



# THÈSE

## En vue de l'obtention du Diplôme de Doctorat en Sciences

*Présentée par : Mr Redouane AYAD*

*Commande avancée des systèmes non-linéaires, Application à la  
commande d'un drone Quadrotor*

*Faculté : FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE*

*Département : Électronique*

*Spécialité : Automatique*

*Option : Automatique*

*Devant le Jury Composé de :*

<i>Membres de Jury</i>	<i>Grade</i>	<i>Qualité</i>	<i>Domiciliation</i>
<i>Mr DAAOU Bachir</i>	<i>Professeur</i>	<i>Président</i>	<i>USTO-MB</i>
<i>Mr NOUBAT Wahid</i>	<i>Professeur</i>	<i>Encadrant</i>	<i>USTO-MB</i>
<i>Mr BENGHANEM Mustapha</i>	<i>MCA</i>		<i>USTO-MB</i>
<i>Mr CHENAFI Mohamed</i>	<i>Professeur</i>		<i>EPO</i>
<i>Mr MOUALIDA Abdelhafid</i>	<i>MCA</i>	<i>Examineurs</i>	<i>UNIV-MEDEA</i>
<i>Mr BENAMEUR AFIF</i>	<i>MCA</i>		<i>UNIV-MASCARA</i>
<i>Mr DELLA KRACHAI Mohammed</i>	<i>MCB</i>	<i>Invité</i>	<i>USTO-MB</i>

*Année Universitaire : 2019-2020*

14 juillet 2020



UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ORAN  
MOHAMED-BOUDIAF

## *Résumé*

Faculté de Génie Electrique

Département d'Electronique

Docteur en science

### **Commande Avancée des systèmes non-linéaires, Application à la commande d'un drone Quadrotor**

by Mr. Redouane AYAD

Cette thèse dans le domaine de l'automatique porte sur la conception de lois de commande pour le contrôle d'un drone VTOL ( : vertical take off and landing) de type Quadrotor. Ces lois de commande sont soumises à plusieurs contraintes liées à la conception matérielle et à l'environnement. Les drones Quadrotors sont des systèmes non-linéaires, fortement couplés et sous-actionnés. Une nouvelle stratégie de contrôle est présentée, basée sur un FOPID (Fractional Order PID) : PID d'ordre fractionnaire ( $PI^\lambda D^\mu$ ), qui permet le contrôle complet du quadrotor (attitude et position), et assurer la stabilité en vol stationnaire ainsi que durant les différentes manœuvres (tangage, roulis, et lacet). L'objectif de notre thèse est double. Il s'agit tout d'abord de mener une conception pour la synthèse et le réglage des paramètres du FOPID ( $PI^\lambda D^\mu$ ) en utilisant une méthode de Black-Nichols modifiée. Ensuite, il comprend l'implémentation du système de commande, ainsi développé, sur un simulateur developpé sous Matlab-Simuink, puis sur un drone réel. Les indices ISE (Integral Square Error) et ISCI (Integral Squared Control Input) sont utilisés pour la quantification des résultats. Les résultats sont comparés à un contrôleur PID d'ordre entier (IOPID) et à un contrôleur hybride Fuzzy-PID dans deux scénarios réalistes, en tenant compte des incertitudes paramétriques, de la charge utile supplémentaire et du bruit des capteurs. Selon les indices de performance, le FOPID présente les meilleures performances en termes de précision et de consommation d'énergie par rapport aux autres techniques non linéaires. Deux Drones Quadrotor ont été réalisés pour l'implémentation de la commande. Le premier est à base du Lynxmotion Quadriino (Contrôleur de Vol pour Drone/UAV Nano, avec GPS) et le deuxième à base de la RASPBERRY 3 et la centrale inertielle NAVIO+. Il a été démontré qu'il est possible d'améliorer significativement la robustesse et les performances de la commande. Ainsi, les contrôleurs linéaires basés sur des techniques FOC (Fractional Order control) peuvent obtenir des résultats similaires ou meilleurs que les autres techniques non linéaires traditionnelles pour les drones.

## *Remerciement*

En tout premier lieu, je remercie le bon Dieu, tout puissant, de m'avoir donné la force pour survivre, ainsi que l'audace pour dépasser toutes les difficultés.

Il me sera très difficile de remercier tout le monde car c'est grâce à l'aide de nombreuses personnes que j'ai pu mener cette thèse à son terme. Je voudrais tout d'abord remercier grandement mon directeur de thèse Monsieur Wahid Nouibat, Professeur à l'Université des sciences et de la technologie Mohammed Boudiaf d'Oran, qui m'a encadré tout au long de cette thèse et qui m'a fait partager ses brillantes intuitions. Qu'il soit aussi remercié pour sa gentillesse, sa disponibilité permanente et pour les nombreux encouragements qu'il m'a prodigués.

Je remercie Mme Yasmina Bestaoui Sebbane, Allah yerhamha, Professeur en Automatique et Robotique à l'Université d'Evry Val d'Essonne, qui nous a quittés en Janvier 2019, m'a non seulement initié à la Recherche dans le domaine des drones, mais elle m'a aussi prodigué de nombreux conseils pour bien débuter ma recherche dont cette thèse est l'accomplissement. Je suis ravi d'avoir travaillé en sa compagnie car outre son appui scientifique, elle a toujours été là pour me soutenir et me conseiller au cours de l'élaboration de cette thèse. Qu'elle en soit remerciée.

Je remercie Madame Samia Bouchafa, directeur du laboratoire IBISC de l'université d'Evry Val d'Essonne, ainsi que Monsieur Said Maamar Vice-recteur de l'université de Paris-Saclay. Cette thèse est le fruit d'une collaboration de plus de cinq années avec eux. C'est à leurs côtés que j'ai compris ce que rigueur et précision voulaient dire.

J'adresse tous mes remerciements à Monsieur Daou Bachir, Professeur à l'Université des sciences et de la technologie Mohammed Boudiaf d'Oran, de l'honneur qu'il m'a fait en acceptant d'être président de jury de cette thèse.

J'exprime ma gratitude à Monsieur Afif BENAMEUR maître de conférences à Université de Mascara, à Monsieur Abdelhafid MOUALDIA maître de conférences à Université de MEDEA, à Monsieur Benghanem Mustapha Professeur à l'Université des sciences et de la technologie Mohammed Boudiaf d'Oran, ainsi que Monsieur Mohamed Chenafa, Professeur à l'ENPO pour avoir acceptés de participer à mon jury de thèse et pour leur participation scientifique ainsi que le temps qu'ils ont consacré pour examiner ma recherche. qui ont bien voulu être examinateurs.

Je tiens à remercier particulièrement Monsieur Mohamed DELLA KRACHAI maître de conférences à l'Université des sciences et de la technologie Mohammed Boudiaf d'Oran, pour toutes nos discussions et ses conseils qui m'ont accompagné tout au long de mon cursus à l'USTO, Il m'est impossible de l'oublier pour son aide précieuse pour ma recherche. Il a toujours fait tout son possible pour m'aider.

Enfin, je tiens à remercier mes frères Zareb Mohamed Elmehdi, Bouzgou Kamel, Ibari Benaoumer, Younes Boucetta ainsi que tous les membres de laboratoire LEPESA et toutes les personnes avec qui j'ai partagé mes études et notamment ces années de thèse.

Mes derniers remerciements vont à mes parents, mes frère et sœurs ainsi que ma femme qui ont tout fait pour m'aider, qui m'ont soutenu et surtout supporté dans tout ce que j'ai entrepris.



*Toutes les lettres ne sauraient trouver les mots qu'il faut . . . Tous les mots ne sauraient exprimer la gratitude, l'amour, Le respect, la reconnaissance. . . Aussi, c'est tout simplement que Je dédie cette Thèse à mes parents Bachir Ayad et Bouderval Malika, mes frère et sœurs (Imad, Lila, Sihem, et Soumia). A ma chère femme (Faiza Bouhend) mes filles Djihene et Nihel, ainsi qu'à mes filles sportives Yasmine Douma, Chaimae Hellal Berouane, et Amina Belaribi.*

# Table des matières

---

<b>Table des matières</b>	<b>ix</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xiii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xvii</b>
<b>Liste des Abréviations</b>	<b>xix</b>
<b>Liste des Symboles</b>	<b>xxi</b>
<b>1 Introduction générale</b>	<b>1</b>
1.1 PROBLEMATIQUE DE LA THESE . . . . .	2
1.2 HYPOTHESES DE TRAVAIL . . . . .	2
1.3 METHODOLOGIE : Contribution, outils d'analyse et techniques d'investigation . . . . .	3
1.4 Organisation de la thèse . . . . .	3
<b>2 Etat de l'art</b>	<b>5</b>
2.1 Vue d'ensemble sur les drones . . . . .	5
2.2 Definition du drone . . . . .	6
2.3 Classtification de drones . . . . .	7
2.3.1 Types de drones . . . . .	7
Drones plus lourds que l'air . . . . .	7
Drones plus légers que l'air . . . . .	8
2.3.2 Catégorie des Drones . . . . .	9
2.4 Développement des Types de drones . . . . .	9
2.4.1 Le Quadro rotor . . . . .	10
2.4.2 L'Hexarotor . . . . .	11
2.4.3 Drones à voilure fixe . . . . .	12
2.4.4 Drones à ailes battantes . . . . .	13
2.4.5 Drone monorotor, coaxial et à ventilateur canalisé . . . . .	14
2.4.6 Drones octocoptères, planeurs,dirigeable, et à propulsion ionique . . . . .	15
2.4.7 Cyclocopter, Spin Copter, Coanda, Parafoil et cerfs-volants . . . . .	17
2.5 Les thématiques de recherche dans le domaine des drones . . . . .	18
2.6 conclusion . . . . .	19
<b>3 Conception et prototypage de drones</b>	<b>21</b>
3.1 Les objectifs . . . . .	21

3.2	Revue sur les multirotors . . . . .	22
3.3	Les Opérations structurelles . . . . .	23
3.3.1	La Rotation autour de l'axe $Z_B$ . . . . .	24
3.3.2	Variation des angles caractéristiques . . . . .	25
3.3.3	Variation de la longueur des bras . . . . .	25
3.3.4	Les Rotors coaxiaux . . . . .	25
3.3.5	Variation du nombre de rotors . . . . .	26
3.4	Plateformes quadrotor les plus populaires . . . . .	26
3.5	La Configuration de drone autonome . . . . .	28
3.6	Le Matériel . . . . .	28
3.6.1	La carte NAVIO+ . . . . .	29
	Le Gyroscope . . . . .	29
	L'Accéléromètre . . . . .	30
	Capteurs de pression pour l'altitude . . . . .	31
	Capteurs de pression pour la vitesse d'air . . . . .	31
3.6.2	La carte RaspBerry Pi 3 . . . . .	32
3.6.3	Le châssis . . . . .	32
3.6.4	Les Hélices . . . . .	33
3.6.5	Les Moteurs Brushless(BLDC) . . . . .	33
3.6.6	Les Contrôleurs électroniques de vitesse (ESC : Electronic speed control) . . . . .	35
3.6.7	LA Batterie Li-Po . . . . .	35
3.6.8	L'harnais de distribution d'énergie . . . . .	36
3.6.9	Le Module d'énergie . . . . .	36
3.7	les Logiciels . . . . .	36
3.7.1	La Station de contrôle au sol GCS (Ground Control Station) . . . . .	36
3.7.2	Le protocole Mavlink . . . . .	37
3.7.3	Emlid Raspbian Image . . . . .	37
3.7.4	Ardupilot . . . . .	37
3.7.5	ROS(Robot Operating System) . . . . .	38
3.7.6	Le Noeud Mavros . . . . .	38
3.8	Le SIRAJ-J1 . . . . .	38
3.9	Le IBISC-V1 . . . . .	40
3.10	Conclusion . . . . .	40

## I Modélisation mathématique et syntèse des lois de commande 41

4	Modélisation du quadrotor <span style="float: right;">43</span>
4.1	Récapitulatif . . . . . <span style="float: right;">43</span>
4.2	Les Repères de références . . . . . <span style="float: right;">45</span>
4.2.1	Matrices de Rotation . . . . . <span style="float: right;">46</span>
4.3	Les repères de coordonnées du quadrirotor . . . . . <span style="float: right;">49</span>
4.3.1	Le repère inertiel $F^i$ . . . . . <span style="float: right;">49</span>
4.3.2	Le repère véhicule $F^v$ . . . . . <span style="float: right;">49</span>
4.3.3	Le repère véhicule-1 $F^{v1}$ . . . . . <span style="float: right;">50</span>
4.3.4	Le repère véhicule-2 $F^{v2}$ . . . . . <span style="float: right;">50</span>

4.3.5	Le repère local $F^b$ . . . . .	50
4.4	l'Équation de Coriolis . . . . .	52
4.5	La Modélisation cinématique et dynamique du Quadrotor . . . . .	53
4.5.1	Variables d'état du quadrotor . . . . .	55
4.5.2	La Cinématique du quadrotor . . . . .	55
4.6	La Dynamique du Quadrotor . . . . .	56
4.7	Forces et moments . . . . .	58
4.8	Modèles simplifiés . . . . .	61
4.8.1	Modèle pour l'estimation . . . . .	61
4.8.2	Modèle pour la conception des contrôleurs . . . . .	62
4.9	Conclusion . . . . .	64
<b>5</b>	<b>Le calcul d'ordre fractionnaire</b> . . . . .	<b>65</b>
5.1	Pourquoi un ordre fractionnaire ? . . . . .	65
5.2	Bref aperçu historique . . . . .	69
5.3	Opérateurs d'ordre fractionnaire : définitions et Propriétés . . . . .	70
5.3.1	Introduction . . . . .	70
5.3.2	Intégrales d'ordre fractionnaire . . . . .	70
5.3.3	Dérivés d'ordre fractionnaire . . . . .	71
5.3.4	Transformée de Laplace et de Fourier . . . . .	72
5.4	Équations différentielles d'ordre fractionnaires et fonctions de transfert . . . . .	73
5.4.1	Equations de relaxation et d'oscillation . . . . .	73
5.4.2	Solutions numériques . . . . .	75
5.5	Conclusion . . . . .	77
<b>6</b>	<b>Le contrôle d'ordres fractionnaires</b> . . . . .	<b>79</b>
6.1	Pourquoi le contrôle d'ordres fractionnaires : examen historique . . . . .	79
6.2	Les Actions de contrôle d'ordre fractionné généralisées . . . . .	81
6.2.1	L'Action proportionnelle . . . . .	81
6.2.2	L'Action intégrale . . . . .	81
6.2.3	L'Action dérivée . . . . .	83
6.3	Le régulateur PID généralisé . . . . .	85
6.3.1	Récapitulatif . . . . .	85
6.3.2	Régulateur PID classique ( <i>IOPID</i> ) . . . . .	86
6.3.3	Le contrôleur PID d'ordre fractionnaire ( <i>FOPID</i> ) . . . . .	89
6.4	Conclusion . . . . .	89
<b>II</b>	<b>Les Expérimentations</b> . . . . .	<b>91</b>
<b>7</b>	<b>La Stratégie de contrôle proposée</b> . . . . .	<b>93</b>
7.1	Revue sur les stratégie de contrôle des multirotores . . . . .	93
7.2	Les modes de vol . . . . .	95
7.3	les Architectures de contrôle . . . . .	96
7.4	La stratégie de contrôle proposée . . . . .	97
7.4.1	L'Approche SISO . . . . .	99
7.4.2	Le réglage des paramètres des <i>FOPIDs</i> avec la méthode MBNM (MODIFIED-BLACK-NICHOLS METHOD) . . . . .	100

7.4.3	La Méthode de réglage MBNM	100
7.4.4	l'approche MIMO	104
7.4.5	Le Sous-Système de Position	105
7.5	conclusion	106
<b>8</b>	<b>Simulations et résultats</b>	<b>107</b>
8.1	Les scénarios de comparaison	107
8.1.1	Le Scénario de base	108
8.1.2	Le second scénario	109
8.2	Le contexte de la comparaison	109
8.3	Les Résultats de simulation numérique	110
8.3.1	Le scénario de base	110
8.3.2	Le scénario de base	113
8.4	Conclusion	120
<b>9</b>	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>121</b>
9.1	Conclusion	121
9.2	Perspectives	123
<b>A</b>	<b>Quelques définitions de base</b>	<b>127</b>
A.1	Etalonnage des capteurs	127
A.2	Mise en place du drone	128
<b>B</b>	<b>Modèle Simulink Complet</b>	<b>131</b>
<b>C</b>	<b>Publications</b>	<b>139</b>

## Table des figures

---

2.1	Classification des UAV selon le principe de vol. . . . .	8
2.2	Deux méthodes de catégorisation d’UAV trouvées dans la littérature. A gauche : temps de vol versus masse d’UAV (inspiré de Floreano et Wood [66]). A droite : Degré d’autonomie versus degré de sociabilité (inspiré de Liew [94]). . . . .	8
2.3	Quelques prototypes de quadrotor (par ordre alphabétique : [92], [84], [133] - [55]). . . . .	10
2.4	Quelques prototypes de HexaCopter. . . . .	11
2.5	Quelques prototypes d’UAV à voilure fixe. . . . .	12
2.6	Quelques prototypes d’UAV à ailes battantes. . . . .	14
2.7	Quelques prototypes de drones monorotor. . . . .	15
2.8	Quelques prototypes d’octocoptères ((a)-(b)), de multirotors (c), de planeurs ((d)-(e)), de dirigeables (f) et de drone à propulsion ionique(g). . . .	16
2.9	Quelques prototypes les cycloptères ((a)-(b)), les spincoptères ((c)-(d)), le drone Coanda (e), le drone parafoil (f) et le cerf-volant (g). . . . .	17
2.10	Répartition thématique de la recherche sur les UAV en 2006-2016 (données tirées de [94]) . . . . .	19
3.1	Les Plateformes quadrotors plus connues. . . . .	22
3.2	la configuration Quadrotor. . . . .	23
3.3	Operations structurelles appliquees [28]. . . . .	24
3.4	Plates formes multirotors populaires. . . . .	27
3.5	La Carte Navio+. . . . .	28
3.6	La Carte Raspberry Pi 3. . . . .	32
3.7	Le châssis Crazy2Fly. . . . .	33
3.8	Les Hélices au sens horaire et anti-horaire. . . . .	34
3.9	Lynxmotion Brushless Motor 28x30 1000kv. . . . .	34
3.10	Lynxmotion 12A Multirotor ESC. . . . .	35
3.11	La batterie Li-Po de LynxMotion. . . . .	35
3.12	L’harnais de distribution d’énergie. . . . .	36
3.13	Le Module d’énergie. . . . .	37
3.14	Schémas montrant la communication du logiciel. . . . .	38
3.15	La carte de control MULTIWII à base d’Arduino. . . . .	39
3.16	Notre Prototype de Quadrotor IBISC-V1 . . . . .	39
3.17	Notre Prototype de Quadrotor SIRAJ-J1. . . . .	40
4.1	Rotation de repère en 2D . . . . .	45

4.2	Rotation d'un vecteur $P$ autour du vecteur unitaire $n$ d'un angle de $\mu$ pour obtenir le vecteur $q$ . . . . .	47
4.3	La Rotation de $\mathbf{p}$ autour de l'axe- $z$ . . . . .	48
4.4	Le repère inertiel. L'axe des $x$ est pointé vers le nord, l'axe des $y$ est pointé vers l'est et l'axe des $z$ vers le centre de la Terre. . . . .	49
4.5	Le repère véhicule. L'axe des $x$ est pointé vers le nord, l'axe des $y$ est pointé vers l'est et l'axe des $z$ vers le centre de la Terre. . . . .	49
4.6	Le repère véhicule-1. Si les angles de roulis et de tangage sont égaux à zéro, l'axe des $x$ indique le nez de l'aéronef, l'axe des $y$ indique l'aile droite et l'axe de $z$ pointe vers le centre de la Terre. . . . .	50
4.7	Le repère véhicule-2. Si les angles de roulis et de tangage sont égaux à zéro, l'axe des $x$ indique le nez de l'aéronef, l'axe des $y$ indique l'aile droite et l'axe de $z$ pointe vers le centre de la Terre. . . . .	51
4.8	Le repère local. L'axe des $x$ indique le nez de l'aéronef, L'axe des $y$ indique l'aile droite et l'axe des $z$ pointé sortant du le centre de gravité. . . . .	51
4.9	Dérivation de l'equation de Coriolis. . . . .	52
4.10	Definition des axes. . . . .	54
4.11	Les moments d'inertie du quadrotor. . . . .	57
4.12	La vue de dessus du quadrotor. . . . .	59
4.13	Définition des forces et des couples agissant sur le quadrotor. . . . .	59
5.1	plan d'intégration x-y. . . . .	67
5.2	Fonctions de Mittag-Leffler $\mathcal{E}_\alpha(-t^\alpha)$ pour $\alpha = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$ . . . . .	74
5.3	Fonctions de Mittag-Leffler $\mathcal{E}_\alpha(-t^\alpha)$ pour $\alpha = 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2$ . . . . .	75
6.1	Schéma fonctionnel d'un système en boucle fermée avec des actions de contrôle d'ordre fractionnaire. . . . .	81
6.2	Action de commande intégrale pour un signal d'erreur carré. . . . .	82
6.3	Action de la commande dérivée pour un signal d'erreur trapézoïdal. . . . .	84
6.4	Le diagramme de BODE du contrôleur PID classique avec $Kp = 1, Ki = 1, Kd = 1$ . . . . .	87
6.5	Le diagramme de BODE du contrôleur PID classique avec $Kp = 1, Ki = 0,5, Kd = 1$ . . . . .	87
6.6	Extension du contrôleur PID des points vers un plan. . . . .	88
6.7	Le diagramme de BODE du contrôleur PID d'ordre Fractionnaire avec $k = \omega_f = \delta_f = 1$ , et $\lambda = \mu = 0.5$ . . . . .	88
7.1	Exemple des architectures de contrôle [28]. . . . .	96
7.2	La stratégie et architectures de contrôle. . . . .	98
7.3	Modèle MIMO simulink du quadrotor . . . . .	103
7.4	Le diagramme de Black-Nichol du Roulis l'ajout d'un régulateur proportionnel compensateur-à-avance-de-phase $Kp = (0.02, 0.2, 1)$ . . . . .	104
7.5	L'effet de l'ordre fractionnaire $\mu$ dans le diagramme Black-Nichols du Roulis $\mu = (0.9, 1, 1.1, 1.2)$ . . . . .	105
7.6	Le Diagramme de Black-Nichols du roulis après l'ajout d'un régulateur d'ordre fractionnaire $PI^\lambda$ avec $\lambda = (0.6, 1, 1.3, 1.6)$ . . . . .	106
8.1	Les angles de roulis, tangage et lacet dans le scénario de base . . . . .	110

8.2	Les translation sur les axes X,Y et Z dans le scénario de base . . . . .	111
8.3	La trajectoire du scénario de base . . . . .	111
8.4	Les angles de roulis, tangage et lacet dans le scénario de base avec des incertitudes paramétriques . . . . .	112
8.5	Les translation sur les axes X,Y et Z dans le scénario de base avec des incertitudes paramétriques . . . . .	112
8.6	La trajectoire du scénario de base avec des incertitudes paramétriques . . . . .	113
8.7	Les angles de roulis, tangage et lacet dans le scénario de base avec une masse supplémentaire . . . . .	114
8.8	Les translation sur les axes X,Y et Z dans le scénario de base avec une masse supplémentaire . . . . .	114
8.9	La trajectoire du scénario de base avec une masse supplémentaire . . . . .	115
8.10	Les angles de roulis, tangage et lacet dans le scénario de base avec des bruits de capteurs . . . . .	115
8.11	Les translation sur les axes X,Y et Z dans le scénario de base avec des bruits de capteurs . . . . .	116
8.12	La trajectoire du scénario de base avec des bruits de capteurs . . . . .	116
8.13	L'attitude dans le deuxième scénario . . . . .	117
8.14	Les translations $x$ , $y$ et $z$ dans le deuxième scénario . . . . .	117
8.15	La trajectoire 3D spirale du deuxième scénario . . . . .	117
8.16	Position in Basic scenario . . . . .	118
8.17	L'attitude dans le deuxième scénario avec des des incertitudes paramétriques et masse supplémentaire . . . . .	118
8.18	Les translations $x$ , $y$ et $z$ dans le deuxième scénario avec des des incertitudes paramétriques et masse supplémentaire . . . . .	119
8.19	La trajectoire 3D spirale du deuxième scénario . . . . .	119
8.20	Position in Basic scenario . . . . .	120
A.1	Architecture de contrôle du prototype IBISC-V1 . . . . .	129
B.1	Modèle MIMO simulink du quadrotor . . . . .	132
B.2	Controle d'ordre fractionnaire du Sous-système de position . . . . .	133
B.3	Controle d'ordre fractionnaire du Sous-système d'attitude . . . . .	134
B.4	Modèle mathématique du Quadrotor . . . . .	135
B.5	calcul des Omegas . . . . .	136
B.6	calcul des angles de rotation . . . . .	137
B.7	calcul des déplacement $x$ , $y$ , $z$ . . . . .	138

## Liste des tableaux

---

2.1	La méthode de classification la plus commune des drones. . . . .	6
7.1	Les paramètres des FOPIDs pour tous les composants de l'attitude . . . . .	104
8.1	Les paramètres du Quadrotor. . . . .	108
8.2	Les mesures de ISE et ISCI pour chaque scénario . . . . .	119

## Liste des Abréviations

---

<b>VTOL</b>	Vertical take off and landing
<b>PID</b>	Proportional-Integral-Derivative
<b>IOPID</b>	Integer Order Proportional-Integral-Derivative
<b>FOPID</b>	Fractional-Order-Proportional-Integral-Derivative
<b>DFOPID</b>	Digital Fractional-Order Proportional-Integral-Derivative
<b>ISE</b>	Integral Square Error
<b>ISCI</b>	Integral Squared Control Input
<b>FOC</b>	Fractional Order control
<b>UAVs</b>	Unmanned Aerial Vehicle
<b>SISO</b>	Single-Input-Single-Output
<b>MIMO</b>	Multi-Input-Multi-Output
<b>MBNM</b>	Modified Black-Nichols Method
<b>FOMCON</b>	Fractional Order Modelling and Control
<b>ISE</b>	Integral square Error
<b>ISCI</b>	Integral Square Control Input
<b>IMU</b>	Inertial Measurement Unit
<b>GNSS</b>	Global Navigation Satellite System
<b>MAV</b>	Micro Aerial Vehicle
<b>UAS</b>	Unmanned Aerial System
<b>HRI</b>	Human Robot Interaction
<b>EKF</b>	Extended Kalman Filter
<b>DOF</b>	Degrees Of Freedom
<b>IBISC</b>	Informatique, BioInformatique, Systèmes Complexes
<b>GPS</b>	Global Positioning System
<b>MLI</b>	Modulation de Largeur d'Impulsion
<b>PWM</b>	Pulse Width Modulation
<b>PPM</b>	Pulse-Position Modulation
<b>MEMS</b>	Microelectromechanical systems
<b>CW</b>	Clockwise
<b>CCW</b>	Counterclockwise
<b>ESC</b>	Electronic Speed Control
<b>LI-PO</b>	Lithium Polymer
<b>GCS</b>	Ground Control Station
<b>ROS</b>	Robot Operating System
<b>ENU</b>	East-North-Up
<b>NED</b>	Nord-Est-Bas
<b>FFT</b>	Fast Fourier Transform

**FC** Fractional Calculus  
**CRONE** Commande Robuste d'Ordre Non Entier

## Liste des Symboles

---

$\mathbb{N}$	L'ensemble des nombres naturels
$\mathbb{Z}$	L'ensemble des entiers
$\mathbb{R}$	L'ensemble des nombres réels
$\mathbb{R}^+$	L'ensemble des nombres réels non négatifs
$\mathbb{R}_{>0}$	L'ensemble des nombres réels positifs
$\mathbb{R}^n$	Espace vectoriel à $N$ dimensions sur le champ des nombres réels
$F^b$	Le repère local
$F^{v1}$	Le repère véhicule-1
$F^v$	Le repère véhicule
$F^i$	Le repère inertiel
$p_n$	La position inertielle (nord) du quadrotor le long de $\widehat{i}^i$ dans le repère inertiel
$p_e$	La position inertielle (est) du quadrotor le long de $\widehat{j}^i$ dans le repère inertiel
$h$	L'altitude du quadrotor mesurée le long de $-\widehat{k}^i$ dans le repère inertiel
$u$	La vitesse du repère local mesurée le long de $\widehat{i}^b$ dans le repère local
$v$	La vitesse du repère local mesurée le long de $\widehat{j}^b$ dans le repère local
$w$	La vitesse du repère local mesurée le long de $\widehat{k}^b$ dans le repère local
$\phi$	L'angle de roulis défini par rapport à $F^{v2}$
$\theta$	L'angle de tangage défini par rapport à $F^{v1}$
$\psi$	L'angle de lacet défini par rapport à $F^v$
$p$	Le taux de roulis mesuré le long de $\widehat{i}^b$ dans le repère $F^b$
$q$	Le taux de tangage mesuré le long de $\widehat{j}^b$ dans le repère $F^b$
$r$	Le taux de lacet mesuré le long de $\widehat{k}^b$ dans le repère $F^b$
$g$	La constante gravitationnelle
$\mathcal{D}$	L'Opérateur du calcul d'ordre fractionnaire
$\lambda$	l'ordre fractionnaire d'intégration
$\mu$	l'ordre fractionnaire de dérivation
$\mathcal{L}$	La transformée de Laplace
$\mathcal{F}$	La transformée de Fourier
$K_p$	Le gain proportionnel
$K_i$	Le gain d'intégration
$K_d$	Le gain de dérivation

# 1

## Introduction générale

---

La recherche scientifique dans le domaine des drones a connu un avancement accru, au cours de la dernière décennie. La conférence internationale IEEE / RSJ sur les robots et systèmes intelligents (IROS) et la conférence internationale IEEE sur la robotique et l'automatisation (ICRA) comptent plus de 60 articles sur les drones en 2016 seulement. Dans le secteur commercial, le rapport annuel sur les prévisions aérospatiales<sup>1</sup> publié par la FAA (Federal Aviation Administration) des États-Unis estime que plus de sept millions de drones seront achetés entre 2020 et 2026. Un autre rapport récent publié par PwC (Pricewaterhouse-Coopers)<sup>2</sup> estime le marché mondial des applications de drones à plus de 127 milliards de dollars en 2020. Cet avancement de la recherche et le développement des drones ont permis l'utilisation de ces engins autonomes dans le domaine militaire pour diverses missions classiques, telles que l'inspection, la surveillance, la reconnaissance vidéo en temps réel, la surveillance des frontières, les attaques air-sol et air-air, le brouillage des relais de communication, etc. Cependant, on voit les drones de plus en plus dans des zones civiles, ces dernières années, pour des applications multiples. D'une simple mission de prendre une photo ou vidéo aérienne, à la surveillance environnementale et météorologique, les applications civiles qui utilisent les drones ont multiplié où on peut citer les opérations de secours en cas de catastrophe, la détection des incendies, l'estimation des polluants, la cartographie, l'imagerie agricole, l'enregistrement de films, la surveillance du trafic, etc.

Il existe une grande variété de formes de drones (tailles, configurations et caractéristiques) telles que les drones terrestres, sous-marins, et aériens ou les UAVs (Unmanned Aerial Vehicle).

**Les cerfs-volants** sont une très bonne option de faible coût, de basse technologie et de faible poids dans les espaces ouverts avec des vents faibles. Leur perception comme un jouet peut être un avantage. En général, la hauteur de la caméra est de max. 50-80 m.

**Les Multicoptères** sont la plate-forme de drone la plus polyvalente. Grâce à leur capacité de survol, les photos peuvent être encadrées avec précision. L'assistance GPS permet un pilotage manuel facile et une planification de vol précise des missions autonomes. Le temps

---

1. Federal Aviation Administration (FAA).(2016) Aviation forecasts. » In : (). url : [http : //www.faa.gov/dataresearch/aviation/](http://www.faa.gov/dataresearch/aviation/). [64]

2. le deuxième plus grand cabinet de services professionnels au monde [149]

de vol est généralement de 10 à 20 minutes, le rayon de mission s'étend rarement sur 200 m et de 100 à 150 m de hauteur.

Les drones à voilure fixe peuvent fournir de longs temps de vol (jusqu'à  $> 1$  h) et sont donc parfaitement adaptés à la cartographie verticale de zones étendues. La planification des vols et des missions autonomes sont possibles. Le rayon de mission dépend fortement de la taille et de la visibilité de l'avion.

## 1.1 PROBLEMATIQUE DE LA THESE

Cette thèse dans le domaine de l'automatique porte sur la conception de lois de commande pour le contrôle d'un drone VTOL (vertical take off and landing) de type quadrotor. Ces lois de commande sont soumises à plusieurs contraintes liées à la conception matérielle et à l'environnement. Les drones quadricoptère sont des systèmes non linéaires, fortement couplés et sous-actionnés. Du point de vue théorique, nous devons élaborer de nouvelles lois de commande basées sur des méthodes existantes de contrôle des systèmes non-linéaires, pour assurer la stabilité de l'assiette (stabilité en vol stationnaire) et pour assurer la stabilité durant les différentes manœuvres (tangage, roulis, et lacet).

L'objectif de notre thèse est double. Il s'agit tout d'abord de mener des travaux théoriques pour la synthèse de nouvelles lois de commandes des systèmes non-linéaires, applications de ces dernières sur la commande d'un drone (VTOL : vertical take off and landing « quadri-rotor »). Ensuite, vient comprendre l'implémentation du système de commande, ainsi développé, sur simulateur, puis sur un drone réel.

Notre choix a été d'utiliser le contrôle d'ordre fractionnaire, plus précisément le correcteur  $PI^\lambda D^\mu$  d'ordre fractionnaire qui est une généralisation du correcteur PID classique, qui est une idée innovatrice dans le domaine des drones. Les  $PI^\lambda D^\mu$  d'ordre fractionnaire ont cinq (05) paramètres à régler à savoir le  $K_p, K_i, K_d$  et les fractions  $\lambda, \mu$ ; contrairement au PID classique où on avait que trois paramètres à régler ( $K_p, K_i, K_d$ ), d'où la nécessité de concevoir des algorithmes de réglage des 05 paramètres, tout en optimisant les résultats. L'intérêt d'utiliser ce correcteur est justifié par le fait d'avoir deux paramètres en plus (les ordres fractionnaires  $\lambda, \mu$ ), des actions d'intégration et de dérivation, nous donne une meilleure flexibilité dans la conception de la commande.

## 1.2 HYPOTHESES DE TRAVAIL

Jusqu'à maintenant plusieurs méthodes et techniques de réglage du correcteur  $PI^\lambda D^\mu$  ont été proposées, mais peu de chercheurs l'ont utilisés dans des systèmes complexes, tel que les drones. Pour cela nous avons proposé l'utilisation du calcul d'ordre fractionnaire pour l'amélioration des performances de ces systèmes asservis.

L'utilisation du contrôle d'ordre fractionnaire dans le domaine des drones, va nous permettre le réglage des paramètres des contrôleurs PID d'une façon très fine, ainsi que les fractions  $\lambda, \mu$  peuvent être utilisés pour satisfaire des performances additionnelles. Le drone va être beaucoup plus stable, en vol stationnaire il pourra ainsi corriger sa position rapidement si jamais il subira une rafale de vent (perturbations externes). Nous avons

développé une plate-forme quadrirotor, basée sur Raspberry **Pi3** et **Navio+**, pour une future implantation.

### 1.3 METHODOLOGIE : Contribution, outils d'analyse et techniques d'investigation

Pour contrôler l'attitude ou la position du quadrirotor, les chercheurs utilisent l'une des deux approches : l'approche **SISO : Single-Input-Single-Output** à entrée unique et à sortie unique ou l'approche **MIMO : Multi-Input-Multi-Output** à entrées multiples et à sorties multiples. L'approche SISO c'est quand on peut contrôler chaque composante de l'attitude ou de la position en tant qu'un système découplé, en négligeant l'effet gyroscopique, il devient donc facile de concevoir des contrôleurs. Dans l'approche MIMO, nous prenons en compte les termes de couplage ainsi que les effets gyroscopiques, et à ce titre nous nous rapprochons de la dynamique réelle du quadrotor.

La contribution de ce travail a été d'utiliser les deux approches (SISO et MIMO) ensemble pour le contrôle complet du quadrotor (attitude et position), et de concevoir des régulateurs *PID* d'ordre fractionnaire ( $PI^\lambda D^\mu$ ). Tout d'abord, nous utilisons l'approche SISO pour concevoir des contrôleurs d'ordre fractionnaire  $PI^\lambda D^\mu$  pour chaque composant de l'attitude (le roulis, le tangage et le lacet) et la position (lateral, longitudinal et l'élévation). Ensuite, nous utilisons ces régulateurs, ainsi synthétisés, dans le modèle MIMO du quadrotor, en tenant compte des non-linéarités, des effets gyroscopiques et de couplage. Une autre contribution est d'introduire l'ajustement de l'ordre fractionnaire intégral  $\lambda$  et de l'ordre fractionnaire différentiel  $\mu$  dans la méthode de réglage de Black-Nichols, qui nous permettra de proposer une nouvelle méthode de réglage que nous avons appelé **MBNM : Modified Black-Nichols Method**.

Plusieurs simulations ont été effectuées sur le modèle (MIMO NON-LINEAIR) Simulink du quadrirotor avec le ToolBox **FOMCON** (*Fractional Order Modelling and Control*) pour prouver et valider les performances de nos contrôleurs en tenant compte de plusieurs scénarios. Une attention particulière est accordée à la précision du suivi de trajectoire, à l'applicabilité des signaux de contrôle et à l'énergie consommée qui tient compte de certains critères de performance, tels que l'intégrale de l'erreur quadratique (**ISE**), l'intégrale d'entrée de contrôle quadratique (**ISCI**) et l'erreur maximale absolue (MAE). Les résultats sont comparés avec deux autres techniques, à savoir : le contrôle **PID** classique et le contrôle hybride **Fuzzy-PID**. Une évaluation de la performance est présentée via les résultats de plusieurs scénarios et simulations numériques, avec des commentaires complémentaires sur les inconvénients et les avantages de chaque stratégie. Enfin, nous montrons que le **FOPID** est le meilleur contrôleur pour chaque scénario proposé.

### 1.4 Organisation de la thèse

Le manuscrit est divisé en deux parties : la partie I contient les chapitres de 4 à 6 et la partie II qui contient les chapitres 7 et 8. Les deux premiers chapitres ont été consacrés à l'état de l'art des drones et à leur conception et prototypage.

- **Chapitre 2** Présente un bref aperçu sur les drones et leur évolution durant ces dernières années, et montre la motivation de notre choix de considérer le Quadrotor comme un système à commander est qu'il est un système non-linéaire bien adapté pour la commande.
- **Chapitre 3** Présente les deux prototypes que nous avons réalisé au cours de cette thèse ainsi quelque aperçus sur la conception des multirotors et leur relation avec le quadrotor (configuration principale).
- **Chapitre 4** Décrit la modélisation dynamique et cinématique du quadrirotor.
- **Chapitre 5** fournit une introduction aux définitions de base et aux outils pour l'application du calcul fractionnaire en contrôle automatique.
- **Chapitre 6** Donne un aperçu historique du contrôle d'ordre fractionnaire. La base principale de l'application du calcul fractionnaire au contrôle est donnée.
- **Chapitre 7** Une brève revue des architectures de contrôle est présentée. ensuite nous présentons notre stratégie de contrôle basé sur une nouvelle conception du *FOPID* d'ordre fractionnaire ( $PI^\lambda D^\mu$ )
- **Chapitre 8** Présente plusieurs simulations effectuées sur le modèle (MIMO NON-LINEAIR) Simulink du quadrirotor avec le ToolBox **FOMCON** (*Fractional Order Modelling and Control*) pour prouver et valider les performances de nos contrôleurs.
- **Conclusion générale et perspectives 9** Donne quelques remarques concluante ainsi que des perspectives.

# 2

## Etat de l'art

---

### Résumé du Chapitre

Les résultats de notre recherche montrent que les types de drone se développent rapidement. Afin d'améliorer la compréhension des lecteurs et d'éviter toute confusion possible, ce chapitre présente un bref aperçu sur les drones et leur évolution durant ces dernières années, et montre la motivation de notre choix de considérer le Quadrotor comme un système à commander est qu'il est un système non-linéaire bien adapté pour la commande.

### 2.1 Vue d'ensemble sur les drones

La recherche scientifique dans le domaine des drones a connu un avancement accru, au cours de la dernière décennie. La conférence internationale IEEE / RSJ sur les robots et systèmes intelligents (IROS) et la conférence internationale IEEE sur la robotique et l'automatisation (ICRA) comptent plus de 60 articles sur les drones en 2016. Dans le secteur commercial, le rapport annuel sur les prévisions aérospatiales<sup>1</sup> publié par la FAA (Federal Aviation Administration) des États-Unis estime que plus de sept millions de drones seront achetés entre 2020 et 2026. Un autre rapport récent publié par PwC (PricewaterhouseCoopers)<sup>2</sup> estime le marché mondial des applications de drones à plus de 127 milliards de dollars d'ici la fin de l'année 2020. Cet avancement de la recherche et le développement de drones ont permis l'utilisation de ces engins autonomes dans le domaine militaire pour des diverses missions classiques, telles que l'inspection, la surveillance, la reconnaissance vidéo en temps réel, la surveillance des frontières, les attaques air-sol et air-air, ainsi que le brouillage des relais de communication, etc. Cependant, on voit les drones de plus en plus dans des zones civiles, ces dernières années, pour des applications multiples. D'une simple mission de prendre une photo ou vidéo aérienne, à la surveillance environnementale et météorologique, les applications civiles qui utilisent les drones ont multiplié où on peut citer les opérations de secours en cas de catastrophe, la détection des incendies,

---

1. Federal Aviation Administration (FAA). (2016) Aviation forecasts. » In : (). url : [http : //www.faa.gov/dataresearch/aviation/](http://www.faa.gov/dataresearch/aviation/). [64]

2. le deuxième plus grand cabinet de services professionnels au monde [149]

l'estimation des polluants, la cartographie, l'imagerie agricole, l'enregistrement de films, la surveillance du trafic, etc.

Il existe une grande variété de formes de drones (tailles, configurations et caractéristiques), où on trouve les drones terrestres, sous-marins, et aériens ou les UAVs (Unmanned Aerial Vehicle) (voir le tableau 2.3).

## 2.2 Définition du drone

Généralement connus sous le noms des DRONES, les UAVs sont des engins volants capables d'accomplir une mission automatiquement sans l'intervention d'un pilote humain à bord. Ils peuvent être pilotés à distance grâce à un télé-pilote à partir d'une **station sol**.

Historiquement, les UAVs étaient des simples avions pilotés à distance, mais le contrôle automatique est de plus en plus utilisé. Certains UAVs sont contrôlés à distance, et d'autres volent de façon autonome basée sur des plans de vol préprogrammés à l'aide de systèmes de navigation plus complexes. Le degré d'autonomie des drones varie d'un drone à l'autre, mais souvent on trouve une intégration des systèmes d'automatisation de base tel que le self-leveling en utilisant l'unité de mesure inertielle (IMU : inertial measurement unit), position holding en utilisant un capteur du système de navigation satellitaire (GNSS : global navigation satellite system), et "altitude-holding" en utilisant un baromètre ou un capteur de distance (Ultra-son par exemple).

Les drones avec un degré d'autonomie supérieur offrent plus de fonctions, telles que le décollage et l'atterrissage automatique, la génération de trajectoires, la planification de trajectoire et l'évitement d'obstacles.

Généralement les drones peuvent être considérés comme des robots volants. Dans la littérature et chez la communauté des utilisateurs de drones on trouve d'autres nominations pour les drones où on trouve les MAV (micro aerial vehicle), UAS (unmanned aerial system), VTOL (vertical take-off and landing aircraft), les multiRotors et les robots aériens. Dans cette thèse nous utiliserons les nominations Drone et UAV interchangeablement.

TABLE 2.1 – La méthode de classification la plus commune des drones.

Les Drones (UAVs)								
Les Drones plus légers que l'air		Les Drones plus lourds que l'air						
Les ballons	Les ballons dirigeables	Les drones à ailes		Les Drones à rotors		Drones convertibles		
		Drones à ailes fixes	Drones à ailes volantes	Hélicoptère	Monorotor		Birorotor	Trirorotor

## 2.3 Classtification de drones

La classification des UAVs est complexe, dans la mesure où elle diffère selon les pays. Les UAVs peuvent être classés en fonction de plusieurs critères : L'altitude et l'endurance. La taille (longueur, envergure, etc.), leur capacité à emporter des armements ou non (drones de surveillance / drones armés / drones de combats), leur caractère furtif ou non ;

### 2.3.1 Types de drones

Habituellement, les UAVs sont classés selon le mode de vol. Le tableau 2.1 présente la méthode de classification la plus commune, dans laquelle les UAV sont d'abord classés en fonction de la masse de leur véhicule où on distingue deux catégories : les plus légers que l'air, et les plus lourds que l'air. Les UAV «plus lourds que l'air» ont normalement une masse de véhicule importante et dépendent de la poussée aérodynamique ou propulsive pour voler. D'autre part, les UAV «plus légers que l'air» tels que les ballons et les dirigeables dépendent normalement de la force de flottabilité (par exemple, en utilisant de l'hélium ou de l'air chaud) pour voler.

#### Drones plus lourds que l'air

Les UAV «plus lourds que l'air» peuvent en outre être classés en deux catégories : «drones à ailes» ou «drone à rotors».

- Drones à ailes : cette catégorie (voir la figure 2.2(A)) regroupe les trois types de drones suivants :
  - Drones à ailes fixes (Fixed-Wing UAV). comme leurs nom l'indique se sont des drones de type avion.
  - Drones à ailes vollandes (Flying-Wing UAV). ces aéronefs ne possédant ni fuselage, ni empennage, et dont l'ensemble des différentes surfaces mobiles nécessaires à son pilotage est situé sur la voilure.
  - Drones à ailes battantes (voir la figure 2.2(C))(Flapping-Wing UAV). Ce sont des avions inspirés par des oiseaux et des insectes.
- Drones à rotors : ces aéronefs (voir la figure 2.2(B)) reposent sur plusieurs rotors et hélices dirigés vers le haut pour générer une poussée propulsive, y compris une multitude de multirotors.
  - Drones Hélicoptère.
  - Drones Monorotor.
  - Drones Birotor.
  - Drones Trirotor.
  - Drones Quadrotor.
  - Drones Hexarotor.
  - Drones Octarotor.
- Drones converttibles : ces aéronefs associent, grâce à leurs rotors basculants, les capacités de vol vertical de l'hélicoptère à celles des grandes vitesses de l'avion.

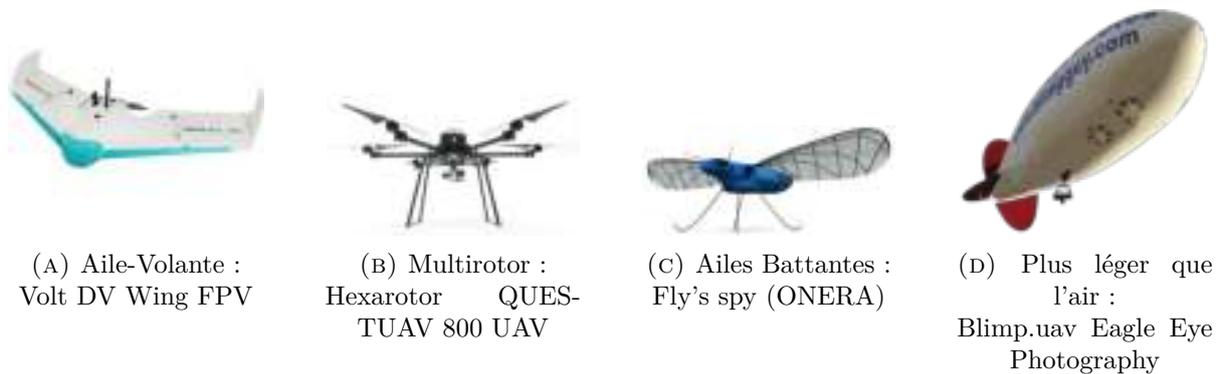


FIGURE 2.1 – Classification des UAV selon le principe de vol.

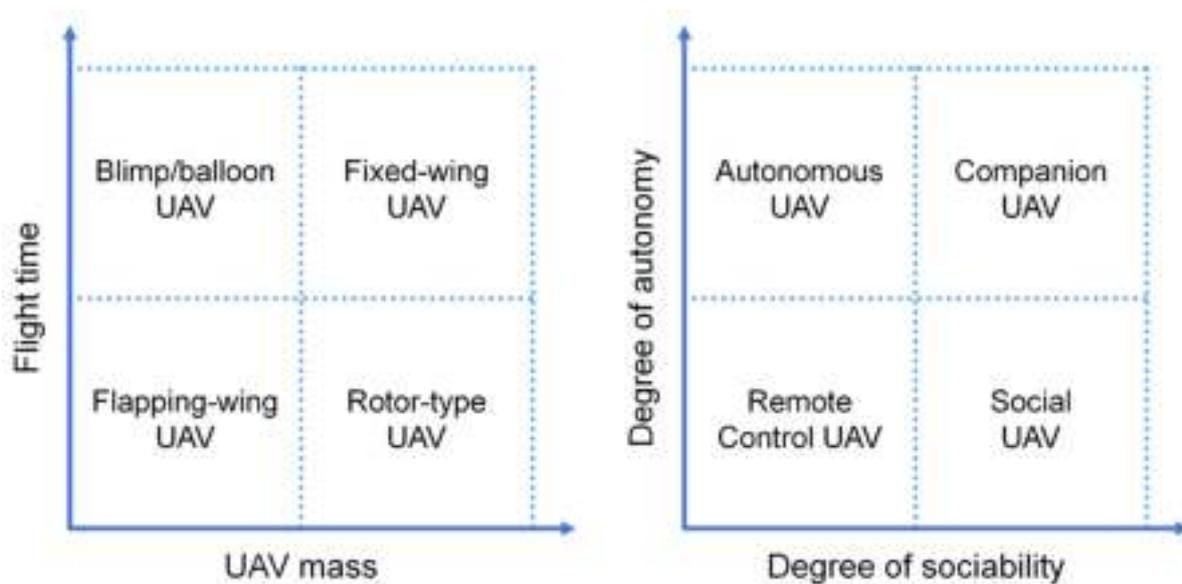


FIGURE 2.2 – Deux méthodes de catégorisation d'UAV trouvées dans la littérature. A gauche : temps de vol versus masse d'UAV (inspiré de Floreano et Wood [66]). A droite : Degré d'autonomie versus degré de sociabilité (inspiré de Liew [94]).

### Drones plus légers que l'air

Les UAV plus légers que l'air (voir la figure 2.2(D)), sont des aéronefs tels que les ballons et les dirigeables dépendent normalement de la force de flottabilité (par exemple, en utilisant de l'hélium ou de l'air chaud) pour voler. Ces véhicules bénéficient d'un fonctionnement silencieux et d'endurance. Grâce à leur longue capacité de vol en endurance, ces véhicules peuvent être utilisés pour la surveillance et la photographie aérienne. Cependant, en raison de leur manque de maniabilité, ces systèmes sont généralement attachés. La longe permet à l'utilisateur de garder le contrôle et d'empêcher le drone de dériver en raison des vents. Dans certains systèmes, le câble peut également servir de système de communication pour télécharger des informations à partir du véhicule.

### 2.3.2 Catégorie des Drones

Plus haut, nous avons présenté une classification des UAV en plusieurs types en fonction de leurs principes de vol. Dans la figure 2.2, Floreano et Wood [66] et Liew [94] fournissent des indications sur la manière dont les UAV peuvent être catégorisés avec deux composants principaux. Floreano et Wood [66] classent les UAV en deux composantes principales différentes : le temps de vol et la masse de l'UAV. Tandis qu'ils ont étudié 28 différents UAV à voilure fixe, à aile flottante et à rotor, comme le montre le diagramme conceptuel illustré à la figure 2.2 (à gauche). En général, les UAV à ailes battantes sont généralement petits et leur temps de vol est court. Les drones ballon / ballon dérigable sont légers et offrent une durée de vol plus longue. Les UAV à rotor et à voilure fixe sont généralement plus lourds. En supposant la même masse d'UAV et une conception optimale, les UAV à voilure fixe auraient un temps de vol plus long que les UAV à rotor en raison de leur plus grande efficacité aérodynamique.

D'autre part, Liew [94] propose de catégoriser les UAV en fonction du degré d'autonomie et du degré de sociabilité. Traditionnellement, les UAV sont contrôlés manuellement par des opérateurs humains et ont un faible degré d'autonomie et de sociabilité (UAV télécommandé). Progressivement, le long de l'axe vertical du degré d'autonomie, les chercheurs ont amélioré les aspects d'autonomie des UAV, tels qu'un meilleur contrôle réactif avec davantage de capteurs et de meilleurs algorithmes de planification de trajectoire (UAV autonome).

Essentiellement, les UAV autonomes sont moins dépendants des opérateurs humains et peuvent effectuer certaines tâches de vol simples de manière autonome. D'autre part, selon l'axe horizontal du degré de sociabilité, les chercheurs ont amélioré les aspects sociaux des UAV, tels que la conception d'UAV sécurisés pour l'interaction homme-robot (HRI), la mise au point d'un modèle de planification du mouvement d'UAV plus confortable et la construction d'une interface de communication intuitive permettant aux UAV de comprendre les humains (UAV social). Différents des UAV autonomes, les UAV sociaux ont souvent un faible degré d'autonomie. La plupart des chercheurs HRI se concentrent uniquement sur les aspects sociaux et contrôlent manuellement un drone à l'aide d'expériences du Magicien d'Oz. Liew [94] commence par formuler l'expression «UAV compagnon», dans laquelle il définit un UAV compagnon comme un véhicule possédant un degré élevé d'autonomie et de sociabilité. Outre les aspects liés à l'autonomie, tels que le contrôle de la stabilisation et la planification des mouvements, les UAV auxiliaires doivent également se concentrer sur les aspects de sociabilité, tels que le HRI sécurisé et l'interface de communication intuitive pour le HRI.

## 2.4 Développement des Types de drones

Les résultats de notre recherche montrent que les types de drone se développent rapidement. En effet, une large gamme de prototypes a été construite au cours des deux dernières décennies, sous l'impulsion des avancées technologiques dans les moteurs électriques, l'électronique embarquée, la communication sans fil, etc. pour améliorer la compréhension et éviter toute confusion, par la suite, nous résumons tous les types d'UAV proposés par les chercheurs. En plus des figures, nous décrivons brièvement la nouveauté de chaque exemple d'UAV, notamment les quadcoptères, hexacoptères, les drones à voilures fixes,

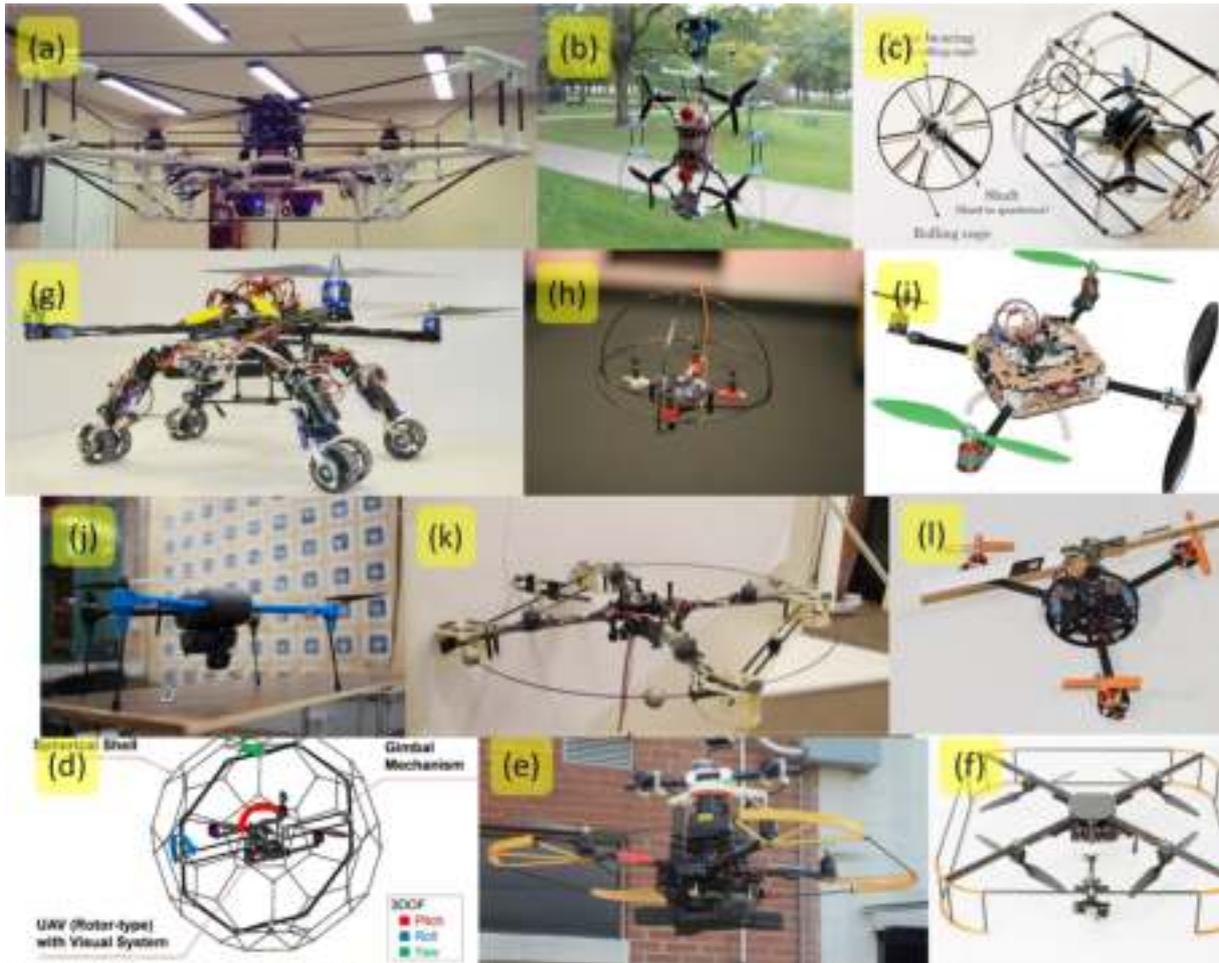


FIGURE 2.3 – Quelques prototypes de quadrotor (par ordre alphabétique : [92], [84], [133] - [55]).

les drones à ailes battants, les monorotors, les drones coaxiaux, les drones à ventilateurs gainés, les octocoptères, les planeurs, les dirigeables, les drones à propulsion ioniques, les cyclocoptères, les spinoptères, les Coanda, parafoil et les drone cerfs-volants.

### 2.4.1 Le Quadrotor

Un quadrotor, comme son nom l'indique, est un drone à quatre rotors (figure 2.3(a) - (l)). Papachristos et al [133] présente d'abord un quadrotor autonome (Figure 2.3 (a)) doté d'une unité de perception stéréoscopique à construire soi-même (DIY), capable de suivre une cible en mouvement et d'effectuer une navigation sans collision. Dans le but de réduire la consommation d'énergie des quadrotors, Kalantari et al [85] construisent un quadrotor (Figure 2.3 (b)) utilisant une nouvelle pince adhésive pour se percher et décoller de manière autonome sur des parois verticales lisses. Kalantari et Spenko [84] construisent l'un des premiers quadrotors hybrides (Figure 2.3 (c)) capable de locomotion aérienne et terrestre. Alors que ce quadrotor ne peut pivoter que dans un sens, Okada et al [123] présentent un quadrotor doté d'un mécanisme à cardan (Figure 2.3 (d)) qui permet au quadcoptère de tourner librement dans l'espace 3D. Le quadrotor développé convient aux applications d'inspection, car sa coque pivotante en forme de cardan aide

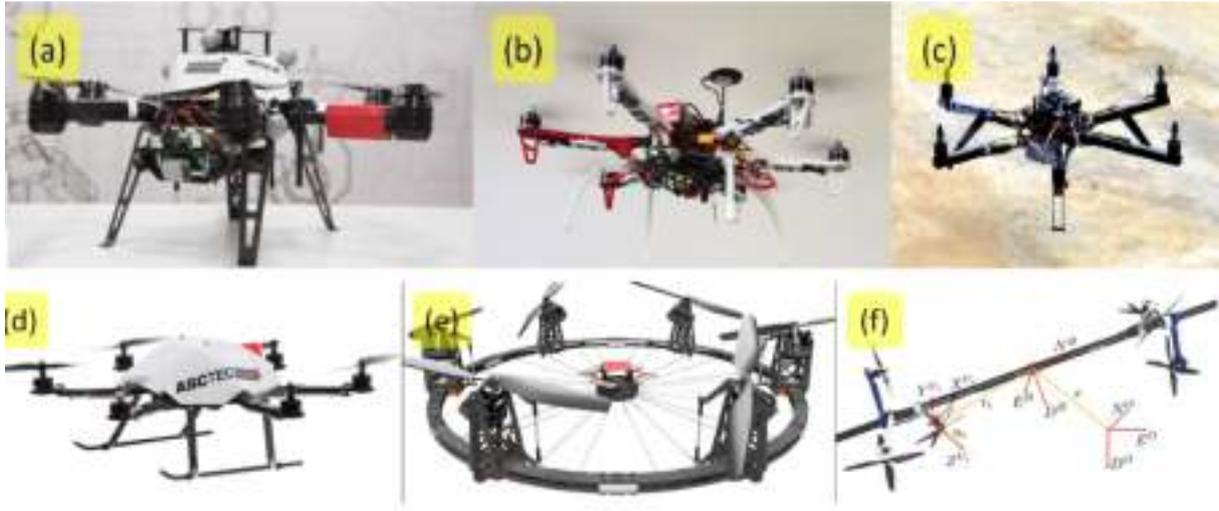


FIGURE 2.4 – Quelques prototypes de HexaCopter.

le quadcoptère à voler en toute sécurité dans un environnement confiné comportant de nombreux obstacles.

Shen et al [161] présente en premier lieu un quadricoptère autonome (Figure 2.3 (e)) capable de voler de manière robuste à l'intérieur et à l'extérieur en intégrant les informations d'une caméra stéréo, d'un capteur lidar 2D, d'un IMU, d'un magnétomètre, d'un altimètre à pression et Capteur GPS. Visant des applications dans les missions de recherche et de sauvetage, Ishiki et Kumon [83] présentent un quadrotor (Figure 2.3 (f)) équipé d'un réseau de microphones pour la localisation du son. Alors que le quadrotor hybride illustré à la Figure 2.3(c)) [84] est conçu pour rouler sur un terrain plat, Latscha et al [92] associent un quadrotor à deux robots mobiles en forme de serpent (Figure 2.3(g)), ce qui permet au robot hybride résultant de se déplacer efficacement en cas de catastrophe. Pour augmenter la sécurité et la robustesse d'un essaim de quadrotor, Mulgaonkar et al [117] conçoivent un petit quadrotor d'une masse de vingt-cinq grammes seulement (Figure 2.3 (h)).

À la recherche de meilleures performances, Oosedo et al [125] ont développé un quadrotor unique (Figure 2.3 (i)) capable de flotter de manière stable à différents angles d'inclinaison avec quatre hélices inclinables. Abeywar-dena et al [1] présentent un quadrotor (Figure 2.3 (j)) utilisant un filtre de Kalman étendu (EKF) pour produire une odométrie haute fréquence en fusionnant les informations provenant d'un capteur IMU et d'une caméra monoculaire. Darivianakis et al [52] construisent un quadrotor (Figure 2.3 (k)) capable d'interagir physiquement avec les infrastructures inspectées. Driessens and Pounds [55] présentent un quadcoptère «Y4» (Figure 2.3 (i)) alliant la simplicité d'un quadrotor classique à l'efficacité énergétique d'un hélicoptère.

## 2.4.2 L'Hexarotor

Un hexacoptère (Figure 2.4) est un UAV à six rotors, généralement utilisé lorsque les quadrotors ne sont pas assez puissants ou qu'une redondance limitée est requise en raison de l'équipement coûteux [73]. Burri et al [35] utilisent un hexacoptère (Figure 2.4 (a)) pour effectuer une étude d'identification du système. Plus précisément, ils collectent des informations à partir d'un capteur IMU embarqué, de la vitesse du moteur et de la



FIGURE 2.5 – Quelques prototypes d’UAV à voilure fixe.

pose de l’hexacoptère afin d’estimer le modèle dynamique complexe (nécessaire pour un vol de positionnement précis). En plus du capteur IMU, Zhou et al [181] combinent les informations visuelles de deux caméras orientées vers le bas pour effectuer une odométrie visuelle dans leur hexacoptère (Figure 2.4 (b)). D’autre part, Yol et al [178] démontrent un hexacoptère (Figure 2.4 (c)) qui pourrait effectuer une localisation basée sur la vision en utilisant une caméra orientée vers le bas et des images géoréférencées. La navigation et l’évitement d’obstacles sont également des sujets importants pour les UAV. Nguyen et al [121] démontrent leurs algorithmes de planification de trajectoire en temps réel et d’évitement d’obstacles avec un hexacoptère du commerce (Figure 2.4(d)).

Semblable à un quadrotor conventionnel, un hexacoptère conventionnel est un avion non holonomique, qui ne peut pas se déplacer horizontalement sans changer son assiette. Ryll et al [156] présentent un hexacoptère (Figure 2.4 (e)) qui pourrait se transformer d’hexacoptère conventionnel en hexacoptère holonomique, c’est-à-dire capable de se déplacer horizontalement sans incliner l’avion, en utilisant un servo permettant d’incliner simultanément les six rotors. De même, Park et al [29] conçoivent un hexacoptère spécial à six rotors bidirectionnels, alignés asymétriquement, qui permettent à l’hexacoptère (Figure 2.4 (f)) d’effectuer un vol entièrement actionné. Bien que la capacité holonomique d’un hexacoptère ne soit pas aussi économe en énergie qu’un hexacoptère conventionnel, elle présente plusieurs avantages, tels que sa résistance aux perturbations dues au vent, son vol de précision et son interaction intuitive entre drone et humains.

### 2.4.3 Drones à voilure fixe

Un drone à voilure fixe (figure 2.5), également appelé aéroplane, aéronef ou simplement un avion, est l’un des aéronefs les plus courants dans l’histoire de l’aviation. Comparé à un aéronef multirotor, un drone à voilure fixe offre généralement une sécurité de vol accrue (toujours capable de planer longtemps après une panne de moteur) et un temps de vol prolongé (beaucoup plus économe en énergie).

Les figures 2.5 (a) à (c) montrent trois UAV à voilure fixe typiques. Bryson et Sukkariéh [34] présentent une application de cartographie avec leur UAV à voilure fixe en intégrant les informations provenant d'un capteur IMU, d'un capteur GPS et d'une caméra monoculaire orientée vers le bas (figure 2.5 (a)). Hemakumara et Sukkariéh [78] se concentrent sur le thème de l'identification de système et visent à apprendre le modèle dynamique complexe de leur drone à voilure fixe en utilisant des processus gaussiens (figure 2.5 (b)). Morton et al. [115] se concentrent sur le développement du matériel, où ils détaillent la conception et les développements de leur UAV à énergie solaire et à voilure fixe (figure 2.5 (c)).

Comparé à un UAV multirotor, un UAV classique à voilure fixe consomme moins d'énergie en vol de croisière, mais n'a pas la capacité de vol stationnaire, dans lequel un UAV ne peut pas se maintenir en l'air et nécessite plus d'espace pour décoller et atterrir. Bapst et al. [11] ont pour objectif de combiner les avantages des deux types d'UAV, en présentant leur conception, leur modélisation et le contrôle d'un UAV pouvant décoller et atterrir verticalement (VTOL) comme un UAV multi-rotor et effectuer un vol de croisière comme un drone à voilure fixe (figure 2.5 (d)). Verling et al. [167] présentent une autre conception de ce type d'UAV hybride à voilure fixe basée sur une nouvelle approche de modélisation et de contrôleur, dans laquelle ils se concentrent sur la transition fluide et autonome entre le mode VTOL et le mode croisière (Figure 2.5 (e)).

Les chercheurs ont également exploré des sujets sur les UAV à voilure fixe aux formes transformables. Daler et al. [50] construisent un UAV à voilure fixe pouvant voler dans les airs et marchant sur le sol en faisant pivoter ses ailes (figure 2.5 (f)). D'Sa et al. [58] présentent un UAV pouvant voler dans une configuration à voilure fixe et effectuant un VTOL dans une configuration quadricoptère (Figure 2.5 (g)).

Alexis et Tzes [2] présentent un UAV hybride dans lequel l'UAV pourrait effectuer un vol de croisière comme un UAV à voilure fixe et effectuer un vol stationnaire comme un bicoptère (figure 2.5 (h)). Leur conception principale repose sur les structures hybrides ailes / hélices : dans la configuration à voilure fixe, les structures à une pale sont fixées aux bonnes positions et agissent comme des ailes ; dans la configuration du bicoptère, les structures à une pale tournent et agissent comme des hélices. Papachristos et al. [132] développent un autre type d'UAV hybride, où l'UAV pourrait effectuer un vol de croisière comme un UAV à voilure fixe et un vol stationnaire comme un tricoptère (figure 2.5 (i)).

Plusieurs UAV à voilure fixe de la taille d'une paume ont également été conçus par des chercheurs. Zufferey et Floreano [182] conçoivent un petit UAV à voilure fixe ne pesant que 30 grammes et capable de naviguer de manière autonome dans un environnement intérieur (figure 2.5 (j)). Malgré sa petite taille, le drone à voilure fixe de 30 grammes peut également éviter les obstacles en vol en s'appuyant sur la technique flux optique. Pounds and Singh [148] présentent un nouvel UAV à voilure fixe et économique en intégrant des dispositifs électroniques et des dispositifs produisant une portance dans un avion en papier (figure 2.5 (k)).

#### 2.4.4 Drones à ailes battantes

Un UAV à ailes battantes (Figure 2.6, également appelé ornithoptère et généralement de la taille d'une main, est un UAV qui génère une force de levage et une force vers l'avant en battant des ailes. Dans le but d'améliorer la modélisation aérodynamique, Rose et

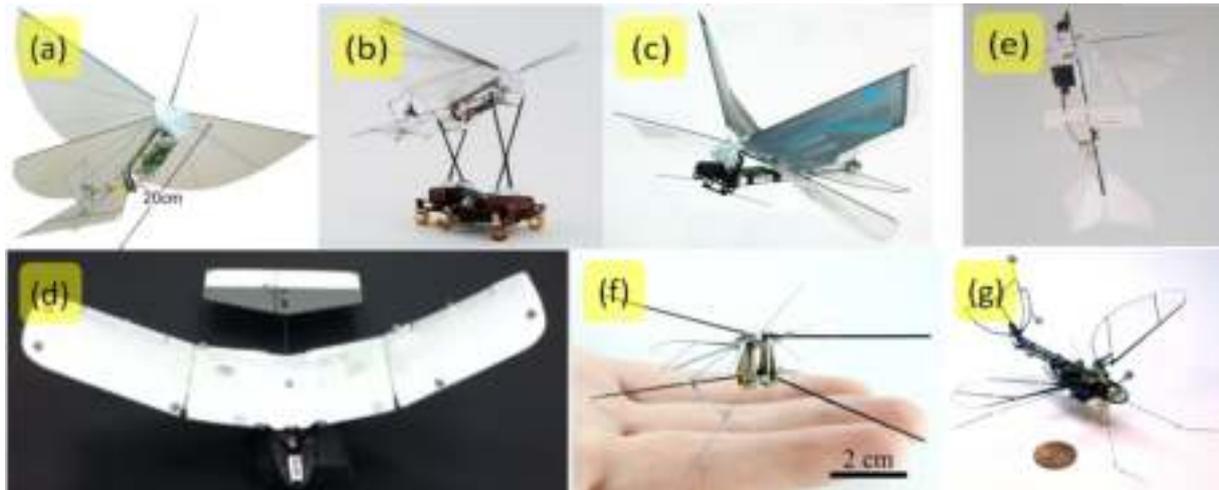


FIGURE 2.6 – Quelques prototypes d'UAV à ailes battantes.

Fearing [152] comparent les données de vol recueillies en soufflerie avec les données de vol recueillies en conditions de vol libre à l'aide de leur UAV à ailes battantes en forme d'oiseau —  $H^2$  Oiseau (Figure 2.6 (a)). Ils constatent que les données de vol recueillies dans la soufflerie ne sont pas assez précises pour prévoir les données de vol en vol libre et que des expériences supplémentaires sont nécessaires. Rose et al. [153] développent un système de lancement coordonné pour  $H^2$  bIRD en le montant sur un robot hexapédal (Figure 2.6 (b)). Grâce à l'aide du robot hexapédal,  $H^2$  Bird a une vitesse de lancement plus constante. Peterson et Fearing [137] développent un UAV à battant d'aile, capable de voler et de marcher sur le sol à la manière d'un robot bipède (Figure 2.6 (c)).

Inspiré par les oiseaux, Paranjape et al. [134] ont conçu un UAV à ailes battantes capable de se percher naturellement sur une chaise ou une main humaine (figure 2.6 (d)). L'une des caractéristiques uniques de leur drone est de contrôler la trajectoire de vol et les angles de cap en utilisant l'articulation des ailes. de l'autre côté, Lamers et al. [90] ont développé un UAV à ailes battantes doté d'un système de caméra mini monoculaire (Figure 2.6 (e)). En combinant la caméra et un capteur de proximité, leur drone peut réaliser une détection d'obstacle en appliquant un procédé d'apprentissage automatique.

Les UAV à ailes battantes avec des formes d'insectes sont également courants. Ma et al. [98] fabriquent un UAV à ailes battantes en forme d'abeille d'une masse de 380 mg en utilisant de nouvelles méthodes (figure 2.6 (f)). Après avoir détaillé leurs processus de conception et de fabrication, ils démontrent également un vol stationnaire avec le mini-UAV développé. Rosen et al. [154] développent un autre UAV à ailes battantes et à l'échelle des insectes, capable de voler et de voler en vol plané (figure 2.6 (g)).

#### 2.4.5 Drone monorotor, coaxial et à ventilateur canalisé

Un hélicoptère monorotor (Figure 2.7 (a) - (c)) est un drone qui utilise un rotor principal et un rotor de queue pour produire de la poussée pour le décollage et l'atterrissage vertical, en vol stationnaire, vers l'avant, vers l'arrière et latéralement. En utilisant un système de perception basé sur lidar, Merz et Kendoul [108] font la démonstration d'un hélicoptère capable d'éviter les obstacles et d'inspecter les infrastructures à courte portée. Backus et al [8] se concentrent sur la manipulation aérienne d'un hélicoptère. Plus précisément,

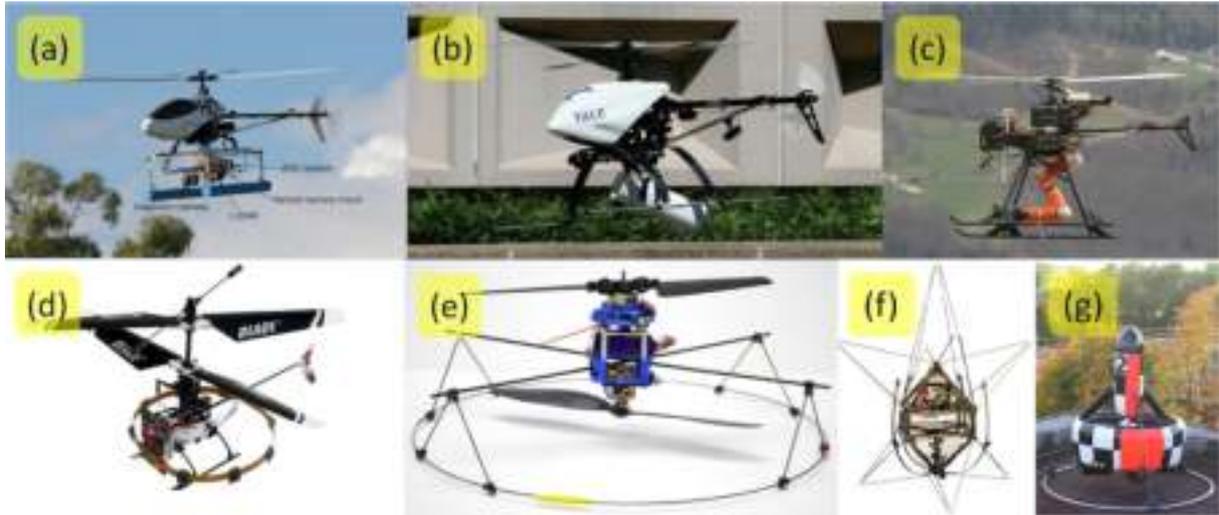


FIGURE 2.7 – Quelques prototypes de drones monorotor.

ils conçoivent une main robotique pour que leur hélicoptère puisse saisir et se percher efficacement. Laiacker et al [89] visent à optimiser leur système d'asservissement visuel sur un hélicoptère équipé d'un manipulateur industriel à 7 DoF (degrés de liberté) .

Par ailleurs, un hélicoptère coaxial (Figure 2.7 (d) à (f)) est un UAV qui utilise deux rotors contrarotatifs montés sur le même axe de l'hélicoptère pour générer de la poussée pour le décollage et l'atterrissage vertical, en vol stationnaire, des vols en avant, en arrière et des vols latéraux. Moore et al [114] mettent en œuvre un capteur de vision omnidirectionnel léger pour leur mini hélicoptère coaxial afin d'effectuer la navigation visuelle. Classiquement, un hélicoptère nécessite un servomoteur supplémentaire et un dispositif mécanique appelé plateau cyclique pour le contrôle de la position horizontale. Paulos et Yim [135] présentent un nouvel hélicoptère coaxial qui nécessite aucun servomoteur et dispositif mécanique pour le contrôle de la position horizontale. Pour effectuer un mouvement horizontal, les rotors sont entraînés par un signal modulé afin de générer simultanément des efforts de levage et des efforts latéraux. Au lieu d'éviter des obstacles comme un UAV classique, Briod et al [31] conçoivent un hélicoptère coaxial qui utilise des capteurs de force autour du drone pour détecter les obstacles et capable d'effectuer une navigation autonome en toute sécurité, sans risque élevé de collision.

Un UAV à ventilateur canalisé (figure 2.7 (g)) est un UAV ayant une configuration de rotors similaire à celle d'un hélicoptère coaxial, mais les rotors étant montés dans un conduit cylindrique. Le conduit aide à réduire les pertes de poussée des hélices et les ventilateurs à conduit ont normalement des vitesses de rotation. Pflimlin et al [141] présentent un UAV à ventilateur canalisé qui peut se stabiliser contre les rafales de vent en utilisant un contrôleur à deux niveaux pour les contrôles de position et d'attitude.

#### 2.4.6 Drones octocoptères, planeurs,dirigeable, et à propulsion ionique

Un octocoptère (Figure 2.8 (a) - (b)) est un UAV à huit rotors. Schneider et al [160] démontrent un octo-copter doté d'un système à plusieurs caméras fisheye pouvant exécuter une fonction de localisation et de cartographie simultanées (SLAM) (Figure 2.8 (a)).

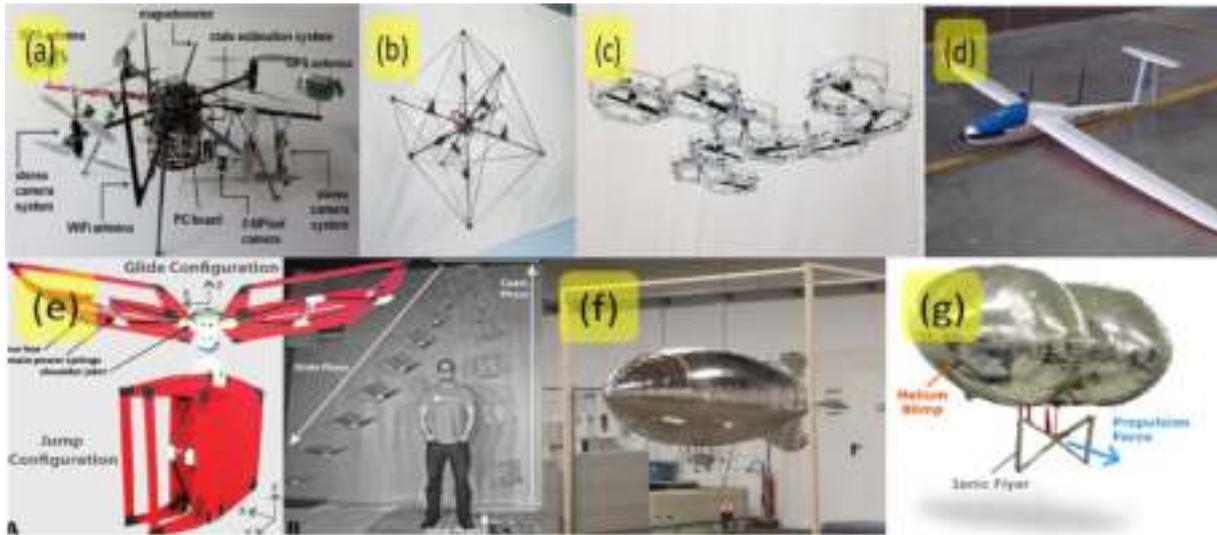


FIGURE 2.8 – Quelques prototypes d’octocoptères ((a)-(b)), de multirotors (c), de planeurs ((d)-(e)), de dirigeables (f) et de drone à propulsion ionique(g).

Différent d’un octocoptère conventionnel, Bres-cianini et D’Andrea [29] construisent un octocoptère doté de huit rotors faisant face à huit directions différentes dans l’espace 3D (figure 2.8 (b)). Cette configuration unique permet à l’UAV d’avoir 6 DoF et de rester stable en vol dans toutes les positions. Plus important encore, l’octocoptère est capable de contrôler sa force dans l’espace 3D et est utile pour des applications telles que la manipulation aérienne.

Les multirotors ont une forme spéciale qui implique des paires de rotors à rotation opposée pour fournir une commande de levage et de direction. Oung et D’Andrea [127] conçoivent un système multirotor modulaire, dans lequel chaque avion à rotor a une forme hexagonale et peut être assemblé en un avion multirotor de configuration différente. Avec un algorithme d’estimation de l’état distribué et une stratégie de contrôle paramétrée, le multirotor est capable de voler dans n’importe quelle configuration réalisable en vol, à l’intérieur comme à l’extérieur (figure 2.8 (c)).

Un planeur (Figure 2.8 (d) - (e)) est un UAV qui utilise ses ailes et son aérodynamisme pour planer dans les airs. Le planeur a normalement les mêmes perspectives qu’un UAV à voilure fixe, mais ne repose pas sur un système de propulsion active pendant les performances de vol plané. Par exemple, Cobano et al [46] démontrent que plusieurs planeurs peuvent voler en coopération dans le ciel (figure 2.8 (d)). Pour planer longtemps dans le ciel sans contrôle de propulsion active, les planeurs détectent les courants thermiques et exploitent leur énergie pour monter en flèche et continuer à planer dans les airs. Inspirés par une chauve-souris vampire, Woodward et Sitti [177] construisent un type de drone de planeur différent, dans lequel leur drone peut sauter du sol, puis des ailes pour glisser dans les airs (figure 2.8 (e)).

Un dirigeable, également connu sous le nom de dirigeable non rigide, est un UAV plus léger que l’air qui repose sur du gaz hélium à l’intérieur d’une enveloppe pour générer une force de levage. Différent d’une montgolfière ou d’un ballon, un dirigeable conserve la forme de son enveloppe avec la pression interne du gaz hélium et comporte des unités

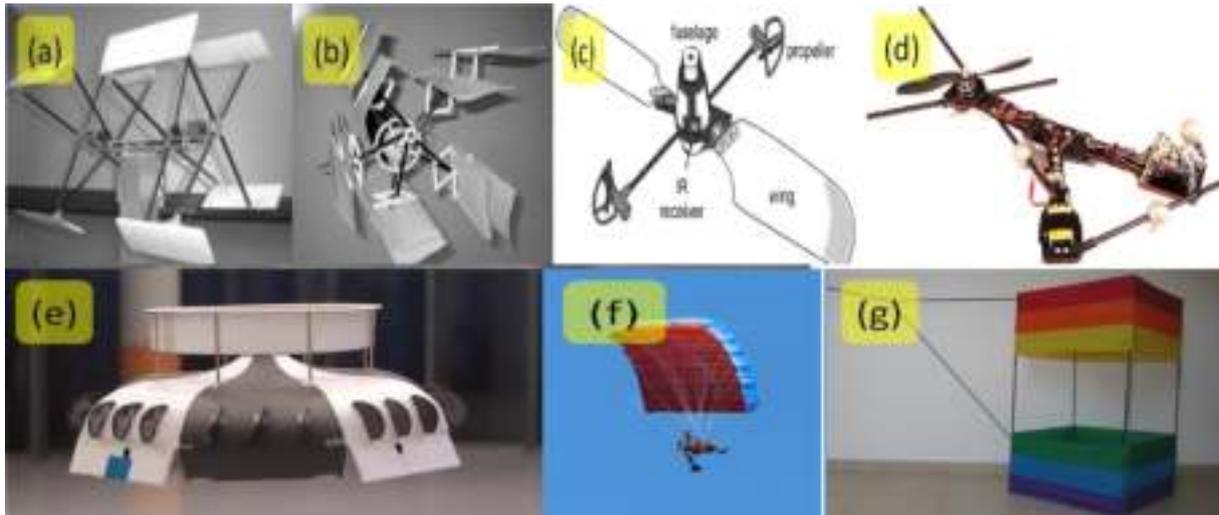


FIGURE 2.9 – Quelques prototypes des cycloptères ((a)-(b)), les spincoptères ((c)-(d)), le drone Coanda (e), le drone parafoil (f) et le cerf-volant (g).

d'actionnement pour le contrôle du mouvement. En utilisant un système de capture de mouvement, Müller et Burgard [118] présentent un dirigeable autonome qui peut naviguer dans un environnement intérieur avec une méthode de planification de mouvement en ligne (Figure 2.8 (f)). Poon et al [145] ont pour objectif de concevoir un UAV sans bruit et sans vibrations grâce à la propulsion ionique, baptisé leur Inoic Flyer (Figure 2.8 (g)). Au lieu d'utiliser des rotors, ils créent une unité de propulsion ne comportant aucune pièce mécanique en mouvement et reposant sur une tension électrique élevée pour créer une poussée en accélérant les ions.

#### 2.4.7 Cyclocopter, Spin Copter, Coanda, Parafoil et cerfs-volants

Un cyclocoptère (Figure 2.9 (a) - (b)) est un UAV qui vole en faisant tourner une aile de cyclogire avec plusieurs ailes positionnées autour du bord d'une structure cylindrique. En règle générale, les angles d'attaque des ailes sont réglés collectivement par un servomoteur afin de générer les forces requises. Tanaka et al [79] ont construit un cyclocoptère capable d'attaquer les angles d'attaque en utilisant un nouveau mécanisme ponctuel excentrique sans actionneur supplémentaire (Figure 2.9 (a)). Hara et al [77] ont développé un cyclocoptère basé sur une structure à pantographe, dans laquelle les diamètres des ailes peuvent être augmentés ou contractés (en se référant à l'axe de rotation) pour la commande de vol (Figure 2.9 (b)).

Un spincoptère (Figure 2.9 (c) - (d)) est un UAV qui se lance pendant le vol. Orsag et al [126] ont conçu un spincoptère capable de faire tourner les ailes centrales ainsi que l'ensemble de l'avion à l'aide de deux petits moteurs montés au bord de l'anneau virtuel de l'engin télépiloté (figure 2.9 (c)). Les moteurs ajustent leur poussée de sortie de manière symétrique / asymétrique pour le contrôle de mouvement vertical / horizontal. En utilisant une conception asymétrique et une stratégie de contrôle en cascade, Zhang et al [180] démontrent un spincoptère qui a trois DoF en translation et deux DoF en rotation avec un seul rotor (Figure 2.9 (d)).

Un drone Coanda est un avion qui produit une force de levage en utilisant l'effet Coanda. Plus précisément, l'effet Coanda est provoqué par la tendance d'un jet de fluide à suivre une surface adjacente et à attirer le fluide environnant. Grâce au principe de Bernoulli, dans lequel la pression est faible lorsque la vitesse est élevée, un UAV Coand peut générer une force de levage suffisante pour planer dans les airs lorsque l'effet Coand est suffisamment puissant. Han et al [76] ont développé un Coand UAV sous la forme d'une soucoupe volante (Figure 2.9 (e)). En attachant des servomoteurs supplémentaires sur l'UAV pour le contrôle des volets, leur Coand UAV est capable de fonctionner en vol stationnaire et mouvements horizontaux dans l'air.

Les drones Parafoil (Figure 2.9 (f)) et les cerfs-volants (Figure 2.9 (g)) ressemblent aux formes et aux principes de vol d'un parafoil ou d'un cerf-volant. Pour une application de livraison de fret aérien, Cacan et al [37] ont amélioré la précision d'atterrissage d'un UAV parafoil autonome grâce à un système de mesure du vent basé au sol (Figure 2.9 (f)), tandis que Christoforou a mis au point un UAV robotique à cerf-volant pouvant surfer automatiquement dans les airs (Figure 2.9 (g)) [45].

## 2.5 Les thématiques de recherche dans le domaine des drones

Au cours des dernières années, les chercheurs ont commencé à se concentrer sur des tâches de haut niveau telles que la navigation et la planification des tâches pour les UAV [56][159][60]. En outre, les chercheurs accordent également une attention particulière à l'odométrie visuelle [174][18], à la localisation [96][175][63][87] et à la cartographie[47][81][36][97], indispensables pour que les UAV puissent effectuer efficacement la planification des tâches.

D'autres chercheurs travaillent sur l'évitement des obstacles ou des collisions, qui est un sujet très important pour les UAVs [33][155][151][119]. Plus récemment, les chercheurs se sont concentrés sur le HRI et la télé-opération avec des UAV, y compris les drones de jogging [68], [116], un robot humanoïde en vol [49] une balle en vol stationnaire de la taille d'une main [122] et divers drones suivis par les humains [136][95][120].

En se concentrant sur quatre conférences de robotiques et quatre journaux de robotiques, Liew [94] analyse la répartition par sujet des UAV de 2006 à 2016 (Figure 2.10). La figure présente le diagramme à secteurs qui résume les différents sujets de recherche publiés sur les drones, où nous pouvons observer que les travaux et les articles publiés sur le contrôle contribuent à plus de 50% du diagramme.

En outre, un très grand nombre de laboratoires, de centres de recherche et de développement, et des universités travaillent dans le domaine des systèmes aériens autonomes. Chaque groupe de recherche est spécialisé dans un sujet spécifique (détection et évitement d'obstacles, contrôle, atterrissage basé sur la vision, techniques de localisation, fusion de données, etc.) en utilisant différentes plates-formes expérimentales d'UAV.

Publié en 2014, la référence [38] résume les principales universités qui ont construit leurs propres plates-formes pour traiter les sujets avancés et stimulants des UAV. Kendoul [86] répertorie plus de 27 groupes de recherche impliqués dans le développement d'UAV autonomes fournissant leurs thèmes de recherche et les plates-formes utilisées.

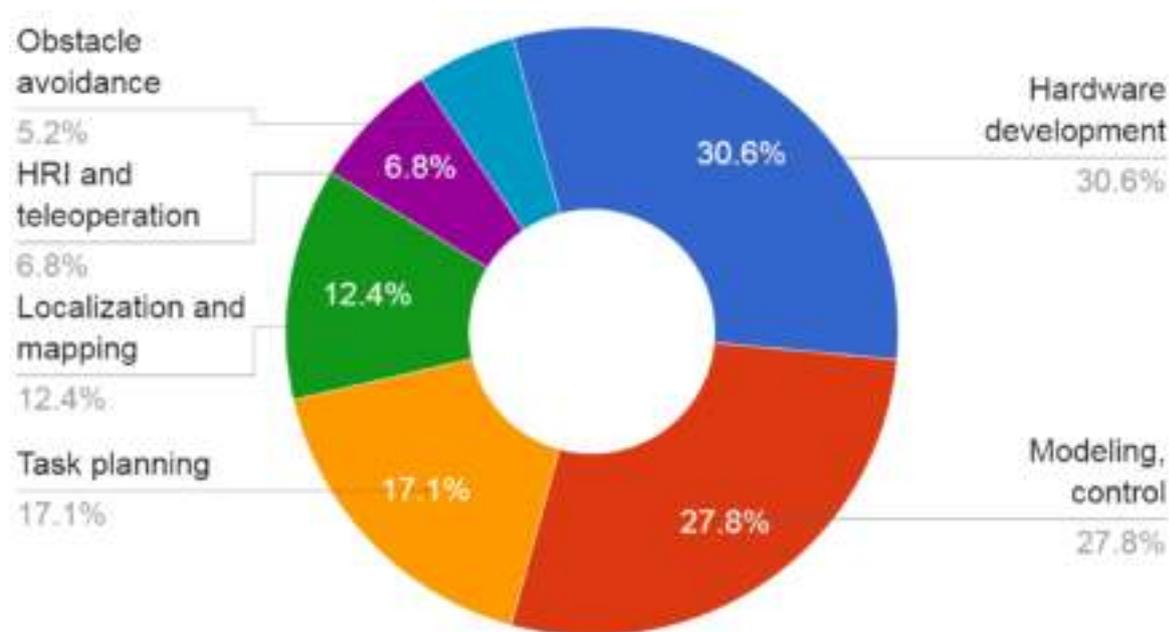


FIGURE 2.10 – Répartition thématique de la recherche sur les UAV en 2006-2016 (données tirées de [94])

Pour une connaissance approfondie, le lecteur peut se référer à la revue [86], qui met l'accent sur la recherche, au cours des 20 dernières années, fournissant des classifications des drones avec un bon niveau de l'état de l'art. De plus, des définitions et des catégorisations des niveaux d'autonomie, dans les boucles de guidage, de navigation et de contrôle sont données, y compris les descriptions du matériel et des algorithmes. En outre, un examen approfondi a été organisé pour faire progresser les techniques de modélisation et d'identification.

## 2.6 conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un aperçu sur les drones et de leur évolution potentielle ces dernières années. Afin d'améliorer la compréhension et d'éviter toute confusion, nous avons passé en revue tous les types d'UAV proposés par les chercheurs. Tout d'abord, une vue d'ensemble sur les drones et leurs définition est présentée, suivi d'une classification de drones, leurs types et leur catégorie sont profondément discutés. Ensuite, nous avons abordé le développement rapide des types de drones, où nous avons décrit brièvement la nouveauté de chaque exemple de drone, y compris les drones quadcoptère, hexacoptère, octocoptère, drones à voilure fixe, drones à voilure battante, drones à un rotor coaxiaux, drones à ventilateur canalisé, les planeurs, les dirigeables, les drones ioniques, les cyclocoptères, les spincopters, le drone Coandà, le parafoil et les cerfs-volants. Finalement, nous avons présenté les différentes thématiques de recherche dans le domaine des drones ces dernières années.

Après avoir décrit les drones et leur évolution potentielle ces dernières années, nous aborderons les questions de la conception et le prototypage des drones dans le chapitre suivant.

# 3

## Conception et prototypage de drones

---

### Chapter abstract

Une bonne conception et un prototypage précis est très important pour valider et tester l'efficacité des différentes lois de contrôles, Ce chapitre présente les deux prototype que nous avons réalisé au cours de cette thèse ainsi quelque aperçus sur les contrôleurs de vol accessibles au public en Open-source tels que l'Arducopter, le Multiwii, le Pixhawk, l'Aeroquad, l'OpenPilot, et le Paparazzi pour les drones.

### 3.1 Les objectifs

Notre objectif était de prouver qu'il n'était pas nécessaire d'acheter un drone pour chaque application spécifique. Nous pouvions au contraire construire un drone à faible coût pouvant être utilisé pour plusieurs tâches aériennes simplement en modifiant la technologie utilisée. la première étape de notre projet de recherche était de réaliser un drone Quadrirotor qui sera utilisé pour l'implémentations des différentes lois de commande. pour cela, deux modèles de quadrirotor ont été réalisés. le Premiers (SIRAJ-J1)<sup>1</sup> conçus pour être radiocommandé par un pilote de drone chevronné car le SIRAJ-J1 ne possède que d'une boucle d'asservissement pour la stabilisation de l'assiette (plan horizontal). L'autre plate-forme que nous avons construit (IBISC-V1)<sup>2</sup>, basée sur Raspberry Pi3, dispose d'une mémoire plus importante, d'une puissance de calcul plus élevée et d'une carte Navio+ abritant de nombreux capteurs (centrale inertielle, baromètre, ...). Ces deux systèmes combinés peuvent servir de pilote automatique à différentes plates-formes telles que les avions à ailes fixes ou les rovers pour une mise en œuvre lourde.

---

1. SIRAJ-J1 a fait l'objet d'un PFE (projet de d'études) pour MASTER à savoir Mr. Ibrahim Queshta

2. le drone IBISC-V1 a été réalisé dans le laboratoire IBISC(Informatique, BioInformatique, Systèmes Complexes) suite a un détachement de recherche de 10 mois effectué en 2017 à l'université d'Evry Val d'Essonne



FIGURE 3.1 – Les Plateformes quadrotors plus connues.

## 3.2 Revue sur les multirotors

Parmi la vaste gamme de plateformes à voilure tournante, les multirotors ont une forme spéciale qui implique des paires de rotors à rotation opposée pour fournir une commande de levage et de direction. Ils ont généralement des pales à pas fixe et modifient leur poussée en modifiant les vitesses de rotation des rotors qui régulent également l'assiette en vol, ce qui n'est pas le cas des hélicoptères classiques qui nécessitent une liaison de commande mécanique complexe.

Les multirotors ont connu, au cours des deux dernières décennies, un intérêt particulier et croissant de la part de la communauté académique, des chercheurs et des industriels en raison de certains avantages, notamment le faible coût, la facilité de construction et de maintenance, la maniabilité, le principe de vol compréhensible, la simplicité et la compacité de la structure. La compacité des multirotors est due au diamètre réduit des rotors.

Ils n'ont pas un seul gros rotor ou une longue queue qui peut facilement entrer en collision avec un obstacle à proximité. Cette caractéristique les rend idéales pour les environnements plus encombrés et contraints. Comme nous l'avons vu dans [22], compte tenu de nombreux critères comparatifs de performance, le multirotor et les hélicoptères coaxiaux ont la meilleure configuration. Les auteurs soutiennent que la simplicité mécanique et les caractéristiques aérodynamiques des véhicules multirotors les rendent plus attrayants et plus courants dans le domaine de la recherche.

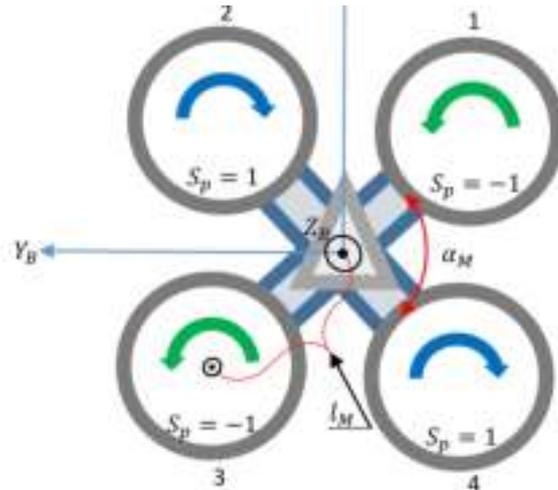


FIGURE 3.2 – la configuration Quadrotor.

### 3.3 Les Opérations structurelles

Les véhicules multirotors ont presque le même principe de vol. Ils se différencient par la position et la taille des bras ainsi que par le nombre de rotors. En effet, ils peuvent tous être conçus en effectuant des opérations structurelles à partir de la [configuration principale](#) d'un quadrotor [26] (voir figure 3.2).

Y. Bouzid [28] propose une généralisation pour les multirotors. Il considère dans sa thèse les multirotors, avec un nombre de rotors pair ( $2N_r \geq 4$  où  $N_r \in \mathbb{N}$  est le nombre de paires). Par souci de symétrie, les rotors de chaque paire sont placés sur deux côtés opposés de l'UAV. Les axes de rotation des rotors sont parallèles à l'axe  $Z_B$  (voir figure 3.2).

#### Definition 1 *La configuration principale des multirotors*

*Un véhicule multirotor avec  $2N_r \geq 4$  rotors où  $N_r \in \mathbb{N}$  est considéré comme la configuration principale d'un multirotor si et seulement si les bras sont avec longueur égale  $l_M$  et séparés par le même angle caractéristique  $\alpha_M = \pi / N_r$  où deux bras sont pointés dans la direction de navigation longitudinale.*

Le quadrotor de la figure 3.2 est la configuration la plus utilisée. Il est commandé pour voler en "[configuration de vol X](#)", c'est-à-dire en pointant deux bras dans le sens longitudinal de la navigation, ce qui est mieux adapté à la photographie aérienne. Il possède deux paires de rotors (hélices) ( $N_r = 2$ ) où deux rotors tournent dans le sens des aiguilles d'une montre ( $S_p = 1$ ) tandis que les deux autres tournent dans le sens contraire ( $S_p = -1$ ). Chaque rotor est monté sur un bras séparé de longueur  $l_i|_{i=1,\dots,2N_r} = l_M$ . Les angles entre les bras successifs,  $\alpha_{i,i+1}|_{i=1,\dots,N-1}$ , sont considérés comme des angles caractéristiques égaux pour cette [configuration principale](#) à  $\alpha_{i,i+1}|_{i=1,\dots,N-1} = \alpha_M = \frac{\pi}{2}$ .

En changeant la vitesse des quatre rotors, le quadrotor produira différents mouvements (roulis, tangage, lacet, altitude) avec six degrés de liberté (DOF). Le mouvement en altitude s'effectue en réglant une vitesse (poussée) égale sur toutes les hélices. Le mouvement

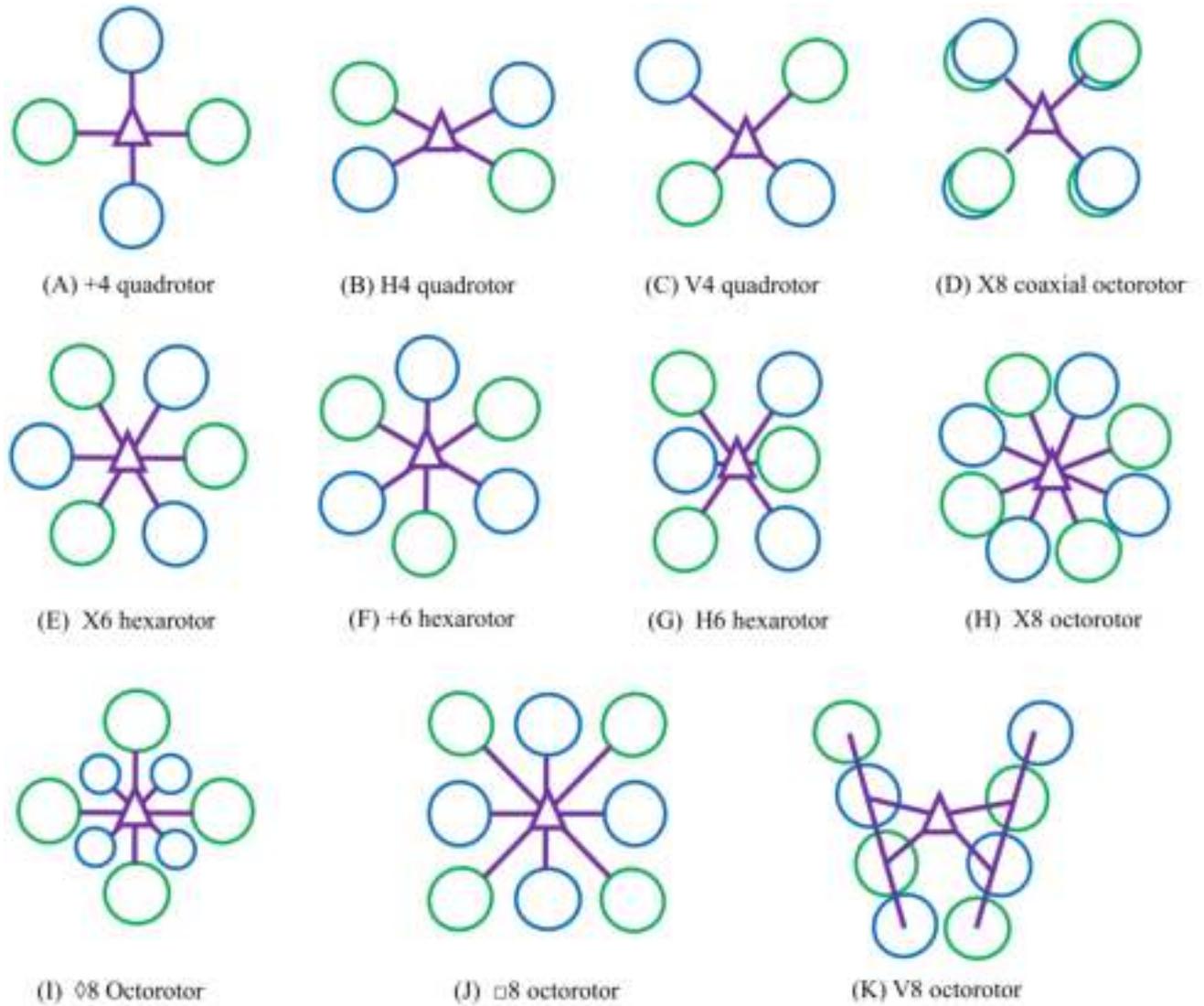


FIGURE 3.3 – Operations structurelles appliquees [28].

de tangage est obtenu en réduisant (augmentant) la vitesse des rotors avant tout en augmentant (réduisant) la vitesse des rotors arrière. Le mouvement de roulis est obtenu de la même manière avec les rotors latéraux. Le mouvement de lacet est obtenu en augmentant (diminuant) la vitesse des rotors sur les côtés opposés du véhicule. Il est basé sur les forces de traînée produites par chaque paire de rotors. Les détails mathématiques sont donnés dans le chapitre suivant.

La configuration principale des quadrotors conduit à de nombreuses autres configurations possibles en réalisant des configurations structurelles, qui sont :

### 3.3.1 La Rotation autour de l'axe $Z_B$

En faisant tourner la configuration principale du quadrotor de la figure 3.2 autour de l'axe  $Z_B$  d'un angle  $\alpha_M/2 = \pi/4$ , on obtient une autre configuration célèbre appelée quadrotor en forme de PLUS (+), c'est-à-dire qu'un bras est orienté dans la direction

de navigation longitudinale. Le résultat de cette opération est illustré à la figure 3.3a. Le banc d'essai STARMAC (Stanford Testbed of Autonomous Rotorcraft for Multi-Agent Control)[82], qui est l'une des premières plates-formes de recherche à succès, utilise cette configuration de quadrotor (voir Figure 3.3a).

### 3.3.2 Variation des angles caractéristiques

En variant les angles caractéristiques  $\alpha_{i,i+1}|_{i=1,\dots,N-1}$ , on obtient de nouvelles configurations. Pour la configuration principale du quadrotor, on n'obtient qu'une seule forme appelée **quadrotor en forme de H (H4)**, qui est représentée à la figure 3.3b. Le **quadrotor en forme de H4** offre certains avantages pour des applications spécifiques telles que la photographie aérienne et permet plus d'espace pour placer l'équipement et la batterie.

Il a des caractéristiques de vol légèrement différentes, mais il est difficile de prédire quel sera l'impact effectif sur les performances globales. En raison de la conception rectangulaire, les forces de traînée causées par la cellule le long des axes  $X_B$  et  $Y_B$  du cadre fixé au corps seront différentes. En effet, il se comporte différemment en fonction de la direction de l'axe de l'arbre. le vent, qui exige un contrôle en lacet qui force l'avant du quadrotor à faire face au vent entrant dans certaines situations. Récemment sorti, le quadrotor Bebop de la figure 3.4b a cette configuration.

### 3.3.3 Variation de la longueur des bras

En changeant la longueur des bras  $l_i|_{i=1,\dots,2N_r}$ , on obtient de nouvelles configurations. Pour des raisons de symétrie, les longueurs ne peuvent être modifiées arbitrairement. La figure 3.3c en donne un exemple. Cette configuration est appelée **quadrotor en forme V4**, qui est une conception de quadrotor non conventionnelle. Cette configuration est proposée pour réduire la traînée de la cellule ou si un contrôle plus réactif en lacet est nécessaire. De plus, il permet un champ de vision plus large. Il s'agit toutefois d'une configuration un peu plus complexe que les quadrotors précédents car les deux rotors arrière sont généralement inclinés avec un angle fixe<sup>3</sup> (voir la figure 3.4c).

L'inconvénient de cette solution technologique est qu'elle réduit la poussée ascendante potentielle du multirotor. La conception asymétrique rendra légèrement plus difficile l'équilibre du centre de gravité (CoG). De plus, le véhicule réagit différemment au vent de différentes directions comme le **quadrotor en forme de H4**.

### 3.3.4 Les Rotors coaxiaux

Sur le même axe de rotation pour chaque rotor, il est possible d'ajouter un autre rotor qui tourne à l'envers. Pour la configuration principale du quadrotor, on obtient un octorotor appelé **ocotorotor coaxial X8** comme présenté à la figure 3.3d. Il a un rapport poussée/poids plus élevé parmi les plus courants.

---

3. Les configurations qui utilisent des rotors inclinés ne font pas partie de notre travail. Cet exemple est présenté ici pour montrer l'opération "Variation de la longueur des bras", qui est appliquée pour les configurations principales suivantes (Hexarotors ou Octorotors) sans avoir besoin de rotors inclinés tels que l'hexacoptère en H6 et l'octomoteur carré[212] (voir figure 3.3g et figure 3.3j).

En d'autres termes, il a une grande capacité de charge utile. En utilisant ce quadrotor redondant, les chances d'un retour en toute sécurité en cas de défaillance de l'actionneur sont également considérablement augmentées, mais se traduiront entre-temps par une diminution significative des performances du contrôle d'assiette. Selon les conditions de vol, le véhicule peut toujours atterrir en toute sécurité, soit manuellement, soit au moyen d'une routine de répartition des commandes d'urgence. Comme les rotors supérieur et inférieur fournissent des poussées et des moments de traînée différents, il peut être légèrement plus difficile d'optimiser le contrôle. De nombreuses plateformes existent déjà, comme l'exemple de la figure 3.1d.

### 3.3.5 Variation du nombre de rotors

Si le nombre de paires  $N_r$  augmente, à partir de la configuration principale du quadrotor, on obtient une configuration principale d'un hexarotor, comme le montre la figure 3.3e. Les hexacoptères sont généralement utilisés lorsque les quadrotors ne sont pas assez puissants ou lorsqu'une redondance limitée est nécessaire en raison du coût élevé de l'équipement[72]. Cette redondance permet un atterrissage en toute sécurité en cas d'urgence. La masse et l'inertie globales du multirobot augmenteront en raison des bras et des rotors supplémentaires, ce qui augmentera la stabilité du système ainsi que sa capacité de charge utile. Cependant, l'agilité du véhicule sera limitée. Le coefficient de traînée augmentera également en raison du nombre accru de bras que le vent doit contourner.

Il est toutefois difficile de déterminer de façon analytique et exacte l'augmentation de la traînée globale. Cette configuration devient l'une des plates-formes les plus populaires (voir l'exemple de la Figure 3.4e). Si la même opération est appliquée à un hexarotor, on obtient un octorotor avec configuration principale (voir Figure 3.3h). Cette configuration devient également très populaire[6] (voir l'exemple de la Figure 3.4f).

Une évaluation approfondie de certaines configurations bien connues est effectuée par Stenberg et al[163]. Les auteurs ont étudié l'influence de certains paramètres tels que les dimensions géométriques, la forme, la masse, etc.

## 3.4 Plateformes quadrotor les plus populaires

Après avoir passé en revue les typologies de multirobots, nous passons aux plateformes de quadrotors à bas prix. Comme solution rapide, divers quadrotors commercialisés avec succès ont été conçus à des fins de recherche. Ainsi, dans cette sous-section, les plateformes les plus populaires sont brièvement décrites et représentées à la figure 3.1.

Draganflyer innovations<sup>4</sup> a proposé le quadrotor Draganflyer X4 (Figure 3.1a). Il est fourni avec une caméra embarquée et un logiciel correspondant (DraganView). En utilisant les données des capteurs, un logiciel de stabilisation avancé (SteadyFlight) embarqué peut ajuster automatiquement les commandes de vol et assurer la maintenance et la stabilité du véhicule. Cette plateforme est utilisée par de nombreuses universités telles que : Université de Compiègne[42], Université de Madrid [48], Université de Wollongong [106], etc.

---

4. <http://www.draganfly.com/>



FIGURE 3.4 – Plates formes multiroteurs populaires.

Ascending Technologies<sup>5</sup> a proposé plusieurs quadrotors pour différents usages. L'AscTec Flacon est conçu pour la prise de vue et l'enregistrement vidéo professionnels. Cependant, le Pélican AscTec et le Hummingbird ont été conçu pour la recherche scientifiques. Pelican est conçu avec une grande autonomie et beaucoup d'espace pour d'autres extensions tandis que Hummingbird dans la figure 3.1b est adapté aux manœuvres agressives avec un cadre robuste. Ces quadrotors ont été adoptés par de nombreuses universités comme l'Université de Pennsylvanie [107].

Parrot<sup>6</sup> est l'une des entreprises françaises récemment apparues dans le monde des drones. L'AR.Drone<sup>7</sup> (Figure 3.1c) est produit depuis 2010. Il est équipé d'une caméra de fond et d'une caméra frontale et envoie des images en temps réel à la station de contrôle via Wi-Fi. Il peut être contrôlé à distance via une application d'interface graphique utilisateur. L'AR.Drone est aujourd'hui largement utilisé comme plateforme de recherche et d'expérimentation. Il s'agit d'un simple banc d'essai sur lequel on peut effectuer des recherches sur le contrôle et la vision. De plus, il s'agit d'un quadrotor de bon marché disponible à l'achat par le public.

D'autres sociétés produisent également des systèmes de multi-pilotes et de pilotes automatiques à usage commercial lorsque le système de contrôle n'est pas accessible au public, tels que DJI Innovation, MikroKopter, TSH Gauri Corporation, etc.

De nombreux groupes de recherche et universités ont conçu et construit leurs propres quadrotors selon des objectifs spécifiques où une comparaison de certains d'entre eux est élaborée par Bouabdallah [21]. L'Université nationale australienne a construit le X4-flyer

---

5. <http://www.asctec.de/>

6. <https://www.parrot.com/fr>

7. Augmented Reality drone



FIGURE 3.5 – La Carte Navio+.

depuis 2002, qui est mis à niveau plus tard en Mark II[146] (voir Figure 3.1d). Le X4-flyer<sup>8</sup> du CEA est un autre petit quadrotor à quatre pales par rotor[69] (voir Figure 3.1e). L'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne conçoit l'OS4 depuis 2004 [23] (voir figure 3.1f). L'Université de Stanford a construit le quadrotor STARMAC comme banc d'essai des giravions autonomes pour le contrôle multi-agents [82] (voir Figure 3.4a).

## 3.5 La Configuration de drone autonome

Les progrès technologiques ont permis de réduire les coûts et d'accroître les performances des contrôleurs de vol, tels que l'Arducopter, le Multiwii, le Pixhawk, l'Aeroquad, l'OpenPilot, et le Paparazzi pour les drones commerciaux, permettant ainsi au grand public de s'impliquer et de développer son propre drone. Le but de notre prototypage est de construire un quadrotor et d'obtenir un vol stable. Le prototype quadrotor comprend tous les composants de base pour construire un drone autonome. Nous présenterons d'abord le matériel ainsi que le logiciel, nous évoquerons l'étalonnage des capteurs, puis nous détaillerons la configuration du drone.

## 3.6 Le Matériel

La première étape pour construire un drone quadrotor à partir de zéro est de définir les composants utilisés et comment les connecter. notre drone quadrotor comprend les éléments essentiels suivants :

### 3.6.1 La carte NAVIO+

Il s'agit d'une carte électronique, qui regroupe des capteurs avec un étage de puissance pour le pilotage des moteurs (Sensor Shield. Figure 3.5), et qui donne la position, détecte l'environnement et contrôle les moteurs et leurs vitesses par l'intermédiaire des contrôleurs électroniques de vitesse. Il a à bord tous les capteurs dont un pilote automatique a besoin, à savoir :

- IMU (Unité de mesure inertielle)
- (MPU 9250)
- GPS U-blox M8N
- 13 sorties PWM
- 1 entrée PPM
- Baromètre (MS 5611)
- LED Strips

En outre, la carte NAVIO+ peut fournir un grand nombre de possibilités comme l'ajout d'un nouveau capteur pour faire une plateforme entièrement autonome en utilisant le système embarqué, des protocoles de communication tels que l'UART, l'SPI et l'I2C. Il exécute ArduPilot qui n'est pas uniquement limité aux multicopters, mais il peut également être utilisé pour de nombreuses plates-formes différentes.

#### Le Gyroscope

Un gyroscope à MEMS (**Microelectromechanical systems**) contient un petit levier vibrant. Lorsque le levier subit une rotation angulaire, les effets de Coriolis changent la fréquence de la vibration, détectant ainsi la rotation. On peut trouver une brève description de la physique des gyroscopes à la référence [165].

La sortie du gyroscope est donnée par :

$$y_{gyro} = k_{gyro}\omega + \beta_{gyro} + \nu_{gyro},$$

où  $y_{gyro}$  est en Volts,  $k_{gyro}$  est un gain,  $\omega$  est la pulsation angulaire en radians par seconde,  $\beta_{gyro}$  est un terme de biais et  $\nu_{gyro}$  est un bruit blanc moyen. Le gain  $k_{gyro}$  doit être indiqué sur la fiche technique du capteur. Cependant, en raison des variations de fabrication, il est mal connu. Le terme de biais  $\beta_{gyro}$  dépend fortement de la température et doit être calibré avant chaque vol.

Si trois gyroscopes sont alignés le long des axes  $x$ ,  $y$  et  $z$  de l'UAV, les gyroscopes mesurent les pulsations angulaires  $p$ ,  $q$  et  $r$  comme suit :

$$\begin{aligned} y_{gyro,x} &= k_{gyro,x}p + \beta_{gyro,x} + \nu_{gyro,x} \\ y_{gyro,y} &= k_{gyro,y}q + \beta_{gyro,y} + \nu_{gyro,y} \\ y_{gyro,z} &= k_{gyro,z}r + \beta_{gyro,z} + \nu_{gyro,z}. \end{aligned}$$

À des fins de simulation, nous pouvons supposer que les gains sont identiques et que les biais ont été estimés et soustraits des mesures pour produire :

$$\begin{aligned}\widehat{y}_{gyro,x} &= k_{gyro,x}p + \nu_{gyro,x} \\ \widehat{y}_{gyro,y} &= k_{gyro,y}q + \nu_{gyro,y} \\ \widehat{y}_{gyro,z} &= k_{gyro,z}r + \nu_{gyro,z}.\end{aligned}$$

Les gyroscopes MEMS sont des appareils analogiques échantillonnés par le processeur intégré. Nous supposons que le taux d'échantillonnage est donné par  $T_s$ . La carte NAVIO+ échantillonne les gyroscopes à environ 120 Hz.

### L'Accéléromètre

Un accéléromètre MEMS contient une petite plaque fixée à des leviers de torsion. La plaque tourne sous l'effet de l'accélération et modifie la capacité entre la plaque et les parois environnantes [162].

La sortie des accéléromètres est donnée par :

$$y_{acc} = k_{acc}A + \beta_{acc} + \nu_{acc},$$

où  $y_{acc}$  est en Volts,  $k_{acc}$  est un gain,  $A$  est l'accélération en mètres par seconde,  $\beta_{acc}$  est un terme de polarisation, et  $\nu_{acc}$  est un bruit blanc moyen. Le gain  $k_{acc}$  doit être indiqué sur la fiche technique du capteur. Le terme de biais  $\beta_{acc}$  dépend fortement de la température et de l'humidité et doit être étalonné avant chaque vol.

Les accéléromètres mesurent une force spécifique dans le châssis du véhicule. Une explication physiquement intuitive est donnée dans [30] (p. 13-15). Mathématiquement, nous avons :

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} &= \frac{1}{m}(F - F_{gravité}) \\ &= \dot{v} + \omega \times v - \frac{1}{m}F_{gravité}.\end{aligned}$$

Sous forme de composants, nous avons :

$$\begin{aligned}a_x &= \dot{u} + qw - rv + g\sin\theta \\ a_y &= \dot{v} + ru - pw - g\cos\theta\sin\phi \\ a_z &= \dot{w} + pv - qu - g\cos\theta\cos\phi\end{aligned}$$

La sortie des accéléromètres est généralement en unités de  $[g]$ , donc  $k_{acc} = 1/g$ . En supposant que les biais ont été éliminés, la sortie des accéléromètres est donnée par :

$$\begin{aligned}y_{acc,x} &= \frac{\dot{u} + qw - rv + g\sin\theta}{g} + \nu_{acc,x} \\ y_{acc,y} &= \frac{\dot{v} + ru - pw - g\cos\theta\sin\phi}{g} + \nu_{acc,y} \\ y_{acc,z} &= \frac{\dot{w} + pv - qu - g\cos\theta\cos\phi}{g} + \nu_{acc,z}\end{aligned}$$

Les accéléromètres MEMS sont des appareils analogiques échantillonnés par le processeur intégré. Nous supposons que le taux d'échantillonnage est donné par  $T_s$ . La carte NAVIO+ échantillonne les gyroscopes à environ 120 Hz.

### Capteurs de pression pour l'altitude

La pression est une mesure de force par unité de surface ou :

$$P = \frac{F}{A}.$$

Nous nous intéresserons à deux types de pression :

- la pression statique due à l'altitude,
- la pression dynamique due à la vitesse.

La pression statique à une altitude particulière est déterminée par la force exercée par une colonne d'air à cette altitude :

$$P = \frac{m_{colonne}g}{A}$$

où  $m_{colonne}$  est la masse de la colonne d'air,  $g$  est la constante gravitationnelle et  $A$  est la zone sur laquelle la colonne exerce une pression. La densité de l'air est la masse par unité de volume. Puisque le volume est donné par la surface multipliée par la hauteur, nous obtenons :

$$P = phg,$$

où  $p$  est la densité de l'air et  $h$  est l'altitude.

Nous nous intéressons à l'altitude ou aux hauteurs au-dessus d'une station au sol. Supposons qu'aux stations au sol, le capteur de pression soit calibré pour lire :

$$P_{ground} = ph_{ground}g.$$

La sortie du capteur de pression statique est donnée par :

$$\begin{aligned} y_{staticpres} &= phg + \nu_{staticpres}(t) \\ &= pg(h - h_{ground}) + ph_{ground}g + \nu_{staticpres}(t), \end{aligned}$$

où  $h_{ground}$  est l'altitude de la station au sol. Nous supposons que le pilote automatique est calibré pour déterminer le sol. Par conséquent, nous pouvons modéliser la sortie du capteur de pression statique dans le simulateur comme :

$$y_{staticpres} = pg(h - h_{ground}) + \nu_{staticpres}(t).$$

### Capteurs de pression pour la vitesse d'air

Lorsque l'UAV est en mouvement, l'atmosphère exerce une pression dynamique sur l'UAV parallèlement à la direction de l'écoulement. La pression dynamique est donnée par :

$$P_I = \frac{1}{2}pV^2,$$



FIGURE 3.6 – La Carte Raspberry Pi 3.

où  $V$  est la vitesse anémométrique de l'UAV. Le théorème de Bernoulli déclare que :

$$P_s = P_I + P_0,$$

où  $P_s$  est la pression totale et  $P_0$  est la pression statique. Par conséquent, la sortie du capteur de pression différentielle est :

$$\begin{aligned} y_{diffpres} &= P_s - P_0 + \nu_{diffpres} \\ &= \frac{1}{2} \rho V_{air}^2. \end{aligned}$$

### 3.6.2 La carte RaspBerry Pi 3

Le Raspberry Pi 3 est un petit ordinateur monocarte développé au Royaume-Uni par la Raspberry Pi Foundation à des fins éducatives. Plusieurs variantes du système d'exploitation libre peuvent être exécutées à travers l'image de la carte SD. La dernière image d'Emlid Raspbian a été choisie pour notre projet qui est un système d'exploitation bien adapté aux applications de drone. Le Raspberry Pi est équipé d'un processeur ARM Cortex-A53 Quad Core 64 bits à 1,2 GHz. Il est également équipé d'un connecteur GPIO (General Purpose Input Output), de broches pour les protocoles de communication tels que UART, The I2C et le SPI, ainsi que de quatre ports USB, un port Ethernet, un port HDMI, un emplacement pour carte SD et un microUSB pour l'alimentation, Figure 3.6.

### 3.6.3 Le châssis

C'est La structure qui maintient tous les composants ensemble. Ils doivent être conçus pour être solides, rigides et légers. Pour avoir de bonnes caractéristiques de légèreté, il est nécessaire de choisir un cadre symétrique avec le moins de déformation possible pour que le quadricoptère puisse donner des performances maximales Figure 3.7.



FIGURE 3.7 – Le châssis Crazy2Fly.

### 3.6.4 Les Hélices

Les hélices sont disponibles en différentes longueurs et pas<sup>9</sup>, plus l'hélice est grande ou plus son pas est grand, plus elle aura besoin de puissance et plus elle produira de poussée. Les hélices utilisées doivent correspondre au châssis du quadrotor. Une paire d'hélices CW (sens des aiguilles d'une montre) et CCW (sens inverse des aiguilles d'une montre) sont axées sur le moteur, elles génèrent la poussée et atteignent la portance en envoyant l'air vers le bas. Pour notre prototype, nous avons choisi des hélices de 22 cm, figure 3.8.

### 3.6.5 Les Moteurs Brushless(BLDC)

Les moteurs Brushless sont des moteurs synchrones alimentés par courant continu, ils sont largement utilisés dans l'industrie, l'aérospatiale, l'automobile et les applications de l'aéromodélisme. Un moteur BLDC à monter à l'extrémité de chaque bras pour faire tourner les hélices en quadrotors. Comparés aux moteurs à balais, ils sont plus fiables, plus efficaces et moins bruyants. Les moteurs BLDC sont composés d'un stator et d'un rotor en deux parties, le stator est la partie où tous les enroulements sont situés et il ne tourne pas mais produit des ondes électromagnétiques pour influencer les aimants permanents placés sur un rotor pour le faire tourner. Dans notre projet, nous utiliserons le Lynxmotion Brushless Motor 28x30 1000kv, Figure 3.9, ayant 1000KV<sup>10</sup> avec une masse de 58g.

9. Le pas de l'hélice peut être comparé au pas de vis : Lorsque l'on fait un tour de vis dans un écrou, la vis avance d'une distance nommée le pas de la vis. L'hélice se comporte presque de la même façon en se vissant dans le fluide et les premières hélices marines ressemblaient à des vis. voir la référence [57] pour plus de détails

10. KV est la valeur nominale d'un moteur qui se rapporte à la vitesse à laquelle il tournera pour une tension donnée. Il est indiqué en RPM (rotations par minute) par volt sans condition de charge. Si la valeur KV d'un moteur particulier est de 650 tr/min/V, alors à 11,1 V, le moteur tournera à  $11,1 \text{ V} \times 650 = 7215 \text{ tr/min}$



FIGURE 3.8 – Les Hélices au sens horaire et anti-horaire.



FIGURE 3.9 – Lynxmotion Brushless Motor 28x30 1000kv.



FIGURE 3.10 – Lynxmotion 12A Multicopter ESC.



FIGURE 3.11 – La batterie Li-Po de LynxMotion.

### 3.6.6 Les Contrôleurs électroniques de vitesse (ESC : Electronic speed control)

il est utilisé pour contrôler la vitesse de rotation des moteurs. Habituellement, il a 5 fils d'un côté et 3 de l'autre. Les 3 fils vont à un moteur BLDC (c'est-à-dire le signal triphasé de l'ESC) et les autre 5 fils ont deux fils d'alimentation pour la batterie, deux pour alimenter le contrôleur de vol et le dernier est pour les signaux PWM. Dans notre projet, nous utilisons quatre Lynxmotion 20A Multicopter ESC, Figure 3.10. il a une dimension égale à 27 x 22 x 7mm et une masse de 9g.

### 3.6.7 LA Batterie Li-Po

Fabriquées en Lithium Polymer, ces batteries sont les plus utilisées lors de la construction d'un drone, car elles sont légères et capables de stocker une énergie suffisante. Il peut avoir différentes tailles et durée de consommation, de 10 à 30 minutes en fonction de la taille de la batterie utilisée. La batterie que nous avons choisie a une capacité de 3800 mAh et une tension de 11,1 volts avec une batterie 3 cellules soit 3,7 Volts 3.11.



FIGURE 3.12 – L’harnais de distribution d’énergie.

### 3.6.8 L’harnais de distribution d’énergie

Il permet à une seule batterie d’alimenter les 4 moteurs à la fois, Figure 3.12. Chaque ESC étant alimenté par l’alimentation électrique principale, l’alimentation doit être répartie entre les quatre ESC. Pour ce faire, un harnais de distribution d’énergie est utilisé, il divise les connecteurs positif et négatif de la batterie principale en quatre points de connexion afin que d’autres appareils puissent être alimentés.

### 3.6.9 Le Module d’énergie

Il doit être connecté au port POWER du Navio+ par un connecteur à 8 broches pour fournir une tension stable (5,3 volts) à ce dernier. Le module d’alimentation a deux extrémités, l’une (connecteur XT60 femelle) est connectée à l’harnais de distribution d’énergie et l’autre extrémité (connecteur XT60 mâle) est connectée à la batterie, figure 3.13.

## 3.7 les Logiciels

### 3.7.1 La Station de contrôle au sol GCS (Ground Control Station)

C’est un ordinateur au sol qui communique avec le drone via une télémétrie sans fil. Il affiche des données en temps réel sur les performances et la position du drone et peut être considéré comme un cockpit virtuel, il peut être utilisé pour télécharger de nouvelles commandes de mission, définir des paramètres et contrôler le drone. Parmi les choix de GSC disponibles sur le marché<sup>11</sup> nous avons choisi Mission Planner, il s’agit d’un logiciel libre et open source pour Windows créé par Micheal Osborne, il permet de planifier une

11. Choosing a Ground Station. <http://ardupilot.org/copter/docs/common-choosing-a-ground-station.html>. <https://docs.emlid.com/navio/common/ardupilot/installation-and-running/>



FIGURE 3.13 – Le Module d'énergie.

mission autonome et d'effectuer un contrôle complet du drone, après avoir terminé une mission le fichier contenant tous les paramètres internes et la variable d'état sera créé pour une analyse ultérieure du pilote automatique. Il comporte de nombreuses fonctionnalités telles que : la configuration / configuration complète du pilote automatique, l'affichage de cartes, points de route, vidéos, la position du véhicule, les instruments et ses mesures de capteurs. . . etc. Il interagit avec l'UAV via le protocole Mavlink en échangeant des messages mavlink afin de permettre le contrôle de l'UAV et de surveiller son statut.

### 3.7.2 Le protocol Mavlink

C'est simplement un protocole de communication qui permet à un UAV d'envoyer et de recevoir des messages d'un GCS. Il a été publié pour la première fois en 2009 par Lorenz Meier<sup>12</sup>. Le message Mavlink a un format spécifique et il est généralement implémenté dans les pilotes automatiques pour gérer et contrôler le mouvement du drone.

### 3.7.3 Emlid Raspbian Image

Navio nécessite une Raspbian préconfigurée pour fonctionner. La communauté Emlid fournit une image de carte SD unie pour Raspberry Pi 2 et 3 nommée Emlid Raspbian. Il a un ArduPilot préinstallé qui inclut pratiquement tous les véhicules : ArduPlane : 3.7.1, ArduRover : 3.1.2, ArduCopter : 3.4.6 et Il est également livré avec un nœud ROS et Mavros préinstallé.

### 3.7.4 Ardupilot

Logiciel de pilote automatique open source créé en 2007 par la communauté DIY Drones, il permet le contrôle autonome des multicopters, des rovers et des avions à ailes fixes ainsi que d'autres plates-formes prenant en charge la communication Mavlink. Le site Web

---

12. Contributeur open source à long terme, créateur de Pixhawk, PX4, MAVLink et QGroundControl. Cofondateur de la société open source Auterion.

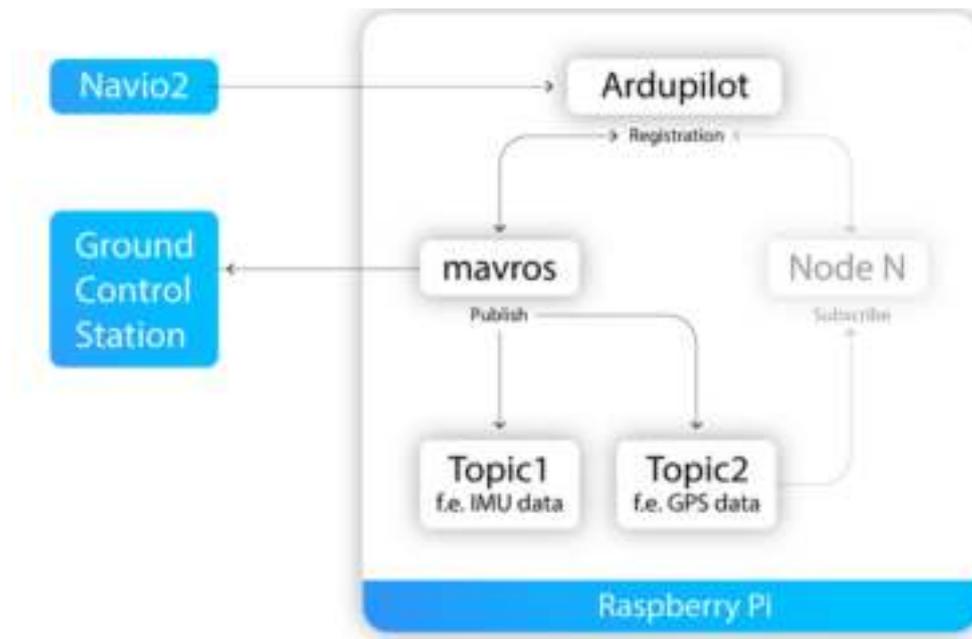


FIGURE 3.14 – Schémas montrant la communication du logiciel.

Emlid fournit toutes les étapes pour configurer et exécuter le pilote automatique. Comme il prend en charge tous les types de véhicules, nous avons opté pour ArduCopter en fonction de notre plate-forme.

### 3.7.5 ROS(Robot Operating System)

C'est un framework flexible conçu pour développer des applications robotiques. Il fournit des outils et des bibliothèques visant à simplifier la construction et le développement de plates-formes robotiques. Une fois que le nœud principal ROS est lancé, les nœuds peuvent partager des données via des messages publiés dans les rubriques. Ils peuvent également sous-traiter des rubriques pour recevoir des messages.

### 3.7.6 Le Nœud Mavros

Il fournit un accès facile aux données de capteur de ArduPilot et de proxy aux stations de contrôle au sol en créant un pont UDP MAVLink, Figure 3.14.

## 3.8 Le SIRAJ-J1

Nous avons réalisé le quadrotor SIRAJ-J1 (voir figure 3.17) en utilisant une carte de control à base d'Arduino appelé MULTIWI<sup>13</sup> (figure 3.15). Cette dernière est une carte

13. Multiwi est un projet logiciel open source visant à fournir le cerveau d'une plate-forme volante multi-rotors contrôlée par RC. Il est compatible avec plusieurs cartes matérielles et capteurs. La première et la plus célèbre configuration est l'association d'une Wii Motion Plus et d'une mini-carte Arduino pro.



FIGURE 3.15 – La carte de control MULTIWII à base d'Arduino.



FIGURE 3.16 – Notre Prototype de Quadrotor IBISC-V1 .

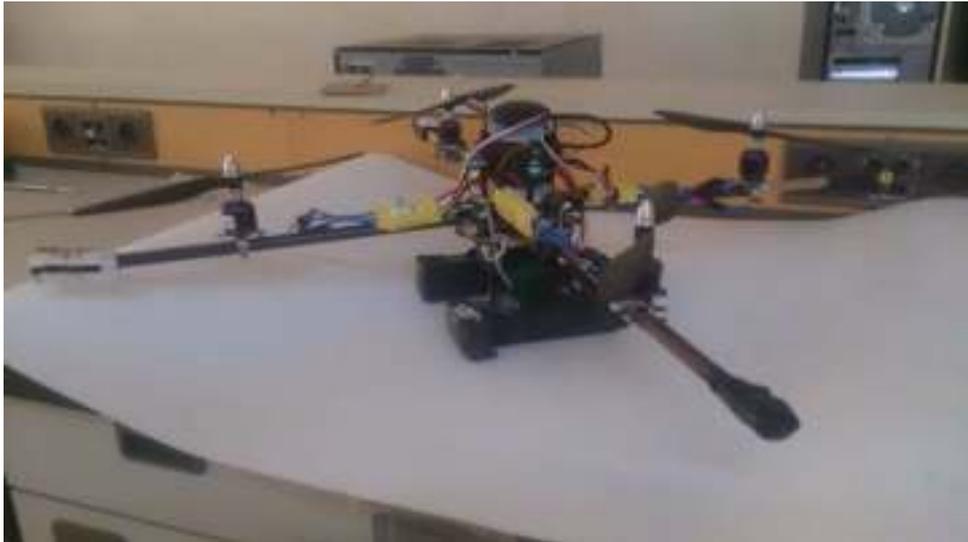


FIGURE 3.17 – Notre Prototype de Quadrotor SIRAJ-J1.

electronique qui regroupe une centrale inertielle de base (regroupant ainsi un gyro-trois-axes, un accéléro-trois-axes et un barometre), et un Microcontrolleur Arduino. La Multiwi est destinée a la réalisation des drones RADIO-Commandés (RC). Pour cela, on a tilisé une Radio-Commande avec 6 canaux, où le récepteur et connecté avec la MULTIWI pour fournir les signaux PPM relative au mouvement du roulis, du tangage, du lacet et de la portance.

### 3.9 Le IBISC-V1

Le quadrirotor IBISC-V1 (voir figure 3.16 a été conçu en réalisant nous même la carte autopilote en utilisant une RaspBerry Pi3, une carte Navio+ et un module de télémtrie. La programmation a été faite en ROS, et plusieurs stations sol ont été testées. Il faut noter que le laboratoire IBISC été disposé d'une volière qui nous a beaucoup aidé pour faire plusieurs expérimentations pour valider nos études.

### 3.10 Conclusion

Les quadrotors ont la capacité d'accomplir différents types de tâches et de missions avec une bonne maniabilité, performance, et surtout sans une assistance directe de l'opérateur. Ce chapitre décrit le prototypage et la conception d'un quadrotor à partir de zéro, nous avons présenté l'évolution de la conception du quadrotor, le matériel utilisé ainsi que le logiciel, les protocoles de communication et le langage de programmation utilisé. Nous avons abordé l'étalonnage des capteurs piloté par un cahier des charges spécifique pour faire voler le quadcoptère et enfin nous avons expliqué la communication de données entre tous les sous-systèmes.

## Première partie

# Modélisation mathématique et synthèse des lois de commande

# 4

## Modélisation du quadrotor

### Résumé du Chapitre

Une modélisation fine nécessite une connaissance de l'aérodynamique du véhicule, de ses caractéristiques mécaniques et de la dynamique des actionneurs. Ensuite, l'étape de modélisation contient différents niveaux, notamment le mouvement du véhicule, l'aérodynamique de l'hélice et la dynamique de l'actionneur. Nous sommes intéressés par le premier niveau de modélisation cherchant les équations régissant le mouvement d'un véhicule aérien qui peuvent être divisées en deux ensembles suivants :

- **Équations cinématiques** : donne la position et l'orientation du drone par rapport au repère inertiel (fixé à la Terre).
- **Équations dynamiques** : lier les forces externes  $F_{ext}$  affectant le véhicule à l'accélération de la translation  $a$ , ( $\sum F_{ext} = ma$ ) et moments externes  $M_{ext}$  à l'accélération de la rotation  $\dot{\omega}$  ( $\sum M_{ext} = I\dot{\omega}$ ) où :  $m$  est la masse et  $I$  est l'inertie du véhicule.

### 4.1 Récapitulatif

Le quadrotor est un véhicule aérien sans pilote (UAV) avec décollage et atterrissage verticaux (VTOL), Il dispose de quatre moteurs (moteur avant, moteur gauche, moteur droit et moteur arrière) qui contrôlent ses mouvements en modifiant la vitesse de l'un ou de l'autre. De plus, le quadrotor est un système non linéaire et sous-actionné avec six degrés de liberté.

Plusieurs chercheurs ont proposé la modélisation et le contrôle du quadrotor. En 2001, Fay [54] a élaboré un modèle dynamique pour un petit quadrotor appelé **Mesicopter**. C'était l'un des premiers modèles proposés utilisés pour le vol stationnaire. Le modèle a été créé en supposant que les dynamiques sont découplées le long des deux plans de symétrie. Il a été appelé modèle dynamique à deux dimensions. Cependant, l'auteur a explicitement exprimé l'expression de certaines forces aérodynamiques.

En 2002, Altug et al [3] ont proposé un modèle dynamique pour le quadrotor en forme - X. C'était un modèle simplifié où les dynamiques d'attitude sont modélisées par des

doubles intégrateurs. La représentation des **angles Euler** a été choisie pour décrire les rotations en respectant **la norme ENU (East-North-Up)**. En parallèle, Hamel et al [74] ont proposé un modèle compact utilisant les équations de Newton du mouvement d'un objet rigide où plusieurs forces et moments aérodynamiques sont négligés, tels que la force de traînée. Les auteurs ont examiné **la convention Nord-Est-Bas (NED)**. C'est la même convention utilisée plus tard dans un autre article [75] où ils incluaient l'effet gyroscopique dû à la rotation des hélices considérées comme des disques rotatifs rigides.

Un modèle étendu est utilisé par Pounds et al [147] en ajoutant la dynamique des rotors. Ils ont relié les entrées appliquées aux vitesses angulaires des rotors. La dynamique des rotors est approximée par un système de premier ordre. Le modèle global est simplifié ultérieurement à des fins de contrôle. Un an plus tard, Altug et al [4] ont ajouté les forces de traînée qui affectent la dynamique de translation. Ces forces ont été écrites en fonction des vitesses du système. Le même modèle a été fait via **l'approche d'Euler-Lagrange**, comme le montrent Castillo et al [42].

Au cours de sa thèse [21], Bouabdallah a étudié le modèle dynamique d'un quadrotor croisé, y compris **l'effet de battement des hélices**<sup>1</sup> en plus de la plupart de ceux mentionnés précédemment. Bouabdallah a utilisé le formalisme d'**Euler-Lagrange** ainsi que l'approche de **Newton-Euler** pour dériver le modèle dynamique et qui permet une meilleure approximation du véhicule réel. Cependant, les divers effets ne sont pas bien définis dans les repères appropriés, ce qui conduit à des erreurs qui sont rapportées et corrigées par la suite par Wang [172]. Tous les deux n'ont considéré que les moments de **battement** de roulis et de tangage en supposant que les forces de poussée sont colinéaires avec l'axe  $Z_B$  du véhicule (voir description du châssis ci-après), bien qu'il soit noté que cette hypothèse ne tient pas exactement une fois que le rotor commence à tourner et glisser à travers le vent à grande vitesse.

Selon Hoffmann et al [80], le **battement** éloigne le vecteur de poussée du plan horizontal, ce qui entraîne certaines forces horizontales résiduelles affectant le contrôle d'attitude ainsi que la force de poussée totale. Plus tard, ce phénomène a été étudié de manière approfondie par Mahony et al [102].

Dernièrement, Yasser Bouzid [28] propose un modèle dynamique décrivant le multirobot, volant sous l'effet du vent. Ce modèle est une représentation générique de toutes les typologies multirobot existantes présentées à la section 3.3 sa modélisation est basée sur le modèle de Wang [172], qui est une version rectifiée de celle de Bouabdallah [23] qui sont proposées pour les quadrotors dans les conditions de vol idéales (c.-à-d. sans vent). Le modèle de Wang inclut les forces de moyeu sans prendre en compte que ces forces créent un moment autour de l'axe  $Z_B$ . la modélisation utilisée dans cette thèse est celle proposée par Randal W. Beard [15].

---

1. Les hélices qui avancent et qui reculent subissent des vitesses d'entrée différentes, ce qui entraîne un phénomène appelé battement de lame.

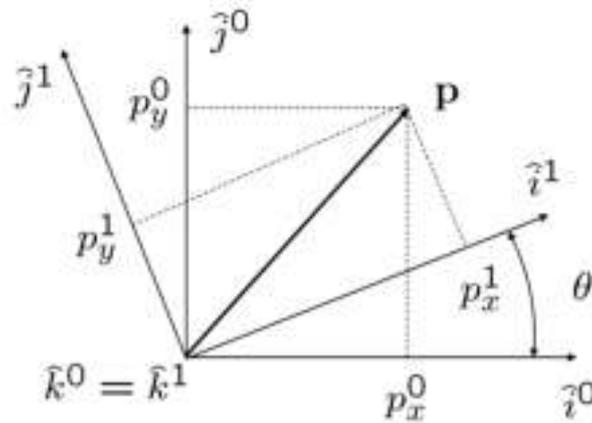


FIGURE 4.1 – Rotation de repère en 2D .

### Remarques

- Une littérature abondante montre des progrès considérables dans la modélisation traitant d'autres aspects tels que la non-rigidité des hélices [32], l'effet de sol [51], etc. Pour une connaissance plus approfondie, le lecteur peut se reporter par exemple à la référence [9] ainsi que les références qui y figurent.
- Malgré cet intérêt manifesté par la communauté des chercheurs, peu de travaux décrivent l'interaction du vent avec un multirotoir pour la tâche de modélisation, même s'il existe de nombreux modèles de vent. Il est généralement considéré comme une perturbation liée inconnue ou une composante constante, qui est traitée par un contrôleur robuste.

## 4.2 Les Repères de références

Cette section décrit les différents repères de référence et systèmes de coordonnées utilisés pour décrire la position et l'orientation de l'aéronef et la transformation entre ces systèmes de coordonnées. Il est nécessaire d'utiliser plusieurs systèmes de coordonnées différents pour les raisons suivantes :

- Les équations de mouvement de Newton reçoivent le cadre de coordonnées attaché au quadrotor.
- Les forces et les couples aérodynamiques sont appliqués dans le châssis de la carrosserie.
- Des capteurs embarqués comme les accéléromètres et les gyroscopes mesurent l'information par rapport à la structure de la carrosserie. Alternativement, le GPS mesure la position, la vitesse sol et l'angle de cap par rapport au cadre inertiel.
- La plupart des exigences de la mission, comme les waypoints et les trajectoires de vol, sont spécifiées dans le cadre inertiel. De plus, l'information cartographique est également donnée dans un cadre inertiel.

### 4.2.1 Matrices de Rotation

Commençons par considerer les deux systèmes de coordonnées illustrés à la figure 4.1. Le vecteur  $P$  peut être exprimé à la fois dans le repère  $F^0$  (spécifié par  $(\hat{i}^0, \hat{j}^0, \hat{k}^0)$ ) et dans le repère  $F^1$  (spécifié par  $(\hat{i}^1, \hat{j}^1, \hat{k}^1)$ ). dans le repère  $F^0$  on a :

$$P = p_x^0 \hat{i}^0 + p_y^0 \hat{j}^0 + p_z^0 \hat{k}^0.$$

Alternativement, dans le repère  $F^1$  on a :

$$P = p_x^1 \hat{i}^1 + p_y^1 \hat{j}^1 + p_z^1 \hat{k}^1.$$

La mise en égalité de ces deux expressions donne :

$$p_x^1 \hat{i}^1 + p_y^1 \hat{j}^1 + p_z^1 \hat{k}^1 = p_x^0 \hat{i}^0 + p_y^0 \hat{j}^0 + p_z^0 \hat{k}^0.$$

Prendre le produit scalaire des deux côtés avec  $\hat{i}^1, \hat{j}^1$ , et  $\hat{k}^1$  respectivement et mettre le résultat sous forme de matrice, nous obtenons :

$$P^1 \triangleq \begin{pmatrix} p_x^1 \\ p_y^1 \\ p_z^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{i}^1 \cdot \hat{i}^0 & \hat{i}^1 \cdot \hat{j}^0 & \hat{i}^1 \cdot \hat{k}^0 \\ \hat{j}^1 \cdot \hat{i}^0 & \hat{j}^1 \cdot \hat{j}^0 & \hat{j}^1 \cdot \hat{k}^0 \\ \hat{k}^1 \cdot \hat{i}^0 & \hat{k}^1 \cdot \hat{j}^0 & \hat{k}^1 \cdot \hat{k}^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_x^0 \\ p_y^0 \\ p_z^0 \end{pmatrix}$$

A partir de la figure 4.1 on obtient :

$$P^1 = R_0^1 P^0, \tag{4.1}$$

où :

$$R_0^1 \triangleq \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

La notation  $R_0^1$  est utilisée pour désigner une matrice de rotation du repère de coordonnées  $F^0$  vers un repère de coordonnées  $F^1$ .

En procédant de la même manière, une rotation à droite du système de coordonnées autour de l'axe des  $y$  nous donne :

$$R_0^1 \triangleq \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix},$$

Et une rotation à droite du système de coordonnées autour de l'axe des  $x$  nous donne :

$$R_0^1 \triangleq \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}.$$

Comme indiqué dans la référence [30], le signe négatif sur le terme  $\sin$  apparaît au-dessus de la ligne qui contient uniquement des uns et des zéros. La matrice  $R_0^1$  dans les

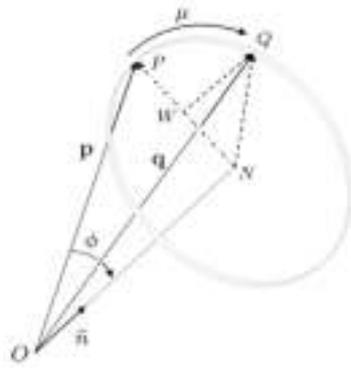


FIGURE 4.2 – Rotation d'un vecteur  $P$  autour du vecteur unitaire  $n$  d'un angle de  $\mu$  pour obtenir le vecteur  $q$

équations ci-dessus sont des exemples d'une classe plus générale de matrices de rotation ayant les propriétés suivantes :

#### Remarques

- **P.1.**  $(R_a^b)^{-1} = (R_a^b)^T = (R_b^a)$ .
- **P.2.**  $R_b^c R_a^b = R_a^c$ .
- **P.3.**  $\det R_a^b = 1$ .

Dans la dérivation de l'équation 4.1, on not que le vecteur  $\mathbf{P}$  reste constant et que le nouveau repère de coordonnées  $F^1$  a été obtenu en faisant pivoter  $F^0$  selon une rotation vers la droite d'un angle  $\theta$ .

Nous allons maintenant dériver une formule, appelée **la formule de rotation**, qui effectue une rotation d'un vecteur  $P$  autour d'un autre vecteur  $\hat{n}$  d'un angle de  $\mu$ . Notre dérivation suit celle donnée dans la référence [30]. Considérons la figure 4.2 qui est similaire à la figure 1.2-2 de la référence [30]. Le vecteur  $\mathbf{P}$  est tourné, dans le sens de la main gauche, autour d'un vecteur unitaire  $\hat{n}$  d'un angle de  $\mu$  pour produire le vecteur  $\mathbf{q}$ . L'angle entre  $\mathbf{P}$  et  $\hat{n}$  est  $\Phi$ . Par géométrie nous avons :

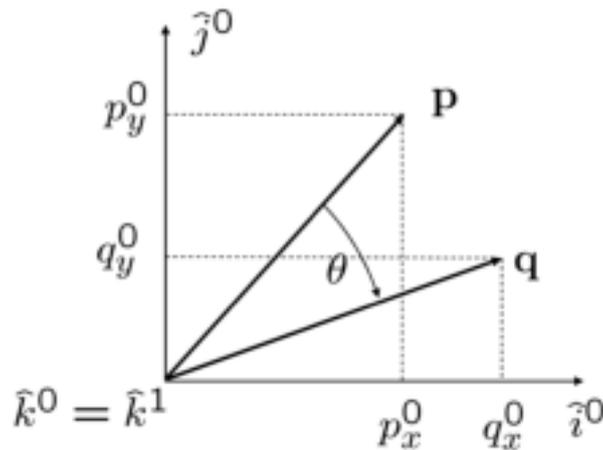
$$\mathbf{q} = \vec{ON} + \vec{NW} + \vec{WQ}. \quad (4.2)$$

Le vecteur  $\vec{ON}$  peut être trouvé en prenant la projection de  $P$  sur le vecteur unitaire  $\hat{n}$  dans la direction de  $\hat{n}$  :

$$\vec{ON} = (\mathbf{p} \cdot \hat{n}) \hat{n}.$$

Le vecteur  $\vec{NW}$  est en direction de  $\mathbf{p} - \vec{ON}$  avec une longueur de  $NQ \cos \mu$ . on note que la longueur  $NQ$  égale à la longueur  $NP$  qui est égale à  $\|\mathbf{p} - \vec{ON}\|$  on obtient :

$$\begin{aligned} \vec{NW} &= \frac{\mathbf{p} - (\mathbf{p} \cdot \hat{n}) \hat{n}}{\|\mathbf{p} - (\mathbf{p} \cdot \hat{n}) \hat{n}\|} NQ \cos \mu \\ &= (\mathbf{p} - (\mathbf{p} \cdot \hat{n}) \hat{n}) \cos \mu. \end{aligned}$$

FIGURE 4.3 – La Rotation de  $\mathbf{p}$  autour de l'axe- $z$ .

Le vecteur  $\vec{W}Q$  est perpendiculaire à la fois à  $\mathbf{p}$  et à  $\hat{n}$  et sa longueur est  $NQ \sin \mu$ . Notant que  $NQ = \|\mathbf{p}\| \sin \phi$  nous obtenons :

$$\begin{aligned} \vec{W}Q &= \frac{\mathbf{p} \times \hat{n}}{\|\mathbf{p}\| \sin \phi} NQ \sin \mu \\ &= -\hat{n} \times \mathbf{p} \sin \mu. \end{aligned}$$

Donc l'équation 4.2 devient :

$$\mathbf{q} = (1 - \cos \mu)(\mathbf{p} \cdot \hat{n})\hat{n} + \cos \mu \mathbf{p} - \sin \mu (\hat{n} \times \mathbf{p}), \quad (4.3)$$

qui s'appelle la formule de rotation.

Comme un exemple d'application de l'équation 4.3, on considère une rotation à gauche d'un vecteur  $\mathbf{p}^0$  dans le repère  $F^0$  autour de l'axe  $z$ , comme illustré à la figure 4.3.

En utilisant la formule de rotation nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^0 &= (1 - \cos \theta)(\mathbf{p} \cdot \hat{n})\hat{n} + \cos \theta \mathbf{p} - \sin \theta \hat{n} \times \mathbf{p} \\ &= (1 - \cos \theta) p_z^0 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \cos \theta \begin{pmatrix} p_x^0 \\ p_y^0 \\ p_z^0 \end{pmatrix} - \sin \theta \begin{pmatrix} -p_y^0 \\ p_x^0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{p}^0 \\ &= R_0^1 \mathbf{p}^0 \end{aligned}$$

Notez que la matrice de rotation  $R_0^1$  peut être interprétée de deux manières différentes. La première interprétation est qu'elle transforme le vecteur fixe  $\mathbf{p}$  d'une expression dans le repère  $F^0$  en une expression dans le repère  $F^1$ , où le repère  $F^1$  a été obtenu à partir du repère  $F^0$  par une rotation à droite. La deuxième interprétation est qu'elle fait pivoter un vecteur  $\mathbf{p}$  par une rotation à gauche vers un nouveau vecteur  $\mathbf{q}$  dans le même cadre de référence. Les rotations à droites des vecteurs sont obtenues en utilisant  $(R_0^1)^T$ .

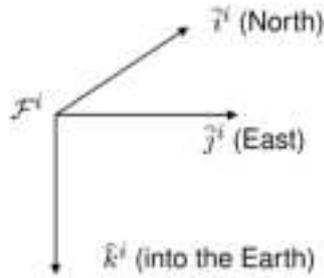


FIGURE 4.4 – Le repère inertiel. L'axe des  $x$  est pointé vers le nord, l'axe des  $y$  est pointé vers l'est et l'axe des  $z$  vers le centre de la Terre.

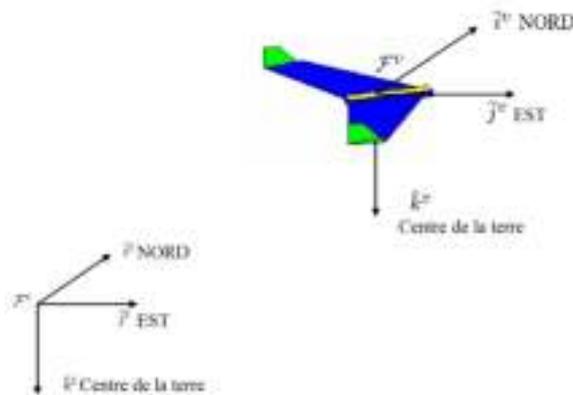


FIGURE 4.5 – Le repère véhicule. L'axe des  $x$  est pointé vers le nord, l'axe des  $y$  est pointé vers l'est et l'axe des  $z$  vers le centre de la Terre.

### 4.3 Les repères de coordonnées du quadrotor

Plusieurs systèmes de coordonnées sont nécessaires pour les quadrotors. Dans cette section, nous allons définir et décrire les repères de coordonnées suivants : le repère inertiel, le repère véhicule, le repère véhicule-1, le repère véhicule-2 et le repère local. tout au long de la thèse nous supposons que la terre est plate et non rotative (hypothèse valide pour les quadrotors).

#### 4.3.1 Le repère inertiel $F^i$

Le système de coordonnées inertiel est un système de coordonnées terrestre fixe dont l'origine se trouve à un emplacement d'origine prédéfini. Comme le montre la figure 4.4, le vecteur unitaire  $\hat{i}^i$  est dirigé vers le Nord,  $\hat{j}^i$  est dirigé vers l'est et  $\hat{k}^i$  est dirigé vers le centre de la terre.

#### 4.3.2 Le repère véhicule $F^v$

L'origine du châssis du véhicule est au centre de gravité du quadrotor. Cependant, les axes de  $F^v$  sont alignés avec les axes du repère inertiel. En d'autres termes, le vecteur unitaire  $\hat{i}^v$  pointe vers le nord,  $\hat{j}^v$  pointe vers l'est et  $\hat{k}^v$  pointe vers le centre de la terre, comme illustre la figure 4.5.

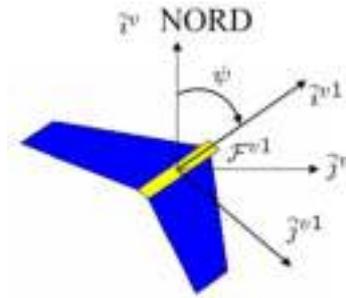


FIGURE 4.6 – Le repère véhicule-1. Si les angles de roulis et de tangage sont égaux à zéro, l'axe des  $x$  indique le nez de l'aéronef, l'axe des  $y$  indique l'aile droite et l'axe de  $z$  pointe vers le centre de la Terre.

### 4.3.3 Le repère véhicule-1 $F^{v1}$

L'origine du repère **véhicule-1** ( $F^{v1}$ ) est identique à celle du repère véhicule  $F^v$ , c'est-à-dire le centre de gravité du quadrotor. Cependant,  $F^{v1}$  est positivement tourné autour de l'axe  $k^v$  avec un angle de lacet  $\psi$ , de sorte que si le drone ne roule pas ou ne tangue pas,  $\hat{i}^{v1}$  indiquerait alors le nez de l'aéronef,  $\hat{j}^{v1}$  désignerait l'aile droite et  $\hat{k}^{v1}$  sera aligné avec  $\hat{k}^v$  et pointe vers le centre de la terre, comme le montre la figure 4.6.

La transformation du repère  $F^v$  vers  $F^{v1}$  est donnée par :

$$p^{v1} = R_v^{v1}(\psi)p^v,$$

où :

$$R_v^{v1}(\psi) = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### 4.3.4 Le repère véhicule-2 $F^{v2}$

L'origine du repère **véhicule-2** ( $F^{v2}$ ) est à nouveau le centre de gravité et il est obtenue en faisant pivoter le repère **véhicule-1** dans le sens de la rotation vers la droite autour de l'axe  $\hat{j}^{v1}$  de l'angle d'inclinaison  $\theta$ . Si l'angle de roulis est égal à zéro,  $\hat{i}^{v2}$  indique le nez de la cellule,  $\hat{j}^{v2}$  indique l'aile droite et  $\hat{k}^{v2}$  indique le centre de la terre, comme illustré dans la figure 4.7. La transformation du repère  $F^{v1}$  vers  $F^{v2}$  est donnée par :

$$p^{v2} = R_{v1}^{v2}(\theta)p^{v1},$$

où :

$$R_{v1}^{v2}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

### 4.3.5 Le repère local $F^b$

Le repère local est obtenu en faisant tourner le repère véhicule-2 dans le sens de la rotation à droite autour de l'axe  $\hat{i}^{v2}$  de l'angle de roulis  $\phi$ . Par conséquent, l'origine est le

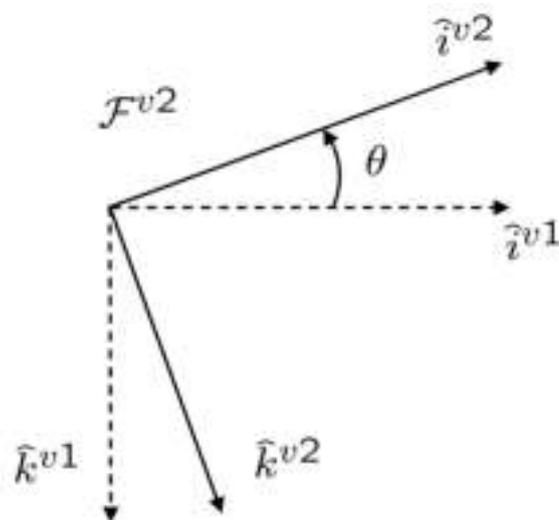


FIGURE 4.7 – Le repère véhicule-2. Si les angles de roulis et de tangage sont égaux à zéro, l'axe des  $x$  indique le nez de l'aéronef, l'axe des  $y$  indique l'aile droite et l'axe de  $z$  pointe vers le centre de la Terre.

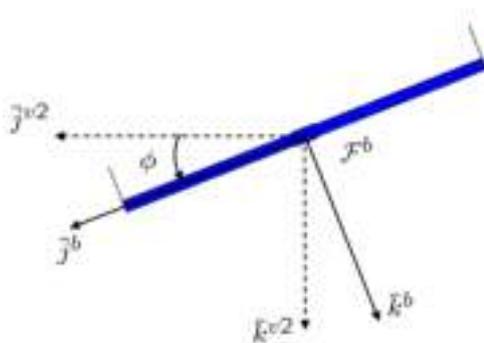


FIGURE 4.8 – Le repère local. L'axe des  $x$  indique le nez de l'aéronef, L'axe des  $y$  indique l'aile droite et l'axe des  $z$  pointé sortant du le centre de gravité.

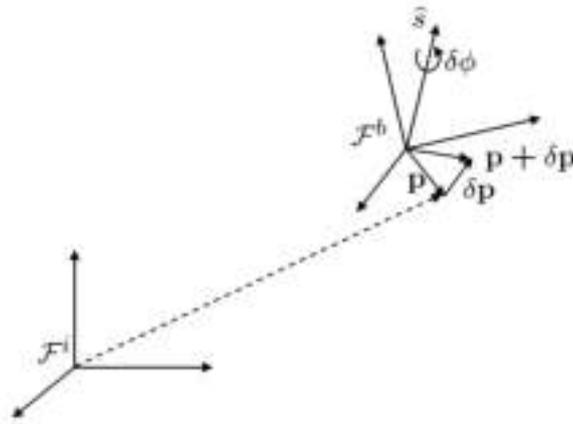


FIGURE 4.9 – Dérivation de l'équation de Coriolis.

centre de gravité,  $\hat{i}^b$  indique le nez de l'aéronef,  $\hat{j}^b$  pointe vers l'aile droite et  $\hat{k}^b$  est pointé sortant du centre de gravité du quadrotor. Le repère local est illustré dans la figure 4.8. La transformation du repère  $F^{v2}$  vers le repère  $F^b$  est donnée par :

$$p^b = R_{v2}^b(\phi)p^{v2},$$

où :

$$R_{v2}^b(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix}$$

La transformation du repère véhicule vers le repère local est donné par :

$$\begin{aligned} R_v^b(\phi, \theta, \psi) &= R_{v2}^b(\phi)R_{v1}^{v2}(\theta)R_v^{v1}(\psi) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi c\theta \\ c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

où :  $c\phi \triangleq \cos\phi$  et  $s\phi \triangleq \sin\phi$

## 4.4 l'Équation de Coriolis

Dans cette section, nous fournissons une dérivation simple de la célèbre équation de Coriolis<sup>2</sup>. Nous suivons la dérivation donnée par L Stevens Brian et L Lewis Frank dans la référence [30].

2. La force de Coriolis est une force inertielle agissant perpendiculairement à la direction du mouvement d'un corps en déplacement dans un milieu (un référentiel) lui-même en rotation uniforme, tel que vu par un observateur partageant le même référentiel. Cette « force » est nommée ainsi en l'honneur de l'ingénieur français **Gaspard-Gustave Coriolis**

Supposons que nous ayons deux repères de coordonnées  $F^i$  et  $F^b$ , comme illustré à la figure 4.9. Par exemple,  $F^i$  pourrait représenter le repère inertiel et  $F^b$  pourrait représenter le repère local d'un quadrotor. Supposons que le vecteur  $p$  se déplace dans  $F^b$  et que  $F^b$  soit en rotation et en translation par rapport à  $F^i$ . Notre objectif est de trouver la dérivée temporelle de  $p$  vue à partir du repère  $F^i$ . Nous allons dériver l'équation appropriée en deux étapes. Supposons d'abord que  $F^b$  ne tourne pas par rapport à  $F^i$ . Notant la dérivée temporelle de  $p$  dans le repère  $F^i$  comme  $\frac{d}{dt_i}p$ , nous obtenons :

$$\frac{d}{dt_i}p = \frac{d}{dt_b}p \quad (4.4)$$

Par contre, supposons que  $p$  est fixe en  $F^b$  mais que  $F^b$  tourne par rapport à  $F^i$ , et que  $\hat{s}$  soit l'axe de rotation instantanée et  $\delta\phi$  l'angle de rotation (à droite).

Ensuite, la formule de rotation (4.3) donne :

$$p + \delta p = (1 - \cos(-\delta\phi))\hat{s}(\hat{s}.p) + \cos(-\delta\phi)p - \sin(-\delta\phi)\hat{s} \times p.$$

En utilisant une approximation à petit angle et en divisant les deux côtés par  $\delta t$ , on obtient :

$$\frac{d}{dt}p \approx \frac{d\phi}{dt}\hat{s} \times p. \quad (4.5)$$

En prenant la limite comme  $\delta t \rightarrow 0$  et en définissant la vitesse angulaire de  $F^b$  par rapport à  $F^i$  comme  $\omega_{b/i} \triangleq \hat{s}\dot{\phi}$  on obtient :

$$\frac{d}{dt_i}p = \omega_{b/i} \times p \quad (4.6)$$

La différenciation étant un opérateur linéaire, nous pouvons combiner les équations 4.4 et 4.6 pour obtenir :

$$\frac{d}{dt_i}p = \frac{d}{dt_b}p + \omega_{b/i} \times p \quad (4.7)$$

qui est l'équation de Coriolis.

## 4.5 La Modélisation cinématique et dynamique du Quadrotor

Dans cette section, nous dérivons les expressions de la cinématique et de la dynamique d'un corps rigide. Bien que les expressions dérivées dans ce chapitre soient générales à tout corps rigide, nous utiliserons des cadres de notation et de coordonnées qui sont typiques de la littérature aéronautique. En particulier, dans la sous-section 4.5.1, nous définissons la notation qui sera utilisée pour les variables d'état d'un quadrotor. Dans la sous-section 4.5.2 nous dérivons les expressions pour la cinématique, et dans la sous-section 4.6 nous dérivons la dynamique.

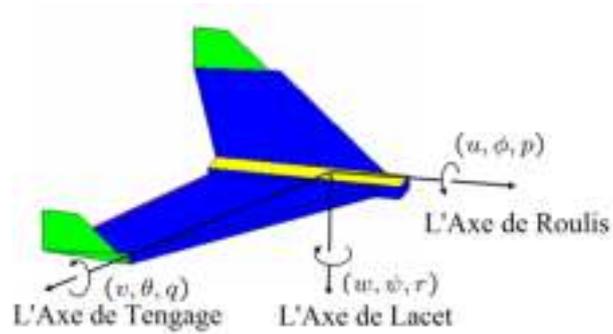


FIGURE 4.10 – Definition des axes.

### Hypothèses

- **Hypothèse 1** La structure est rigides et parfaitement symétriques, ce qui induit que la matrice d'inertie sera supposée diagonale.
- **Hypothèse 2** les hélices sont rigides et parfaitement symétriques pour pouvoir négliger l'effet de leur déformation lors de la rotation.
- **Hypothèse 3** La dynamique des rotors est relativement rapide et sera négligée.
- **Hypothèse 4** Le centre de masse et l'origine du repère lié à la structure coïncident.
- **Hypothèse 5** Les forces de portance et de traînée sont proportionnelles aux carrés de la vitesse de rotation des rotors, ce qui est une approximation très proche du comportement aérodynamique. Nous supposons que la vitesse angulaire est directement proportionnelle à la commande de modulation de largeur d'impulsion envoyée au moteur.

### 4.5.1 Variables d'état du quadrotor

Les variables d'état du quadrotor sont les douze grandeurs suivantes :

$p_n$  = la position inertielle (nord) du quadrotor le long de  $\hat{i}^i$  dans le repère  $F^i$

$p_e$  = la position inertielle (est) du quadrotor le long de  $\hat{j}^i$  dans le repère  $F^i$

$h$  = l'altitude du quadrotor mesurée le long de  $-\hat{k}^i$  dans le repère  $F^i$

$u$  = la vitesse du repère local mesurée le long de  $\hat{i}^b$  dans le repère  $F^b$

$v$  = la vitesse du repère local mesurée le long de  $\hat{j}^b$  dans le repère  $F^b$

$w$  = la vitesse du repère local mesurée le long de  $\hat{k}^b$  dans le repère  $F^b$

$\phi$  = l'angle de roulis défini par rapport à  $F^{v2}$

$\theta$  = l'angle de tangage défini par rapport à  $F^{v1}$

$\psi$  = l'angle de lacet défini par rapport à  $F^v$

$p$  = le taux de roulis mesuré le long de  $\hat{i}^b$  dans le repère  $F^b$

$q$  = le taux de tangage mesuré le long de  $\hat{j}^b$  dans le repère  $F^b$

$r$  = le taux de lacet mesuré le long de  $\hat{k}^b$  dans le repère  $F^b$

Les variables d'état sont représentées dans la figure 4.10. La position  $(p_n, p_e, h)$  du quadrotor est donnée dans le repère inertielle, avec  $h$  positif défini le long de l'axe Z négatif dans le repère inertielle. La vitesse  $(u, v, w)$  et la vitesse angulaire  $(p, q, r)$  du quadrotor sont données par rapport au repère local. Les angles d'Euler (le roulis  $\phi$ , le tangage  $\theta$  et le lacet  $\psi$ ) sont donnés par rapport au repère **véhicule-2**, au repère **véhicule-1** et au repère **local** respectivement.

### 4.5.2 La Cinématique du quadrotor

Les variables d'état  $p_n, p_e$  et  $-h$  sont des grandeurs du repère inertielle, tandis-que les vitesses  $u, v$  et  $w$  sont des grandeurs du repère local. Par conséquent, la relation entre la position et les vitesses est donnée par :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} p_n \\ p_e \\ -h \end{pmatrix} &= R_b^v \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \\ &= (R_v^b)^T \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta s\psi - c\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi s\psi \\ -s\phi & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

La relation entre les angles absolus  $\phi, \theta$  et  $\psi$ , et les vitesses angulaires  $p, q$  et  $r$  est également compliquée par le fait que ces quantités sont définies dans des systèmes de coordonnées différents. Les vitesses angulaires sont définies dans le repère  $F^b$ , tandis que

l'angle de roulis  $\phi$  est défini dans le repère  $F^{v2}$ , l'angle de tangage  $\theta$  est défini dans le repère  $F^{v1}$  et l'angle de lacet  $\psi$  dans le repère véhicule  $F^v$ .

Nous devons relier  $p$ ,  $q$ , et  $r$  avec  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\theta}$  et  $\dot{\psi}$ . Puisque  $\dot{\phi}$ ,  $\dot{\theta}$  et  $\dot{\psi}$  sont petits et notant que :

$$R_{v2}^b(\dot{\phi}) = R_{v1}^{v2}(\dot{\theta}) = R_v^{v1}(\dot{\psi}) = I,$$

on aura :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} &= R_{v2}^b(\dot{\phi}) \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + R_{v2}^b(\phi) R_{v1}^{v2}(\theta) \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + R_{v2}^b(\phi) R_{v1}^{v2}(\theta) R_{v2 \rightarrow v1}(\dot{\psi}) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

en inversant nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi)\sec(\theta) & \cos(\phi)\sec(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

## 4.6 La Dynamique du Quadrotor

Soit  $\mathbf{v}$  le vecteur vitesse du quadrotor. Les lois de Newton ne s'appliquent que dans les système de coordonnées inertielles (le repère inertiel  $F^i$ ), donc la loi de Newton appliquée au mouvement de translation est la suivante :

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt_i} = \mathbf{f},$$

où  $m$  est la masse du quadrotor,  $\mathbf{f}$  est la force totale appliquée au quadrotor, et  $\frac{d}{dt_i}$  est la dérivée temporelle dans le repère inertiel. A partir de l'équation du Coriolis nous avons :

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt_i} = m \left( \frac{d\mathbf{v}}{dt_b} + \omega_{b/i} \times \mathbf{v} \right) = \mathbf{f}, \quad (4.9)$$

où  $\omega_{b/i}$  est la vitesse angulaire de l'aéronef par rapport au repère inertiel. Puisque la force de control est calculée et appliquée dans le système de coordonnées local, et puisque  $\omega$  est mesuré par rapport au repère local, nous exprimons l'équation 4.9 dans le repère local, où  $\mathbf{v}^b \triangleq (u, v, w)^T$ , et  $\omega_{b/i}^b \triangleq (p, q, r)^T$ . l'équation 4.9 devient :

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

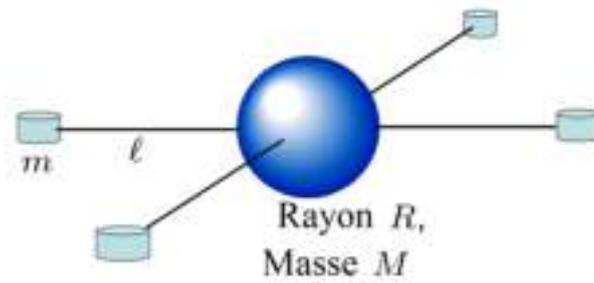


FIGURE 4.11 – Les moments d’inertie du quadrotor.

où  $\mathbf{f}^b \triangleq (f_x, f_y, f_z)^T$ .

Pour la rotation, la deuxième loi de Newton stipule que :

$$\frac{d\mathbf{h}^b}{dt_i} = \mathbf{m},$$

où  $\mathbf{h}$  est le moment cinétique et  $\mathbf{m}$  le couple appliqué. En utilisant l’équation de Coriolis, nous avons :

$$\frac{d\mathbf{h}^b}{dt_i} = \frac{d\mathbf{h}^b}{dt_{ib}} + \omega_{b/i} \times \mathbf{h} = \mathbf{m}. \quad (4.11)$$

Encore une fois, l’équation 4.11 est plus facilement résolu en coordonnées locales où  $\mathbf{h}^b = \mathbf{J}\omega_{b/i}^b$  où  $\mathbf{J}$  est la matrice d’inertie constante donnée par :

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \begin{pmatrix} \int (y^2 + z^2) dm & -\int xy dm & \int xs dm \\ -\int xy dm & \int (x^2 + z^2) dm & -\int yz dm \\ -\int xz dm & -\int yz dm & \int (x^2 + y^2) dm \end{pmatrix} \\ &\triangleq \begin{pmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{xy} & J_y & -J_{yz} \\ -J_{xz} & -J_{yz} & J_z \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Comme le montre la figure 4.11, Les moments d’inertie du quadrotor sont calculés en supposant un centre dense sphérique de masse  $M$  et de rayon  $R$ , ainsi que des points de masse  $m$  situées à une distance  $l$  du centre. le quadrotor est essentiellement symétrique autour des trois axes, donc  $J_{xy} = J_{xz} = J_{yz} = 0$ , ce qui implique que :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix}.$$

Donc :

$$\mathbf{J}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_z} \end{pmatrix}.$$

L'inertie d'une sphère solide est donnée par  $J = 2MR^2/5$ . Donc :

$$\begin{aligned} J_x &= \frac{2MR^2}{5} + 2l^2m \\ J_y &= \frac{2MR^2}{5} + 2l^2m \\ J_z &= \frac{2MR^2}{5} + 4l^2m. \end{aligned}$$

Définissant  $\mathbf{m}^b \triangleq (\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi)^T$  on peut écrire :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{J_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_z} \end{pmatrix} \left[ \begin{pmatrix} 0 & r & -q \\ -r & 0 & p \\ q & -p & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix} \right] \\ &= \begin{pmatrix} \frac{J_y - J_z}{J_x} qr \\ \frac{J_z - J_x}{J_y} pr \\ \frac{J_x - J_y}{J_z} pq \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{J_x} \tau_\phi \\ \frac{1}{J_y} \tau_\theta \\ \frac{1}{J_z} \tau_\psi \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Le modèle à six degrés de liberté pour la cinématique et la dynamique du quadrotors peut être résumé comme suit :

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_n \\ \dot{p}_e \\ \dot{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta s\psi - c\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi s\psi \\ s\phi & -s\phi c\theta & -c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{J_y - J_z}{J_x} qr \\ \frac{J_z - J_x}{J_y} pr \\ \frac{J_x - J_y}{J_z} pq \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{J_x} \tau_\phi \\ \frac{1}{J_y} \tau_\theta \\ \frac{1}{J_z} \tau_\psi \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

## 4.7 Forces et moments

L'objectif de cette section est de décrire les forces et les couples qui agissent sur le quadrotor. Comme il n'y a pas de surface de levage aérodynamique, nous supposons que les forces et moments aérodynamiques sont négligeables. Les forces et les moments sont principalement dus à la gravité et aux quatre hélices.

Les figures 4.12 et 4.13 présentent une vue de dessus du quadrotor, où chaque moteur produit une force ascendante  $F$  et un couple  $\tau$ . Les moteurs avant et arrière tournent dans

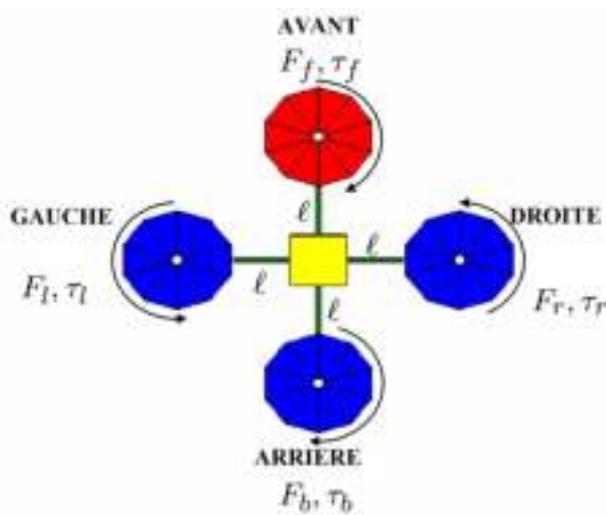


FIGURE 4.12 – La vue de dessus du quadrotor.

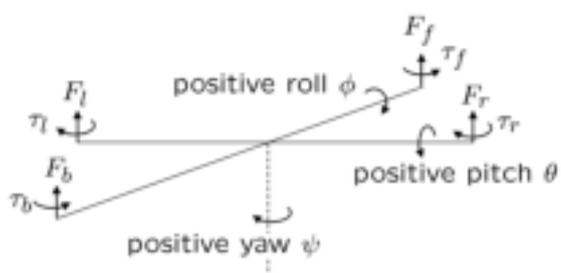


FIGURE 4.13 – Définition des forces et des couples agissant sur le quadrotor.

le sens des aiguilles d'une montre et les moteurs droit et gauche dans le sens contraire des aiguilles d'une montre.

La force totale agissant sur le quadrotor est donnée par :

$$F = F_f + F_r + F_b + F_l.$$

Le couple de roulis est produit par les forces des moteurs droit et gauche comme :

$$\tau_\phi = l(F_l - F_r).$$

De même, le couple de tangage est produit par les forces des moteurs avant et arrière ainsi :

$$\tau_\theta = l(F_f - F_b).$$

En raison de la troisième loi de Newton, la traînée des hélices produit un couple de lacet sur le corps du quadrotor. La direction du couple sera opposée au mouvement de l'hélice. Par conséquent, le couple total de lacet est donné par :

$$\tau_\psi = \tau_r + \tau_l - \tau_f - \tau_b.$$

La portance et la traînée produites par les hélices sont proportionnelles au carré de la vitesse angulaire. Nous supposons que la vitesse angulaire est directement proportionnelle à la commande de modulation de largeur d'impulsion (**MLI**) envoyée au moteur. Par conséquent, la force et le couple de chaque moteur peuvent être exprimés comme suit :

$$\begin{aligned} F_* &= k_1 \delta_* \\ \tau_* &= k_2 \delta_* \end{aligned}$$

où  $k_1$  et  $k_2$  sont des constantes qui doivent être déterminées expérimentalement,  $\delta_*$  est le signal de commande du moteur et  $*$  représente le signe des moteurs ( $f$  : avant,  $r$  : droit,  $b$  : arrière et  $l$  : gauche). Par conséquent, les forces et les couples sur le quadrotor peuvent être écrits sous forme de matrice :

$$\begin{pmatrix} F \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 & k_1 & k_1 & k_1 \\ 0 & -lk_1 & 0 & lk_1 \\ lk_1 & 0 & k_1 & 0 \\ -k_2 & k_2 & -k_2 & k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_f \\ \delta_r \\ \delta_b \\ \delta_l \end{pmatrix} \triangleq M \begin{pmatrix} \delta_f \\ \delta_r \\ \delta_b \\ \delta_l \end{pmatrix}.$$

Les stratégies de contrôle dérivées dans les sections suivantes spécifieront les forces et les couples. Les commandes de moteurs réelles peuvent être trouvées en tant que :

$$\begin{pmatrix} \delta_f \\ \delta_r \\ \delta_b \\ \delta_l \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} F \\ \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{pmatrix}.$$

Notez que les commandes de modulation de largeur d'impulsion doivent être comprises entre zéro et un. En plus de la force exercée par le moteur, la gravité exerce également

une force sur le quadrotor. Dans le repère véhicule  $F^v$ , la force de gravité agissant sur le centre de gravité est donnée par :

$$f_g^v = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix}.$$

Cependant, puisque  $\mathbf{v}$  dans l'équation 4.12 est exprimé dans le repère  $F^b$ , nous devons convertir vers le repère local pour obtenir :

$$\begin{aligned} f_g^b &= R_v^b \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -mg \sin \theta \\ mg \cos \theta \sin \phi \\ mg \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Par conséquent, les équations 4.12 deviennent :

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_n \\ \dot{p}_e \\ \dot{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta s\psi - c\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi s\psi \\ s\phi & -s\phi c\theta & -c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} rv - qw \\ pw - ru \\ qu - pv \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -g \sin \theta \\ g \cos \theta \sin \phi \\ g \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} + \frac{1}{m} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -F \end{pmatrix}, \quad (4.17)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \sin(\phi)\tan(\theta) & \cos(\phi)\tan(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{J_y - J_z}{J_x} qr \\ \frac{J_z - J_x}{J_y} pr \\ \frac{J_x - J_y}{J_z} pq \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{J_x} \tau_\phi \\ \frac{1}{J_y} \tau_\theta \\ \frac{1}{J_z} \tau_\psi \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

## 4.8 Modèles simplifiés

Les équations 4.16 sont les équations de mouvement qui vont être utilisés dans notre simulateur à six degrés de liberté (développé sous MATLAB Simulink). Cependant, ils ne conviennent pas à la conception des contrôleurs pour plusieurs raisons. La première raison est qu'ils sont trop compliqués pour obtenir un aperçu significatif du mouvement. La deuxième raison est que la position et l'orientation sont relatives au repère inertiel fixe, alors que les mesures de la centrale inertielle (et la caméra si elle est utilisée) mesurent la position et l'orientation de la cible (**désirée**) par rapport au repère local.

### 4.8.1 Modèle pour l'estimation

Pour le quadrotor, nous ne sommes pas en mesure d'estimer la position inertielle ni l'angle de cap  $\psi$ . Nous nous intéresserons plutôt à la position et à la direction relatives du

quadrotor par rapport à une cible au sol. La position relative du quadrotor sera mesurée dans le repère **véhicule-1**, c'est-à-dire, le repère véhicule après sa rotation par le vecteur de direction  $\psi$ . Le repère véhicule-1 est pratique car les positions  $x$ ,  $y$  et  $z$  sont toujours mesurées par rapport à une terre plane, mais il s'agit de quantités centrées sur le véhicule par opposition à des quantités inertielles. Soit  $p_x$ ,  $p_y$  et  $p_z$  le vecteur de position relative entre la cible et le véhicule résolu dans le repère  $v1$ . Donc l'équation 4.16 devient :

$$\begin{pmatrix} \dot{p}_n \\ \dot{p}_e \\ \dot{h} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\theta & s\phi s\theta & c\phi s\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ -s\phi & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

### 4.8.2 Modèle pour la conception des contrôleurs

En supposant que  $\phi$  et  $\theta$  soient petits, l'équation (4.18) peut être simplifiée comme suit :

$$\begin{pmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix}. \quad (4.21)$$

De même, l'équation (4.19) est simplifiée en supposant que les termes de Coriolis  $qr$ ,  $pr$  et  $pq$  sont faibles pour obtenir :

$$\begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_x} \tau_\phi \\ \frac{1}{J_y} \tau_\theta \\ \frac{1}{J_z} \tau_\psi \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

Combinant l'équation (4.21) et l'équation (4.22) nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{J_x} \tau_\phi \\ \frac{1}{J_y} \tau_\theta \\ \frac{1}{J_z} \tau_\psi \end{pmatrix}. \quad (4.23)$$

Différenciant l'équation (4.16) et en négligeant  $\dot{R}_b^v$  donne :

$$\begin{pmatrix} \ddot{p}_n \\ \ddot{p}_e \\ \ddot{p}_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\theta c\psi & s\phi s\theta s\psi - c\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi s\psi \\ s\phi & -s\phi c\theta & -c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Négligeant les termes de Coriolis et posant l'équation (4.17) dans l'équation (4.24) et simplifiant cela donne :

$$\begin{pmatrix} \ddot{p}_n \\ \ddot{p}_e \\ \ddot{p}_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -c\phi s\theta c\psi - s\phi s\psi \\ -c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi \\ -c\phi c\theta \end{pmatrix} \frac{F}{m}. \quad (4.25)$$

Par conséquent, le modèle inertiel simplifié est donné par :

$$\ddot{p}_n = (-\cos\phi\sin\theta\cos\psi - \sin\phi\sin\psi)\frac{F}{m} \quad (4.26)$$

$$\ddot{p}_e = (-\cos\phi\sin\theta\sin\psi + \sin\phi\cos\psi)\frac{F}{m} \quad (4.27)$$

$$\ddot{p}_d = g - (\cos\phi\cos\theta)\frac{F}{m} \quad (4.28)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{J_x}\tau_\phi \quad (4.29)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_y}\tau_\theta \quad (4.30)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J_z}\tau_\psi \quad (4.31)$$

La dynamique donnée dans les équations (4.26) à (4.31) est exprimée dans le repère inertiel. Ceci est nécessaire pour le simulateur. Cependant, nous contrôlerons la position, l'altitude et le cap en utilisant les mesures du repère de la centrale inertielle pour déterminer la position cible. Dans ce paramétrage, le cap n'est pas pertinent. Par conséquent, au lieu d'exprimer la dynamique de translation dans le repère inertiel, nous les exprimerons dans le repère véhicule-1  $F^{v1}$ , ce qui équivaut au repère inertiel après rotation par l'angle de cap.

En différenciant l'équation (4.20) et en négligeant  $\dot{R}_b^{v1}$  donne :

$$\begin{pmatrix} \ddot{p}_x \\ \ddot{p}_y \\ \ddot{p}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\theta & s\phi s\theta & c\phi s\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

En négligeant les termes de Coriolis et en posant l'équation (4.17) dans l'équation (4.33) et simplifiant cela nous donne :

$$\begin{pmatrix} \ddot{p}_x \\ \ddot{p}_y \\ \ddot{p}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -c\phi s\theta \\ s\phi \\ -c\phi c\theta \end{pmatrix} \frac{F}{m} \quad (4.33)$$

Par conséquent, le modèle simplifié dans le repère véhicule-1 est donné par :

$$\ddot{p}_x = -\cos\phi\sin\theta\frac{F}{m} \quad (4.34)$$

$$\ddot{p}_y = \sin\phi\frac{F}{m} \quad (4.35)$$

$$\ddot{p}_z = g - \cos\phi\cos\theta\frac{F}{m} \quad (4.36)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{J_x}\tau_\phi \quad (4.37)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{J_y}\tau_\theta \quad (4.38)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{J_z}\tau_\psi \quad (4.39)$$

## 4.9 Conclusion

Dans ce chapitre, la modélisation dynamique du quadrirotor a été décrite. Tout d'abord, un modèle à corps rigide de six degrés de liberté a été développé en utilisant le formalisme de Newton-Euler. Ensuite, les forces et moments d'action principaux ont été inclus. Certaines simplifications ont été envisagées afin d'élaborer des lois de contrôle relativement simples à des fins de mise en œuvre en adoptant l'architecture de contrôle hiérarchique. Après avoir décrit les équations du mouvement du quadrotor, nous aborderons, dans le chapitre suivant, le calcul d'ordre fractionnaire qui va être utilisé pour la synthèse des lois de commande par la suite.

# 5

## Le calcul d'ordre fractionnaire

---

### Résumé du Chapitre

Les étudiants en mathématiques, sciences et ingénierie rencontrent les opérateurs différentiels  $d/dx$ ,  $d^2/dx^2$ , etc., mais probablement peu d'entre eux se demandent s'il est nécessaire que l'ordre de différenciation soit un entier. Pourquoi ne pas être un nombre rationnel, fractionnaire, irrationnel ou même complexe ? L'objectif de ce chapitre est de fournir une introduction aux définitions de base et aux outils pour l'application du calcul fractionnaire en contrôle automatique.

### 5.1 Pourquoi un ordre fractionnaire ?

Au tout début du calcul intégral et différentiel, dans une lettre à L'Hôpital<sup>1</sup> en 1695, Leibniz<sup>2</sup> lui-même pose la question : «Peut-on généraliser le sens des dérivés à ordre entier aux dérivés à ordre non entier ?» L'Hôpital est quelque peu curieux de cette question et a répondu par une autre question à Leibniz : "Et si la commande sera  $1/2$  ?" Leibniz dans une lettre datée du 30 septembre 1695 répondit : "Cela conduira à un paradoxe, dont un jour des conséquences utiles sera dessiné". La question soulevée par Leibniz pour une dérivée d'ordre-non-entier était un sujet d'actualité depuis plus de 300 ans, et maintenant il est connu sous le nom de calcul d'ordre fractionnaire, une généralisation de la différenciation et l'intégration ordinaire à ordre (non-entier) arbitraire.

Avant d'introduire le calcul fractionnaire et ses applications dans le contrôle, il est important de remarquer que «fractionnaire» ou «ordre fractionnaire» sont des mots mal utilisés. Un terme plus précis devrait être «ordre non entier», car l'ordre lui-même peut également être irrationnel. Cependant, une énorme quantité de travail dans la littérature utilise plus généralement «fractionnaire» pour se référer au même concept. Pour cette raison, nous utilisons le terme « Ordre fractionnaire» dans cette thèse.

1. Guillaume de L'Hospital, marquis de Saint Mesme, est un élève de Jean Bernoulli qui lui apprend le calcul différentiel.

2. Gottfried Wilhelm Leibniz, né à Leipzig le 1er juillet 1646 et mort à Hanovre le 14 novembre 1716, est un philosophe, scientifique, mathématicien, logicien, diplomate, juriste, bibliothécaire et philologue allemand

Il est courant dans les cours de premier cycle de l'automatique d'introduire les actions de commande de base et leurs effets dans le comportement du système contrôlé, dans le domaine fréquentiel. Donc, nous savons que ces actions sont proportionnelles, dérivées et intégrales, et leurs principaux effets sur le comportement du système contrôlé sont [7] :

- augmenter la vitesse de la réponse, diminuer l'erreur statique et la stabilité relative, pour une action proportionnelle ;
- augmenter la stabilité relative et la sensibilité au bruit, pour une action dérivée ;
- éliminer l'erreur statique et diminuer la stabilité relative, pour une action intégrale.

Les effets positifs de l'action dérivée (augmentation de la stabilité relative) peuvent être observés dans le domaine fréquentiel par un correcteur avance-de-phase de  $\pi/2$ , et les négatifs (sensibilité accrue au bruit haute fréquence) par l'augmentation du gain avec une pente de  $20dB/dec$ . Pour l'action intégrale, les effets positifs (élimination des erreurs statiques) peuvent être déduits par le gain infini pour la fréquence nulle, et les négatifs (stabilité relative diminuée) par le décalage de phase de  $\pi/2$ . Compte tenu de cela, il est tout à fait naturel de conclure qu'en introduisant des actions de contrôle plus générales de la forme  $s^n, 1/s^n, n \in \mathbb{R}^+$ , nous pourrions obtenir des compromis plus satisfaisants entre les effets positifs et négatifs, et en combinant les actions nous pourrions développer des méthodes de conception plus puissantes et flexibles pour satisfaire aux spécifications du système contrôlé.

Tournons maintenant notre attention du contrôle vers la modélisation des systèmes. Les chercheurs en électrochimie, systèmes biologiques, science des matériaux, viscoélasticité et autres domaines dans lesquels apparaissent l'électrochimie, le transport de masse, la diffusion ou d'autres phénomènes de mémoire [[109]-[101]], effectuent généralement des expériences dans le domaine fréquentiel afin d'obtenir des circuits électriques équivalents reflétant la dynamique comportement des systèmes étudiés. Il est assez courant dans ces domaines de trouver des comportements qui sont loin de ceux attendus pour les éléments communs tels que les résistances, les inductances et les condensateurs, et de définir à des fins opérationnelles des impédances spéciales telles que les impédances de Warburg, les éléments à phase constante (**CPE**), et d'autres. Toutes ces impédances spéciales ont en commun un comportement dans le domaine fréquentiel de la forme  $k/(j\omega)^n, n \in \mathbb{R}$ , et donc, dans le domaine de Laplace, ces éléments doivent être modélisés par :  $k/s^n, n \in \mathbb{R}$ . Ces opérateurs dans les domaines de fréquence et de Laplace donnent naissance aux opérateurs correspondants dans le domaine temporel. Dans ce qui suit, en utilisant des définitions standard d'intégrales et de dérivées répétées, nous tenterons de montrer que ces opérateurs qui se posent de façon assez naturelle dans le domaine fréquentiel, nous conduisent à la définition d'opérateurs différentiels et intégraux d'ordre arbitraire, le fondamental opérateurs du calcul fractionnaire.

Supposons que pour l'instant zéro conditions initiales, nous définissons  $F(s)$  comme la transformée de Laplace de la fonction  $f(t)$ ,  $F(s) \equiv \mathcal{L}[f(t)]$ , dans l'équation :

$$\mathcal{L}[f(t)] = \frac{1}{s^n} F(s), \quad (5.1)$$

on peut reconnaître l'équivalent du domaine de Laplace pour l'intégrale n fois de la fonction  $f(t)$ . Considérons une antiderivée ou primitive de la fonction  $f(t)$ ,  $\mathcal{D}^{-1}f(t)$ , puis :

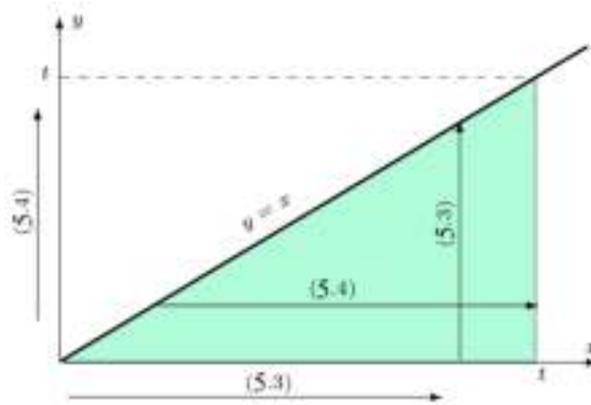


FIGURE 5.1 – plan d'intégration x-y.

$$\mathcal{D}^{-1}f(t) = \int_0^t f(x)dx. \quad (5.2)$$

Maintenant on va effectuer les applications répétées de l'opérateur. Par exemple :

$$\mathcal{D}^{-2}f(t) = \int_0^t \int_0^x f(y)dydx. \quad (5.3)$$

L'équation 5.3 peut être considérée comme une double intégrale, et en tenant compte du plan x-y sur lequel elle est intégrée (voir figure 5.1), nous pouvons inverser la séquence des intégrations en effectuant les changements appropriés dans leurs limites. Donc on obtient :

$$\mathcal{D}^{-2}f(t) = \int_0^t \int_y^t f(y)dx dy. \quad (5.4)$$

Comme  $f(y)$  est une constante par rapport à  $x$ , nous constatons que l'intégrale intérieure est simplement  $(t - y)f(y)$ , et nous avons :

$$\mathcal{D}^{-2}f(t) = \int_0^t (t - y)f(y)dy. \quad (5.5)$$

De même, nous pouvons obtenir :

$$\mathcal{D}^{-3}f(t) = \frac{1}{2} \int_0^t (t - y)^2 f(y)dy. \quad (5.6)$$

et ainsi de suite, donnant la formule :

$$\mathcal{D}^{-n}f(t) = \underbrace{\int \dots \int_0^t}_{n} f(y) \underbrace{dy \dots dy}_n = \int_0^t \frac{f(y)(t - y)^{n-1}}{(n - 1)!} dy. \quad (5.7)$$

La dernière équation, dans laquelle on peut voir qu'une intégrale itérée peut être exprimée comme une intégrale simple pondérée avec une fonction de pondération très simple, est connue sous le nom de formule de Cauchy pour l'intégrale itérée ou répétée. Si nous généralisons l'équation 5.7 pour le cas de  $n \in \mathbb{R}^+$ , nous obtenons :

$$\mathcal{D}^{-n}f(t) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^t f(y)(t - y)^{n-1} dy, \quad (5.8)$$

qui correspond à la définition de **Riemann-Liouville** pour l'intégrale d'ordre fractionnaire d'ordre  $n \in \mathbb{R}^+$  [[109],[143]]. On peut obtenir le même résultat en suivant un chemin différent. En prenant la transformée de Laplace inverse, la fonction correspondant à  $1/s^n$ ,  $n \in \mathbb{R}^+$  est :

$$\mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{s^n} \right] = \frac{t^{n-1}}{\Gamma(n)} \quad (5.9)$$

Donc, si nous considérons 5.1 comme le produit des fonctions  $1/sn$  et  $F(s)$  dans le domaine de LAPLACE, il correspond au produit de convolution dans le domaine temporel, c'est-à-dire :

$$\mathcal{D}^{-n} f(t) = \frac{t^{n-1}}{\Gamma(n)} * f(t) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int f(y)(t-y)^{n-1} dy. \quad (5.10)$$

Tournant notre attention des intégrales vers les dérivées, l'opérateur  $s^n$ ,  $n \in \mathbb{R}^+$  dans le domaine de Laplace donne naissance à un opérateur de la forme  $d^n/dt^n$  dans le domaine temporel. Selon la définition bien connue, la dérivée de premier ordre de la fonction  $f(t)$ , notée  $\mathcal{D}^1 f(t)$ , est définie par :

$$\mathcal{D}^1 f(t) = \frac{df(t)}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t) - f(t-h)}{h}, \quad (5.11)$$

c'est-à-dire comme limite d'une différence en arrière. De même :

$$\mathcal{D}^2 f(t) = \frac{d^2 f(t)}{dt^2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^2} [f(t) - 2f(t-h) + f(t-2h)], \quad (5.12)$$

et :

$$\mathcal{D}^3 f(t) = \frac{d^3 f(t)}{dt^3} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^3} [f(t) - 3f(t-h) + 3f(t-2h) - f(t-3h)], \quad (5.13)$$

En itérant  $n$  fois, on peut obtenir :

$$\mathcal{D}^n f(t) = \frac{d^n f(t)}{dt^n} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} f(t - kh) \quad (5.14)$$

où :

$$\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2) \cdots (n-k+1)}{k!} \quad (5.15)$$

L'équation 5.15 est la notation habituelle pour les coefficients binomiaux. L'équation 5.14 pour  $n \in \mathbb{R}^+$  nous amène à la définition de Grünwald - Letnikov pour la dérivée d'ordre fractionnaire d'ordre  $n$  ([109],[143]).

On peut se demander si les équations 5.8 et 5.14 pourraient être utilisées pour tout  $n \in \mathbb{R}$ , afin d'obtenir des définitions unifiées pour les opérateurs différentiels / intégraux généralisés. En fait, il en est ainsi, mais compte tenu de quelques subtilités mathématiques concernant les fonctions affectées par les opérateurs et les limites de l'opération elle-même, tout en évitant la complexité mathématique inutile, nous essaierons de couvrir l'essentiel de ces aspects dans ce chapitre, ainsi que les propriétés fondamentales des opérateurs d'ordre fractionnaire et des systèmes d'ordre fractionnaire (systèmes modélisés par des équations intégro-différentielles impliquant des intégrés d'ordre fractionnaire -opérateurs différentiels). Pour le moment, dans la section suivante, nous donnons un bref aperçu historique du développement du calcul fractionnaire.

## 5.2 Bref aperçu historique

Les premières contributions théoriques au domaine ont été faites par Euler et Lagrange au XVIIIe siècle, et les premières études systématiques semblent avoir été faites au début et au milieu du XIXe siècle par Liouville, Riemann et Holmgren. C'est Liouville qui a étendu les fonctions en séries d'exponentielles et défini la dérivée de nième ordre d'une telle série en opérant terme par terme comme si  $n$  était un entier positif.

Riemann a proposé une définition différente qui impliquait une intégrale définie et était applicable aux séries de puissance avec des exposants non entiers. Ce sont Grünwald et Krug les premiers qui ont unifié les résultats de Liouville et Riemann. Grünwald, en revenant aux sources originales et en adoptant comme point de départ la définition d'une dérivée comme limite d'un quotient de différence et en arrivant à des formules intégrales définies pour la dérivée du nième ordre. Krug, en utilisant la formule de l'intégrale de Cauchy pour les dérivées ordinaires, a montré que l'intégrale définie de Riemann devait être interprétée comme ayant une limite inférieure finie tandis que la définition de Liouville correspondait à une limite inférieure  $-\infty$ .

La première application du calcul d'ordre fractionnaire a été faite par Abel en 1823. Il a découvert que la solution de l'équation intégrale pour le problème des tautochrones<sup>3</sup> pouvait être obtenue via une intégrale sous forme de dérivée d'ordre un demi. Plus tard au XIXe siècle, d'importants stimuli à l'utilisation du calcul fractionnaire ont été fournis par le développement par Boole de méthodes symboliques pour résoudre les équations différentielles linéaires de coefficients constants, ou le calcul opérationnel de Heaveside développé pour résoudre certains problèmes de théorie électromagnétique tels que la transmission lignes.

Au XXe siècle, des contributions ont été apportées à la fois à la théorie et aux applications du calcul d'ordre fractionnaire par des scientifiques très connus tels que Weyl et Hardy (propriétés des différentes intégrales), Erdély (équations intégrales), Riesz (fonctions de plus d'une variable), Scott Blair (rhéologie), ou Oldham et Spanier (électrochimie et problèmes généraux de transport).

Au cours des dernières décennies du siècle dernier, les applications du calcul d'ordre fractionnaire ont continué de croître, principalement favorisées par les applications d'ingénierie dans les domaines du contrôle par rétroaction, de la théorie des systèmes et du traitement des signaux. Le lecteur intéressé peut trouver de bonnes enquêtes sur l'histoire du calcul fractionnaire dans ([109], [124], [59]).

---

3. Une **courbe tautochrone** est une courbe située dans un plan vertical, où le temps pris par une particule glissant le long de la courbe sous l'influence uniforme de la gravité jusqu'à son point le plus bas est indépendant de son point de départ. Le **problème tautochrone**, l'essai d'identifier cette courbe, fut résolu par Huygens en 1659 dans le cas où seule la gravité agit. Il prouva géométriquement dans son *Horologium oscillatorium* (1673) que la courbe était une cycloïde. Cette solution fut utilisée ultérieurement pour attaquer le problème de la courbe brachistochrone. Plus tard, des mathématiciens tels que Lagrange, d'Alembert et Euler cherchèrent une solution analytique au problème dans le cas général.

## 5.3 Opérateurs d'ordre fractionnaire : définitions et Propriétés

### 5.3.1 Introduction

Essentiellement, le problème mathématique de définition des dérivées et des intégrales d'ordre fractionnaire est le suivant ([109],[105]) : Établir, pour chaque fonction  $f(z)$ ,  $z = x + jy$  d'une classe suffisamment générale, et pour chaque nombre  $\alpha$  (rationnel, irrationnel ou complexe), une correspondance avec une fonction  $g(z) = \mathcal{D}_c^\alpha f(z)$  remplissant les conditions suivantes :

- Si  $f(z)$  est une fonction analytique de la variable  $z$ , la dérivée  $g(z) = \mathcal{D}_c^\alpha f(z)$  est une fonction analytique de  $z$  et  $\alpha$ .
- L'opération  $\mathcal{D}_c^\alpha$  et la dérivée habituelle d'ordre  $n \in \mathbb{Z}^+$ ,  $\alpha = n$  donnent le même résultat.
- L'opération  $\mathcal{D}_c^\alpha$  et l'intégrale de n habituelle avec  $n \in \mathbb{Z}^-$ ,  $\alpha = -n$  donnent le même résultat.
- $\mathcal{D}_c^\alpha f(z)$  et ses  $(n - 1)$  premières dérivées doivent disparaître à zéro à  $z = c$ .
- L'opérateur  $\mathcal{D}$  d'ordre  $\alpha = 0$  est l'opérateur d'identité.
- L'opérateur doit être linéaire :  $\mathcal{D}_c^\alpha [af(z) + bh(z)] = a\mathcal{D}_c^\alpha f(z) + b\mathcal{D}_c^\alpha h(z)$ .
- Pour les intégrales d'ordre fractionnaire d'ordre arbitraire,  $\Re(\alpha) \leq 0$ ,  $\Re(\beta) \leq 0$ , l'opérateur  $\mathcal{D}_c^\alpha$  détient la loi additive d'index :  $\mathcal{D}_c^\alpha \mathcal{D}_c^\beta f(z) = \mathcal{D}_c^{\alpha+\beta} f(z)$ .

### 5.3.2 Intégrales d'ordre fractionnaire

En accord avec la conception de Riemann-Liouville, la notion d'intégrale d'ordre fractionnaire d'ordre  $\Re(\alpha) \leq 0$  est une conséquence naturelle de la formule de Cauchy pour les intégrales répétées, ce qui réduit le calcul de la primitive correspondante à l'intégrale  $n$  fois d'une fonction  $f(t)$  à une simple convolution. Cette formule peut être exprimée comme :

$$\mathcal{I}_c^n f(t) \triangleq \mathcal{D}_c^{-n} f(t) = \frac{1}{(n-1)!} \int_c^t (t-\tau)^{n-1} f(\tau) d\tau, \quad t \leq c, \quad n \in \mathbb{Z}^+. \quad (5.16)$$

Dans l'équation 5.16, nous pouvons voir que  $\mathcal{I}_c^n f(t)$  et ses dérivés d'ordres  $1, 2, 3, \dots, n-1$  deviennent nuls pour  $t = c$ .

De manière naturelle, nous pouvons étendre la validité de l'équation 5.16 vers  $n \in \mathbb{R}^+$ . En tenant compte du fait que  $(n-1)! = \Gamma(n)$  et en introduisant le nombre réel positif  $\alpha$ , l'intégrale de Riemann - Liouville est définie comme :

$$\mathcal{I}_c^\alpha f(t) \triangleq \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_c^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau, \quad t \leq c, \quad \alpha \in \mathbb{R}^+. \quad (5.17)$$

Il peut être prouvé que cet opérateur remplit les conditions précitées. Lorsque nous traitons des systèmes dynamiques, il est habituel que  $f(t)$  soit une fonction causale de  $t$ , et donc dans ce qui suit la définition de l'intégrale d'ordre fractionnaire à utiliser est :

$$\mathcal{I}_c^\alpha f(t) \triangleq \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau, \quad t \leq 0, \quad \alpha \in \mathbb{R}^+. \quad (5.18)$$

Dans l'équation 5.18, nous pouvons voir que l'intégrale d'ordre fractionnaire peut être exprimée comme une convolution causale de la forme :

$$\mathcal{I}^\alpha f(t) = \Phi_\alpha(t) * f(t), \quad \alpha \in \mathbb{R}^+, \quad (5.19)$$

où :

$$\Phi_\alpha(t) = \frac{t_+^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}, \quad \alpha \in \mathbb{R}^+ \quad (5.20)$$

est le noyau causal de la convolution et :

$$t_+^{\alpha-1} = 0, \quad \text{pour } t \geq 0; \quad t_+^{\alpha-1} = t^{\alpha-1}, \quad \text{pour } t \leq 0. \quad (5.21)$$

### 5.3.3 Dérivés d'ordre fractionnaire

La définition 5.18 ne peut pas être utilisée pour la dérivée d'ordre fractionnaire par substitution directe de  $\alpha$  par  $-\alpha$ , car nous devons procéder avec prudence afin de garantir la convergence des intégrales impliquées dans la définition, et de préserver les propriétés de la dérivée ordinaire d'ordre entier.

En notant l'opérateur dérivée d'ordre  $n \in \mathbb{N}$  par  $\mathcal{D}^n$ , et l'opérateur d'identité par  $\mathbb{I}$ , on peut vérifier que :

$$\mathcal{D}^n \mathcal{I}^n = \mathbb{I}, \quad \mathcal{I}^n \mathcal{D}^n \neq \mathbb{I}, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (5.22)$$

En d'autres termes, l'opérateur  $\mathcal{D}^n$  n'est qu'un inverse-gauche de l'opérateur  $\mathcal{I}^n$ . En fait, de l'équation 5.16 on peut déduire que :

$$\mathcal{I}^n \mathcal{D}^n f(t) = f(t) - \sum_{k=0}^{n-1} f^{(k)}(0^+) \frac{t^k}{k!}, \quad t > 0, \quad (5.23)$$

où  $f^{(k)}(\cdot)$  est la dérivée d'ordre  $k$  de la fonction  $f(\cdot)$ . Par conséquent, il faut vérifier si  $\mathcal{D}^\alpha$  est un inverse gauche de  $\mathcal{I}^\alpha$  ou non. A cet effet, en introduisant l'entier positif  $m$  de sorte que  $m-1 < \alpha < m$ , la définition de Riemann-Liouville pour la dérivée d'ordre fractionnaire d'ordre  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  a la forme suivante :

$${}_R \mathcal{D}^\alpha f(t) \triangleq \mathcal{D}^m \mathcal{I}^{m-\alpha} f(t) = \frac{d^m}{dt^m} \left[ \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} d\tau \right], \quad (5.24)$$

où  $m-1 < \alpha < m$ ,  $m \in \mathbb{N}$ .

Une définition alternative pour la dérivée d'ordre fractionnaire a été introduite par Caputo comme :

$${}_C \mathcal{D}^\alpha f(t) \triangleq \mathcal{I}^{m-\alpha} \mathcal{D}^m f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} d\tau, \quad (5.25)$$

où  $m-1 < \alpha < m$ ,  $m \in \mathbb{N}$ .

Cette définition est plus restrictive que celle de Riemann - Liouville car elle nécessite l'intégrabilité absolue de la dérivée d'ordre  $m$  de la fonction  $f(t)$ . Il est clair qu'en général :

$${}_R \mathcal{D}^\alpha f(t) \triangleq \mathcal{D}^m \mathcal{I}^{m-\alpha} f(t) \neq \mathcal{I}^{m-\alpha} \mathcal{D}^m f(t) \triangleq {}_C \mathcal{D}^\alpha f(t), \quad (5.26)$$

sauf dans le cas où elle est nulle à  $t = 0^+$  pour la fonction  $f(t)$  et ses premières dérivées d'ordre  $(m - 1)$ . En fait, entre les deux définitions, il y a les relations suivantes :

$${}_R\mathcal{D}^\alpha f(t) = {}_C\mathcal{D}^\alpha f(t) + \sum_{k=0}^{m-1} \frac{f^{(k)}(0^+)}{\Gamma(k - \alpha + 1)} f^{(k)}(0^+), \quad (5.27)$$

$${}_R\mathcal{D}^\alpha \left( f(t) - \sum_{k=0}^{m-1} f^{(k)}(0^+) \frac{t^k}{k!} \right) = {}_C\mathcal{D}^\alpha f(t). \quad (5.28)$$

En raison de son importance dans les applications, nous considérerons ici la définition de Grünwald–Letnikov, basée sur la généralisation de la différence en arrière. Cette définition a la forme :

$$\mathcal{D}^\alpha f(t)|_{t=kh} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(kh - jh). \quad (5.29)$$

Une autre définition de la dérivée de Grünwald – Letnikov sous forme intégrale est [143] :

$${}_L\mathcal{D}^\alpha f(t) = \sum_{k=0}^m \frac{f^{(k)}(0^+) t^{k-\alpha}}{\Gamma(m+1-\alpha)} + \frac{1}{\Gamma(m+1-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{m-\alpha} f^{(m+1)}(\tau) d\tau, \quad (5.30)$$

où  $m > \alpha - 1$ .

### 5.3.4 Transformée de Laplace et de Fourier

Les transformées intégrales de Laplace et de Fourier sont des outils fondamentaux en ingénierie des systèmes et de contrôle. Pour cette raison, nous donnerons ici l'équation de ces transformées pour les opérateurs d'ordre fractionnaire définis. Ces équations sont :

$$\mathcal{L}[\mathcal{I}^\alpha f(t)] = s^{-\alpha} F(s), \quad (5.31)$$

$$\mathcal{L}[{}_R\mathcal{D}^\alpha f(t)] = s^\alpha F(s) - \sum_{k=0}^{m-1} s^k [{}_R\mathcal{D}^{\alpha-k-1} f(t)]_{t=0}, \quad (5.32)$$

$$\mathcal{L}[{}_C\mathcal{D}^\alpha f(t)] = s^\alpha F(s) - \sum_{k=0}^{m-1} s^{\alpha-k-1} f^{(k)}(0), \quad (5.33)$$

$$\mathcal{L}[{}_L\mathcal{D}^\alpha f(t)] = s^\alpha F(s), \quad (5.34)$$

$$\mathcal{F}[\mathcal{I}^\alpha f(t)] = \mathcal{F} \left[ \frac{t_+^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \right] \mathcal{F}\{f(t)\} = (j\omega)^{-\alpha} F(\omega), \quad (5.35)$$

$$\mathcal{F}[\mathcal{D}^\alpha f(t)] = \mathcal{F}\{\mathcal{D}^m \mathcal{I}^{m-\alpha} f(t)\} = (j\omega)^\alpha F(\omega), \quad (5.36)$$

où  $(m - 1 \leq \alpha \leq m)$ .

## 5.4 Équations différentielles d'ordre fractionnaires et fonctions de transfert

Une fois les définitions de base du calcul fractionnaire établies, nous passerons brièvement en revue dans cette section les principes fondamentaux des équations différentielles ordinaires d'ordre fractionnaire. Nous commencerons par les équations à deux termes (équations de relaxation et d'oscillation) et continuerons avec les équations générales pour les solutions d'équations à  $n$  termes. Une étude détaillée des équations différentielles d'ordre fractionnaire peut être trouvée dans les références ([143], [67]).

### 5.4.1 Equations de relaxation et d'oscillation

Il est connu que les problèmes classiques de relaxation et d'oscillation sont décrits par des équations différentielles ordinaires linéaires d'ordre 1 et 2, respectivement (pour la communauté de contrôle, la relaxation normale est équivalente à la dynamique du premier ordre).

On peut généraliser les équations comme :

$$\mathcal{D}u(t) + u(t) = q(t) \quad (5.37)$$

et

$$\mathcal{D}^2u(t) + u(t) = q(t) \quad (5.38)$$

en remplaçant simplement les dérivées d'ordre entier par l'ordre fractionnaire  $\alpha$ . Si nous voulons conserver les conditions initiales habituelles, nous utiliserons les dérivées d'ordre fractionnaire de Caputo pour obtenir :

$${}_C\mathcal{D}^\alpha u(t) + u(t) = {}_R\mathcal{D}^\alpha \left[ u(t) - \sum_{k=0}^{m-1} \frac{t^k}{k!} u^{(k)}(0^+) \right] + u(t) = q(t), \quad t > 0, \quad (5.39)$$

où  $m$  défini par  $m-1 < \alpha < m$  est un entier positif qui détermine le nombre de conditions initiales :  $u^{(k)}(0^+) = b_k, k = 0, 1, 2, \dots, m-1$ . Il est évident que dans le cas de  $\alpha = m$ , l'équation 5.39 devient une équation différentielle ordinaire, dont la solution peut être exprimée comme :

$$u(t) = \sum_{k=0}^{m-1} b_k u_k(t) + \int_0^t q(t-\tau) u_\delta(\tau) d\tau, \quad (5.40)$$

$$u_k(t) = \mathcal{I}^k u_0(t), \quad u_k^{(h)}(0^+) = \delta_{kh}, \quad u_\delta(t) = -\mathcal{D}u_0(t), \quad (5.41)$$

pour  $h, k = 0, 1, 2, \dots, m-1$ , les  $m$  fonctions  $u_k(t)$  sont les solutions fondamentales de l'équation différentielle homogène, et la fonction  $u_\delta(t)$  est la réponse impulsionnelle (la solution particulière pour  $q(t) = \delta(t)$  dans des conditions initiales nulles).

On peut prouver que la solution de l'équation 5.39 peut être exprimée sous la même forme que ([143], [67]) :

$$u(t) = \sum_{k=0}^{m-1} b_k \mathcal{I}^k \mathcal{E}_\alpha(-t^\alpha) - \int_0^t q(t-\tau) \mathcal{E}'_\alpha(-\tau^\alpha) d\tau, \quad (5.42)$$

où  $\mathcal{E}_\alpha(-t^\alpha)$  est la fonction de Mittag-Leffler définie par [3, 9, 10] :

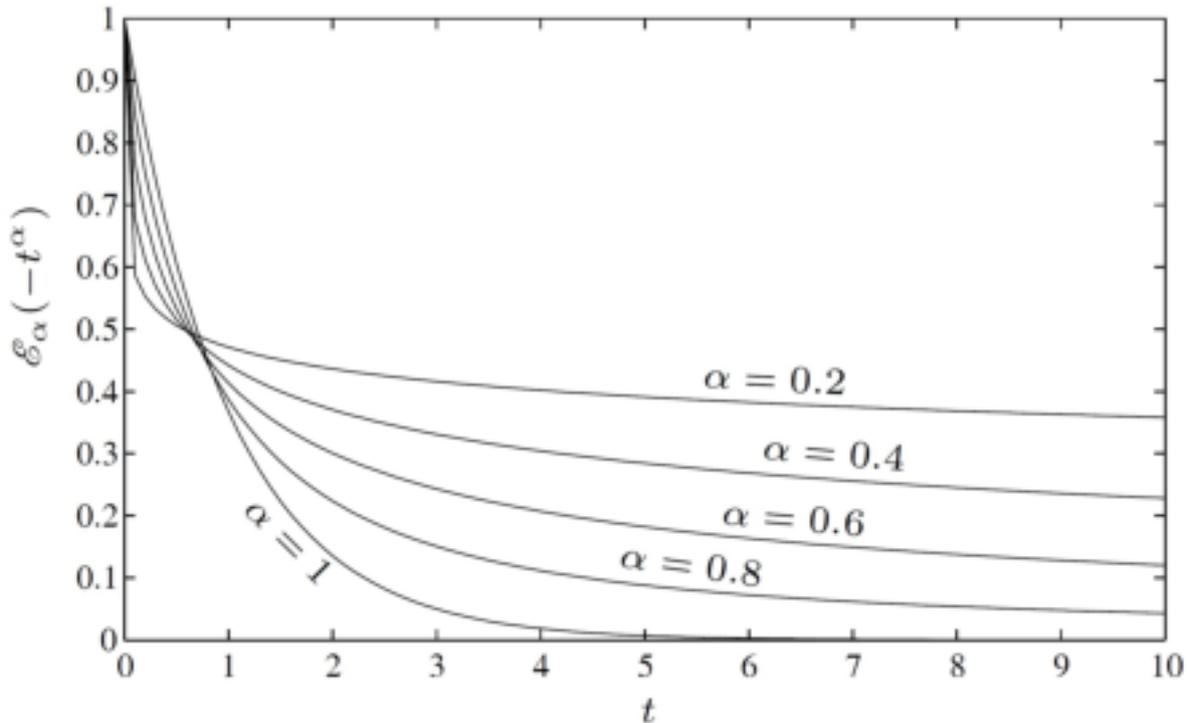


FIGURE 5.2 – Fonctions de Mittag-Leffler  $\mathcal{E}_\alpha(-t^\alpha)$  pour  $\alpha = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$ .

$$\mathcal{E}_\alpha(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + 1)}. \quad (5.43)$$

Si on compare l'équation 5.40 et l'équation 5.42 on peut voir que :

- La fonction Mittag-Leffler dans l'équation 5.42 a le rôle de la fonction d'exponentielle dans l'équation 5.40
- Lorsque  $\alpha$  n'est pas un entier,  $m - 1 < \alpha < m$ ,  $(m - 1)$  est la partie entière de  $\alpha$ ,  $(m - 1 \triangleq [\alpha])$  et  $m$  est le nombre de conditions initiales pour l'unicité de la solution,  $u(t)$ .
- Les  $m$  fonctions  $\mathcal{I}^k \mathcal{E}_\alpha(-t^\alpha)$ , avec  $k = 0, 1, \dots, m - 1$  sont les solutions particulières de l'équation homogène qui satisfont aux conditions initiales, c'est-à-dire les solutions fondamentales de l'équation homogène.
- La fonction  $\mathcal{E}'_\alpha(-t^\alpha)$ , la dérivée de premier ordre de la fonction  $\mathcal{E}_\alpha(-t^\alpha)$ , est la réponse impulsionnelle.

Il est clair que la forme des solutions est donnée par les propriétés de la fonction Mittag-Leffler. Les figures 5.2 et 5.3 donnent les courbes de la fonction pour des différentes valeurs de  $\alpha$ . Comme nous pouvons le voir, le comportement correspond à une relaxation anormale (désintégration de premier ordre non standard) pour  $\alpha < 1$ , est exponentiel pour  $\alpha = 1$ , devient une oscillation amortie pour  $1 < \alpha < 2$ , et oscille pour  $\alpha = 2$ .

Pour l'équation générale à deux termes avec des conditions initiales nulles :

$${}_a \mathcal{D}^\alpha u(t) + bu(t) = q(t), \quad (5.44)$$

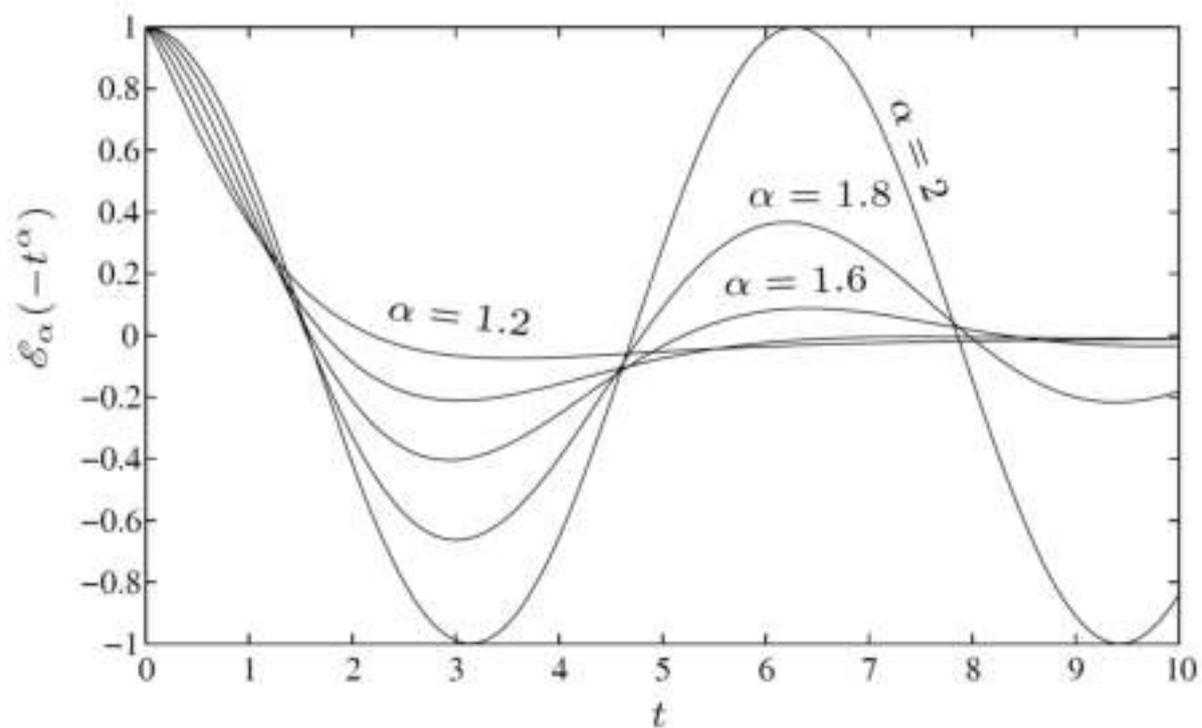


FIGURE 5.3 – Fonctions de Mittag-Leffler  $\mathcal{E}_\alpha(-t^\alpha)$  pour  $\alpha = 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2$ .

Pour l'équation générale à deux termes avec des conditions initiales nulles

$${}_a\mathcal{D}^\alpha u(t) + bu(t) = q(t), \quad (5.45)$$

nous pouvons obtenir la solution en appliquant la méthode de transformation de Laplace. Ainsi, dans le domaine de Laplace, la solution peut être exprimée comme :

$$U(s) = Q(s) \frac{1/a}{s^\alpha + b/a}, \quad (5.46)$$

et dans le domaine temporel comme :

$$u(t) = q(t) * \frac{1}{a} t^{\alpha-1} \mathcal{E}_{\alpha,\alpha}(-\frac{b}{a} t^\alpha), \quad (5.47)$$

où  $t^{\alpha-1} \mathcal{E}_{\alpha,\alpha}(-bt^\alpha/a)/a$  est la réponse impulsionnelle et  $\mathcal{E}_{\alpha,\alpha}(-bt^\alpha/a)$  est la fonction dite *la fonction Mittag-Leffler* à deux paramètres définis comme [143] :

$$\mathcal{E}_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k + \beta)}, \quad \Re(\alpha) > 0, \quad \Re(\beta) > 0. \quad (5.48)$$

### 5.4.2 Solutions numériques

Afin d'obtenir une solution numérique pour les équations différentielles d'ordre fractionnaire, nous pouvons utiliser la définition de Grünwald-Letnikov, et approximer :

$$\mathcal{D}^\alpha \approx \Delta_h^\alpha f(t), \quad (5.49)$$

$$\Delta_h^\alpha f(t) |_{t=kh} h^{-\alpha} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(kh - jh). \quad (5.50)$$

Donc, pour l'équation à deux termes 5.45 avec  $a = 1$  et zéro conditions initiales, cette approximation conduit à :

$$h^{-\alpha} \sum_{j=0}^k \omega_j^{(\alpha)} y_{k-j} + by_k = q_k, \quad (5.51)$$

où  $t_k = kh, y_k = y(t_k), y_0 = 0, q_k = q(t_k), k = 0, 1, 2, \dots$ , et :

$$\omega_j^{(\alpha)} = (-1)^j \binom{\alpha}{j}, \quad (5.52)$$

pour  $j = 0, 1, 2, \dots$ , et l'algorithme pour obtenir la solution numérique sera :

---

**Algorithm 1** L'approximation de Grünwald – Letnikov

---

**Require:**  $y_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n - 1,$   
 $y_k = -bh^\alpha y_{k-1} - \sum_{j=1}^k \omega_j^{(\alpha)} y_{k-j} + h^\alpha q_k$   
 $k = n, n + 1, \dots$

---

Comme nous pouvons le voir dans les anciennes équations, à mesure que  $t$  croît, nous avons besoin de plus en plus de termes à ajouter pour calculer la solution, en d'autres termes, nous avons besoin d'une mémoire illimitée. Pour résoudre ce problème, le principe de la mémoire la plus courte a été proposé [142]. Ce principe est basé sur l'observation que pour les grands  $t$ , les coefficients de la définition de Grünwald-Letnikov correspondant aux valeurs de la fonction proche de  $t = 0$  (ou tout autre point considéré comme initial) ont peu d'influence sur la solution. Ce fait nous permet d'approximer la solution numérique en utilisant les informations du « passé récent », c'est-à-dire l'intervalle  $[t - L, t]$ ,  $L$  étant la longueur de la mémoire, une limite basse mobile pour calculer les dérivées. Nous allons donc utiliser :

$$\mathcal{D}^\alpha f(t) \approx_{t-L} \mathcal{D}^\alpha f(t), \quad t > L, \quad (5.53)$$

et le nombre de termes à ajouter est limité par la valeur de  $L/h$ . L'erreur de l'approximation lorsque  $|f(t)| \leq M, (0 < t \leq t_1)$  est délimité par :

$$\varepsilon(t) = | \mathcal{D}^\alpha f(t) -_{t-L} \mathcal{D}^\alpha f(t) | \leq \frac{ML^{-\alpha}}{|\Gamma(1-\alpha)|}, L \leq t \leq t_1, \quad (5.54)$$

qui peut être utilisé pour déterminer la longueur de mémoire nécessaire,  $L$ , pour obtenir une certaine limite d'erreur, comme :

$$\varepsilon(t) < \epsilon, \quad L \leq t \leq t_1 \Rightarrow L \geq \left( \frac{M}{\epsilon |\Gamma(1-\alpha)|} \right)^{1/\alpha}. \quad (5.55)$$

plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour le calcul des coefficients pour obtenir la solution numérique. Dans le cas d'une valeur fixe d'ordre dérivé  $\alpha$ , nous pouvons utiliser la formule récursive suivante :

$$\omega_0^{(\alpha)} = 1; \quad \omega_k^{(\alpha)} = \left( 1 - \frac{\alpha+1}{k} \right) \omega_{k-1}^{(\alpha)}, \quad k = 1, 2, \dots. \quad (5.56)$$

Pour un  $\alpha$  non fixe (par exemple, si nous devons identifier un système et  $\alpha$  est un paramètre à déterminer), il est plus pratique d'utiliser la transformée de Fourier rapide (FFT). Dans un tel cas, il convient de noter que les coefficients peuvent être considérés comme les coefficients de l'expansion en série pour la fonction  $(1 - z)^\alpha$  :

$$(1 - z)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{\alpha}{k} z^k = \sum_{k=0}^{\infty} \omega_k^{(\alpha)} z^k, \quad (5.57)$$

et avec  $z = e^{-j\omega}$  :

$$(1 - e^{-j\omega})^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} \omega_k^{(\alpha)} e^{-jk\omega}, \quad (5.58)$$

On peut exprimer les coefficients en termes de transformée de Fourier inverse :

$$\omega_k^\alpha = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 - e^{-j\omega})^\alpha e^{jk\omega} d\omega \quad (5.59)$$

qui peut être calculé en utilisant des algorithmes FFT.

Il existe différentes méthodes pour trouver de telles approximations, les approximations disponibles dans le domaine  $s$  sont appelées des approximations analogiques ou des approximations du domaine fréquentiel. Dans la référence [176], on peut trouver un très bon résumé des méthodes d'approximation analogique des systèmes d'ordre fractionnaire, existantes dans la littérature. Ces méthodes d'approximation analogique sont :

- Méthode EFC (Expansion Fractionnaire Continue)
- Méthode de Carlson
- Méthode de Matsuda
- Méthode d'Oustaloup
- Méthode de Charef
- Autres méthodes (Roy, Wang, Jones...)

## 5.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons essayé de montrer comment la nécessité de définir et d'utiliser les opérateurs différentiels et intégraux d'ordre fractionnaire découle de problèmes et d'applications très courants et pratiques (pour étendre les actions de contrôle de base ou pour modéliser des processus avec des phénomènes de mémoire), et comment nous pouvons obtenir une première approche des définitions de ces opérateurs en utilisant uniquement des outils mathématiques bien connus en science et en génie. Enfin, un bref aperçu historique du développement du calcul fractionnaire a été présenté, ainsi que les références nécessaires pour satisfaire la curiosité du lecteur intéressé par ce sujet.

# 6

## Le contrôle d'ordres fractionnaires

---

### Chapter abstract

Ce chapitre donne un aperçu historique du contrôle d'ordre fractionnaire. La base principale de l'application du calcul fractionnaire au contrôle est donnée. Afin que le lecteur comprenne les effets des actions de contrôle généralisées (dérivées et intégrales), une section est consacrée à ce sujet.

### 6.1 Pourquoi le contrôle d'ordres fractionnaires : examen historique

Peut-être que le premier signe du potentiel du contrôle d'ordre fractionnaire (FOC), bien que sans utiliser le terme «fractionnaire», est apparu avec Bode [19],[20]. Un problème clé dans la conception d'un amplificateur à rétroaction était de concevoir une boucle de rétroaction de telle sorte que les performances de la boucle fermée soient invariantes aux changements du gain de l'amplificateur. Bode a présenté une solution élégante à ce problème de conception robuste, qu'il a appelé la caractéristique de coupure idéale, connue aujourd'hui sous le nom de fonction de transfert de boucle idéale de Bode, dont le tracé de Nyquist est une ligne droite passant par l'origine donnant une marge de phase invariante. De toute évidence, ce système idéal est, de notre point de vue, un intégrateur d'ordre fractionnaire avec fonction de transfert  $G(s) = (\omega_{cg}/s)^\alpha$ , connu sous le nom de *fonction de transfert idéale de Bode*, où  $\omega_{cg}$  est la fréquence de coupure du gain et la phase constante la marge est  $\phi_m = \pi - \alpha\pi/2$ , comme nous l'avons illustré dans la section 2.3.4. Cette caractéristique de fréquence est très intéressante en termes de robustesse du système aux changements de paramètres ou incertitudes, et plusieurs méthodes de conception en ont fait usage. En fait, l'intégrateur d'ordre fractionnaire peut être utilisé comme système de référence alternatif pour le contrôle [169].

Cette première étape vers l'application du calcul d'ordre fractionnaire (FC) en contrôle a conduit à l'adaptation des concepts FC aux méthodes basées sur la fréquence. La réponse en fréquence et la réponse transitoire de l'intégrale d'ordre non entier (en fait la fonction

de transfert idéal de la boucle de Bode) et son application aux systèmes de contrôle ont été introduites par Manabe [104], et plus récemment dans [14].

En ce qui concerne le contrôle automatique, Oustaloup [128] a étudié les algorithmes d'ordre fractionnaire pour le contrôle des systèmes dynamiques et a démontré les performances supérieures de la méthode CRONE (Commande Robuste d'Ordre Non Entier) sur le PID classique. Il existe trois générations de contrôleurs CRONE, et [129] se concentre sur la troisième génération que nous présenterons en détail dans le chapitre 9. Podlubny [143] a proposé une généralisation du contrôleur PID, à savoir le contrôleur  $PI^\lambda D^\mu$ , impliquant un intégrateur d'ordre  $\lambda$  et un différenciateur d'ordre  $\mu$ . Il a également démontré la meilleure réponse de ce type de contrôleur, par rapport au contrôleur PID classique, lorsqu'il est utilisé pour le contrôle de systèmes d'ordre fractionnaire. Une approche dans le domaine fréquentiel en utilisant des contrôleurs PID d'ordre fractionnaire a également été étudiée dans [168].

D'autres activités de recherche visant à définir de nouvelles techniques de réglage efficaces pour les contrôleurs non d'ordre entier ont utilisé une extension de la théorie classique du contrôle. À cet égard, dans [40],[41], l'extension des ordres de dérivation et d'intégration des nombres entiers aux nombres non entiers fournit une stratégie de réglage plus flexible et donc un moyen plus facile de répondre aux exigences de contrôle par rapport aux contrôleurs classiques. Dans [93], un contrôleur PID d'ordre fractionnaire optimal basé sur un gain et des marges de phase spécifiés avec un critère d'erreur quadratique intégrale (ISE) minimum est conçu. Le réglage des contrôleurs PID d'ordre entier est traité dans [13],[12] en minimisant une fonction objective qui reflète la distance entre le comportement du PID et celui d'une fonction de transfert d'ordre fractionnaire (FOTF) souhaitée, et dans [43] avec une stratégie quelque peu similaire. L'utilisation d'une nouvelle stratégie de contrôle pour contrôler les systèmes du premier ordre avec un long retard est également poursuivie dans [110],[44]. Une autre approche est réalisée dans [113], où les règles de réglage et de réglage automatique pour les contrôleurs PID d'ordre fractionnaire sont données. Une contrainte de robustesse intéressante est considérée dans ce travail, forçant la phase du système en boucle ouverte à être plate à la fréquence de croisement du gain.

Le calcul fractionné s'étend également à d'autres types de stratégies de contrôle différentes de celles PID. Pour les contrôleurs  $H_2$  et  $H_\infty$ , par exemple, [103] discute du calcul de la norme  $H_2$  d'un système SISO d'ordre fractionnaire (sans appliquer le résultat à la synthèse des contrôleurs), et [138] suggère le réglage des contrôleurs  $H_\infty$  pour les systèmes SISO d'ordre fractionnaire par minimisation numérique.

Les applications du calcul fractionnaire dans le contrôle sont nombreuses. Dans [158] le contrôle des structures amorties viscoélastiques est présenté. Des applications de commande à une transmission souple [130][166], une suspension active [91], un convertisseur abaisseur [39] et un actionneur hydraulique [144] se trouvent également dans la littérature.

Le contrôle d'ordre fractionnaire d'un manipulateur flexible est l'objectif dans [111], les robots rigides sont traités dans [99][65], et le contrôle d'ordre fractionnaire d'un système thermique dans [170][139][140][157], Grâce à cette gamme de techniques et d'applications de conception, bien que très loin de viser l'exhaustivité, il est clair que le FOC est devenu un sujet de recherche important. La généralisation aux ordres non entiers des contrôleurs ou schémas de contrôle traditionnels se traduit par plus de paramètres de réglage et de

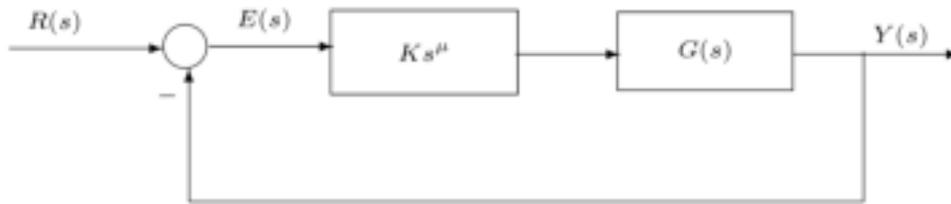


FIGURE 6.1 – Schéma fonctionnel d'un système en boucle fermée avec des actions de contrôle d'ordre fractionnaire.

réponses en temps et en fréquence plus réglables du système de contrôle, permettant la réalisation de performances robustes.

## 6.2 Les Actions de contrôle d'ordre fractionné généralisées

Dans cette section, nous examinons les effets des actions de contrôle de base de type  $Ks^\mu$  pour  $\mu \in [-1, 1]$ , montrés dans la figure 6.1. Les actions de contrôle de base traditionnellement envisagées seront des cas particuliers de ce cas général. dans lesquels :

- $\mu = 0$  : Action proportionnelle.
- $\mu = -1$  : Action intégrale.
- $\mu = 1$  : Action dérivée.

### 6.2.1 L'Action proportionnelle

L'action proportionnelle augmente l'écart entre la valeur de la consigne ( $y_d$ ) et la sortie système ( $y$ ) (c'est-à-dire l'erreur) avec le gain proportionnel  $Kp$ . Le principal inconvénient de l'utilisation d'une action de commande proportionnelle pure est qu'elle produit une erreur en régime permanent, ce qui motive qu'elle peut également être considérée comme :

$$u(t) = K_p e(t) + u_b \quad (6.1)$$

où  $u_b$  est un biais ou une réinitialisation[4]. En effet, quand, le signal de commande se réduit à  $u(t) = u_b$ , Le paramètre  $u_b$  prend généralement la valeur  $(u_{max} + u_{min})$ , où  $u_{max}$  et  $u_{min}$  sont respectivement, les limites maximum et minimum de l'actionneur. Cependant, il est parfois possible de régler manuellement une valeur de  $u_b$  qui assure que l'erreur à l'état d'équilibre est nulle à un point de consigne donné.

De même, le gain proportionnel peut être spécifié en fonction de sa bande proportionnelle inverse, qui représente le pourcentage de variation du signal d'erreur nécessaire pour provoquer un changement complet de l'action proportionnelle.

### 6.2.2 L'Action intégrale

Étant donné que les principaux effets des actions intégrales sont ceux qui ralentissent le système, diminuent sa stabilité relative et éliminent l'erreur statique pour les entrées pour lesquelles le système avait une erreur finie.

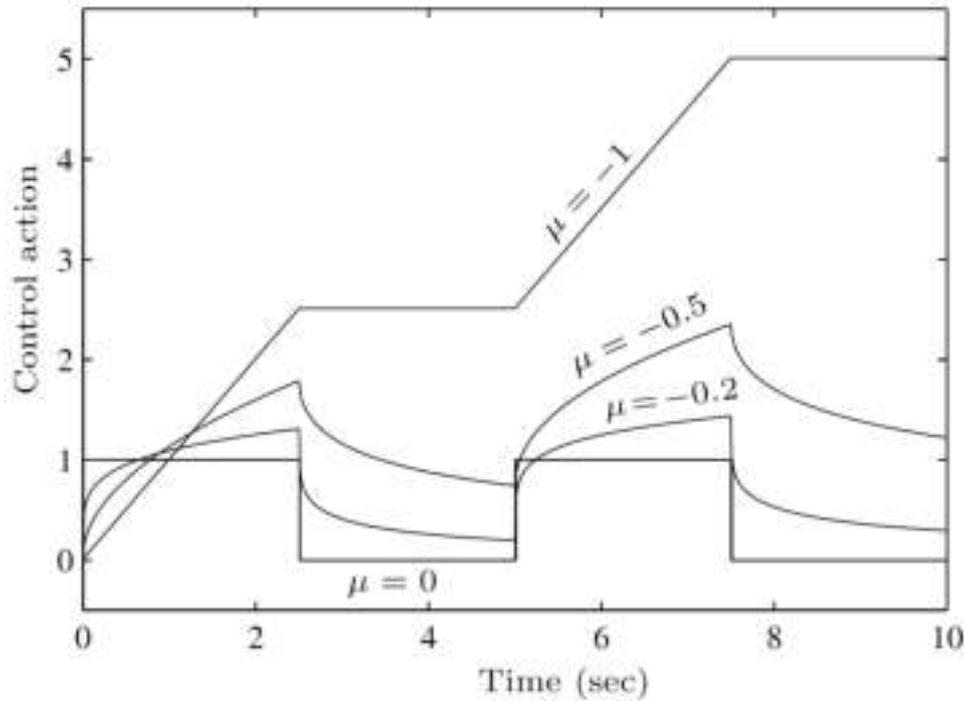


FIGURE 6.2 – Action de commande intégrale pour un signal d'erreur carré.

Ces effets peuvent être observés dans les différents domaines. Dans le domaine temporel, les effets sur la réponse transitoire consistent en la diminution du temps de montée et l'augmentation du temps de stabilisation et du dépassement. Dans le plan complexe, les effets de l'action intégrale consistent en un déplacement du lieu des racines du système vers le demi-plan droit. Enfin, dans le domaine fréquentiel, ces effets consistent en un incrément de  $-20dB/dec$  dans les pentes des courbes d'amplitude et un décrétement de  $\pi/2rad$  dans les tracés de phase. Dans le cas d'une intégrale d'ordre fractionnaire, c'est-à-dire  $\mu \in (-1, 0)$ , la sélection de la valeur de  $\mu$  doit tenir compte des effets mentionnés ci-dessus. Dans le domaine temporel, les effets de l'action de contrôle peuvent être étudiés en considérant les effets de cette action sur un signal d'erreur quadratique.

Si le signal d'erreur a la forme :

$$e(t) = \sum_{k=0}^N (-1)^k u_0(t - kT), \quad k = 0, 1, 2, \dots, N, \quad (6.2)$$

où  $u_0(t)$  est l'échelon unitaire, sa transformée de Laplace est :

$$E(s) = \sum_{k=0}^N (-1)^k \frac{e^{-kTs}}{s}. \quad (6.3)$$

Ainsi, l'action de contrôle, comme le montre le schéma de principe de la figure 6.1, sera donnée comme :

$$u(t) = \mathcal{L}^{-1}U(s) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ K \sum_{k=0}^N (-1)^k \frac{e^{-kTs}}{s^{1-\mu}} \right\} \quad (6.4)$$

$$= K \sum_{k=0}^N \frac{(-1)^k}{\Gamma(1-\mu)} (t - kT)^{-\mu} u_0(t - kT). \quad (6.5)$$

La figure 6.2 montre la fonction ( $u(t)$ ) pour les valeurs :  $\mu = 0, -0.2, -0.5, -1$ ;  $T = 0$   $N = 4$  Comme on peut le constater, les effets de l'action de commande sur le signal d'erreur varient entre les effets d'une action proportionnelle ( $\mu = 0$ , signal carré) et d'une action intégrale  $\mu = -1$ , (courbe en ligne droite). Pour les valeurs intermédiaires de  $\mu$ , l'action de contrôle augmente pour une erreur constante, ce qui entraîne l'élimination de l'erreur statique, et diminue lorsque l'erreur est nulle, ce qui donne un système plus stable. Les racine du système dans le plan complexe, avec l'action de contrôle est régi par :

$$|K| = \frac{1}{|s|^\mu |G(s)|}, \quad (6.6)$$

$$\arg[s^\mu G(s)] = \arg[G(s)] + \mu\phi = (2n + 1)\pi, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6.7)$$

La sélection de la valeur de  $\mu \in (-1, 0)$  affecte le déplacement des racines vers le demi-plan droit et les valeurs de  $K$  qui font que la condition de magnitude est atteinte.

Dans le domaine fréquentiel, la courbe de magnitude est donnée par :

$$20\log|s^\mu G(s)|_{s=jw} = 20\log|G(jw)| + 20\mu\log\omega, \quad (6.8)$$

et la courbe de la phase par :

$$\arg[s^\mu G(s)]_{s=jw} = \arg[G(s)] + \mu\frac{\pi}{2} \quad (6.9)$$

En faisant varier la valeur de  $\mu$  entre  $-1$  et  $0$ , il est possible de :

- Introduire un incrément constant dans les pentes de la courbe de Gain variant entre  $-20dB/dec$  et  $0dB/dec$ .
- Introduire un retard constant dans le tracé de phase qui varie entre  $-\pi/2rad$  et  $0rad$ .

### 6.2.3 l'Action dérivée

Il est connu que l'action dérivée augmente la stabilité du système et tend à accentuer les effets du bruit aux hautes fréquences. Dans le domaine temporel, une diminution du dépassement et du temps de stabilisation est observée. Dans le plan complexe, l'action dérivée produit un déplacement des racines du système vers le demi-plan gauche. Dans le domaine fréquentiel, cette action produit une avance de phase constante de  $\pi/2rad$  et une augmentation de  $20dB/dec$  dans les pentes des courbes de gain.

L'objectif de l'action dérivée est d'améliorer la stabilité du système en boucle fermée. Les contrôleurs dérivés classiques donnent des réponses aux signaux d'erreur changeants mais ne répondent toutefois pas aux signaux d'erreur constants, car avec une erreur constante, le taux de changement d'erreur avec le temps est nul. Pour cette raison, le terme dérivé est combiné au moins au terme proportionnel. En revanche, les contrôleurs dérivés partiels répondent aux signaux d'erreur constants; la différenciation d'ordre décimal d'une constante est différente de zéro. L'action dérivée d'un contrôleur à dérivée proportionnelle ( $PD$ ) peut être considérée comme une prédiction grossière de l'erreur future, où la prédiction est faite en extrapolant l'erreur par la tangente à la courbe d'erreur à l'instant  $t$ ,

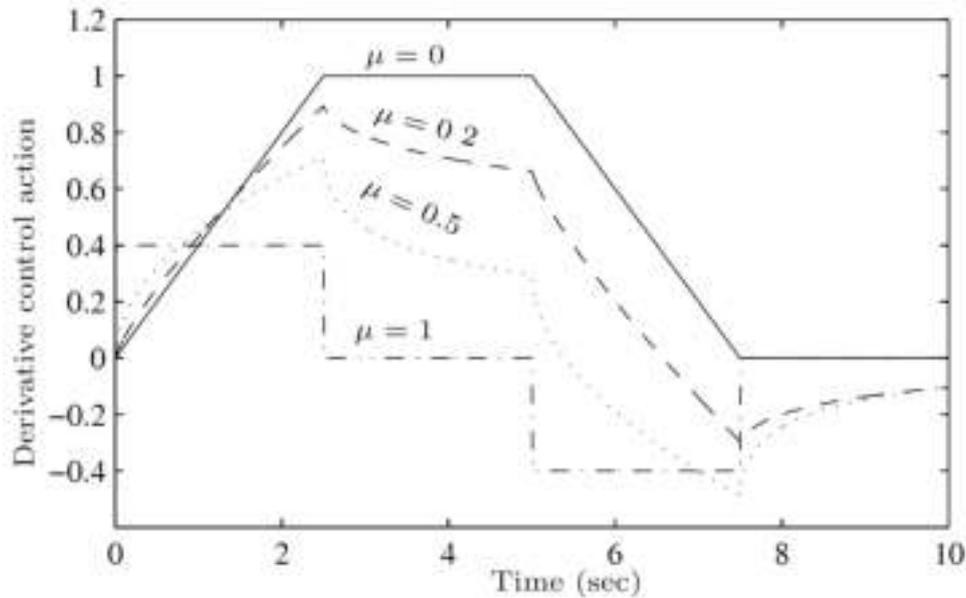


FIGURE 6.3 – Action de la commande dérivée pour un signal d'erreur trapézoïdal.

constituant l'horizon de prédiction ( voir la figure 6.1). (En réalité, l'action dérivée utilise l'extrapolation linéaire et non la prédiction.)

En suivant une procédure similaire à celle de l'action intégrale, il est facile de prouver que tous ces effets peuvent être pondérés par la sélection de l'ordre de l'action dérivée, c'est-à-dire  $\mu \in (0, 1)$ . Dans le domaine temporel, les effets de l'action de contrôle dérivée peuvent être étudiés en considérant les effets de cette action sur un signal d'erreur trapézoïdal donné par :

$$e(t) = tu_0(t) - t(t-T)u_0(t-T) - t(t-2T)u_0(t-2T) + t(t-3T)u_0(t-3T),$$

dont la fonction de transfert de Laplace est donnée par :

$$E(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{e^{Ts}}{s^2} - \frac{e^{2Ts}}{s^2} + \frac{e^{3Ts}}{s^2} \quad (6.10)$$

Par conséquent, et selon la figure 6.1, l'action de contrôle sera donnée par l'équation :

$$\begin{aligned} u(t) &= \mathcal{L}^{-1}U(s) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ K \left( \frac{1}{s^{2-\mu}} - \frac{e^{Ts}}{s^{2-\mu}} - \frac{e^{2Ts}}{s^{2-\mu}} + \frac{e^{3Ts}}{s^{2-\mu}} \right) \right\} \\ &= \frac{K}{\Gamma(2-\mu)} \\ &\quad \left\{ t^{1-\mu}u_0(t) - (t-T)^{1-\mu}u_0(t-T) - (t-2T)^{1-\mu}u_0(t-2T) + (t-3T)^{1-\mu}u_0(t-3T) \right\} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Les effets de l'action de contrôle sur le signal d'erreur sont illustrés dans la figure 6.3 et varient entre les effets d'une action proportionnelle ( $\mu = 0$ , signal trapézoïdal) et d'une action dérivée ( $\mu = 1$ , signal carré). L'action de contrôle correspond à des courbes

intermédiaires, pour les valeurs intermédiaires de  $\mu$ . Il faut noter que l'action dérivée n'est pas nulle pour une erreur constante et la croissance du signal de commande est plus amortie lorsqu'une variation du signal d'erreur se produit, ce qui implique une meilleure atténuation des signaux de bruit haute fréquence.

Dans le domaine fréquentiel, la courbe de gain est donnée par l'équation 6.8 et le tracé de phase par l'équation 6.9. Comme on peut le constater, en faisant varier la valeur de  $\mu$  entre 0 et 1, il est possible de :

- introduire un incrément constant dans les pentes de la courbe d'amplitude variant entre  $0dB/dec$  et  $20dB/dec$ ,
- introduire un retard constant dans le tracé de la phase variant entre  $0rad$  et  $\pi/2rad$ .

## 6.3 Le régulateur PID généralisé

### Résumé de section

La beauté de l'algorithme proportionnel-intégral-dérivé (PID) pour le contrôle des systèmes réside dans sa simplicité et son efficacité. Telles sont les principales raisons pour lesquelles le régulateur PID est la forme de rétroaction la plus courante. Cette section explore la nouvelle signification des actions intégrales et dérivées, et des gains, dérivés de la prise en compte des ordres d'intégration et de différenciation non entiers, c'est-à-dire des régulateurs PID à ordre fractionnaire. Nous présentons aussi, une structure plus généralisée pour le contrôleur PID classique à ordres entiers, en gardant la simplicité de sa formulation et en utilisant les actions de commande dérivée et intégrale généralisées décrites ci-dessus. Afin de montrer les caractéristiques et les possibilités d'application du soi-disant contrôleur PID d'ordre fractionnaire, une comparaison avec le PID standard sera donnée dans le domaine fréquentiel..

### 6.3.1 Récapitulatif

Le régulateur proportionnel-intégral-dérivé (PID) se distingue comme la forme de rétroaction la plus courante. Aujourd'hui, plus de 95% des boucles de régulation sont de type PID, mais on trouve ces régulateurs dans tous les domaines où le contrôle est utilisé.

Malgré sa structure simple, la popularité des régulateurs PID réside dans la simplicité des procédures de conception et dans l'efficacité obtenue sur la performance du système. Telles sont les principales raisons pour lesquelles les contrôleurs PID ont survécu à de nombreux changements technologiques, de la mécanique et de la pneumatique aux microprocesseurs en passant par les tubes électroniques, les transistors, les circuits intégrés, etc. En fait, pratiquement tous les contrôleurs PID fabriqués aujourd'hui sont basés sur des microprocesseurs, donc cet élément électronique a eu une influence considérable sur ce type de contrôle en fournissant aux PID des fonctions avancées supplémentaires, telles que la programmation du gain, l'adaptation continue, et le réglage automatique.

Du point de vue de l'ingénierie de contrôle, l'amélioration du comportement du système est la préoccupation majeure. A cette fin, la généralisation des régulateurs PID classiques

aux ordres d'intégration et de différenciation non entiers a d'abord été proposée par I.Podlubny [143]. Intuitivement, avec cette extension des PID classiques, il y a plus de paramètres d'accord et, par conséquent, plus de flexibilité dans l'ajustement des réponses en temps et en fréquence du système de contrôle. Cela se traduit également par une plus grande robustesse dans les conceptions.

Cependant, la première étape lors de l'application d'un contrôleur existant ou nouveau est de comprendre exactement ce que leurs actions peuvent faire en boucle fermée afin de profiter pleinement des effets possibles sur la réponse du système. Cette section décrit l'algorithme de commande du régulateur PID classique et sa généralisation à un ordre fractionnaire (non-entier).

### 6.3.2 Régulateur PID classique (*IOPID*)

Le contrôleur *PID* classique peut être considéré comme un cas d'un ordre entier du contrôleur *FOPID* (*IOPID* : **I**nteger **O**rdre **P**ID), ainsi, il peut être considéré comme une forme particulière de compensation avance/retard dans le domaine fréquentiel. Sa fonction de transfert peut être exprimée comme suit :

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + k_d s, \quad (6.12)$$

ou

$$C(s) = k \frac{(s/\omega_c)^2 + 2\delta_c s/\omega_c + 1}{s}, \quad (6.13)$$

avec :  $\omega_c = \sqrt{K_i/K_d}$ ,  $\delta = K_p/(2\sqrt{K_i K_p})$ ,  $k = K_i$ . Une autre forme peut être :

$$C(s) = k \frac{(s+a)(s+b)}{s} \quad (6.14)$$

Par conséquent, les contributions du contrôleur dépendent de l'un des éléments suivants :

- Les gains  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ ;
- Le gain  $k$  et paramètres  $\omega_c$ ,  $\delta_c$ ;
- Le gain  $k$  et l'emplacement des zéros  $a$  et  $b$ .

Dans la réponse fréquentielle du contrôleur, la sélection de ces gains ou paramètres est équivalente à la sélection de la position, du lissage et de la valeur minimale de la courbe d'amplitude et de la pente du tracé de phase du contrôleur à la fréquence de ce minimum. Cependant, aux fréquences hautes et basses, les valeurs des pentes de la courbe d'amplitude et les valeurs des contributions en phase sont fixes. Ceci est illustré dans la figure 6.4 pour les valeurs :  $K_p = K_i = K_d = 1$ , et dans la figure 6.5 pour les valeurs :  $K_p = 1$ ,  $K_i = 0,5$ ,  $K_d = 1$ . En comparant ces deux figures, on observe que la valeur et la position des minima du gain et le point d'inflexion du tracé de la phase est modifié par la valeur de  $K_i$ , tandis que les pentes des courbes de gain et les valeurs asymptotiques des tracés de phase restent les mêmes.

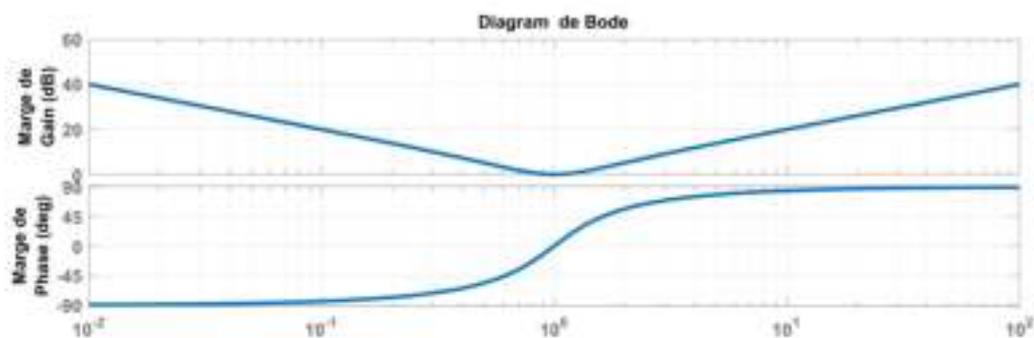


FIGURE 6.4 – Le diagramme de BODE du contrôleur PID classique avec  $K_p = 1$ ,  $K_i = 1$ ,  $K_d = 1$ .

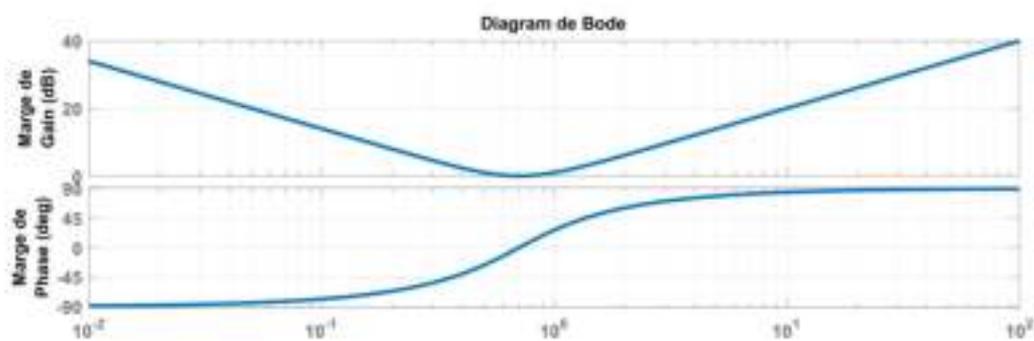


FIGURE 6.5 – Le diagramme de BODE du contrôleur PID classique avec  $K_p = 1$ ,  $K_i = 0,5$ ,  $K_d = 1$ .

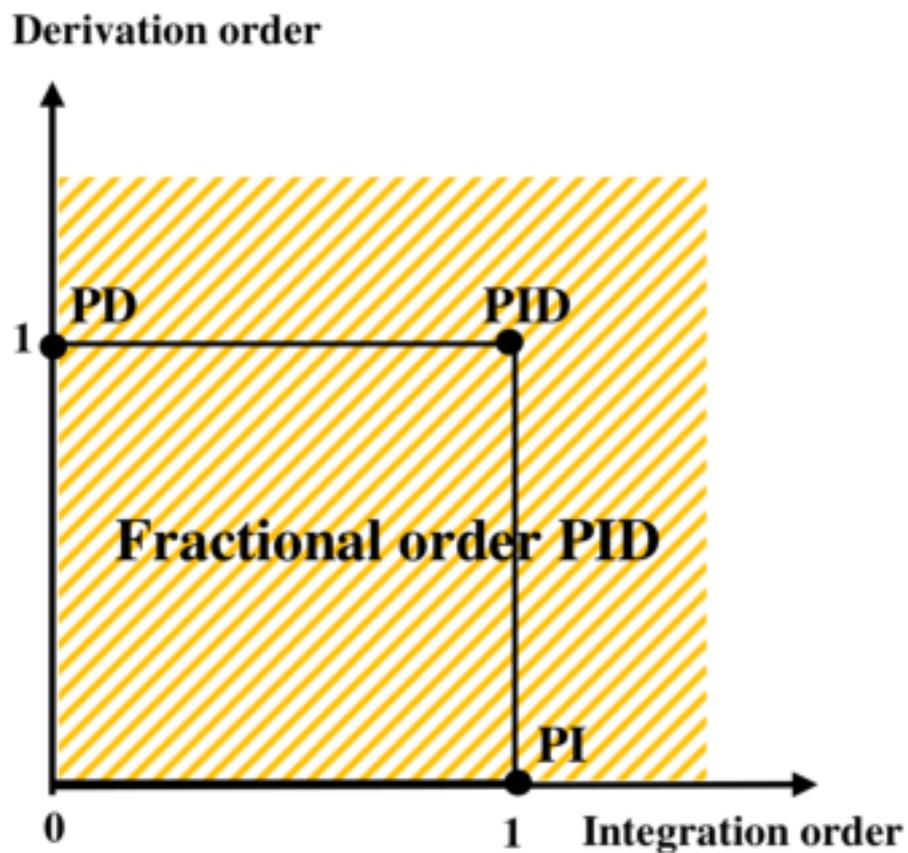


FIGURE 6.6 – Extension du contrôleur PID des points vers un plan.

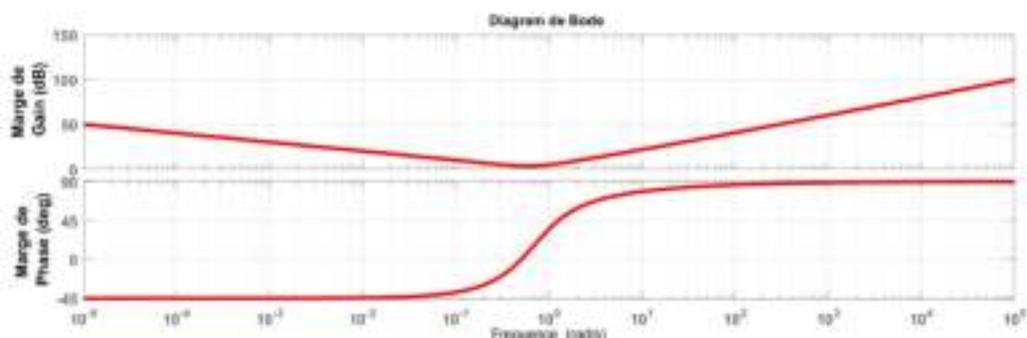


FIGURE 6.7 – Le diagramme de BODE du contrôleur PID d'ordre Fractionnaire avec  $k = \omega_f = \delta_f = 1$ , et  $\lambda = \mu = 0.5$ .

### 6.3.3 Le contrôleur PID d'ordre fractionnaire (FOPID)

L'équation intégral-différentielle définissant l'action de contrôle d'un contrôleur PID à ordre fractionnaire est donnée par :

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \mathcal{D}^{-\lambda} e(t) + K_d \mathcal{D}^{\mu} e(t). \quad (6.15)$$

En appliquant la transformée de Laplace à cette équation avec des conditions initiales nulles, la fonction de transfert du contrôleur peut être exprimée par :

$$C_f(s) = K_p + \frac{K_i}{s^{\lambda}} + K_d s^{\mu} = k \frac{(s/\omega_f)^{\lambda+\mu} + s \delta_f s^{\lambda}/\omega_f + 1}{s^{\lambda}}. \quad (6.16)$$

La figure 6.7 montre la réponse fréquentielle de ce contrôleur pour les valeurs :

$k = 1$ ,  $\omega_f = 1$ ,  $\delta_f = 1$ , et  $\lambda = \mu = 0.5$ .

Comme on peut l'observer, ce contrôleur d'ordre fractionnaire nous permet de sélectionner à la fois la pente de la courbe d'amplitude et les contributions de phase aux hautes et basses fréquences. De manière graphique, les possibilités de contrôle utilisant un contrôleur PID d'ordre fractionnaire sont illustrées à la figure 6.6, étendant les quatre points de contrôle du PID classique à la plage de points de contrôle du quart de plan définie en sélectionnant les valeurs de  $\lambda$  et  $\mu$ .

## 6.4 Conclusion

Dans ce chapitre, les principes fondamentaux du contrôle des ordres fractionnaires ont été introduits. Après un examen de l'évolution des stratégies de contrôle d'ordre fractionnaire dans les systèmes de contrôle, une étude des effets de l'ordre fractionnaire dans les actions de contrôle de base, dérivée et intégrale, a été donnée. Enfin, le contrôleur PID généralisé est discuté dans le domaine fréquentiel. Ce chapitre vise à être une introduction au contrôle d'ordre fractionnaire, en prenant comme point de départ le très connu contrôleur PID. Dans les chapitres suivants de la thèse, nous utilisons le régulateur *FOPID* dans la stratégie de contrôle d'un drone quadricoptère.

Deuxième partie

**Les Expérimentations**

# 7

## La Stratégie de contrôle proposée

---

### Résumé du chapitre

Dans ce chapitre, une brève revue des architectures de contrôle est présentée. ensuite nous présentons notre stratégie de contrôle basé sur une nouvelle conception du *FOPID* d'ordre fractionnaire ( $PI^\lambda D^\mu$ ), pour le contrôle global du quadrotor (attitude et position) en utilisant une nouvelle méthode de réglage basée sur la méthode de Black-Nichols, nous la nommons **MBNM** (Modified-Black-Nichols-Method). Premièrement, nous utilisons une approche à entrée unique et à sortie unique (SISO) pour concevoir des contrôleurs  $PI^\lambda D^\mu$  d'ordre fractionnaire pour chaque composant de position et d'attitude ( $x, y, z, \phi, \theta, \psi$ ). Après cela, nous utilisons ces mêmes contrôleurs  $PI^\lambda D^\mu$ , ainsi réglés, dans le modèle du quadrirotor à entrées multiples et sorties multiples (MIMO) pour tester leurs performances. Le ToolBox **FOMCON** (*Fractional Order Modelling and Control*) est utilisée avec le modèle Simulink de quadrirotor pour les simulations.

### 7.1 Revue sur les stratégie de contrôle des multiro-tors

En raison des propriétés remarquables des quadrirotors, en particulier de la simplicité structurelle, du principe de vol compréhensible, de la facilité d'entretien, de la manoeuvrabilité rapide, de la capacité de vol stationnaire, de la fabrication à faible coût et de la complexité mécanique réduite, ils sont considérés comme une bonne étude de cas pour concevoir et analyser le vol stratégies de contrôle. En comparaison avec les autres drones, la conception des commandes de vol multirotors est assez simple et peut être mise en œuvre relativement facilement. Parallèlement à cela, l'efficacité des robots aériens de type multirotor motive les chercheurs en aéronautique et en robotique à étudier et évaluer les techniques de contrôle, qui jouent un rôle crucial dans les performances du pilote automatique.

La stratégie de contrôle permet de développer des algorithmes qui seront implémentés dans le module de commande de vol (le module controleur de vol), ce dernier produit

les moments et forces nécessaires pour stabiliser le drone, compenser les perturbations internes et externes, suivre la trajectoire souhaitée ou réaliser une tâche de navigation donnée. En raison des propriétés remarquables de la dynamique des quadrirotor (système non linéaire multivariable, hautement couplé, hiérarchique et sous-actionné), une énorme quantité de stratégies de contrôle traditionnelles et avancées ont été proposées telles que le contrôle PID, la commande du mode glissant, le backstepping, la logique floue, etc.

Dans la référence [24], les auteurs présentent la conception mécanique, la modélisation dynamique, la détection et le contrôle de l'approche PID du robot autonome VTOL intérieur en supposant une dynamique simplifiée et une technique LQ basée sur un modèle plus complet.

Une modélisation d'un drone VTOL avec une identification des paramètres et un contrôleur *PD* ont été développés dans la référence [164]. Un observateur en mode glissant a été appliqué pour développer un contrôleur dans l'article [100]. Les auteurs de la référence [16] proposent une nouvelle approche de contrôle de backstepping où des résultats de simulation numérique sont fournis montrant les performances du contrôle. Un système de commande non linéaire avec linéarisation par rétroaction dans une stratégie de commande combinée pour résoudre le problème des commandes de vol est développé dans le papier [171]. D'autres chercheurs ont essayé le contrôle soft-computing, tel que le contrôle en utilisant la logique floue ou les réseaux de neurones [10], le contrôle Backstepping pour quadrirotor avec modèle de poussée basé sur le réseaux de neurones [173], ou encore, une combinaison de contrôle classique avec le soft-computing, comme le Contrôle hybride Fuzzy-PID [179]. Le problème de contrôle de suivi de trajectoire du quadri-rotor est étudié dans [71] en proposant un contrôleur d'attitude efficace utilisant une technique de contrôle en mode glissant d'ordre fractionnaire, qui a plus de degrés de liberté pour atteindre les performances souhaitées.

En fait, le domaine des commandes de vol est bien développé et peut offrir de nombreuses solutions. Il existe une riche littérature décrivant différentes techniques de contrôle. L'enquête récente dans la référence [5] compare certaines techniques de contrôle appliquées aux véhicules VTOL et discute des avantages de chaque approche.

Généralement, on peut regrouper cette large gamme de techniques de commande de vol, qui ont été proposée dans la littérature, en trois types :

- Les techniques de commandes linéaires.
- Les commandes non linéaires.
- Les commandes intelligents.

Habituellement, les contrôleurs non linéaires surclassent les deux autres catégories en termes de robustesse en ce qui concerne les perturbations et la dynamique non modélisée, la précision de suivi, etc. Malgré la théorie bien développée prenant en charge bon nombre de ces contrôleurs de vol non linéaires, leur utilisation de manière efficace dans les applications réels est toujours en cours afin d'augmenter les performances des systèmes en fonction des conditions de vol.

## 7.2 Les modes de vol

Le quadrotor possède quatre entrées, qui sont : la poussée globale  $u_1$  et les couples  $\tau = (u_2, u_3, u_4)^T$  et les six DDL (les trois translations  $\chi = (x, y, z)^T$  et les trois rotations  $\eta = (\phi, \theta, \psi)^T$ ). En effet, seules quatre sorties sont sélectionnées parmi les six degrés de liberté. Selon le principe de vol des multirotores, les paires  $(x, \theta)$  et  $(y, \phi)$  ne peuvent pas être considérées comme des sorties indépendantes. En d'autres termes, les types de contrôle  $(x, \theta) \rightarrow (x_r, \theta_r)$  ou  $(y, \phi) \rightarrow (y_r, \phi_r)$  sont interdits. Selon l'ensemble des états, on peut distinguer les combinaisons possibles suivantes :

- $(x, z, \phi, \psi)$  : Mouvement longitudinal
- $(y, z, \theta, \psi)$  : Mouvement latéral
- $(z, \phi, \theta, \psi)$  : Mode téléopéré ou radiocontrôle (nécessite une assistance humaine). Il est utilisé dans les cas où aucune mesure de vitesse n'est disponible.
- $(x, y, z, \psi)$  : UAV autonome (Full Autonomous UAV)

Le défi est alors de traiter le dernier cas où le véhicule peut tourner autour des trois axes et peut atteindre une configuration donnée dans l'espace  $(x, y, z, \psi)$  afin d'accomplir la mission. Nous présentons ci-dessous quelques modes de base des contrôles de vol.

- **Le Contrôle en vol stationnaire** : c'est la manœuvre la plus élémentaire où le but est de maintenir le véhicule en vol stationnaire à une altitude souhaitée en maintenant un angle de lacet ou un taux de lacet donné. La plupart des modèles dynamiques sont dérivés en supposant des conditions de vol stationnaire ou des vitesses lentes pour approximer le vol en vol stationnaire.
- **Le Contrôle de lacet ou de cap** : Notez que la dynamique de lacet est totalement découplée pendant le vol stationnaire alors qu'en vol translationnel, un changement de cap affecte directement la dynamique latérale-longitudinale.
- **Le Contrôle d'attitude ou d'orientation** : il s'agit de la stabilisation du sous-système d'orientation du multirotores (roulis, tangage et lacet).
- **Le Contrôle d'altitude** : pendant le vol, le contrôle d'altitude est utilisé pour s'assurer que le véhicule atteint la hauteur souhaitée. Ceci est réalisé en augmentant les vitesses des rotors simultanément. En général, l'altitude est couplée à la dynamique d'attitude.
- **Le Contrôle de position** : l'objectif est de conduire le multirotores à un point particulier de l'espace. Afin de suivre une trajectoire souhaitée, une combinaison de toutes les commandes précédentes peut être utilisée. Ce contrôle peut être réalisé en utilisant deux boucles. La boucle externe détermine l'orientation nécessaire en considérant la position souhaitée tandis que la boucle interne détermine les entrées de commande requises.
- **Le Contrôle de vitesse** : Le contrôle de vitesse est considéré lorsque le multirotores doit garantir une vitesse donnée. Cette commande est utilisée en parallèle avec la commande de cap pour imiter les véhicules à voilure fixe.

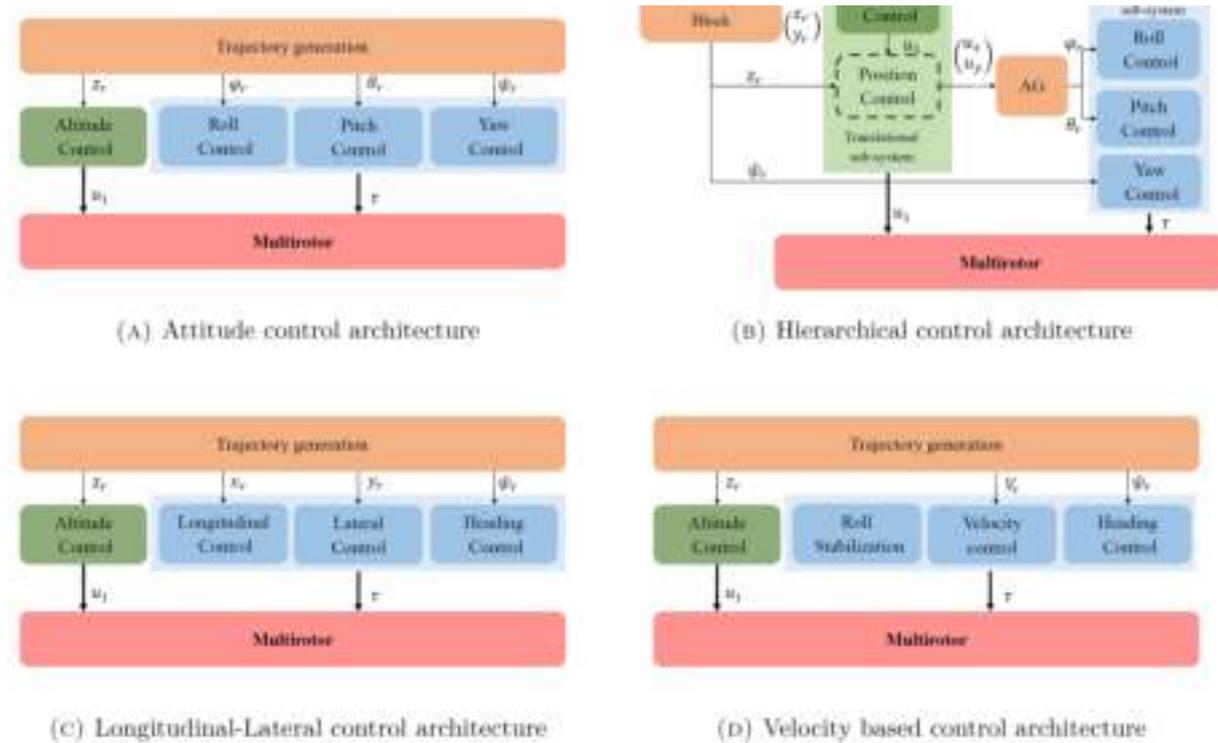


FIGURE 7.1 – Exemple des architectures de contrôle [28].

### 7.3 les Architectures de contrôle

L'architecture de commande de base ne considère que la commande d'attitude où les trajectoires de référence représentent l'orientation souhaitée du véhicule (voir l'architecture de la figure 7.1). Une telle architecture convient aux problèmes de stabilisation ou au mode de commande téléopéré. Il a fait l'objet des premiers articles publiés dans le domaine des multirotors comme la stratégie de contrôle proposée par Hamel et al.[75] pour la stabilisation d'un quadrirotor dans des conditions de vol quasi stationnaires.

Pour un vol autonome, d'autres architectures de contrôle sont adoptées. Quelle que soit la stratégie de contrôle utilisée, les architectures de contrôle contiennent au moins deux sous-systèmes interconnectés. L'architecture classique largement adoptée comprend deux sous-systèmes hiérarchiques associés à la dynamique rotationnelle et translationnelle (une boucle interne et une externe respectivement). La dynamique d'attitude est plus rapide que la dynamique translationnelle. Il convient de prendre en compte le fait que les multirotors sont des systèmes sous-actionnés, ce qui induit des entrées virtuelles intermédiaires. Ils utilisent les informations fournies par le sous-système de translation pour générer les angles souhaités pour le sous-système de rotation via le bloc générateur d'angle. De plus, pour chaque sous-système, une technique de contrôle appropriée peut être appliquée, capable de répondre à certaines performances requises. Cette architecture, illustrée à la figure 7.1b, est exploitée dans de nombreux articles comme dans la référence [88]. Le bloc intermédiaire, utilisant des entrées virtuelles, peut conduire à des singularités, surtout si des manœuvres agressives sont demandées<sup>1</sup>. En effet, un autre schéma de contrôle est

1. Les manœuvres agressives ne sont pas dans les objectifs de cete thèse.

envisagé en séparant la dynamique du système en dynamique longitudinale, latérale, cap et altitude. L'architecture de contrôle est représentée sur la figure 7.1c et elle est adoptée dans de nombreux articles tels que [27]. Pour certains autres scénarios, le mode de vol à vitesse peut être utilisé comme dans les articles [61] [62] [70] où l'architecture de contrôle correspondante est affichée sur la figure 7.1d.

## 7.4 La stratégie de contrôle proposée

Pour contrôler l'attitude ou la position du quadrotor, les chercheurs utilisent l'une des deux approches : l'approche Single-Input-Single-Output (SISO) ou l'approche Multi-input-Multi-Output (MIMO). L'approche SISO quand on peut contrôler chaque composante de l'attitude ou de la position en tant qu'un système découplé, en négligeant l'effet gyroscopique, il devient donc facile de concevoir des contrôleurs. Dans l'approche MIMO, nous prenons en compte les termes de couplage ainsi que les effets gyroscopiques, et à ce titre nous nous rapprochons de la dynamique réelle du quadrotor.

La contribution de ce travail est d'utiliser l'approche SISO et MIMO ensemble, pour concevoir un contrôleur de vols pour le quadrotor.

- Premièrement, nous utilisons une approche SISO, lorsque chaque composant d'attitude a sa propre fonction de transfert, pour concevoir un contrôleur  $PI^\lambda D^\mu$  d'ordre fractionnaire pour chaque composant. Pour le réglage des paramètres du  $FOPID$  ( $K_p; K_i; K_d; \lambda; \mu$ ), nous proposons une méthode Black-Nichols modifiée.
- Deuxièmement, nous avons pris les mêmes contrôleurs  $FOPIDs$  et nous les avons utilisés dans un modèle de quadrotor MIMO, pour rendre nos contrôleurs plus robustes nous ajustons les paramètres des  $FOPIDs$  à nouveau pour affiner les résultats.
- Ensuite, nous ajoutons le sous-système non-linéaire de position aux modèle du Quadrotor avec l'approche MIMO et nous utilisons à nouveaux des contrôleurs  $FOPID$  pour la position ( $x$  et  $y$ ).

La figure 7.2 présente notre stratégie pour le contrôle du quadrotor. Tout d'abord, la dynamique rapide de l'attitude est traitée dans la boucle interne avec des contrôleurs  $FOPIDs$  et cela construit le sous-système de l'attitude. Les entrées désirées de cette dernière sont les angles d'Euler et l'altitude :  $(\phi_d, \theta_d)$  issus du sous-système de position, et  $(\psi_d, z_d)$  issus du bloc de la génération de trajectoire. Nous utilisons le control de l'altitude dans la boucle interne (dynamique rapide) car les mouvements longitudinaux et latéraux nécessitent un maintien de cette dernière car après la diminution de vitesses des rotors concernés le drone a tendance à perdre de l'altitude<sup>2</sup>, pour cela nous donnons une priorité élevée au contrôle de l'altitude. Ensuite, la position longitudinale et latérale sont contrôlées dans la boucle externe avec la même technique ( $FOPID$ ).

---

2. En fait, tous les VTOL-UAV ont la priorité sur la commande de mouvement de soulèvement (la poussée), car l'altitude de l'UAV doit être préservée. Ainsi, notre choix de contrôler l'altitude ( $Z$ ) doit être dans la boucle intérieure (boucle de contrôle d'attitude), pour être plus rapide que le contrôle du mouvement longitudinal et latéral.

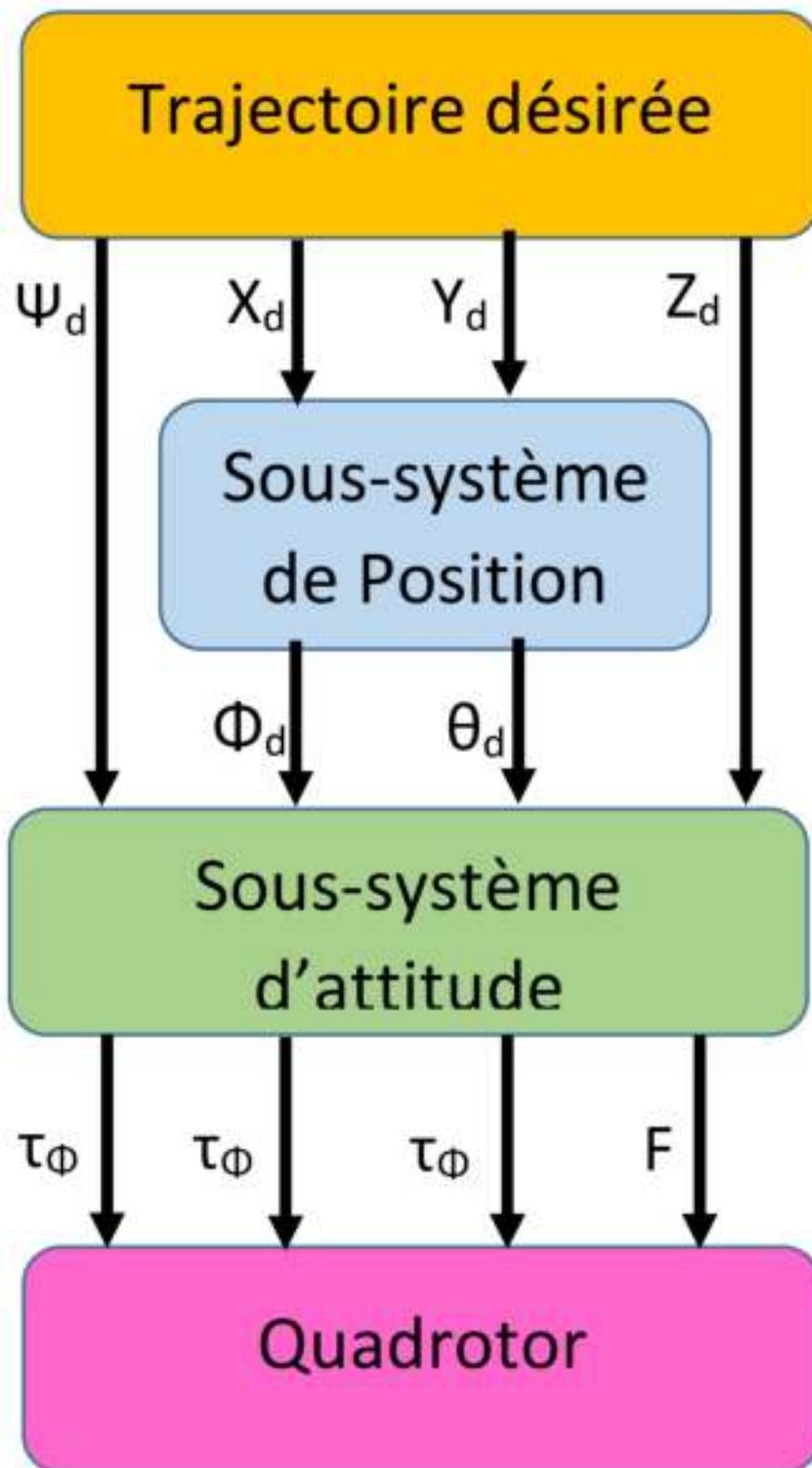


FIGURE 7.2 – La stratégie et architectures de contrôle.

### 7.4.1 L'Approche SISO

Les mouvements du quadrirotor sont régis par quatre entrées : le couple de tangage, de roulis et de lacet, et la force totale qui est directement commandée par les quatre commandes de modulation de largeur d'impulsion (PWM).

Le modèle donné par les équations 4.34, montre le couplage entre les composantes d'attitude et de position. Pour simplifier le contrôle, les équations fondamentales sont linéarisées et découplées en fonction de certaines hypothèses comme suit :

1. Le quadrotor est supposé avoir des vitesses de translation et angulaires très faibles et ne doit pas s'incliner au-delà de 15 degrés en tangage et roulis.
2. Le quadrirotor vole toujours dans des conditions proches du vol stationnaire, l'effet Coriolis et le moment d'inertie du rotor peuvent être négligés.
3. Pour le sous-système de position, la linéarisation est faite autour du vol en palier droit en se basant sur la référence [112].

Les équations (4.34) deviennent :

$$\ddot{x} = (\sin\theta)\frac{F}{m} \quad (7.1)$$

$$\ddot{y} = (\sin\phi\cos\theta)\frac{F}{m} \quad (7.2)$$

$$\ddot{z} = -g + (\cos\phi\cos\theta)\frac{F}{m} \quad (7.3)$$

$$\ddot{\phi} = \frac{l}{I_{xx}}\tau_{\phi} \quad (7.4)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{l}{I_{yy}}\tau_{\theta} \quad (7.5)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{l}{I_{zz}}\tau_{\psi} \quad (7.6)$$

Comme nous pouvons l'observer dans les équations 7.3-7.6,  $\phi, \theta, \psi, z$  sont directement forcés par les signaux d'entrée. La fonction de transfert du tangage, du roulis, du lacet et de l'altitude est une fonction à double intégrateur, de sorte que le système est fondamentalement instable. Le contrôleur  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  d'ordre fractionnaire sera conçu pour stabiliser et contrôler l'attitude et l'altitude du quadrirotor.

L'objectif principal est de concevoir le meilleur régulateur possible qui améliore en boucle fermée : la stabilité, la rapidité, la précision et le rejet des perturbations de manière robuste. Pour cela, nous avons opté pour le régulateur  $FOPID$ .

La forme la plus typique du contrôleur d'ordre fractionnaire  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  peut être exprimée comme suit :

$$C(s) = K_p + \frac{1}{T_i s^{\lambda}} + T_d s^{\mu} \quad (7.7)$$

où  $K_p$  est le gain proportionnel,  $T_i$  et  $T_d$  sont respectivement la constante de temps intégrale et dérivée.  $\lambda$  et  $\mu$  sont les ordres non entiers des termes intégral et dérivé respectivement. En prenant  $\lambda = 1$  et  $\mu = 1$ , nous aurons un contrôleur  $PID$  d'ordre entier.

Ainsi, le contrôleur *PID* d'ordre fractionnaire généralise le contrôleur *PID* d'ordre entier, avec cinq paramètres  $(K_p, T_i, T_d, \lambda, \mu)$ , et le développe d'un point à un plan, en ajoutant plus de flexibilité et de précision dans la conception du contrôleur, figure 6.6.

Dans cette thèse, et pour le réglage des paramètres des *FOPIDs*, nous avons proposé une nouvelle méthode de réglage **MBNM (MODIFIED-BLACK-NICHOLS METHOD)**<sup>3</sup> basée sur une modification de la méthode de Black-Nichols connue en littérature, qui est une méthode graphique d'ajustement de fréquence. La méthode Black-Nichols nous donne la possibilité d'agir sur toutes les pulsations. Il s'agit d'une procédure de réglage par essais et erreurs, mais toujours graphique et visuelle. Par conséquent, *Matlab* est utilisé pour le tracé de la fréquence.

### 7.4.2 Le réglage des paramètres des *FOPIDs* avec la méthode MBNM (MODIFIED-BLACK-NICHOLS METHOD)

La méthode de Black-Nichols<sup>4</sup> est basée sur l'abaque de Black et Nichols, qui est l'un des outils de conception utilisés dans l'analyse de mise en forme de boucles de régulation. L'investigation des diagrammes de Nichols est un moyen plus pratique de visualiser la marge de gain en boucle fermée et la marge de phase.

Pour les régulateurs *PID*, l'abaque de Black et Nichols permet de déterminer graphiquement la transmittance harmonique  $W(j\omega)$  en boucle fermée à partir de la représentation du lieu de Black de  $T(j\omega)$  en boucle ouverte. La méthode consiste notamment à fixer la résonance en boucle fermée. La modification d'un gain  $K$  en boucle ouverte s'interprète simplement par une translation "verticale" du lieu de Black de  $T(j\omega)$ , vers le haut si on augmente le gain  $K$ , vers le bas si on diminue ce gain.

La méthode Black-Nichols est basée sur :

- Le tracé du diagramme de Black-Nichols en boucle ouverte.
- Utilisation du diagramme de Nichols, qui fournit la correspondance pour chaque fréquence entre le comportement de la boucle ouverte et celui de la boucle fermée.

Les régulateurs élémentaires réalisables par la méthode Black-Nichols sont :

1. Le Régulateur proportionnel (*P*) :  $C(s) = K_p$
2. Le Régulateur proportionnel-intégral *PI* :  $C(s) = K_p + \frac{1+T_i s}{T_i s}$
3. Le Compensateur à avance de phase :  $C(s) = \frac{1+a\tau s}{1+\tau s}$
4. Le compensateur à retard de phase :  $C(s) = \frac{1+\tau s}{1+b\tau s}$

### 7.4.3 La Méthode de réglage MBNM

Le contrôleur conçu selon la méthode de Black-Nichols doit être l'un des régulateurs élémentaires : *P*, *PI*, *Compensateur à avance de phase*, *compensateur à retard de phase*; ou encore, une combinaison de deux ou plusieurs d'entre eux.

3. (MODIFIED-BLACK-NICHOLS METHOD) : cette méthode a fait l'objet de notre publication dans le journal ISTE de Springer [150]

4. Le diagramme de Black est un graphe utilisé en automatique pour étudier un système. Il représente, dans un repère semi-logarithmique, le gain en fonction de la phase, selon une courbe paramétrée par la pulsation ou la fréquence.

### Remarques

En supposant que le compensateur à avance de phase se comporte de manière similaire au contrôleur  $PD^\mu$  d'ordre fractionnaire, et le compensateur à retard de phase de la même manière que le contrôleur  $PI^\lambda$  d'ordre fractionnaire [131], la méthode de Black-Nichols peut être utilisée pour concevoir le contrôleur d'ordre fractionnaire  $PI^\lambda D^\mu$ .

Dans notre méthode de réglage, nous avons proposé de mettre ( $\lambda = \mu = 1$ ) au début de réglage, de la même manière que nous concevons un  $PID$  classique. En associant  $(P) * (PI) * (\text{compensateur à avance de phase})$ , nous obtenons un  $PID$  sous sa forme en cascade :

$$C(s) = K_p \frac{1 + T_i s}{T_i s} \frac{1 + a \tau s}{1 + \tau s}, \quad a > 1 \quad (7.8)$$

L'équation 7.8 est donc ajustable avec la méthode de Black-Nichols.

Le terme différentiel avec un filtre supplémentaire est souvent utilisé pour approximer le terme différentiel pur, compte tenu de la réalisabilité du terme différentiel du contrôleur  $PID$  en physique et de l'amélioration de la stabilité robuste du système, le contrôleur  $FO - PID$  correspondant a été proposé dans le document [131] :

$$C(s) = K_p \frac{1 + T_i s^\lambda}{T_i s^\lambda} \frac{1 + T_d s^\mu}{1 + T_f s} \quad (7.9)$$

Nous avons utilisé la forme 7.9 pour concevoir les régulateurs d'ordre fractionnaire  $PI^\lambda D^\mu$  en utilisant la méthode Black-Nichols, et nous introduisons le réglage de l'ordre fractionnaire  $\lambda$  et  $\mu$  qui minimisent l'intégrale de l'erreur quadratique (**ISE**) du système de commande à rétroaction unitaire pour l'approche SISO, lorsque chaque composante d'attitude a sa propre fonction de transfert, et en prenant en entrée un échelon unitaire. Pour la tâche de minimisation, nous avons fait varier les valeurs des paramètres  $\lambda$  et  $\mu$  de 0,05 à 1,95 chacun avec un pas de 0,05 et pour chaque valeur des fractions ( $\lambda, \mu$ ) nous calculons l' $ISE$  correspondant selon la référence [17].

Les différentes étapes suivantes résument notre ajustement des cinq paramètres du régulateur  $PI^\lambda D^\mu$  d'ordre fractionnaire,  $(K_p, T_i, T_d, \lambda, \mu)$ , en utilisant la méthode **MBNM** :

### Modified-Black-Nichols-Method

1. Dessiner le diagramme de Black-Nichols de  $F(s)$  et les spécifications des contraintes dans l'abaque de Nichols. Enregistrez les caractéristiques du système en boucle ouverte et en boucle fermée.
2. Mettre en œuvre un compensateur à avance de phase d'ordre fractionnaire ( $T_d, (\mu = 1)$ ), qui assure la robustesse souhaitée.
3. Ajustez le gain  $K_p$  pour que les critères soient tangents. Identifiez les nouvelles caractéristiques de la boucle fermée.
4. Définir un régulateur  $PI^\lambda (\lambda = 1)$  d'ordre fractionnaire, et ajustez  $K_p, T_i$  et  $T_d$  parce que le premier réglage n'est plus optimal après l'ajout de  $FOPID$ .
5. Si nécessaire, ajoutez un compensateur à retard de phase pour améliorer encore les performances.
6. Modifiez éventuellement  $k_p, T_i$  et  $T_d$  car le premier réglage n'est plus optimal après l'ajout du compensateur à retard de phase.
7. Ajustez à nouveau le gain  $K_p$  afin de tangenter les critères. Enregistrez les nouvelles caractéristiques de la boucle fermée.
8. Enfin, nous ajustons les ordres fractionnaires  $\lambda$  et  $\mu$  en minimisant l'intégrale de l'erreur quadratique (ISE).

En suivant les étapes de la méthode *MBNM* présentées ci-dessus, nous réglons les paramètres des régulateurs *FOPIDs* pour chaque composant du sous-système d'attitude (le tangage, le roulis, le lacet, et l'altitude).

La figure 7.4 présente le diagramme de Black de la fonction de transfert du roulis après l'ajout d'un régulateur proportionnel-compensateur-à-avance-de-phase d'ordre fractionnaire, en prenant ( $T_d = 0,98, \mu = 1, K_p = (1, 0.2, 0, 02)$ ). Nous pouvons voir clairement qu'en diminuant  $K_p$  nous nous rapprochons de la zone de stabilité.

Après cela, nous avons changé l'ordre fractionnaire de dérivation avec les valeurs :  $\mu = (0.9, 1, 1.1, 1.2)$ , et cette fois ci on remarque qu'en diminuant  $\mu$  le diagramme de Black se rapproche de la zone de stabilité.

La figure 7.5 présente l'effet de l'ordre fractionnaire  $\mu$  dans le graphique Black-Nichols de la fonction de transfert de Roll. L'ordre fractionnaire  $\mu$  est augmenté à 1, 2 et diminué à 0, 9 pour ajuster la robustesse. Nous pouvons observer clairement que le tracé vert est plus robuste que les autres, donc  $\mu = 1.1$  est meilleur que  $\mu = (0.9, 1, 1.2)$ .

La Figure 7.6 présente le changement du Diagramme de Black du roulis après avoir ajouté un régulateur  $PI^\lambda$  d'ordre fractionnaire et en changeant l'ordre intégral ( $\lambda = (0.6, 1, 1.3, 1.6)$ ). Comme nous pouvons le voir ( $\lambda = 1.3$ ) est le plus performant.

Ainsi, en suivant la méthode de Black-Nichols pour concevoir les contrôleurs *PID* classiques, nous avons ajouté deux étapes pour régler les ordres fractionnaires ( $\lambda$ ) et ( $\mu$ ), qui minimisent l'intégrale de l'erreur quadratique, afin que nous puissions régler les régulateurs *FOPIDs*.

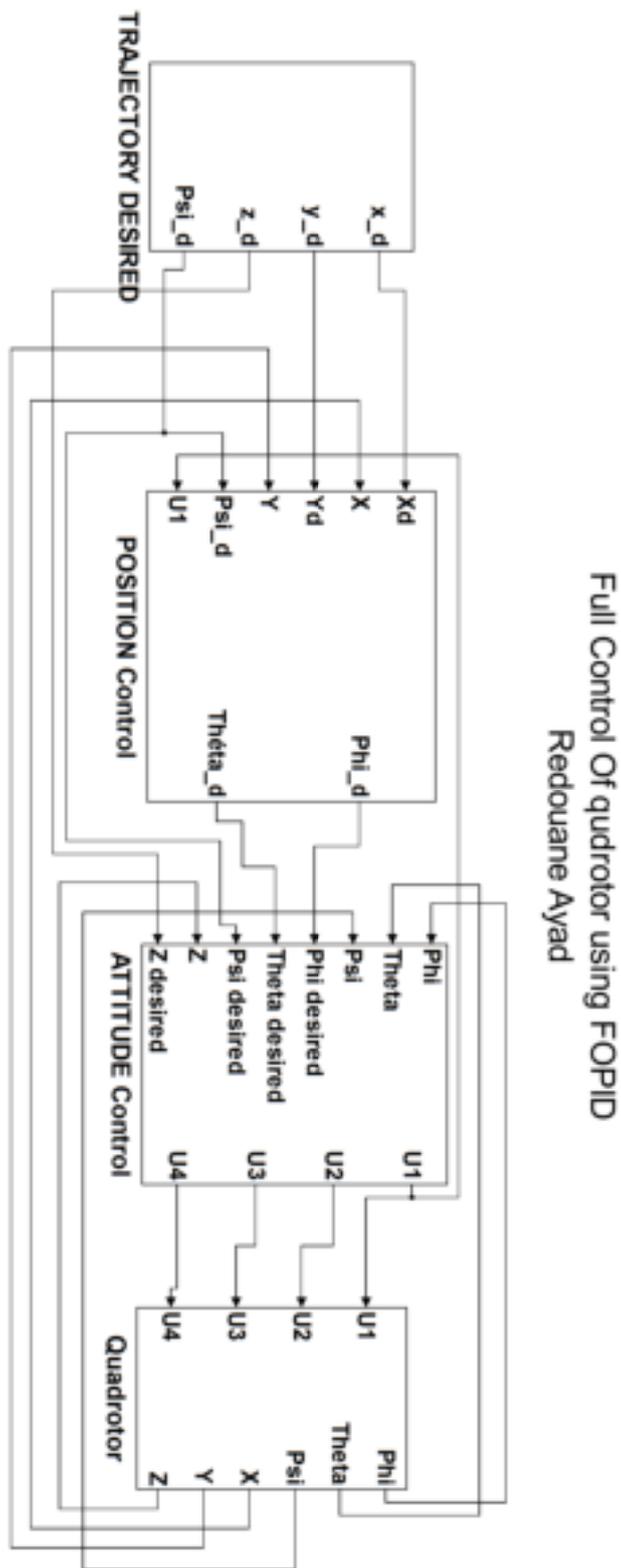


FIGURE 7.3 – Modèle MIMO simulink du quadrotor

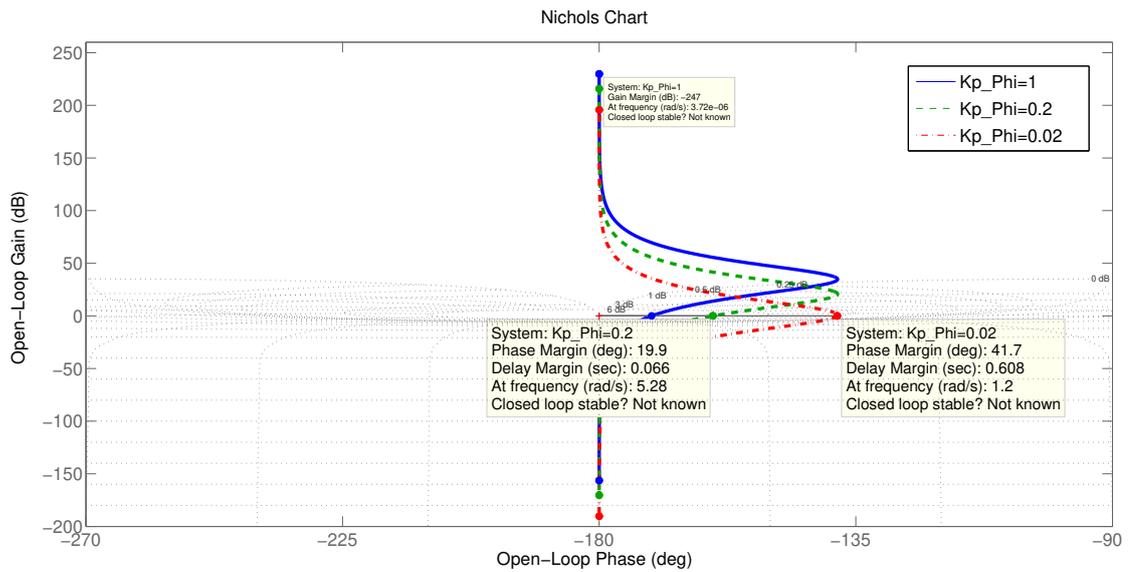


FIGURE 7.4 – Le diagramme de Black-Nichol du Roulis l’ajout d’un régulateur proportionnel compensateur-à-avance-de-phase  $K_p = (0.02, 0.2, 1)$

FOPID parameters	$\phi$	$\theta$	$\psi$	$z$
$K_p$	18	45	0.9	90
$K_i$	1.2	2.5	0.45	45
$\lambda$	1.2	1.2	1.09	0.4
$K_p$	0.98	0.56	0.9	50
$\mu$	1.05	1.15	1.2	1.2

TABLE 7.1 – Les paramètres des FOPIDs pour tous les composants de l’attitude

La même méthode de réglage des paramètres des *FOPIDs* est utilisée pour le tangage, le lacet et l’altitude.

#### 7.4.4 l’approche MIMO

Dans cette deuxième étape, nous avons utilisé à la fois Simulink et le toolbox *FOMCON* pour implémenter les régulateurs *FOPIDs* pour commander le roulis ( $\phi$ ), le tangage ( $\theta$ ), le lacet ( $\psi$ ) et l’altitude. Tout d’abord, nous commençons par les paramètres des *FOPIDs* développés dans la section précédente.

Le modèle quadrirotor *MIMO* est développé dans le Simulink en prenant les équations non linéaires 4.16, sans découpler, ni négliger les termes gyroscopiques, figure B.1. Pour démontrer l’efficacité et la performance de notre réglage du régulateur d’ordre fractionnaire  $PI^\lambda D^\mu$ , un contrôleur *PID* classique a été développé selon la référence [24], et les performances sont comparées dans des simulations. Enfin, et après plusieurs essais et erreurs, nous obtenons les paramètres de chaque contrôleur FOPID affichés dans le tableau 7.1.

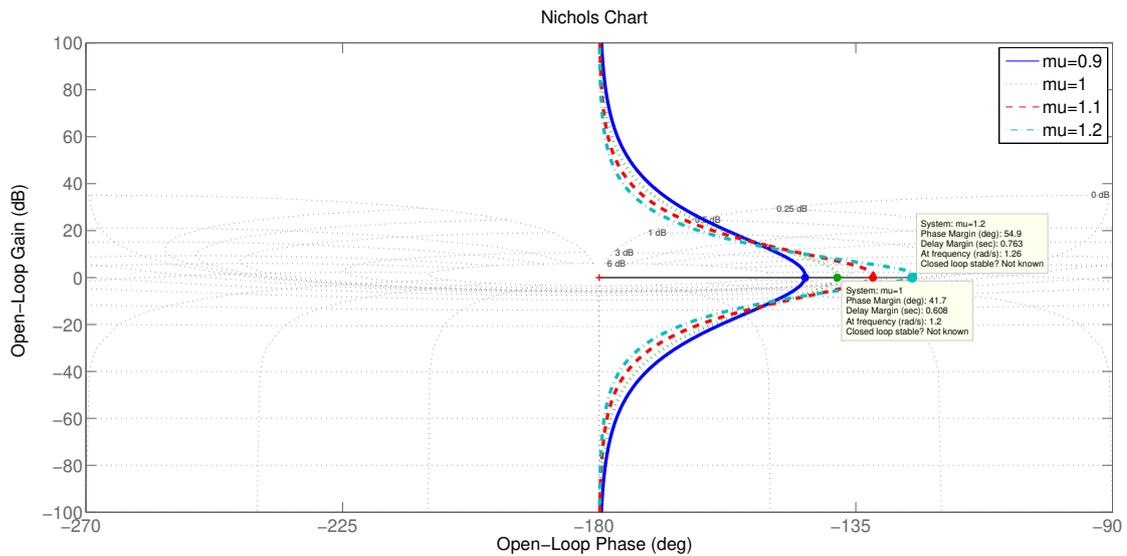


FIGURE 7.5 – L’effet de l’ordre fractionnaire  $\mu$  dans le diagramme Black-Nichols du Roulis  $\mu = (0.9, 1, 1.1, 1.2)$

### 7.4.5 Le Sous-Système de Position

Le mouvement du quadrirotor dans les plans vertical, longitudinal et latéral, à la position souhaitée  $(x_d, y_d, z_d)$ , est contrôlé par la force totale et les composantes d’attitude : roulis et pitch  $(\phi, \theta)$ . En fait, et comme il a été mentionné ci-dessus, tous les VTOL-UAV ont la priorité sur la commande de mouvement de soulèvement, car l’altitude de l’UAV doit être préservée. Ainsi, notre choix de contrôler l’altitude ( $Z$ ) doit être dans la boucle interne (boucle de contrôle d’attitude), car elle est plus rapide que le contrôle des mouvements longitudinaux et latéraux.

Nous avons développé un sous-système pour la position, qui a en sortie : l’angle de tangage et de roulis désirés  $(\phi_d, \theta_d)$ . Ces angles souhaités sont utilisés comme entrée dans le sous-système d’attitude (décrit dans la section précédente) comme est indiqué dans la figure B.1, pour avoir un contrôle total du quadrotor (attitude et position) nous avons utilisé des contrôleurs *FOPIDs* dans la boucle interne pour le commande de  $(\phi, \theta, \psi, z)$ , et pour la boucle externe pour la commande de  $(x, y)$ [150].

Les angles de référence souhaités des rotations de roulis et de tangage sont donnés par les équations :

$$\phi_d = \arcsin(u_x \sin \psi_d - u_y \cos \psi_d) \quad (7.10)$$

$$\theta_d = \arcsin\left(\frac{u_x \cos \psi_d + u_y \sin \psi_d}{\cos \phi}\right) \quad (7.11)$$

Après cela, nous utilisons la méthode *Modified – Black – Nichols* pour concevoir les correcteurs *FOPIDs* pour le sous-système de position.

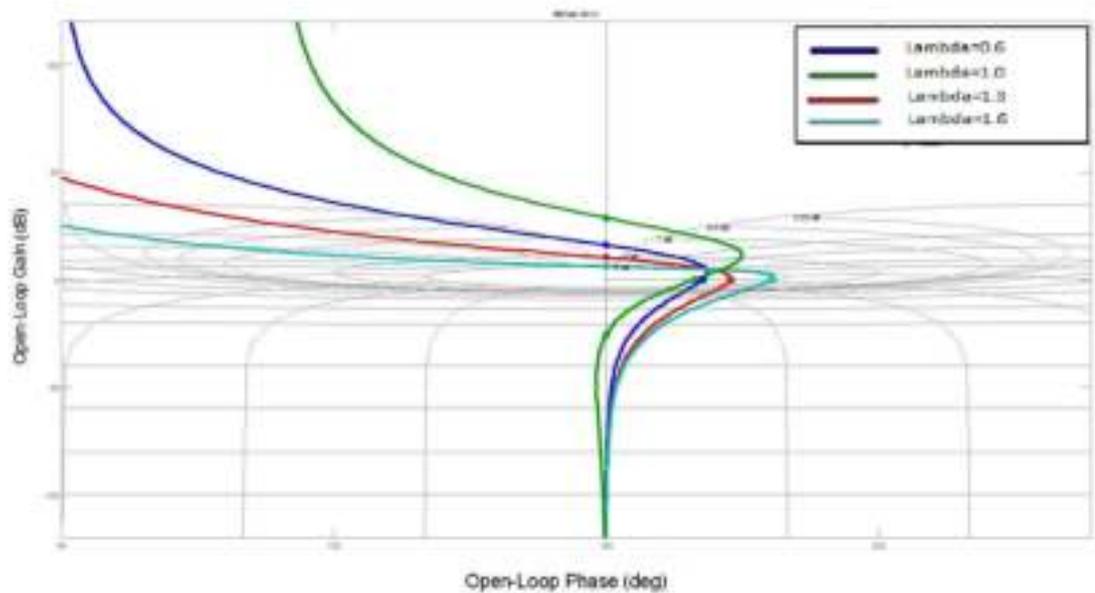


FIGURE 7.6 – Le Diagramme de Black-Nichols du roulis après l’ajout d’un régulateur d’ordre fractionnaire  $PI^\lambda$  avec  $\lambda = (0.6, 1, 1.3, 1.6)$

## 7.5 conclusion

Dans ce chapitre, après avoir présenté une brève revue des architectures de contrôle, nous avons détaillé notre stratégie de contrôle global du quadrotor (attitude et position), basé sur une nouvelle synthèse du régulateur d’ordre fractionnaire ( $PI^\lambda D^\mu$ ), pour le contrôle. Ensuite nous avons présenté une nouvelle méthode de réglage basée sur la méthode de Black-Nichols, et qui a été modifiée en ajoutant le réglage des fractions  $\lambda$  et  $\mu$ . Premièrement, nous avons utilisé une approche à entrée unique et à sortie unique (SISO) pour concevoir des contrôleurs  $PI^\lambda D^\mu$  d’ordre fractionnaire pour chaque composante de la position et de l’attitude ( $x, y, z, \phi, \theta, \psi$ ). Après cela, nous avons pris ces mêmes paramètres des contrôleurs  $PI^\lambda D^\mu$ , ainsi réglés, dans le modèle du quadrotor à entrées multiples et sorties multiples (MIMO) pour tester leurs performances. Pour démontrer que nous pouvons améliorer considérablement la robustesse et les performances du contrôle, nous présentons dans le chapitre suivant plusieurs simulations effectuées sur le modèle Simulink du quadrotor avec le Toolbox **FOMCON** (*Fractional Order Modelling and Control*) de modélisation et de contrôle d’ordre fractionnaire pour prouver et valider les performances de nos contrôleurs en tenant compte de plusieurs scénarios.

# 8

## Simulations et résultats

---

### Résumé du chapitre

Nous présentons dans ce chapitre plusieurs simulations effectuées sur le modèle (MIMO NONLINEAIR) Simulink du quadrirotor avec le ToolBox **FOMCON** (*Fractional Order Modelling and Control*) pour prouver et valider les performances de nos contrôleurs en tenant compte de plusieurs scénarios. Une attention particulière est accordée à la précision du suivi de trajectoire, à l'applicabilité des signaux de contrôle et à l'énergie consommée qui tient compte de certains critères de performance, tels que l'intégrale de l'erreur quadratique (ISE), l'intégrale d'entrée de contrôle quadratique (ISCI) et l'erreur maximale absolue (MAE). Les résultats sont comparés avec deux autres techniques, à savoir : le contrôle PID classique et le contrôle hybride Fuzzy-PID. Une évaluation de la performance est présentée via les résultats de plusieurs illustrations, scénarios et simulations numériques, avec des commentaires complémentaires sur les inconvénients et les avantages de chaque stratégie. Enfin, nous montrons le meilleur contrôleur pour chaque scénario proposé.

### 8.1 Les scénarios de comparaison

Les capacités de tout contrôleur dépendent du type de manœuvres et des modes de vol étudiés (décollage, atterrissage, vol vertical, vol stationnaire, poursuite, manœuvres agressives, etc.). Nous considérons, dans notre cas, une trajectoire de référence qui implique le mode de vol vertical, les vols longitudinal et latéral et le mode de vol à l'atterrissage. Ces modes sélectionnés sont principalement utilisés lors de la mission de couverture.

Dans cette section, nous testons l'efficacité du régulateur proposé non seulement dans le cas idéal mais aussi en présence de différentes perturbations. À des fins de comparaison, nous suivons le même protocole et nous nous adaptons aux mêmes conditions.

Les paramètres des contrôleurs *FOPIDs* sont réglés selon la méthode *MBNM* proposée dans la section 7.4.2, dans le cas idéal puis conservées pour l'ensemble des scénarios proposés et pour lesquels l'objectif est de réduire les erreurs en régime permanent.

Tout d'abord, nous synthétisons des contrôleurs *PIDs* classiques selon la référence [23]. Par la suite, et pour une analyse approfondie des caractéristiques du contrôleur *FOPID* que nous proposons, un contrôleur supplémentaire est inspecté, à savoir, le contrôle hybride PID-flou (**FuzzyPID** qui présente des résultats prometteurs (pour plus de détails, on peut se référer à notre article [179]).

La dynamique globale du système et les lois de contrôle sont implémentées à l'aide des outils *MATLAB/Simulink* et de le ToolBox *FOMCON*. Le temps total de simulation est de 140s pour une trajectoire spirale et de 40s pour une trajectoire carée\_3D et le temps d'échantillonnage est réglé à 0,01s.

Nous simulons les réponses du quadrotor en utilisant les paramètres présentés dans le tableau 8.1 disponibles d'un quadrotor identifié [21]. Deux scénarios sont proposés successivement, le scénario de base qui est une trajectoire d'un caré en 3D, et le deuxième est une trajectoire 3D spirale.

TABLE 8.1 – Les parameters du Quadrotor.

Paramètre	Valeur	Description	Unité
$I_x$	$7,5 \cdot 10^{-3}$	Moment d'inertie du quadrotor autour de l'axe $X$	$Kg.m^2$
$I_y$	$7,5 \cdot 10^{-3}$	Moment d'inertie du quadrotor autour de l'axe $Y$	$Kg.m^2$
$I_z$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	Moment d'inertie du quadrotor autour de l'axe $Z$	$Kg.m^2$
$l$	0,23	Distance au centre du Quadrotor	$m$
$m$	0,65	Masse du quadrotor	$Kg$
$g$	9,81	Accélération gravitationnelle	$m/s^2$

### 8.1.1 Le Scénario de base

Dans ce scénario, après le décollage, le quadrotor suit une trajectoire de référence carrée ( $2m \times 2m$ ). À chaque coin, le quadrotor reste en vol stationnaire pendant 5s, puis il vole vers le coin suivant où la durée de vol entre deux coins est fixée à  $T = 5s$ . Par conséquent, cette trajectoire peut être décrite comme suit :

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{Où } 0 \leq t \leq t_1 \\ L_r \frac{(t-t_1)^5}{t-t_1)^5 + (T-t+t_1)} & \text{Où } t_1 \leq t \leq t_2 \\ L_r & \text{Où } t_2 \leq t \leq t_3 \\ L_r - L_r \frac{(t-t_3)^5}{t-t_3)^5 + (T-t+t_3)} & \text{Où } t_3 \leq t \leq t_4 \\ 0 & \text{Où } t_4 \leq t \leq t_4 \end{cases} \quad (8.1)$$

Avec :

$T = 5$ secondes,  $t_f = 40$ seconds et  $L_r = 2$ mètres .

$X_r = \sigma(t)$  with  $t_1 = 5, t_2 = t_1 + T, t_3 = 25, t_4 = t_3 + T$

$Y_r = \sigma(t)$  with  $t_1 = 10, t_2 = t_1 + T, t_3 = 30, t_4 = t_3 + T$

$Z_r = \sigma(t)$  with  $t_1 = 0, t_2 = t_1 + T, t_3 = 35, t_4 = t_3 + T$

Cette simple trajectoire de référence est considérée en incluant les modes de vol les plus utilisés lors d'un scénario de couverture (vol longitudinal, vol latéral, vol vertical, vol stationnaire et atterrissage). Cette trajectoire de référence permet d'analyser indépendamment les résultats de chaque mode de vol car un mode est activé à chaque instant.

### 8.1.2 Le second scénario

La trajectoire de référence du scénario de base est utilisée uniquement à des fins de comparaison simples. Des trajectoires plus complexes qui excitent les non-linéarités et impliquent des modes de vol couplés sont également utilisées pour valider les contrôleurs. C'est pour cette raison que ce second scénario est utilisé.

Dans ce scénario, le décollage du quadrotor s'effectue en vol stationnaire pendant 20 secondes, puis un vol en altitude jusqu'à 20 mètres où il suit une trajectoire de référence en spirale. Cette trajectoire peut être décrite comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{l} \left( \begin{array}{l} x_d \\ y_d \\ z_d \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix} \quad \text{Où } 0 \leq t \leq 20 \\ \left( \begin{array}{l} x_d \\ y_d \\ z_d \end{array} \right) = \begin{pmatrix} (t-20)/5 \sin(2\pi t/20) \\ (t-20)/5 \cos(2\pi t/20) \\ 20 \end{pmatrix} \quad \text{Où } 20 \leq t \leq 80 \\ \left( \begin{array}{l} x_d \\ y_d \\ z_d \end{array} \right) = \begin{pmatrix} 12 \sin(2\pi t/20) \\ 12 \cos(2\pi t/20) \\ 20 \end{pmatrix} \quad \text{Où } 80 \leq t \leq 140 \end{array} \right. \quad (8.2)$$

## 8.2 Le contexte de la comparaison

Nous essayons de rendre notre simulation aussi réaliste que possible, pour cette raison, nous ajoutons plus de contraintes pour chaque scénario comme suit :

1. **Les Incertitudes paramétriques** : Les systèmes de contrôle devraient être capables de tolérer les incertitudes du modèle ou des paramètres. Nous supposons que les éléments de la matrice d'inertie et les coefficients aérodynamiques sont sous-estimés de 50% des valeurs réelles.
2. **La charge utile supplémentaire** : Les contrôleurs de vol doivent être capables d'assurer de bonnes performances avec un bon niveau de robustesse, même avec une masse supplémentaire. Par conséquent, dans ce scénario, le quadrotor est supposé porter une caméra lourde avec une masse supplémentaire qui représente 50% de la masse initiale du quadrotor. La caméra est modélisée comme un corps rigide compact situé au centre de masse du quadrotor.
3. **Le Bruit du capteur** : Les capteurs à faible coût sont généralement utilisés dans les quadrotors. Ainsi, la précision est faible et les signaux de sortie sont toujours bruyants. De plus, les algorithmes d'estimation causent aussi de grosses erreurs et dérives. Dans ce scénario, nous testons la tolérance des contrôleurs au bruit qui peut

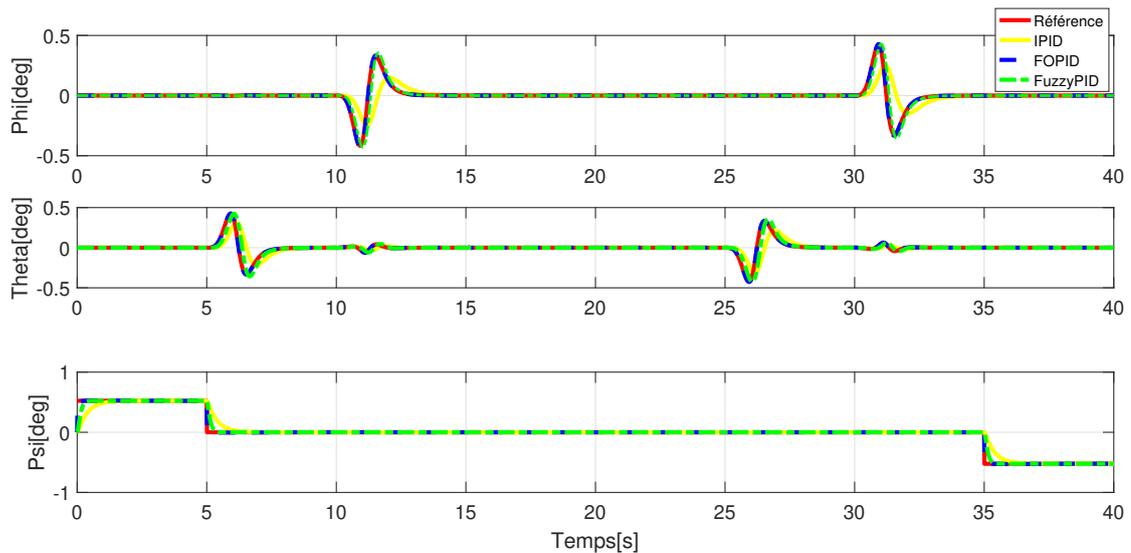


FIGURE 8.1 – Les angles de roulis, tangage et lacet dans le scénario de base

affecter les signaux mesurés. Ainsi, nous ajoutons le bruit du capteur dans les états du système.

## 8.3 Les Résultats de simulation numérique

### 8.3.1 Le scénario de base

Tout d'abord, nous commençons par le scénario de base. Nous testons les trois contrôleurs (*FOPID*, *FuzzyPid* et *IPID*), puis nous traçons séparément, les angles d'attitude dans la figure 8.1, les translations le long des axes  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  dans la figure 8.2 et la trajectoire finale du scénario de base dans la figure 8.3.

Globalement, à partir des courbes obtenues en figures ??-8.20, les trois contrôleurs stabilisent correctement les angles de roulis, tangage et lacet. Sauf que, avec le régulateur *IPID* le quadrotor subit un glissement sur les axes  $X$  et  $Y$ , suit à une divergence du mouvement latéral et longitudinal par rapport à la référence causée par un retard des angles  $(\phi, \theta, \psi)$ .

Contrairement au *IPID*, les deux autres régulateurs (*FOPID* et *FuzzyPid*) stabilisent aussi le sous-système de position, où le quadrotor suit parfaitement sa trajectoire de référence, avec un léger avantage du *FOPID* par rapport au *FuzzyPid*, remarqué au moment de l'atterrissage, car avec le contrôleur *FuzzyPid* on a eu une erreur au voisinage de 0.6m.

Le *FOPID* présente un bon comportement vis-à-vis des incertitudes des paramètres où les couples sont augmentés pour compenser leurs effets (voir figure 8.1). Les signaux restants ne sont pas affectés du fait que ces paramètres concernent la dynamique d'attitude. Comme l'illustre la figure 8.2, dans le cas d'une charge utile supplémentaire, une erreur de régime permanent de 0,01m apparaît le long du vol vertical. Les signaux de

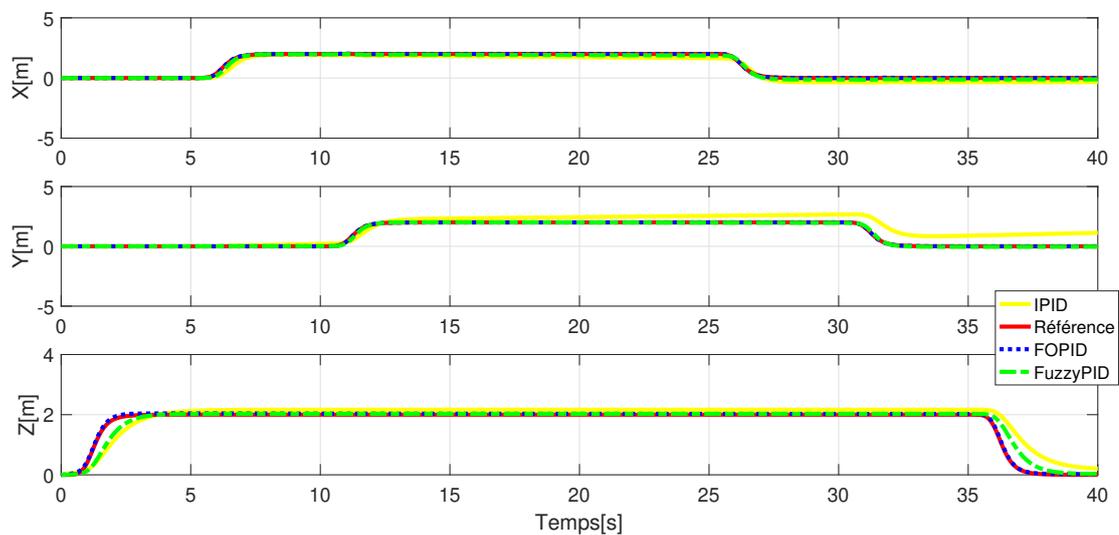


FIGURE 8.2 – Les translation sur les axes X,Y et Z dans le scénario de base

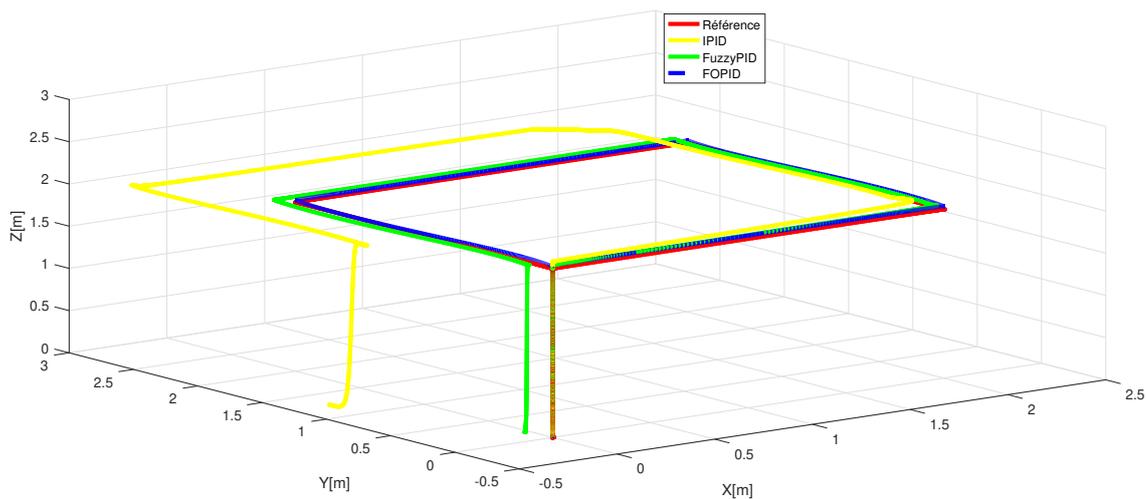


FIGURE 8.3 – La trajectoire du scénario de base

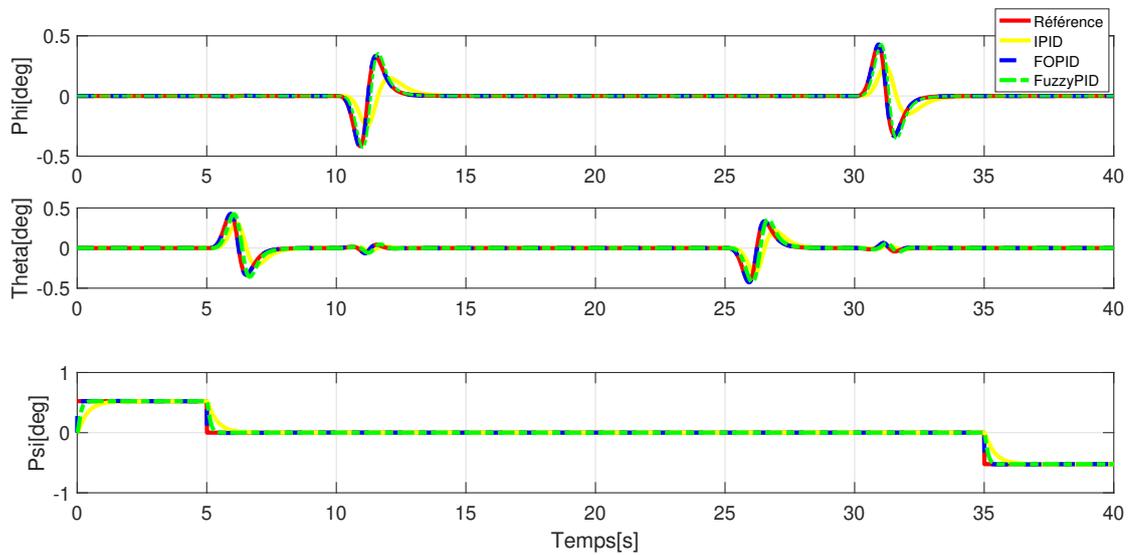


FIGURE 8.4 – Les angles de roulis, tangage et lacet dans le scénario de base avec des incertitudes paramétriques

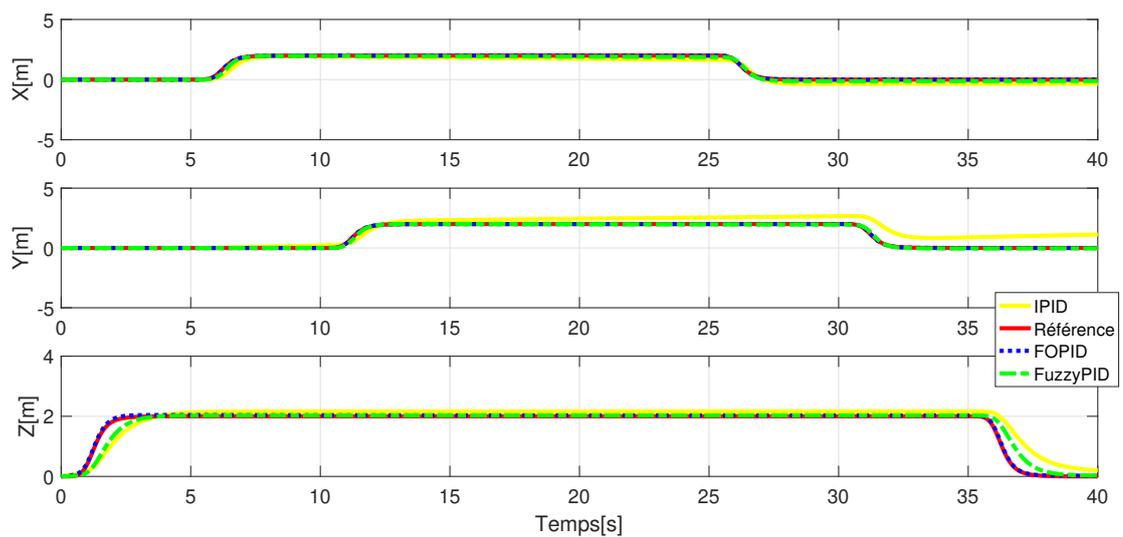


FIGURE 8.5 – Les translation sur les axes X,Y et Z dans le scénario de base avec des incertitudes paramétriques

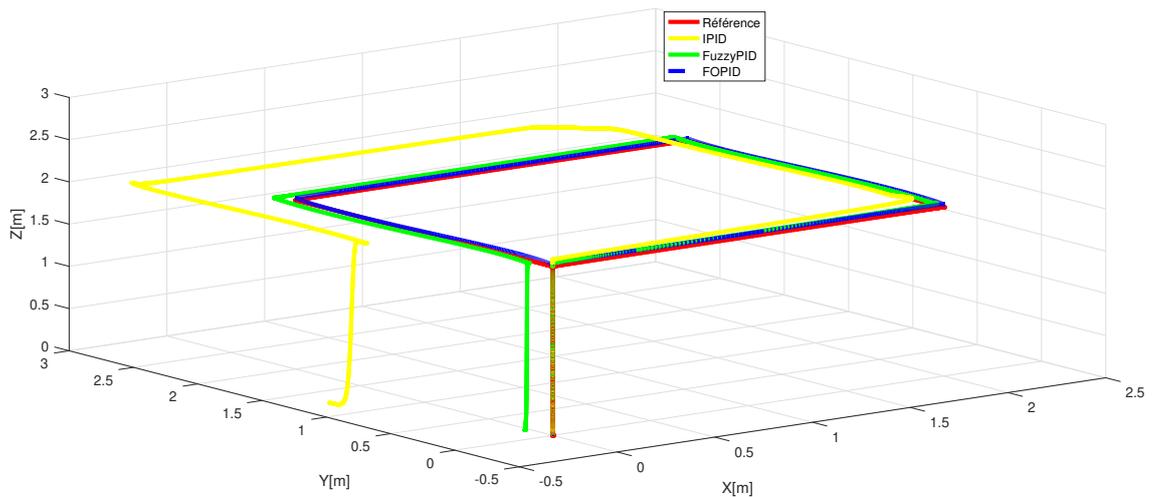


FIGURE 8.6 – La trajectoire du scénario de base avec des incertitudes paramétriques

sortie restants ne sont pas modifiés, par rapport au scénario de base, car la masse supplémentaire est supposée compacte et ajoutée au CoG du multirotor. De toute évidence, la charge utile supplémentaire nécessite une poussée supplémentaire pour garantir de bonnes performances. La poussée est augmentée de 1,2 N, ce qui représente 30% de la masse du multirotor.

Enfin, le bruit n'affecte pas la stabilité et la précision du contrôle de l'attitude (voir figure 8.10) mais affecte la qualité de contrôle de la position par conséquent la trajectoire désirée (voire figure 8.11 et 8.12).

### 8.3.2 Le scénario de base

Les figures suivantes montrent l'efficacité de la conception de nos contrôleurs dans le second scénario, lorsque le quadrotor devait suivre une trajectoire en spirale.

Évidemment, toutes les techniques présentent des résultats acceptables dans le cas idéal. Par conséquent, les courbes précédentes ne sont pas en mesure de montrer les différences entre les contrôleurs que nous suggérons pour quantifier les résultats obtenus afin d'obtenir une vue plus précise sur les caractéristiques si profondes de l'analyse de la performance. Certains outils d'analyse sont considérés tels que :

- L'intégrale de l'Erreur quadratique (**ISE**) : Il est donné par :  $ISE = \int_{t_0}^{t_f} (e_x^2(t) + e_y^2(t) + e_z^2(t)) dt$ .
- L'intégrale du carrée de la commande (**ISCI**) : Il permet de mesurer l'énergie consommée en utilisant  $ISCI = \int_{t_0}^{t_f} u_1(t) dt$ .

En général, et indépendamment de l'effet externe, tous les régulateurs présentent un comportement acceptable avec une consommation d'énergie modérée comme indiqué dans le tableau 8.2. La technique IPID est la technique la moins précise ( $ISE = 0,153$ ) suivie de la technique Fuzzy-PID ( $ISE = 0,0886$ ) tandis que la technique FOPID est la plus précise ( $ISE = 0,0436$ ) selon le tableau 8.2 et le scénario de référence.

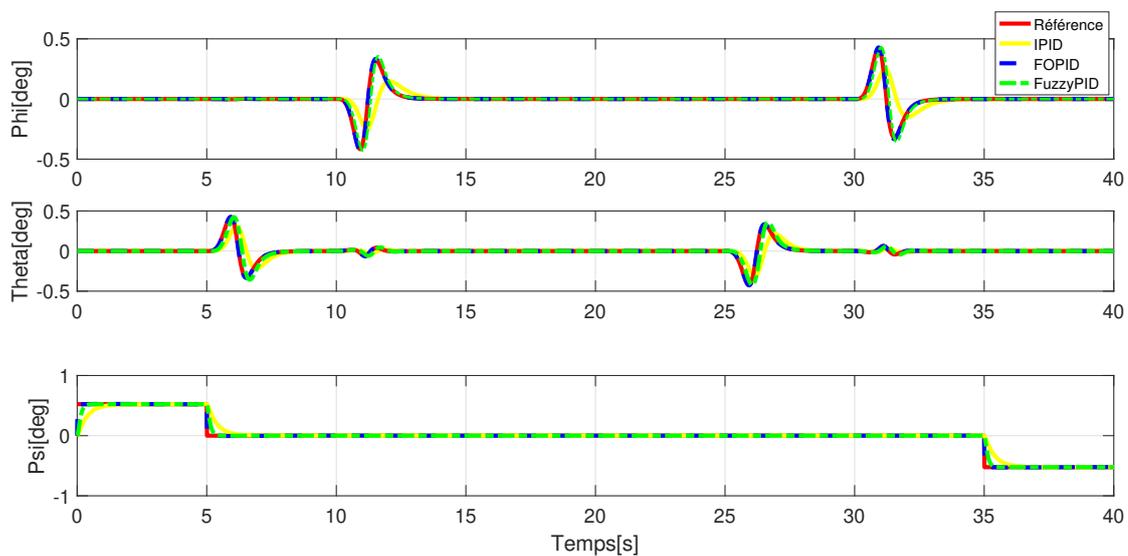


FIGURE 8.7 – Les angles de roulis, tangage et lacet dans le scénario de base avec une masse supplémentaire

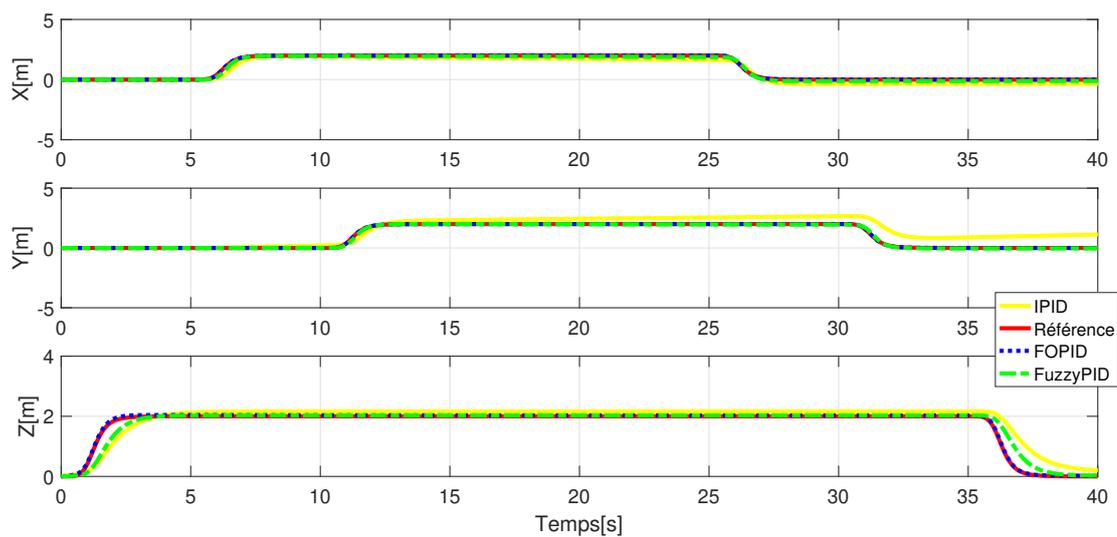


FIGURE 8.8 – Les translation sur les axes X,Y et Z dans le scénario de base avec une masse supplémentaire

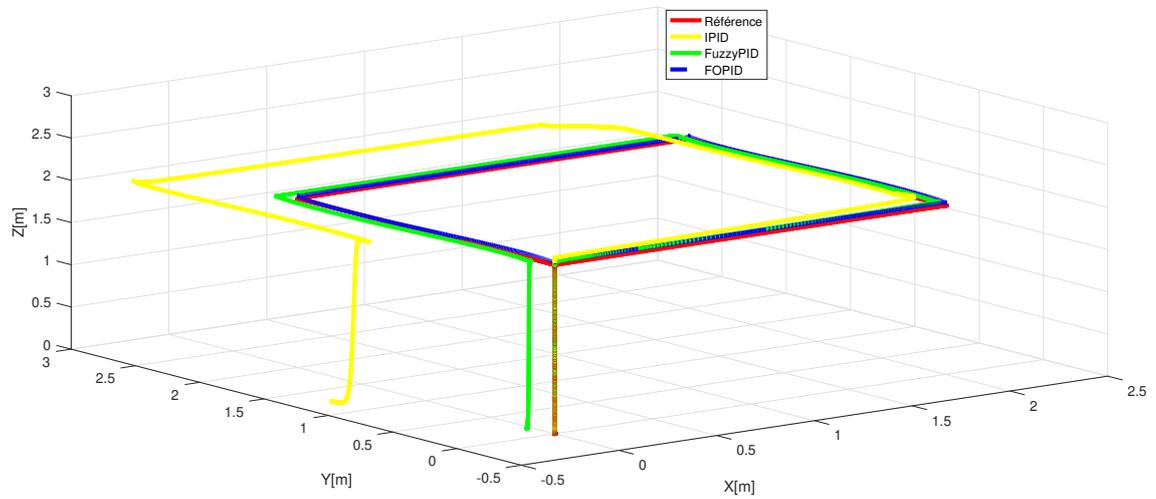


FIGURE 8.9 – La trajectoire du scénario de base avec une masse supplémentaire

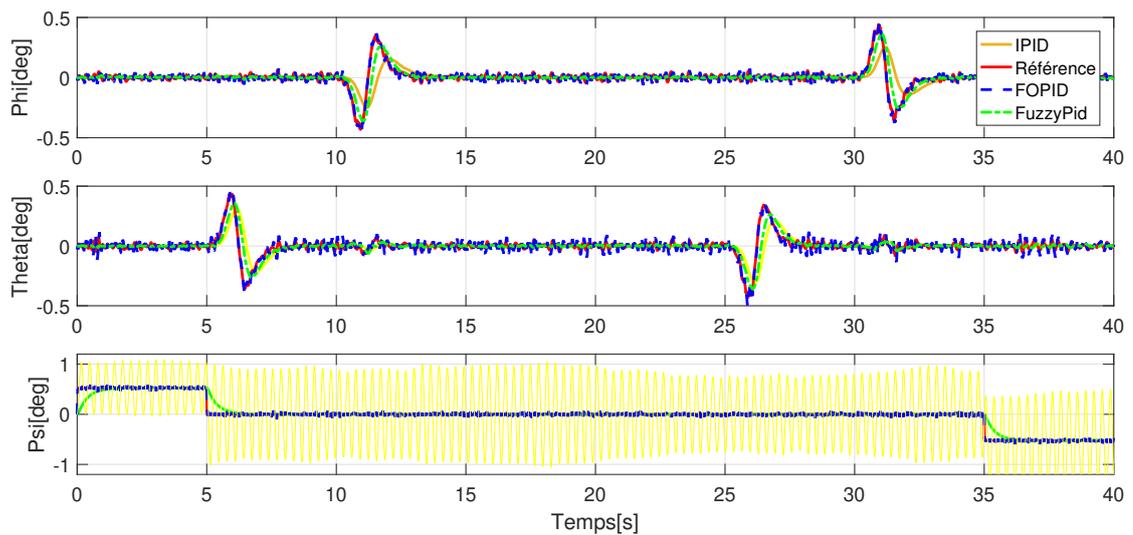


FIGURE 8.10 – Les angles de roulis, tangage et lacet dans le scénario de base avec des bruits de capteurs

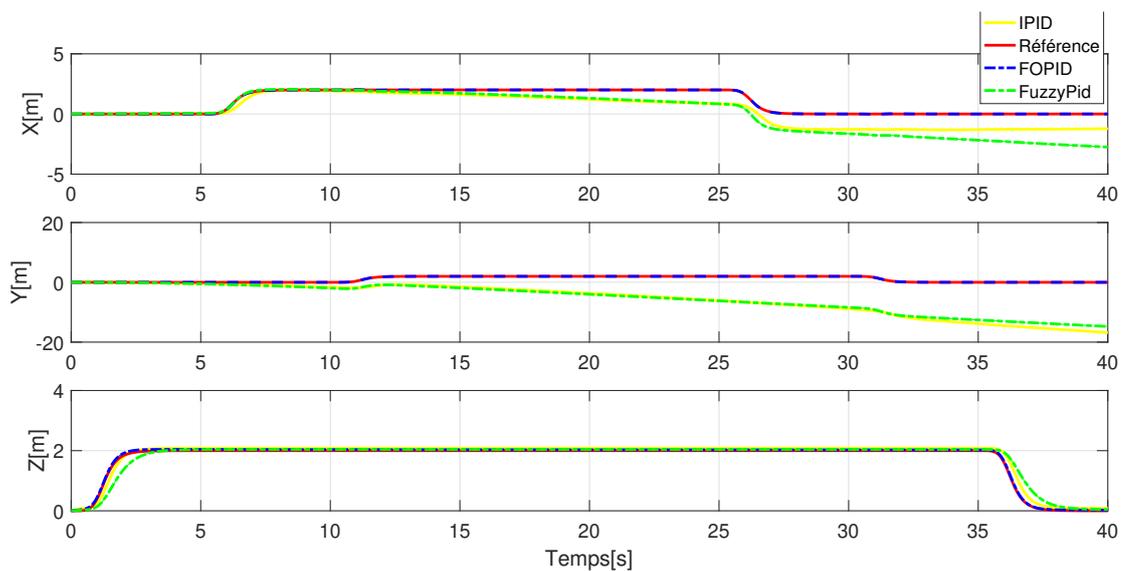


FIGURE 8.11 – Les translation sur les axes X,Y et Z dans le scénario de base avec des bruits de capteurs

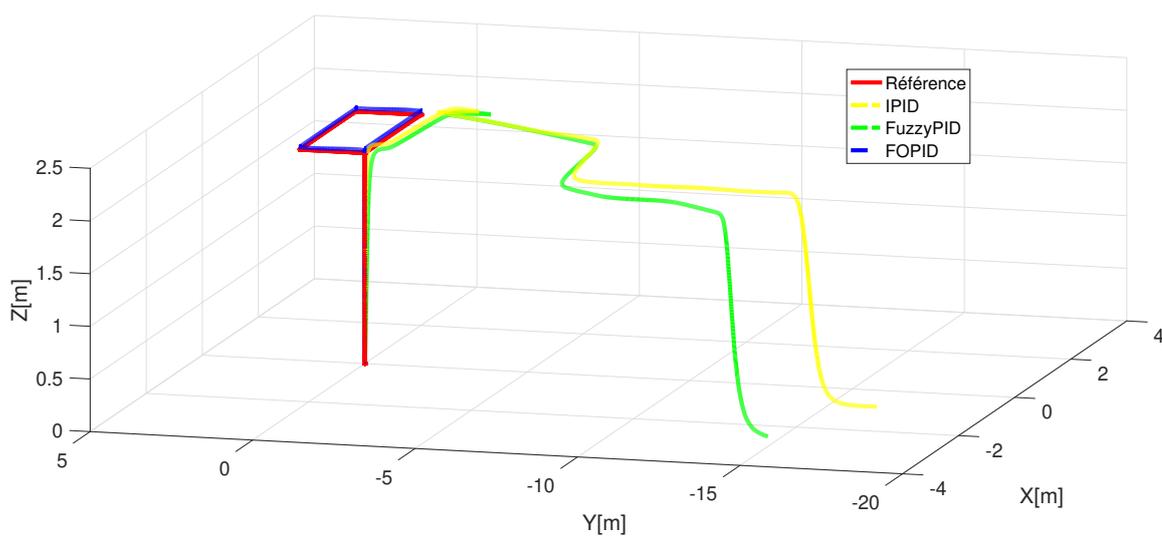


FIGURE 8.12 – La trajectoire du scénario de base avec des bruits de capteurs

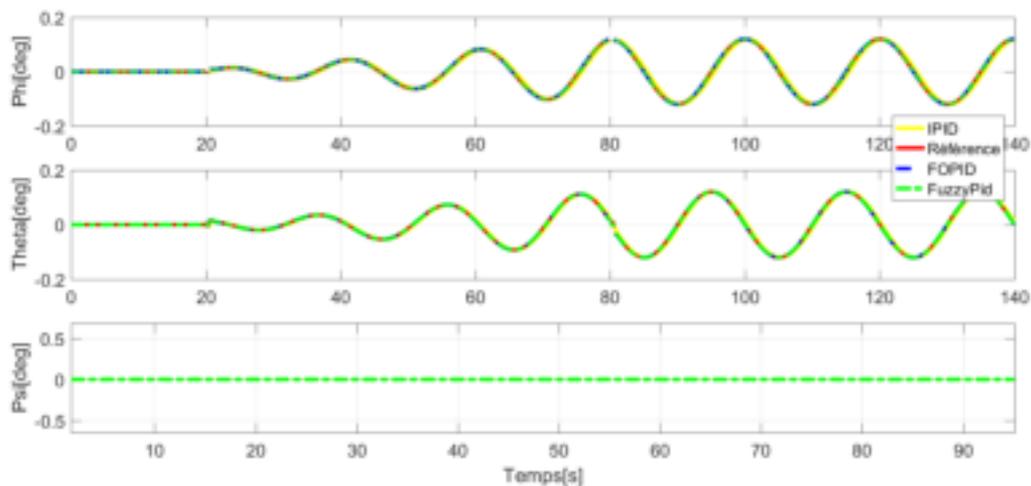


FIGURE 8.13 – L’attitude dans le deuxième scénario

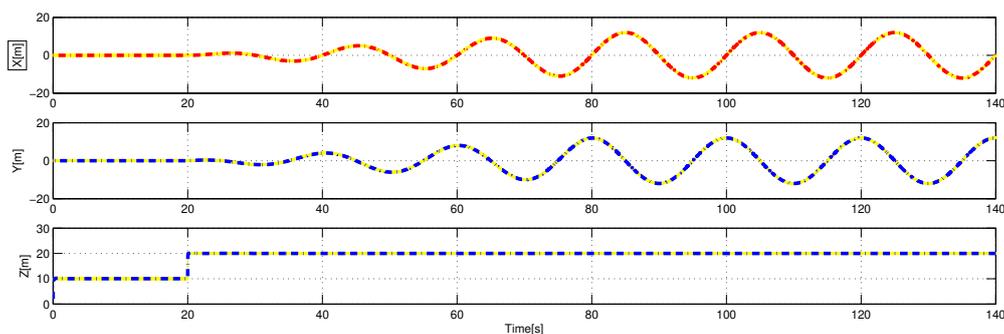


FIGURE 8.14 – Les translations  $x$ ,  $y$  et  $z$  dans le deuxième scénario

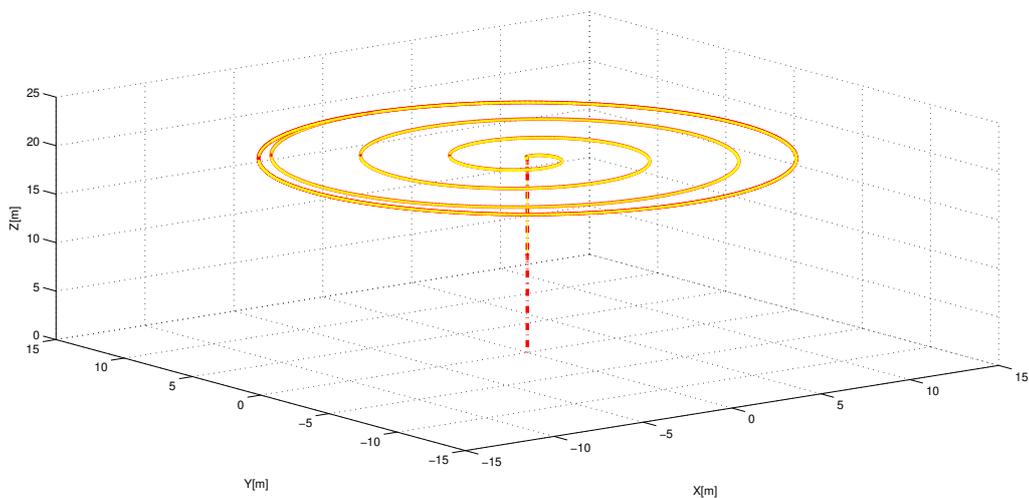


FIGURE 8.15 – La trajectoire 3D spirale du deuxième scénario

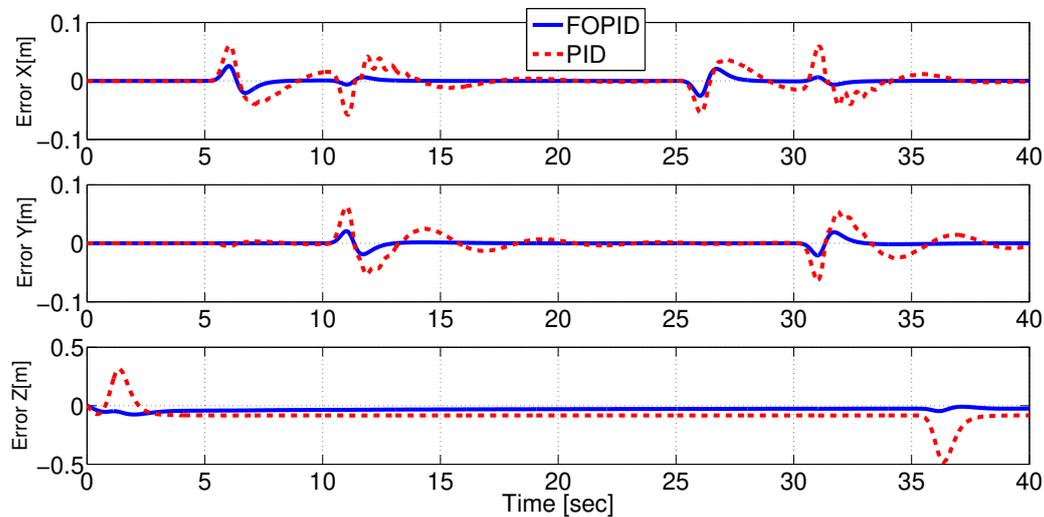


FIGURE 8.16 – Position in Basic scenario

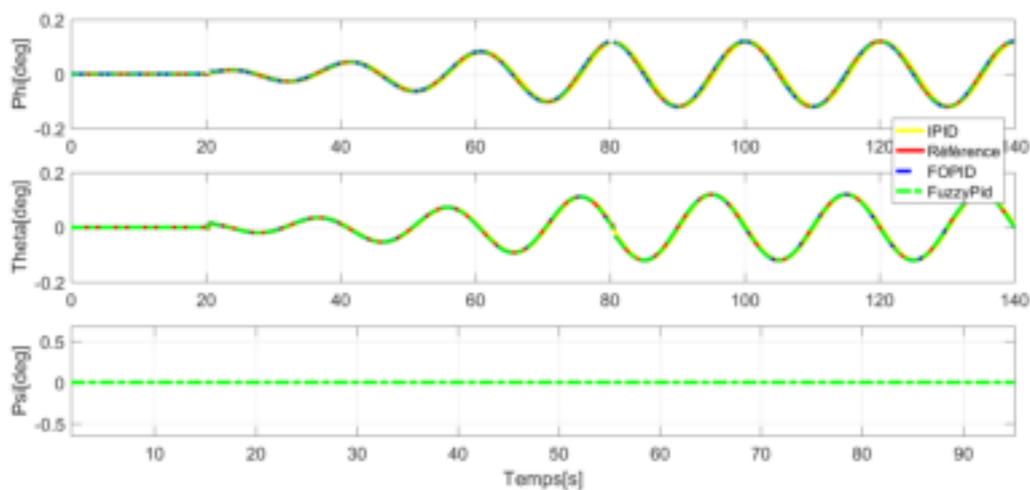


FIGURE 8.17 – L'attitude dans le deuxième scénario avec des des incertitudes paramétriques et masse supplémentaire

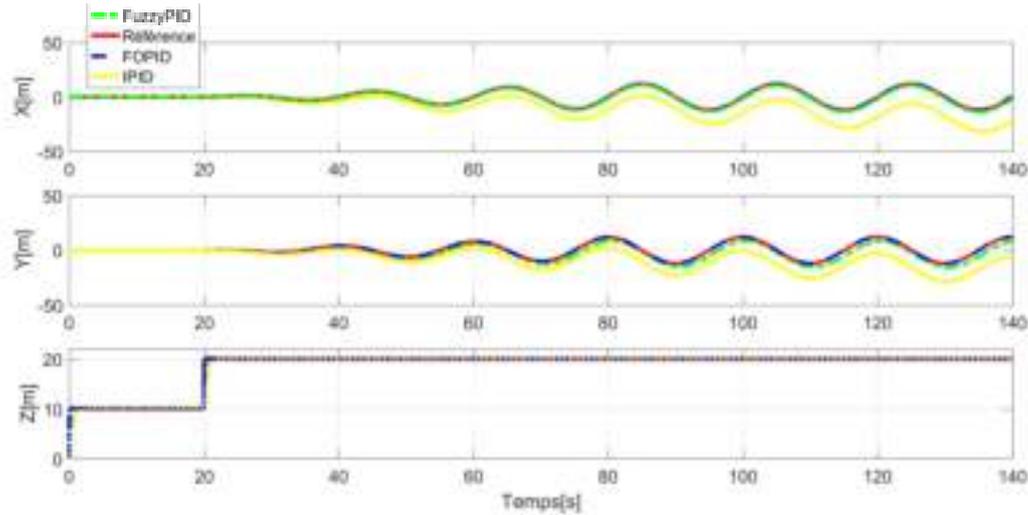


FIGURE 8.18 – Les translations  $x$ ,  $y$  et  $z$  dans le deuxième scénario avec des des incertitudes paramétriques et masse supplémentaire

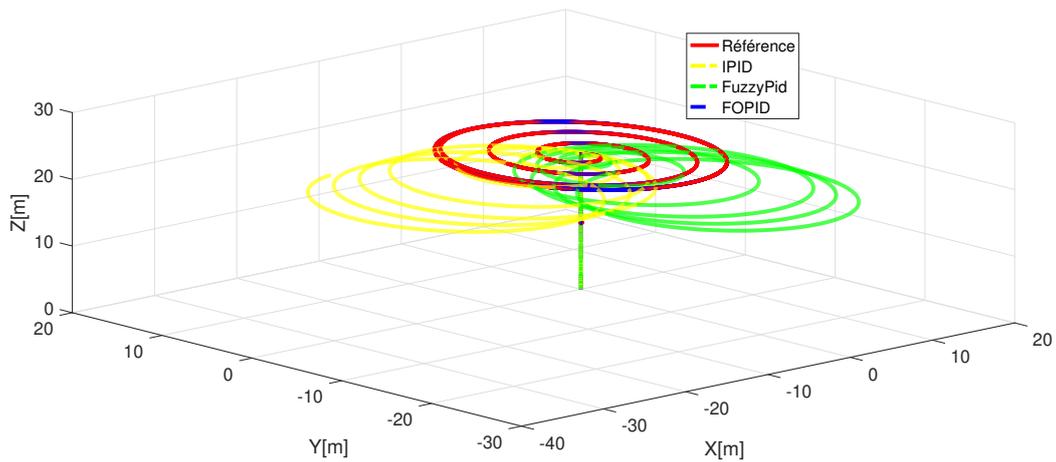


FIGURE 8.19 – La trajectoire 3D spirale du deuxième scénario

Tools	IPID	Fuzzy-PID	FPOID
Scenario de base			
ISE	0.153	0.0886	0.0436
ISCI	715.035	728.3103	719.75
Incertitudes parametriques			
ISE	0.261	0.0935	0.0436
ISCI	713.142	749.1164	721.9238
Masse supplémentaire			
ISE	0.787	0.0978	0.0446
ISCI	1612.615	2.9540e+03	2.8715e+03
Bruit de capteurs			
ISE	0.46	0.0945	0.0566
ISCI	719.257	729.1321	719.6056

TABLE 8.2 – Les mesures de ISE et ISCI pour chaque scénario

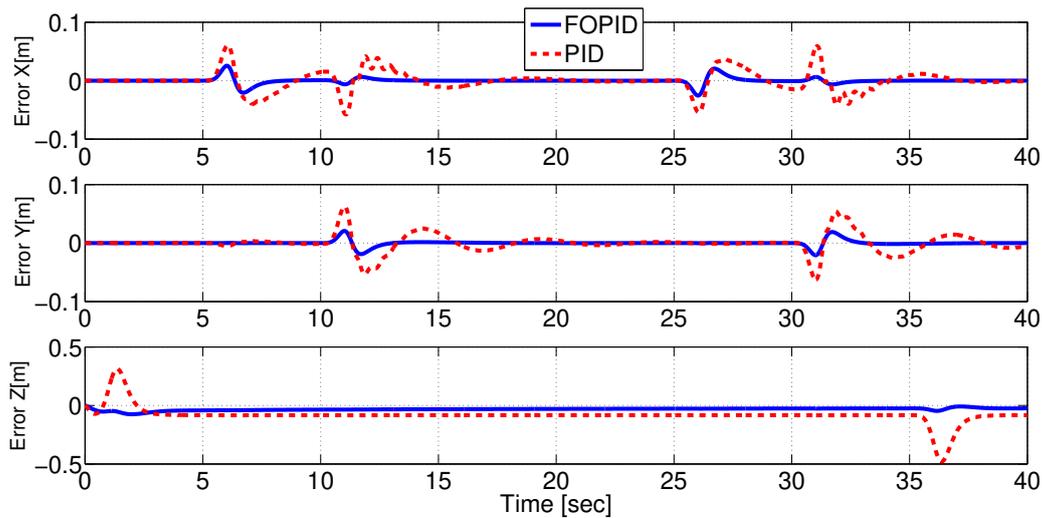


FIGURE 8.20 – Position in Basic scenario

Nous observons également que le Fuzzy-PID consomme plus d'énergie alors que le FOPID en consomme moins. Enfin, parmi les régulateurs considérés, le FOPID a les meilleures performances en termes de précision et de réponse amortie avec un niveau de consommation d'énergie acceptable.

## 8.4 Conclusion

Dans ce chapitre, des simulations numériques ont été réalisées sur le modèle dynamique non linéaire d'un quadricoptère. De nombreux scénarios ont été décrits afin de tester la tolérance des techniques de contrôle à différents types de perturbations. De plus, une étude comparative a été réalisée pour désigner le meilleur contrôleur pour chaque cas. Les simulations numériques ont montré des résultats satisfaisants à l'appui des affirmations. Il a été observé que le FOPID présente un bon compromis en termes de robustesse, de précision, de complexité et d'énergie consommée. En introduisant une optimisation de l'intégral de l'erreur quadratique dans le réglage des fractions  $\lambda$  et  $\mu$ . Pour certaines techniques, nous avons observé une diminution notable des performances de contrôle, notamment en cas de charge utile supplémentaire ou sous le bruit des capteurs. Ainsi, La bonne efficacité de notre approche est démontrée dans ces scénarios de test. Le temps de stabilisation s'est avéré assez rapide avec une bonne précision et un haut niveau de robustesse est assuré par rapport aux incertitudes des paramètres.

# 9

## Conclusion générale et perspectives

---

### 9.1 Conclusion

Cette thèse en automatique porte sur la conception de lois de commande pour le contrôle d'un drone VTOL ( : vertical take off and landing) de type quadrotor. Ces lois de commande sont soumises à plusieurs contraintes liées à la conception matérielle et à l'environnement.

Tout d'abord, nous avons présenté un aperçu sur les drones et leur évolution ces dernières années. Afin d'améliorer la compréhension du lecteur, nous avons résumé tous les types d'UAV proposés par les chercheurs. Ainsi, une vue d'ensemble sur les drones et leurs définition est présentée, suivi d'une classification de drones, leurs types et leur catégorie sont profondément discutée. Ensuite, nous avons discuté le développement rapide des types de drones, où nous avons décrit brièvement la nouveauté de chaque exemple de drone, y compris les drones quadcoptère, hexacoptère, à voilure fixe, à voilure battante, à un rotor, coaxiaux, à ventilateur canalisé, octocoptère, planeur, dirigeable, ionique, cyclocoptère, spincopter, Coandà, parafoïl et cerfs-volants. Finalement, nous avons présenté les différentes thématiques de recherche dans le domaine des drones ces dernières années.

Sur la base de la littérature existante, nous avons constaté que les véhicules multirotors sont les plus étudiés et les plus utilisés, nous avons indiqué quelques aperçus de ces drones et plus particulièrement les configurations multirotors et leurs domaines d'application.

Après avoir décrit les drones et leur évolution potentielle ces dernières années, nous avons abordés les questions de la conception et de prototypage des drones, et en particulier les quadrotors qui ont la capacité d'accomplir différents types de tâches et de missions avec une bonne maniabilité, performance, et surtout sans une assistance directe de l'opérateur. Ainsi, nous avons décrit le prototypage et la conception d'un quadrotor à partir de zéro où nous avons présenté l'évolution de la conception du quadrotor, le matériel utilisé ainsi que le logiciel, les protocoles de communication et le langage de programmation utilisé.

La modélisation dynamique du quadrirotor a été décrite. Tout d'abord, un modèle à corps rigide de six degrés de liberté a été développé en utilisant le formalisme de Newton-Euler. Ensuite, les forces et moments d'action principaux ont été inclus. Certaines simplifications ont été envisagées afin d'élaborer des lois de contrôle relativement simples à des fins de mise en œuvre en adoptant l'architecture de contrôle hiérarchique.

Après avoir décrit les équations du mouvement du quadrotor, nous avons abordés le calcul d'ordre fractionnaire qui a été utilisé pour la synthèse des lois de commande de l'attitude et de la position du quadrotor. L'utilisation du contrôle d'ordre fractionnaire dans le domaine des drones, nous a permis le réglage des paramètres des contrôleurs FOPID d'une façon très fine, ainsi que les fractions  $\lambda$ ,  $\mu$  peuvent être utilisés pour satisfaire des performances additionnelles. Le drone va être beaucoup plus stable, en vol stationnaire il pourrait ainsi corriger sa position rapidement quand il subira des perturbations.

Jusqu'à maintenant plusieurs méthodes et techniques de réglage du correcteur  $PI^\lambda D^\mu$  ont été proposées, mais peu de chercheurs l'ont utilisés dans des systèmes complexes, tel que les drones. Pour cela notre contribution été double, tout d'abord, nous avons proposé l'utilisation de ce types de contrôleurs dans le domaine des drones, ainsi une nouvelle méthode de réglage a été proposée pour l'amélioration des performances de ces systèmes asservis.

Par ailleurs, nous avons essayé de montrer comment la nécessité de définir et d'utiliser les opérateurs différentiels et intégraux d'ordre fractionnaire découle de problèmes et d'applications très courants et pratiques (pour étendre les actions de contrôle de base ou pour commander des processus complexes), et comment nous pouvons obtenir une première approche des définitions de ces opérateurs en utilisant uniquement des outils mathématiques bien connus en science de l'ingénieur. Un bref aperçu historique du développement du calcul fractionnaire a été présenté, ainsi que les références nécessaires pour satisfaire la curiosité du lecteur intéressé par ce sujet.

Les principes fondamentaux du contrôle d'ordres fractionnaires ont été introduits. Après un examen de l'évolution des stratégies de contrôle d'ordre fractionnaire dans les systèmes de contrôle, une étude des effets de l'ordre fractionnaire dans les actions de contrôle de base, dérivée et intégrale, a été donnée. Ainsi, le contrôleur PID généralisé est discuté dans le domaine fréquentiel.

Après avoir présenté une brève revue des architectures de contrôle, nous avons détaillé notre stratégie de contrôle global du quadrotor (attitude et position), basée sur une nouvelle méthode de synthèse du régulateur d'ordre fractionnaire ( $PI^\lambda D^\mu$ ), pour le contrôle. ensuite nous avons proposé une nouvelle méthode de réglage, à savoir la méthode **MBNM : Modified Black-Nichols Method**, basé sur la méthode de Black-Nichols, et qui a été modifiée en introduisant le réglage des fractions  $\lambda$  et  $\mu$  qui minimisent l'**ISE**.

Pour contrôler l'attitude ou la position du quadrirotor, les chercheurs utilisent l'une des deux approches : l'approche **SISO : Single-Input-Single-Output** à entrée unique et à sortie unique (SISO) ou l'approche **MIMO : Multi-Input-Multi-Output** à entrées multiples et à sorties multiples. L'approche SISO quand on peut contrôler chaque composante de l'attitude ou de la position en tant qu'un système découplé, en négligeant l'effet gyroscopique, il devient donc plus facile de concevoir des contrôleurs. Dans l'approche MIMO, nous prenons en compte les termes de couplage ainsi que les effets gyroscopiques, et à ce titre nous nous rapprochons de la dynamique réelle du quadrotor.

Nous avons utilisé les deux approches (SISO et MIMO) ensemble pour concevoir le contrôle complet du quadrotor (attitude et position). Tout d'abord, nous avons utilisé une approche à entrée unique et à sortie unique (SISO) pour concevoir des contrôleurs  $PI^\lambda D^\mu$  d'ordre fractionnaire pour chaque composante de la position et de l'attitude

$(x, y, z, \phi, \theta, \psi)$ . Après cela, nous avons pris ces mêmes paramètres des contrôleurs  $PI^\lambda D^\mu$ , ainsi réglés, et nous les avons utilisé dans le modèle du quadrirotor à entrées multiples et sorties multiples (MIMO), en tenant compte des nonlinéarités, des effets gyroscopiques et de couplage, pour tester leurs performances, pour démontrer que nous pouvons améliorer considérablement la robustesse et les performances du contrôle.

Plusieurs simulations ont été effectuées sur le modèle Simulink (**MIMO NONLINEAIR**) du quadrirotor avec le ToolBox **FOMCON** (*Fractional Order Modelling and Control*) pour prouver et valider les performances de nos contrôleurs en tenant compte de plusieurs scénarios. Une attention particulière a été accordée à la précision du suivi de trajectoire, à l'applicabilité des signaux de contrôle et à l'énergie consommée qui tient compte de certains critères de performance, tels que l'intégrale de l'erreur quadratique (**ISE**), l'intégrale d'entrée de contrôle quadratique (**ISCI**). Les résultats sont comparés avec deux autres techniques, à savoir : le contrôle **PID** classique et le contrôle hybride **Fuzzy-PID**. Une évaluation de la performance a été présentée via les résultats de plusieurs scénarios et simulations numériques, avec des commentaires complémentaires sur les inconvénients et les avantages de chaque stratégie. Enfin, nous avons montré qui est le meilleur contrôleur pour chaque scénario proposé.

Nous avons fait ces simulations numériques sur le modèle dynamique non linéaire d'un quadrirotor. De nombreux scénarios ont été décrits afin de tester la tolérance des techniques de contrôle à différents types de perturbations. Nous avons testé ces lois de contrôle en simulation pour des trajectoires simples à une altitude donnée (carré) mais aussi pour des trajectoires un peu plus complexes (spirale) en simulation numérique uniquement. De plus, une étude comparative a été réalisée pour désigner le meilleur contrôleur pour chaque cas. Les simulations numériques ont montré des résultats satisfaisants. Il a été observé que le FOPID présente un bon compromis en termes de robustesse, de précision, de complexité et d'énergie consommée. En introduisant une optimisation de l'intégral de l'erreur quadratique dans le réglage des fractions  $\lambda$  et  $\mu$ . Pour certaines techniques, nous avons observé une diminution notable des performances de contrôle, notamment en cas de charge utile supplémentaire ou sous le bruit des capteurs. Ainsi, La bonne efficacité de notre approche est démontrée dans ces scénarios de test. Le temps de stabilisation s'est avéré assez rapide avec une bonne précision et un haut niveau de robustesse est assuré par rapport aux incertitudes des paramètres.

Nous avons testé notre méthode (**MBNM**) pour la synthèse des Régulateur **FOPID** dans système de génération de trajectoire d'un robot mobile, en gardant la même stratégie de contrôle (SISO et MIMO), et qui a fait l'objet d'un article publié dans le journal : ECTI Transactions on Electrical Engineering, Electronics, and Communications [25].

## 9.2 Perspectives

Le simulateur qu'on a développé sur Matlab simulink en utilisant le ToolBox FOMCON sert uniquement de moyen d'essai pour valider les lois de commandes. Ainsi que le Drone (Siraj-J1) qu'on a réalisé nous a montré de nombreuses limites. La première concerne la gamme de communication. Par conséquent, nous avons proposé d'utiliser une deuxième plateforme (SIRAJ J2) avec plus de capacités utilisant un autre support de communication, plutôt que le support WiFi, comme la communication de télémétrie radio. Aussi, un

ordinateur de bord a été utilisé (RaspBerry Pi3) comme solution alternative pour éviter la limitation de l'arduino de la multiwii de SIRAJ J1. Cependant, une telle solution peut ajouter du poids supplémentaire au multirobot, ce qui diminue considérablement l'autonomie de la batterie.

Le premier défi qu'on a eu était l'implémentation des correcteurs d'ordre fractionnaire dans la RaspBerry. Plusieurs propositions ont été proposées par les chercheurs ces deux dernières années pour l'utilisation des approximations du calcul d'ordre fractionnaire. Aussi, nous proposons comme première solution l'utilisation des PIDs digitaux d'ordre fractionnaire (DFOPID : Digital FPOID).

La limitation de l'énergie embarquée est un deuxième grand défi, qui limite le déroulement de n'importe quelle mission.

Le réglage des paramètres des FOPID n'est pas effectué en ligne. Il est concevable de développer des contrôleurs auto-réglables, adaptatifs et flexibles qui peuvent améliorer les performances du système en ligne. De plus, d'autres stratégies peuvent être étudiées telles que le rejet de perturbation active, le contrôle adaptatif, le contrôle prédictif du modèle, etc. pour une évaluation globale.

Nous avons proposé une commande d'ordre fractionnaire décentralisée pour le contrôle et la génération d'un drone quadrotor sous l'effet d'une rafale de vent, et qui a fait l'objet d'un article qui est à l'étude et correction pour le journal ISTE (Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering)[53].

Nous prévoyons de concevoir une autre stratégie de commande basée sur le MFC (Model Free Control), qui présente un PID intelligent où le modèle du système n'est pas nécessaire pour la synthèse des régulateurs, ainsi ne pouvons la combiner avec le calcul d'ordre fractionnaire qui nous a donné un éventail plus large de performance selon un critère donné basé sur les conditions de vol et de mission.

# Appendices

# A

## Quelques définitions de base

---

### A.1 Etalonnage des capteurs

L'étalonnage des capteurs est une étape obligatoire pour armer les moteurs car Arducopter effectue une liste de vérifications incluant l'étalonnage manqué, la congrégation ou de mauvaises données du capteur, donc si quelque chose ne va pas, cela empêchera les moteurs de s'armer. Ces contrôles aident à prévenir les accidents. Nous nous sommes attaqués à l'étalonnage des accéléromètres et des magnétomètres et nous avons désactivé tous les autres contrôles à l'aide de Mission Planner.

Après avoir connecté le planificateur de mission au pilote automatique, il fournira une fenêtre pour l'étalonnage des capteurs sous Initial Setup|Mandatory Hardware après avoir sélectionné le capteur à étalonner dans le menu latéral gauche. Lors de l'étalonnage de l'accéléromètre, il demandera à nouveau à maintenir la carte dans différentes positions (niveau, à droite, à gauche, en piqué, en piqué, en piqué et sur le dos pendant que le processus d'étalonnage est effectué chaque fois qu'une touche sera appuyée pour indiquer que le pilote automatique est en position. Dans l'étalonnage du magnétomètre, le planificateur de mission vous demandera d'orienter la carte dans toutes les directions pour atteindre toutes les orientations possibles dans les 30 secondes. Après cela, le GCS chargera les paramètres dans Ardupilot.

## A.2 Mise en place du drone

### Mise en marche du drone

- Assemblez le châssis Crazy2y.
- Télécharger l'image Emlid Raspbian et la graver sur la carte SD.
- Visser la Navio+ sur le Raspberry Pi et faire les configurations et réglages nécessaires.
- Effectuer les étalonnages de l'accéléromètre, du magnétomètre et désactiver les capteurs non utilisés afin d'éviter l'échec des vérifications de pré-arm lors de l'armement des moteurs.
- Visser les moteurs à l'extrémité de chaque bras et fixer chaque ESC autour du milieu de chaque bras.
- Connecter les quatre moteurs à leurs ESC respectifs. Trois fils du moteur doivent être connectés aux trois fils de l'ESC.
- Connectez les fils ESC pour les signaux PWM à la carte Navio+. La broche près du bord de la carte est Ground, la broche du milieu est +5V et la broche la plus éloignée du bord de la carte est la broche du signal de sortie qui envoie les signaux PWM pour contrôler la vitesse du moteur.
- Connecter tous les ESC au harnais de distribution d'énergie, S'assurer que les propulseurs ne sont pas montés pour des raisons de sécurité lors du raccordement de la batterie au harnais de distribution d'énergie, des bips sonores se feront entendre indiquant que les ESC sont prêts.
- S'Assurer que les moteurs tournent dans la bonne direction. Si un moteur tourne dans le mauvais sens, il suffit d'insérer deux fils entre le moteur et l'ESC, les hélices à l'arrêt.
- SSH dans le système d'exploitation fonctionnant sur Raspberry pi 3, définir l'environnement ROS, exécuter `tmuxet` diviser les fenêtres en quatre sous-fenêtres (volets).
- Démarrez ROSmaster, lancez ArduPilot après avoir pointé la télémétrie vers 127.0.0.1 :14650 en modifiant `/etc/default/ardupilote`, la LED Navio devrait commencer à clignoter.
- Démarrez la station de contrôle au sol et exécutez le nœud Mavros à l'aide des commandes : `(rosrun mavros mavros node) (fcu_url := udp : / / / : 14650@) (gcs_url := udp : / / : 14551@192.168.1.189 : 14550)`  
192.168.1.1.189 :14550 est l'adresse IP et le port de l'ordinateur où GCS est lancé.
- Définissez la vitesse de diffusion des messages à l'aide de la commande suivante : `rosservice call /mavros/set_stream_rate 0101`
- Réglez le mode de vol sur ALT-HOLD car nous ne pouvons pas utiliser le GPS dans des environnements intérieurs où le GPS est interdit, armez les moteurs et faites tourner le nœud qui enverra les commandes de vitesse au Navio+.

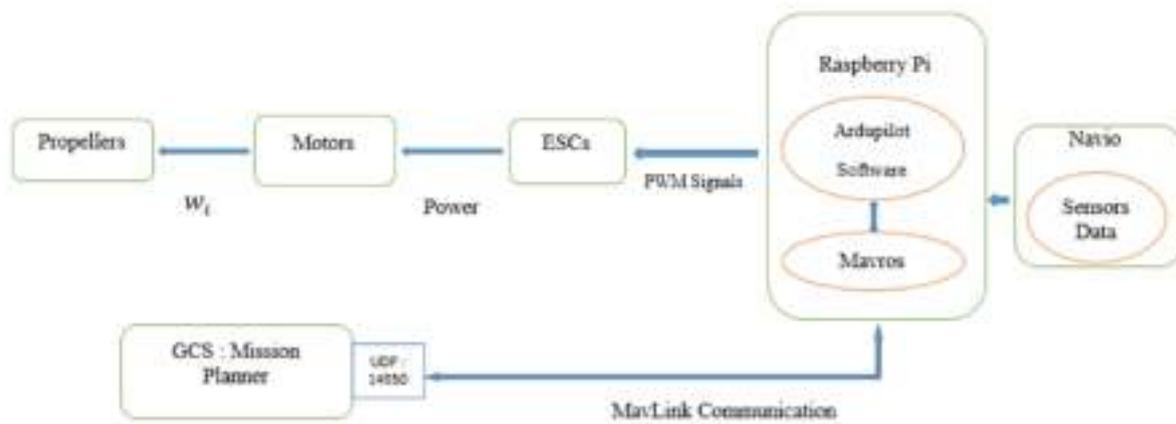


FIGURE A.1 – Architecture de contrôle du prototype IBISC-V1 .

Le drone assemblé est illustré à la figure 3.17 et 3.16. Une alternative pour effectuer des manœuvres est possible en C++ mais cette méthode nécessite trop de lignes de code pour contrôler le drone. L'utilisation de ROS est donc toujours appréciée.

La figure A.1 montre l'architecture de contrôle du système construit. Le nœud Mavros fournit de nombreux pilotes de capteur, un pilote de communication pour ardupilot et un proxy vers GCS qui écoute les ports UDP pour capturer les messages Mavlink. Ardupilot peut traiter les lectures du capteur et recevoir l'entrée du GCS pour exécuter un algorithme de contrôle, puis envoie des signaux de contrôle (PWM) aux moteurs afin d'obtenir une lumière stable entraînant le mouvement du quadrotor.

# B

## Modèle Simulink Complet

---

nous présentons dans cet annexe le modèle non linéaire complet du quadrotor sou Matlab simulink.

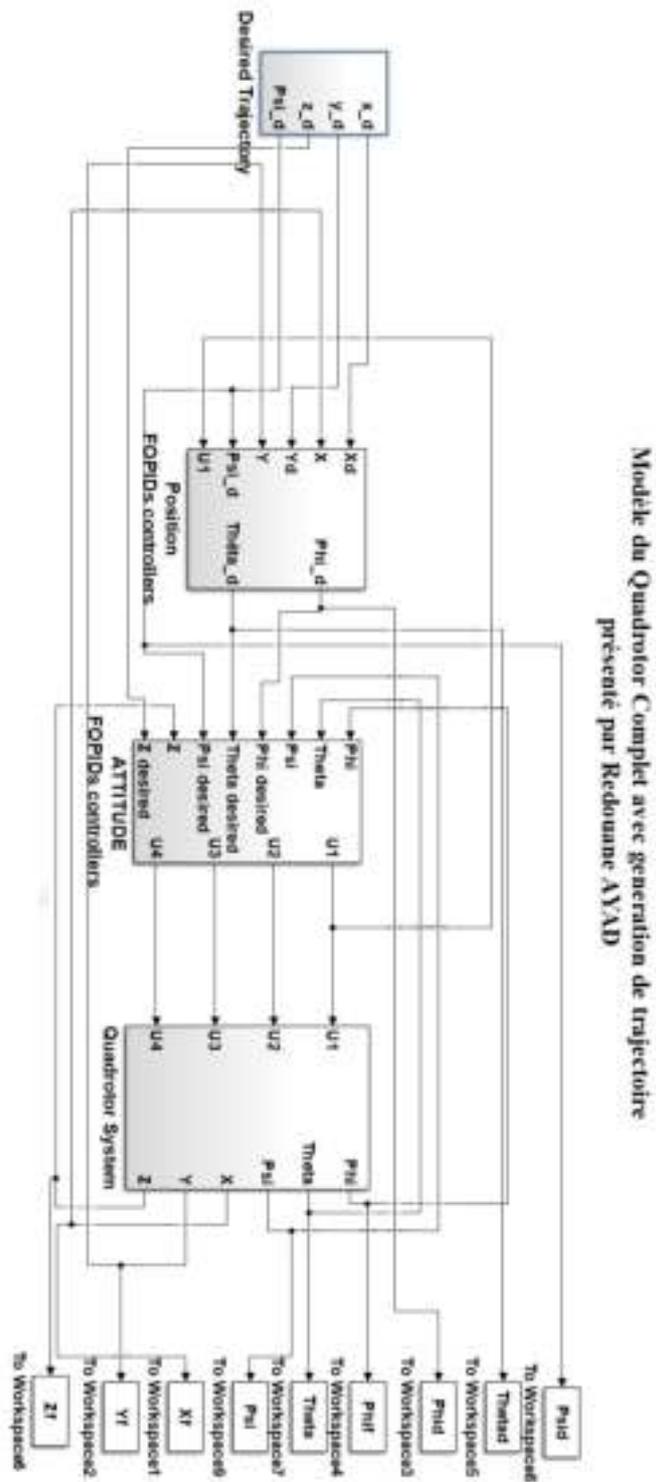


FIGURE B.1 – Modèle MIMO simulink du quadrotor

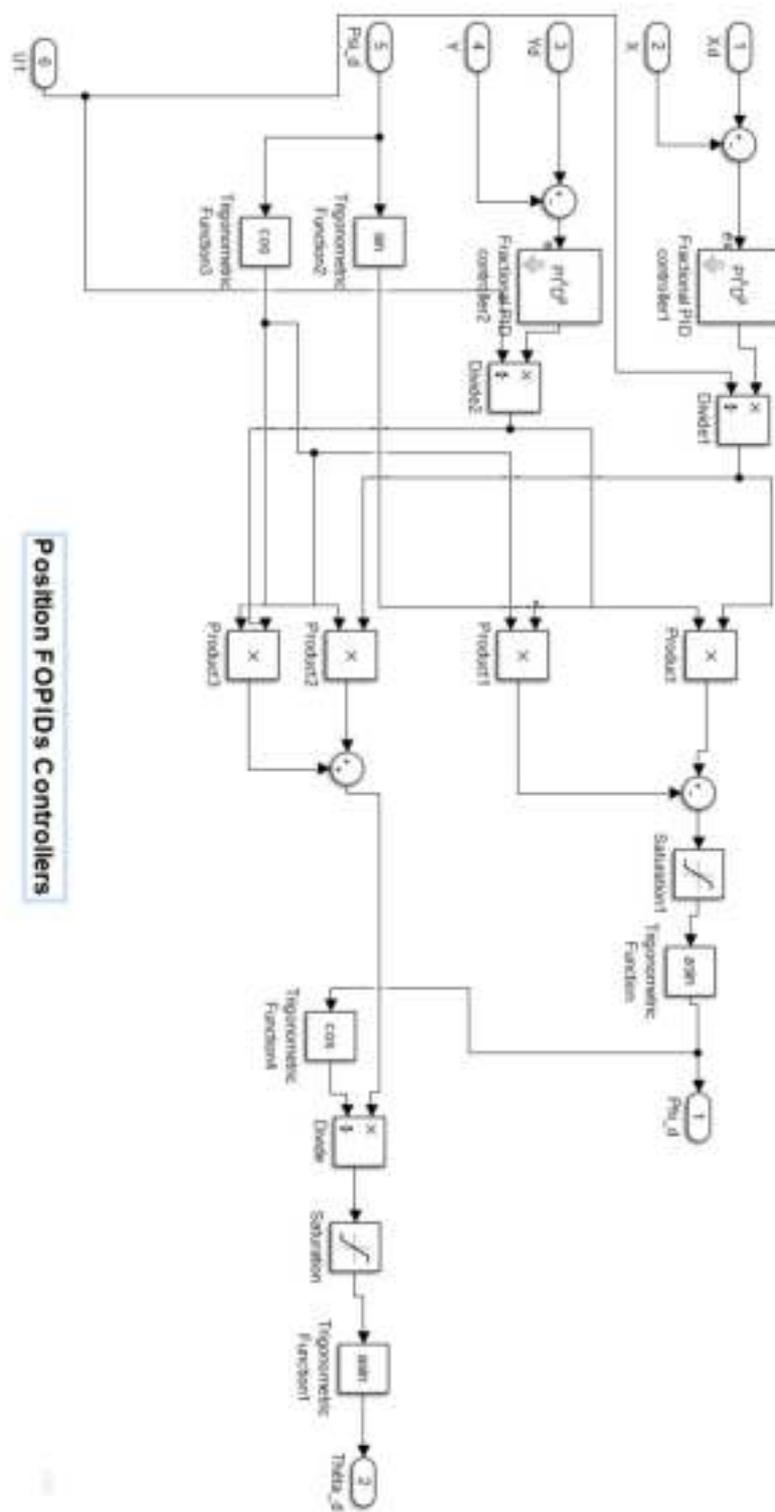


FIGURE B.2 – Controle d'ordre fractionnaire du Sous-système de position

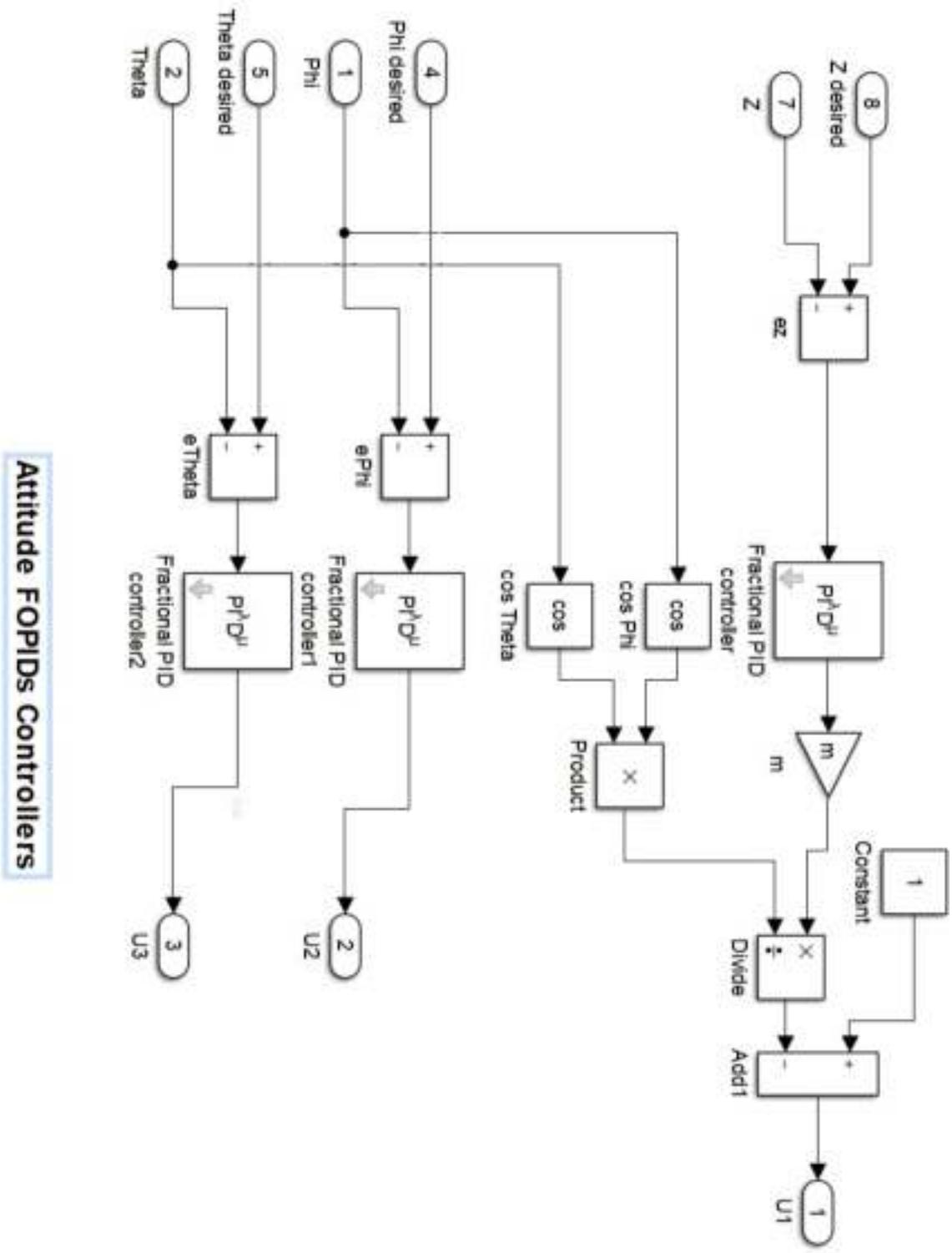


FIGURE B.3 – Controle d'ordre fractionnaire du Sous-système d'attitude

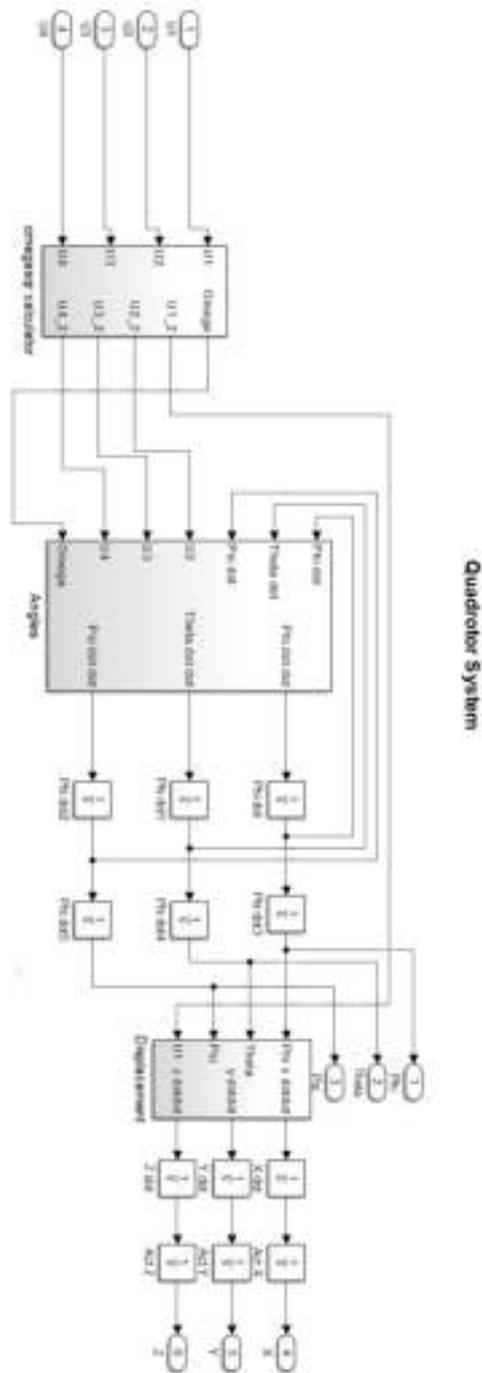


FIGURE B.4 – Modèle mathématique du Quadrotor

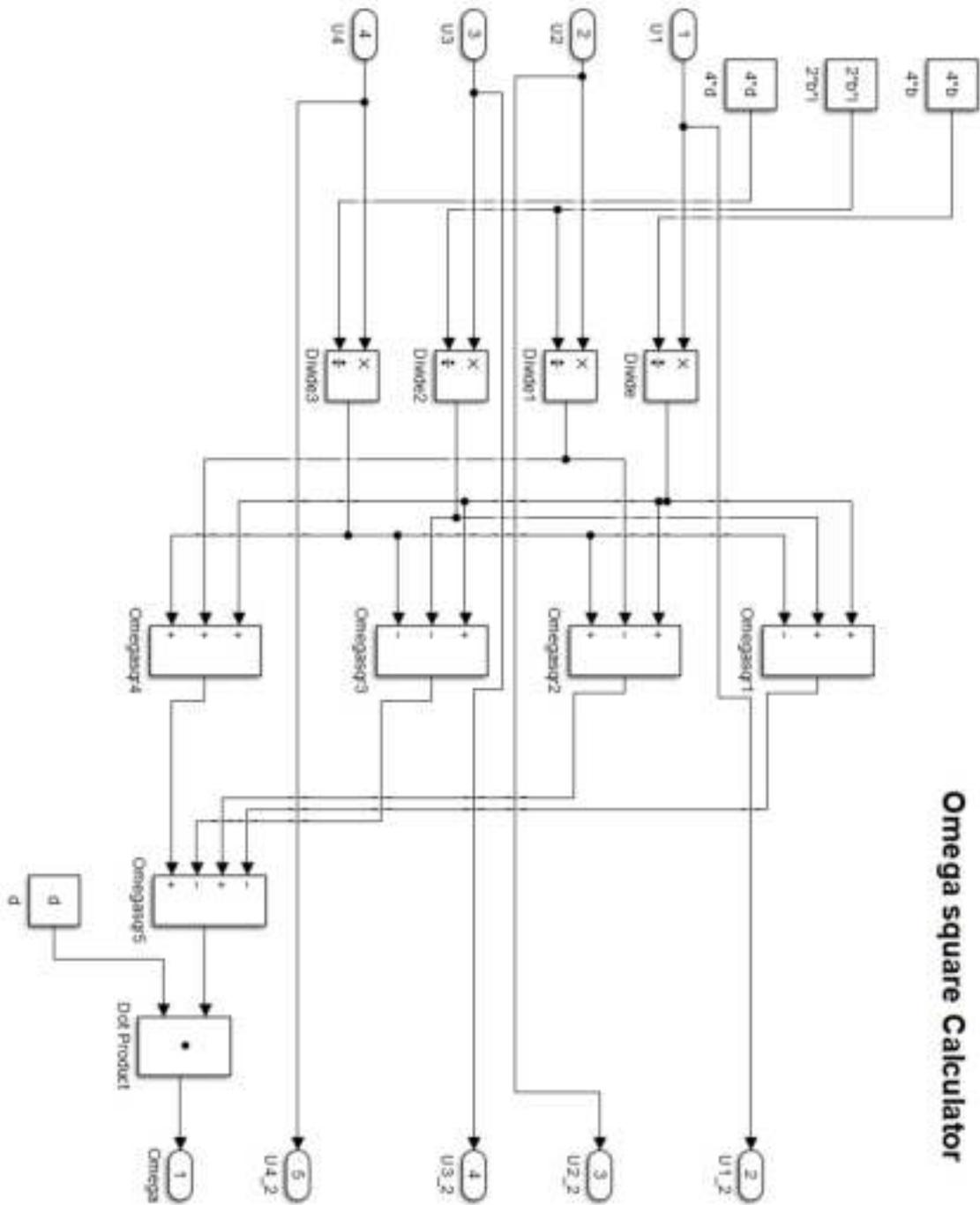


FIGURE B.5 – calcul des Omegas

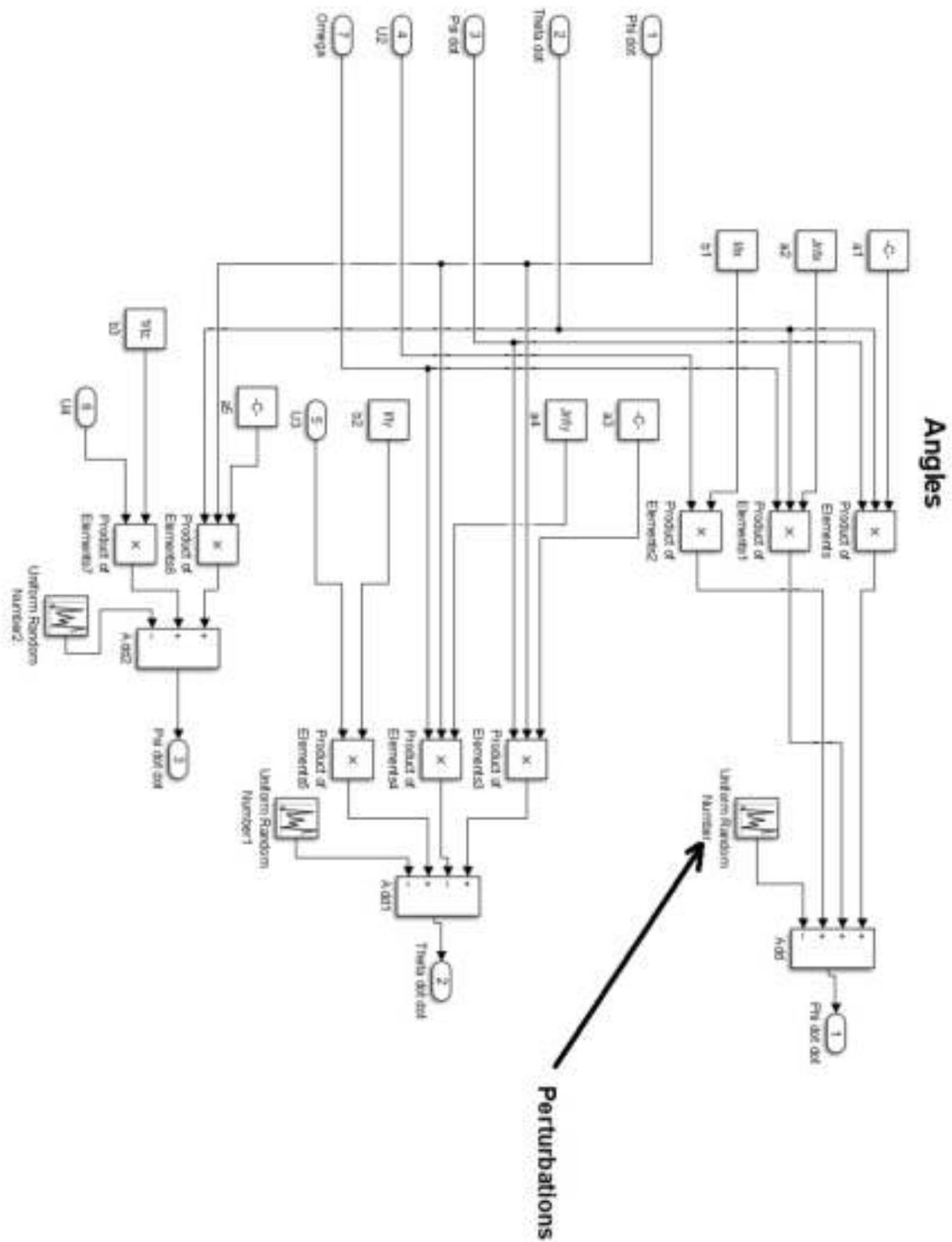


FIGURE B.6 – calcul des angles de rotation

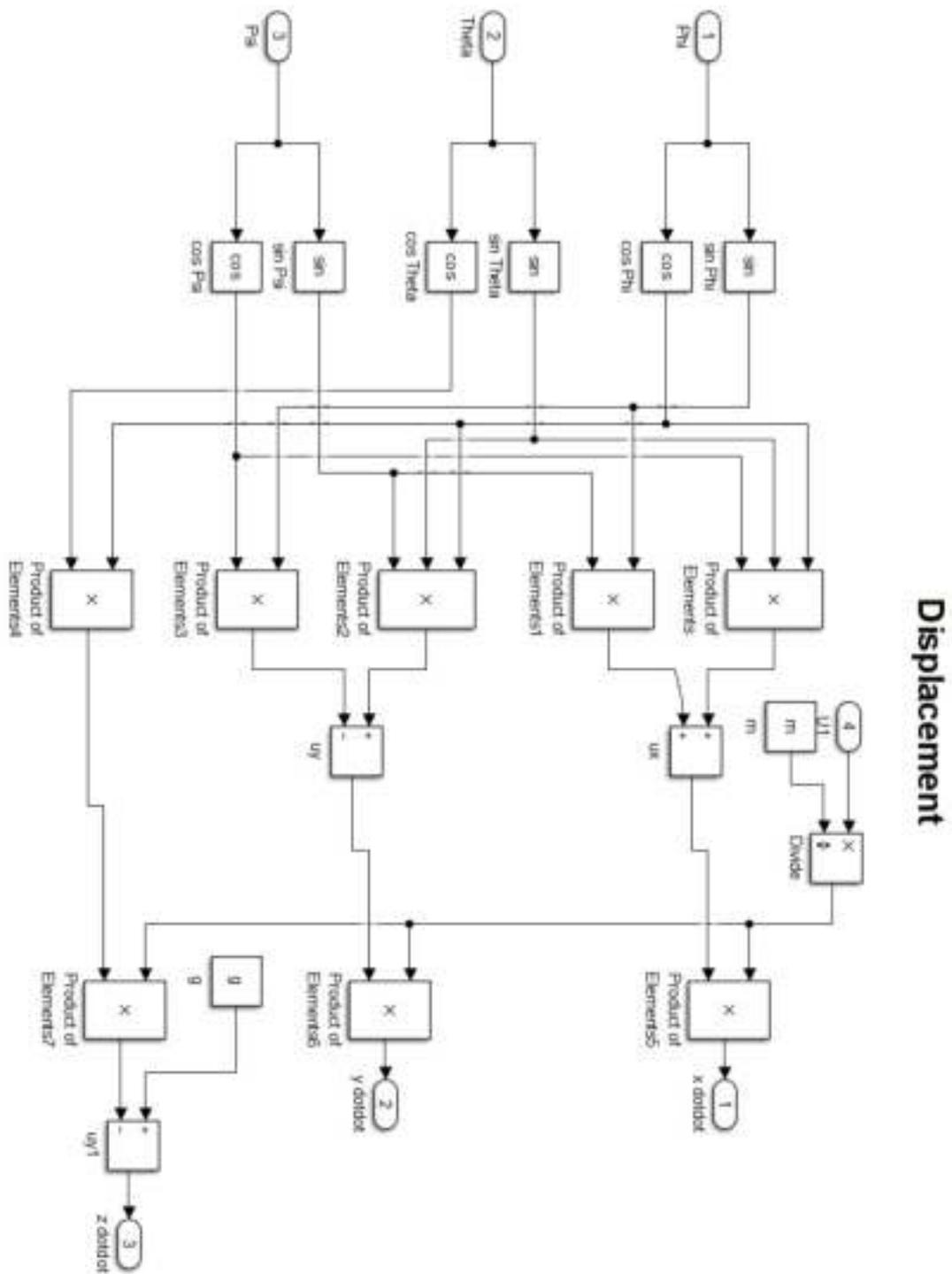
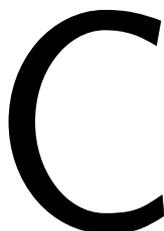


FIGURE B.7 – calcul des déplacement x, y, z



## Publications

---

### Journal papers

[J1] **AYAD, Redouane**, NOUIBAT, Wahid, ZAREB, Mehdi, et al. Full control of quadrotor aerial robot using fractional-order FOPID. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering, 2019, vol. 43, no 1, p. 349-360.

[J2] Zareb, M., Nouibat, W., Bestaoui, Y., **Ayad, R.**, and Bouzid, Y. (2020). Evolutionary autopilot design approach for UAV quadrotor by using GA. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering, 44(1), 347-375.

[J3] BOUCETTA, Younes, **AYAD, Redouane**, et AHMED-FOITIH, Zoubir. Control of mobile robot using fractional order  $PI^\lambda D^\mu$  controller. ECTI Transactions on Electrical Engineering, Electronics, and Communications, 2019, vol. 17, no 2, p. 144-151.

[J4] Della Krachai, Mohamed, **Redouane, Ayad**, Zareb, Mehdi, Younes, Boucetta, and Nouibat, Wahid. Decentralized Fractional Order Control for 3D trajectory tracking control of Quadrotor aerial Robot subjected to wind disturbance. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering, [under review]

### Conferences

[C1] Zareb, M., **Ayad, R.**, and Nouibat, W. (2013, October). Fuzzy-PID hybrid control system to navigate an autonomous mini-Quadrotor. In 3rd international conference on systems and control (pp. 906-913). IEEE.

## Bibliographie

---

- [1] Dinuka ABEYWARDENA et al. « Fast, on-board, model-aided visual-inertial odometry system for quadrotor micro aerial vehicles ». In : *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2016, p. 1530-1537.
- [2] Kostas ALEXIS et Anthony TZES. « Revisited Dos Samara unmanned aerial vehicle : Design and control ». In : *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 2012, p. 3645-3650.
- [3] E. ALTUG, J. P. OSTROWSKI et R. MAHONY. « Control of a quadrotor helicopter using visual feedback ». In : *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.02CH37292)*. T. 1. 2002, 72-77 vol.1. DOI : [10.1109/ROBOT.2002.1013341](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2002.1013341).
- [4] E. ALTUG, J. P. OSTROWSKI et C. J. TAYLOR. « Quadrotor control using dual camera visual feedback ». In : *2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.03CH37422)*. T. 3. Sept. 2003, 4294-4299 vol.3. DOI : [10.1109/ROBOT.2003.1242264](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2003.1242264).
- [5] J. ALVARENGA et al. « Survey of Unmanned Helicopter Model-Based Navigation and Control Techniques ». en. In : *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 80.1 (oct. 2015), p. 87-138. ISSN : 0921-0296, 1573-0409. DOI : [10.1007/s10846-014-0143-5](https://doi.org/10.1007/s10846-014-0143-5). URL : <https://link.springer.com/article/10.1007/s10846-014-0143-5>.
- [6] H. ALWI et C. EDWARDS. « LPV sliding mode fault tolerant control of an octorotor using fixed control allocation ». In : *2013 Conference on Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol)*. Oct. 2013, p. 772-777. DOI : [10.1109/SysTol.2013.6693887](https://doi.org/10.1109/SysTol.2013.6693887).
- [7] Karl Johan ÅSTRÖM et Richard M MURRAY. *Feedback systems : an introduction for scientists and engineers*. Princeton university press, 2010.
- [8] Spencer B BACKUS, Lael U ODHNER et Aaron M DOLLAR. « Design of hands for aerial manipulation : Actuator number and routing for grasping and perching ». In : *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2014, p. 34-40.
- [9] M. BANGURA et R. MAHONY. « Nonlinear Dynamic Modeling for High Performance Control of a Quadrotor ». In : *Proceedings Australasian Conference on Robotics and Automation 2012*. Australian Robotics et Automation Association, 2012. ISBN : 978-0-9807404-3-1. URL : <https://openresearch-repository.anu.edu.au/handle/1885/65230>.
- [10] Somil BANSAL et al. « Learning quadrotor dynamics using neural network for flight control ». In : *Decision and Control (CDC), 2016 IEEE 55th Conference on*. IEEE. 2016, p. 4653-4660.

- [11] Roman BAPST et al. « Design and implementation of an unmanned tail-sitter ». In : *2015 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems (IROS)*. IEEE. 2015, p. 1885-1890.
- [12] Ramiro BARBOSA, JA TENREIRO MACHADO et Isabel M FERREIRA. « PID controller tuning using fractional calculus concepts ». In : *Fractional calculus and applied analysis* 7 (2004), p. 121-134.
- [13] Ramiro S BARBOSA et JA Tenreiro MACHADO. « Describing function analysis of systems with impacts and backlash ». In : *Nonlinear Dynamics* 29.1-4 (2002), p. 235-250.
- [14] Ramiro S BARBOSA, JA Tenreiro MACHADO et Isabel M FERREIRA. « A fractional calculus perspective of PID tuning ». In : *ASME 2003 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. American Society of Mechanical Engineers. 2003, p. 651-659.
- [15] Randal BEARD. « Quadrotor dynamics and control rev 0.1 ». In : (2008).
- [16] Lenaick BESNARD, Yuri B SHTESEL et Brian LANDRUM. « Control of a quadrotor vehicle using sliding mode disturbance observer ». In : *2007 American Control Conference*. IEEE. 2007, p. 5230-5235.
- [17] Khalfa BETTOU, Abdelfatah CHAREF et Fouad MESQUINE. « A New Design Method for Fractional PI  $\lambda$  D  $\mu$  Controller ». In : *International Journal of Sciences and Techniques of Automatic control & computer engineering* 2 (2008), p. 414-29.
- [18] Michael BLOESCH et al. « Robust visual inertial odometry using a direct EKF-based approach ». In : *2015 IEEE/RSJ international conference on intelligent robots and systems (IROS)*. IEEE. 2015, p. 298-304.
- [19] Hendrick W BODE. « Relations between attenuation and phase in feedback amplifier design ». In : *The Bell System Technical Journal* 19.3 (1940), p. 421-454.
- [20] Hendrik W BODE et al. « Network analysis and feedback amplifier design ». In : (1945).
- [21] S. BOUABDALLAH. « Design and control of quadrotors with application to autonomous flying ». Thèse de doct. EPFL, 2007.
- [22] S. BOUABDALLAH, M. BECKER et R. SIEGWART. « Autonomous miniature flying robots : coming soon ! - Research, Development, and Results ». In : *IEEE Robotics Automation Magazine* 14.3 (sept. 2007), p. 88-98. ISSN : 1070-9932. DOI : [10.1109/MRA.2007.901323](https://doi.org/10.1109/MRA.2007.901323).
- [23] S. BOUABDALLAH, P. MURRIERI et R. SIEGWART. « Design and control of an indoor micro quadrotor ». In : *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04*. T. 5. Avr. 2004, 4393-4398 Vol.5. DOI : [10.1109/ROBOT.2004.1302409](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2004.1302409).
- [24] Samir BOUABDALLAH, Andre NOTH et Roland SIEGWART. « PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor ». In : *Intelligent Robots and Systems, 2004.(IROS 2004). Proceedings. 2004 IEEE/RSJ International Conference on*. T. 3. IEEE. 2004, p. 2451-2456.
- [25] Younes BOUCETTA, Redouane AYAD et Zoubir AHMED-FOITIH. « Control of mobile robot using fractional order PI  $\lambda$  D  $\mu$  controller ». In : *ECTI Transactions on Electrical Engineering, Electronics, and Communications* 17.2 (2019), p. 144-151.
- [26] Y. BOUZID, H. SIGUERDIDJANE et Y. BESTAOUI. « Nonlinear internal model control applied to VTOL multi-rotors UAV ». In : *Mechatronics* 47 (nov. 2017),

- p. 49-66. ISSN : 0957-4158. DOI : [10.1016/j.mechatronics.2017.08.002](https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2017.08.002). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957415817301046>.
- [27] Y. BOUZID, H. SIGUERDIDJANE et Y. BESTAOUI. « Real time Autopilot based on Immersion & Invariance for Autonomous Aerial Vehicle ». In : *IFAC-PapersOnLine*. 20th IFAC Symposium on Automatic Control in Aerospace ACA 2016 49.17 (jan. 2016), p. 176-181. ISSN : 2405-8963. DOI : [10.1016/j.ifacol.2016.09.031](https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.09.031). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896316315038>.
- [28] Yasser BOUZID. « Guidance and control system for autonomous aerial vehicles navigation. » Thèse de doct. Université Paris-Saclay, 2018.
- [29] Dario BRESCIANINI et Raffaello D'ANDREA. « Design, modeling and control of an omni-directional aerial vehicle ». In : *2016 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*. IEEE. 2016, p. 3261-3266.
- [30] L Stevens BRIAN et L Lewis FRANK. « Aircraft control and simulation ». In : *John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey* (2003).
- [31] Adrien BRIOD et al. « Contact-based navigation for an autonomous flying robot ». In : *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2013, p. 3987-3992.
- [32] P. J. BRISTEAU et al. « The role of propeller aerodynamics in the model of a quadrotor UAV ». In : *2009 European Control Conference (ECC)*. Août 2009, p. 683-688.
- [33] Adam BRY et al. « Aggressive flight of fixed-wing and quadrotor aircraft in dense indoor environments ». In : *The International Journal of Robotics Research* 34.7 (2015), p. 969-1002.
- [34] Mitch BRYSON et Salah SUKKARIEH. « A comparison of feature and pose-based mapping using vision, inertial and GPS on a UAV ». In : *2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2011, p. 4256-4262.
- [35] Michael BURRI et al. « Maximum likelihood parameter identification for mavs ». In : *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2016, p. 4297-4303.
- [36] Michael BURRI et al. « Real-time visual-inertial mapping, re-localization and planning onboard mavs in unknown environments ». In : *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. 2015, p. 1872-1878.
- [37] Martin R CACAN et al. « Autonomous airdrop systems employing ground wind measurements for improved landing accuracy ». In : *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 20.6 (2015), p. 3060-3070.
- [38] G. CAI, J. DIAS et L. SENEVIRATNE. « A Survey of Small-Scale Unmanned Aerial Vehicles : Recent Advances and Future Development Trends ». In : *Unmanned Systems* 02.02 (avr. 2014), p. 175-199. ISSN : 2301-3850. DOI : [10.1142/S2301385014300017](https://doi.org/10.1142/S2301385014300017). URL : <http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S2301385014300017>.
- [39] AJ CALDERON, BM VINAGRE et V FELIU. « Linear fractional order control of a DC-DC buck converter ». In : *2003 European Control Conference (ECC)*. IEEE. 2003, p. 1292-1297.
- [40] R CAPONETTO, L FORTUNA et D PORTO. « Parameter tuning of a non integer order PID controller ». In : *15th international symposium on mathematical theory of networks and systems, Notre Dame, Indiana*. 2002.

- [41] Ricardo CAPONETTO. « A new tuning strategy for a non-integer order PID controller ». In : *First IFAC workshop on fractional differentiation and its application, Bordeaux, France, 2004*. 2004, p. 168-173.
- [42] P. CASTILLO, A. DZUL et R. LOZANO. « Real-time stabilization and tracking of a four-rotor mini rotorcraft ». In : *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 12.4 (juil. 2004), p. 510-516. ISSN : 1063-6536. DOI : [10.1109/TCST.2004.825052](https://doi.org/10.1109/TCST.2004.825052).
- [43] YangQuan CHEN et al. « Robust PID controller autotuning with a phase shaper ». In : *First IFAC workshop on fractional differentiation and its applications*. Citeseer. 2004, p. 162-167.
- [44] YQ CHEN, BM VINAGRE et CA MONJE. « Une proposition pour la synthese de correcteurs PI d'ordre non entier ». In : *Proceedings of the Action Thématique Les Systemesa Dérivées Non Entieres, LAP-ENSEIRB, Bordeaux, France (2003)*, p. 798-812.
- [45] Eftychios G CHRISTOFOROU. « Angular elevation control of robotic kite systems ». In : *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 2010, p. 614-619.
- [46] José Antonio COBANO et al. « Thermal detection and generation of collision-free trajectories for cooperative soaring UAVs ». In : *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2013, p. 2948-2954.
- [47] David T COLE et al. « System development and demonstration of a cooperative UAV team for mapping and tracking ». In : *The International Journal of Robotics Research* 29.11 (2010), p. 1371-1399.
- [48] J. COLORADO et al. « Mini-quadrotor attitude control based on Hybrid Backstepping amp ; Frenet-Serret theory ». In : *2010 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Mai 2010, p. 1617-1622. DOI : [10.1109/ROBOT.2010.5509218](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2010.5509218).
- [49] Martin COONEY et al. « Designing a flying humanoid robot (FHR) : effects of flight on interactive communication ». In : *2012 IEEE RO-MAN : The 21st IEEE International Symposium on Robot and Human Interactive Communication*. IEEE. 2012, p. 364-371.
- [50] Ludovic DALER et al. « A flying robot with adaptive morphology for multi-modal locomotion ». In : *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2013, p. 1361-1366.
- [51] L. DANJUN et al. « Autonomous landing of quadrotor based on ground effect modeling ». In : *2015 34th Chinese Control Conference (CCC)*. Juil. 2015, p. 5647-5652. DOI : [10.1109/ChiCC.2015.7260521](https://doi.org/10.1109/ChiCC.2015.7260521).
- [52] Georgios DARIVIANAKIS et al. « Hybrid predictive control for aerial robotic physical interaction towards inspection operations ». In : *2014 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*. IEEE. 2014, p. 53-58.
- [53] Mohamed DELLA KRACHAI et al. « Decentralized Fractional Order Control for 3D trajectory tracking control of Quadrotor aerial Robot subjected to wind disturbance ». In : *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering under review* ().
- [54] *Derivation of the aerodynamic forces for the mesicopter simulation – ScienceOpen*. URL : <https://www.scienceopen.com/document/reviews?vid=b3638dea-34c3-4033-b05b-ec69db015c1d>.

- [55] Scott DRIESSENS et Paul EI POUNDS. « Towards a more efficient quadrotor configuration ». In : *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2013, p. 1386-1392.
- [56] Ivan DRYANOVSKI, Roberto G VALENTI et Jizhong XIAO. « An open-source navigation system for micro aerial vehicles ». In : *Autonomous Robots* 34.3 (2013), p. 177-188.
- [57] Stefan DRZEWIECKI. *Théorie générale de l'hélice : hélices aériennes et hélices marines*. Gauthier-Villars et cie., 1920.
- [58] Ruben D'SA et al. « Design and experiments for a transformable solar-UAV ». In : *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2017, p. 3917-3923.
- [59] Stéphane DUGOWSON. « Les différentielles métaphysiques : histoire et philosophie de la généralisation de l'ordre de la dérivation ». Thèse de doct. Paris 13, 1994.
- [60] Jakob ENGEL, Jürgen STURM et Daniel CREMERS. « Camera-based navigation of a low-cost quadcopter ». In : *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2012, p. 2815-2821.
- [61] J. ESCARENO et al. « Nonholomic-like Corridor Navigation of a Quad-rotor MAV using Optical Flow ». In : *IFAC Proceedings Volumes*. 1st IFAC Conference on Embedded Systems, Computational Intelligence and Telematics in Control 45.4 (jan. 2012), p. 248-253. ISSN : 1474-6670. DOI : [10.3182/20120403-3-DE-3010.00071](https://doi.org/10.3182/20120403-3-DE-3010.00071). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667015404744>.
- [62] J. ESCAREÑO et al. « Trajectory Control of a Quadrotor Subject to 2D Wind Disturbances ». en. In : *Journal of Intelligent & Robotic Systems* 70.1-4 (avr. 2013), p. 51-63. ISSN : 0921-0296, 1573-0409. DOI : [10.1007/s10846-012-9734-1](https://doi.org/10.1007/s10846-012-9734-1). URL : <https://link.springer.com/article/10.1007/s10846-012-9734-1>.
- [63] Zheng FANG et Sebastian SCHERER. « Real-time onboard 6dof localization of an indoor mav in degraded visual environments using a rgb-d camera ». In : *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2015, p. 5253-5259.
- [64] « Federal Aviation Administration (FAA).(2016) Aviation forecasts. » In : (). URL : <http://www.faa.gov/dataresearch/aviation/>.
- [65] NM FERREIRA et JA TENREIRO MACHADO. « Fractional-order hybrid control of robots manipulators ». In : *the 11th International Conference on Advanced Robotics*. 2003, p. 1-8.
- [66] Dario FLOREANO et Robert J WOOD. « Science, technology and the future of small autonomous drones ». In : *Nature* 521.7553 (2015), p. 460.
- [67] Rudolf GORENFLO et Francesco MAINARDI. « Fractional calculus : integral and differential equations of fractional order ». In : *arXiv preprint arXiv :0805.3823* (2008).
- [68] Eberhard GRAETHER et Florian MUELLER. « JoggoBot : a flying robot as jogging companion ». In : *CHI'12 Extended Abstracts on Human Factors in Computing Systems*. ACM. 2012, p. 1063-1066.
- [69] N. GUENARD, T. HAMEL et V. MOREAU. « Dynamic modeling and intuitive control strategy for an "X4-flyer" ». In : *2005 International Conference on Control and Automation*. T. 1. Juin 2005, 141-146 Vol. 1. DOI : [10.1109/ICCA.2005.1528106](https://doi.org/10.1109/ICCA.2005.1528106).

- [70] J. A. GUERRERO, J. A. ESCARENO et Y. BESTAOUI. « Quad-rotor MAV trajectory planning in wind fields ». In : *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. Mai 2013, p. 778-783. DOI : [10.1109/ICRA.2013.6630661](https://doi.org/10.1109/ICRA.2013.6630661).
- [71] Yanning GUO et al. « Trajectory tracking control of a quad-rotor using fractional-order sliding mode ». In : *Control Conference (CCC), 2017 36th Chinese*. IEEE. 2017, p. 6414-6419.
- [72] A. K. GUPTA, V. JHA et V. K. GUPTA. « Design and Development of Remote Controlled Autonomous Synchronic Hexaroter Aerial (ASHA) Robot ». In : *Procedia Technology*. 2nd International Conference on Innovations in Automation and Mechatronics Engineering, ICIAME 2014 14 (jan. 2014), p. 51-58. ISSN : 2212-0173. DOI : [10.1016/j.protcy.2014.08.008](https://doi.org/10.1016/j.protcy.2014.08.008). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2212017314000449>.
- [73] Nitin K. GUPTA, R. GOEL et N. ANANTHKRISHNAN. « Design/Development of Mini/Micro Air Vehicles through Modelling and Simulation : Case of an Autonomous Quadrotor ». In : *Def. Sc. Jl*. 61.4 (juil. 2011), p. 337-345. ISSN : 0011748X. DOI : [10.14429/dsj.61.1086](https://doi.org/10.14429/dsj.61.1086). URL : <http://publications.drdo.gov.in/ojs/index.php/dsj/article/view/1086>.
- [74] T. HAMEL, R. MAHONY et A. CHRIETTE. « Visual servo trajectory tracking for a four rotor VTOL aerial vehicle ». In : *Proceedings 2002 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.02CH37292)*. T. 3. 2002, p. 2781-2786. DOI : [10.1109/ROBOT.2002.1013653](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2002.1013653).
- [75] T. HAMEL et al. « Dynamic Modelling and Configuration Stabilization for an X4-flyer. » In : *IFAC Proceedings Volumes*. 15th IFAC World Congress 35.1 (jan. 2002), p. 217-222. ISSN : 1474-6670. DOI : [10.3182/20020721-6-ES-1901.00848](https://doi.org/10.3182/20020721-6-ES-1901.00848). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474667015392697>.
- [76] Seonhye HAN et al. « A flying saucer lifted with Coandă effect ». In : *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2014, p. 2561-2561.
- [77] Naohiro HARA et al. « Development of a flying robot with a pantograph-based variable wing mechanism ». In : *IEEE Transactions on Robotics* 25.1 (2009), p. 79-87.
- [78] Prasad HEMAKUMARA et Salah SUKKARIEH. « Learning uav stability and control derivatives using gaussian processes ». In : *IEEE Transactions on Robotics* 29.4 (2013), p. 813-824.
- [79] Yoshiyuki HIGASHI et al. « Improvement of simulation model and development of control mechanism of force direction for a flying robot with cyclogyro wing ». In : *2009 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2009, p. 2861-2866.
- [80] G. HOFFMANN et al. « Quadrotor Helicopter Flight Dynamics and Control : Theory and Experiment ». In : *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. DOI : [10.2514/6.2007-6461](https://doi.org/10.2514/6.2007-6461). American Institute of Aeronautics et Astronautics. URL : <https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2007-6461>.
- [81] Dirk HOLZ et Sven BEHNKE. « Registration of non-uniform density 3D laser scans for mapping with micro aerial vehicles ». In : *Robotics and Autonomous Systems* 74 (2015), p. 318-330.
- [82] H. HUANG et al. « Aerodynamics and control of autonomous quadrotor helicopters in aggressive maneuvering ». In : *IEEE International Conference on Robotics and*

- Automation, 2009. ICRA '09*. Mai 2009, p. 3277-3282. DOI : [10.1109/ROBOT.2009.5152561](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2009.5152561).
- [83] Takahiro ISHIKI et Makoto KUMON. « Design model of microphone arrays for multirotor helicopters ». In : *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. 2015, p. 6143-6148.
- [84] A. KALANTARI et M. SPENKO. « Design and experimental validation of HyTAQ, a Hybrid Terrestrial and Aerial Quadrotor ». In : *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Mai 2013, p. 4445-4450. DOI : [10.1109/ICRA.2013.6631208](https://doi.org/10.1109/ICRA.2013.6631208).
- [85] Arash KALANTARI et al. « Autonomous perching and take-off on vertical walls for a quadrotor micro air vehicle ». In : *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2015, p. 4669-4674.
- [86] F. KENDOUL. « Survey of advances in guidance, navigation, and control of unmanned rotorcraft systems ». en. In : *Journal of Field Robotics* 29.2 (mar. 2012), p. 315-378. ISSN : 1556-4967. DOI : [10.1002/rob.20414](https://doi.org/10.1002/rob.20414). URL : <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/rob.20414/abstract>.
- [87] Ryo KONOMURA et Koichi HORI. « Visual 3D self localization with 8 gram circuit board for very compact and fully autonomous unmanned aerial vehicles ». In : *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2014, p. 5215-5220.
- [88] D. W. KUN et I. HWANG. « Linear Matrix Inequality-Based Nonlinear Adaptive Robust Control of Quadrotor ». In : *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 39.5 (2016), p. 996-1008. ISSN : 0731-5090. DOI : [10.2514/1.G001439](https://doi.org/10.2514/1.G001439).
- [89] Maximilian LAIACKER, Felix HUBER et Konstantin KONDAK. « High accuracy visual servoing for aerial manipulation using a 7 degrees of freedom industrial manipulator ». In : *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. 2016, p. 1631-1636.
- [90] Kevin LAMERS et al. « Self-supervised monocular distance learning on a light-weight micro air vehicle ». In : *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. 2016, p. 1779-1784.
- [91] P LANUSSE et al. « Tuning of an active suspension system using a fractional controller and a closed-loop tuning ». In : *Proceedings of ICAR 2003 The 11th International Conference on Advanced Robotics*. 2003, p. 258-263.
- [92] Stella LATSCHA et al. « Design of a Hybrid Exploration Robot for Air and Land Deployment (HERALD) for urban search and rescue applications ». In : *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2014, p. 1868-1873.
- [93] Jeng-Fan LEU, Sun-Yuan TSAY et Chyi HWANG. « Design of optimal fractional-order PID controllers ». In : *Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers* 33.2 (2002), p. 193-202.
- [94] Chun Fui LIEW. « Towards human-robot interaction in flying robots : A user accompanying model and a sensing interface ». In : *Ph.D. dissertation, Department of Aeronautics and Astronautics, The University of Tokyo, Japan* (2016).
- [95] Hyon LIM et Sudipta N SINHA. « Monocular localization of a moving person onboard a quadrotor mav ». In : *2015 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*. IEEE. 2015, p. 2182-2189.

- [96] Hyon LIM et al. « Real-time monocular image-based 6-DoF localization ». In : *The International Journal of Robotics Research* 34.4-5 (2015), p. 476-492.
- [97] Giuseppe LOIANNI, Justin THOMAS et Vijay KUMAR. « Cooperative localization and mapping of MAVs using RGB-D sensors ». In : *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2015, p. 4021-4028.
- [98] Kevin Y MA, Pakpong CHIRARATTANANON et Robert J WOOD. « Design and fabrication of an insect-scale flying robot for control autonomy ». In : *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. 2015, p. 1558-1564.
- [99] JA Tenreiro MACHADO et Abilio AZENHA. « Fractional-order hybrid control of robot manipulators ». In : *SMC'98 Conference Proceedings. 1998 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (Cat. No. 98CH36218)*. T. 1. IEEE. 1998, p. 788-793.
- [100] Tarek MADANI et Abdelaziz BENALLEGUE. « Sliding mode observer and backstepping control for a quadrotor unmanned aerial vehicles ». In : *American Control Conference, 2007. ACC'07*. IEEE. 2007, p. 5887-5892.
- [101] Richard L MAGIN. *Fractional calculus in bioengineering*. Begell House Redding, 2006.
- [102] R. MAHONY, V. KUMAR et P. CORKE. « Multirotor Aerial Vehicles : Modeling, Estimation, and Control of Quadrotor ». In : *IEEE Robotics Automation Magazine* 19.3 (sept. 2012), p. 20-32. ISSN : 1070-9932. DOI : [10.1109/MRA.2012.2206474](https://doi.org/10.1109/MRA.2012.2206474).
- [103] Rachid MALTI et al. « H2 norm of fractional differential systems ». In : *ASME 2003 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*. American Society of Mechanical Engineers. 2003, p. 729-735.
- [104] S MANABE. « The non-integer integral and its application to control systems ». In : *Journal of Institute of Electrical Engineers of Japan* 80.860 (1960), p. 589-597.
- [105] AC MCBRIDE. « V. Kiryakova Generalized fractional calculus and applications (Pitman Research Notes in Mathematics Vol. 301, Longman1994), 388 pp., 0 582 21977 9,£ 39. » In : *Proceedings of the Edinburgh Mathematical Society* 38.1 (1995), p. 189-190.
- [106] P. MCKERROW. « Modelling the Draganflyer four-rotor helicopter ». In : *2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04*. T. 4. Avr. 2004, 3596-3601 Vol.4. DOI : [10.1109/ROBOT.2004.1308810](https://doi.org/10.1109/ROBOT.2004.1308810).
- [107] D. MELLINGER, N. MICHAEL et V. KUMAR. « Trajectory generation and control for precise aggressive maneuvers with quadrotors ». en. In : *The International Journal of Robotics Research* 31.5 (avr. 2012), p. 664-674. ISSN : 0278-3649. DOI : [10.1177/0278364911434236](https://doi.org/10.1177/0278364911434236). URL : <https://doi.org/10.1177/0278364911434236>.
- [108] Torsten MERZ et Farid KENDOUL. « Beyond visual range obstacle avoidance and infrastructure inspection by an autonomous helicopter ». In : *2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2011, p. 4953-4960.
- [109] Kenneth S. MILLER et Bertram ROSS. *An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations*. Wiley, 1993.
- [110] CA MONJE, AJ CALDERÓN et BM VINAGRE. « PI vs fractional DI control : First results ». In : *Proceedings of the CONTROL0*. 2002, p. 359-364.

- [111] CA MONJE et al. « Tip position control of a lightweight flexible manipulator using a fractional order controller ». In : *IET Control Theory & Applications* 1.5 (2007), p. 1451-1460.
- [112] Concepción A MONJE, Eduardo LICEAGA-CASTRO et Jesús LICEAGA-CASTRO. « Fractional order control of an unmanned aerial vehicle (UAV) ». In : *IFAC Proceedings Volumes* 41.2 (2008), p. 15285-15290.
- [113] Concepcion A MONJE et al. « Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications ». In : *Control engineering practice* 16.7 (2008), p. 798-812.
- [114] Richard JD MOORE et al. « Autonomous MAV guidance with a lightweight omnidirectional vision sensor ». In : *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2014, p. 3856-3861.
- [115] Scott MORTON, Ruben D'SA et Nikolaos PAPANIKOLOPOULOS. « Solar powered UAV : Design and experiments ». In : *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. 2015, p. 2460-2466.
- [116] Florian 'Floyd' MUELLER et Matthew MUIRHEAD. « Jogging with a Quadcopter ». In : *Proceedings of the 33rd Annual ACM Conference on Human Factors in Computing Systems*. ACM. 2015, p. 2023-2032.
- [117] Yash MULGAONKAR, Gareth CROSS et Vijay KUMAR. « Design of small, safe and robust quadrotor swarms ». In : *2015 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*. IEEE. 2015, p. 2208-2215.
- [118] Jörg MÜLLER, Norman KOHLER et Wolfram BURGARD. « Autonomous miniature blimp navigation with online motion planning and re-planning ». In : *2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2011, p. 4941-4946.
- [119] Jörg MÜLLER et Gaurav S SUKHATME. « Risk-aware trajectory generation with application to safe quadrotor landing ». In : *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2014, p. 3642-3648.
- [120] Tayyab NASEER, Jürgen STURM et Daniel CREMERS. « Followme : Person following and gesture recognition with a quadcopter ». In : *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2013, p. 624-630.
- [121] Phuong DH NGUYEN, Carmine T RECCHIUTO et Antonio SGORBISSA. « Real-time path generation for multicopters in environments with obstacles ». In : *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. 2016, p. 1582-1588.
- [122] Kei NITTA, Keita HIGUCHI et Jun REKIMOTO. « HoverBall : augmented sports with a flying ball ». In : *Proceedings of the 5th Augmented Human International Conference*. ACM. 2014, p. 13.
- [123] Yoshito OKADA et al. « Real-time restoration of aerial inspection images by recognizing and removing passive rotating shell of a uav ». In : *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. 2016, p. 5006-5012.
- [124] Keith OLDHAM et Jerome SPANIER. *The fractional calculus theory and applications of differentiation and integration to arbitrary order*. T. 111. Elsevier, 1974.
- [125] Atsushi OOSEDO et al. « Flight control systems of a quad tilt rotor unmanned aerial vehicle for a large attitude change ». In : *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2015, p. 2326-2331.

- [126] Matko ORSAG et al. « Modeling, simulation and control of a spincopter ». In : *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 2011, p. 2998-3003.
- [127] Raymond OUNG et Raffaello D'ANDREA. « The distributed flight array : Design, implementation, and analysis of a modular vertical take-off and landing vehicle ». In : *The International Journal of Robotics Research* 33.3 (2014), p. 375-400.
- [128] Alain OUSTALOUP. *La commande CRONE : commande robuste d'ordre non entier*. Hermes. Paris. 1991.
- [129] Alain OUSTALOUP et al. « Frequency-band complex noninteger differentiator : characterization and synthesis ». In : *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Fundamental Theory and Applications* 47.1 (2000), p. 25-39.
- [130] B Mathieu OUSTALOUP et P LANUSSE. « The crone control of resonant plants : Application to a flexible ». In : *European Journal of control* 1.2 (1995), p. 113-121.
- [131] Fabrizio PADULA et Antonio VISIOLI. « Set-point weight tuning rules for fractional-order PID controllers ». In : *Asian Journal of Control* 15.3 (2013), p. 678-690.
- [132] Christos PAPACHRISTOS, Kostas ALEXIS et Anthony TZES. « Model predictive hovering-translation control of an unmanned tri-tiltrotor ». In : *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 2013, p. 5425-5432.
- [133] Christos PAPACHRISTOS, Dimos TZOUMANIKAS et Anthony TZES. « Aerial robotic tracking of a generalized mobile target employing visual and spatio-temporal dynamic subject perception ». In : *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. 2015, p. 4319-4324.
- [134] Aditya A PARANJAPE, Soon-Jo CHUNG et Joseph KIM. « Novel dihedral-based control of flapping-wing aircraft with application to perching ». In : *IEEE Transactions on Robotics* 29.5 (2013), p. 1071-1084.
- [135] James PAULOS et Mark YIM. « Flight performance of a swashplateless micro air vehicle ». In : *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2015, p. 5284-5289.
- [136] Jesus PESTANA et al. « Vision based gps-denied object tracking and following for unmanned aerial vehicles ». In : *2013 IEEE international symposium on safety, security, and rescue robotics (SSRR)*. IEEE. 2013, p. 1-6.
- [137] Kevin PETERSON et Ronald S FEARING. « Experimental dynamics of wing assisted running for a bipedal ornithopter ». In : *2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2011, p. 5080-5086.
- [138] I PETRÁŠ et M HYPISOVA. « Design of fractional-order controllers via  $H_\infty$  norm minimisation ». In : *Selected Topics in Modelling and Control* 3 (2002), p. 50-54.
- [139] Ivo PETRÁŠ et B VINAGRE. « Practical application of digital fractional-order controller to temperature control ». In : *Acta Montanistica Slovaca* 7.2 (2002), p. 131-137.
- [140] Ivo PETRÁŠ et al. « Fractional digital control of a heat solid : Experimental results ». In : *Proceedings of International Carpathian Control Conference ICC*. T. 2. 2002, p. 365-370.
- [141] Jean Michel PFLIMLIN et al. « A hierarchical control strategy for the autonomous navigation of a ducted fan flying robot ». In : *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006*. IEEE. 2006, p. 2491-2496.

- [142] I PODLUBNY. « Numerical solution of ordinary fractional differential equations by the fractional difference method ». In : *Proc. of the 2nd International Conf. in Diffence Equations (Gordon and Berach, London, 1997)*. 1997.
- [143] Igor PODLUBNY. « Fractional-order systems and PI/sup/spl lambda//D/sup/spl mu//-controllers ». In : *IEEE Transactions on automatic control* 44.1 (1999), p. 208-214.
- [144] Valérie POMMIER-BUDINGER et al. « Study of two robust controls for an hydraulic actuator ». In : (2003).
- [145] Ho Shing POON et al. « Noiseless and vibration-free ionic propulsion technology for indoor surveillance blimps ». In : *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 2009, p. 2891-2896.
- [146] P. POUNDS, R. MAHONY et P. CORKE. « Modelling and control of a large quadrotor robot ». In : *Control Engineering Practice*. Special Issue on Aerial Robotics 18.7 (juil. 2010), p. 691-699. ISSN : 0967-0661. DOI : [10.1016/j.conengprac.2010.02.008](https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2010.02.008). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967066110000456>.
- [147] P. POUNDS et al. « Design of a four-rotor aerial robot ». In : *Proceedings of the 2002 Australasian Conference on Robotics and Automation (ACRA 2002)*. Sous la dir. de Werner FRIEDRICH et Patrick LIM. Auckland, New Zealand : Australian Robotics & Automation Association, nov. 2002, p. 145-150. ISBN : 9780909040901. URL : <http://www.araa.asn.au/acra/acra2002/Papers/Pounds-Mahony-Hynes-Roberts.pdf>.
- [148] Paul EI POUNDS et Surya PN SINGH. « Integrated electro-aeromechanical structures for low-cost, self-deploying environment sensors and disposable UAVs ». In : *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 2013, p. 4459-4466.
- [149] « PricewaterhouseCoopers, PwC Global report on the commercial applications of drone technology ». In : (). URL : <http://preview.thenewsmarket.com/Previews/PWC/DocumentAssets/433056.pdf>.
- [150] Ayad REDOUANE et al. « Full control of quadrotor aerial robot using fractional-order FOPID ». In : *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering* 43.1 (2019), p. 349-360.
- [151] Steven ROELOFSEN, Denis GILLET et Alcherio MARTINOLI. « Reciprocal collision avoidance for quadrotors using on-board visual detection ». In : *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. 2015, p. 4810-4817.
- [152] Cameron ROSE et Ronald S FEARING. « Comparison of ornithopter wind tunnel force measurements with free flight ». In : *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2014, p. 1816-1821.
- [153] Cameron J ROSE, Parsa MAHMOUDIEH et Ronald S FEARING. « Coordinated launching of an ornithopter with a hexapedal robot ». In : *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2015, p. 4029-4035.
- [154] Michelle H ROSEN et al. « Development of a 3.2 g untethered flapping-wing platform for flight energetics and control experiments ». In : *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2016, p. 3227-3233.

- [155] Stéphane ROSS et al. « Learning monocular reactive uav control in cluttered natural environments ». In : *2013 IEEE international conference on robotics and automation*. IEEE. 2013, p. 1765-1772.
- [156] Markus RYLL, Davide BICEGO et Antonio FRANCHI. « Modeling and control of FAST-Hex : a fully-actuated by synchronized-tilting hexarotor ». In : *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE. 2016, p. 1689-1694.
- [157] Jocelyn SABATIER, Pierre MELCHIOR et Alain OUSTALOUP. « Réalisation d'un banc d'essais thermique pour l'enseignement des systèmes non entiers ». In : *J3eA 4* (2005), p. 014.
- [158] Yago SÁNCHEZ. *Fractional-PID control for active reduction of vertical tail buffeting*. Rapp. tech. Technical Report, 1999.
- [159] Korbinian SCHMID et al. « Stereo vision based indoor/outdoor navigation for flying robots ». In : *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2013, p. 3955-3962.
- [160] Johannes SCHNEIDER et al. « Fast and effective online pose estimation and mapping for UAVs ». In : *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2016, p. 4784-4791.
- [161] Shaojie SHEN et al. « Multi-sensor fusion for robust autonomous flight in indoor and outdoor environments with a rotorcraft MAV ». In : *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2014, p. 4974-4981.
- [162] *Silicon Designs, Inc. (SDI). MEMS accelerometer technology.*
- [163] D. STENBERG et C. MÅNSSON. « Model-based Design Development and Control of a Wind Resistant Multirotor UAV ». Mém. de mast. Lund University, 2014.
- [164] Emanuel STINGU et Frank LEWIS. « Design and implementation of a structured flight controller for a 6dof quadrotor using quaternions ». In : *Control and Automation, 2009. MED'09. 17th Mediterranean Conference on*. IEEE. 2009, p. 1233-1238.
- [165] *Theory of Operation of Rate Sensors.*
- [166] D VALERIO. « Fractional order robust control : An application ». In : *Student forum*. 2001, p. 25-28.
- [167] Sebastian VERLING et al. « Full attitude control of a VTOL tailsitter UAV ». In : *2016 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*. IEEE. 2016, p. 3006-3012.
- [168] Blas M VINAGRE et al. « On fractional PID controllers : a frequency domain approach ». In : *IFAC Proceedings Volumes 33.4* (2000), p. 51-56.
- [169] BM VINAGRE et al. « The fractional integrator as a reference function ». In : *Proceedings of the 1st IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Application*. Citeseer. 2004.
- [170] BM VINAGRE et al. « Two digital realizations of fractional controllers : Application to temperature control of a solid ». In : *2001 European Control Conference (ECC)*. IEEE. 2001, p. 1764-1767.
- [171] Holger VOOS. « Nonlinear control of a quadrotor micro-UAV using feedback-linearization ». In : *2009 IEEE International Conference on Mechatronics*. IEEE. 2009, p. 1-6.
- [172] J. WANG et al. « Event driven model free control of quadrotor ». In : *2013 IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*. Août 2013, p. 722-727. DOI : [10.1109/CCA.2013.6662835](https://doi.org/10.1109/CCA.2013.6662835).

- [173] Xuerao WANG et al. « Backstepping control for quadrotor with BP neural network based thrust model ». In : *Automation (YAC), 2017 32nd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of*. IEEE. 2017, p. 292-297.
- [174] Michael WARREN, Peter CORKE et Ben UPCROFT. « Long-range stereo visual odometry for extended altitude flight of unmanned aerial vehicles ». In : *The International Journal of Robotics Research* 35.4 (2016), p. 381-403.
- [175] Andreas WENDEL, Arnold IRSCHARA et Horst BISCHOF. « Natural landmark-based monocular localization for MAVs ». In : *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 2011, p. 5792-5799.
- [176] Svante WESTERLUND et Lars EKSTAM. « Capacitor theory ». In : *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation* 1.5 (1994), p. 826-839.
- [177] Matthew A WOODWARD et Metin SITTI. « Multimo-bat : A biologically inspired integrated jumping-gliding robot ». In : *The International Journal of Robotics Research* 33.12 (2014), p. 1511-1529.
- [178] Aurelien YOL et al. « Vision-based absolute localization for unmanned aerial vehicles ». In : *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. IEEE. 2014, p. 3429-3434.
- [179] M ZAREB, R AYAD et W NOUIBAT. « Fuzzy-PID hybrid control system to navigate an autonomous mini-Quadrotor ». In : *Systems and Control (ICSC), 2013 3rd International Conference on*. IEEE. 2013, p. 906-913.
- [180] Weixuan ZHANG, Mark W MUELLER et Raffaello D'ANDREA. « A controllable flying vehicle with a single moving part ». In : *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2016, p. 3275-3281.
- [181] Guyue ZHOU et al. « On-board inertial-assisted visual odometer on an embedded system ». In : *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE. 2014, p. 2602-2608.
- [182] J-C ZUFFEREY et Dario FLOREANO. « Toward 30-gram autonomous indoor aircraft : Vision-based obstacle avoidance and altitude control ». In : *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE. 2005, p. 2594-2599.

# Commande Avancée des systèmes non-linéaires, Application à la commande d'un drone Quadrotor

Par Mr Redouane AYAD

## Résumé

Cette thèse dans le domaine de l'automatique porte sur la conception de lois de commande pour le contrôle d'un drone VTOL (vertical take off and landing) de type Quadrotor. Ces lois de commande sont soumises à plusieurs contraintes liées à la conception matérielle et à l'environnement. Les drones Quadrotors sont des systèmes non-linéaires, fortement couplés et sous-actionnés. Une nouvelle stratégie de contrôle est présentée, basée sur un FOPID (Fractional Order PID) : PID d'ordre fractionnaire ( $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ), qui permet le contrôle complet du quadrotor (attitude et position), et assurer la stabilité en vol stationnaire ainsi que durant les différentes manœuvres (tangage, roulis, et lacet). L'objectif de notre thèse est double. Il s'agit tout d'abord de mener une conception pour la synthèse et le réglage des paramètres du FOPID ( $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ) en utilisant une méthode de Black-Nichols modifiée. Ensuite, il comprend l'implémentation du système de commande, ainsi développé, sur un simulateur développé sous Matlab-Simulink, puis sur un drone réel. Les indices ISE (Integral Square Error) et ISCI (Integral Squared Control Input) sont utilisés pour la quantification des résultats. Les résultats sont comparés à un contrôleur PID d'ordre entier (IOPID) et à un contrôleur hybride Fuzzy-PID dans deux scénarios réalistes, en tenant compte des incertitudes paramétriques, de la charge utile supplémentaire et du bruit des capteurs. Selon les indices de performance, le FOPID présente les meilleures performances en termes de précision et de consommation d'énergie par rapport aux autres techniques non linéaires. Deux Drones Quadrotor ont été réalisés pour l'implémentation de la commande. Le premier est à base du Lynxmotion Quadtrino (Contrôleur de Vol pour Drone/UAV Nano, avec GPS) et le deuxième à base de la RASPBERRY 3 et la centrale inertielle NAVIO+. Il a été démontré qu'il est possible d'améliorer significativement la robustesse et les performances de la commande. Ainsi, les contrôleurs linéaires basés sur des techniques FOC (Fractional Order control) peuvent obtenir des résultats similaires ou meilleurs que les autres techniques non linéaires traditionnelles pour les drones.

## Abstract

This thesis in the field of automation concerns the design of control laws for the full control of a VTOL (vertical take-off and landing) drone of Quadrotor type. These control laws are subject to several constraints related to material design and the environment. Quadrotor drones are non-linear, highly coupled, and under-actuated systems. A new control strategy is presented, based on a FOPID (Fractional Order PID)  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ , which allows complete control of the quadrotor (attitude and position) and ensure stability in hovering as well as during the different maneuvers (pitch, roll, and yaw). The objective of our thesis is twofold. The first step is to conduct design for the synthesis and adjustment of the FOPID parameters ( $PI^{\lambda}D^{\mu}$ ) using a modified Black-Nichols method. Then, it includes the implementation of the control system, thus developed, on a simulator developed under Matlab-Simulink, then on a real drone. The ISE (Integral Square Error) and ISCI (Integral Squared Control Input) indices are used to quantify the results. The results are compared to a full-order PID controller (IOPID) and a Fuzzy-PID hybrid controller in two realistic scenarios, taking into account parametric uncertainties, additional payload, and sensor noise. According to the performance indexes, the FOPID has the best performance in terms of precision and energy consumption compared to other non-linear techniques. Two Quadrotor Drones were produced for the implementation of the command. The first is based on the Lynxmotion Quadtrino (Flight Controller for Drone / UAV Nano, with GPS) and the second based on the RASPBERRY Pi3 and the NAVIO + inertial unit. It has been shown that it is possible to significantly improve the robustness and performance of the control. Thus, linear controllers based on FOC (Fractional Order control) techniques can obtain similar or better results than other traditional non-linear techniques for drones.

## الخلاصة

تتعلق هذه الرسالة في مجال الآلية بتصميم قوانين التحكم الكامل في طائرة بدون طيار ذات الإقلاع والهبوط العمودي من نوع رباعيات المحرك *Quadrotor*. تخضع قوانين التحكم هذه لقيود عديدة تتعلق بتصميم المواد والبيئة. الطائرات بدون طيار رباعيات المحرك هي أنظمة لا خطية، مقترنة للغاية. في هذه الرسالة يتم تقديم استراتيجية تحكم جديدة، استنادًا إلى المتحكم الكسري (*FOPID*) ذو الشكل الخاص  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  والذي يسمح بالتحكم الكامل في طائرة بدون طيار بضمن الاستقرار في التحليق وكذلك أثناء المناورات المختلفة. الهدف من أطروحتنا ذو شقين. الأول هو إجراء تصميم لتعديل المتحكم  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  باستخدام طريقة *Black-Nichols* المعدلة من طرفنا. تتضمن هذه الرسالة تنفيذ نظام التحكم، الذي تم تطويره، على جهاز محاكاة تم تطويره تحت *Matlab-Simulink*، ثم على طائرة بدون طيار حقيقية. يتم استخدام مؤشرات *ISE* (مربع تكامل الخطأ) و *ISCI* (مربع تكامل مدخل التحكم) لقياس النتائج. تتم مقارنة النتائج مع وحدة تحكم *IOPID* ووحدة تحكم هجينة *Fuzzy-PID* في سيناريوس واقعيين، مع مراعاة أوجه عدم اليقين البارامترية، والحمولة الإضافية، ووضوء المستشعر. وفقًا لمؤشرات الأداء، يتمتع *FOPID* بأفضل أداء من حيث الدقة واستهلاك الطاقة مقارنة بالتقنيات الأخرى غير الخطية. تم إنتاج طائرتين *Quadrotor* لتنفيذ الأمر. تعتمد الأولى على *Lynxmotion Quadtrino* وحدة التحكم في الطيران للطائرة بدون طيار *UAV Nano*، مع نظام تحديد المواقع العالمي والثاني يعتمد على (*RaspBerry Pi3 + VAVIO+*). لقد ثبت أنه من الممكن تحسين متانة وأداء التحكم بشكل ملحوظ وبالتالي، يمكن أن تتحكم وحدات التحكم الخطية المستندة إلى تقنيات (*Fractional Order Control*) إلى نتائج مماثلة أو أفضل من التقنيات التقليدية غير الخطية للطائرات بدون طيار.