H_{2,y} + \frac{1}{2!} y \dot{y}^2 H_{3,y} + \frac{1}{3!} \dot{y}^3 C_{3,y}
 \end{aligned} \right. \quad (IV.73)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 K_{1,x} = \frac{\partial W_x}{\partial x} \Big|_{x_0, \dot{x}_0}, \quad C_{1,x} = \frac{\partial W_x}{\partial \dot{x}} \Big|_{x_0, \dot{x}_0}, \quad K_{2,x} = \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} \Big|_{x_0, \dot{x}_0}, \quad H_{1,x} = \frac{\partial^2 W_x}{\partial x \partial \dot{x}} \Big|_{x_0, \dot{x}_0}, \quad C_{2,x} = \frac{\partial^2 W_x}{\partial \dot{x}^2} \Big|_{x_0, \dot{x}_0}, \\
 K_{3,x} = \frac{\partial^3 W_x}{\partial x^3} \Big|_{x_0, \dot{x}_0}, \quad H_{2,x} = \frac{\partial^3 W_x}{\partial x^2 \partial \dot{x}} \Big|_{x_0, \dot{x}_0}, \quad H_{3,x} = \frac{\partial^3 W_x}{\partial x \partial \dot{x}^2} \Big|_{x_0, \dot{x}_0}, \quad C_{3,x} = \frac{\partial^3 W_x}{\partial \dot{x}^3} \Big|_{x_0, \dot{x}_0}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K_{1,y} &= \left. \frac{\partial F_y}{\partial y} \right|_{y_0, \dot{y}_0}, C_{1,y} = \left. \frac{\partial W_y}{\partial \dot{y}} \right|_{y_0, \dot{y}_0}, K_{2,y} = \left. \frac{\partial^2 W_y}{\partial y^2} \right|_{y_0, \dot{y}_0}, H_y = \left. \frac{\partial^2 W_y}{\partial y \partial \dot{y}} \right|_{y_0, \dot{y}_0}, C_{2,y} = \left. \frac{\partial^2 W_y}{\partial \dot{y}^2} \right|_{y_0, \dot{y}_0} \\
K_{3,y} &= \left. \frac{\partial^3 W_y}{\partial y^3} \right|_{y_0, \dot{y}_0}, H_{2,y} = \left. \frac{\partial^3 W_y}{\partial y^2 \partial \dot{y}} \right|_{y_0, \dot{y}_0}, H_{3,y} = \left. \frac{\partial^3 W_y}{\partial y \partial \dot{y}^2} \right|_{y_0, \dot{y}_0}, C_{3,y} = \left. \frac{\partial^3 W_y}{\partial \dot{y}^3} \right|_{y_0, \dot{y}_0}
\end{aligned}$$

Ceci signifie que les quatre coefficients dynamiques linéaires sont remplacés par **18** dans le cas non-linéaire. Si la solution exacte de l'équation de Reynolds est possible, comme dans le cas d'un palier infiniment long ou infiniment court les coefficients sont obtenus par dérivation successive de la charge selon les différentes variables.

Dans le cas où l'expression analytique du champ de pression est absente, comme le cas du modèle avec effet d'inertie, leur détermination ne sera pas simple. Dans ce cas la méthode de variation numérique ne peut s'appliquer que si on génère autant d'équations que d'inconnues (les coefficients dynamiques). Ceci est possible en appliquant la perturbation sur plusieurs points autour de la position d'équilibre.

IV.4.1. Analytiquement (cas d'un palier infiniment long) :

Dans le cas d'un palier infiniment long les composantes de la charge sont données par :

$$\begin{cases}
W_x^{fluide} = (S_{alv} + S_{film})(P_{alv4} - P_{alv2}) - 2\mu L_z L_x^3 \left(\frac{\dot{h}_4}{h_4^3} - \frac{\dot{h}_2}{h_2^3} \right) \\
W_y^{fluide} = (S_{alv} + S_{film})(P_{alv1} - P_{alv3}) - 2\mu L_z L_x^3 \left(\frac{\dot{h}_1}{h_1^3} - \frac{\dot{h}_3}{h_3^3} \right)
\end{cases}$$

$$P_{alvi} = \left(P_s - \frac{\mu(S_{alv} - S_{film})}{K_C} \dot{h}_i \right) \left(1 + \frac{K_Q}{K_C} h_i^3 \right)^{-1}$$

Les variables indépendantes x et y ainsi que leurs dérivées par rapport au temps, sont liées aux épaisseurs des films minces par :

$$\begin{cases} h_4 = x + H_0 \\ h_1 = y + H_1^{Statique} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{h}_4 = \dot{x} \\ \dot{h}_1 = \dot{y} \end{cases}$$

On note $H_1^{Statique}$ et $H_3^{Statique}$ les épaisseurs des films minces du premier et du troisième patin à l'équilibre statique. Ils sont liés par la relation : $H_3^{Statique} = 2H_0 - H_1^{Statique}$

Aussi :

$$\begin{cases} C_1 = C_1^* (S_{alv} + S_{film}), \text{ avec } C_1^* = \frac{\mu(S_{alv} - S_{film})}{K_Q} \\ C_2 = \frac{K_C P_s}{\mu(S_{alv} - S_{film})} \\ C_3 = \frac{K_C}{K_Q} \\ C_4 = 2\mu L_z L_x^3 \end{cases}$$

Ce qui donne :

$$\begin{cases} W_x^{fluide} = C_1 \left(\frac{(C_2 - \dot{x})}{(C_3 + (x + H_0)^3)} - \frac{(C_2 + \dot{x})}{(C_3 + (H_0 - x)^3)} \right) - C_4 \left(\frac{\dot{x}}{(x + H_0)^3} + \frac{\dot{x}}{(H_0 - x)^3} \right) \\ W_y^{fluide} = C_1 \left(\frac{(C_2 - \dot{y})}{(C_3 + (y + H_1^{Statique})^3)} - \frac{(C_2 + \dot{y})}{(C_3 + (H_3^{Statique} - y)^3)} \right) - C_4 \left(\frac{\dot{y}}{(y + H_1^{Statique})^3} + \frac{\dot{y}}{(H_3^{Statique} - y)^3} \right) \end{cases}$$

Les dérivées successives donnent les **18** paramètres dynamiques de raideur, d'amortissement et hybrides :

$$K_{1,x} = \left. \frac{\partial W_x}{\partial x} \right|_{x_0, \dot{x}_0} = -C_1 \left(3C_2 \left(\frac{H_0}{C_3 + H_0^3} \right)^2 + 3C_2 \left(\frac{H_0}{C_3 + H_0^3} \right)^2 \right)$$

$$C_{1,x} = \left. \frac{\partial W_x}{\partial \dot{x}} \right|_{x_0, \dot{x}_0} = -\frac{2C_1}{(C_3 + H_0^3)} - \frac{2C_4}{H_0^3}$$

$$K_{2,x} = \left. \frac{\partial^2 W_x}{\partial x^2} \right|_{x_0, \dot{x}_0} = 0, \quad H_x = \left. \frac{\partial^2 W_x}{\partial x \partial \dot{x}} \right|_{x_0, \dot{x}_0} = 0, \quad C_{2,x} = \left. \frac{\partial^2 W_x}{\partial \dot{x}^2} \right|_{x_0, \dot{x}_0} = 0$$

$$K_{3,x} = \frac{-6C_1 C_2}{(C_3 + H_0^3)^4} [2C_3^2 - 32C_3 H_0^3 + 20H_0^6]$$

$$H_{2,x} = 3 \left(\frac{C_1}{(C_3 + H_0^3)^3} (4H_0 C_3 - 8H_0^4) - \frac{8C_4}{H_0^5} \right)$$

$$H_{3,x} = \left. \frac{\partial^3 W_x}{\partial x \partial \dot{x}^2} \right|_{x_0, \dot{x}_0} = 0, \quad C_{3,x} = \left. \frac{\partial^3 W_x}{\partial \dot{x}^3} \right|_{x_0, \dot{x}_0} = 0$$

Selon l'axe Y :

$$K_{1,y} = -3C_1C_2 \left(\left(\frac{H_1^{Statique}}{C_3 + (H_1^{Statique})^3} \right)^2 + \left(\frac{H_3^{Statique}}{C_3 + (H_3^{Statique})^3} \right)^2 \right)$$

$$C_{1,y} = -2 \left(\frac{C_1}{C_3 + (H_1^{Statique})^3} + \frac{C_4}{(H_1^{Statique})^3} \right)$$

$$K_{2,y} = -6C_1C_2 \left(\left(\frac{H_1^{Statique}}{C_3 + (H_1^{Statique})^3} \right) \left(\frac{C_3 - 2(H_1^{Statique})^3}{(C_3 + (H_1^{Statique})^3)^2} \right) + \left(\frac{H_3^{Statique}}{C_3 + (H_3^{Statique})^3} \right) \left(\frac{-C_3 + 2(H_3^{Statique})^3}{(C_3 + (H_3^{Statique})^3)^2} \right) \right)$$

$$H_y = 3C_1 \left(\frac{(H_1^{Statique})^2}{(C_3 + (H_1^{Statique})^3)^2} - \frac{(H_3^{Statique})^2}{(C_3 + (H_3^{Statique})^3)^2} \right) + 3C_4 \left(\frac{1}{(H_1^{Statique})^4} - \frac{1}{(H_3^{Statique})^4} \right)$$

$$C_{2,y} = 0$$

$$K_{3,y} = -6C_1C_2 \left[\frac{C_3^2 - 16C_3(H_1^{Statique})^3 + 10(H_1^{Statique})^6}{(C_3 + (H_1^{Statique})^3)^4} + \frac{C_3^2 - 16C_3(H_3^{Statique})^3 + 10(H_3^{Statique})^6}{(C_3 + (H_3^{Statique})^3)^4} \right]$$

$$H_{2,y} = 3C_1 \left(\frac{2C_3H_1^{Statique} - 4(H_1^{Statique})^4}{(C_3 + (H_1^{Statique})^3)^3} + \frac{2C_3H_3^{Statique} - 4(H_3^{Statique})^4}{(C_3 + (H_3^{Statique})^3)^3} \right) - 12C_4 \left(\frac{1}{(H_1^{Statique})^5} + \frac{1}{(H_3^{Statique})^5} \right)$$

$$H_{3,y} = \frac{\partial^3 W_y}{\partial y \partial \dot{y}^2} \bigg|_{y_0, \dot{y}_0} = 0$$

$$C_{3,y} = 0$$

On remarque que plusieurs coefficients dynamiques sont nuls. Ceci est dû, selon beaucoup d'auteurs, au facteur de symétrie [18] [21] [55], ce qui explique le fait que le nombre de coefficients dans la direction Y (non symétrique à cause du poids exercé sur le grain mobile) est supérieur à celui de la direction X.

IV.5. Algorithmes, organigrammes et stratégie Informatique

Dans ce qui suit nous allons exposer la stratégie informatique adoptée pour la modélisation intégrale du problème ; c'est-à-dire la partie fluide, la partie solide et l'outil d'analyse graphique.

Le calcul de la force est la partie la plus exigeante en termes de temps et de ressources de calcul. Elle est aussi la plus répétée dans tous les modèles : non-linéaire couplé, linéarisé et non-linéaire équivalent. Pour des fins de clarté de l'exposé, nous allons moduler la discussion de l'algorithme. On va référer à la partie du calcul de la force dans l'exposé des algorithmes des différents modèles, comme une entité (bloc dans l'organigramme) appelée « évaluation de la force ». La discussion de l'algorithme de son et organigramme est présentée dans la section suivante.

IV.5.1. Algorithme de l'évaluation de la force

La configuration géométrique du palier étudié présente un avantage de calcul considérable. Premièrement, les composantes de la charge (la force fournie par le fluide) selon les axes X et Y sont indépendantes. Le deuxième avantage, est le fait que chaque patin n'est lié au patin en face de lui que par les épaisseurs des films des deux et leurs vitesses d'écrasement. Ceci rend les calculs d'un seul patin applicables aux autres par l'introduction de l'épaisseur du film et la vitesse d'écrasement comme les seules variables.

La position et la vitesse du grain mobile sont fournies par le programme principal. Selon lesquelles les épaisseurs des différents films et vitesses d'écrasement sont calculées.

Sur la base de ces épaisseurs et vitesses, la pression dans l'alvéole est calculée par un processus de recherche de racine du bilan des débits. L'algorithme utilisé est celui de Dekker et Brent. Le champ de pression dans le film mince est calculé par la résolution de l'équation de Reynolds turbulente non-linéaire. Pour cette fin, un autre processus itératif est utilisé, c'est celui de Gauss-Seidel avec relaxation.

Le bilan des débits volumiques se compose du débit entrant par le capillaire, de celui lié à la variation du volume de l'alvéole et du débit sortant du film mince qui nécessite la quantification de l'effet d'inertie.

Lorsque tous les processus itératifs convergent, selon une précision ε_i fixée pour chacun, le champ de pression est intégré numériquement par la méthode des Trapèzes pour obtenir la

résultante des forces du fluide. La précision absolue (la pression risque de prendre une valeur nulle ce qui ne permet pas l'utilisation de la notion relative) pour le calcul du champ de pression est fixée à $\varepsilon_1 = 0.1 \text{ Pa}$. Pour le calcul des positions elle est adaptée au pas du temps par souci de convergence, mais généralement prise proche de $\varepsilon_2 \approx 10^{-8} \text{ m}$ limitée par la précision de la machine sur laquelle le calcul est effectué.

La méthode d'intégration de Trapèze est simple à implémenter et donne des résultats satisfaisants pour un comportement régulier de la fonction concernée.

IV.5.2. Algorithme du problème dynamique non-linéaire couplé :

Après la lecture des données, le calcul commence par la détermination des épaisseurs des films minces à l'équilibre statique et la vérification de la capacité du palier à supporter le poids qui lui est appliqué. La position du grain mobile qui assure le maximum de charge statique du fluide est celle qui correspond à : une épaisseur du film du patin numéro 1 au minimum ($h_1 \approx 0$) et une épaisseur du patin numéro 3 au maximum ($h_3 \approx 2H_0$) voir la Figure IV.6. La charge statique ($V_{\text{squeeze } 1,3} = 0$) du fluide est alors déterminée et comparée au poids. La charge doit être supérieure au poids appliqué au grain mobile pour que le palier puisse le supporter.

Si le test du poids est passé avec succès, le calcul de la position d'équilibre est entamé.

Le calcul se fait itérativement par l'algorithme de Dekker et Brent. L'algorithme de recherche de racine, détermine la position du grain mobile qui assure l'égalité du poids appliqué avec la charge fournie par le fluide lubrifiant. A chaque itération, le bloc d'évaluation de la force du fluide, discuté dans la section précédente, et réutilisé selon les coordonnées du grain mobile de l'itération en cours.

Pour le calcul des positions, la précision ε est adaptée au pas du temps par souci de convergence, et est limitée par la précision de la machine sur laquelle le calcul est effectué. La position d'équilibre statique est obtenue, lorsque tous ces processus itératifs convergent.

Une fois les calculs de l'équilibre statiques sont achevés avec succès, la résolution du problème dynamique commence. L'équation de l'équilibre dynamique non-linéaire est résolue par la méthode de Newmark.

Par rapport à l'équilibre statique, le calcul dynamique se fait aussi par la recherche des racines. Cependant, au lieu de l'équation statique, c'est l'équation dynamique non-linéaire qui est résolue en termes de position, de vitesse et d'accélération. A chaque itération dans le temps et dans l'espace, le bloc d'évaluation de la force est réutilisé.

IV.5.3.Algorithme du problème dynamique linéaire :

Après la vérification de la possibilité de l'établissement d'un équilibre statique avec succès, le calcul dynamique linéaire commence par l'évaluation des quatre coefficients dynamiques K_{xx} , C_{xx} , K_{yy} et C_{yy} par la méthode de perturbation. Leurs calculs, nécessitent l'utilisation du bloc de l'évaluation de la force 8 fois.

La résolution de l'équation de l'équilibre dynamique linéaire est faite par la méthode de Newmark, et la recherche des racines. Les forces sont calculées directement en combinant les 4 coefficients dynamiques, les positions et les vitesses selon l'équation (IV.62), sans l'utilisation du bloc d'évaluation de la force.

IV.5.4.Algorithme du problème dynamique non-linéaire équivalent :

L'algorithme du modèle non-linéaire équivalent, suit les mêmes étapes que le modèle linéaire, sauf pour l'évaluation des coefficients dynamiques. Leur nombre nécessite une réutilisation du bloc de la force plus fréquente, mais beaucoup moins que le cas non-linéaire couplé. La résolution de l'équation de l'équilibre dynamique non-linéaire est aussi faite par la méthode de Newmark, et la recherche des racines. Les forces sont calculées directement par les équations du système (IV.73), sans répétition du bloc d'évaluation de la force.

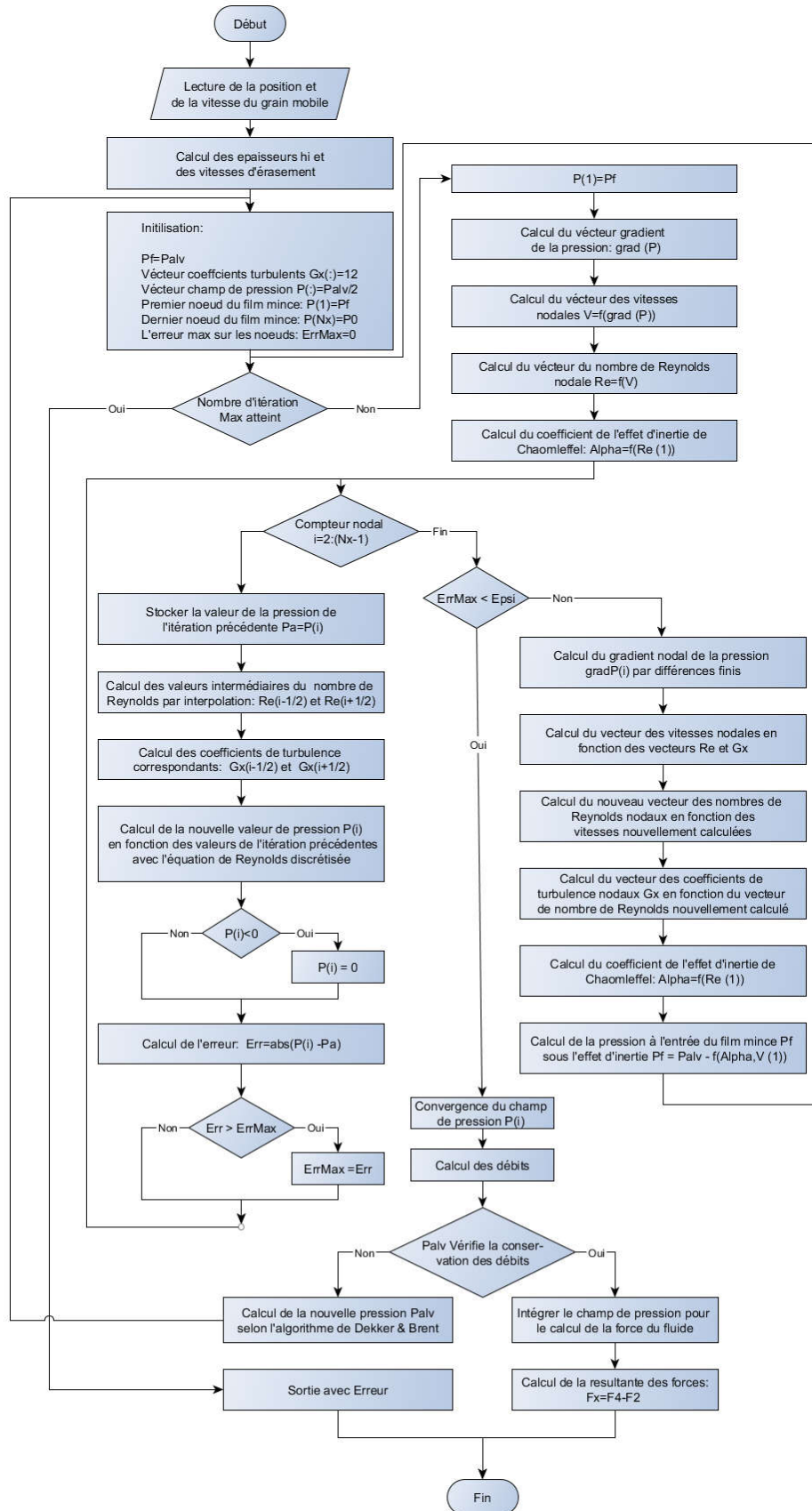


Figure IV.11: Bloc de l'évaluation de la force

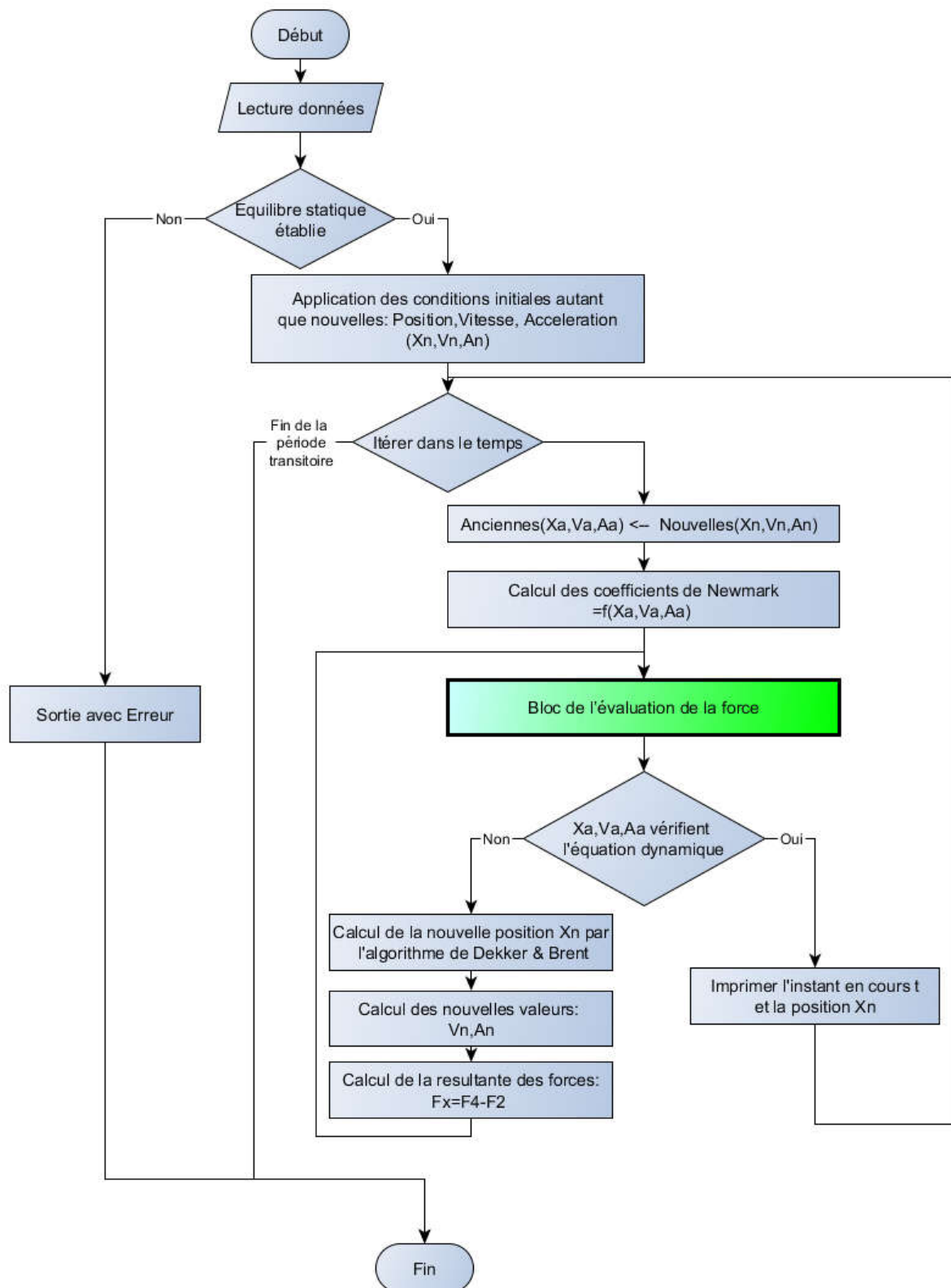


Figure IV.12: Organigramme du calcul de l'évolution de la position x dans le temps du modèle non-linéaire couplé

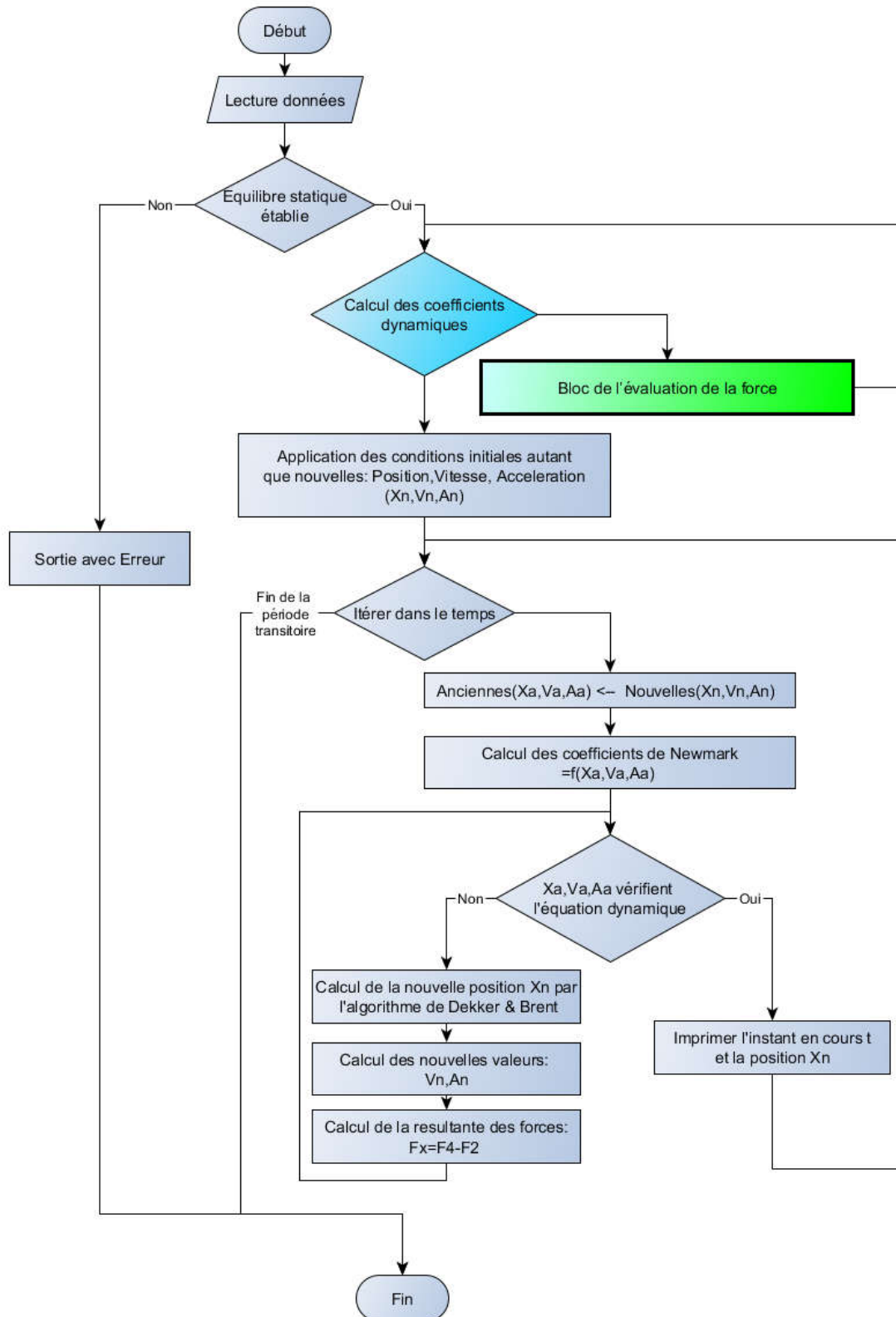


Figure IV.13: Organigramme du calcul de l'évolution de la position x dans le temps des modèles linéaire et non-linéaire

IV.5.5.Stratégie informatique

Composé de plus de 2000 lignes de code, le programme en Fortran 90 développé entièrement pour cette étude (sauf la fonction : de recherche des racines) est écrit de façon modulaire. Ce type de technique est intéressant pour sa flexibilité, lisibilité et la facilité de sa maintenance. Le programme comporte 25 fonctions et 12 sous-routines organisées en 9 modules.

Les résultats du programme Fortran sont exploités par Ansys pour la modélisation du rotor rigide (objet de comparaison des résultats, le rotor peut être aussi flexible pour une étude future) et par Matlab pour la visualisation sous forme de graphs. Au début, la communication entre les différents programmes se faisait manuellement, puis on a conçu une solution informatique en langage de programmation mixte (en ajoutant une interface d'utilisateur graphique faite sous Delphi 2010) pour s'en charger de l'automatisation de ceci.

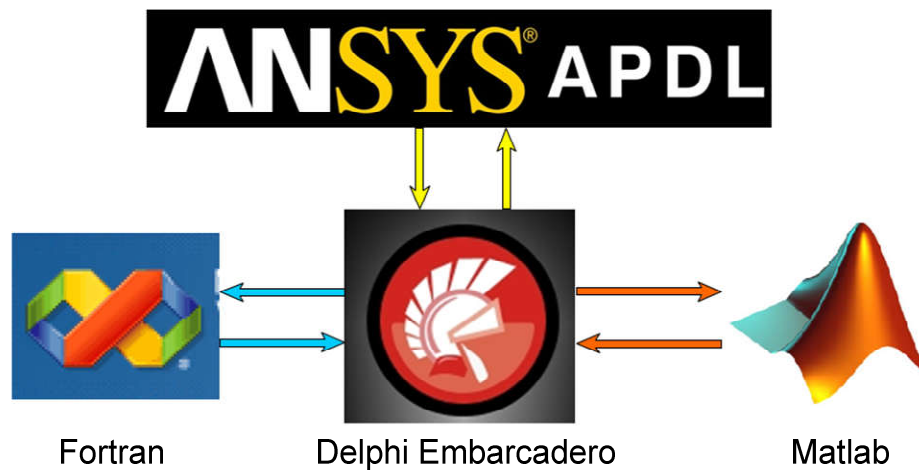


Figure IV.14: La stratégie Informatique

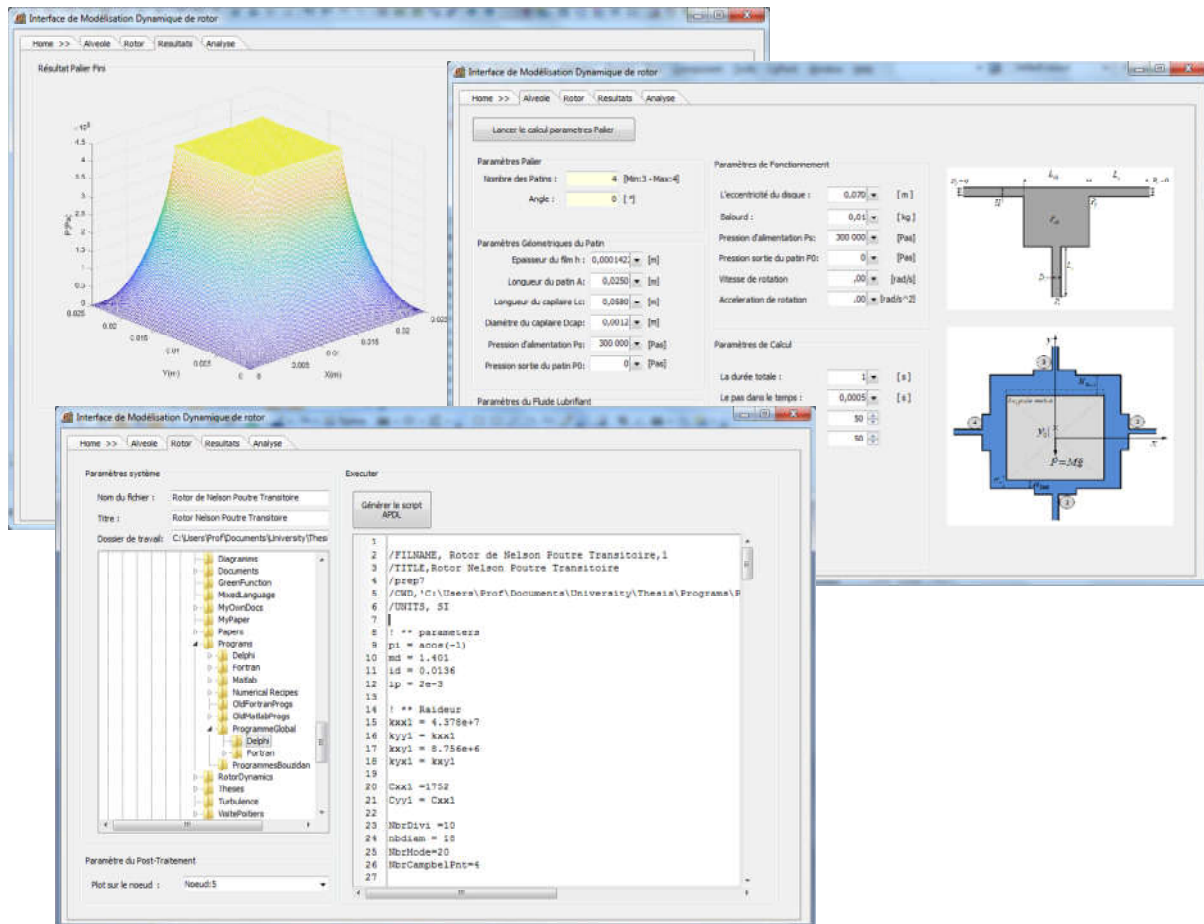


Figure IV.15: L'interface graphique

IV.6. Résultats :

Nous avons discuté trois approches pour l'étude du comportement dynamique du rotor considéré. Le choix sera basé sur les résultats de la comparaison en termes d'orbites. On a considéré un fluide à faible viscosité ($\mu = 10^{-4} \text{ Pa.s}$ et $\rho = 890 \text{ kg/m}^3$), dans les conditions de fonctionnement mentionnée dans la référence [13] adaptés à la géométrie plane des patins de notre étude.

On a considéré deux cas :

1. Un rotor à faible excentricité $e = 0.2H_0$
2. Un rotor à forte excentricité $e = 0.8H_0$

Les résultats sont présentés sur la Figure IV.16. On remarque que les trois approches prédisent la même trajectoire pour le cas de faible excentricité. Le fait que le déplacement du grain mobile

sur chaque axe soit inférieur à 20% de l'épaisseur initiale du film mince H_0 , préserve la linéarité des forces générées par le fluide.

En augmentant la valeur du balourd, l'approximation linéaire représentée par la ligne rouge pointillée, s'éloigne de celle du modèle non-linéaire. Quant à l'approximation par la série de Taylor de troisième ordre (ligne bleue discontinue) elle reste très proche.

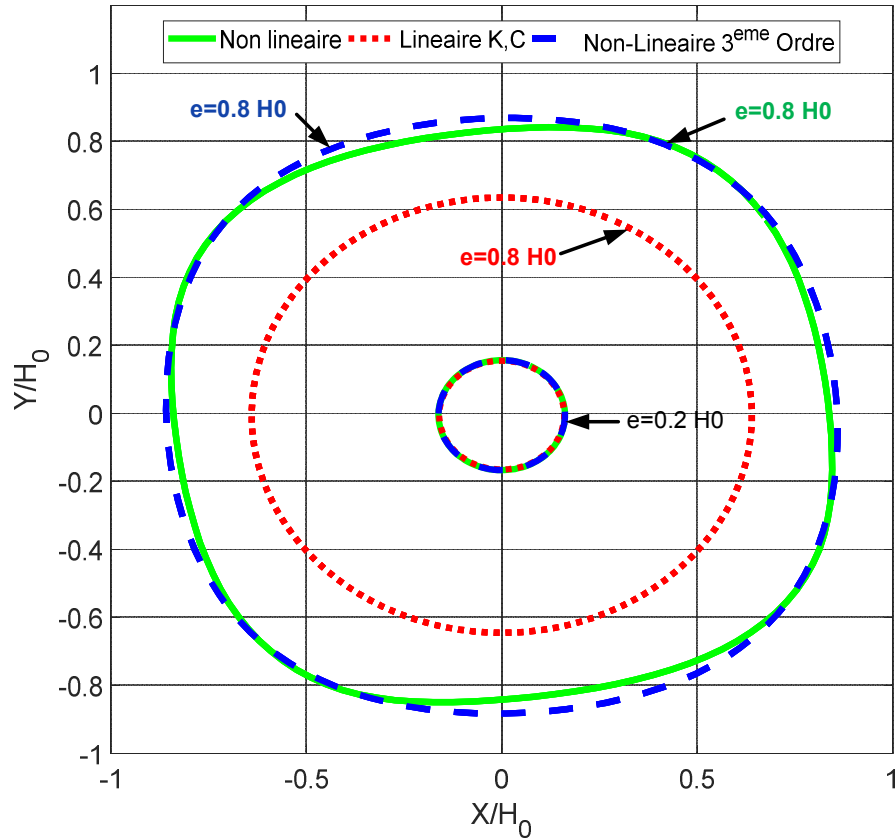


Figure IV.16: Les 6 orbites obtenues par les 3 modèles, à faible et à forte excentricité

Dans la suite de ce chapitre nous allons adopter cette dernière formulation non-linéaire polynomiale pour étudier l'influence de l'effet d'inertie sur les différents paramètres dynamiques non-linéaires du rotor.

IV.7. Influence de l'effet d'inertie sur les paramètres dynamiques non-linéaires

La formulation équivalente obtenue par développement de Taylor d'ordre 3 donne naissance à trois types de coefficients dynamiques :

- Les coefficients de raideur : ils caractérisent la variation de la force sous l'effet du déplacement.
- Les coefficients d'amortissement : ils caractérisent la variation de la force sous l'effet de la vitesse.
- Les coefficients hybrides : ils caractérisent la variation de la force sous l'effet des deux.

Comparés aux résultats obtenus dans le deuxième chapitre, les résultats de ce chapitre vont dans le même sens.

Les cinq coefficients de raideur ont tous le même comportement que celui analysé précédemment dans le chapitre II, c'est-à-dire le coefficient de raideur linéaire. Le modèle classique sans effet d'inertie prédit des coefficients de raideurs insensibles à la variation de la viscosité et ceci peut être expliqué en analysant leurs expressions analytiques, où on constate l'absence de la viscosité. En ce qui concerne le modèle non linéaire qui tient compte de l'effet d'inertie, plus on diminue la viscosité plus il prédit des valeurs beaucoup plus petites que celles du modèle classique. Pour les fluides fortement visqueux les deux modèles donnent les mêmes résultats.

Pour les coefficients d'amortissement, présentés sur la Figure IV.18, ils sont indépendants de la viscosité et ceci est vrai pour les deux modèles.

La nature mixte des coefficients dits hybrides (Figure IV.19) donne à l'allure de leurs courbes une ressemblance à la fois à celle des coefficients de raideur et celle des coefficients d'amortissement. Ces coefficients représentent la variation de la charge par rapport aux deux variables ; le déplacement et la vitesse. La littérature spécialisée ne mentionne aucun paramètre physique qui leur équivaut. Le comportement du seul coefficient hybride dans la direction X ressemble à celui du coefficient de raideur dans la même direction. Quant aux deux coefficients hybrides de la direction Y, leur variation avec la viscosité a une allure exponentielle. Les différences entre les prédictions du modèle inertiel et le modèle classique se manifestent pour les fluides à faibles viscosité. En fait, dans cette plage le modèle classique aussi surestime les valeurs de ces coefficients induisant ainsi une représentation moins précise de la force de portance et par conséquent un outil de conception risqué.

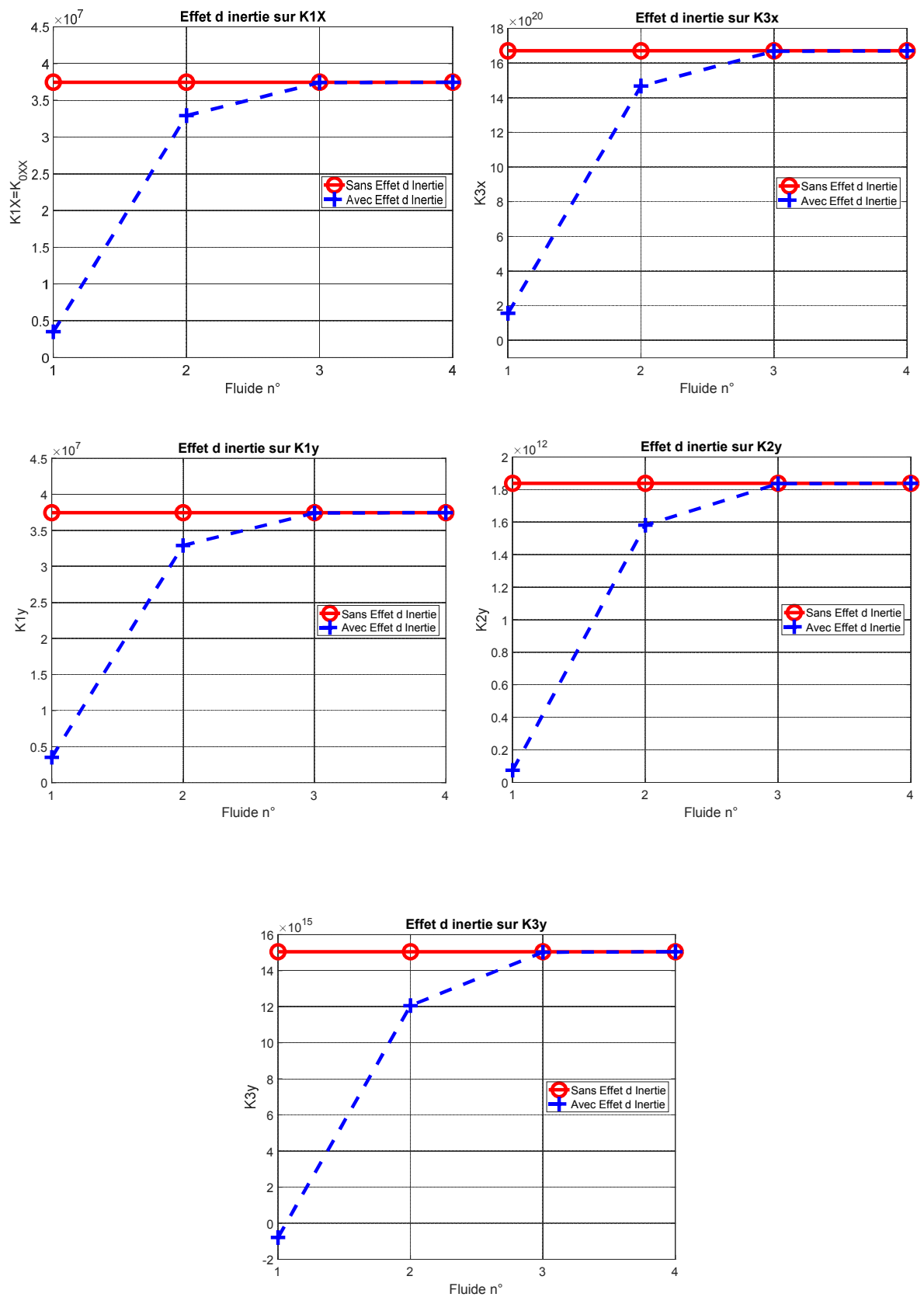


Figure IV.17: Effet d'inertie et de la viscosité sur les coefficients dynamiques de raideur

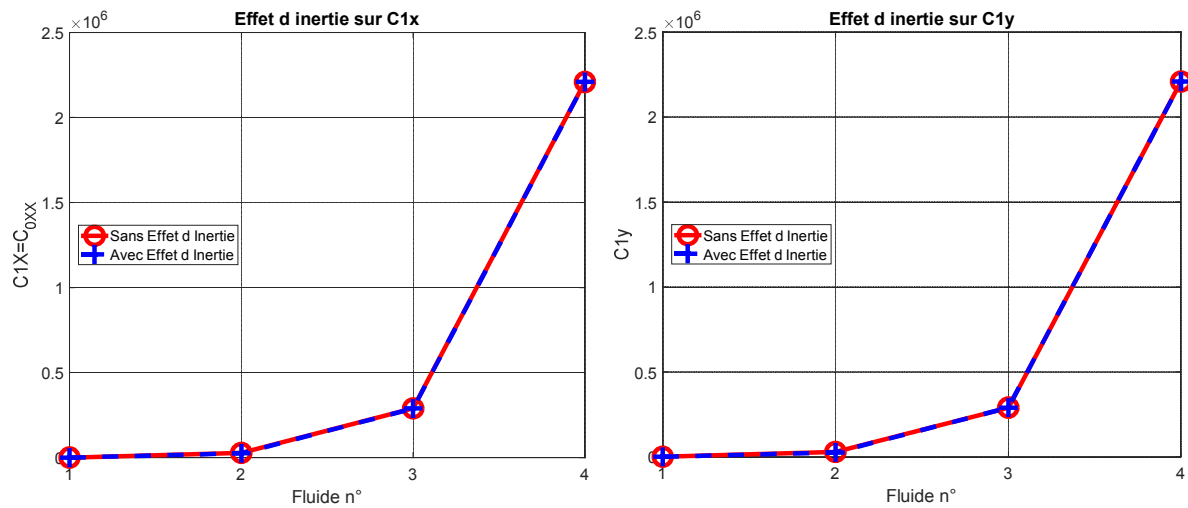


Figure IV.18: Effet d'inertie et de la viscosité sur les coefficients d'amortissement

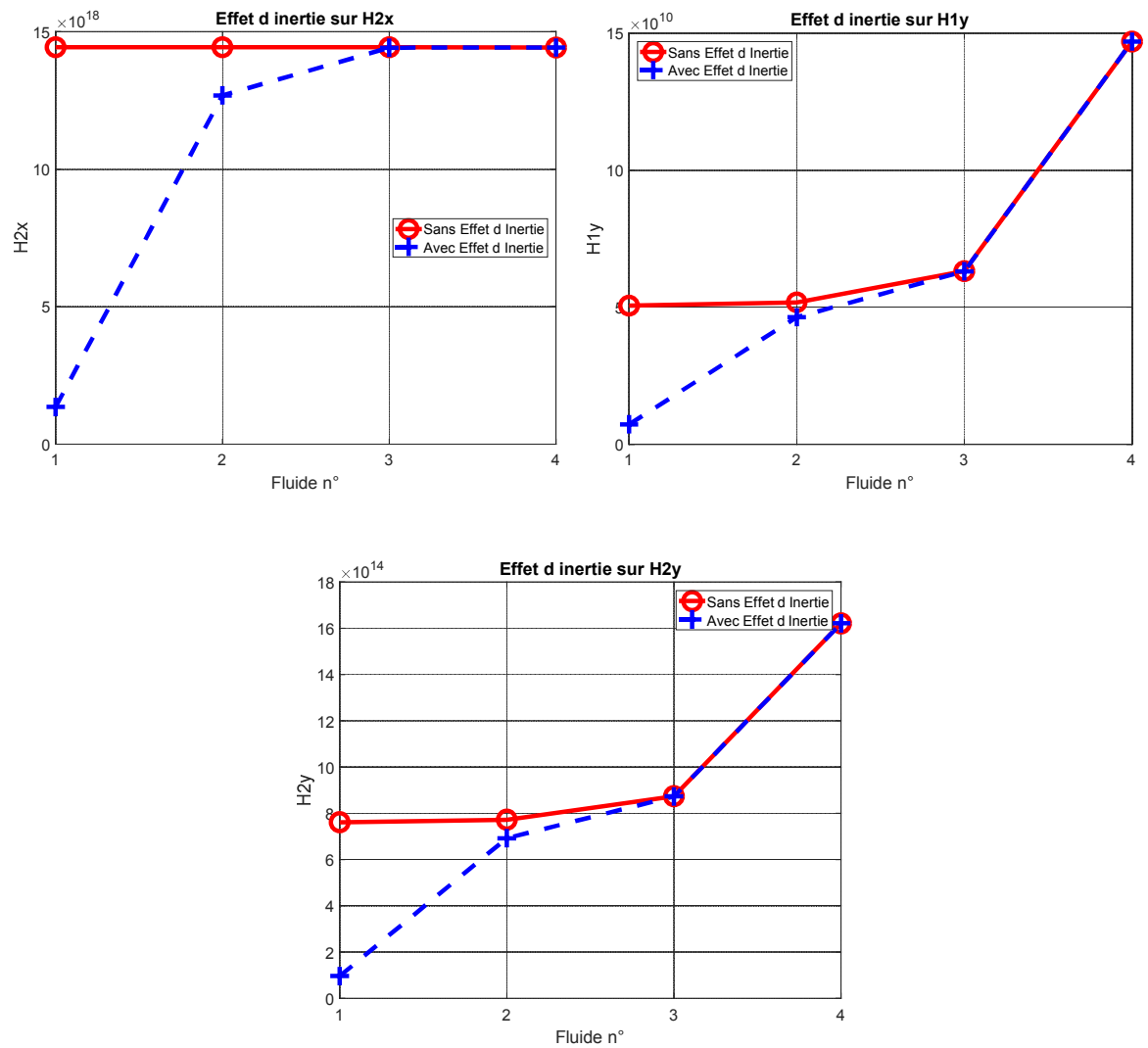


Figure IV.19: Effet d'inertie et de la viscosité sur les coefficients hybrides

IV.8. Influence de l'effet d'inertie sur les amplitudes de vibration

Dans cette section nous allons discuter l'influence de l'effet d'inertie sur le comportement dynamique du rotor étudié durant le passage par les fréquences de résonance. Dû aux amplitudes très importantes causées par la résonance on ne va considérer que le cas de faible balourd ($e = 0.2H_0$).

Sur la Figure IV.20 on représente la variation de l'amplitude de vibration en fonction de la vitesse de rotation, ainsi que les orbites à des vitesses de rotation qui se situent au alentour de la fréquence de résonance et un peu plus loin.

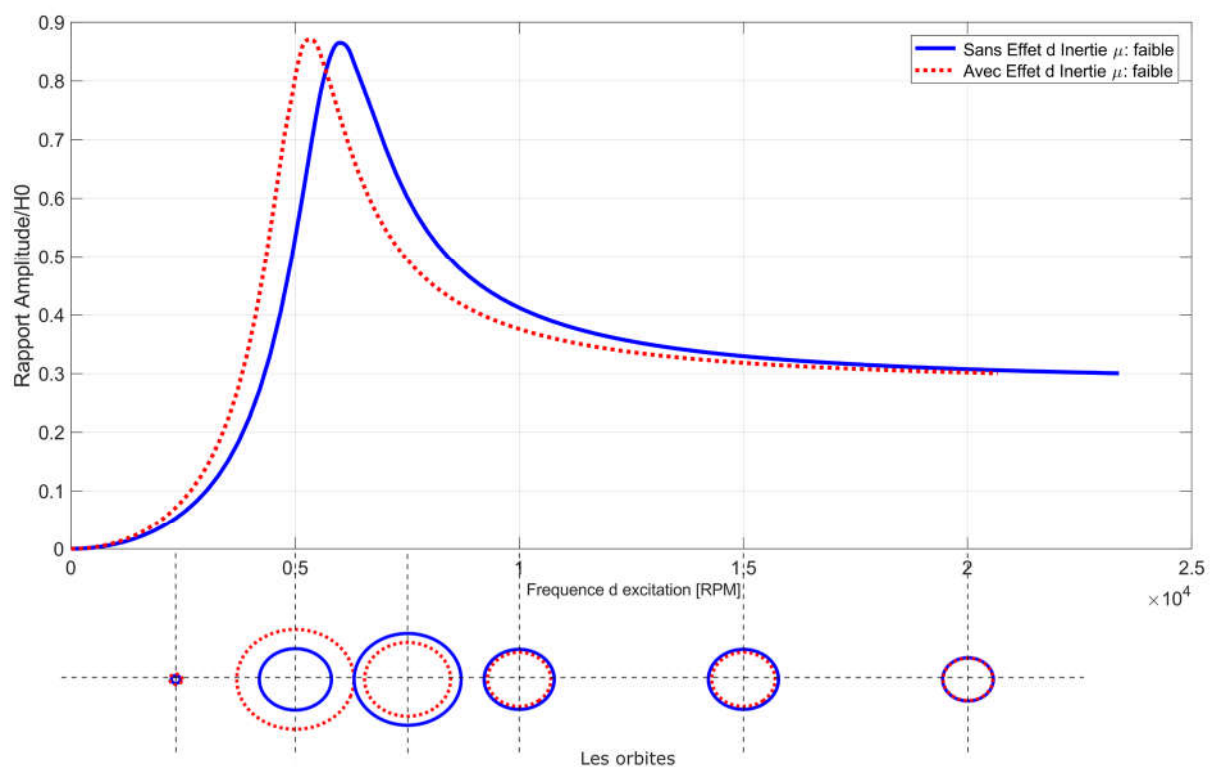


Figure IV.20: Effet d'inertie sur les amplitudes de vibration et les orbites du centre de l'arbre

Le système possède deux fréquences propres, chacune liée à un degré de liberté x et y. Sur chacune des deux courbes de la Figure IV.20 on ne constate qu'un seul pic. Cela est dû aux deux valeurs de résonances très proches ; environ 5844.5 rpm pour le cas sans effet d'inertie et environ 5168.5 rpm pour le cas avec effet d'inertie.

Il est clair que l'effet d'inertie fait décaler la courbe des amplitudes vers la gauche. Cela peut s'expliquer par le fait que l'effet d'inertie diminue les raideurs équivalentes du système comme le montrent : la Figure II.11, Figure II.12, Figure II.16 et la Figure IV.17.

L'amplitude maximale semble insensible à l'effet d'inertie pour le cas à faible viscosité ($\mu = 0.0035 Pa.s$) considéré.

Pour approfondir l'analyse on considère plus de fluides ayant des viscosités différentes : $\mu_1 = 0.0035 Pa.s$, $\mu_2 = 0.005 Pa.s$, $\mu_3 = 0.008 Pa.s$ et $\mu_4 = 0.01 Pa.s$

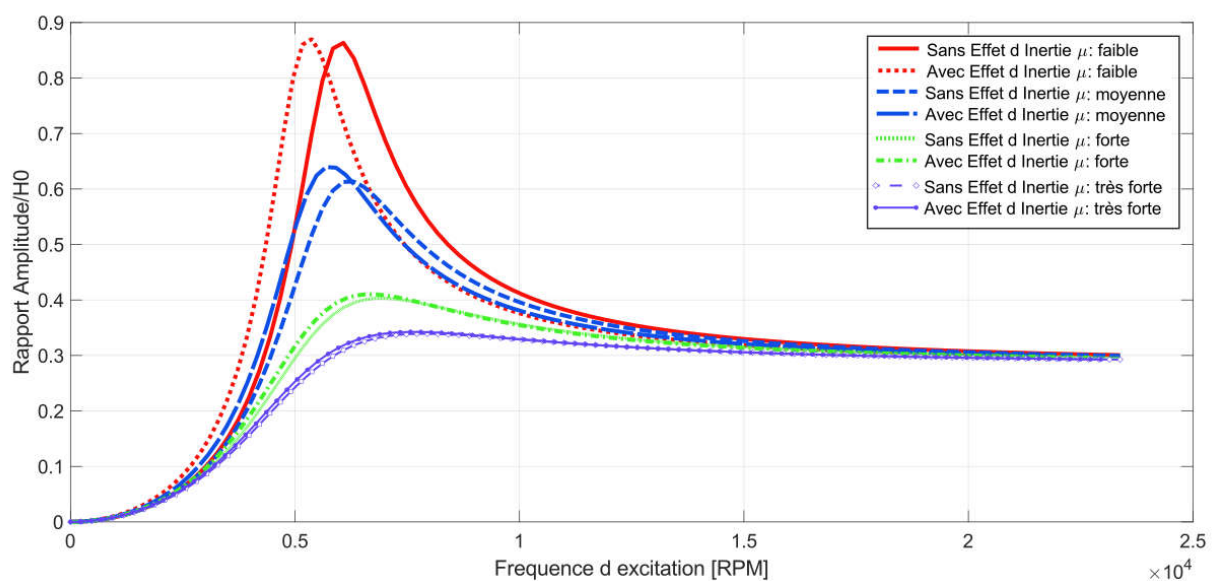


Figure IV.21: Effet d'inertie et de la viscosité sur les amplitudes de vibration du centre de l'arbre

Les valeurs des amplitudes maximales ne varient que légèrement, à cause de l'insensibilité des coefficients d'amortissement à l'effet d'inertie voir : Figure II.13, Figure II.14, Figure II.18 et les deux premières courbes de la Figure IV.19 .

Comme l'effet d'inertie sur les raideurs équivalentes diminue avec l'augmentation de la viscosité ; on constate sur la Figure IV.21 que les deux courbes (sans et avec effet d'inertie) de chaque fluide se confondent de plus en plus au fur et à mesure que la viscosité augmente.

IV.9. Conclusion :

Dans ce chapitre, l'étude paramétrique nous a permis d'examiner l'influence de l'effet d'inertie sur les différents paramètres dynamiques non-linéaires et de tracer les limites de validité du modèle classique.

Le problème dynamique non-linéaire a été traité par plusieurs approches.

- par l'approche dynamique non-linéaire couplée qui résout le problème fluide (détermination du champ de pression et calcul des forces résultantes) et l'évolution dynamique du grain mobile solide simultanément de manière itérative. Bien que la formulation de l'équation du mouvement dynamique du grain mobile soit analytique, elle est non-linéaire et devait être résolue numériquement. C'est l'approche la plus fidèle dans la représentation des phénomènes physiques, mais la plus coûteuse en termes de ressources : mémoire de stockage et temps de calcul.
- par la linéarisation des forces du fluide et leurs expressions en termes de série de Taylor de premier ordre. Les coefficients dynamiques linéaires K_{0xx} , C_{0xx} , K_{0yy} et C_{0yy} sont ainsi calculés par perturbation en utilisant la méthode de variation numérique. Cette approche est la plus utilisée dans les situations de faibles balourds, car elle est la moins coûteuse en termes de ressources de calcul, mais elle perd toute crédibilité dans les autres situations.
- par l'augmentation de l'ordre du développement de l'expression des forces en série de Taylor (ordre 3). En analysant les orbites décrites par le centre du rotor, nous avons vu que cette approche se compare à la première avec beaucoup moins d'exigences « logistiques » : mémoire et temps de calcul. L'obtention des 18 coefficients n'est pas simple à faire surtout en absence de la solution analytique, comme le cas du modèle avec effet d'inertie, mais le calcul ne se fait qu'une seule fois. Les composantes de la force peuvent être calculées de manière simple et directe par les polynômes à deux variables ($F_x(x, \dot{x})$ et $F_y(y, \dot{y})$) de degré trois. On a vu que l'amélioration de cette approche peut être réalisée par l'augmentation de l'ordre du polynôme, mais aussi par le changement du voisinage de développement de la force en série de Taylor adapté à la position du grain mobile. Cette dernière variante n'a pas été développée mais peut faire l'objet d'une étude future. Un autre avantage de la représentation polynomiale de la

force est la possibilité de représenter aussi les coefficients de raideurs et d'amortissement équivalents comme des fonctions de la position du grain mobile ainsi que de sa vitesse. Ces expressions peuvent être exploitées par le logiciel commercial Ansys-Mechanical pour la modélisation du comportement des lignes d'arbres.

Bien que la présente étude considère un rotor parfaitement rigide à deux degrés de liberté, l'approche proposée peut facilement être étendue pour étudier des rotors flexibles ayant des géométries plus réalistes. Ceci est grâce à l'interface informatique entre les programmes développés par nos soins traitant la partie palier et Ansys-Mechanical.

Conclusions générales et perspectives

Conclusion générale et perspectives

L'étude bibliographique nous a permis de souligner l'importance du problème étudié ainsi que de situer le type de palier choisi parmi les technologies disponibles, à savoir le palier hybride roulement-amortisseur à film mince (SFD) à quatre patins plans. Elle nous a aussi permis de justifier le choix du modèle développé par Chaomleffel pour la prise en compte de l'effet d'inertie. Un effet qui a été ignoré dans toutes les études traitant le palier hybride roulement-SFD à quatre patins plans.

Les modèles qui modifient l'équation de Reynolds afin de considérer la turbulence sont nombreux, mais ils aboutissent presque à la même formulation. Nous avons choisi le modèle le plus utilisé ; celui de Constantinescu.

Pour pouvoir comparer les résultats numériques avec la formulation analytique, le modèle développé dans le chapitre II, tient compte de l'effet d'inertie du fluide en régime laminaire.

La conclusion la plus importante à tirer de ce chapitre est qu'à cause de l'effet d'inertie la théorie classique s'avère inadéquate lorsqu'on traite des fluides ayant de faibles viscosités. En fait, la formulation classique sous-estime la charge de portance et surestime les coefficients de raideurs, ce qui peut induire des erreurs de conception fatales.

Pour les fluides de fortes viscosités, l'influence de l'effet d'inertie est quasiment absente, et la théorie classique simple reste suffisante.

L'introduction au chapitre III de l'aspect fini du palier ainsi que la turbulence dans le modèle fluide, a ajouté plus de réalisme au modèle étudié. La bonne concordance entre les deux résultats obtenus avec deux formulations différentes, à savoir celle de Navier-Stokes et celle de Reynolds, résolues par deux méthodes numériques différentes (Volumes Finis et Différences Finies respectivement) donne plus de confiance dans le modèle adopté.

Le modèle basé sur l'équation de Reynolds complété par la corrélation de Chaomleffel est celui qu'on a choisi pour l'étude de la dynamique du rotor. Ce choix est motivé par le fait que ce modèle offre la possibilité d'activer et de désactiver l'effet d'inertie sans modifier les paramètres physiques. Contrairement au modèle 3D de Navier-Stokes, qui tient compte de l'effet d'inertie de manière intrinsèque.

L'analyse du champ de pression a permis l'explication et la prédiction de quelques comportements du champ de la pression et de la vitesse, durant l'évolution de la turbulence au sein de l'alvéole. Elle a aussi adressé le risque de formation de cavitation, et souligné la possibilité de formation de vortex même au sein de la section du film mince, surtout durant la phase d'aspiration.

Pour tenir compte de la non-linéarité de la relation entre les forces générées par le fluide et les déplacements (éventuellement les vitesses), deux approches ont été développées et comparées avec le modèle linéaire, et une troisième possibilité a été adressée sans détails.

La première approche non-linéaire est la résolution du problème dynamique couplé. La deuxième consiste en un développement en série de Taylor en ordre 3 des forces en fonction des déplacements et des vitesses. La comparaison des deux approches avec le modèle linéarisé confirme la perte de validité de ce dernier dans les situations de forts balourds (excentricité supérieur à 20% l'épaisseur du film mince) et montre la bonne concordance entre les deux modèles non-linéaires.

L'outil de calcul mis en place pour cette étude, conçu sous une stratégie de langages et de logiciels mixtes, est entièrement automatisé. Il permet l'exploitation de plusieurs programmes écrits en différents langages (Fortran, Pascal et APDL) et deux logiciels commerciaux, à savoir Ansys-Mechanical et Matlab, à travers une seule interface graphique conçue sous Delphi.

L'apport scientifique de cette étude peut se résumer dans les points suivants :

- L'objectif de cette étude étant de souligner l'effet de l'inertie sur le comportement d'un rotor supporté par le palier hybride à patins plans, les résultats obtenus tracent la limite entre la zone où on peut ignorer cet effet et la zone où sa non-considération peut être fatale à la conception.
- Le modèle non-linéaire (série de Taylor d'ordre 3), adapté spécialement à la géométrie considérée et vérifié par la formulation couplée, permet une accélération considérable des calculs en dynamique transitoire des rotors avec des pertes minimales dans la précision, même dans les situations de forts balourds.
- L'outil informatique développé est assez flexible et puissant pour traiter des scénarios très différents de ceux de cette étude : des rotors flexibles à géométries réalistes, les fluides contaminés, les ferro-fluides, les fluides électro-rhéologiques, paliers de géométries entièrement différentes ...

Cette solution tire sa puissance du fait qu'elle exploite en même temps la maturité des logiciels commerciaux comme Ansys et Matlab pour les problèmes classiques, et la flexibilité de la programmation informatique pour le traitement des problèmes nouveaux.

En perspective, nous proposons de poursuivre la modélisation en considérant la flexibilité de de l'arbre, et l'étude de l'effet d'inertie sur les vitesses critiques du rotor. La stratégie proposée dans cette étude peut facilement être étendue pour étudier des rotors flexibles ayant des géométries plus réalistes. Ceci est grâce à l'interface informatique entre les programmes développés traitant la partie palier et Ansys-Mechanical traitant l'arbre.

Bien que les distorsions du maillage du modèle 3D soient restées dans la marge acceptable de la qualité des éléments, une modélisation avec un maillage dynamique sera plus pertinente. L'implémentation d'un maillage dynamique sous le logiciel Ansys-CFX est extrêmement difficile. On propose de le remplacer par Fluent, qui est nettement plus flexible en ce qui concerne ce point.

En ce qui concerne le modèle dynamique non-linéaire, une stratégie standardisée est nécessaire pour rendre l'évaluation des coefficients plus automatisables. Des valeurs de perturbations adaptées au nombre important des coefficients dynamique est absente dans la littérature, ce qui rend le processus long.

Un autre point intéressant mentionné dans le chapitre IV sans développement, concerne les coefficients dynamiques non-linéaires. On propose le changement du voisinage du développement en série de Taylor de la force au lieu de l'augmentation de son ordre. Cela nécessite l'adaptation du voisinage selon les positions au-delà des 20% mais fera accélérer les calculs des coefficients de façon nettement supérieure.

Le dernier point concerne l'aspect géométrique du palier. Deux technologies très intéressantes sont en train de se faire de la place parmi les outils de conceptions numériques : La modélisation en temps réel, et l'optimisation topologique. Une étude sur la géométrie 3D de l'alvéole moyennant une de ces deux technologies peut révéler de nouveaux comportements concernant les performances du palier.

*Discrétisation de l'équation
différentielle non-linéaire*

ANNEXE A

DISCRETISATION DE L'EQUATION DIFFERENTIELLE NON-LINEAIRE

En général, la discrétisation d'une équation de la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(f(x) \frac{\partial U(x)}{\partial x} \right) = 0 \quad (\text{A.1})$$

(avec $U(x)$ l'inconnue et $f(x)$ une fonction donnée) peut être donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(f(x) \frac{\partial U(x)}{\partial x} \right) &\approx \frac{1}{h} \left[f_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{U_{i+1} - U_i}{h} \right) - f_{i-\frac{1}{2}} \left(\frac{U_i - U_{i-1}}{h} \right) \right] \\ &\approx \frac{1}{h^2} \left[f_{i-\frac{1}{2}} U_{i-1} - \left(f_{i-\frac{1}{2}} + f_{i+\frac{1}{2}} \right) U_i + f_{i+\frac{1}{2}} U_{i+1} \right] \\ \Rightarrow f_{i-\frac{1}{2}} U_{i-1} - \left(f_{i-\frac{1}{2}} + f_{i+\frac{1}{2}} \right) U_i + f_{i+\frac{1}{2}} U_{i+1} &\approx 0 \end{aligned}$$

A.1 a une dimension

En appliquant l'approximation sur l'équation de Reynolds pour le cas infiniment long :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{G_x} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \approx \frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}} p_{i-1} - \left(\frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}} \right) p_i + \frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}} p_{i+1} \approx 0 \quad (\text{A.2})$$

Autres notations :

$$\frac{1}{G_{-\frac{1}{2}}} p_{i-1} - \left(\frac{1}{G_{-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{G_{+\frac{1}{2}}} \right) p_i + \frac{1}{G_{+\frac{1}{2}}} p_{i+1} \approx 0$$

$$\frac{1}{G_g} p_{i-1} - \left(\frac{1}{G_g} + \frac{1}{G_d} \right) p_i + \frac{1}{G_d} p_{i+1} \approx 0 \quad (G_g : \text{gauche}, G_d : \text{droite})$$

$$\frac{1}{G_O} p_{i-1} - \left(\frac{1}{G_O} + \frac{1}{G_E} \right) p_i + \frac{1}{G_E} p_{i+1} \approx 0 \quad (G_O : \text{Ouest}, G_E : \text{East})$$

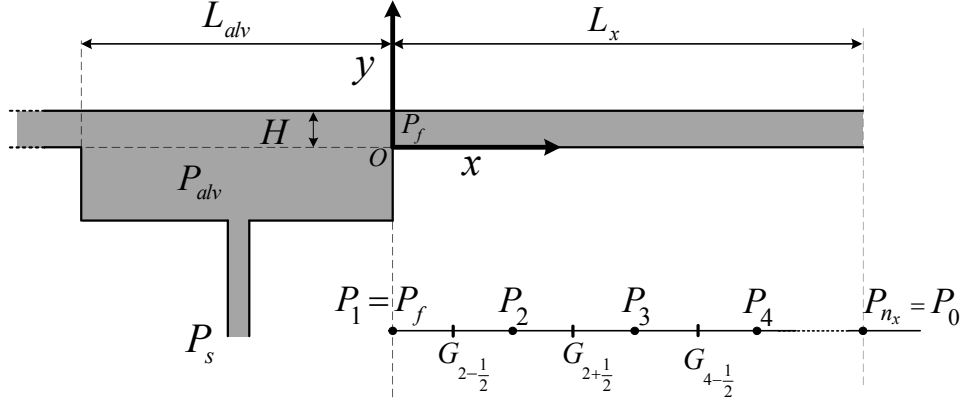
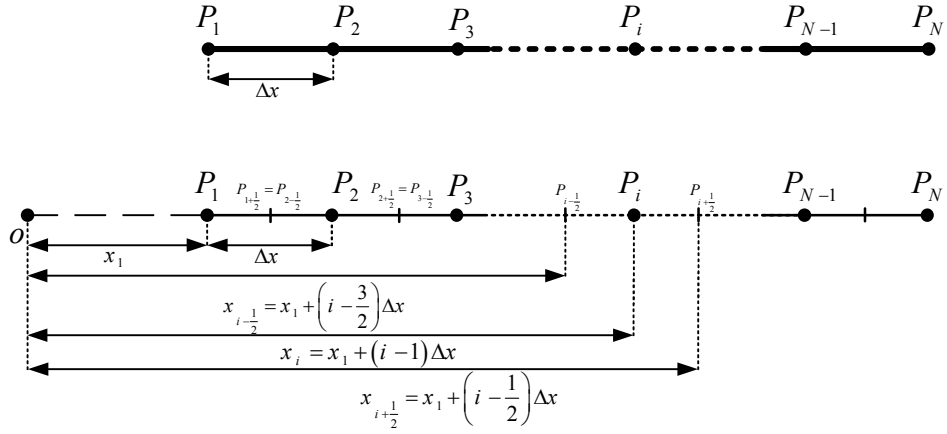


Figure A.1: Maillage 1D

$$\frac{1}{G_{i-1}} p_{i-1} - \left(\frac{1}{G_{i-1}} + \frac{1}{G_i} \right) p_i + \frac{1}{G_i} p_{i+1} \approx 0 \quad (\text{A.3})$$



A.2 En deux dimensions

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{G_x} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{G_z} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{\mu}{h^3} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta x^2} \left[\frac{1}{Gx_{i-\frac{1}{2},j}} p_{i-1,j} - \left(\frac{1}{Gx_{i-\frac{1}{2},j}} + \frac{1}{Gx_{i+\frac{1}{2},j}} \right) p_{i,j} + \frac{1}{Gx_{i+\frac{1}{2},j}} p_{i+1,j} \right] + \\ & \frac{1}{\Delta z^2} \left[\frac{1}{Gz_{i,j-\frac{1}{2}}} p_{i,j-1} - \left(\frac{1}{Gz_{i,j-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{Gz_{i,j+\frac{1}{2}}} \right) p_{i,j} + \frac{1}{Gz_{i,j+\frac{1}{2}}} p_{i,j+1} \right] \approx \frac{\mu}{h^3} \frac{\partial h}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\underbrace{\left[\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{1}{Gx_{i-\frac{1}{2},j}} + \frac{1}{Gx_{i+\frac{1}{2},j}} \right) + \frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{1}{Gz_{i,j-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{Gz_{i,j+\frac{1}{2}}} \right) \right]}_A p_{i,j} \approx$$

$$\begin{aligned} & \underbrace{\frac{1}{\Delta x^2} \frac{1}{Gx_{i-\frac{1}{2},j}} p_{i-1,j}}_B + \underbrace{\frac{1}{\Delta x^2} \frac{1}{Gx_{i+\frac{1}{2},j}} p_{i+1,j}}_C + \underbrace{\frac{1}{\Delta z^2} \frac{1}{Gz_{i,j-\frac{1}{2}}} p_{i,j-1}}_D + \\ & \underbrace{\frac{1}{\Delta z^2} \frac{1}{Gz_{i,j+\frac{1}{2}}} p_{i,j+1}}_E - \underbrace{\frac{\mu}{h^3} \frac{\partial h}{\partial t}}_F \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$Ap_{i,j} \approx Bp_{i-1,j} + Cp_{i+1,j} + Dp_{i,j-1} + Ep_{i,j+1} + F \quad (\text{A.7})$$

$$p_{i,j} \approx \frac{B}{A} p_{i-1,j} + \frac{C}{A} p_{i+1,j} + \frac{D}{A} p_{i,j-1} + \frac{E}{A} p_{i,j+1} + \frac{F}{A} \quad (\text{A.8})$$

Une autre notation:

$$\text{Avec : } f_o = \frac{1}{\Delta x^2} \frac{1}{Gx_{i-\frac{1}{2},j}}, \quad f_E = \frac{1}{\Delta x^2} \frac{1}{Gx_{i+\frac{1}{2},j}}, \quad f_S = \frac{1}{\Delta z^2} \frac{1}{Gz_{i,j-\frac{1}{2}}}, \quad f_N = \frac{1}{\Delta z^2} \frac{1}{Gz_{i,j+\frac{1}{2}}}$$

$$\text{et, } \Sigma f = f_o + f_E + f_S + f_N$$

$$AA = \frac{\frac{1}{\Delta x^2} \frac{1}{Gx_{i-\frac{1}{2},j}}}{\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{1}{Gx_{i-\frac{1}{2},j}} + \frac{1}{Gx_{i+\frac{1}{2},j}} \right) + \frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{1}{Gz_{i,j-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{Gz_{i,j+\frac{1}{2}}} \right)} = \frac{f_o}{\Sigma f}$$

$$\begin{aligned}
 BB &= \frac{\frac{1}{\Delta x^2} \frac{1}{Gx_{i+\frac{1}{2},j}}}{\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{1}{Gx_{i-\frac{1}{2},j}} + \frac{1}{Gx_{i+\frac{1}{2},j}} \right) + \frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{1}{Gz_{i,j-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{Gz_{i,j+\frac{1}{2}}} \right)} = \frac{f_E}{\Sigma f} \\
 CC &= \frac{\frac{1}{\Delta z^2} \frac{1}{Gz_{i,j-\frac{1}{2}}}}{\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{1}{Gx_{i-\frac{1}{2},j}} + \frac{1}{Gx_{i+\frac{1}{2},j}} \right) + \frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{1}{Gz_{i,j-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{Gz_{i,j+\frac{1}{2}}} \right)} = \frac{f_S}{\Sigma f} \\
 DD &= \frac{\frac{1}{\Delta z^2} \frac{1}{Gz_{i,j+\frac{1}{2}}}}{\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{1}{Gx_{i-\frac{1}{2},j}} + \frac{1}{Gx_{i+\frac{1}{2},j}} \right) + \frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{1}{Gz_{i,j-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{Gz_{i,j+\frac{1}{2}}} \right)} = \frac{f_N}{\Sigma f} \\
 EE &= \frac{-\frac{\mu}{h^3} \frac{\partial h}{\partial t}}{\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{1}{Gx_{i-\frac{1}{2},j}} + \frac{1}{Gx_{i+\frac{1}{2},j}} \right) + \frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{1}{Gz_{i,j-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{Gz_{i,j+\frac{1}{2}}} \right)} = -\frac{\mu \dot{h}}{h^3 \Sigma f}
 \end{aligned}$$

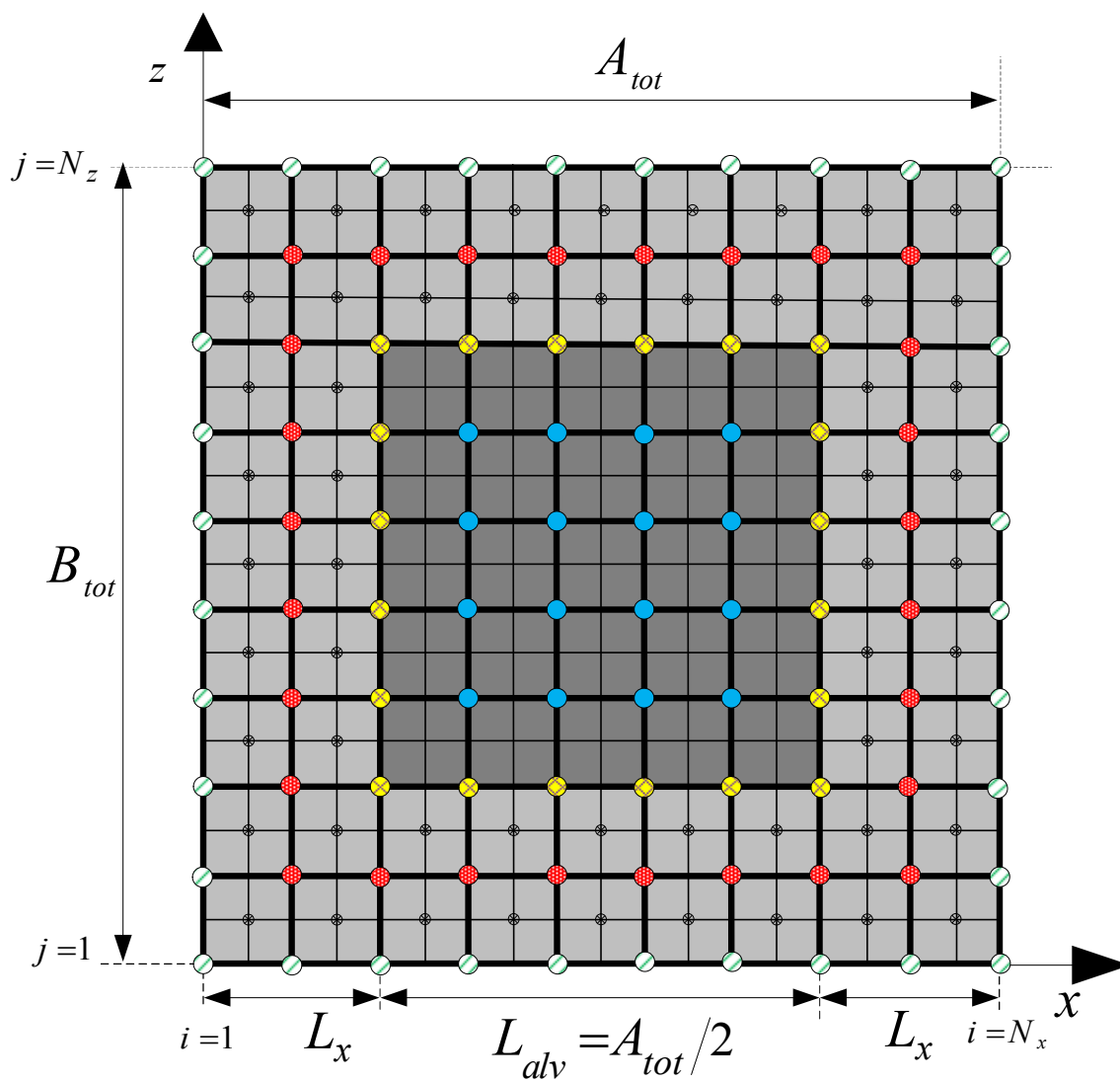
L'équation (A.6) peut s'écrire :

$$\Sigma f \, p_{i,j} \approx f_O p_{i-1,j} + f_E p_{i+1,j} + f_S p_{i,j-1} + f_N p_{i,j+1} - \frac{\mu \dot{h}}{h^3} \quad (\text{A.9})$$

$$p_{i,j} \approx \frac{f_O}{\Sigma f} p_{i-1,j} + \frac{f_E}{\Sigma f} p_{i+1,j} + \frac{f_S}{\Sigma f} p_{i,j-1} + \frac{f_N}{\Sigma f} p_{i,j+1} - \frac{\mu \dot{h}}{h^3} \frac{1}{\Sigma f} \quad (\text{A.10})$$

Pour avoir finalement :

$$p_{i,j} \approx AA \, p_{i-1,j} + BB \, p_{i+1,j} + CC \, p_{i,j-1} + DD \, p_{i,j+1} + EE \quad (\text{A.11})$$



- A L'intérieur de l'alvéole la pression est la même : P_{alv}
- Au bord de l'alvéole la pression chute à cause de l'effet d'inertie : P_f
- La pression dans le film mince
- La pression à la sortie du film mince, elle est connue: P_0
- Les positions intermédiaires $\frac{\Delta x}{2}$ et $\frac{\Delta z}{2}$ pour le calcul des coefficients $G_{\pm \frac{1}{2}}$

*Les équations de Newmark
modifiées*

ANNEXE B

LES EQUATIONS DE NEWMARK MODIFIEES

B.1 L'expression des équations en termes de déplacements

$$\begin{cases} \ddot{y}^{k+1} = \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{y}^k - \frac{1}{\beta\Delta t^2} [y^k + \Delta t \dot{y}^k] + \frac{1}{\beta\Delta t^2} y^{k+1} \\ \dot{y}^{k+1} = \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \dot{y}^k + \Delta t \left[1 - \gamma + \gamma \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right)\right] \ddot{y}^k - \frac{\gamma}{\beta\Delta t} y^k + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} y^{k+1} \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{cases} \ddot{h}^{k+1} = \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{h}^k - \frac{1}{\beta\Delta t^2} [h^k + \Delta t \dot{h}^k] + \frac{1}{\beta\Delta t^2} h^{k+1} \\ \dot{h}^{k+1} = \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \dot{h}^k + \Delta t \left[1 - \gamma + \gamma \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right)\right] \ddot{h}^k - \frac{\gamma}{\beta\Delta t} h^k + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} h^{k+1} \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{cases} \ddot{h}^{k+1} = \underbrace{\left(1 - \frac{1}{2\beta}\right) \ddot{h}^k}_{A_1} - \underbrace{\frac{1}{\beta\Delta t^2} h^k}_{A_2} - \underbrace{\frac{1}{\beta\Delta t} \dot{h}^k}_{A_3} + \underbrace{\frac{1}{\beta\Delta t^2} h^{k+1}}_{A_4} \\ \dot{h}^{k+1} = \underbrace{\left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \dot{h}^k}_{A_5} + \underbrace{\Delta t \left[1 - \gamma + \gamma \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right)\right] \ddot{h}^k}_{A_6} - \underbrace{\frac{\gamma}{\beta\Delta t} h^k}_{A_7} + \underbrace{\frac{\gamma}{\beta\Delta t} h^{k+1}}_{A_8} \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{cases} -M \left(\underbrace{a_1 \ddot{h}^k + a_2 h^k + a_3 \dot{h}^k}_{A_1} + A_2 h^{k+1} \right) + F_{fluide}(h^{k+1}) + \overbrace{M \varepsilon \omega^2 \sin(\omega t^{k+1})}^{A_5(t)} = 0 \\ \dot{h}^{k+1} = \underbrace{\left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \dot{h}^k}_{A_3} + \underbrace{\Delta t \left[1 - \gamma + \gamma \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right)\right] \ddot{h}^k}_{A_4} - \underbrace{\frac{\gamma}{\beta\Delta t} h^k}_{A_5} + \underbrace{\frac{\gamma}{\beta\Delta t} h^{k+1}}_{A_6} \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{cases} -M \left(\underbrace{a_1 \ddot{h}^k + a_2 h^k + a_3 \dot{h}^k}_{A_1} + A_2 h^{k+1} \right) + F_{fluide}(h^{k+1}) + \overbrace{M \varepsilon \omega^2 \sin(\omega t^{k+1})}^{A_5(t)} = 0 \\ \dot{h}^{k+1} = \underbrace{\left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \dot{h}^k}_{A_3} + \underbrace{\Delta t \left[1 - \gamma + \gamma \left(1 - \frac{1}{2\beta}\right)\right] \ddot{h}^k}_{A_4} - \underbrace{\frac{\gamma}{\beta\Delta t} h^k}_{A_5} + \underbrace{\frac{\gamma}{\beta\Delta t} h^{k+1}}_{A_6} \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

L'expression de $\dot{h}^{k+1}$ donne la vitesse d'écrasement $\dot{h} = \frac{\partial h}{\partial t} = V_{squeeze} = V_y$ pour chaque itération de façon numérique en fonction de h^{k+1} .

B.2 Coefficients de l'équation du palier à 4 patins

$$\left\{ \begin{array}{l} -M \left(\underbrace{a_1^x \ddot{x}^k + a_2^x x^k + a_3^x \dot{x}^k}_{A_1^x} + A_2^x x^{k+1} \right) + F_x^{fluide} (x^{k+1}, \dot{x}^{k+1}) + \overbrace{M \varepsilon \omega^2 \cos(\omega t^{k+1})}^{A_5^x} = 0 \\ \dot{x}^{k+1} = \underbrace{\left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \dot{x}^k + \Delta t \left[1 - \gamma + \gamma \left(1 - \frac{1}{2\beta} \right) \right] \ddot{x}^k}_{A_3^x} - \underbrace{\frac{\gamma}{\beta \Delta t} x^k}_{A_4^x} + \underbrace{\frac{\gamma}{\beta \Delta t} x^{k+1}}_{A_4^x} \end{array} \right. \quad (B.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -M \left(\underbrace{a_1^y \ddot{y}^k + a_2^y y^k + a_3^y \dot{y}^k}_{A_1^y} + A_2^y y^{k+1} \right) + F_y^{fluide} (y^{k+1}, \dot{y}^{k+1}) + \overbrace{M \varepsilon \omega^2 \sin(\omega t^{k+1})}^{A_5^y} = 0 \\ \dot{y}^{k+1} = \underbrace{\left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \dot{y}^k + \Delta t \left[1 - \gamma + \gamma \left(1 - \frac{1}{2\beta} \right) \right] \ddot{y}^k}_{A_3^y} - \underbrace{\frac{\gamma}{\beta \Delta t} y^k}_{A_4^y} + \underbrace{\frac{\gamma}{\beta \Delta t} y^{k+1}}_{A_4^y} \end{array} \right. \quad (B.7)$$

$$\text{Avec : } \left\{ \begin{array}{l} A_1^x = a_1^x \ddot{h}_4^k + a_2^x h_4^k + a_3^x \dot{h}_4^k \\ A_2^x = 1/(\beta \Delta t^2) \\ A_3^x = a_4^x \dot{h}_4^k + a_5^x \ddot{h}_4^k + a_6^x h_4^k \\ A_4^x = \gamma/(\beta \Delta t) \\ A_5^x = M \varepsilon \omega^2 \cos(\omega t^{k+1}) \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} A_1^y = a_1^y \ddot{h}_1^k + a_2^y h_1^k + a_3^y \dot{h}_1^k \\ A_2^y = 1/(\beta \Delta t^2) \\ A_3^y = a_4^y \dot{h}_1^k + a_5^y \ddot{h}_1^k + a_6^y h_1^k \\ A_4^y = \gamma/(\beta \Delta t) \\ A_5^y = M \varepsilon \omega^2 \sin(\omega t^{k+1}) \end{array} \right. \quad (B.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1^x = a_1^y = 1 - 1/(2\beta) \\ a_2^x = a_2^y = -1/(\beta \Delta t^2) \\ a_3^x = a_3^y = -1/(\beta \Delta t) \\ a_4^x = a_4^y = 1 - \gamma/\beta \\ a_5^x = a_5^y = \Delta t (1 - \gamma/(2\beta)) \\ a_6^x = a_6^y = -\gamma/(\beta \Delta t) \end{array} \right. \quad (B.9)$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] C. W. d. Silva, *Vibration Damping, Control and Design*, Vancouver, Canada: CRC Press, 2007.
- [2] E. Kramer, *Dynamics of Rotors and Foundations*, New York: Springer - Verlag Berlin Heidelberg, 1993.
- [3] C. W. d. Silva, *Vibration Damping, Control, and Design*, New York: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2007.
- [4] W. Q. Jane et C. Yip-Wah , *Encyclopedia of Tribology*, New York: Springer , 2013.
- [5] A. Bouzidane, «Conception d'un palier hydrostatique intelligent pour contrôler les vibrations de rotor,» Ecole de Technologie Supérieure Université du Québec, Québec, 2007.
- [6] L. Zhifeng, W. Yumo , C. Ligang , Z. Yongsheng , C. Qiang et D. Xiangmin , «A review of hydrostatic bearing system: Researches and applications» *Advances in Mechanical Engineering*, vol. 9, n°110, 1–27, 2017.
- [7] Jérôme . G, «Analyse théorique des amortisseurs à film fluide fonctionnant à des nombres de Reynolds élevés,» l'Université de Poitiers, Poitiers, 2009.
- [8] A. Benariba, A. Bouzidane, T. Marc et R. Guilbault, «Numerical analysis of a rigid rotor mounted on four-pad hydrostatic squeeze film damper lubricated with micropolar lubricant,» *Journal of Engineering Tribology*, n° 1, 1-12, 2017.
- [9] M. L. Adams, *Bearings Basic Concepts and Design Applications*, New York: CRC Press, 2018.
- [10] C. Zhu , «Experimental study on the vibration control capability of a hybrid squeeze film damper,» *ASME Turboexpo*, New Orleans, Louisiana, 2001.
- [11] H. C. Rippel, *Cast bronze hydrostatic bearing design manual*, Cleveland, Ohio: Cast Bronze Bearing Institute, Inc, 1960.

- [12] M. Adams et H. Zahloul, «Attenuation of Rotor Vibration Using Controlled-Pressure Hydrostatic Squeeze Film Dampers,» chez *Eleventh Biennial ASME Vibrations Conference*, Boston, MA, 1987.
- [13] J. Frêne, N. Daniel, B. Degueurce, D. Berthe et M. Godet, *Hydrodynamic Lubrication*, Volume 33: Bearings and Thrust Bearings, Elsevier, 1997.
- [14] J. W. Lund, «Review of the Concept of Dynamic Coefficients for Fluid Film Journal Bearings,» *Journal of Tribology, ASME*, vol. 109, 37-41, 1987.
- [15] J. W. Lund et K. K. Thomsen, «A Calculation Method and Data for the Dynamic Coefficients of Oil-Lubricated Journal Bearings,» *ASME*, 1978, 1978.
- [16] L. Z. Qiu et K. A. Tieu, «The Effect of Perturbation Amplitudes on Eight Force Coefficients Bearings,» *Tribology Transactions*, vol. 39, n°12, 469-475, 1996.
- [17] O. BONNEAU, «Comportement statique et dynamique de ligne d'arbre montée sur paliers fluides : influence des caractéristiques des paliers,» L'Université de Poitiers, Poitiers, 1989.
- [18] K. F. Choy, J. M. Braun et Y. Hu, «Nonlinear Effects in a Plain Journal Bearing: Part1,» *ASME Journal of Tribology*, vol. 113, 555-561, 1991.
- [19] S. C. Chin, L. W. Kristin et J. B.-V. Ilene, «A Nonlinear Dynamic Model With Confidence Bounds for Hydrodynamic Bearings,» *Journal of Tribology, ASME*, vol. 120, 595-604, 1998.
- [20] Meruane. V et Pescual. R, «Identification of nonlinear dynamic coefficients in plain journal bearings,» *Tribology International*, vol. 41, 743-754, 2008.
- [21] S. T. JERZY et R. T.V. V. L. N, «Nonlinear Prediction of Rotordynamic Coefficients For a Hydrodynamic Journal Bearing,» *Tribology Transactions*, vol. 44, 367-374, 2001.
- [22] M. L. Adams, *Rotating machinery vibration : from analysis to troubleshooting*, New York: CRC Press, 2010.
- [23] J. P. C. B. Bou-Said, "Hybrid Journal Bearings: Theoretical and Experimental Results," *ASME*, Vol. 111/265, 1989.
- [24] V. N. Constantinescu, S. Galetuse et F. Kennedy, «On the Comparison Between Lubrication Theory, Including Turbulence and Inertia Forces, and Some Existing

Experimental Data,» *Journal of Lubrication Technology, ASME*, 439-448, JULY 1975.

- [25] B. E. Launder et M. Leschziner , «Flow in Finite Width, Thrust Bearings Including Inertial Effects: I - Laminar Flow,» *J. of Lubrication Tech, ASME*, vol. 100, n° 13, 330-338, 1978.
- [26] J.P. Chaomleffel, «Influence des forces d'inertie en lubrification hybride,» INSA, Lyon, 1983.
- [27] L. S. Andres, «Turbulent Hybrid Bearings With Fluid Inertia Effects,» *Journal of Tribology, ASME*, vol. 112, 699-707, OCTOBER 1990.
- [28] N. Brunetière et B. Tournierie, «Finite Element Solution of Inertia Influenced Flow in Thin Fluid Films,» *Transactions of the ASME*, vol. 129, 876-886, OCTOBER 2007.
- [29] J. FRENE, «Régimes d'écoulement non laminaire en films minces application aux paliers lisses,» L'Université Claude Bernard , Lyon, 1974.
- [30] A. M. Ali , «Contribution à l'étude des paliers hybrides. Prise en compte de la compressibilité du fluide dans les alvéoles.,» Université de Poitiers, Laboratoire de Mécanique des Solides, Poitiers, France, 1994.
- [31] D. F. Wilcock, «Turbulent Lubrication - Its Genesis and Role in Modern Design,» *Journal of Lubrication Technology, ASME*, 2-6, 1974.
- [32] M. M. Khonsari et E. R. Booser, *Applied Tribology Bearing Design and Lubrication*, 2nd éd., England: John Wiley & Sons Ltd, 2008.
- [33] J. Durany, J.Pereira-Pérez et F.Varas, «About the Constantinescu turbulent model in hydrodynamic lubrication: A comparison with 3-D LES models,» *Tribology International, ScienceDirect*, vol. 83, 33-41, 2015.
- [34] L. J. Randall , *Finite Difference Methods for Ordinary and Partial Differential Equations. Steady-State and Time-Dependent Problems*, Philadelphia: SIAM the Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007.
- [35] A. Mihai , A. Alsayed et D. Nicolas, «The finite volume solution of the Reynolds equation of lubrication with film discontinuities,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 44, 2119-2132, 2002.

- [36] P. J. Francisco , M. Giacomini, Z. C. Demetrio et D. Daniele , «A General Finite Volume Method for the Solution of the Reynolds Lubrication Equation with a Mass-Conserving Cavitation Model,» *Tribology Letter, Springer*, vol. 60, n° 118, 1-21, 2015.
- [37] M.M.REDDI, «Finite-Element Solution of the Incompressible Lubrication Problem,» *Journal of Lubrication Technology, ASME*, 524-533, JULY 1969.
- [38] R.C.Ghai, D.V.Singh et R.Sinhasan, «Load capacity and flow characteristics of a hydrostatically lubricated four-pocket journal bearing by finite element method,» *International Journal of Machine Tool Design and Research*, vol. 16, n° 14, 233-240, 1976.
- [39] M. A. Kelmanson, «A Boundary Integral Equation Method for the Study of Slow Flow in Bearings With Arbitrary Geometries,» *Journal of Tribology, ASME*, vol. 106, n°12, 260-264, 1984.
- [40] H. Mathieu , A. Mihai et F. Jean , «Numerical Study of the Pressure Pattern in a Two-Dimensional Hybrid Journal Bearing Recess, Laminar, and Turbulent Flow Results,» *ASME*, vol. 125/283, 2003.
- [41] L. A. S. ANDRES et J. F. M. VELTHUIS, «Laminar Flow in a Recess of a Hydrostatic Bearing,» *Tribology Transactions*, vol. 35, 738-744, 1992.
- [42] M. J. Braun et M. B. Dzodzo, «Three-Dimensional Flow and Pressure Patterns in a Hydrostatic Journal bearing Pocket,» *Journal of Tribology, ASME*, Vol. 119/711, OCTOBER 1997.
- [43] F. E. George, M. A. Michael et M. B. Cleve, *Computer Methods for Mathematical Computations*, New Jersey: Prentice-Hall, 1977.
- [44] J. W. CAPITAO, «Influence of turbulence on Performance Characteristics of the Tilting Pad Thrust Bearing,» *Transactions of the ASME*, 110-116, JANUARY 1974.
- [45] C. W. J, «Influence of Turbulence in Performance Characteristics of the Tilting Pad Thrust Bearing,» *Journal of Lubrication Technology, ASME*, vol. 96, n°11,110-116, 1974.

- [46] W. M. DMOCHOWSKI, A. DADOUCHE et F. MICHEL , «Finite Difference Method for Fluid-Film Bearings,» *Encyclopedia of Tribology*, New York, Springer, 2013, 1137-1143.
- [47] P. H. William, T. A. Saul, V. T. William et F. P. Brian, Numerical Recipes in Fortran 77. The Art of Scientific Computing. Second Edition. Volume 1 of Fortran Numerical Recipes, Cambridge: Press Syndicate of the University of Cambridge, 1992.
- [48] J. Frene et V. C. Mihai Arghira, «Combined thin-film and Navier–Stokes analysis in high Reynolds number lubrication,» *Tribology International*, *Elsivier*, vol. 39, 734–747, 2006.
- [49] S. M. Salim et C. C. S, «Wall y^+ Strategy for Dealing with Wall-bounded Turbulent Flows,» chez *The International MultiConference of Engineers and Computer Scientists* , Hong Kong, 2009.
- [50] H. Tennekes et L. L. J, A FIRST COURSE IN TURBULENCE, Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 1972.
- [51] B. Hamrock, S. Schmid et B. Jacobson, «Fundamentals of fluid film lubrication,» *Marcel Dekker Inc*, 2004.
- [52] U. Yucel, «Calculation of dynamic coefficients for fluid film journal bearings,» *J Eng Sci*, pp. 335-335, 2005.
- [53] S. X. Zhao, X. D. Dai, G. Meng et J. Zhu, «An experimental study of nonlinear oil-film forces of journal bearing,» *Journal of Sound and Vibration - Elsevier*, vol. 287, 827-843, 2005.
- [54] T. S. JERZY et V. R. T,V, «Nonlinear Prediction of Rotordynamic Coefficients For a Hydrodynamic Journal bearing,» *Tribology Transactions*, vol. 44, n°13, 367-374, 2001.
- [55] J. M. Braun, K. F. Choy et Y. Hu, «Nonlinear Effects in a Plain Journal Bearing: Part2,» *ASME Journal of Tribology*, vol. 113, 563-570, 1991.
- [56] R. A.BURTON et Y.C.HSU, «Tie Incompressible-Turbulent-Thin-Film Short Bearing With Inertial Effects,» *Transactions of the ASME*, 158-163, 1974.

- [57] L. S. Andres et D. Childs, «Angled Injection—Hydrostatic Bearings Analysis and Comparison to Test Results,» *Journal of Tribology, ASME*, vol. 119, 179-187, JANUARY 1997.
- [58] B.C.MAJUMDAR, «The numerical solution of hydrostatic oil journal bearings with several supply ports» *Wear*, vol. 14, 389-396, 1969.
- [59] B.E.Launder, «Flow in Finite-Width, Thrust Bearings Including Inertial Effects Part I - Laminar Flow,» *Journal of Lubrication Technology, ASME*, vol. 100, 330-338, JULY 1978.
- [60] B.E.Launder et M.A.Leschziner, «Flow in Finite-Width, Thrust Bearings Including Inertial Effects Part II - Turbulent Flow,» *Journal of Lubrication Technology, ASME*, vol. 100, 339-345, JULY 1978.
- [61] Y. Bastani et M. d. Queiroz, «A New Analytic Approximation for the Hydrodynamic Forces in Finite- Length Journal Bearings,» *Journal of Tribology, ASME*, vol. 132, JANUARY 2010.
- [62] D. Bell, D. Binding et K. Walters, «The oscillatory squeeze flow rheometer: comprehensive theory and a new experimental facility,» *Rheol Acta*, 111-121, 2006.
- [63] P. Brajdic-Mitidieri, A. D. Gosman, E. Ioannides et H. A. Spikes, «CFD Analysis of a Low Friction Pocketed Pad Bearing,» *Journal of Tribology, ASME*, p. Vol. 127 / 803, 2005.
- [64] R. A. BURTON, «Approximations in Turbulent Film Analysis,» *Journal of Lubrication Technology, ASME*, 103-109, JANUARY 1974.
- [65] C.H.T.PAN, «Calculation of Pressure, Shear, and Flow in Lubricating Films for High Speed Bearings,» *Journal of Lubrication Technology, ASME*, 80-94, 1974.
- [66] V. CASTELLI et S. B. MALANOSKI, «Method for Solution of Lubrication Problems With Temperature and Elasticity Effects: Application to Sector, Tilting-Pad Bearings,» *Transactions of the ASME*, 634-640, 1969.
- [67] V. N. Constantinescu et S. Galetuse, «Operating Characteristics of Journal Bearings in Turbulent Inertial Flow,» *Journal of Lubrication Technology, ASME*, vol. 104, 173-179, 1982.
- [68] V. N. Constantinescu et S. Galetuse, «Pressure Drop Due to Inertia Forces in Step Bearings,» *Journal of Lubrication Technology*, 167-174, 1976.

- [69] V. N. CONSTANTINESCU, «Basic Relationships in Turbulent Lubrication and Their Extension to Include Thermal Effects,» *Journal of Lubrication Technology, ASME*, 147-154, 1973.
- [70] M. Dzodzo, M. J. Braun et I. C. Hendricks, «Pressure and flow characteristics in a shallow hydrostatic pocket with rounded pocket land joints,» *Tribology International, Elsevier*, vol.29, 1996.
- [71] N. M. Franchek, D. W. Childs et L. S. Andres, «Theoretical and Experimental Comparisons for Rotordynamic Coefficients of a High-Speed, High-Pressure, Orifice-Compensated Hybrid Bearing,» *Journal of Tribology, ASME*, vol. 117, 285-290, 1995.
- [72] P. K. Goenka, «Dynamically Loaded Journal Bearings: Finite Element Method Analysis,» *Journal of Tribology, ASME*, vol. 106, n°14, 429-437, 1984.
- [73] K. H. HUEBNER, «Solution for the Pressure and Temperature in Thrust Bearings Operating in the Thermohydrodynamic Turbulent Regime,» *Transactions of the ASME*, 58-68, 1974.
- [74] W. Langlois, «Isothermal squeeze films,» *Armed services technical information agency*, 1961.
- [75] H. Mathieu, A. Mihai et F. Jean, «Combined Navier–Stokes and Bulk-Flow Analysis of Hybrid Bearings: Radial and Angled Injection,» *ASME*, vol.127/557, 2005.
- [76] A. Minikes et I. Bucher, «Comparing numerical and analytical solutions for squeeze-film levitation force,» *Journal of Fluids and Structures*, 713-719, 2006.
- [77] P.K. Goenka, «Dynamically Loaded Journal Bearings: Finite Element Method Analysis,» *Journal of Tribology, ASME*, vol. 106, 429-437, 1984.
- [78] Y. Song, X. Ren et C.-w. Gu, «Experimental and Numerical Studies of Cavitation Effects in a Tapered Land Thrust Bearing,» *Journal of Tribology, ASME*, vol. 137, 2015.
- [79] C. M. TAYLOR et D. DOWSON, «Turbulent Lubrication Theory - Application to Design,» *Journal of Lubrication Technology, ASME*, 36-46, 1974.
- [80] K. C. F, J. B. M et H. Y, «Nonlinear Effects in a Plain Journal Bearing: Part 1- Analytical Study,» *Journal of Tribology, ASME*, vol.113, 555-561, 1991.

- [81] M. M.-K. Carmen et L. G. Andres, «Derivation of Hydrodynamic Bearing Coefficients Using the IVlinimum Square Method,» *Transactions of the ASME*, vol. 119, 802 -807, 1997.
- [82] H. Hattori, «Dynamic Analysis of a Rotor-Journal Bearing System with Large Dynamic Loads (Stiffness and Damping Coefficient Variations in Bearing Oil Films),» *JSME International Journal, Series C*, vol. 36(2), 251-257, 1993.
- [83] H. HASHIMOTO, «Analysis of step journal bearings by a semianalytical finite element method,» *Wear*, vol. 103, n°12, 93–102, 1985.
- [84] G. DIANA, F. CHELI, A. MANENTI et F. PETRONE, «Non linear effects in lubricated bearings,» *Vibration and Wear in High Speed Rotating Machinery*, 567-579, 1990.
- [85] C. Jean-Pierre et N. D, «Experimental investigation of hybrid journal bearings,» *TRIBOLOGY international, Butterworth & Co*, vol. 19, n°15, 253-259, 1986.
- [86] S. B. Pope, *Turbulent Flows*, Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [87] J.-P. Chaomleffel, D. G et V. P, «Experimental results and analytical film thickness predictions in EHD rolling point contacts,» *Tribology International, Elsevier*, n°140, 1543–1552, 2007.

ملخص

لقد ساهم الحد من اللزوجة في الآلات الحديثة في ظهور ظاهرة ما يسمى: مفعول العطالة. ومايزيد هذا التأثير هو التغيرات المفاجئة في مساحة للتدفقات. في هذه الدراسة، نتعرض لتأثير مفعول العطالة في أنظمة التدفق: الصفحي و المضطرب، رقمياً. بهدف دراسة تأثيره على الأداء الديناميكي غير الخطي لنظام الدوران. النماذج المختارة هي: نموذج Constantinescu للاضطراب وعلاقة Chaomleffel التجريبية لمفعول العطالة. لأخذ طابع القوى غير الخطي بعين الاعتبار، تم حل المشكل الديناميكي باعتبار قوى السوائل بشكلها الأصلي، ثم باستبدالها بمتتالية تايلور Taylor ذات الدرجة 3 بدلالة الموقع و بسرعة. سمح النموذج اللاخطي المكافئ بتسريع كبير في الحسابات الديناميكية مع تضحية قليلة في الدقة، حتى في حالات عدم الاتزان الكبير. يستند الحل التكنولوجي الذي تم تطويره لهذه الدراسة إلى البرمجة بلغات وبرامج مختلطة. وجدنا في الأنظمة على حد سواء الصفحية والمضطربة، وبسبب تأثير مفعول العطالة، أن قدرة رفع المحامل المحسوبة وفق النظرية الكلاسيكية أقل منها مع مفعول العطالة، بينما معاملات الصلابة أكبر. وبالتالي، النظرية الكلاسيكية غير كافية عند التعامل مع السوائل ذات اللزوجة المنخفضة. سمح التحليل ثلاثي الأبعاد بالتنبؤ وشرح بعض سلوكيات مجال الضغط والسرعة أثناء تطور الاضطراب داخل تجويف المحمل. كما تناول أيضاً خطر ظاهرة التبخر الموضعي بسبب انخفاض الضغط، وشدد على إمكانية تشكيل الدوامة حتى داخل قسم الأغشية الرقيقة، خاصة أثناء مرحلة الشفط.

Résumé

La diminution de la viscosité, dans les machines modernes a contribué à l'apparition du phénomène dit : effet d'inertie. Cet effet est accentué par les changements brusques des sections droites des écoulements. Dans cette étude, l'effet d'inertie dans les régimes d'écoulement: laminaires et turbulents, est étudié numériquement. L'objectif est d'examiner son influence sur les performances dynamiques non-linéaires du rotor. Les modèles choisis sont ceux de Constantinescu pour la turbulence et la corrélation de Chaomleffel pour l'effet d'inertie. Pour tenir compte de la non-linéarité des forces générées par le fluide, la résolution du problème dynamique est faite en considérant les forces dynamiques du fluide, puis en les remplaçant par leur développement en série de Taylor d'ordre 3 en fonction des déplacements et des vitesses. Le modèle non-linéaire équivalent a permis une accélération considérable des calculs en dynamique transitoire des rotors avec des pertes minimales dans la précision, même dans les situations de forts balourds. La solution informatique développée pour cette étude est basée sur la programmation en langages et logiciels mixte. Nous avons trouvé que dans les deux régimes laminaire et turbulent, et à cause de l'effet d'inertie la théorie classique sous-estime la charge de portance et surestime les coefficients de raideurs. Et par conséquent, elle est inadéquate lorsqu'on traite des fluides ayant de faibles viscosités. L'analyse en 3D a permis la prédiction et l'explication de quelques comportements du champ de la pression et de la vitesse, durant l'évolution de la turbulence au sein de l'alvéole. Elle a aussi adressé le risque de formation de cavitation, et souligné la possibilité de formation de vortex même au sein de la section du film mince, surtout durant la phase d'aspiration.

Abstract

The reduction of viscosity used in modern machines has contributed to the appearance of the so-called: inertia effect. This effect is increased by sudden changes in the fluid flow cross-section. In this study, the inertia effect in laminar and turbulent flow regimes is studied numerically. The objective is to examine its influence on the non-linear dynamic performance of the rotor. The models selected are those of Constantinescu for the turbulence and the correlation of Chaomleffel for the inertia effect. To take into account the non-linearity of the fluid forces, the dynamic problem is solved by considering the dynamic forces of the fluid, then by replacing them with their development in Taylor series of order 3, as function of the displacements and the speeds. By the use of the equivalent nonlinear model, the transient dynamics calculations of rotors were considerably accelerated without losing much of accuracy, even for important loads. The IT solution developed for this study is based on the mixed languages and software programming strategy. We found that in both laminar and turbulent regimes, and because of the inertial effect, the classical theory underestimates the bearing load and overestimates the stiffness coefficients. Therefore, it is inadequate when dealing with fluids having low viscosities. The 3D analysis allowed the prediction and explanation of some of the pressure and velocity patterns during the evolution of turbulence within the recess. It also addressed the risk of cavitation formation, and emphasized the possibility of vortex formation even within the thin film section, especially during the aspiration phase.