

THÈSE

En vue de l'obtention du Diplôme de Doctorat en Sciences

Présentée par : KHARROUBI Larbi

Intitulé

**Contribution à la Modélisation et à la Commande Intelligente
d'un Système Chariot-Pendule**

Faculté : Génie Electrique

Département : Electronique

Spécialité : Electronique

Option : Automatique

Devant le Jury Composé de :

<i>Membres de Jury</i>	<i>Grade</i>	<i>Qualité</i>	<i>Domiciliation</i>
<i>MIDOUN Abdelhamid</i>	<i>Professeur</i>	<i>Président</i>	<i>USTO-MB</i>
<i>NOUBAT Wahid</i>	<i>MCA</i>	<i>Encadrant</i>	<i>USTO-MB</i>
<i>MANSOURI Abdellah</i>	<i>Professeur</i>	<i>Examineur</i>	<i>ENP d'Oran</i>
<i>CHENAFI Mohamed</i>	<i>Professeur</i>	<i>Examineur</i>	<i>ENP d'Oran</i>
<i>BOUHENNA Abderrahmane</i>	<i>Professeur</i>	<i>Examineur</i>	<i>ENP d'Oran</i>
<i>OMARI Abdelhafid</i>	<i>Professeur</i>	<i>Examineur</i>	<i>USTO-MB</i>

Année Universitaire : 2016/2017

Remerciements

Qu'il me soit permis ici d'exprimer toute ma gratitude à tous ceux qui, par leur aide, leur collaboration ou leur soutien, ont contribué à la réalisation de ce modeste travail:

Je remercie vivement Monsieur NOUIBAT Wahid, Maitre de conférences à l'université de l'USTOMB, de m'avoir encadré pendant ce travail de thèse et d'en avoir supervisé tous les aspects. Je ne manquerais pas de saisir cette opportunité pour lui exprimer mes sincères reconnaissances et profonde gratitude pour ses conseils précieux et ses encouragements m'ont été bénéfiques pour mener à terme ce travail de recherche.

Je tiens à exprimer ma gratitude et mes profonds remerciements à Monsieur MIDOUN Abdelhamid, Professeur à l'université de l'USTOMB, d'avoir accepté de présider ce jury.

Je remercie également Monsieur MANSOURI Abdellah, Professeur à l'école nationale polytechnique d'Oran, pour le grand honneur qu'il m'a accordé en acceptant de juger ce modeste travail.

Mes remerciements s'adressent également à Monsieur CHENAFI Mohamed, Professeur à l'école nationale polytechnique d'Oran, d'avoir accepté de juger ce modeste travail.

J'exprime également ma profonde gratitude à Monsieur BOUHENNA Abderrahmane, Professeur à l'école nationale polytechnique d'Oran, d'avoir accepté de juger ce modeste travail.

Je remercie également Monsieur OMARI Abdelhafid, Professeur à l'université de l'USTOMB, d'avoir accepté de juger ce modeste travail.

Que Monsieur MAAREF Hichem, Professeur à l'université d'Evry Val d'Essonne (France), trouve ici toute ma reconnaissance pour le temps que nous avons passé ensemble, sa convivialité, sa disponibilité et son aide qu'il m'a apporté au long de mon travail de recherche.

Je suis aussi très reconnaissant à Monsieur OUSLIM Mohamed, Professeur à l'université de l'USTOMB, pour l'aide déterminante qu'il m'a apportée durant mon travail de recherche.

Je dédie ce modeste travail:

à la mémoire de mes chers parents...,

à tout les membres de ma famille...

Table des matières

Table des matières	I
Table des Figures	V
Liste des Tableaux	X
Table des Symboles	XI
Abréviations	XIV
Résumé	1
Abstract	2
Introduction générale	3

Chapitre 1: Contribution à la modélisation d'un système chariot-pendule

1.1. Introduction.....	8
1.2. Modélisation d'un système chariot-pendule.....	10
1.2.1. Description du système.....	10
1.2.2. Etude dynamique du système chariot-pendule.....	12
1.2.2.1. Etude du système en translation.....	13
1.2.2.2. Etude du système en rotation.....	14
1.3. Développement d'un modèle d'espace d'état non linéaire du système chariot-pendule.....	16
1.4. Modélisation d'un moteur à courant continu.....	19
1.5. Validation du modèle d'espace d'état non linéaire proposé.....	20
1.6. Linéarisation du modèle non linéaire.....	22
1.6.1. Pendule en position verticale d'équilibre instable.....	22
1.6.1.1. Représentation du système linéaire par fonctions de transfert.....	23
1.6.1.2. Représentation du système linéaire par espace d'état.....	24
1.6.2. Pendule en position verticale d'équilibre stable.....	25
1.6.2.1. Représentation du système linéaire par fonctions de transfert.....	26
1.6.2.2. Représentation du système linéaire par espace d'état.....	27
1.7. Conclusion.....	27

Chapitre 2: Contrôle flou et classification des contrôleurs PID flous

2.1. Introduction.....	29
2.2. Contrôle flou.....	30
2.2.1. Principe fondamentale du contrôle par logique floue.....	30
2.2.2. Systèmes d'inférences floues.....	30
2.2.3. Architecture interne d'un système d'inférence floue.....	30
2.3. Classification des contrôleurs PID flous.....	32
2.3.1. Description des contrôleurs flous de type action directe (DA).....	34
2.3.1.1. Description des contrôleurs flous à action proportionnelle FP.....	34
2.3.1.2. Description des contrôleurs flous à action dérivée FD.....	36

2.3.1.3. Description des contrôleurs flous à action intégrale FI	38
2.3.1.4. Contrôleurs flous à action proportionnelle-dérivée FPD.....	40
2.3.1.5. Contrôleurs flous à action proportionnelle-intégrale FPI.....	41
2.3.2. Principales structures des contrôleurs PID flou de type DA.....	43
2.3.2.1. Première classe: Contrôleurs PID flous à trois entrées.....	44
Type I: Contrôleurs PID flous avec base de règles couplée	44
Type II: Contrôleurs PID flous avec bases de règles découplées	46
2.3.2.2. Deuxième classe: Contrôleurs PID flous à deux entrées.....	48
Type III: Contrôleurs PID flous avec base de règles couplée.....	49
Type IV: Contrôleurs PID flous avec bases de règles découplées.....	50
2.3.2.3. Troisième classe: Contrôleurs PID flous à une seule entrée	52
Type V: Contrôleur PID flou avec base de règles couplée.....	52
Type VI: Contrôleur PID flou avec bases de règles découplées.....	53
2.3.3. Principales structures des contrôleurs PID flous de type hybride.....	55
Type VII: Contrôleurs flous de type PI flou+D classique	55
Type VIII: Contrôleur flou de type P flou+ID classique	56
Type IX: Contrôleur flou de type PD flou+I classique.....	57
2.4. Conclusion.....	58

Chapitre 3: Stratégies de stabilisation floue du système chariot-pendule

3.1. Introduction.....	59
3.2. Méthodologie de travail proposée	60
3.3. Mise en œuvre des stratégies de stabilisation floue du système global chariot-pendule	
-moteur	64
3.4. Conception des contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ	66
3.4.1. Phase d'identification des entrées/sorties	66
3.4.2. Phase de fuzzification	67
3.4.3. Tables de règles floues associées aux contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ	67
3.4.4. Méthodes d'inférences et de défuzzification associées aux contrôleurs RLF_x et RLF_θ	68
3.4.5. Gains des entrées et des sorties.....	68
3.5. Résultats de simulation et discussions	69
3.5.1. Résultats de simulation obtenus avec le modèle d'état non linéaire proposé	70
3.5.1.1. Première étape: simulation avec des contrôleurs flous de type Mamdani.....	70
a. Stratégie avec des structures floues de type PD	70
b. Stratégie avec des structures floues de type PI.....	72
c. Stratégie avec des structures floues de type PI+PD	74
d. Stratégie avec des structures floues de type PID.....	76
e. Comparaison des résultats obtenus par les différentes structures floues de type Mamdani	78
3.5.1.2. Deuxième étape: simulation avec des contrôleurs flous de type Takagi-Sugeno	
d'ordre zéro	80
a. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PD	81
b. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PI.....	82
c. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PI+PD	83
d. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PID	84
e. Comparaison des résultats obtenus par les différentes structures floues de type	
Takagi-Sugeno d'ordre zéro	85

3.5.1.3. Troisième étape: comparaison entre les contrôleurs flous conçus par Mamdani et Takagi-Sugeno d'ordre zéro	87
3.5.2. Résultats de simulation obtenus avec le modèle d'état linéaire développé autour du point d'équilibre instable ($\theta=0 \text{ rad}$)	89
3.5.2.1. Première étape: résultats de simulation obtenus par des contrôleurs flous de type Mamdani.....	89
a. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PD	89
b. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PI	91
c. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PI+PD	92
d. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PID	93
e. Comparaison des résultats obtenus par les différentes structures floues de type Mamdani.....	95
3.5.2.2. Deuxième étape: résultats de simulation obtenus par des contrôleurs flous de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro	97
a. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PD	97
b. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PI.....	98
c. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PI+PD	99
d. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PID.....	100
e. Comparaison des résultats obtenus par les différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro	101
3.5.2.3. Troisième étape: comparaison entre les contrôleurs flous conçus par Mamdani et Takagi-Sugeno d'ordre zéro	104
3.6. Conclusion.....	106

Chapitre 4: Les algorithmes génétiques

4.1. Introduction	107
4.2. Terminologies des algorithmes génétiques	107
4.3. Définition d'un algorithme génétique	108
4.4. Principe de fonctionnement d'un algorithme génétique	109
4.5. Phases principales constituant les algorithmes génétiques.....	111
4.5.1. Phase de codage	111
4.5.1.1. Codage binaire	111
4.5.1.2. Codage réel	112
4.5.1.3. Codage en base n	112
4.5.2. Phase d'initialisation	112
4.5.3. Phase d'évaluation.....	113
4.5.4. Phase de sélection.....	113
4.5.4.1. Sélection par roulette	114
4.5.4.2. Sélection par tournoi.....	114
4.5.5. Phase de reproduction	115
4.5.5.1. Croisement.....	115
a. Croisement en un seul point	115
b. Croisement à multiples points	115
4.5.5.2. Mutation.....	117
a. Mutation uniforme.....	117
b. Mutation non uniforme	117
4.5.6. Phase de remplacement.....	118
4.5.6.1. Remplacement élitiste.....	118

4.5.6.2.	Remplacement du plus mauvais	118
4.5.6.3.	Remplacement par descendance	118
4.5.7.	Critère d'arrêt	119
4.6.	Avantages et inconvénients des algorithmes génétiques	119
4.7.	Conclusion	119

Chapitre 5: Optimisation des contrôleurs flous par algorithmes génétiques

5.1.	Introduction	120
5.2.	Première étape: Approche floue-AG pour le modèle linéaire du système chariot-pendule	121
5.2.1.	Structure d'optimisation	121
5.2.2.	Algorithme d'optimisation	122
5.2.3.	Résultats de simulations	125
5.2.3.1.	Comparaison des résultats obtenus par flou-AG et le flou	125
5.2.3.2.	Résultats obtenus par suivi de trajectoire	127
5.2.3.3.	Test de robustesse	129
5.2.3.3.1.	Robustesse vis-à-vis des perturbations	129
a.	Cas 1: perturbation impulsionnelle positive	130
b.	Cas 2: perturbation impulsionnelle négative	131
5.2.3.3.2.	Robustesse paramétrique	133
a.	Cas 1: longueur du pendule variable et masse du pendule constante	133
b.	Cas 2: masse du pendule variable et longueur du pendule constante	135
5.3.	Deuxième étape: Approche floue-AG pour le modèle non linéaire du système chariot-pendule	136
5.3.1.	Structure d'optimisation	136
5.3.2.	Algorithme d'optimisation	136
5.3.3.	Résultats de simulations	139
5.3.3.1.	Comparaison des résultats obtenus par flou-AG et le flou	139
5.3.3.2.	Résultats obtenus par suivi de trajectoire	141
5.3.3.3.	Test de robustesse	143
5.3.3.3.1.	Robustesse vis-à-vis des perturbations	143
a.	Cas 1: perturbation impulsionnelle positive	143
b.	Cas 2: perturbation impulsionnelle négative	145
5.3.3.3.2.	Robustesse paramétrique	147
a.	Cas 1: longueur du pendule variable et masse du pendule constante	147
b.	Cas 2: masse du pendule variable et longueur du pendule constante	148
5.4.	Conclusion	150
	Conclusion générale et perspectives	151
	Références bibliographiques	153
	Annexe A	158
	Annexe B	161

Table des Figures

Figure (1-1) : Différentes versions du système pendule inversé. (a). Chariot-pendule. (b). Double pendule inversé en parallèle. (c). Double pendule inversé en cascade. (d). Triple pendule inversé. (e). Quadruple pendule inversé. (f). Pendule inversé simple rotatif9

Figure (1-2) : Schéma de principe du chariot-pendule..... 10

Figure (1-3): (a). Une-Entrée-Deux-Sorties du chariot-pendule, (b). Modèle du chariot-pendule 11

Figure (1-4) : Exemple du pendule inversé simple en situations différentes. (a). Pendule inversé en position d'équilibre instable ($\theta=0$ rad). (b). Pendule inversé en position déséquilibre instable. (c). Pendule inversé en position d'équilibre stable ($\theta=\pi$ rad) 11

Figure (1-5) : Schéma du système pendule-chariot en translation dans le plan 'XOY' 14

Figure (1-6) : Schéma du pendule seul en rotation dans le plan 'X₁O₁Y₁' 15

Figure (1-7) : Schéma bloc décrivant le modèle d'état linéaire du moteur MCC associé avec une zone morte 19

Figure (1-8) : Commande en boucle ouverte du système non linéaire chariot-pendule sans contrôleur 20

Figure (1-9) : Réponse en boucle ouverte de la position angulaire du pendule sans contrôleur 21

Figure (1-10) : Réponse en boucle ouverte de la position du chariot sans contrôleur 21

Figure (2-1) : Architecture interne d'un système d'inférence floue (SIF) 31

Figure (2-2) : Classification des contrôleurs flous 32

Figure (2-3) : Contrôleur PID flou de type DA..... 33

Figure (2-4) : Contrôleur PID flou de type hybride (flou-classique) 33

Figure (2-5) : Contrôleur auto-adaptatif par logique floue..... 34

Figure (2-6) : Contrôleurs flous de type proportionnel: FP. (a). Variante A : FP avec une sortie absolue. (b). Variante B : FP avec une sortie incrémentale 34

Figure (2-7) : Contrôleurs flous de type dérivé: FD. (a). Variante A : FD avec une sortie absolue. (b). Variante B : FD avec une sortie incrémentale 37

Figure (2-8) : Contrôleurs flous de type intégral: FI. (a). Variante A : FI avec une sortie absolue. (b). Variante B : FI avec une sortie incrémentale..... 38

Figure (2-9) : Contrôleurs flous de type proportionnel-dérivé FPD. Variante A : FPD avec une sortie absolue. Variante B : FPD avec une sortie incrémentale 40

Figure (2-10) : Contrôleurs flous de type proportionnel-intégral FPI. Variante A: FPI avec une sortie incrémentale. Variante B: FPI avec une sortie absolue..... 42

Figure (2-11) : Classification des principaux types des contrôleurs PID flous à action directe 43

Figure (2-12) : Type I: Contrôleurs PID flous avec base couplée. Variante A: FPID à trois entrées et une sortie incrémentale. Variante B: FPID à trois entrées et une sortie absolue 44

Figure (2-13) : Type II: Contrôleurs PID flous à trois entrées et avec bases découplées. Variante A: Contrôleur FP+FI+FD. Variante B: Contrôleur FPI+FD. Variante C: Contrôleur FPD+FI..... 47

Figure (2-14) : Type III : Contrôleurs PID flous à deux entrées et avec base couplée 49

Figure (2-15) : Type IV: Contrôleurs PID flous à deux entrées et avec bases découplées. Variante A: Contrôleur FPI+FPD. Variante B: Contrôleur FPD+FI. Variante C: Contrôleur FPI+FD..... 51

Figure (2-16) : Type V : Contrôleur PID flou à une seule entrée et avec base couplée..... 53

Figure (2-17) : Type VI : Contrôleur PID flou à une seule entrée et avec bases découplées 54

Figure (2-18): Type VII : Contrôleurs de type PI flou+D classique 55

Figure (2-19): Type VIII : Contrôleur de type P flou+ID classique 56

Figure (2-20): Type VIX : Contrôleur de type PD flou+I classique 57

Figure (3-1) : Méthode de comparaison proposée à deux niveaux	61
Figure (3-2) : Organigramme décrivant les étapes de la commande floue du système global pendule-chariot-moteur	63
Figure (3-3) : Bloc de la stratégie de stabilisation floue du système global pendule-chariot -moteur	65
Figure (3-4) : Fonctions d'appartenance associées aux variables d'entrée et de sortie des contrôleurs flous: RLF_x et RLF_θ . (a). Fonctions triangulaires. (b). Singletons	67
Figure (3-5) : Bloc de la stratégie de stabilisation floue du système chariot-pendule basée sur des structures PD floues	70
Figure (3-6) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPD.....	71
Figure (3-7) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPD	71
Figure (3-8) : Commande appliquée au moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPD.....	72
Figure (3-9) : Bloc de la stratégie de stabilisation floue du système chariot-pendule basée sur des structures PI floues	72
Figure (3-10) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPI	73
Figure (3-11) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPI.....	73
Figure (3-12) : Commande appliquée au moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPI.....	74
Figure (3-13) : Bloc de la stratégie de stabilisation floue du système chariot-pendule basée sur des structures floues de type PI+PD	74
Figure (3-14) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPI+FPD.....	75
Figure (3-15) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPI+FPD	75
Figure (3-16) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPI+FPD	75
Figure (3-17) : Bloc de la stratégie de stabilisation floue du système chariot-pendule basée sur des structures floues de type PID.....	76
Figure (3-18) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPID	77
Figure (3-19) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPID	77
Figure (3-20) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPID	78
Figure (3-21) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les différentes structures floues de type Mamdani	79
Figure (3-22) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les différentes structures floues de type Mamdani.....	79
Figure (3-23) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPD.....	81
Figure (3-24) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPD	81
Figure (3-25) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPD	81
Figure (3-26) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPI	82
Figure (3-27) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPI.....	82
Figure (3-28) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPI.....	82
Figure (3-29) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPI+FPD.....	83
Figure (3-30) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur flou de type FPI+FPD	83
Figure (3-31) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs flous de type FPI+FPD.....	83
Figure (3-32) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur flou de type FPID	84
Figure (3-33) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur flou de type FPID	84
Figure (3-34) : Commande appliquée au moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs flous de type FPID	84
Figure (3-35) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro.....	85
Figure (3-36) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro.....	86
Figure (3-37) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les deux meilleures	

structures floues associées au contrôleur flou RLF_x	87
Figure (3-38) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou RLF_θ	88
Figure (3-39) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur flou de type FPD.....	90
Figure (3-40) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur flou de type FPD	90
Figure (3-41) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPD	90
Figure (3-42) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur flou de type FPI	91
Figure (3-43) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur flou de type FPI.....	91
Figure (3-44) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs flous de type FPI	92
Figure (3-45) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur flou de type FPI+FPD.....	92
Figure (3-46) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur flou de type FPI+FPD	93
Figure (3-47) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs flous de type FPI+FPD.....	93
Figure (3-48) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur flou de type FPID	94
Figure (3-49) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur flou de type FPID	94
Figure (3-50) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs flous de type FPID	94
Figure (3-51) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les différentes structures floues de type Mamdani.....	95
Figure (3-52) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les différentes structures floues de type Mamdani	96
Figure (3-53) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur flou de type FPD.....	97
Figure (3-54) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur flou de type FPD	98
Figure (3-55) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs flous de type FPD.....	98
Figure (3-56) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur flou de type FPI	98
Figure (3-57) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur flou de type FPI.....	99
Figure (3-58) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs flous de type FPI	99
Figure (3-59) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur flou de type FPI+FPD.....	99
Figure (3-60) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur flou de type FPI+FPD	100
Figure (3-61) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs flous FPI+FPD	100
Figure (3-62) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur flou de type FPID	100
Figure (3-63) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur flou de type FPID	101
Figure (3-64) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs flous de type FPID.....	101
Figure (3-65) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro	102
Figure (3-66) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro	103
Figure (3-67) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou RLF_x	104
Figure (3-68) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou RLF_θ	105
Figure (4-1) : Organigramme décrivant les étapes d'un algorithme génétique.....	109
Figure (4-2) : Procédure générale du fonctionnement d'un algorithme génétique	110
Figure (4-3) : Structure d'un chromosome binaire de 8 bits	112
Figure (4-4) : Structure d'un chromosome réel de 8 gènes de type réel	112

Figure (4-5) : Sélection par la méthode de roulette.....	114
Figure (4-6) : Croisement en un seul point	116
Figure (4-7) : Croisement en deux points.....	116
Figure (4-8) : Mutation dans une chaîne binaire	117
Figure (5-1) : Bloc de la structure de commande de l'approche floue-AG pour le modèle linéaire du système chariot-pendule.....	121
Figure (5-2) : Organigramme décrivant l'algorithme d'optimisation proposé pour le modèle linéaire du système considéré.....	122
Figure (5-3) : Structures de deux chromosomes à optimiser par les deux AG.	
(a): chromosome décrivant les gains du contrôleur RLF_x .	
(b): chromosome décrivant les gains du contrôleur RLF_θ	123
Figure (5-4) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les deux approches floues optimisée par AG et non optimisée	126
Figure (5-5) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les deux approches floues optimisée par AG et non optimisée	126
Figure (5-6) : Position du chariot obtenue durant un suivi de trajectoire variable.....	128
Figure (5-7) : Position angulaire du pendule.....	128
Figure (5-8) : Commande appliquée au moteur MCC	129
Figure (5-9) : Introduction des perturbations externes à la force F fournie par le moteur MCC	129
Figure (5-10) : Position du chariot obtenue avec perturbation impulsionnelle positive	130
Figure (5-11) : Angle du pendule obtenu avec perturbation impulsionnelle positive.....	130
Figure (5-12) : Commande appliquée au moteur MCC	131
Figure (5-13) : Perturbation impulsionnelle positive et périodique	131
Figure (5-14) : Position du chariot obtenue avec perturbation impulsionnelle négative	132
Figure (5-15) : Angle du pendule obtenu avec perturbation impulsionnelle négative.....	132
Figure (5-16) : Commande appliquée au moteur MCC	132
Figure (5-17) : Perturbation impulsionnelle négative et périodique	133
Figure (5-18) : Réponses de la position du chariot obtenues avec différentes valeurs de la longueur du pendule: 0.36m, 0.37m, 0.38m, 0.39m et 0.40m.	
Avec la masse du pendule $m=0.23\text{kg}$	134
Figure (5-19) : Réponses de l'angle du pendule obtenues avec différentes valeurs de la longueur du pendule: 0.36m, 0.37m, 0.38m, 0.39m et 0.40m.	
Avec la masse du pendule $m=0.23\text{kg}$	134
Figure (5-20) : Réponses de la position du chariot obtenues avec différentes valeurs de la masse du pendule: 0.20kg, 0.21kg, 0.22kg, 0.23kg et 0.24kg.	
Avec la longueur du pendule $l=0.38\text{m}$	135
Figure (5-21) : Réponses de l'angle du pendule obtenues avec différentes valeurs de la masse du pendule: 0.20kg, 0.21kg, 0.22kg, 0.23kg et 0.24kg.	
Avec la longueur du pendule $l=0.38\text{m}$	136
Figure (5-22) : Bloc de la structure de commande de l'approche floue-AG pour le modèle non linéaire du système chariot-pendule.....	137
Figure (5-23) : Structure du chromosome à optimiser par AG	137
Figure (5-24) : Organigramme décrivant l'algorithme d'optimisation proposé pour le modèle non linéaire du système considéré	138
Figure (5-25) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les deux approches	

floues optimisée par AG et non optimisée	140
Figure (5-26) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les deux approches floues optimisée par AG et non optimisée	140
Figure (5-27) : Position du chariot obtenue durant un suivi de trajectoire variable.....	142
Figure (5-28) : Position angulaire du pendule.....	142
Figure (5-29) : Commande appliquée au moteur MCC	143
Figure (5-30) : Position du chariot obtenue avec perturbation impulsionnelle positive	144
Figure (5-31) : Angle du pendule obtenu avec perturbation impulsionnelle positive.....	144
Figure (5-32) : Commande appliquée au moteur MCC	145
Figure (5-33) : Position du chariot obtenue avec perturbation impulsionnelle négative	145
Figure (5-34) : Angle du pendule obtenu avec perturbation impulsionnelle négative.....	146
Figure (5-35) : Commande appliquée au moteur MCC	146
Figure (5-36) : Réponses de la position du chariot obtenues avec différentes valeurs de la longueur du pendule: 0.36m, 0.37m, 0.38m, 0.39m et 0.40m. Avec la masse du pendule $m=0.23\text{kg}$	147
Figure (5-37) : Réponses de l'angle du pendule obtenues avec différentes valeurs de la longueur du pendule: 0.36m, 0.37m, 0.38m, 0.39m et 0.40m. Avec la masse du pendule $m=0.23\text{kg}$	148
Figure (5-38) : Réponses de la position du chariot obtenues avec différentes valeurs de la masse du pendule: 0.20kg, 0.21kg, 0.22kg, 0.23kg et 0.24kg. Avec la longueur du pendule $l=0.38\text{m}$	149
Figure (5-39) : Réponses de l'angle du pendule obtenues avec différentes valeurs de la masse du pendule: 0.20kg, 0.21kg, 0.22kg, 0.23kg et 0.24kg. Avec la longueur du pendule $l=0.38\text{m}$	149

Liste des Tableaux

Tableau (2-1) : Paramètres des contrôleurs flous linéaires de type: FP, FD et FI39

Tableau (2-2) : Méthodes de réglage des paramètres des contrôleurs PID flous de type DA.....54

Tableau (3-1) : Entrées/sorties des différentes structures floues associées au contrôleur RLF_x 66

Tableau (3-2) : Entrées/sorties des différentes structures floues associées au contrôleur RLF_θ66

Tableau (3-3) : Table de règles floues 5 X 5 de MacVicar-Whelan associées aux contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ 68

Tableau (3-4) : Gains des différentes structures floues associées au contrôleur flou RLF_x 68

Tableau (3-5) : Gains des différentes structures floues associées au contrôleur flou RLF_θ69

Tableau (3-6) : Indices de performance de différentes structures floues de type Mamdani associées au contrôleur flou de la position: RLF_x 80

Tableau (3-7) : Indices de performance de différentes structures floues de type Mamdani associées au contrôleur flou de l'angle: RLF_θ80

Tableau (3-8) : Indices de performance de différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro associées au contrôleur flou de la position: RLF_x85

Tableau (3-9) : Indices de performance de différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro associées au contrôleur flou de l'angle: RLF_θ 86

Tableau (3-10) : Comparaison des indices de performance obtenus par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou de la position: RLF_x 88

Tableau (3-11) : Comparaison des indices de performance obtenus par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou de l'angle: RLF_θ88

Tableau (3-12) : Indices de performance de différentes structures floues de type Mamdani associées au contrôleur flou de la position: RLF_x 95

Tableau (3-13) : Indices de performance de différentes structures floues de type Mamdani associées au contrôleur flou de l'angle: RLF_θ96

Tableau (3-14) : Indices de performance de différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro associées au contrôleur flou de la position: RLF_x102

Tableau (3-15) : Indices de performance de différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro associées au contrôleur flou de l'angle: RLF_θ 103

Tableau (3-16) : Comparaison des indices de performance obtenus par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou RLF_x105

Tableau (3-17) : Comparaison des indices de performance obtenus par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou RLF_θ105

Tableau (5-1) : Bornes et précisions utilisés pour le codage binaire des paramètres à optimiser par AG123

Tableau (5-2) : Paramètres utilisés pour les deux problèmes d'optimisation124

Tableau (5-3) : Gains obtenus par AG associés aux contrôleurs flous: FPID et FPI+FPD125

Tableau (5-4) : Comparaison des indices de performance: cas des contrôleurs associés à la position du chariot: RLF_x 127

Tableau (5-5) : Comparaison des indices de performance: cas des contrôleurs associés à l'angle du pendule: RLF_θ 127

Tableau (5-6) : Bornes et précisions utilisés pour le codage binaire des paramètres à optimiser par AG138

Tableau (5-7) : Gains obtenus par AG associés aux deux contrôleurs flous: FPID139

Tableau (5-8) : Comparaison des indices de performance associés au contrôleur RLF_x 141

Tableau (5-9) : Comparaison des indices de performance associés au contrôleur RLF_θ 141

Table des Symboles

F : force générée par le moteur MCC et appliquée longitudinalement sur le chariot
 t : temps
 U : tension de commande
 $XOY, X_1O_1Y_1$: plans
 OX, O_1X_1, O_1Y_1 : axes
 θ : position angulaire du pendule inversé
 x : position linéaire du chariot par rapport à l'origine
 x_p : position du centre de gravité du pendule
 $\dot{\theta}$: vitesse angulaire du pendule
 \dot{x} : vitesse linéaire du chariot
 \dot{x}_p : vitesse du centre de gravité du pendule
 $\ddot{\theta}$: accélération angulaire du pendule
 \ddot{x} : accélération linéaire du chariot
 \ddot{x}_p : accélération du centre de gravité du pendule
 M : masse du chariot
 m : masse du pendule
 l : longueur du pendule
 g : force attraction terrestre
 b : coefficient de frottement du chariot sur le rail
 f : frottement visqueux du pendule sur son axe
 I : moment d'inertie du pendule
 P : force exercée par le chariot sur le pendule
 P_x : composante horizontale de P
 P_y : composante verticale de P
 \widehat{abc} : triangle
 M_j : moments appliqués au pendule
 f_1 et f_2 : fonctions non linéaires
 A : matrice d'état
 B : matrice d'entrée
 L : matrice supplémentaire
 S_1 et S_2 : facteurs
 U : Tension d'entrée du moteur
 U_a : Tension de l'induit
 I_a : Courant de l'induit
 \dot{I}_a : La dérivée du courant de l'induit
 Ω_m : Vitesse angulaire de l'arbre de moteur
 $\dot{\Omega}_m$: Accélération angulaire de l'arbre de moteur
 r : Rayon d'engrenage de sortie (rayon de poulies)
 K_g : Rapport d'engrenage
 J_m : Moment d'inertie
 d_m : Coefficient de frottement visqueux
 K_m : Constante mécanique
 K_b : Constante électrique du moteur
 R_a : Résistance de l'induit
 L_a : Inductance de l'induit
 θ_0 : point d'équilibre du pendule
 $\Delta\theta$: petites variations du pendule autour de θ_0
 h : fonction non linéaire
 p : nombre complexe (variable de Laplace)
 $X(p), \theta(p)$ et $F(p)$: transformées de Laplace de la position du chariot, l'angle du pendule et la force appliquée au chariot, respectivement

u : commande
 y_s : grandeur à régler (mesure)
 u_{cm} : signal de commande
 w : consigne
 u_m : vecteur représentant les différentes grandeurs mesurées
 x_j : entrées d'un contrôleur flou
 A_{ij} : sous-ensembles flous
 X_j : univers du discours
 y : sortie d'un système flou
 B_i : sous-ensembles flous
 i, j, n , et m : entiers naturels
 X_e : vecteur d'entrée
 $\mu_{A_{im}}$: degré d'appartenance
 α_i : valeur de vérité d'une règle floue
 K_P, K_I et K_D : gains d'un contrôleur PID classique
 $K_{P,min}, K_{P,max}, K_{D,min}$, et $K_{D,max}$: valeurs extrêmes des gains
 K'_P, K'_D, α, K_u , et T_u : paramètres
 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_2, \beta_3$: paramètres réglables
 $f_P, f_I, f_D, f_{PD}, f_{PI}$: fonctions non linéaires
 e : erreur
 \hat{e} : erreur normalisée
 \dot{e} : dérivée de l'erreur
 Δe : variations de l'erreur
 $\Delta \hat{e}$: variations de l'erreur normalisée
 $\Delta^2 e$: dérivée seconde de l'erreur
 $\Delta^2 \hat{e}$: dérivée seconde de l'erreur normalisée
 Σe : somme de l'erreur
 $\Sigma \hat{e}$: somme de l'erreur normalisée
 \hat{u}_p : sortie absolue d'un contrôleur P flou
 $\Delta \hat{u}_p$: sortie incrémentale d'un contrôleur P flou
 \hat{u}_I : sortie absolue d'un contrôleur I flou
 $\Delta \hat{u}_I$: sortie incrémentale d'un contrôleur I flou
 \hat{u}_D : sortie absolue d'un contrôleur D flou
 $\Delta \hat{u}_D$: sortie incrémentale d'un contrôleur D flou
 \hat{u}_{PD} : sortie absolue d'un contrôleur PD flou
 $\Delta \hat{u}_{PD}$: sortie incrémentale d'un contrôleur PD flou
 \hat{u}_{PI} : sortie absolue d'un contrôleur PI flou
 $\Delta \hat{u}_{PI}$: sortie incrémentale d'un contrôleur PI flou
 \hat{u}_{PID} : sortie absolue d'un contrôleur PID flou
 $\Delta \hat{u}_{PID}$: sortie incrémentale d'un contrôleur PID flou
 Z : nombre complexe
 $E_{i1}, U_{n1P}, \Delta E_{j1}, \Delta U_{n2P}, \Delta E_{j2}, DSE_{k1}$, : variables linguistiques
 $U_{n1D}, \Delta U_{n2D}, E_{i2}, IE_{l1}, \Delta U_{n1I}, \Delta U_{n2I}, U_{n1PD}, \Delta U_{n2PD}, U_{n1PI}, \Delta U_{n2PI}$, : variables linguistiques
 $a_{i1}, b_{i2}, d_{i3}, i1, i2, i3, j1, j2, k1, l1, m1, m2, N_{P1}, N_{P2}, N_{D1}, N_{D2}, n1P, M_{n1P}, n2P, M_{n2P}, M_{n1PD}, M_{n2PD},$
 $M_{n1PI}, M_{n2PI}, n1D, n2D, M_{n1D}, M_{n2D}, N_{I1}, N_{I2}, n1I, M_{n1I}, n2I, M_{n2I}, n1PD, n2PD, n1PI,$
 $n2PI, N_1, N_2, N_3, N_i$: entiers naturels
 $S_u, S_{du}, K_{PI}, K_{ie}, K_{PD}, K_{de}, K_{pd}, K_{ie}, K_i$: gains de sortie des contrôleurs flous
 $S_e, S_{ce}, S_{rce}, S_{se}, K, K_1, K_2, K_e, K_d, K_{d2}$: facteurs d'échelle
 $u_p, u_I, u_D, u_{PD}, u_{PI}$: commandes obtenues par des contrôleurs PID classiques
 k, q : instants d'échantillonnage
 T_d : constante dérivé
 T_i : constante d'intégration
 T_e : période d'échantillonnage
 u_{PID} : commande finale générée par le contrôleur PID flou
 \hat{u}_{PID} : commande normalisée générée par le contrôleur PID flou
 de : dérivée de l'erreur

ie : intégrale de l'erreur
 $u_p, u_I, u_D, u_{PD}, u_{PI}, u_{PID}, du_{P+ID}, u_{PD+I}, du_p$: commandes obtenues par des contrôleurs flous
 $fuzz(\cdot)$: opérateur de fuzzification
 $defuzz\{\cdot\}$: opérateur de défuzzification
 FZ, R_E, R_{DE} et R_{IE} : relations floues
 $\hat{u}_{P1}, \hat{u}_{P2}, \hat{u}_{P3}$: actions proportionnelles floues séparées
 F_D, Y_s, U_D : fonctions de transfert
 u_x : sortie du contrôleur flou RLF_x
 u_θ : sortie du contrôleur flou RLF_θ
 e_x : erreur sur la position du chariot x (entrée du contrôleur flou RLF_x)
 Δe_x : variations de l'erreur de la position du chariot x (entrée du contrôleur flou RLF_x)
 e_θ : erreur sur l'angle du pendule θ (entrée du contrôleur flou RLF_θ)
 Δe_θ : variations de l'erreur de l'angle du pendule θ (entrée du contrôleur flou RLF_θ)
 x_d : référence désirée de la position du chariot x
 θ_d : référence désirée de l'angle du pendule θ
 $\hat{e}_x, \Delta \hat{e}_x$: entrées des différentes structures floues associées au contrôleur RLF_x
 $\hat{u}_{PD_x}, \Delta \hat{u}_{PI_x}$: sorties des différentes structures floues associées au contrôleur RLF_x
 $\hat{e}_\theta, \Delta \hat{e}_\theta$: entrées des différentes structures floues associées au contrôleur RLF_θ
 $\hat{u}_{PD_\theta}, \Delta \hat{u}_{PI_\theta}$: sorties des différentes structures floues associées au contrôleur RLF_θ
 G_E et G_{CE} : gains d'entrée des contrôleurs flous
 G_U et G_{dU} : gains de sortie des contrôleurs flous
 N_{pop} : nombre d'individus d'une population
 F_{obj} : fonction objective (fonction d'adéquation)
 I_i : individu 'i' d'une population
 p_c : probabilité de croisement
 p_m : probabilité de mutation
 p_i : probabilité de sélection d'un individu I_i
 I_{ter} : itération
 P : population
 x_i : valeurs réelles
 λ : longueur d'un chromosome (chaîne)
 Pr_1, Pr_2 : deux parents
 Enf_1, Enf_2 : deux enfants
 M_g : nombre de gènes binaires
 β : coefficient de pondération aléatoire
 x_k, \hat{x}_k : gènes réels
 Min_{x_k} : valeur minimale de x_k
 Max_{x_k} : valeur maximale de x_k
 $rand$: nombre binaire
 $delta(I_{ter}, z)$: fonction qui définit l'écart entre la nouvelle valeur et la valeur initiale à la génération 'Iter'
 z : variable réelle
 h_1 : un nombre aléatoire entre 0 et 1
 $maxI_{ter}$: nombre maximum de générations
 q_1 : degré de non uniformité de la mutation
 IAE_x : indice IAE associé au contrôleur RLF_x
 IAE_θ : indice IAE associé au contrôleur RLF_θ
 U_b : perturbation externe
 \hat{U}_b : amplitude de la perturbation U_b

Abréviations

AG: algorithmes génétiques
D : action dérivée
DA : action directe
FD : contrôleur flou de type dérivée
FI : contrôleur flou de type intégrale
FLC: fuzzy logic controller
FP: contrôleur flou proportionnel
FPD : contrôleur flou de type proportionnel-dérivée
FPI : contrôleur flou de type proportionnel-intégrale
FPID : contrôleur flou de type proportionnel-intégrale-dérivée
 H_∞ : contrôleur robuste
I : action intégrale
IAE: Integral of the Absolute value of the Error
ISE: Integral of the Square Error
ITAE: Integral of the Time-weighted Absolute Error
ITSE: Integral of the Time-weighted Square Error
ISTE: Integral of squared time multiplied by squared error
LQR: Linear Quadratic Regulator
MCC : moteur à courant continu
NG : Négatif Grand
NP : Négatif Petit
OWIPS: One-Wheel Inverted Pendulum System
P : action proportionnelle
PD: action proportionnelle-dérivée
PG : Positif Grand
PI: action proportionnelle-intégrale
PID: action proportionnelle-intégrale-dérivée
PP : Positif Petit
PSO: Particle Swarm Optimization
QL: algorithme de renforcement
RAN : réseaux adaptatifs non-linéaires
RLF : régulateur par logique floue
 RLF_x : contrôleur flou associé à la position du chariot x
 RLF_θ : contrôleur flou associé à l'angle du pendule θ
SIF : système d'inférence floue
SIMO : single-input-multiple-output
SIRM: Single Input Rule Module
SISO: single-input-single-output
STFIS: Self Tuning Fuzzy Inference System
TS: Takagi-Sugeno
TSK: Takagi-Sugeno-Kang
Z: Zéro

Résumé

Ce travail de recherche concerne la modélisation et la commande intelligente d'un système chariot-pendule. Dans un premier temps, nous proposons et nous validons un modèle d'espace d'état non linéaire fidèle pour un système chariot-pendule. Puis, les équations différentielles décrivant le comportement non linéaire du système considéré ont été linéarisées autour des points de fonctionnement du pendule. Dans ce cas, les fonctions de transfert et les représentations d'état linéaires ont été également établies. Ensuite, nous présentons plusieurs stratégies de contrôle flou, associées aux modèles linéaire et non linéaire du système considéré, afin de stabiliser et de contrôler, à la fois, l'angle du pendule en position verticale et la position du chariot dans une position désirée. Ces stratégies reposent sur deux contrôleurs flous séparés, ayant les mêmes caractéristiques. Pour atteindre cet objectif, nous avons utilisé plusieurs structures de contrôleurs flous à deux entrées, telles que FPD, FPI, FPI+FPD et FPID, conçues par deux systèmes d'inférence floue de base, à savoir, Mamdani ou Takagi-Sugeno d'ordre zéro. L'efficacité des différentes stratégies a été testée et comparée à l'aide de plusieurs indices d'intégration d'erreur, comme: IAE, ISE, ITAE, ITSE et ISTE. Les résultats de simulation obtenus ont permis de retenir les meilleures stratégies associées aux modèles linéaire et non linéaire du système considéré. Dans un second temps, ces stratégies retenues sont optimisées en utilisant les algorithmes génétiques standards. Les nombreux tests que nous avons effectués ont montrés la robustesse de ces stratégies floues optimisées.

Mots-clés

Système chariot-pendule, Systèmes non linéaire et linéaire, Représentation d'état non linéaire et linéaire, Contrôleurs flous, Contrôleurs flous à deux entrées, Système inférence floue, Indices d'intégration d'erreur, Algorithmes génétiques.

Abstract

This research work concerns both modeling and intelligent control of a cart-pendulum system. Firstly, we propose and validate a faithful nonlinear state-space model for the cart-pendulum system. Then, the differential equations describing the nonlinear behavior of the considered system have been linearized around the functioning points of the pendulum. In this case, transfer functions and linear state representations have also been established. Secondly, we present various fuzzy control strategies, associated to linear and nonlinear models of the considered system, in order to stabilize and control both the pendulum angle in an upright position and the cart into a desired position. These strategies were built upon two separate fuzzy logic controllers (FLC), having the same characteristics. To achieve this goal, we used various structures of two-input fuzzy controllers such as fuzzy proportional-derivative (FPD), fuzzy proportional-integral (FPI), FPI plus FPD (FPI+FPD) and FPI derivative (FPID), designed by two basic fuzzy inference systems, i.e., Mamdani or zero-order Takagi-Sugeno. In this thesis, the effectiveness of different strategies was tested and compared using several error integration indices, such as: IAE, ISE, ITAE, ITSE and ISTE. The obtained simulation results have allowed us to withhold the best strategies associated with linear and nonlinear models of the considered system. Then, the retained strategies were optimized using standard genetic algorithms. The numerous tests that we made, have shown the robustness of these optimized fuzzy strategies.

Keywords

Cart-pendulum system, Nonlinear and linear systems, Nonlinear and linear state-space representation, Fuzzy controllers, Two-input fuzzy controllers, Fuzzy inference system, error integration indices, Genetic algorithms.

Introduction générale

Introduction générale

Depuis plusieurs années et jusqu'au présent, le système pendule inversé est devenu l'un des problèmes classiques les plus importants pour vérifier et tester l'efficacité des stratégies de contrôle en raison de sa non-linéarité et de son instabilité [1]-[5]. Il est connu comme un système typique instable, non linéaire, couplé et sous-actionné, et donc, il est considéré comme un banc de test fondamental (benchmark) dans la robotique et la théorie du contrôle des systèmes non linéaires [6]-[10]. Plusieurs livres académiques et articles de recherche sur les techniques de contrôle non linéaires associés au système pendule inversé ont été rapportés dans [9], [10]. Différentes versions du système pendule inversé ont été étudiées en littératures. On peut citer les versions les plus souvent considérées, comme: le chariot-pendule [11], le double pendule inversé en cascade [12], le double pendule inversé en parallèle [12], le triple pendule inversé [13], le quadruple pendule inversé [14], et le pendule inversé simple rotatif [15]. Nous pouvons d'ailleurs retrouver une vaste littérature à son sujet, puisque de nombreux laboratoires universitaires d'automatique ou de mécatronique ont créé leur propre pendule inversé [12]. Dans cette thèse, la version chariot-pendule, est retenue comme un objet à modéliser et à contrôler. Ce système présente des caractéristiques intéressantes permettant d'illustrer quelques problèmes types. Il peut être représenté comme un système SISO (single-input-single-output) ou système SIMO (single-input-multiple-output) en fonction du nombre des états (variables) que nous voulons contrôler [16]. Il s'agit d'un dispositif électromécanique classique constitué d'un chariot mobile se déplaçant horizontalement sous l'effet d'une force appliquée longitudinalement au moyen d'une courroie entraînée par un moteur à courant continu, et un pendule pouvant tourner verticalement autour d'un axe fixé au chariot et un rail sur lequel la position du chariot est déterminée. Naturellement, ce système possède deux points de fonctionnement: un point d'équilibre instable (pendule vers le haut) que l'on cherche à stabiliser en utilisant un chariot mobile, et un point d'équilibre stable (pendule vers le bas).

La littérature actuelle inclut beaucoup de travaux sur la modélisation et la commande du système chariot-pendule en utilisant sa dynamique non linéaire ou linéaire. En général, le but principal de la modélisation est de développer un modèle qui imite le plus fidèlement le système réel, et l'utilise pour déterminer la stratégie de contrôle qui permet d'obtenir un meilleur compromis entre les performances et la robustesse. La recherche d'un modèle mathématique du système chariot-pendule peut être abordée suivant deux approches distinctes, à savoir: la deuxième loi du mouvement de Newton ou bien le formalisme d'Euler-Lagrange. Plusieurs représentations mathématiques peuvent être envisagées. Il s'agit des équations différentielles, représentations d'état linéaires et non linéaires et des fonctions de transfert. Différents modèles linéaire et non linéaire ont été utilisés dans les références [4], [5], [17]. De nombreuses études ont été basées sur des modèles non linéaires simplifiés du système chariot-pendule dans (ou sans) l'espace d'état, comme: [1]-[3], [5], [8], [18], [19]. En outre, plusieurs modèles d'espace d'état non linéaires de ce système ont été considérés

dans [7], [17], [19]-[21]. Mais dans ces études, les frottements entre le chariot et le rail et entre le chariot et le pendule n'ont pas été pris en compte.

Le développement des stratégies de contrôle pour le système chariot-pendule reste toujours un sujet intéressant dans la théorie du contrôle des systèmes qu'ils soient linéaires ou non linéaires. Le contrôle du système chariot-pendule peut être divisé en deux aspects principaux. Le premier aspect est la stabilisation du système chariot-pendule ('stabilization of the cart-pendulum system' en anglais) [2], [3], [6]-[8], [17], [19]. Le deuxième aspect est le contrôle autour d'une trajectoire du système chariot-pendule ('tracking control of the cart-pendulum system' en anglais) [1], [7], [18], [20]. Le premier aspect peut être divisé en deux problèmes importants. Le premier problème concerne la stabilisation du pendule inversé autour de son point d'équilibre instable, et le deuxième traite le balancement du pendule à partir de la position d'équilibre instable (vertical vers le haut). Dans la littérature récente, il existe plusieurs stratégies appliquées au contrôle de l'angle du pendule inversé sans tenir compte du problème de la commande de la position du chariot [1], [2], [4], [5], [7], [18]-[22]. Comme il s'agit ici d'un système sous actionné et couplé, il convient de contrôler à la fois la position du chariot et l'angle du pendule. Dans ce contexte, plusieurs structures de commande peuvent être appliquées à la stabilisation ou au contrôle autour d'une trajectoire du système chariot-pendule. En utilisant des contrôleurs PID classiques, différentes structures de stabilisation et de contrôle autour d'une trajectoire du système chariot-pendule ont été appliquées dans [7]. Dans [16], une structure de contrôle de stabilisation du pendule inversé, basée sur deux contrôleurs PID classiques séparés, a été utilisée. Tandis que, dans [23], la même structure de contrôle basée sur des régulateurs classiques de type PD et PID, a été utilisée pour commander séparément, l'angle et la position d'un pendule de type OWIPS (One-Wheel Inverted Pendulum System). Une étude comparative des performances des diverses techniques de contrôle pour la stabilisation de l'angle du pendule, a été faite dans [22]. En effet, les contrôleurs flous dans différentes configurations et les contrôleurs PID classiques ont été appliqués à la commande du système pendule inversé. Pour cela, un modèle non linéaire non simplifié du système pendule inversé a été développé. Ce modèle a été linéarisé autour d'un point d'équilibre stable et a été présenté sous la forme d'une fonction de transfert de l'angle. Un contrôleur flou basé sur le SIRM (Single Input Rule Module) a été proposé dans [8] pour la stabilisation, à la fois, de l'angle du pendule et la position du chariot. Un modèle non linéaire du système pendule inversé a été considéré, mais les frottements n'ont pas été considérés. Dans la référence [3], le problème de la commande de stabilisation du pendule inversé sur un chariot a été considéré, à titre d'exemple, pour valider un contrôleur H_∞ robuste pour les descripteurs de type Takagi-Sugeno. Pour atteindre ce but, ils ont utilisé un modèle non linéaire simplifié d'un pendule inversé sur un chariot. Afin de démontrer l'efficacité d'un contrôleur PD flou linéaire réglé par un algorithme de renforcement (QL), les auteurs de [2] ont examiné le problème de la stabilisation d'un pendule inversé en position verticale en utilisant sa dynamique non linéaire simplifiée. Le contrôle d'un pendule inversé simple a été considéré par les auteurs de [5], où ils ont

utilisé des modèles non linéaires simplifiés du système considéré afin de démontrer l'efficacité d'une procédure systématique pour la conception d'un système flou de type Takagi-Sugeno. La robustesse et la performance d'une méthode d'estimation floue proposée dans [21], en utilisant un contrôleur flou global basé sur un régulateur de type LQR (Linear Quadratic Regulator), ont été évaluées par la stabilisation d'un système pendule inversé. Le système pendule inversé a été décrit par un modèle non linéaire simplifié. Mais ce modèle n'a pas tenu compte de la dynamique du chariot.

La régulation classique fonctionne actuellement à la limite de leur capacité. L'une des solutions empruntées afin de passer outre ces limites est d'introduire l'intelligence artificielle, à savoir: la logique floue, les réseaux de neurones et les algorithmes génétiques. Un certain nombre d'approches ont été proposées dans la littérature pour mettre en œuvre de telles structures de commande. Des applications développées à base de la logique floue ont démontré leur capacité à améliorer efficacement les performances des systèmes de contrôle non linéaires et adaptatifs [1], [20], [24], [25]. La majorité de ces applications appartiennent à la classe des contrôleurs PID flous [1], [2], [15], [26]-[28]. Dans la littérature, les contrôleurs PID flous peuvent être classés en trois grandes catégories comme: contrôleur de type action directe (DA), contrôleur de type hybride, et contrôleur auto-adaptatif par logique floue. La majorité des travaux de recherche dans le champ du contrôle flou utilise des structures de contrôleurs flous à deux d'entrées de type DA.

Afin d'améliorer les performances des contrôleurs flous, plusieurs approches ont été développées en littérature. Parmi elles on trouve les algorithmes génétiques. Ces algorithmes sont des algorithmes d'optimisation très généraux [29]. Ils peuvent très bien être appliqués pour optimiser les performances des contrôleurs flous [29]. D'abord, les algorithmes génétiques ont été utilisés la première fois par [30], pour optimiser les paramètres des fonctions d'appartenance d'un contrôleur flou. Par la suite, différentes méthodes d'optimisation des contrôleurs flous ont été proposées dans la littérature [31]-[34]. Dans ce contexte, une méthode de représentation des paramètres de fonctionnement d'un contrôleur flou, permettant d'optimiser leurs valeurs par un algorithme génétique, a été proposée dans [35]. Cette méthode a été appliquée au contrôleur flou utilisé dans le PID adaptatif proposé par Zhao [25]. En revanche, dans la référence [36], les gains d'un contrôleur flou ont été optimisés en utilisant les algorithmes génétiques afin de contrôler un système pendule inversé.

Les contributions principales apportées par cette thèse sont les suivantes:

- tout d'abord nous avons développé et validé un modèle d'état fidèle décrivant le comportement dynamique non linéaire et non simplifiée d'un système chariot-pendule. Ce modèle peut être utilisé pour tester et valider de nouvelles stratégies de commandes non linéaires.
- exploitation de plusieurs structures de contrôleurs flous à deux entrées et de deux différents systèmes d'inférence floue;

- développement de plusieurs stratégies floues pour deux modèles d'états linéaire et non linéaire du système considéré, permettant de contrôler, à la fois, l'angle du pendule et le déplacement du chariot;
- une méthode de comparaison fondée sur deux niveaux est proposée afin d'obtenir la meilleure stratégie floue. Le premier niveau permet d'obtenir la meilleure structure floue, tandis que le deuxième niveau a pour but de trouver le système d'inférence floue convenable;
- développement de stratégies floues robustes optimisées par les algorithmes génétiques standards associées aux deux modèles linéaire et non linéaire du système considéré.

Cette thèse est structurée de la manière suivante:

Le premier chapitre présente les étapes de la modélisation d'un système chariot-pendule à travers une étude dynamique en utilisant l'approche Newtonienne. L'objectif principal de ce chapitre est de développer et de valider un modèle d'espace d'état non linéaire non simplifié et le plus fidèle possible pour le système considéré. Ce chapitre traite aussi de la linéarisation du modèle non linéaire du système autour de ses points de fonctionnement. Les fonctions de transfert et la représentation d'état linéaire sont également établies.

Le deuxième chapitre décrit le principe général du contrôle par la logique floue. Il présente aussi les éléments de base constituant un système d'inférence floue (SIF). Il permet de classifier les contrôleurs PID flous selon leurs types. Il s'agit des contrôleurs de type action directe (DA), contrôleurs de type hybride, et contrôleurs auto-adaptatif par logique floue. Plusieurs structures de contrôleurs PID flous, que ce soit de type DA et hybride, sont présentées et discutées dans ce chapitre.

Le troisième chapitre traite de la mise en œuvre des stratégies de stabilisation floue du système global chariot-pendule-moteur. Deux modèles d'état linéaire et non linéaire du système chariot-pendule sont envisagés. Ces stratégies reposent sur deux contrôleurs flous séparés ayant les mêmes structures, comme: FPD, FPI, FPI+FPD, et FPID, et conçues par le même système d'inférence floue (c.à.d. Mamdani ou Takagi-Sugeno d'ordre zéro) pour contrôler et stabiliser, à la fois, l'angle du pendule en position d'équilibre instable et la position du chariot à une référence désirée. Dans le but d'exploiter les structures de contrôleurs flous et les deux systèmes d'inférence floue, au contrôle des modèles linéaires et non linéaires du système chariot-pendule, une méthode de comparaison est proposée. Il s'agit d'une méthode fondée sur deux niveaux de comparaison. Le premier niveau permet d'obtenir la meilleure structure floue, tandis que le deuxième niveau a pour but de trouver le système d'inférence floue convenable. Des études comparatives et d'évaluation de performances des stratégies de stabilisation floue sont effectuées.

Le quatrième chapitre concerne la présentation des algorithmes génétiques de type binaire et continu. Les aspects de base, la définition et le principe de fonctionnement d'un algorithme

génétique sont également cités. Le chapitre expose aussi les phases principales constituant la méthode basées sur les algorithmes génétiques.

Le cinquième et le dernier chapitre de cette thèse est consacré à l'optimisation des meilleures stratégies de stabilisation floue, retenues au troisième chapitre, par des algorithmes génétiques standards. En effet, les gains d'entrée et de sortie des différents contrôleurs flous, constituant les deux meilleures stratégies floues, sont ajustés hors ligne par des algorithmes génétiques standards. Afin de montrer la robustesse de ces stratégies optimisées nombreux tests sont effectués.

Enfin, nous présentons les conclusions de notre travail et les perspectives de futurs travaux.

Chapitre 1

Contribution à la modélisation d'un système chariot-pendule

Sommaire

1.1. Introduction

1.2. Modélisation d'un système chariot-pendule

1.2.1. Description du système

1.2.2. Etude dynamique du système chariot-pendule

1.2.2.1. Etude du système en translation

1.2.2.2. Etude du système en rotation

1.3. Développement d'un modèle d'espace d'état non linéaire du système chariot-pendule

1.4. Modélisation d'un moteur à courant continu

1.5. Validation du modèle d'espace d'état non linéaire proposé

1.6. Linéarisation du modèle non linéaire

1.6.1. Pendule en position verticale d'équilibre instable

1.6.2. Pendule en position verticale d'équilibre stable

1.7. Conclusion

1.1. Introduction

Depuis les années cinquante, le système pendule inversé est devenu l'un des problèmes classiques les plus importants pour vérifier l'efficacité des stratégies de contrôle en raison de ses caractéristiques: non-linéarité, couplage, et d'instabilité [1]-[5]. Il est connu comme un système typique instable, non linéaire et sous-actionné, et donc, il est considéré comme un banc de test fondamental (benchmark) dans la robotique et la théorie du contrôle des systèmes non linéaires [6]-[10]. Plusieurs livres académiques et articles de recherche sur les techniques de contrôle non linéaires associés au système pendule inversé ont été rapportés dans [9], [10]. Dans la littérature, on peut trouver les applications du pendule inversé dans plusieurs domaines, on cite comme exemple: la robotique, l'aérospatiale la médecine.

En littérature, plusieurs versions du système pendule inversé ont été étudiées. Les versions les plus souvent considérées sont: le chariot-pendule (appelé aussi pendule inversé simple) [11], le double pendule inversé en cascade [12], le double pendule inversé en parallèle [12], le triple pendule inversé [13], le quadruple pendule inversé [14], et le pendule inversé simple rotatif [15], comme le montre la figure (1-1). Nous pouvons d'ailleurs retrouver une vaste littérature à son sujet, puisque de nombreux laboratoires universitaires d'automatique ou de mécatronique ont créé leur propre pendule inversé [12]. Dans ce chapitre, la version chariot-pendule ('cart-pendulum version' en anglais), est considéré comme un objet à modéliser. En effet, ce système peut être représenté comme un SISO (single-input-single-output) ou SIMO (single-input-multiple-output) système en fonction du nombre des états que nous voulons contrôler [16].

La littérature actuelle inclut beaucoup de travaux sur la modélisation en utilisant la dynamique non linéaire ou linéaire du système chariot-pendule. En effet, différents modèles linéaires et non linéaires ont été utilisés dans [4], [5], [17]. De nombreuses études ont été basées sur des modèles non linéaires simplifiés du système chariot-pendule avec (ou sans) espace d'état [1]-[3], [5], [8], [18], [19]. En outre, les auteurs des références [7], [17], [19], [20], [21] ont utilisés des modèles d'espace d'état non linéaires du système chariot-pendule. Mais dans ces études les frottements entre le chariot et le rail et entre le chariot et le pendule n'ont pas été pris en compte. La dynamique non linéaire simplifiée d'un pendule inversé simple a été considérée dans la référence [2]. Dans la référence [3], un pendule inversé sur un chariot a été modélisé par un modèle non linéaire simplifié. Des modèles non linéaires simplifiés du système pendule inversé simple, ont été utilisés dans [5].

En général, le but principal de la modélisation est de développer un modèle qui imite le plus fidèlement le système réellement, et puis, il est utilisé pour déterminer la stratégie de contrôle qui permet d'obtenir les meilleures performances.

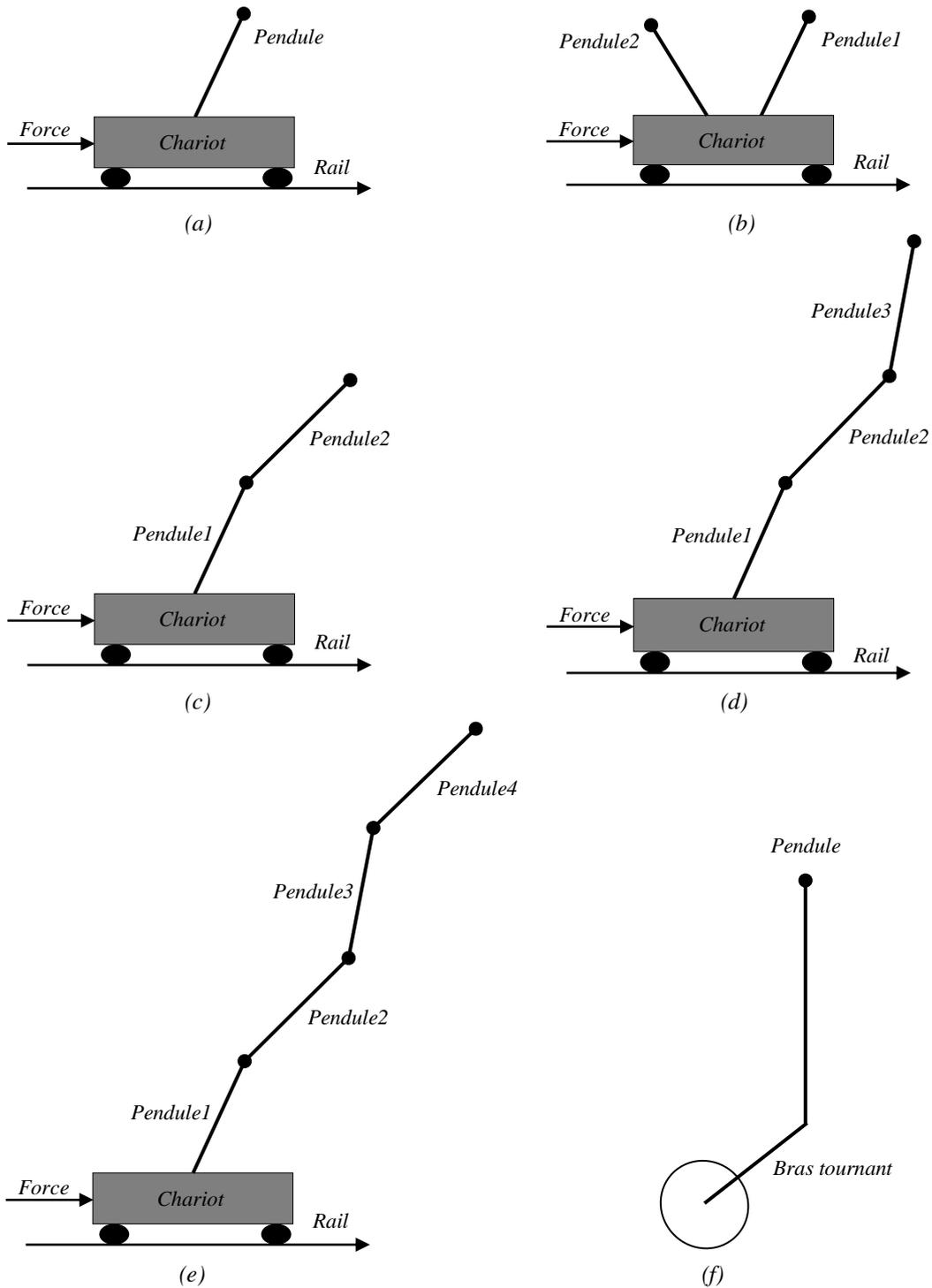


Figure (1-1) : Différentes versions du système pendule inversé. (a). Chariot-pendule. (b). Double pendule inversé en parallèle. (c). Double pendule inversé en cascade. (d). Triple pendule inversé. (e). Quadruple pendule inversé. (f). Pendule inversé simple rotatif

La première contribution de notre thèse est de développer et de valider un modèle d'espace d'état non linéaire non simplifié du système chariot-pendule qui peut être utilisé pour la validation des nouvelles stratégies de contrôle non linéaires. Dans un premier temps du présent chapitre, en

introduisant les différents frottements, nous établirons les équations dynamiques régissant le comportement non linéaire du système chariot-pendule en utilisant l'approche Newtonienne. Puis, nous développerons et nous validerons un modèle d'espace d'état non linéaire non simplifié. Nous finirons, avec la linéarisation du modèle non linéaire autour des points de fonctionnement du pendule. A partir de ces cas de figures, des fonctions de transfert et des représentations d'état linéaires seront établies.

1.2. Modélisation d'un système chariot-pendule

1.2.1. Description du système

Le système chariot-pendule est un système mécanique constitué d'un chariot mobile se déplaçant horizontalement sous l'effet d'une force F appliquée longitudinalement au moyen d'une courroie entraînée par un moteur à courant continu MCC, et un pendule pouvant tourner verticalement autour d'un axe fixé au chariot, et un rail sur lequel la position du chariot est déterminée. Comme le montre la figure (1-2), le chariot est relié à une courroie entraînée par un moteur à courant continu (actionneur). Sous l'application d'une tension de commande $U(t)$, le moteur exerce une force longitudinale $F(t)$, ce qui entraîne le déplacement du chariot $x(t)$, par rapport à l'origine choisie et une déviation du pendule $\theta(t)$, par rapport à la verticale. Ceci consiste en un système à deux degrés de libertés.

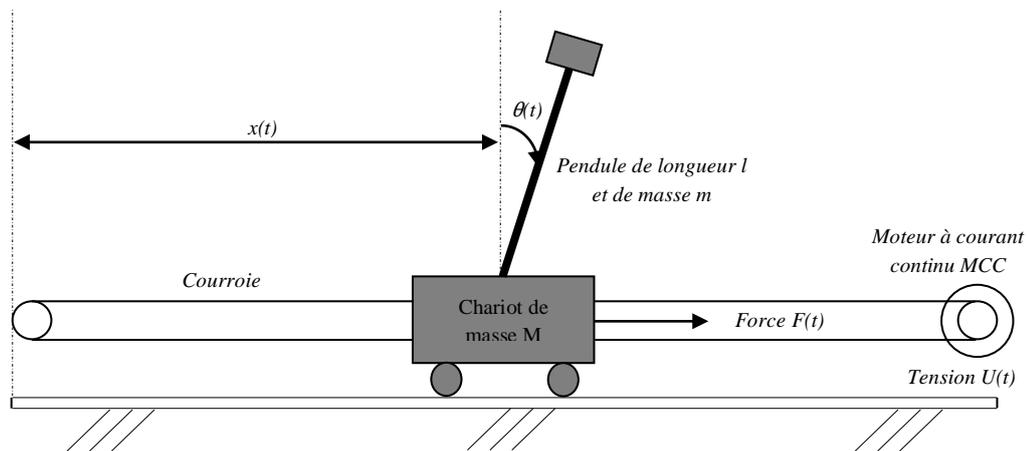


Figure (1-2) : Schéma de principe du chariot-pendule

Ce système présente des caractéristiques intéressantes permettant d'illustrer quelques problèmes types, il s'agit d'un système SISO (single-input-single-output) ou SIMO (single-input-multiple-output) en fonction du nombre des états que nous voulons contrôler, ce système est non linéaire, couplé, instable et sous-actionné.

Dans notre cas, le système considéré, comme montre la figure (1-3-a), est représenté comme un système à un seul signal d'entrée F (force du moteur), et deux sorties: θ (l'angle du pendule inversé) et x (la position du chariot). Le comportement non linéaire du système chariot-pendule représenté sur la figure (1-3-b) peut être dérivé en utilisant la deuxième loi du mouvement de Newton ou bien le formalisme d'Euler-Lagrange.

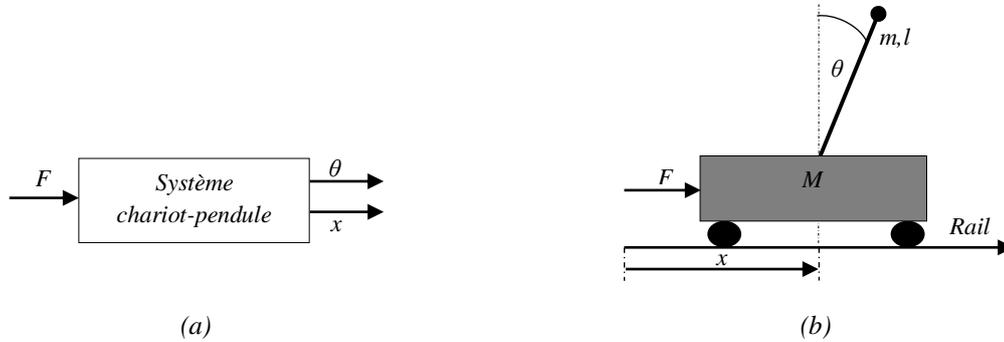


Figure (1-3): (a). Une-Entrée-Deux-Sorties du chariot-pendule. (b). Représentation du chariot-pendule

En théorie, ce système possède deux positions d'équilibre: celle du haut, $\theta = 0 \text{ rad}$ est instable que l'on cherche à stabiliser en utilisant un chariot mobile, et celle du bas, $\theta = \pi \text{ rad}$ est stable. Le principe de fonctionnement du système est très simple: après avoir ramené le pendule inversé de sa position initiale (angle différent de 0 rad) à la position verticale haute, il faut le maintenir dans cette position. En effet, quand le pendule penche vers la droite, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la gauche, et vice versa. La figure (1-4) montre les différentes situations possibles du pendule inversé simple.

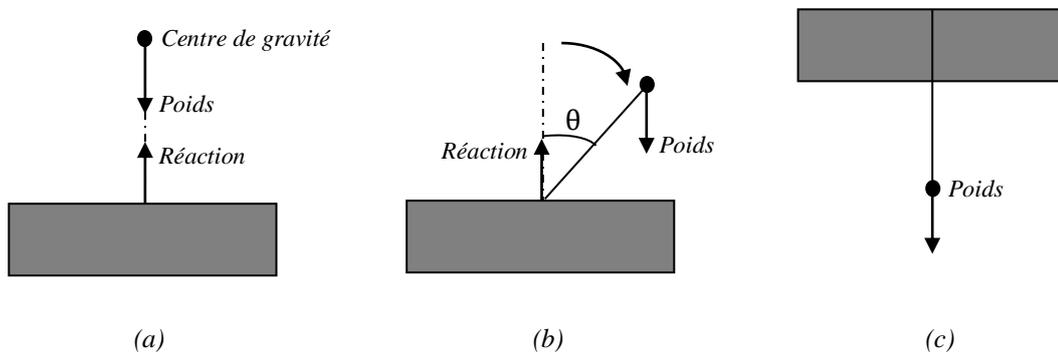


Figure (1-4) : Exemple du pendule inversé simple en situations différentes. (a). Pendule inversé en position d'équilibre instable ($\theta=0 \text{ rad}$). (b). Pendule inversé en position déséquilibré instable. (c). Pendule inversé en position d'équilibre stable ($\theta=\pi \text{ rad}$)

1.2.2. Etude dynamique du système chariot-pendule

Dans cette section, nous développerons les étapes de notre approche de modélisation d'un système chariot-pendule à travers une étude dynamique. Afin de pouvoir modéliser le système, nous devons établir les équations différentielles qui régissent le mouvement du système complet chariot-pendule. Comme il s'agit d'un système à deux variables couplées, il faudra donc établir deux équations différentielles couplées afin de pouvoir déterminer complètement sa dynamique. Pour cela, l'approche Newtonienne sera utilisée. On procédera en deux temps. Nous allons d'abord utiliser la loi fondamentale de la dynamique d'un corps solide en translation et ensuite celle de la dynamique d'un corps en rotation. Cette étape de modélisation permettra ensuite, l'obtention des modèles linéarisés autour des points de fonctionnement et donc la possibilité de synthétiser des lois de commande linéaires autour de ces points.

Afin d'obtenir ces équations du mouvement, nous sommes amenés à faire les hypothèses suivantes:

- a. Le frottement entre le chariot et le rail a été considéré;
- b. Le frottement entre le pendule et le chariot a été considéré;
- c. On considère que le pendule est constitué d'une barre et une masse ponctuelle;
- d. On néglige la masse de la barre devant la masse ponctuelle, par conséquent, les deux seules masses considérées sont celles du chariot et de la masse ponctuelle;
- e. On prend comme plan de translation le repère ' XOY ';
- f. On prend comme plan de rotation le repère ' $X_1O_1Y_1$ ';
- g. Le sens positif de la position linéaire du chariot est choisi vers la droite;
- h. Le sens positif de la position angulaire du pendule est choisi dans le sens des aiguilles d'une montre;
- i. On prend comme référence pour le chariot le centre du rail;
- j. On prend comme référence pour le pendule sa position haute (c'est sa position d'équilibre instable).

Par conséquent, d'après ces hypothèses faites, les équations du mouvement du système complet dérivées de l'approche Newtonienne vont être présentées.

Pour cela, on définit les variables suivantes: θ : position angulaire du pendule, x : position linéaire du chariot par rapport à l'origine, x_p : position du centre de gravité du pendule, $\dot{\theta}$: vitesse angulaire du pendule, \dot{x} : vitesse linéaire du chariot, \dot{x}_p : vitesse du centre de gravité du pendule, $\ddot{\theta}$:

accélération angulaire du pendule, \ddot{x} : accélération linéaire du chariot, \ddot{x}_p : accélération du centre de gravité du pendule, M : masse du chariot, m : masse du pendule, l : longueur du pendule, g : force attraction terrestre, F : force générée par le moteur MCC et appliquée longitudinalement sur le chariot, b : coefficient de frottement du chariot sur le rail. f et I sont respectivement le frottement visqueux du pendule sur son axe et le moment d'inertie du pendule.

1.2.2.1. Etude du système en translation

Dans cette partie, on s'intéresse à l'étude dynamique du système globale chariot-pendule en translation. Dans le plan 'XOY', l'ensemble chariot-pendule est en translation. Il peut être représenté par le schéma de la figure (1-5).

La modélisation mathématique de ce système repose sur l'application du principe fondamentale de la dynamique en translation au système globale chariot-pendule.

En appliquant la loi fondamentale de la dynamique au système global chariot-pendule et en projetant sur l'axe de translation 'OX', on obtient:

$$\sum_i F_i = m\ddot{x}_p + M\ddot{x} \quad (1-1)$$

D'autre part, les différentes forces appliquées au système global chariot-pendule sur l'axe 'OX' sont :

$$\sum_i F_i = F(t) - b\dot{x} \quad (1-2)$$

En portant l'équation (1-2) dans (1-1) il vient:

$$m\ddot{x}_p + M\ddot{x} + b\dot{x} = F(t) \quad (1-3)$$

D'après la figure (1-4), pour une position x du chariot, la position du centre de gravité du pendule en projetant sur l'axe 'OX' est donnée par :

$$x_p = x + l\sin(\theta) \quad (1-4)$$

En dérivant l'équation (1-4) par rapport au temps 't', on aura :

$$\dot{x}_p = \dot{x} + l\dot{\theta}\cos(\theta) \quad (1-5)$$

La dérivée première de l'équation (1-5) par rapport au temps 't' nous donne :

$$\ddot{x}_p = \ddot{x} + l\ddot{\theta}\cos(\theta) - l\dot{\theta}^2\sin(\theta) \quad (1-6)$$

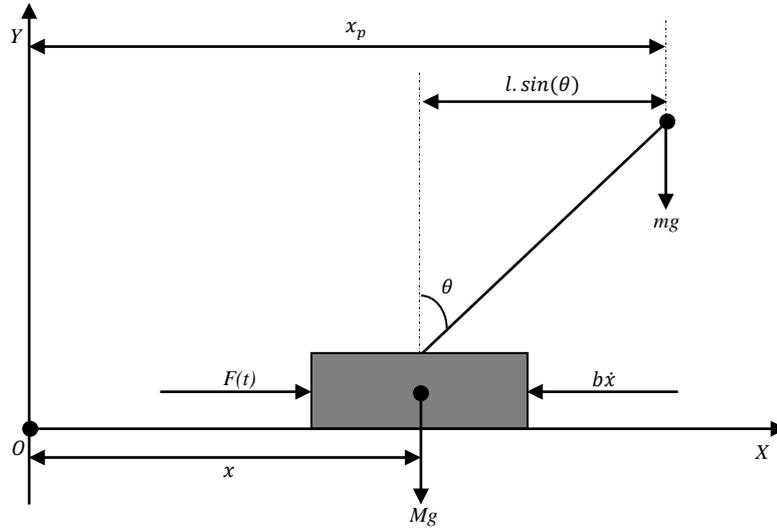


Figure (1-5) : Schéma du système pendule-chariot en translation dans le plan 'XOY'

En remplaçant (1-6) dans (1-3) il vient :

$$(m + M)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta}\cos(\theta) - ml\dot{\theta}^2\sin(\theta) = F(t) \quad (1-7)$$

1.2.2.2. Etude du système en rotation

L'objectif de cette partie est d'étudier le pendule seul en rotation, La figure suivante montre le schéma du pendule seul en rotation dans le plan ' $X_I O_I Y_I$ '.

Considérant P la force exercée par le chariot sur le pendule dans le but de le maintenir en position d'équilibre verticale instable, cette force, comme le montre la figure (1-6), est décomposable en une composante horizontale P_x et une composante verticale P_y .

En projetant sur l'axe ' $O_I X_I$ ', on trouve :

$$-P_x = m\ddot{x}_p \quad (1-8)$$

En remplaçant \ddot{x}_p par son expression (1-6) dans l'équation (1-8), on aura:

$$P_x = -m\ddot{x} - ml\ddot{\theta}\cos(\theta) + ml\dot{\theta}^2\sin(\theta) \quad (1-9)$$

D'autre part, la projection sur l'axe ' $O_I Y_I$ ' nous donne la relation suivante:

$$P_y - mg = m\ddot{y}_p \quad (1-10)$$

Depuis le triangle \widehat{abc} , la position du pendule sur l'axe ' O_1Y_1 ' est donnée par:

$$y_p = l\cos(\theta) \quad (1-11)$$

En calculant la dérivée seconde de l'équation (1-11) par rapport au temps ' t ', on aura:

$$\ddot{y}_p = -l\ddot{\theta}\sin(\theta) - l\dot{\theta}^2\cos(\theta) \quad (1-12)$$

On remplace l'équation (1-12) dans (1-10), on trouve:

$$P_y = -ml\ddot{\theta}\sin(\theta) - ml\dot{\theta}^2\cos(\theta) + mg \quad (1-13)$$

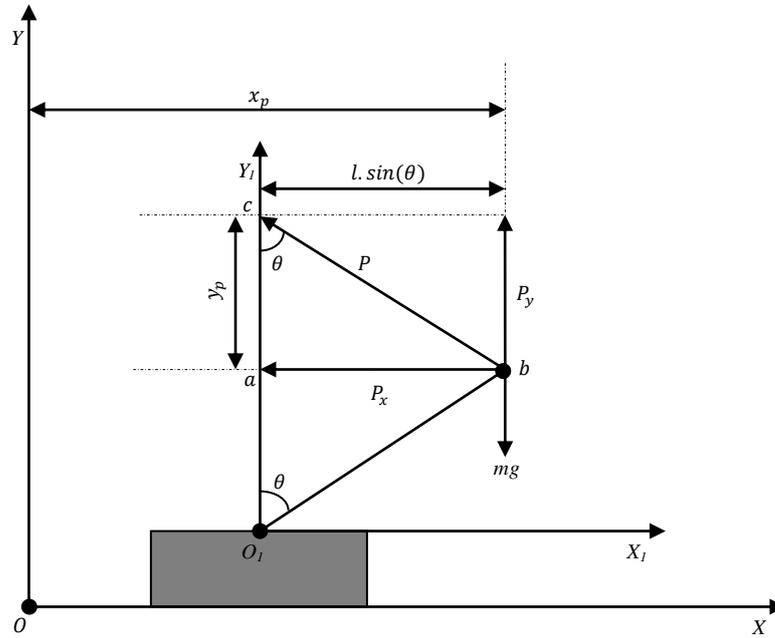


Figure (1-6) : Schéma du pendule seul en rotation dans le plan ' $X_1O_1Y_1$ '

Considérant M_j sont les moments appliqués au pendule. Par l'application de la loi fondamentale de rotation sur le pendule, on obtient:

$$\sum_j M_j = P_x l\cos(\theta) + P_y l\sin(\theta) - f\dot{\theta} = I\ddot{\theta} \quad (1-14)$$

En remplaçant les équations (1-9) et (1-13) dans (1-14) il vient:

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} - mgl\sin(\theta) + ml\ddot{x}\cos(\theta) + f\dot{\theta} = 0 \quad (1-15)$$

Après réarrangement, les équations différentielles régissant la dynamique complète du système non linéaire chariot-pendule sont données comme suit:

$$\begin{cases} (m + M)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta}\cos(\theta) - ml\dot{\theta}^2\sin(\theta) = F(t) \\ (I + ml^2)\ddot{\theta} - mgl\sin(\theta) + ml\ddot{x}\cos(\theta) + f\dot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (1-16)$$

Ces équations représentent donc le mouvement du système non linéaire chariot-pendule.

1.3. Développement d'un modèle d'espace d'état non linéaire du système chariot-pendule

Pour une commande appropriée du système chariot-pendule, il est nécessaire de convertir les équations différentielles non linéaires en une représentation d'état non linéaire. En effet, la représentation d'état des systèmes est un outil puissant permettant de modéliser le fonctionnement de systèmes linéaires ou non, en temps continu ou discret et qui possède en outre, l'avantage de conserver la représentation temporelle des phénomènes.

Dans la littérature actuelle, plusieurs modèles d'espace d'état non linéaires de ce système ont été considérés [7], [17], [19], [20], [21]. Mais dans ces études, les frottements entre le chariot et le rail et entre le chariot et le pendule n'ont pas été pris en compte. Dans notre cas, en utilisant les différents frottements, nous allons développer un modèle d'espace d'état non linéaire le plus fidèle possible du système chariot-pendule en utilisant son modèle non linéaire décrit par le système d'équations différentielles (1-16).

Pour avoir la représentation d'état non linéaire du système chariot-pendule, nous devons exprimer les variables \ddot{x} et $\ddot{\theta}$ par les fonctions non linéaires f_1 et f_2 , qui sont respectivement définies par les équations (1-17) et (1-18).

$$\ddot{x} = f_1(\dot{x}, \theta, \dot{\theta}, F) \quad (1-17)$$

$$\ddot{\theta} = f_2(\dot{x}, \theta, \dot{\theta}, F) \quad (1-18)$$

a. Détermination de l'expression de \ddot{x}

Si nous extrayons l'expression de $\ddot{\theta}$ depuis l'équation (1-7), nous obtenons l'équation (1-19).

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{ml \cos \theta} F - \frac{m+M}{ml \cos \theta} \ddot{x} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \dot{\theta}^2 - \frac{b}{ml \cos \theta} \dot{x} \quad (1-$$

19)

Puis, en substituant l'équation (1-19) dans (1-15), donne l'équation (1-20).

$$(I + ml^2) \left(\frac{1}{ml \cos \theta} F - \frac{m+M}{ml \cos \theta} \ddot{x} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \dot{\theta}^2 - \frac{b}{ml \cos \theta} \dot{x} \right) - mgl \sin \theta + ml \ddot{x} \cos \theta + f \dot{\theta} = 0 \quad (1-20)$$

Enfin, l'extraction de l'expression de \ddot{x} , conduit à l'équation (1-21).

$$\ddot{x} = f_1(\dot{x}, \theta, \dot{\theta}, F) = b(I + ml^2) S_1 \dot{x} - fml S_1 \dot{\theta} \cos \theta + (m^2 gl^2 \cos \theta - (I + ml^2) ml \dot{\theta}^2) S_1 \sin \theta - (I + ml^2) S_1 F \quad (1-21)$$

avec :

$$S_1 = \left((ml \cos \theta)^2 - (m+M)(I + ml^2) \right)^{-1} \quad (1-22)$$

b. Détermination de l'expression de $\ddot{\theta}$

Extraction de l'expression de \ddot{x} dans l'équation (1-7), conduit à l'équation (1-23).

$$\ddot{x} = \frac{1}{m+M} F - \frac{ml \cos \theta}{m+M} \ddot{\theta} + \frac{ml \sin \theta}{m+M} \dot{\theta}^2 - \frac{b}{m+M} \dot{x} \quad (1-23)$$

Puis, substituant l'équation (1-23) dans (1-15), donne l'équation (1-24).

$$ml \cos \theta \left(\frac{1}{m+M} F - \frac{ml \cos \theta}{m+M} \ddot{\theta} + \frac{ml \sin \theta}{m+M} \dot{\theta}^2 - \frac{b}{m+M} \dot{x} \right) + (I + ml^2) \ddot{\theta} - mgl \sin \theta + f \dot{\theta} = 0 \quad (1-24)$$

et l'extraction de l'expression $\ddot{\theta}$, donne l'équation (1-25).

$$\ddot{\theta} = f_2(\dot{x}, \theta, \dot{\theta}, F) = \frac{bml \cos \theta}{(m+M)(I + ml^2)} S_2 \dot{x} - \frac{f}{I + ml^2} S_2 \dot{\theta} + \left(\frac{mgl}{I + ml^2} - \frac{m^2 l^2 \cos \theta}{(m+M)(I + ml^2)} \dot{\theta}^2 \right) S_2 \sin \theta - \frac{ml \cos \theta}{(m+M)(I + ml^2)} S_2 F \quad (1-25)$$

avec :

$$S_2 = \left(1 - \frac{(ml \cos \theta)^2}{(m+M)(I + ml^2)} \right)^{-1} \quad (1-26)$$

Par conséquent, nous pouvons obtenir les équations d'état en résolvant les équations (1-21) et (1-25) par rapport à quatre variables d'état qui sont: x la position linéaire du chariot, \dot{x} la vitesse linéaire du chariot, θ la position angulaire du pendule par rapport à l'axe verticale, et $\dot{\theta}$ la vitesse angulaire du pendule par rapport à la verticale.

Donc, le système chariot-pendule peut être décrit par les équations d'état et de sortie proposées (1-27) et (1-28).

$$\text{Equation d'état:} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + B \cdot F + L \cdot \sin \theta \quad (1-27)$$

et

$$\text{Equation de sortie:} \quad \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (1-28)$$

avec:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & b(I + ml^2)S_1 & 0 & -fml \cos \theta S_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{bml \cos \theta}{(m + M)(I + ml^2)} S_2 & 0 & -\frac{f}{I + ml^2} S_2 \end{bmatrix} \quad (1-29)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -(I + ml^2)S_1 \\ 0 \\ -\frac{ml \cos \theta}{(m + M)(I + ml^2)} S_2 \end{bmatrix} \quad (1-30)$$

$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ (m^2 gl^2 \cos \theta - (I + ml^2) ml \dot{\theta}^2) S_1 \\ 0 \\ \left(\frac{mgl}{I + ml^2} - \frac{m^2 l^2 \cos \theta}{(m + M)(I + ml^2)} \dot{\theta}^2 \right) S_2 \end{bmatrix} \quad (1-31)$$

A , B et L sont nommés respectivement, la matrice d'état, la matrice d'entrée et la matrice supplémentaire.

1.4. Modélisation du moteur à courant continu

A fin de pouvoir simuler le comportement réel du système chariot-pendule, il est nécessaire de le modéliser avec son système d'entraînement. Ce dernier comprend un moteur à courant continu (MCC) à aimant permanent. En absence du couple résistant, et en considérant la tension

d'alimentation du moteur U_a comme entrée et la force F comme sortie, le moteur électrique MCC peut être décrit par un modèle d'état linéaire comme suit:

$$\begin{bmatrix} \dot{\Omega}_m \\ \dot{I}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{d_m}{J_m} & \frac{K_m}{J_m} \\ -\frac{K_b}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Omega_m \\ I_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_a} \end{bmatrix} \cdot U_a \quad (1-32)$$

et

$$F = \begin{bmatrix} 0 & \frac{K_m K_g}{r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Omega_m \\ I_a \end{bmatrix} \quad (1-33)$$

Afin de modéliser la non linéarité du moteur MCC, nous avons introduit dans ce modèle une zone morte, comme le montre la figure (1-7). Cette zone morte génère une sortie zéro dans une région spécifiée par des limites inférieure et supérieure définies par, respectivement, -0.05 v et $+0.05$ v.

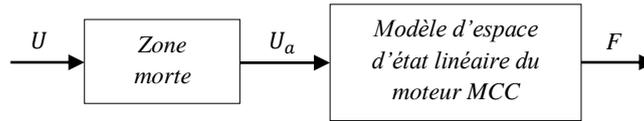


Figure (1-7) : Schéma bloc décrivant le modèle d'état linéaire du moteur MCC associé avec une zone morte

avec : U : Tension d'entrée de la zone morte [V], U_a : Tension de l'induit [V], I_a : Courant de l'induit [A], Ω_m : Vitesse angulaire de l'arbre de moteur [rad/s], $\dot{\Omega}_m$: Accélération angulaire de l'arbre de moteur [rad/s²], \dot{I}_a : La dérivée du courant de l'induit, F : Force [N], r : Rayon d'engrenage de sortie (rayon de poulies) [m], K_g : Rapport d'engrenage.

Par la suite, on adoptera les paramètres du moteur suivants: $J_m = 14 \cdot 10^{-6} \text{kg} \cdot \text{m}^2$: Moment d'inertie, $d_m = 10^{-6} \text{kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$: Coefficient de frottement visqueux, $K_m = 5 \cdot 10^{-2} \text{N} \cdot \text{m}/\text{A}$: Constante mécanique, $K_b = 5 \cdot 10^{-2} \text{N}/\text{A}$: Constante électrique du moteur, $r = 17 \cdot 10^{-4} \text{m}$: Rayon d'engrenage de sortie (rayon de poulies), $R_a = 2.5 \Omega$: Résistance de l'induit, $L_a = 25 \cdot 10^{-4} \text{H}$: Inductance de l'induit.

Pour plus de détails, en annexe A nous donnons la modélisation électrique et mécanique du moteur MCC.

1.5. Validation du modèle d'espace d'état non linéaire proposé

Afin d'appliquer des différentes lois de commande au système chariot-pendule, nous devons vérifier le modèle d'espace d'état non linéaire proposé. Dans cette étude, les deux modèles d'état décrivant le système chariot-pendule et son moteur MCC associé sont résolus par l'algorithme d'intégration d'Euler en utilisant les fichiers script du logiciel MATLAB. Naturellement, le système chariot-pendule possède deux points d'équilibre (voir les figures (1-4-a) et (1-4-c)): un point d'équilibre instable (pendule vers le haut) et un point d'équilibre stable (pendule vers le bas), correspondant respectivement à $\theta=0$ degré et $\theta=180$ degré.

Les paramètres physiques du système chariot-pendule utilisés au cours de cette étude, sont ceux donnés par le constructeur Feedback [16] : $M=2.4$ kg est la masse du chariot, $m=0.23$ kg est la masse du pendule, $l=0.38$ m est la longueur du pendule, $f=0.005$ Nms/rad: le coefficient de frottement visqueux du pendule sur son axe, $b=0.05$ Ns/m: le coefficient de frottement du chariot sur le rail, $I=0.099$ kg.m²: le moment d'inertie du pendule par rapport à son centre de gravité, $g=9.81$ m.s⁻² est la force d'attraction terrestre. En plus, la longueur physique de la trajectoire du chariot: ± 0.5 m.

Afin de valider notre modèle d'espace d'état non linéaire proposé, une petite perturbation du système en boucle ouverte peut être introduite, comme le montre la figure (1-8). En effet, cette tâche traite le balancement du pendule sans contrôleur qui maintient le pendule inversé à son point d'équilibre instable. Nous supposons que le pendule inversé est dans sa position initiale ($\theta=0.001$ rad). Nous envoyons à l'entrée du système une impulsion de 2 volts d'une durée de 0,1 seconde, pour déplacer le chariot. La tension de commande est appliquée au système par l'intermédiaire de son moteur MCC. La réponse en boucle ouverte de l'angle du pendule et la position du chariot sans contrôleur, et suite à une petite perturbation introduite à l'entrée du système, sont respectivement donnés dans les Figures (1-9) et (1-10). L'angle du pendule et la position du chariot sont données par rapport à la position d'équilibre stable et l'origine du rail, respectivement.

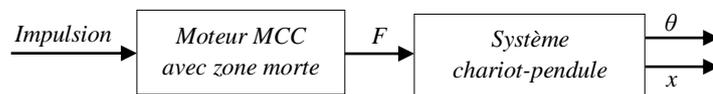


Figure (1-8) : Commande en boucle ouverte du système non linéaire chariot-pendule sans contrôleur

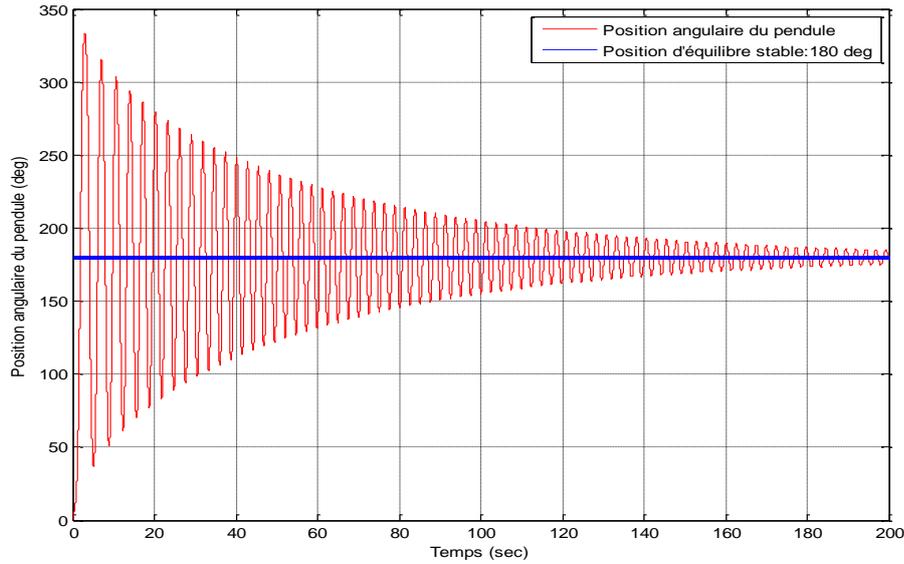


Figure (1-9) : Réponse en boucle ouverte de la position angulaire du pendule sans contrôleur

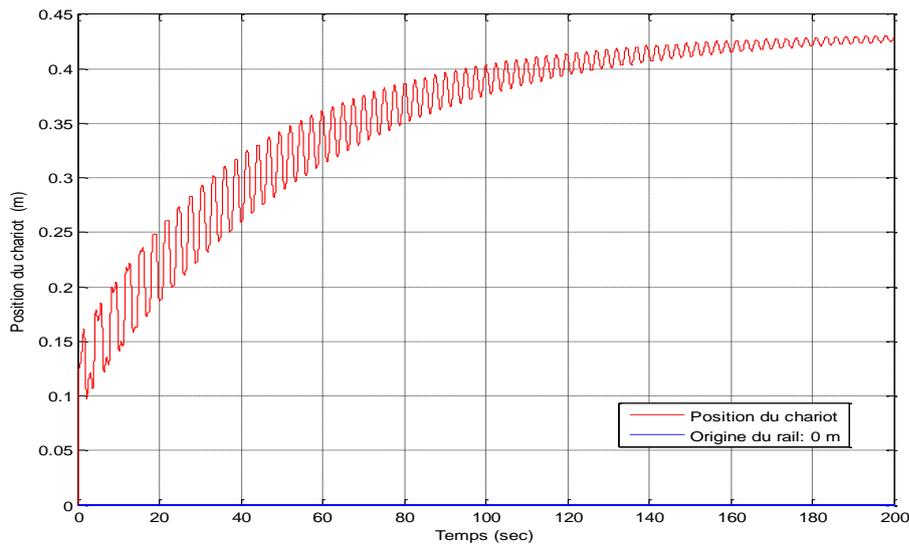


Figure (1-10) : Réponse en boucle ouverte de la position du chariot sans contrôleur

Il est constaté d'après la figure (1-9), que l'impulsion injectée dans le système a réussi à faire balancer le pendule inversé depuis sa position initiale instable. Ensuite, le pendule oscille jusqu'à ce qu'il se stabilise à la position d'équilibre stable vers le bas ($\theta = 180$ degré). Ce phénomène correspond à la situation réelle du pendule inversé. D'autre part, depuis la figure (1-10) on remarque bien que le déplacement du chariot sur le rail ne dépasse pas les limites physiques données par le constructeur [16]. Ce qui indique clairement que notre modèle proposé est correct, et par conséquent, nous pouvons affirmer qu'il est validé. En conséquence, ce modèle proposé sera

linéarisé autour des points de fonctionnement, et d'autre part, sera utilisé pour tester des différentes lois de commandes en utilisant les approches de l'intelligence artificielle.

1.6. Linéarisation du modèle non linéaire

Dans le cas où le système est destiné à fonctionner en mode régulation, une représentation locale est suffisante. C'est-à-dire que l'on souhaite maintenir les sorties le plus près possible du point de fonctionnement désiré, malgré les différentes perturbations tendant à l'en écarter. Dans ces conditions, on peut se contenter d'une représentation d'état linéaire locale, valable uniquement au voisinage du point de fonctionnement désiré pour le système. Celle-ci est obtenue à l'aide d'une linéarisation du modèle non linéaire autour d'un point d'équilibre. Dans cette partie, nous allons décrire le comportement linéaire du système chariot-pendule autour des points de fonctionnement de celui-ci.

Après avoir établi les équations non-linéaires du système, l'étape suivante consiste à effectuer une linéarisation autour des deux positions d'équilibre du système, l'une pour laquelle $\theta = 0$ correspondant à un point d'équilibre instable et l'autre pour laquelle $\theta = \pi$ correspondant à un point d'équilibre stable. Ainsi, il est possible, autour de ces points, d'effectuer une régulation du système linéarisé par des lois de commande linéaires.

1.6.1. Pendule en position verticale d'équilibre instable

On s'intéresse dans cette partie à linéarisation du système d'équations différentielles non linéaire (1-16), décrivant le système chariot-pendule, autour du point d'équilibre instable $\theta = 0$.

En considérant des petites variations $\Delta\theta$ du pendule autour d'un point d'équilibre noté θ_0 , la position angulaire θ du pendule peut s'écrire par: $\theta = \theta_0 + \Delta\theta$. Appliquant le développement de Taylor d'ordre 1 d'une fonction non linéaire $h(\theta)$ au voisinage de θ_0 tel que:

$$h(\theta) \simeq h(\theta_0) + \Delta\theta \cdot \left. \frac{dh}{d\theta} \right|_{\theta=\theta_0} \quad (1-34)$$

pour $\theta \simeq 0$, nous obtenons les approximations suivantes:

$$\sin\theta \simeq \theta ; \quad (1-35)$$

$$\cos\theta \simeq 1 ; \quad (1-36)$$

$$\dot{\theta}^2 \simeq 0. \quad (1-37)$$

Ces approximations nous permettent de dériver un modèle linéaire du système chariot-pendule, autour du point d'équilibre instable $\theta = 0$. Dans ce cas, les équations différentielles du système (1-16) deviennent :

$$\begin{cases} (m + M)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} = F(t) \\ (I + ml^2)\ddot{\theta} - mgl\theta + ml\ddot{x} + f\dot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (1-38)$$

1.6.1.1. Représentation du système linéaire par fonctions de transfert

Pour tirer les fonctions de transfert associées au système chariot-pendule, on doit appliquer la transformée de Laplace sur le système (1-38). Par conséquent, avec des conditions initiales nulles, on trouve:

$$(m + M)p^2X(p) + bpX(p) + mlp^2\theta(p) = F(p) \quad (1-39)$$

$$(I + ml^2)p^2\theta(p) - mgl\theta(p) + mlp^2X(p) + fp\theta(p) = 0 \quad (1-40)$$

où $X(p)$, $\theta(p)$ et $F(p)$ sont respectivement les transformées de Laplace de la position du chariot, l'angle du pendule et la force appliquée au chariot.

On tire l'expression de $X(p)$ depuis l'équation (1-40) il vient:

$$X(p) = -\frac{[(I+ml^2)p^2+fp-mgl]}{mlp^2}\theta(p) \quad (1-41)$$

Remplaçant (1-41) dans (1-39), puis tirant l'expression de $\frac{\theta(p)}{F(p)}$, on obtient:

$$\frac{\theta(p)}{F(p)} = \frac{p}{d_3p^3+d_2p^2+d_1p+d_0} \quad (1-42)$$

Divisant l'équation (1-41) par $F(p)$, on aura:

$$\frac{X(p)}{F(p)} = -\frac{[(I+ml^2)p^2+fp-mgl]}{mlp^2}\frac{\theta(p)}{F(p)} \quad (1-43)$$

En substituant l'équation (1-42) dans (1-43), on trouve:

$$\frac{X(p)}{F(p)} = \frac{a_2p^2+a_1p+a_0}{b_4p^4+b_3p^3+b_2p^2+b_1p} \quad (1-44)$$

avec:

$$d_3 = \frac{m^2 l^2 - (m+M)(I+ml^2)}{ml} \quad (1-45)$$

$$d_2 = -\frac{(m+M)f+b(I+ml^2)}{ml} \quad (1-46)$$

$$d_1 = \frac{mgl(m+M)-bf}{ml} \quad (1-47)$$

$$d_0 = gb \quad (1-48)$$

$$b_4 = d_3 \quad (1-49)$$

$$b_3 = d_2 \quad (1-50)$$

$$b_2 = d_1 \quad (1-51)$$

$$b_1 = d_0 \quad (1-52)$$

$$a_2 = -(I + ml^2)/ml \quad (1-53)$$

$$a_1 = -f/ml \quad (1-54)$$

$$a_0 = g \quad (1-55)$$

Il faut rappeler que ces fonctions de transfert ressemblent au comportement du système non linéaire chariot-pendule seulement pour les petites déviations de l'angle θ .

1.6.1.2. Représentation du système linéaire par espace d'état

En utilisant les approximations (1-35), (1-36) et (1-37), les équations d'état et de sortie non linéaire (1-25) et (1-26) du système chariot-pendule, deviennent alors sous la forme linéaire suivante:

$$\text{Equation d'état:} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + B \cdot F \quad (1-56)$$

et

$$\text{Equation de sortie:} \quad \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (1-57)$$

avec:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & b(I + ml^2)S_1 & gm^2l^2S_1 & -fmlS_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{bml}{(m+M)(I+ml^2)}S_2 & \frac{gml}{I+ml^2}S_2 & \frac{-f}{I+ml^2}S_2 \end{bmatrix} \quad (1-58)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -(I + ml^2)S_1 \\ 0 \\ \frac{-ml}{(m+M)(I+ml^2)}S_2 \end{bmatrix} \quad (1-59)$$

$$S_1 = \frac{1}{m^2l^2 - (m+M)(I+ml^2)} \quad (1-60)$$

$$S_2 = \frac{(m+M)(I+ml^2)}{(m+M)(I+ml^2) - m^2l^2} \quad (1-61)$$

Notons que cette dernière représentation d'état reste valable uniquement au voisinage du point d'équilibre instable du pendule $\theta \simeq 0 \text{ rad}$.

1.6.2. Pendule en position verticale d'équilibre stable

Deuxième point de fonctionnement intéressant du système chariot-pendule, il s'agit du point d'équilibre stable $\theta = \pi$. Autour de ce point, en appliquant la formule de Taylor (1-34), les termes non linéaires deviennent :

$$\sin\theta \simeq -\theta ; \quad (1-62)$$

$$\cos\theta \simeq -1 ; \quad (1-63)$$

$$\dot{\theta}^2 \simeq 0. \quad (1-64)$$

En introduisant ces linéarisations dans les équations du mouvement du système (1-16), on obtient:

$$\begin{cases} (m+M)\ddot{x} + b\dot{x} - ml\ddot{\theta} = F(t) \\ (I+ml^2)\ddot{\theta} + mgl\theta - ml\ddot{x} + f\dot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (1-65)$$

1.6.2.1. Représentation du système linéaire par fonctions de transfert

En appliquant la transformée de Laplace sur (1-65), avec conditions initiales nulles, on obtient les équations suivantes:

$$(m + M)p^2X(p) + bpX(p) - mlp^2\theta(p) = F(p) \quad (1-66)$$

$$(I + ml^2)p^2\theta(p) + mgl\theta(p) - mlp^2X(p) + fp\theta(p) = 0 \quad (1-67)$$

Par conséquent, le système chariot-pendule peut être représenté par deux fonctions de transfert.

La fonction de transfert par rapport au pendule s'écrit:

$$\frac{\theta(p)}{F(p)} = \frac{p}{d_3p^3 + d_2p^2 + d_1p + d_0} \quad (1-68)$$

La fonction de transfert par rapport au chariot s'écrit:

$$\frac{X(p)}{F(p)} = \frac{a_2p^2 + a_1p + a_0}{b_4p^4 + b_3p^3 + b_2p^2 + b_1p} \quad (1-69)$$

avec:

$$d_3 = \frac{(m+M)(I+ml^2) - m^2l^2}{ml} \quad (1-70)$$

$$d_2 = \frac{(m+M)f + b(I+ml^2)}{ml} \quad (1-71)$$

$$d_1 = (mgl(m + M) + fb)/ml \quad (1-72)$$

$$d_0 = gb \quad (1-73)$$

$$b_4 = d_3 \quad (1-74)$$

$$b_3 = d_2 \quad (1-75)$$

$$b_2 = d_1 \quad (1-76)$$

$$b_1 = d_0 \quad (1-77)$$

$$a_2 = (I + ml^2)/ml \quad (1-78)$$

$$a_1 = f/ml \quad (1-79)$$

$$a_0 = g \quad (1-80)$$

1.6.2.2. Représentation du système linéaire par espace d'état

D'autre part, le système d'équations différentielles (1-65) peut également être représenté dans l'espace d'état linéaire comme suit:

$$\text{Equation d'état:} \quad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + B \cdot F \quad (1-81)$$

et

$$\text{Equation de sortie:} \quad \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (1-82)$$

avec:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & b(I + ml^2)S_1 & gm^2l^2S_1 & fmlS_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-bml}{(m+M)(I+ml^2)}S_2 & \frac{-gml}{I+ml^2}S_2 & \frac{-f}{I+ml^2}S_2 \end{bmatrix} \quad (1-83)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -(I + ml^2)S_1 \\ 0 \\ \frac{ml}{(m+M)(I+ml^2) - m^2l^2}S_2 \end{bmatrix} \quad (1-84)$$

$$S_1 = \frac{1}{m^2l^2 - (m+M)(I+ml^2)} \quad (1-85)$$

$$S_2 = \frac{(m+M)(I+ml^2)}{(m+M)(I+ml^2) - m^2l^2} \quad (1-86)$$

Il faut noter que ces fonctions de transfert et cette dernière représentation d'état restent valables uniquement au voisinage du point d'équilibre stable du pendule $\theta = \pi \text{ rad}$.

1.7. Conclusion

Dans ce chapitre, tout d'abord nous avons développé les étapes de la modélisation du système chariot-pendule à travers une étude dynamique en utilisant l'approche Newtonienne. Par conséquent, deux équations différentielles d'ordre 2, régissant le comportement non linéaire non simplifié du système chariot-pendule, ont été établies. Puis, nous avons développé et validé un modèle d'espace d'état non linéaire non simplifié le plus fidèle possible du système chariot-pendule. Ce modèle sera utilisé dans les chapitres qui suivent pour la commande du système chariot-pendule en utilisant les techniques de l'intelligence artificielle. Ce modèle peut également être utilisé pour tester et valider de nouvelles stratégies de commandes non linéaires. La linéarisation du modèle non linéaire du système autour de ses points de fonctionnement a été aussi faite. Dans ce cas de figure, des fonctions de transfert et des représentations d'état linéaires ont été établies.

Chapitre 2

Contrôle flou et classification des contrôleurs PID flous

Sommaire

2.1. Introduction

2.2. Contrôle flou

2.2.1. Principe fondamental du contrôle par logique floue

2.2.2. Systèmes d'inférences floues

2.2.3. Architecture interne d'un système d'inférence floue

2.3. Classification des contrôleurs PID flous

2.3.1. Description des contrôleurs flous de type action directe (DA)

2.3.2. Principales structures des contrôleurs PID flous de type DA

2.3.3. Principales structures des contrôleurs PID flous de type hybride

2.4. Conclusion

2.1. Introduction

Dans la théorie des ensembles classiques, la notion d'appartenance est fondamentale, mais elle est tout ou rien, un élément appartient ou n'appartient pas à un ensemble. Un tel outil s'avère alors difficilement utilisable lorsqu'il s'agit de manipuler et d'exploiter des données vagues, imprécises, contradictoires ou lorsqu'il s'agit de classer des informations suivant des catégories aux frontières mal définies. Dans une approche de modélisation ou de représentation des connaissances qualitatives, le professeur Lotfi Zadeh de l'université de Berkeley aux USA, chercha à formaliser l'imprécision du raisonnement linguistique sous forme mathématique. Ses recherches ont abouti en 1965 au concept de la théorie des sous-ensembles flous [37]. La théorie des sous-ensembles flous, par un assouplissement de la notion d'appartenance, permet d'atteindre de tels objectifs. Le principe général de cette approche se base sur l'appartenance graduelle d'un élément X à un ensemble A_f . Elle s'avère alors plus adaptée pour la représentation des connaissances qualitatives. Puis en 1973, il a introduit le concept de la logique floue [38]. La commande de systèmes complexes constitue un domaine d'application intéressant pour l'application de cette théorie, ses principes ont été appliqués pour la première fois en 1974 par l'équipe du professeur E. H. Mamdani à l'élaboration d'un premier contrôleur flou pour commander un moteur à vapeur [39]. Ensuite, en 1985, un autre type de régulateur flou a été développé par Takagi et Sugeno (TS) [40]. La mise en œuvre pratique de cette nouvelle théorie, a été réalisée en 1978 par la société danoise F. L. Smidth pour le contrôle de fours à ciment. C'est là la première véritable application industrielle de la logique floue. Dans les années 80, plusieurs applications industrielles grand public commencent à immerger. A la fin des années 1980, c'est d'une véritable explosion du flou au Japon, il s'agit entre autre du contrôle flou du métro de Sendai (1987-1990) [41]. Aujourd'hui, plusieurs constructeurs d'automates programmables industriels proposent des fonctions de commande floue, comme la société OMRON qui fournit actuellement plusieurs produits industriels de régulation et de contrôle basés sur ces principes.

Plusieurs structures de contrôleurs PID flous ont été développées dans la littérature. Ces structures peuvent être classées en trois grandes catégories comme: les contrôleurs de type action directe (DA), les contrôleurs de type hybride, et les contrôleurs auto-adaptatif par logique floue [42]-[44].

Dans une première partie, nous exposons le principe du contrôle par la logique floue. Les éléments de base constituant un système d'inférence floue (SIF) à savoir la fuzzification, la base de connaissances et la défuzzification, sont aussi cités. Dans la deuxième partie, nous donnons une classification des contrôleurs PID flous. Par conséquent, plusieurs architectures des contrôleurs flous de type P, I, D, PD, PI, et PID sont présentées et discutées. On note que quelques terminologies de base de la logique floue seront exposées en annexe B.

2.2. Contrôle flou

2.2.1. Principe fondamentale du contrôle par logique floue

Le contrôle flou est une application de la logique floue au contrôle des systèmes dynamiques pour lesquels on ne possède pas de modèles satisfaisants. En effet, cette méthode permet d'obtenir une loi de réglage souvent très efficace sans devoir faire des modélisations approfondies. En commande floue, la connaissance des diverses fonctions de transferts n'est pas nécessaire. Son principe est simple: il s'agit dans la plupart des cas d'imiter le comportement d'un opérateur humain dans la régulation d'un processus complexe, à l'aide des règles floues. Par opposition à un régulateur classique, le régulateur par logique floue (RLF) ne traite pas une relation mathématique bien définie, mais utilise des inférences avec plusieurs règles, se basant sur des variables linguistiques. Par des inférences avec plusieurs règles, il est possible de tenir compte des expériences acquises par les opérateurs d'un processus technique.

2.2.2. Systèmes d'inférences floues

Les systèmes d'inférences floues (SIF) sont des outils méthodologiques de modélisation utilisés pour la représentation et le traitement des connaissances humaines. Ces outils sont élaborés sur la base du formalisme de la logique floue. Un SIF peut être considérée comme un système logique qui utilise des règles linguistiques pour établir des relations entre ses variables d'entrée et de sortie. En littérature, on distingue classiquement deux grandes familles de SIF: SIF de type Mamdani [39] et SIF de type Takagi-Sugeno-Kang (TSK) [40]. L'inférence floue de Mamdani est une méthode de synthèse des systèmes d'inférence floue utilisant des règles floues, sous la forme "**SI ... ALORS ...**", dans lesquelles les prémisses et les conclusions sont simultanément symboliques. Tandis que l'inférence floue de type TSK est, comme celle de Mamdani, construite sur une collection de règles "**SI ... ALORS ...**". Les prémisses de ces règles sont toujours exprimées symboliquement, les conclusions sont par contre de nature numérique. Dans ce cas, lorsque la conclusion est une constante (singleton), le contrôleur flou résultant est appelé un contrôleur TS à conclusion constante (ou d'ordre zéro). Un contrôleur TSK à conclusion constante souvent appelé contrôleur de Sugeno.

Architecture interne d'un système d'inférence floue

Dans un bloc de régulation, le système d'inférence floue doit convertir les valeurs réelles à son entrée en valeurs floues, les traiter avec des règles floues et reconvertir le signal de commande de valeurs floues en valeurs réelles pour l'appliquer au système. Le principe de fonctionnement d'un système d'inférence floue repose sur l'architecture présentée par la figure (2-1). Les rôles de chaque interface sont comme suit:

a. Interface de fuzzification

L'interface de fuzzification consiste d'une part à établir les plages de valeurs pour les fonctions d'appartenance à partir des valeurs des différentes variables d'entrées et de sorties; d'autre part, il permet de calculer, pour chaque valeur d'entrée numérique (réelle), les degrés d'appartenance aux sous-ensembles flous associés et prédéfinis dans la base de données du système flou. Ce bloc réalise la transformation des entrées numériques en informations symboliques floues utilisables par la base de connaissances.

b. Interface de base de connaissances

Une base de connaissances dans un SIF peut être considérée comme l'association d'une base de règles floues et d'un moteur d'inférence. C'est au niveau de ce dernier bloc (moteur d'inférence) que se déroule le mécanisme de déduction du système, qui débouche sur la détermination des valeurs de sortie du contrôleur flou. Les règles floues lient les variables de sortie aux variables d'entrée afin de tirer des conclusions ou déductions floues. Chaque règle floue est composée de prémisses liées par les opérateurs logiques 'ET', 'OU' et donne lieu à une implication floue par l'opérateur 'ALORS'. Une règle floue peut être écrite sous la forme suivante:

'SI condition1 ET condition2 ET... ET conditionk ALORS conclusion'

c. Interface de défuzzification

Le dernier bloc du SIF consiste à passer du domaine flou au domaine réel car les valeurs réelles sont celles qu'on peut appliquer aux systèmes dynamiques à commander. Donc l'interface de défuzzification a pour but de transformer les degrés d'appartenance des sous-ensembles flous de commande en grandeur numérique.

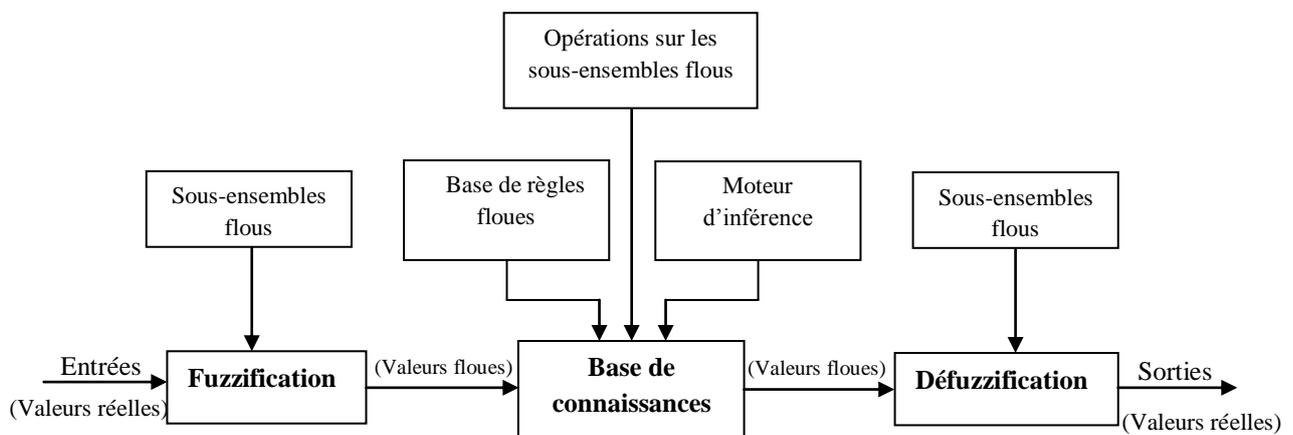


Figure (2-1) : Architecture interne d'un système d'inférence floue (SIF)

2.3. Classification des contrôleurs PID flous

Les contrôleurs PID classiques fonctionnent actuellement à la limite de leurs capacités. L'une des solutions empruntées afin de dépasser ces limites est d'introduire de la logique floue à l'intérieur de la boucle de contrôle. Par conséquent, un certain nombre d'approches ont été proposées dans la littérature pour mettre en œuvre de telles structures de commande. Les applications développées à base de logique floue ont démontré leur capacité à améliorer efficacement les performances des systèmes de contrôle non linéaires et adaptatifs [1],[20],[24],[25]. La majorité de ces applications appartiennent à la classe des contrôleurs PID flous [1], [2], [15], [26]-[28]. Dans la littérature, les contrôleurs PID flous peuvent être classés en trois grandes catégories comme: contrôleur de type action directe (DA), contrôleur de type hybride, et contrôleur auto-adaptatif par logique floue. La classification des contrôleurs PID flous est présentée par la figure (2-2).

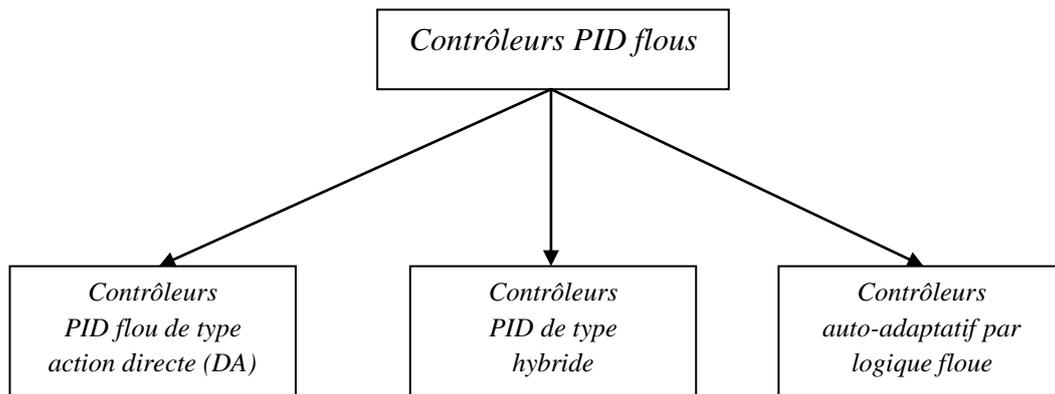


Figure (2-2) : Classification des contrôleurs PID flous

Dans les applications contenant le type DA, comme le montre la figure (2-3), un contrôleur flou est placé dans la chaîne directe de la boucle de commande, et calcule les actions PID par inférence floue. D'autre part, lorsqu'un contrôleur flou de type DA et un régulateur PID classique sont combinés, le contrôleur global résultant est appelé donc un contrôleur hybride (voir Figure (2-4)). Cependant, le contrôleur flou peut également être utilisé au niveau de surveillance en tant que dispositif de réglage automatique d'un contrôleur PID classique. Dans ce contexte, Zhao [25] a proposé un contrôleur PID classique auto-adaptatif par logique floue, comme le montre la figure (2-5). Dans cette structure de contrôle, et selon une loi de commande adaptative et non linéaire, les coefficients du contrôleur PID classique sont adaptés de manière dynamique et en temps réel en utilisant un système flou.

Dans la structure de la commande auto-adaptative proposée par Zhao (Figure (2-5)), les gains K_P , K_I et K_D du contrôleur PID classique sont calculés à partir de trois paramètres fournis en temps réel par le contrôleur flou, en utilisant les relations suivantes:

$$K_P = (K_{P,max} - K_{P,min})K'_P + K_{P,min} \quad (2-1)$$

$$K_D = (K_{D,max} - K_{D,min})K'_D + K_{D,min} \quad (2-2)$$

$$K_I = (K'_P / (\alpha K_D)) \quad (2-3)$$

où K'_P et K'_D prennent leurs valeurs dans l'intervalle $[0,1]$. Le paramètre α permet de régler la constante de temps intégrale en fonction de la constante de temps dérivée du contrôleur PID classique. En outre, les valeurs extrêmes des gains sont définies par les relations suivantes:

$$K_{P,min} = 0,32K_u, \quad K_{P,max} = 0,6K_u \quad (2-4)$$

$$K_{D,min} = 0,08K_uT_u, \quad K_{D,max} = 0,15K_uT_u \quad (2-5)$$

avec K_u et T_u sont les paramètres de la méthode empirique Ziegler-Nichols.

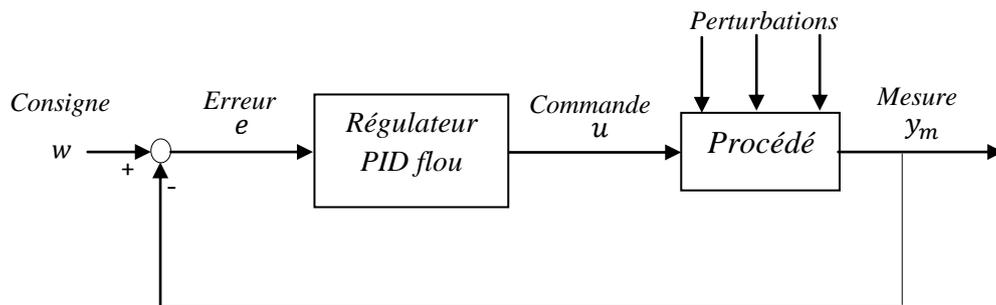


Figure (2-3) : Contrôleur PID flou de type DA

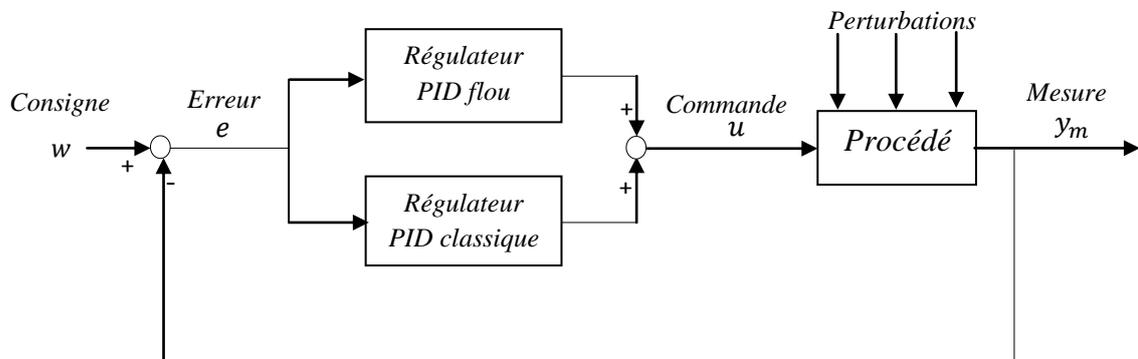


Figure (2-4) : Contrôleur PID flou de type hybride (flou-classique)

Dans la littérature, plusieurs structures de contrôleurs PID flous ont été largement étudiées, analysées et réglées [45]-[55]. Dans ce contexte, plusieurs structures de contrôleurs PID flous de type Mamdani ont été analysées en utilisant une seule ou multiple entrée en utilisant des bases de

règles couplées ou/et découplées [47]-[49], [51]. En outre, plusieurs analyses et conceptions ont été faites sur de contrôleurs PID flous de type Takagi-Sugeno (TS) [45], [46], [50], [52]-[55].

Dans cette partie nous présentons les principales structures des contrôleurs flous de type DA et hybride. Par conséquent, plusieurs architectures des contrôleurs flous de type P, I, D, PI, PD, et PID sont discutées.

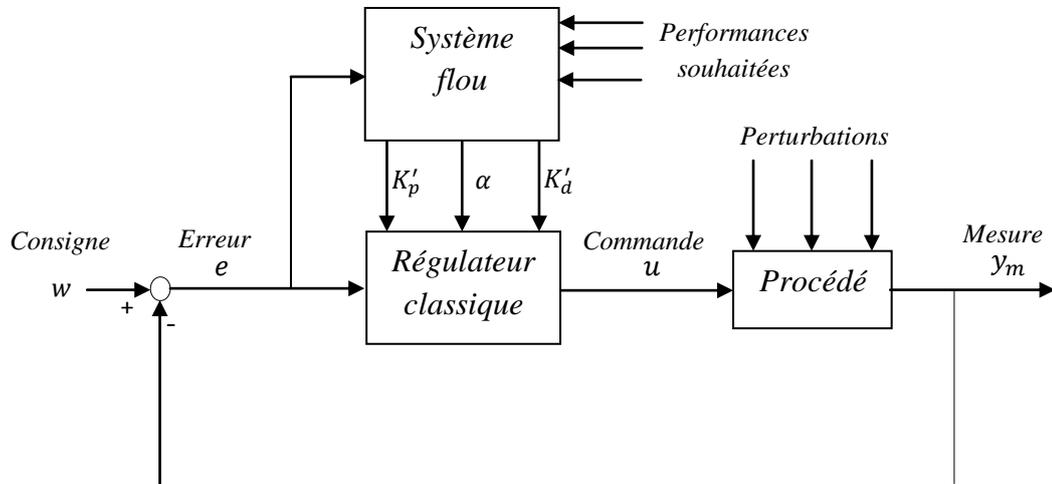
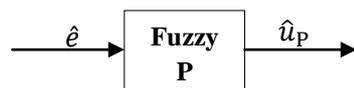


Figure (2-5) : Contrôleur auto-adaptatif par logique floue

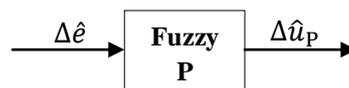
2.3.1. Description des contrôleurs flous de type action directe (DA)

2.3.1.1. Description des contrôleurs flous à action proportionnelle FP

Dans un contrôleur flou de type P, la loi de commande peut être calculée à partir d'une fonction non linéaire f_p . Cette fonction est déterminée par les paramètres flous du système d'inférence associé au contrôleur [51]. Dans [47], [56], deux variantes de base de contrôleurs flous de type proportionnel (FP) ont été proposées, comme le montre la figure (2-6).



(a). Variante A [47], [56]



(b). Variante B [47], [56]

Figure (2-6) : Contrôleurs flous de type proportionnel: FP. (a). Variante A : FP avec une sortie absolue. (b). Variante B : FP avec une sortie incrémentale

Variante A: il s'agit d'un contrôleur P flou, comme montre la figure (2-6.a), ayant une entrée \hat{e} (erreur normalisée) et une sortie absolue définie par $\hat{u}_p = f_p(\hat{e})$. Les règles d'inférence associées ont la forme suivante:

avec un FIS de type Mamdani:

SI \hat{e} est E_{i1} **ALORS** \hat{u}_p est U_{n1P}

avec un FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro: **SI** \hat{e} est E_{i1} **ALORS** $\hat{u}_p = U_{n1P}$

où E_{i1} sont les variables linguistiques associées à la variable d'entrée normalisée \hat{e} . Tel que $i1 = 1, 2, 3, \dots, N_{P1}$, avec N_{P1} : le nombre total de termes linguistiques attribués à la variable d'entrée \hat{e} . Les variables linguistiques associées à la variable de sortie absolue sont désignées par U_{n1P} . L'indice $n1P = 1, 2, 3, \dots, M_{n1P}$. La valeur de M_{n1P} représente le nombre total de termes linguistiques attribués à la variable U_{n1P} .

En utilisant l'approximation linéaire de la fonction f_p et en introduisant le gain de sortie S_u , à l'instant k l'expression de \hat{u}_p devient:

$$\hat{u}_p(k) = S_u \hat{e}(k) \quad (2-6)$$

La normalisation de l'erreur e en utilisant le facteur d'échelle S_e , donne:

$$\hat{e}(k) = S_e e(k) \quad (2-7)$$

En remplaçant l'équation (2-7) dans (2-6), on aura:

$$\hat{u}_p(k) = S_e S_u e(k) \quad (2-8)$$

Cette loi de commande ressemble à celle d'un régulateur proportionnel linéaire numérique:

$$u_p(k) = K_p e(k) \quad (2-9)$$

où $u_p(k)$ et K_p sont, respectivement, la commande et le gain proportionnel.

En comparant les deux équations (2-8) et (2-9), nous tirons:

$$K_p = S_e S_u \quad (2-10)$$

Variante B: comme montre la figure (2-6.b), l'action proportionnelle d'un contrôleur flou de type P peut être obtenue en utilisant les variations de l'erreur normalisée $\Delta \hat{e}$ comme entrée et une sortie incrémentale $\Delta \hat{u}_p$. Les règles floues associées ont la forme suivante:

avec un FIS de type Mamdani:

SI $\Delta \hat{e}$ est ΔE_{j1} **ALORS** $\Delta \hat{u}_p$ est ΔU_{n2P}

avec un FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro: **SI** $\Delta \hat{e}$ est ΔE_{j1} **ALORS** $\Delta \hat{u}_p = \Delta U_{n2P}$

où ΔE_{j1} sont les variables linguistiques associées à la variable d'entrée normalisée $\Delta \hat{e}$. Tel que $j1 = 1, 2, 3, \dots, N_{P2}$, avec N_{P2} : est le nombre total de termes linguistiques attribués à la variable d'entrée $\Delta \hat{e}$. ΔU_{n2P} sont les variables linguistiques associées à la variable de sortie absolue $\Delta \hat{u}_p$. L'indice $n2P = 1, 2, 3, \dots, M_{n2P}$. La valeur de M_{n2P} représente le nombre total de termes linguistiques attribués à la variable ΔU_{n2P} .

Dans ce cas, on a :

$$\Delta \hat{u}_P = f_P(\Delta \hat{e}) \quad (2-11)$$

et:
$$\Delta \hat{e} = S_{ce} \Delta e \quad (2-12)$$

où S_{ce} est le facteur d'échelle associé à la variable Δe (variations de l'erreur).

En introduisant le gain de sortie S_{du} et en remplaçant l'équation (2-12) dans (2-11), l'expression linéaire de la commande s'écrit donc comme suit:

$$\Delta \hat{u}_P(k) = S_{ce} S_{du} \Delta e(k) \quad (2-13)$$

En intégrant l'équation (2-13) par rapport à k , on tire:

$$\hat{u}_P(k) = S_{ce} S_{du} e(k) \quad (2-14)$$

La comparaison entre les deux équations (2-14) et (2-9) nous permet de tirer la relation entre les différents gains:

$$K_P = S_{ce} S_{du} \quad (2-15)$$

2.3.1.2. Description des contrôleurs flous à action dérivée FD

Deux structures de base de contrôleur flou de type dérivé (FD), comme le montre la figure (2-7), ont été proposées dans [47], [56]. Il s'agit d'une variante 'A' délivrant une sortie absolue et une autre variante B élabore une grandeur de commande incrémentale. La variante 'A' utilise $\Delta \hat{e}$ et \hat{u}_D comme entrée et sortie, respectivement. Tandis que la seconde variante 'B' emploie la dérivée seconde de l'erreur normalisée $\Delta^2 \hat{e}$ comme entrée et $\Delta \hat{u}_D$ comme sortie. Dans les deux cas, la loi de commande peut être calculée à partir d'une fonction non linéaire f_D . Les règles d'inférence sont de la forme suivante:

avec un FIS de type Mamdani:

pour le cas de la variante A: **SI** $\Delta \hat{e}$ est ΔE_{j2} **ALORS** \hat{u}_D est U_{n1D}

pour le cas de la variante B: **SI** $\Delta^2 \hat{e}$ est DSE_{k1} **ALORS** $\Delta \hat{u}_D$ est ΔU_{n2D}

avec un FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro:

pour le cas de la variante A: **SI** $\Delta \hat{e}$ est ΔE_{j2} **ALORS** $\hat{u}_D = U_{n1D}$

pour le cas de la variante B: **SI** $\Delta^2 \hat{e}$ est DSE_{k1} **ALORS** $\Delta \hat{u}_D = \Delta U_{n2D}$

où ΔE_{j2} et DSE_{k1} sont les variables linguistiques associées, respectivement, aux variables d'entrées normalisées $\Delta \hat{e}$ et $\Delta^2 \hat{e}$. Tels que $j2 = 1, 2, 3, \dots, N_{D1}$ et $k1 = 1, 2, 3, \dots, N_{D2}$. N_{D1} et N_{D2} sont les nombres de termes linguistiques. Les variables de sorties \hat{u}_D et $\Delta \hat{u}_D$ sont associées

respectivement aux variables linguistiques U_{n1D} et ΔU_{n2D} . Tels que $n1D = 1,2,3, \dots, M_{n1D}$ et $n2D = 1,2,3, \dots, M_{n2D}$. Avec M_{n1D} et M_{n2D} sont les nombres de termes linguistiques.



Figure (2-7) : Contrôleurs flous de type dérivé: FD. (a). Variante A : FD avec une sortie absolue.
(b). Variante B : FD avec une sortie incrémentale

Les commandes délivrées par les deux contrôleurs FD non linéaires sont définies par:

$$\hat{u}_D = f_D(\Delta\hat{e}) \quad (2-16)$$

$$\Delta\hat{u}_D = f_D(\Delta^2\hat{e}) \quad (2-17)$$

avec:

$$\Delta^2\hat{e} = S_{rce}\Delta^2e \quad (2-18)$$

L'approximation linéaire de la fonction f_D permet de déduire les versions linéaires de deux contrôleurs FD. En remplaçant les équations (2-12) et (2-18), respectivement, dans les équations (2-16) et (2-17). Puis, en introduisant les gains de sorties S_u et S_{du} , on trouve:

$$\hat{u}_D(k) = S_{ce}S_u\Delta e(k) \quad (2-19)$$

$$\Delta\hat{u}_D(k) = S_{rce}S_{du}\Delta^2e(k) \quad (2-20)$$

En intégrant l'équation (2-20) par rapport à k , on obtient:

$$\hat{u}_D(k) = S_{rce}S_{du}\Delta e(k) \quad (2-21)$$

D'autre part, le contrôleur D numérique linéaire peut être décrit par l'équation suivante :

$$u_D(k) = T_d \frac{\Delta e(k)}{T_e} \quad (2-22)$$

En comparant, les équations (2-19) et (2-20) avec l'équation (2-22), il vient:

pour la variante A:

$$T_d = T_e S_{ce} S_u \quad (2-23)$$

pour la variante B:

$$T_d = T_e S_{rce} S_{du} \quad (2-24)$$

avec: T_d , S_{rce} et T_e étant respectivement, la constante dérivée, le facteur d'échelle associé à la variable d'entrée $\Delta^2 e$ et la période d'échantillonnage.

2.3.1.3. Description des contrôleurs flous à action intégrale FI

Comme dans [47], [56], un contrôleur flou de type intégral (FI) peut être réalisé par deux variantes, comme le montre la figure (2-8), dont la loi de commande est calculée à partir d'une fonction non linéaire f_I .

Variante A: la figure (2-8.a) montre un contrôleur I flou avec une sortie absolue \hat{u}_I . Ce type de contrôleur utilise la variable de la somme de l'erreur normalisée $\Sigma \hat{e}$ comme variable entrée.

Variante B: la figure (2-8.b) montre un contrôleur I flou qui possède une sortie incrémentale $\Delta \hat{u}_I$ et une entrée normalisée \hat{e} de la variable e .



(a). Variante A [47], [56]

(b). Variante B [47], [56]

Figure (2-8) : Contrôleurs flous de type intégral: FI. (a). Variante A : FI avec une sortie absolue.
(b). Variante B : FI avec une sortie incrémentale

Loi de commande:

La variante 'A' utilise une loi absolue et non linéaire définie par $\hat{u}_I = f_I(\Sigma \hat{e})$; par contre, la variante 'B' est associée avec une loi de type incrémental et non linéaire définie comme suit: $\Delta \hat{u}_I = f_I(\hat{e})$.

Règles d'inférence floue:

Cas de la variante A:

avec un FIS de type Mamdani: **SI** $\Sigma \hat{e}$ est IE_{l1} **ALORS** \hat{u}_I est U_{n1I}

avec un FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro: **SI** $\Sigma \hat{e}$ est IE_{l1} **ALORS** $\hat{u}_I = U_{n1I}$

Cas de la variante B:

avec un FIS de type Mamdani: **SI** \hat{e} est E_{i2} **ALORS** $\Delta \hat{u}_I$ est ΔU_{n2I}

avec un FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro: **SI** \hat{e} est E_{i2} **ALORS** $\Delta \hat{u}_I = \Delta U_{n2I}$

Les variables \hat{e} , $\Sigma\hat{e}$, \hat{u}_I et $\Delta\hat{u}_I$ sont quantifiées, respectivement, par les variables linguistiques associées E_{i2} , IE_{l1} , ΔU_{n1I} et ΔU_{n2I} . Tels que $i2 = 1, 2, 3, \dots, N_{I1}$, $l1 = 1, 2, 3, \dots, N_{I2}$, $n1I = 1, 2, 3, \dots, M_{n1I}$ et $n2I = 1, 2, 3, \dots, M_{n2I}$. Avec N_{I1} , N_{I2} , M_{n1I} et M_{n2I} sont les nombres de termes linguistiques.

On suit les mêmes étapes des deux cas précédent, les deux commandes des contrôleurs flous linéaires s'écrivent alors comme suit:

pour la variante A:

$$\hat{u}_I(k) = S_{se}S_u\Sigma e(k) \quad (2-25)$$

pour la variante B:

$$\Delta\hat{u}_I(k) = S_eS_{du}e(k) \quad (2-26)$$

Intégrant l'équation (2-26) par rapport à k , on aura:

$$\hat{u}_I(k) = S_eS_{du}\Sigma e(k) \quad (2-27)$$

La loi de commande d'un régulateur I numérique linéaire peut être décrite par:

$$u_I(k) = \frac{1}{T_i}T_e\Sigma e(k) \quad (2-28)$$

En comparant les équations (2-25) et (2-27) avec l'équation (2-28), on peut tirer, par identification les relations entre les différents gains:

pour la variante A:

$$T_i = \frac{T_e}{S_{se}S_u} \quad (2-29)$$

pour la variante B:

$$T_i = \frac{T_e}{S_eS_{du}} \quad (2-30)$$

avec: T_i et S_{se} sont, respectivement, la constante d'intégration et le facteur d'échelle associé à la variable d'entrée Σe .

D'après les différentes synthèses effectuées, on peut résumer les résultats obtenus dans le tableau suivant:

	<i>Variante A</i>	<i>Variante B</i>
<i>Contrôleur P flou</i>	$S_eS_u = K_P$	$S_{ce}S_{du} = K_P$
<i>Contrôleur D flou</i>	$S_{ce}S_u = T_d/T_e$	$S_{rce}S_{du} = T_d/T_e$
<i>Contrôleur I flou</i>	$S_{se}S_u = T_iT_e$	$S_eS_{du} = T_iT_e$

Tableau (2-1) : Paramètres des contrôleurs flous linéaires de type: FP, FD et FI

2.3.1.4. Contrôleurs flous à action proportionnelle-dérivée FPD

Le principe général d'un contrôleur flou de type proportionnel-dérivé (FPD) est de remplacer la loi de commande PD classique par un système flou (fuzzification, inférence et défuzzification) décrit par une fonction non linéaire f_{PD} . Ce type de contrôleur permet d'améliorer la réponse transitoire et de réduire le dépassement. Cependant, il ne permet pas d'annuler l'erreur statique [32]. Dans la littérature, plusieurs configurations, en utilisant des sorties absolues (\hat{u}_{PD}) et incrémentales ($\Delta\hat{u}_{PD}$), ont été proposées [47], [48], [56]-[58], comme le montre la figure (2-9).

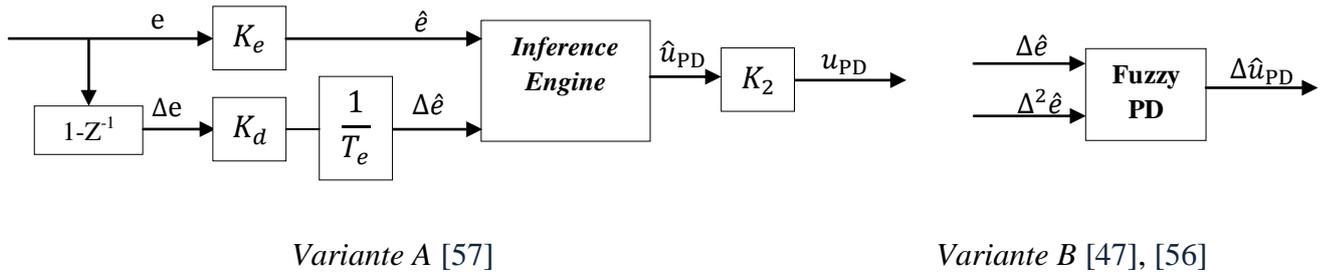


Figure (2-9) : Contrôleurs flous de type proportionnel-dérivé FPD. Variante A : FPD avec une sortie absolue. Variante B : FPD avec une sortie incrémentale

Les règles floues de ces structures ont la forme suivante:

Cas de la variante A:

FIS de type Mamdani: **SI** \hat{e} est E_{i1} **ET** $\Delta\hat{e}$ est ΔE_{j1} **ALORS** \hat{u}_{PD} est U_{n1PD}

FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro: **SI** \hat{e} est E_{i1} **ET** $\Delta\hat{e}$ est ΔE_{j1} **ALORS** $\hat{u}_{PD} = U_{n1PD}$

Cas de la variante B:

FIS de type Mamdani:

SI $\Delta\hat{e}$ est ΔE_{j2} **ET** $\Delta^2\hat{e}$ est DSE_{k1} **ALORS** $\Delta\hat{u}_{PD}$ est ΔU_{n2PD}

FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro:

SI $\Delta\hat{e}$ est ΔE_{j2} **ET** $\Delta^2\hat{e}$ est DSE_{k1} **ALORS** $\Delta\hat{u}_{PD} = \Delta U_{n2PD}$

Les variables \hat{u}_{PD} et $\Delta\hat{u}_{PD}$ sont quantifiées, respectivement, par les variables linguistiques U_{n1PD} et ΔU_{n2PD} . Tels que: $n1PD = 1, 2, 3, \dots, M_{n1PD}$ et $n2PD = 1, 2, 3, \dots, M_{n2PD}$. M_{n1PD} et M_{n2PD} sont les nombres maximums des termes linguistiques associés, respectivement, aux variables floues U_{n1PD} et ΔU_{n2PD} .

Cas de la variante A: D'après [57], la commande finale du contrôleur PD flou non linéaire peut être exprimée par:

$$u_{PD} = K_2 \cdot f_{PD} \left(K_e e, \frac{K_d}{T_e} \dot{e} \right) \quad (2-31)$$

où K_e et K_d sont les facteurs d'échelle d'entrées. K_2 est le facteur d'échelle de sortie.

En utilisant l'approximation d'Euler, la dérivée de l'erreur s'écrit alors sous la forme suivante [57]:

$$\dot{e} \approx \frac{\Delta e}{T_e} \quad (2-32)$$

Les deux facteurs d'échelle K_e et K_d sont liés par la relation $K_d = \alpha K_e$, où α est une constante [57].

L'algorithme d'un contrôleur PD classique peut être donné par:

$$u_{PD} = K_P e + \frac{K_D}{T_e} \Delta e, \quad K_D = K_P T_d \quad (2-33)$$

D'autre part, les gains du contrôleur PD flou non linéaire peuvent être calculés par les relations suivantes [57]:

$$K_P = K_2 f_{PD}(K_e) \quad (2-34)$$

$$K_D = K_2 f_{PD} \left(\frac{\alpha}{T_e} K_e \right) \quad (2-35)$$

Cas de la variante B: En introduisant les gains d'entrées S_{ce} et S_{rce} et le gain de sortie S_{du} , le signal de commande délivré par le contrôleur PD flou non linéaire est donné par l'expression suivante:

$$\Delta u_{PD}(k) = S_{du} \cdot \Delta \hat{u}_{PD}(k) = S_{du} \cdot f_{PD}(S_{ce} \cdot \Delta e(k), S_{rce} \cdot \Delta^2 e(k)) \quad (2-36)$$

2.3.1.5. Contrôleurs flous à action proportionnelle-intégrale FPI

L'objectif d'un contrôleur flou de type proportionnel-intégral (FPI) est de délivrer une loi de commande semblable avec celle obtenue par un régulateur PI classique. Le contrôleur FPI est plus pratique que FPD, parce que l'action intégrale peut supprimer l'erreur statique [58]. Cependant, il donne des mauvaises performances en régime transitoire pour les systèmes d'ordre supérieur [42]. Plusieurs structures du contrôleur FPI ont été proposées dans la littérature [47], [48], [56]-[58]. La figure (2-10) montre les deux variantes du contrôleur flou FPI.

Base de règles floues:

La description linguistique correspondante aux deux variantes du contrôleur FPI est donnée par:

Cas de la variante A:

FIS de Mamdani: **SI** \hat{e} est E_{i2} **ET** $\Delta \hat{e}$ est ΔE_{j2} **ALORS** $\Delta \hat{u}_{PI}$ est ΔU_{n2PI}

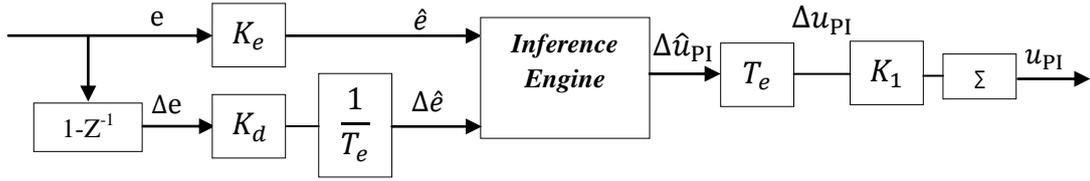
FIS de Takagi-Sugeno d'ordre zéro: **SI** \hat{e} est E_{i2} **ET** $\Delta \hat{e}$ est ΔE_{j2} **ALORS** $\Delta \hat{u}_{PI} = \Delta U_{n2PI}$

Cas de la variante B:

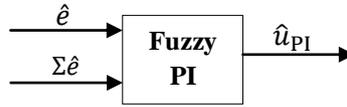
FIS de Mamdani: **SI** \hat{e} est E_{i1} **ET** $\Sigma\hat{e}$ est IE_{l1} **ALORS** \hat{u}_{PI} est U_{n1PI}

FIS de Takagi-Sugeno d'ordre zéro: **SI** \hat{e} est E_{i1} **ET** $\Sigma\hat{e}$ est IE_{l1} **ALORS** $\hat{u}_{PI} = U_{n1PI}$

où \hat{u}_{PI} et $\Delta\hat{u}_{PI}$ sont les commandes absolue et incrémentale, respectivement. U_{n1PI} et ΔU_{n2PI} sont les variables linguistiques associées aux variables \hat{u}_{PI} et $\Delta\hat{u}_{PI}$, respectivement. Tels que: $n1PI = 1, 2, 3, \dots, M_{n1PI}$ et $n2PI = 1, 2, 3, \dots, M_{n2PI}$. M_{n1PI} et M_{n2PI} sont les nombres maximums des termes linguistiques associés, respectivement, aux variables floues U_{n1PI} et ΔU_{n2PI} .



Variante A [57]



Variante B [47], [48], [56]

Figure (2-10) : Contrôleurs flous de type proportionnel-intégral FPI. Variante A: FPI avec une sortie incrémentale. Variante B: FPI avec une sortie absolue

Loi de commande:

Cas de la variante A: La commande finale du contrôleur PI flou non linéaire peut être donnée par [57]:

$$u_{PI} = K_1 \Sigma f_{PI} \left(K_e e, \frac{K_d}{T_e} \dot{e} \right) \quad (2-37)$$

où K_1 est le facteur d'échelle de sortie.

Les relations des gains du contrôleur PI flou non linéaire proposées par [57], sont les suivantes:

$$K_P = K_2 f_{PD}(K_e) \quad (2-38)$$

$$K_I = K_1 f_{PI} \left(\frac{K_d}{\alpha} \right) T_e \quad (2-39)$$

avec K_I est le gain de l'action intégrale dans un correcteur PI classique:

$$u_{PI} = K_P e + K_I \int e dt \quad (2-40)$$

Cas de la variante B: La loi du commande obtenue par la variante 'B' peut être donnée par:

$$u_{PI}(k) = S_u \cdot \hat{u}_{PI}(k) = S_u \cdot f_{PI}(S_e e(k), S_{se} \Sigma e(k)) \quad (2-41)$$

2.3.2. Principales structures des contrôleurs PID flou de type DA

Plusieurs structures de contrôleurs PID flous de type DA ont été développées dans la littérature faisant appel à un ou plusieurs systèmes flous. Parmi celles-ci, et selon le nombre de variables d'entrées, on peut distinguer trois classes des contrôleurs PID flous (de type DA), comme le montre la figure (2-11). Ces contrôleurs peuvent être construits soit en utilisant des bases de règles floues couplées ou soit découplées. Dans le premier cas, le système flou infère ses entrées en utilisant une seule matrice d'inférences. Dans le second cas, on peut associer à chaque entrée son propre système flou. On peut aussi combiner entre deux systèmes flous découplés de telles sortes que l'un infère une seule entrée tandis que l'autre traite deux entrées. Comme il est indiqué dans [59], [60], les structures à règles couplées sont les plus utilisées car elles reflètent le raisonnement humain et en plus permet de concrétiser facilement les stratégies de commandes en un seul système flou au lieu de plusieurs. Par conséquent, nombreuses configurations peuvent être considérées.

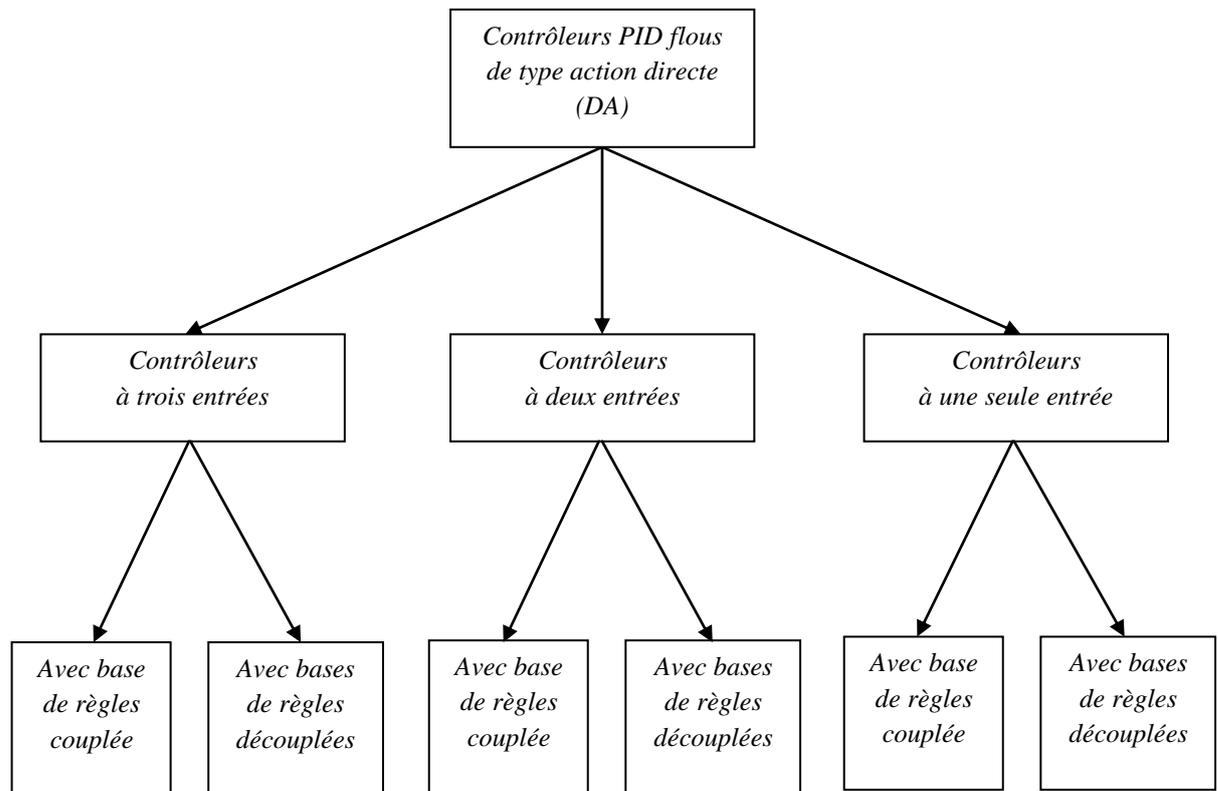
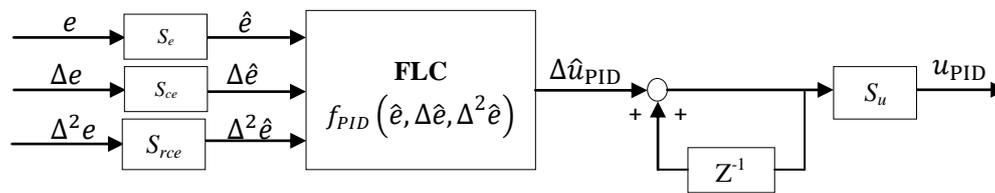


Figure (2-11) : Classification des principaux types des contrôleurs PID flous à action directe

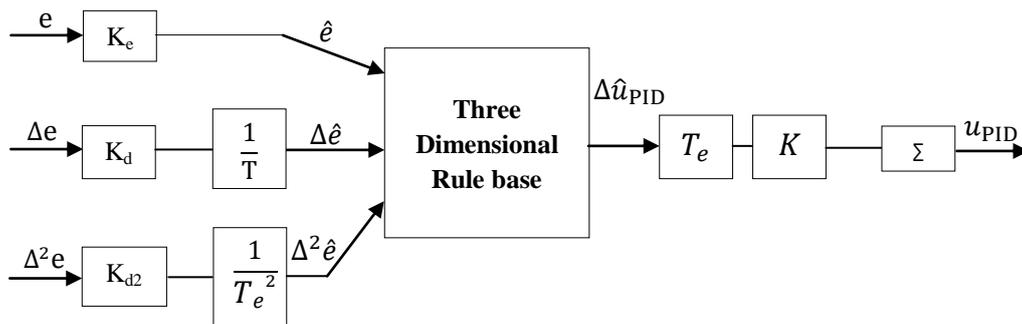
2.3.2.1. Première classe: Contrôleurs PID flous à trois entrées

Type I: Contrôleurs PID flous avec base de règles couplée

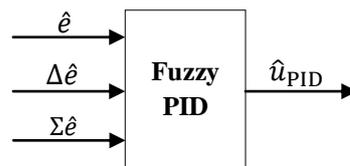
Il s'agit des contrôleurs PID flous construits par trois variables d'entrées avec une seule table de règles floues (base de règles couplée). Ce type de contrôleurs est caractérisé par une table de règles tridimensionnelle. Il est noté que ce type utilise un nombre important de règles de l'ordre $N_1 \times N_2 \times N_3$, tel que N_i est le nombre de sous-ensembles flous associés à la variable d'entrée 'i'. Par conséquent, la difficulté de ce type réside dans la complexité de construire une base de règles floues en trois dimensions. Cependant, l'avantage de ce type de contrôleurs c'est que permet d'avoir des non linéarités en trois dimensions. La figure (2-12) montre les différentes configurations possibles de contrôleurs PID flous à trois entrées et avec une base de règle couplée, proposées dans la littérature [47]-[49], [56], [57].



Variante A, Approche 1 [47]-[49], [56]



Variante A, Approche 2 [57]



Variante B [47], [48], [56]

Figure (2-12) : Type I: Contrôleurs PID flous avec base couplée. Variante A: FPID à trois entrées et une sortie incrémentale. Variante B: FPID à trois entrées et une sortie absolue

Les contrôleurs de ce type peuvent être exprimés par les règles suivantes:

Cas de la variante A:

FIS de Mamdani:

SI \hat{e} est E_{i1} **ET** $\Delta\hat{e}$ est ΔE_{j1} **ET** $\Delta^2\hat{e}$ est DSE_{k1} **ALORS** $\Delta\hat{u}_{PID}$ est $\Delta U_{m_1,PID}$

FIS de Takagi-Sugeno d'ordre zéro:

SI \hat{e} est E_{i1} **ET** $\Delta\hat{e}$ est ΔE_{j1} **ET** $\Delta^2\hat{e}$ est DSE_{k1} **ALORS** $\Delta\hat{u}_{PID} = \Delta U_{m_1,PID}$

Cas de la variante B:

FIS de Mamdani:

SI \hat{e} est E_{i1} **ET** $\Delta\hat{e}$ est ΔE_{j1} **ET** $\Sigma\hat{e}$ est IE_{l1} **ALORS** \hat{u}_{PID} est $U_{m_2,PID}$

FIS de Takagi-Sugeno d'ordre zéro:

SI \hat{e} est E_{i1} **ET** $\Delta\hat{e}$ est ΔE_{j1} **ET** $\Sigma\hat{e}$ est IE_{l1} **ALORS** $\hat{u}_{PID} = U_{m_2,PID}$

où $\Delta\hat{u}_{PID}$ et \hat{u}_{PID} sont les sorties, respectivement, incrémentale et absolue des contrôleurs PID flous. Elles sont quantifiées, respectivement, par les variables linguistiques $\Delta U_{m_1,PID}$ et $U_{m_2,PID}$ dont m_1 et m_2 sont les nombres de leurs sous-ensembles flous.

Dans l'approche 2 de la variante 'A', les paramètres K_{d2} et K sont les facteurs d'échelle associés, respectivement, à $\Delta^2\hat{e}$ et $\Delta\hat{u}_{PID}$.

En ce qui concerne l'approche 1 de la variante 'A' [47]-[49], [56]:

La sortie finale est produite après la prise de la somme cumulée de la sortie du contrôleur PID flou. Par conséquent, la commande finale peut être exprimée comme suit [47]-[49], [56]:

$$u_{PID}(k) = S_u \sum_{q=0}^K \Delta\hat{u}_{PID}(q) \quad (2-42)$$

D'autre part, les gains du contrôleur PID flou sont réglés en utilisant les expressions suivantes [47]-[49], [56]:

$$K_P = S_u S_{ce} \beta_3 / \alpha_2 \quad (2-43)$$

$$K_I = S_u S_e \beta_3 / (\alpha_1 T_e) \quad (2-44)$$

$$K_D = S_u S_{rce} \beta_3 T_e / \alpha_3 \quad (2-45)$$

tels que:

$$\alpha_i = \frac{1}{N_{i-1}}, \quad \text{avec } i = 1, 2, 3 \quad (2-46)$$

$$\beta_3 = \frac{2}{N_1 + N_2 + N_3 - 2} \quad (2-47)$$

où α_i, β_3 : paramètres réglables. Les paramètres K_P, K_I et K_D sont les gains d'un régulateur PID linéaire numérique (classique):

$$u_{PID}(k) = K_P e(k) + K_I \sum_{q=0}^k e(q) T_e + K_D \Delta e(k) / T_e \quad (2-48)$$

Type II: Contrôleurs PID flous avec bases de règles découplées

Les contrôleurs de ce type sont obtenus par la combinaison de plusieurs systèmes flous. Plusieurs approches peuvent être considérées, comme le montre la figure (2-13).

Contrôleurs de type FP+FI+FD (Variante A):

Il s'agit des contrôleurs PID flous formés par une combinaison de trois contrôleurs flous de base, c.à.d., FP, FI et FD. Dans ce cas, deux approches peuvent être envisagées.

Cas de l'approche 1:

Dans cette première approche [47], [56], chaque contrôleur est construit par son propre système flou qui infère une seule entrée et génère une seule sortie incrémentale. La base de règles dans ces contrôleurs est représentée comme suit:

avec un FIS de type Mamdani:

$$\begin{aligned} \text{SI } \hat{e} \text{ est } E_{i1} \text{ ALORS } \Delta \hat{u}_I \text{ est } \Delta U_{n1I} \\ \text{SI } \Delta \hat{e} \text{ est } \Delta E_{j1} \text{ ALORS } \Delta \hat{u}_P \text{ est } \Delta U_{n1P} \\ \text{SI } \Delta^2 \hat{e} \text{ est } DSE_{k1} \text{ ALORS } \Delta \hat{u}_D \text{ est } \Delta U_{n1D} \end{aligned}$$

avec un FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro:

$$\begin{aligned} \text{SI } \hat{e} \text{ est } E_{i1} \text{ ALORS } \Delta \hat{u}_I = \Delta U_{n1I} \\ \text{SI } \Delta \hat{e} \text{ est } \Delta E_{j1} \text{ ALORS } \Delta \hat{u}_P = \Delta U_{n1P} \\ \text{SI } \Delta^2 \hat{e} \text{ est } DSE_{k1} \text{ ALORS } \Delta \hat{u}_D = \Delta U_{n1D} \end{aligned}$$

La commande finale générée par le contrôleur est exprimée comme suit:

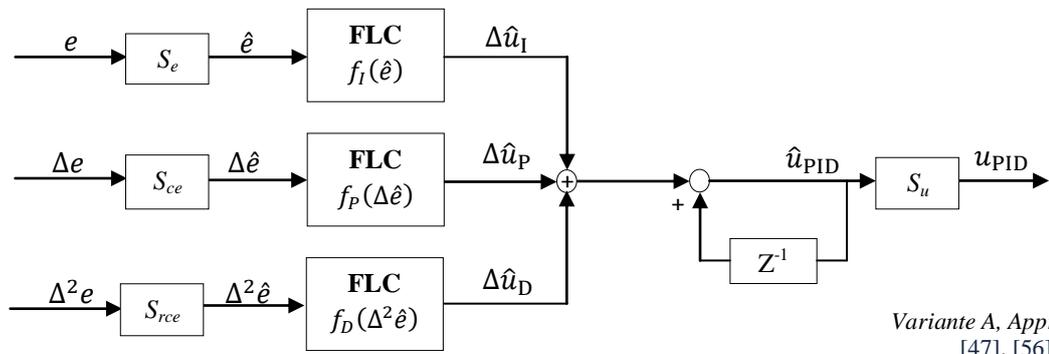
$$u_{PID}(k) = S_u \sum_{q=0}^k (\Delta \hat{u}_P(q) + \Delta \hat{u}_I(q) \Delta \hat{u}_D(q)) \quad (2-49)$$

En outre, les gains du contrôleur sont donnés par [47], [56]:

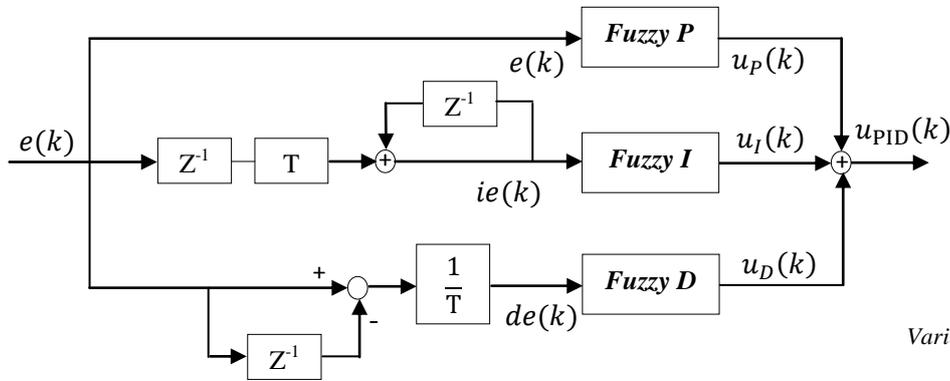
$$K_P = S_u S_{ce} \quad (2-50)$$

$$K_I = S_u S_e / T_e \quad (2-51)$$

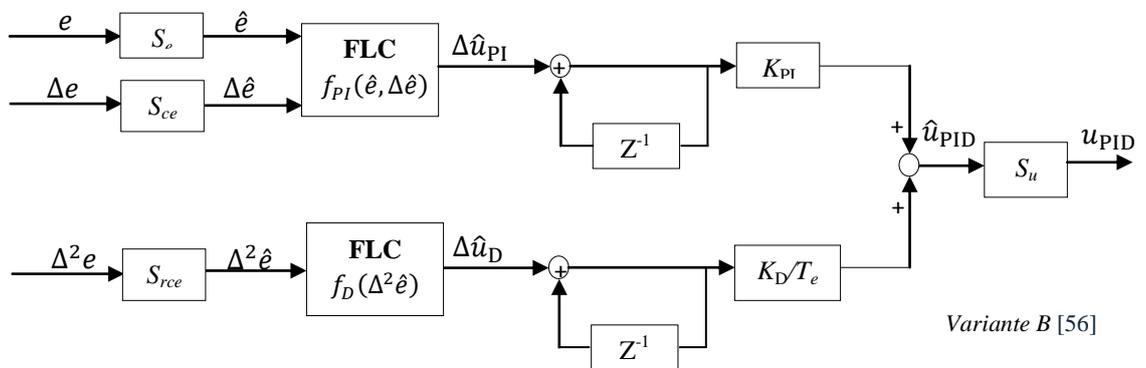
$$K_D = S_u S_{rce} T_e \quad (2-52)$$



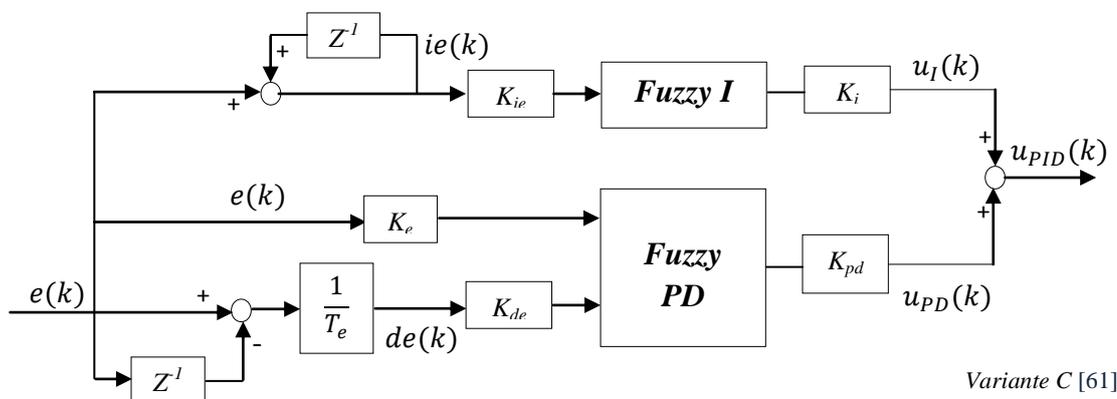
Variante A, Approche 1 [47], [56]



Variante A, Approche 2 [51]



Variante B [56]



Variante C [61]

Figure (2-13) : Type II: Contrôleurs PID flous à trois entrées et avec bases découplées. Variante A: Contrôleur FP+FI+FD. Variante B: Contrôleur FPI+FD. Variante C: Contrôleur FPD+FI

Cas de l'approche 2:

Cette approche a été proposée dans [51]. Contrairement à la première approche les systèmes flous génèrent des sorties incrémentales. Le signal de commande final généré par le contrôleur est donné par la relation suivante:

$$\begin{aligned} u_{PID}(k+1) = & defuzz\{R_E \circ fuzz(e(k))\} \\ & + defuzz\{R_{DE} \circ fuzz(de(k))\} \\ & + defuzz\{R_{IE} \circ fuzz(ie(k))\} \end{aligned} \quad (2-53)$$

où $fuzz(\cdot)$ est l'opérateur de fuzzification et $defuzz\{\cdot\}$ est l'opérateur de défuzzification. R_E , R_{DE} et R_{IE} sont des relations floues décrivant les raisonnements flous associées, respectivement, aux contrôleurs flous FP, FD et FI [51]. Avec: de et ie : qui sont respectivement, la dérivée et l'intégrale de l'erreur.

Contrôleur de type FPI+FD (Variante B):

Le contrôleur FPI+FD a été proposé par [56]. Le FPI+FD est caractérisé par la combinaison d'une base de règle du contrôleur PI flou en deux dimensions avec une base de règle en une seule dimension associée au contrôleur D flou. La loi de commande est construite par la somme de l'action de FPI et l'action dérivée floue. Dans cette approche on définit K_{PI} comme le gain de sortie d'un contrôleur PI flou.

Contrôleur de type FPD+FI (Variante C):

Un contrôleur PID flou avec bases de règles découplées peut également être obtenu en combinant les deux contrôleurs flous séparés FPD et FI [61]. La caractéristique de ce type de contrôleur est une combinaison d'une base de règle du contrôleur PD flou construite en deux dimensions avec une base de règle en une seule dimension associée au contrôleur I flou. La loi de commande est obtenue tout simplement par:

$$u_{PID}(k) = u_{PD}(k) + u_I(k) \quad (2-54)$$

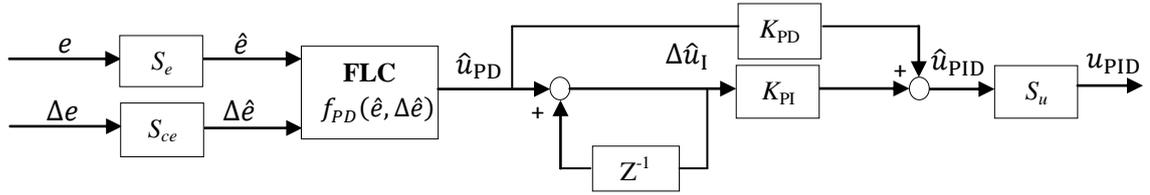
Dans la structure de la variante 'C', on définit: K_e et K_{de} comme les gains d'entrée du contrôleur PD flou et K_{pd} son gain de sortie. K_{ie} et K_i sont respectivement le gain d'entrée et le gain de sortie du contrôleur I flou.

2.3.2.2. Deuxième classe: Contrôleurs PID flous à deux entrées

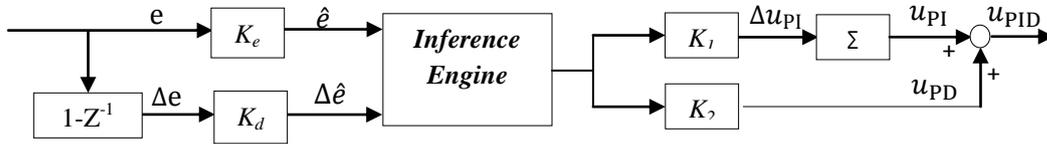
La deuxième classe de contrôleurs PID flous concerne une structure à deux entrées avec ou sans règles couplées. L'avantage de cette classe est qu'il est possible de construire un contrôleur PID flou sans avoir à calculer ni la dérivée seconde ni l'intégrale de l'erreur.

Type III: Contrôleurs PID flous avec base de règles couplée

Ce type de contrôleurs utilise l'erreur et sa dérivée première comme des entrées. Le signal de commande du contrôleur peut être obtenu en utilisant une sortie absolue (\hat{u}_{PD}) ou incrémentale $\Delta\hat{u}_{PI}$. Deux variantes ont été proposées par Mann [47], [49], [56] et Li [58], comme le montre la figure (2-14). Ces auteurs ont utilisé une base de règle en deux dimensions. Les règles d'inférence associées à ses structures sont semblables à celles utilisées dans le contrôleur PD flou de type absolu ou le contrôleur FPI de type incrémental, déjà cités précédemment.



Variante A [47], [49], [56]



Variante B [58]

Figure (2-14) : Type III : Contrôleurs PID flous à deux entrées et avec base couplée

A propos la variante A:

Le signal du contrôle final obtenu par cette variante est donné par [47], [49], [56]:

$$u_{PID}(k) = S_u \left[K_{PI} \sum_{q=0}^k \Delta\hat{u}_{PI}(q) + K_{PD} \hat{u}_{PD}(q) \right] \quad (2-55)$$

où $\Delta\hat{u}_{PI}(q) = \hat{u}_{PD}(q)$, K_{PD} et K_{PI} sont des gains de sortie.

Les gains du contrôleur peuvent être ajustés et réglés en utilisant les expressions suivantes par [47], [49], [56]:

$$K_P = \beta_2 S_u \left[\frac{S_{ce} K_{PI}}{\alpha_2} + \frac{S_e K_{PD}}{\alpha_1} \right] \quad (2-56)$$

$$K_I = \frac{\beta_2 S_u S_e K_{PI}}{\alpha_1 T_e} \quad (2-57)$$

$$K_D = \frac{\beta_2 S_u S_{ce} K_{PD}}{\alpha_2} T_e \quad (2-58)$$

$$\text{avec} \quad \beta_2 = \frac{2}{N_1 + N_2 - 1} \quad (2-59)$$

Cas de la variante B:

Les relations des gains, associés au contrôleur PID flou non linéaire, sont données par [58]:

$$K_P = K_1 FZ(K_d) + K_2 FZ(K_e) \quad (2-60)$$

$$K_I = K_1 FZ(K_e) \quad (2-61)$$

$$K_D = K_2 FZ(K_d) \quad (2-62)$$

avec FZ est représentée la relation floue associée du contrôleur PID flou non linéaire. K_e , K_d : gains d'entrée du contrôleur PID flou et K_I , K_2 ses gains de sortie.

Type IV: Contrôleurs PID flous avec bases de règles découplées

Il s'agit des structures PID floues construites par deux systèmes flous découplés. En effet, ces structures peuvent être obtenues par:

- l'association de deux structures couplées à deux entrées (variante A de la figure (2-15));
- la combinaison de deux structures couplées dont l'une à deux entrées et l'autre à une seule entrée (variantes B et C de la figure (2-15)).

Variante A: Contrôleur FPI+FPD:

La structure du contrôleur PI flou +PD flou a été présentée par Li [57] et Kwok [62]. Elle se compose d'un contrôleur PI flou en parallèle avec un PD flou. Sa base de règle est une combinaison d'une base bidimensionnelle de PD flou et une autre base bidimensionnelle de PI flou. Ses règles floues sont équivalentes avec celles qui sont déjà présentées pour les deux cas des contrôleurs FPD et FPI. L'utilité principale de cette combinaison est d'avoir la possibilité de découpler l'action PD floue de celle PI floue. En effet, dans cette structure le contrôleur FPI sert à supprimer l'erreur statique, tandis que le contrôleur FPD permet d'améliorer la réponse transitoire et de réduire le dépassement [57]. La commande obtenue par cette structure est donnée par [57]:

$$u_{PID}(k) = u_{PD}(k) + u_{PI}(k) \quad (2-63)$$

$$\text{avec} \quad u_{PI}(k) = u_{PI}(k-1) + \Delta u_{PI}(k) \quad (2-64)$$

$$\Delta u_{PI}(k) = \Delta \hat{u}_{PI}(k) T_e \quad (2-65)$$

$$\Delta \hat{u}_{PI}(k) = K_I e(k) + K_P \dot{e}(k) \quad (2-66)$$

$$u_{PD}(k) = K_P e(k) + K_D \dot{e}(k) \quad (2-67)$$

où

$$K_P = T_e K_1 FZ\left(\frac{\alpha}{T_e} K_e\right) + K_2 FZ(K_e) \quad (2-68)$$

$$K_I = T_e K_1 FZ(K_e) \quad (2-69)$$

$$\alpha = \frac{K_d}{K_e} \quad (2-70)$$

K_D a été déjà exprimé par la relation (2-35).

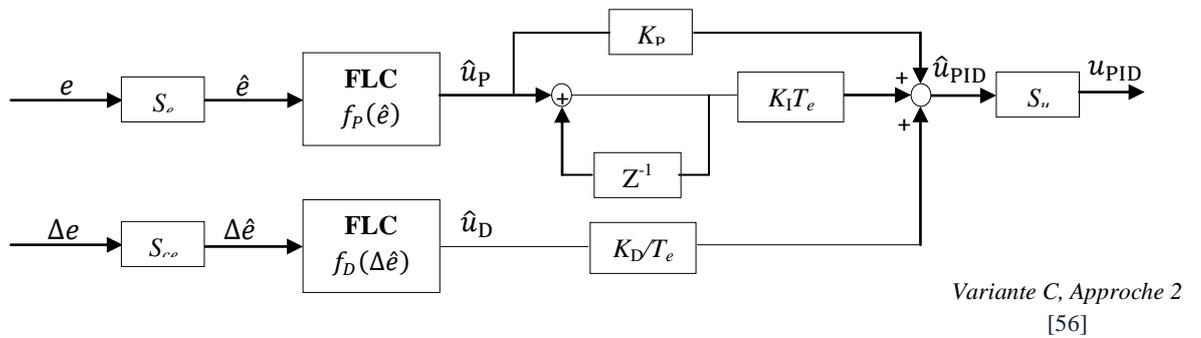
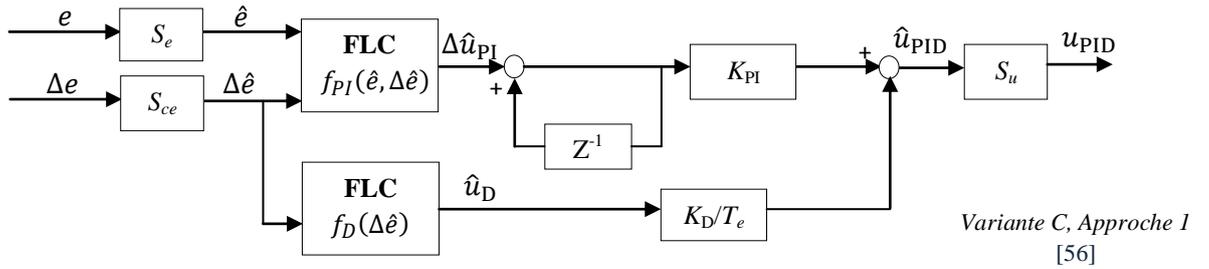
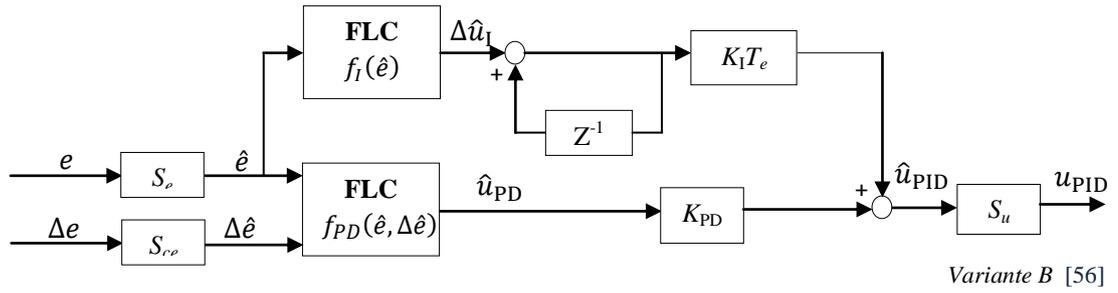
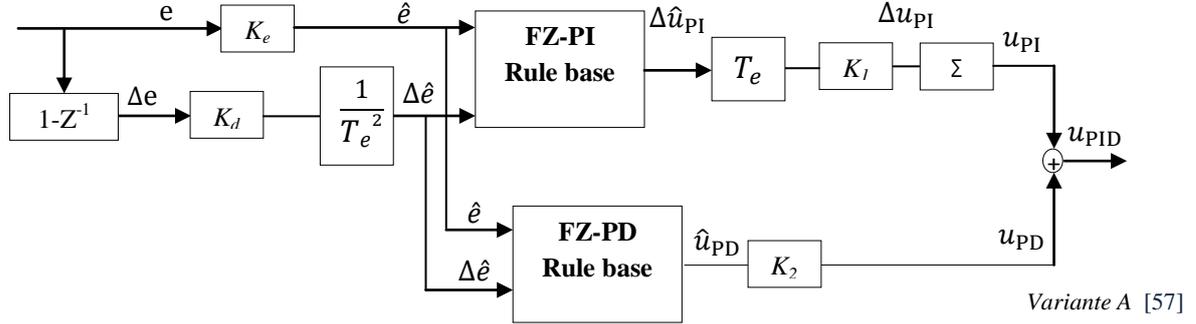


Figure (2-15) : Type IV: Contrôleurs PID flous à deux entrées et avec bases découplées.

Variante A: Contrôleur FZI+FPD. Variante B: Contrôleur FPD+FI.

Variante C: Contrôleur FZI+FD

Variante B: Contrôleur FPD+FI:

La structure du contrôleur FPD+FI a été présentée dans la thèse de Mann [56]. Le signal de commande de cette structure est construit par la somme de l'action PD flou et l'action I flou. D'autre part, sa base de connaissances s'obtient en combinant la base de règle bidimensionnelle associée au contrôleur FPD avec la base de règle unidimensionnelle du contrôleur I flou.

Variante C: Contrôleur FPI+FD:

Dans ce cas, deux approches ont été présentées dans [56]. Le contrôleur PI flou +D flou, l'approche 1, est formé en combinant l'action proportionnelle et l'action intégrale dans une structure couplée et un contrôleur séparé de type D flou. Le contrôleur FPI+FD peut également être réalisé par une association parallèle de deux structures couplées à une seule entrée, comme le montre la figure (2-15) approche 2. L'action PI flou est obtenue à partir de l'erreur, tandis que l'action D flou est réalisée en fonction de la dérivée première de l'erreur. La base de règle associée avec la structure de la première approche est constituée par une combinaison entre une base bidimensionnelle de l'action PI flou et une base unidimensionnelle de l'action D flou. Parallèlement, la structure de la deuxième approche est établie par l'association de deux bases de règles de type unidimensionnel associées aux deux contrôleurs découplés PI flou et D flou. Dans les deux cas, la commande s'obtient par la somme de l'action PI flou et l'action D flou.

2.3.2.3. Troisième classe: Contrôleurs PID flous à une seule entrée

Type V: Contrôleur PID flou avec base de règles couplée

Il s'agit d'une structure couplée à une seule entrée. Dans cette structure, le signal de l'erreur est la composante essentielle et fondamentale du contrôle. Par conséquent, en utilisant uniquement la variable \hat{e} comme entrée du système flou de type P, un seul élément \hat{u}_p peut-être inféré, tel que $\hat{u}_p \equiv \Delta \hat{u}_I$. D'autre part, si on suppose l'analogie entre l'action proportionnelle et l'action dérivée comme $\hat{u}_D(k) \equiv \hat{u}_p(k) - \hat{u}_p(k-1)$, un contrôleur PID flou peut être élaboré, comme le montre la figure (2-16) [47]. Cette structure exige uniquement N_1 règles du contrôle proportionnel flou de la forme suivante:

pour un FIS de type Mamdani: **SI** \hat{e} est E_{i1} **ALORS** \hat{u}_p est U_{n1P}

pour un FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro: **SI** \hat{e} est E_{i1} **ALORS** $\hat{u}_p = U_{n1P}$

Le contrôle final associé à cette structure est donnée par:

$$u_{PID}(k) = S_u [K_p \hat{u}_p(k) + K_i \sum_{q=0}^K \hat{u}_p(q) + K_d (\hat{u}_p(k) - \hat{u}_p(k-1))] \quad (2-71)$$

Les gains du contrôleur flou sont définis en fonction des paramètres d'un régulateur PID classique (K_p , K_I et K_D) comme suit [47], [56]:

$$K_P = S_e S_u K_p \quad (2-72)$$

$$K_I = \frac{S_e S_u K_i}{T_e} \quad (2-73)$$

$$K_D = S_e S_u K_d T_e \quad (2-74)$$

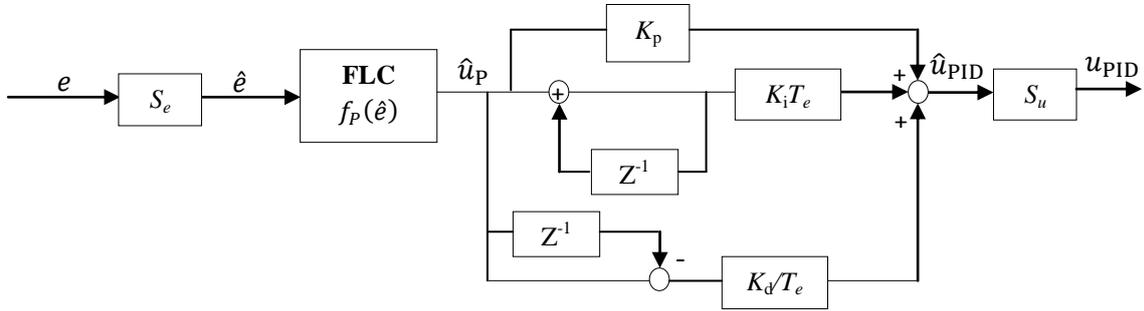


Figure (2-16) : Type V : Contrôleur PID flou à une seule entrée et avec base couplée

Type VI: Contrôleur PID flou avec bases de règles découplées

Dans ce contrôleur, trois bases de règles découplées, en utilisant uniquement l'erreur comme variable d'entrée, sont utilisées pour générer trois actions proportionnelles floues séparées comme \hat{u}_{p1} , \hat{u}_{p2} et \hat{u}_{p3} . Le nombre total des règles exigé dans ce cas est de l'ordre de $N_1 + N_2 + N_3$ [47]-[49], [56]. Par conséquent, les trois bases de règles de type proportionnel flou sont définies comme suit:

pour un FIS de type Mamdani:

SI \hat{e} est E_{i1} **ALORS** \hat{u}_p est U_{n1P1}

SI \hat{e} est E_{i2} **ALORS** \hat{u}_p est U_{n2P2}

SI \hat{e} est E_{i3} **ALORS** \hat{u}_p est U_{n3P3}

pour un FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro:

SI \hat{e} est E_{i1} **ALORS** $\hat{u}_p = U_{n1P1}$

SI \hat{e} est E_{i2} **ALORS** $\hat{u}_p = U_{n2P2}$

SI \hat{e} est E_{i3} **ALORS** $\hat{u}_p = U_{n3P3}$

D'autre part, le signal de contrôle final associé à cette structure est exprimé par:

$$u_{PID}(k) = S_u [K_p \hat{u}_{p1}(k) + K_i \sum_{q=0}^k \hat{u}_{p2}(q) + K_d (\hat{u}_{p3}(k) - \hat{u}_{p3}(k-1))] \quad (2-75)$$

Les relations des gains utilisées dans le cas précédent (type V) restent valables pour ce type du contrôleur [47], [56].

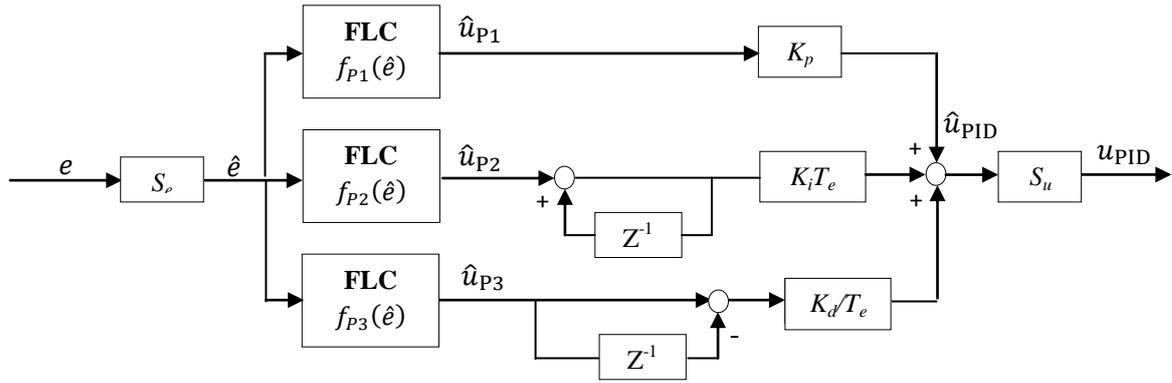


Figure (2-17) : Type VI : Contrôleur PID flou à une seule entrée et avec bases découplées

Le tableau suivant résume quelques méthodes de réglage des paramètres des contrôleurs PID flous de type DA [47], [56]:

	K_p	K_I	K_D	Paramètres à régler
Type I Variante A Approche 1	$S_u S_{ce} \beta_3 / \alpha_2$	$S_u S_e \beta_3 / (\alpha_1 T_e)$	$S_u S_{rce} \beta_3 T_e / \alpha_3$	S_u, S_{ce}, S_{rce}
Type II Variante A Approche 1	$S_u S_{ce}$	$S_u S_e / T_e$	$S_u S_{rce} T_e$	S_u, S_{ce}, S_{rce}
Type III Variante A	$\beta_2 S_u \left[\frac{S_{ce} K_{PI}}{\alpha_2} + \frac{S_e K_{PD}}{\alpha_1} \right]$	$\frac{\beta_2 S_u S_e K_{PI}}{\alpha_1 T_e}$	$\frac{\beta_2 S_u S_{ce} K_{PD}}{\alpha_2} T_e$	S_u, S_{ce}, K_{PD} ($K_{PI} = 1$)
Types V et VI	$S_e S_u K_p$	$\frac{S_e S_u K_i}{T_e}$	$S_e S_u K_d T_e$	K_p, K_i, K_d ($S_u = 1$)

Tableau (2-2) : Méthodes de réglage des paramètres des contrôleurs PID flous de type DA

2.3.3. Principales structures des contrôleurs PID flous de type hybride

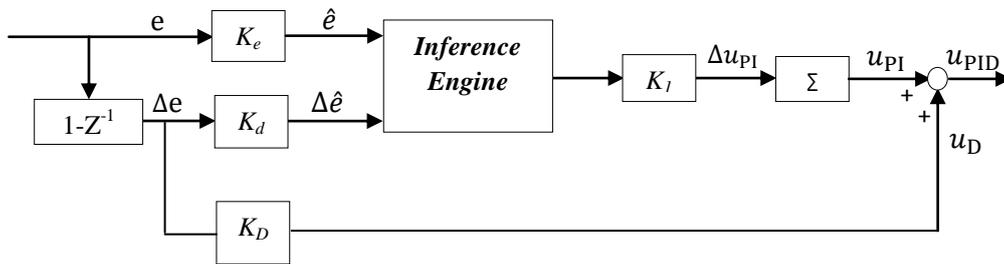
Type VII: Contrôleurs flous de type PI flou+D classique

Structure de la variante A:

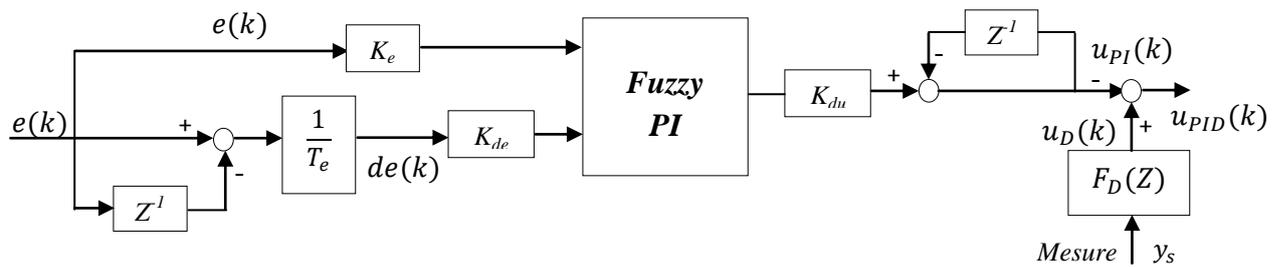
Les trois actions d'un contrôleur PID flou peuvent être obtenues en combinant les actions P et I floues avec l'action dérivée traditionnelle. La figure (2-18) montre l'algorithme de la structure PI flou+D classique proposée par Li [58]. Pratiquement, l'action dérivée peut être implémentée par la méthode traditionnelle afin de réduire le bruit à haute fréquence.

La loi de commande de cette structure s'obtient en additionnant la sortie du contrôleur PI flou et la commande de l'action dérivée conventionnelle appliquée sur l'erreur:

$$u_{PID}(k) = u_{PI}(k) + u_D(k) \quad (2-76)$$



Variante A [58]



Variante B [63]

Figure (2-18): Type VII : Contrôleurs de type PI flou+D classique

Structure de la variante B:

Une deuxième approche du contrôleur PI flou + D classique a été proposée par Qin [63], comme le montre la figure (2-18). Dans cette structure, l'opérateur dérivé est appliqué sur le signal de sortie du système (mesure) plutôt que sur l'erreur parce que ce signal ne présente pas de difficultés numériques de calcul lorsqu'un changement brusque du signal de référence désiré se produit [51].

La loi de commande consiste à la somme de la sortie du contrôleur PI flou et la commande de l'action dérivée appliquée sur la sortie du système:

$$u_{PID}(k) = u_D(k) - u_{PI}(k) \quad (2-77)$$

La fonction de transfert en temps continu de la commande de l'action dérivée est définie comme suit:

$$F_D(p) = \frac{U_D(p)}{Y_s(p)} = \frac{1+T_d p}{1+(T_d/K_d)p} \quad (2-78)$$

où $F_D(Z)$ est la version numérique de la fonction $F_D(p)$ dans le temps discret. Y_s : fonction de transfert en temps continu de la mesure.

Notons que les deux variantes sont construites par une base de règles couplées de type PI flou bidimensionnel.

Type VIII: Contrôleur flou de type P flou+ID classique

Une autre approche, pour avoir un contrôleur flou hybride, a été proposée par Li [64]. Il s'agit de la structure P flou + ID conventionnel. Dans cette structure l'opérateur intégral est appliqué à l'erreur, tandis que l'opérateur dérivé est appliqué sur le signal de sortie du système, comme le montre la figure (2-19). La loi de commande incrémentale générée par le contrôleur P flou + ID conventionnel (FP+ID) [64], [51] est donnée par:

$$du_{P+ID}(k+1) = K_p du_P(k) + K_I T_e e(k) - K_D \frac{y_s(k) - 2y_s(k-1) + y_s(k-2)}{T_e} \quad (2-79)$$

La partie la plus importante dans le contrôleur FP+ID est la partie P floue car elle est responsable de l'amélioration de la diminution du dépassement et du temps de montée. La partie I conventionnelle est responsable de la réduction de l'erreur statique, et la partie D conventionnelle est responsable de la stabilité du système et la platitude de la réponse [51].

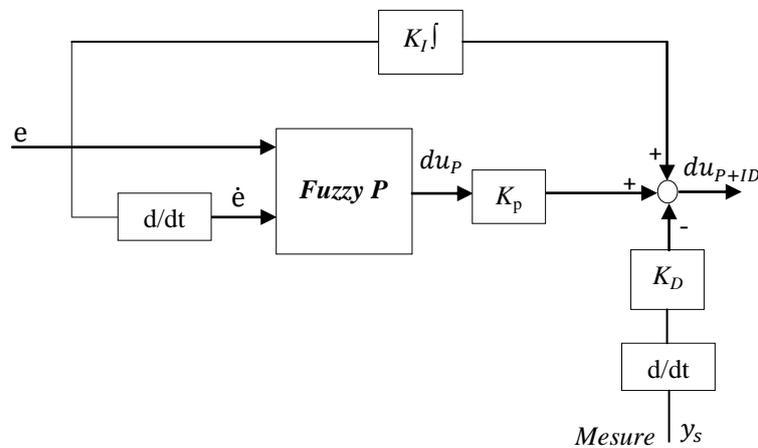


Figure (2-19): Type VIII : Contrôleur de type P flou+ID classique

avec : du_p commande obtenue par le contrôleur FP et du_{P+ID} commande obtenue par le contrôleur P flou + ID conventionnel (FP+ID).

Type IX: Contrôleur flou de type PD flou+I classique

Un contrôleur PID flou hybride peut être construit par la combinaison d'un contrôleur PD flou à deux entrées et une action intégrale conventionnelle (PD flou+I classique), comme le montre la figure (2-20). Le contrôleur PD flou utilise l'erreur et sa dérivée première comme entrées. Ce dernier est incapable d'éliminer l'erreur en régime permanent. L'introduction de l'action intégrale conventionnelle en parallèle au contrôleur PD flou permet de fournir le signal supplémentaire pour corriger l'erreur statique. La base de connaissance du contrôleur PD flou+I classique (FPD + CI) est une table de règles à deux dimensions de type PD flou. En effet, la conception et la mise au point de ce régulateur (PD flou+I classique) ont été proposées dans [65]-[67].

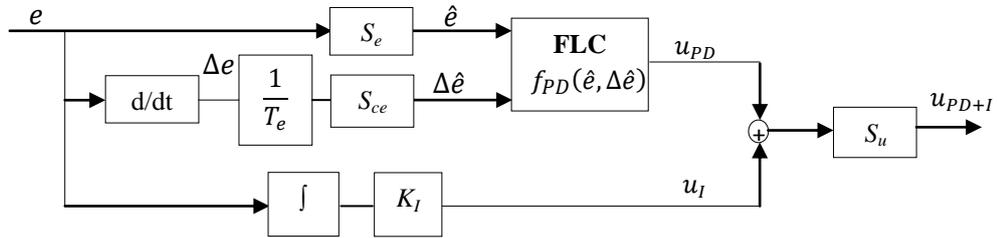


Figure (2-20): Type VIX : Contrôleur de type PD flou+I classique

On définit $u_{PD+I}(k)$ la sortie de cette structure, qui est la somme de la sortie du contrôleur flou PD et la commande intégrale classique:

$$\begin{aligned} u_{PD+I}(k) &= S_u \cdot [u_{PD}(k) + K_I \cdot \sum_{q=0}^k e(q) \cdot T_e] \\ &= S_u \cdot [f_{PD}(S_e \cdot e(k), S_{ce} \cdot \Delta e(k)) + K_I \cdot \sum_{q=0}^k e(q) \cdot T_e] \end{aligned} \quad (2-80)$$

En utilisant l'approximation de la fonction f_{PD} , on trouve:

$$u_{PD+I}(k) \approx S_u \cdot \left[S_e \cdot e(k) + S_{ce} \cdot \frac{e(k) - e(k-1)}{T_e} + K_I \cdot \sum_{q=0}^k e(q) \cdot T_e \right] \quad (2-81)$$

$$\approx S_e S_u \cdot \left[e(k) + \frac{K_I}{S_e} \cdot \sum_{q=0}^k e(q) \cdot T_e + \frac{S_{ce}}{S_e} \cdot \frac{e(k) - e(k-1)}{T_e} \right] \quad (2-82)$$

En comparant l'équation (2-82) avec celle d'un régulateur PID classique, on peut tirer, par identification, les relations des gains d'entrée et de sortie du contrôleur FPD + CI :

$$K_P = S_e \cdot S_u \quad (2-83)$$

$$T_d = \frac{S_{ce}}{S_e} \quad (2-84)$$

$$\frac{1}{T_i} = \frac{K_I}{S_e} \quad (2-85)$$

2.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons d'abord décrit le principe général de la commande par la logique floue. Les éléments de base constituant un système d'inférence floue ont été cités et discutés. Puis, nous avons fait une classification des contrôleurs PID flous. Il s'agit des contrôleurs de type action directe, contrôleurs de type hybride, et contrôleurs auto-adaptatif par logique floue. Plusieurs structures de contrôleurs PID flous, que ce soit de type DA et hybride, ont été présentées et discutées. Dans le chapitre qui suit, nous allons utiliser les structures floues à deux entrées, comme: FPD, FPI, FPI+FPD, et FPID. Ces structures vont être utilisées pour commander les deux variables couplées du système chariot-pendule.

Chapitre 3

Stratégies de stabilisation floue du système chariot-pendule

Sommaire

3.1. Introduction

3.2. Méthodologie de travail proposée

3.3. Mise en œuvre des stratégies de stabilisation floue du système global chariot-pendule-moteur

3.4. Conception des contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ

3.5. Résultats de simulation et discussions

3.5.1. Résultats de simulation obtenus avec le modèle d'état non linéaire proposé

3.5.1.1. Première étape: simulation avec des contrôleurs flous de type Mamdani

3.5.1.2. Deuxième étape: simulation avec des contrôleurs flous de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro

3.5.1.3. Troisième étape: comparaison entre les contrôleurs flous conçus par Mamdani et Takagi-Sugeno d'ordre zéro

3.5.2. Résultats de simulation obtenus avec le modèle d'état linéaire développé autour du point d'équilibre instable ($\theta=0$ rad)

3.5.2.1. Première étape: résultats de simulation obtenus par des contrôleurs flous de type Mamdani

3.5.2.2. Deuxième étape: résultats de simulation obtenus par des contrôleurs flous de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro

3.5.2.3. Troisième étape: comparaison entre les contrôleurs flous conçus par Mamdani et Takagi-Sugeno d'ordre zéro

3.6. Conclusion

3.1. Introduction

Le développement des stratégies de contrôle pour le système chariot-pendule reste toujours un sujet intéressant dans la théorie du contrôle des systèmes qu'ils soient linéaires ou non linéaires. Le contrôle du système chariot-pendule peut être divisé en deux aspects principaux. Le premier aspect est la stabilisation du système chariot-pendule (en anglais: 'stabilization of the cart-pendulum system') [2], [3], [6]-[8], [17], [19]. Le deuxième aspect est le contrôle autour d'une trajectoire du système chariot-pendule (en anglais: 'tracking control of the cart-pendulum system') [1], [7], [18], [20].

En ce qui concerne le premier aspect, plusieurs stratégies pour réaliser la stabilisation de ce système ont été proposées dans la littérature. Une étude comparative des performances des diverses techniques de contrôle pour la stabilisation de l'angle du pendule, a été faite dans [22]. En effet, des contrôleurs flous dans différentes configurations et des contrôleurs PID classiques ont été appliqués à la commande d'un système pendule inversé. Ce système a été décrit par un modèle non linéaire non simplifié. Puis, ce modèle a été linéarisé autour d'un point d'équilibre stable et a été présenté sous la forme d'une fonction de transfert de l'angle. Tandis que, dans la référence [7], en utilisant des contrôleurs PID classiques, diverses structures de contrôle de stabilisation de trois types de pendule inversé ont été appliquées. En outre, un modèle non linéaire simplifié d'un pendule inversé a été utilisé. Un contrôleur flou basé sur le SIRM (Single Input Rule Module) a été proposé dans [8] pour la stabilisation à la fois l'angle du pendule et la position du chariot. Un modèle non linéaire d'un système pendule inversé a été considéré, mais les frottements n'ont pas été considérés. Le problème de la stabilisation d'un pendule inversé sur un chariot a été considéré dans [3], à titre d'exemple, pour valider un contrôleur H_∞ robuste pour les descripteurs de type Takagi-Sugeno. Pour atteindre ce but, ils ont utilisé un modèle non linéaire simplifié afin de décrire le système chariot-pendule. Les auteurs de [2], ont examiné le problème de la stabilisation d'un pendule inversé en position verticale. La dynamique non linéaire simplifiée d'un pendule inversé simple a été considérée afin de démontrer l'efficacité d'un contrôleur PD flou linéaire réglé par un algorithme de renforcement (QL). Le contrôle d'un système pendule inversé simple a été considéré dans [5], où ils ont utilisé des modèles non linéaires simplifiés pour le système pendule inversé simple afin de démontrer l'efficacité d'une procédure systématique pour la conception d'un système flou de type Takagi-Sugeno. Dans la référence [17], un système pendule inversé a été modélisé par un modèle d'état non linéaire simplifié. La stabilisation floue de ce système a été fournie à titre d'exemple pour démontrer l'applicabilité de la théorie de cohérence des systèmes fonctionnant dans un environnement totalement flou et en utilisant une nouvelle représentation de l'arithmétique floue. En utilisant un contrôleur flou global basé sur un régulateur de type LQR (Linear Quadratic Regulator), la robustesse et la performance d'une méthode d'estimation floue, ont été évaluées par la

stabilisation d'un système pendule inversé dans [21]. Le système pendule inversé a été décrit par un modèle non linéaire simplifié. Mais ce modèle n'a pas tenu compte de la dynamique du chariot.

La seconde contribution de notre thèse est l'application des stratégies d'intelligence artificielle à savoir la commande floue pour la stabilisation d'un système global chariot-pendule-moteur. Pour ce faire, nous avons eu recours à des contrôleurs flous à deux entrées conçus par deux systèmes d'inférence floues différents celle de Mamdani et celle de Takagi-Sugeno d'ordre zéro. Par conséquent, des stratégies de stabilisation floue du système considéré seront proposées et présentées. Afin de pouvoir valider et vérifier l'efficacité et la faisabilité de ces différentes stratégies, deux modèles d'état, linéaire et non linéaire du système, ont été utilisés. L'objectif principal visé par ces stratégies de contrôle est de déplacer le chariot vers une référence désirée afin de maintenir le pendule dans sa position d'équilibre instable. Pour obtenir la meilleure stratégie associée pour chaque modèle du système considéré, une méthode de comparaison à deux niveaux a été proposée. Les performances de commande sont évaluées en utilisant plusieurs indices de performance, tels que: IAE (Integral of the Absolute value of the Error), ISE (Integral of the Square Error), ITAE (Integral of the Time-weighted Absolute Error), ITSE (Integral of the Time-weighted Square Error) et ISTE (Integral of squared time multiplied by squared error) [68], [69].

Dans un premier temps, nous allons exposer la méthodologie de travail à suivre dans ce chapitre. Puis, nous allons mettre en œuvre les stratégies de stabilisation floue du système chariot-pendule. Ces stratégies reposent sur deux contrôleurs flous séparés ayant les mêmes caractéristiques. Ensuite, nous aborderons la conception des contrôleurs flous associés aux deux variables couplées du système considéré. A la fin du chapitre, ces stratégies seront testées et comparées en utilisant les modèles linéaires et non linéaires de notre système déjà développés au premier chapitre.

3.2. Méthodologie de travail proposée

Dans cette partie, nous présentons notre méthodologie de travail proposée afin de trouver la meilleure approche qui donne les meilleures performances temporelles du système chariot-pendule en boucle fermée. Cette méthodologie s'articule autour d'une étude comparative et d'évaluation de performances des stratégies de stabilisation floue qui sont appliquées à la commande des variables couplées, à savoir la position du chariot x et l'angle du pendule θ . Ces stratégies reposent sur deux contrôleurs flous séparés, RLF_θ et RLF_x , ayant les mêmes structures et conçues par le même système d'inférence floue (c.à.d. Mamdani ou Takagi-Sugeno d'ordre zéro), pour contrôler et stabiliser à la fois, respectivement, l'angle du pendule en position verticale et la position du chariot à une référence désirée. Comme nous avons vu dans le chapitre précédent, plusieurs architectures de contrôleurs flous ont été développées dans la littérature. Dans cette étude, les structures des contrôleurs flous à deux variables floues ont été retenues. Par conséquent, plusieurs structures des

contrôleurs flous à deux entrées comme FPD, FPI, FPI+FPD, et FPID, ont été utilisées. Ces types de contrôleurs sont les types les plus couramment utilisés dans la littérature [46], [53]-[55], [57], [58], [70]-[74]. Ils utilisent l'erreur et sa dérivée première comme entrées et ils sont caractérisés par des tables de règles bidimensionnelles. Ici, ces structures sont conçues, réglées et ajustées par une méthode essais-erreurs en utilisant des programmes M-files du logiciel MATLAB. Dans le but d'exploiter ces structures de contrôleurs flous et les deux systèmes d'inférence floue, pour le contrôle des modèles linéaires et non linéaires du système chariot-pendule, une méthode de comparaison a été proposée comme le montre la figure (3-1). Il s'agit d'une méthode fondée sur deux niveaux de comparaison. Le premier niveau permet d'obtenir la meilleure structure floue, tandis que le deuxième niveau a pour but de trouver le système d'inférence floue (SIF) convenable. Ici, l'objectif de contrôle est de déplacer le chariot vers une position désirée sur le rail afin de maintenir le pendule dans sa position d'équilibre instable; en déduisant une meilleure stratégie floue (c.à.d. meilleure structure floue conçue par un système d'inférence floue convenable) qui donne de bonnes performances temporelles.

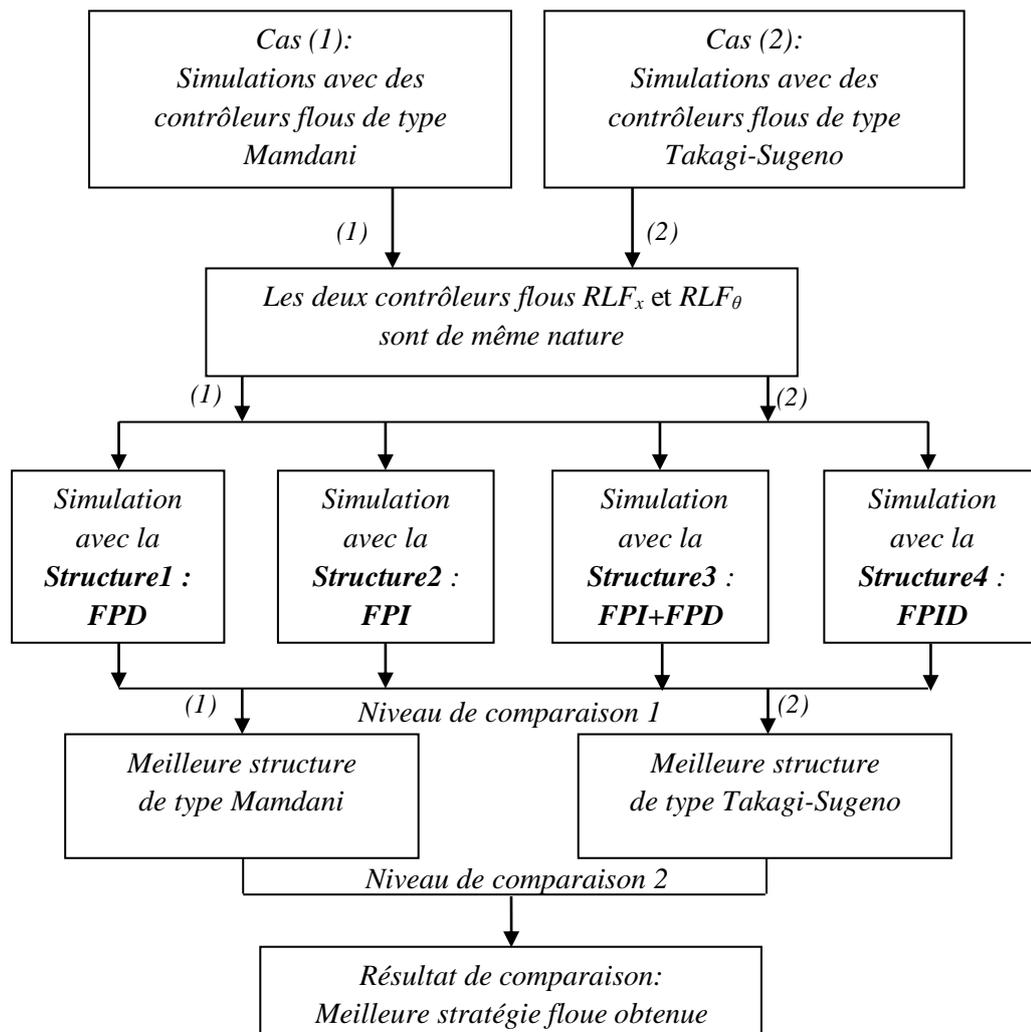


Figure (3-1) : Méthode de comparaison proposée à deux niveaux

Dans le but de tester et évaluer les performances des différentes stratégies proposées, nous allons effectuer des simulations sur des modèles linéaires et non linéaires du système chariot-pendule. Les performances de ces différentes stratégies ont été comparées à travers des différents indices de performance, tels que : IAE, ISE, ITAE, ITSE et ISTE. Ces indices sont définis comme suit:

a. *L'intégrale IAE (Integral of the absolute value of the error)*

Cette intégrale est l'intégrale de la valeur absolue de l'erreur. Elle reflète l'erreur accumulée positivement qui mesure la réponse par rapport à la référence appliquée au système:

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)|.dt \quad (3-1)$$

b. *L'intégrale ISE (Integral of the square error)*

Cette intégrale est définie comme l'intégrale de l'erreur quadratique. Elle donne plus d'importance aux erreurs les plus grandes et moins d'importance aux petites erreurs:

$$ISE = \int_0^{\infty} (e(t))^2. dt \quad (3-2)$$

c. *L'intégrale ITAE (Integral of the time-weighted absolute error)*

Cette intégrale calcul l'intégrale de la valeur absolue de l'erreur pondérée par le temps. Elle donne moins d'importance aux erreurs initiales, tandis que les autres erreurs sont beaucoup plus considérées:

$$ITAE = \int_0^{\infty} t. |e(t)|. dt \quad (3-3)$$

d. *L'intégrale ITSE (Integral of the time-weighted square error)*

Cette intégrale représente l'intégrale de l'erreur quadratique pondérée par le temps. Elle donne très peu d'importance aux erreurs initiales par rapport aux plus récentes:

$$ITSE = \int_0^{\infty} t. (e(t))^2. dt \quad (3-4)$$

e. *L'intégrale ISTE (Integral of squared time multiplied by squared error)*

Cette intégrale correspond à l'intégrale du temps au carré multiplié par erreur quadratique. Elle permet de mesurer la valeur finale d'une réponse temporelle:

$$ISTE = \int_0^{\infty} t^2. (e(t))^2. dt \quad (3-5)$$

où: e l'erreur, t est le temps de simulation.

D'autre part, les différentes étapes de simulations numériques effectuées, associées à la commande des modèles linéaire et non linéaire du système chariot-pendule, peuvent être résumées par l'organigramme de la figure (3-2).

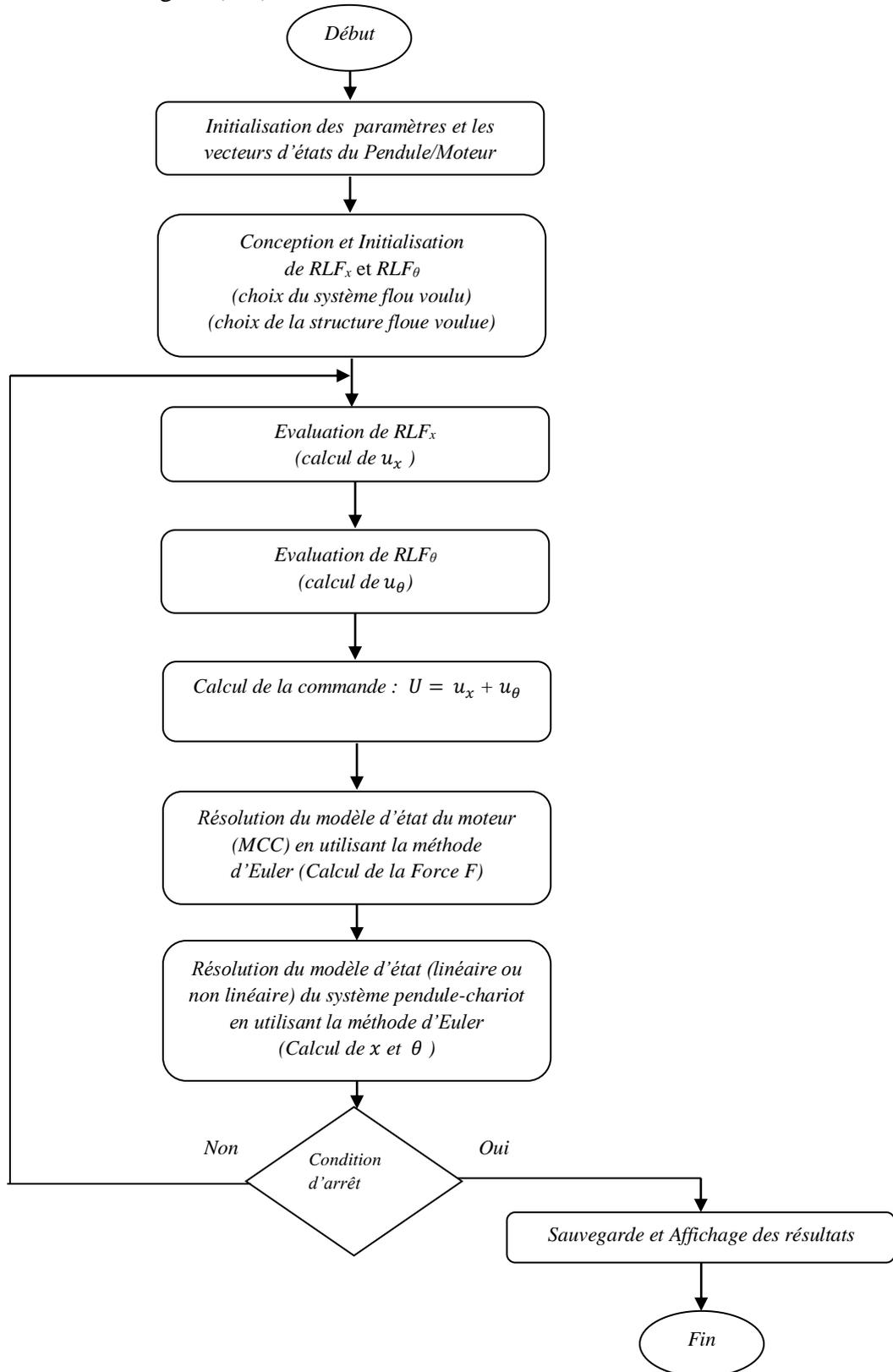


Figure (3-2) : Organigramme décrivant les étapes de la commande floue du système global pendule-chariot-moteur

3.3. Mise en œuvre des stratégies de stabilisation floue du système global chariot-pendule-moteur

Le contrôle de la stabilisation du pendule inversé sur un chariot est l'un des problèmes les plus intéressants de la théorie du contrôle des systèmes qu'ils soient linéaires ou non linéaires. Il peut être divisé en deux problèmes importants. Le premier concerne la stabilisation du pendule inversé en son point d'équilibre instable, et le deuxième traite, le balancement du pendule inversé autour de son point d'équilibre instable. Dans la littérature récente, il existe plusieurs stratégies appliquées au contrôle de l'angle du pendule inversé sans tenir compte du problème de la commande de la position du chariot [1], [2], [4], [5], [7], [18]-[21]. Comme il s'agit ici d'un système sous actionné et couplé, il convient de contrôler à la fois la position du chariot et l'angle du pendule. Dans ce contexte, plusieurs structures de commande peuvent être appliquées à la stabilisation d'un système chariot-pendule. En utilisant des contrôleurs PID classiques, différentes structures de stabilisation d'un système chariot-pendule ont été appliquées dans [7]. Dans [16], une structure de contrôle de stabilisation d'un pendule inversé, basée sur deux contrôleurs PID classiques séparés, a été utilisée. Tandis que, dans [23], la même structure de contrôle basée sur des régulateurs classiques de type PD et PID, a été utilisée pour commander séparément, respectivement, l'angle et la position d'un pendule de type OWIPS (One-Wheel Inverted Pendulum System).

L'idée de cette partie, à travers des simulations numériques, est de faire une étude comparative entre plusieurs structures de contrôleurs flous à deux entrées, comme: FPD, FPI, FPI+FPD, et FPID. Ces contrôleurs flous sont conçus par deux systèmes d'inférence floue différents. En effet, plusieurs stratégies peuvent être considérées. Une stratégie est constituée par deux contrôleurs flous séparés de même nature et ayant les mêmes caractéristiques (ils ont la même structure floue et conçus par le même FIS).

Dans ce qui suit, nous présentons plusieurs stratégies de stabilisation floue afin de contrôler, à la fois, l'angle du pendule inversé et la position du chariot. Ici, l'objectif de contrôle est de déplacer le chariot dans une position désirée afin de stabiliser le pendule inversé dans sa position d'équilibre instable ($\theta=0$). Comme il s'agit ici d'un système sous actionné et couplé, et pour contrôler les deux variables couplées du système, une structure avec deux contrôleurs séparés a été choisie (voir Figure (3-3)) [16], [23]. Dans notre cas, les deux variables couplées du système considéré, la position du chariot x et l'angle du pendule θ , sont contrôlées à la fois par deux contrôleurs flous séparés. Ces contrôleurs sont des contrôleurs flous à deux entrées. Par conséquent, le premier contrôleur RLF_x est utilisé pour contrôler la position longitudinale x du chariot dans une position souhaitée, tandis que le second contrôleur RLF_θ est utilisé pour contrôler et stabiliser la position angulaire du pendule inversé θ dans une position verticale d'équilibre instable. Le régulateur RLF_x possède deux entrées (c.à.d. l'erreur sur la position e_x et sa dérivée Δe_x) et une sortie (la commande) u_x , tandis que le régulateur RLF_θ emploie l'erreur sur l'angle e_θ et sa dérivée Δe_θ comme entrées et

la commande u_θ comme sortie, comme il est montré dans le bloc de stabilisation floue de la figure (3-3). Dans cette approche, les deux contrôleurs flous séparés RLF_x et RLF_θ sont structurellement identiques, c'est-à-dire qu'ils prennent la même structure floue et ils sont conçus par le même système d'inférence floue (SIF), tel que le SIF est de type Mamdani ou de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro. Pour alimenter le moteur à courant continu (MCC) associé au système chariot-pendule, les sorties des régulateurs, c.à.d. u_x et u_θ , sont ajoutées pour produire la valeur de la commande U . Le moteur MCC fournit une force longitudinale F . Cette force sera exercée sur le système considéré, ce qui entraîne le déplacement du chariot et par conséquent une déviation du pendule. Le bloc de commande proposé est présenté par la figure suivante:

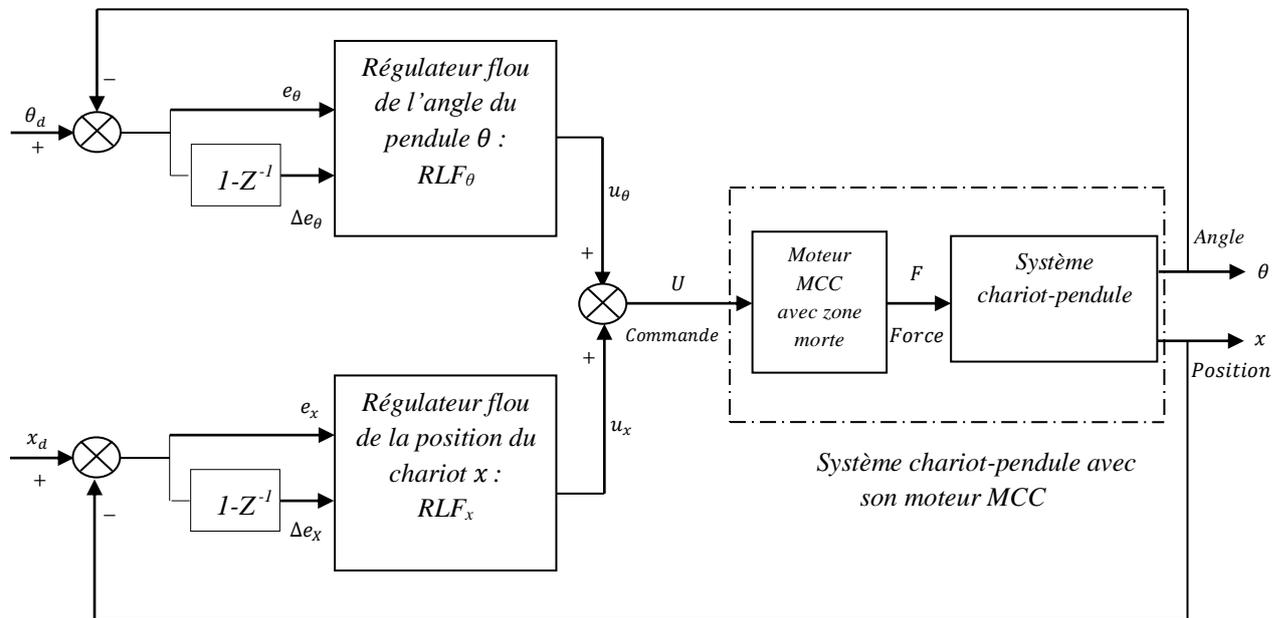


Figure (3-3) : Bloc de la stratégie de stabilisation floue du système global chariot-pendule-moteur

où x_d et θ_d sont respectivement les références désirées de la position du chariot et l'angle du pendule. x et θ sont nommés, respectivement, la position mesurée et l'angle mesuré.

Le système chariot-pendule peut être décrit par des modèles linéaires ou non linéaire développés déjà dans le premier chapitre. Tandis que le moteur MCC est décrit par son modèle d'état linéaire associé avec une zone morte décrivant sa non linéarité. Notons que les paramètres physiques du système chariot-pendule et de son moteur MCC associé, sont ceux cités dans le premier chapitre.

3.4. Conception des contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ

La présente partie a pour but de présenter la description et la conception des différentes structures floues, associées aux contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ , choisies qui vont être employées par la suite pour la commande et la stabilisation du système chariot-pendule décrit par ses modèles non linéaires et linéaires. Dans cette étude, des structures des contrôleurs flous à deux entrées floues, comme: FPD, FPI, FPI+FPD et FPID, sont retenues. En outre, ces différents contrôleurs seront conçus en utilisant deux systèmes d'inférence floue à savoir Mamdani et Takagi-Sugeno d'ordre zéro. En plus, tous les paramètres des contrôleurs flous sont fixés de façon empirique et sont ensuite ajustés après des simulations effectuées sur les modèles considérés du système. Par conséquent, cinq phases peuvent être considérées.

3.4.1. Phase d'identification des entrées/sorties

Les différentes structures floues retenues, associées aux contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ , sont caractérisées par deux entrées floues. Il s'agit de l'erreur \hat{e} et sa dérivée $\Delta\hat{e}$. D'autre part, la sortie de contrôle défuzzifiée après le processus d'inférence floue, est notée par \hat{u}_{PD} pour une sortie absolue ou $\Delta\hat{u}_{PI}$ pour une sortie incrémentale. Les tableaux (3-1) et (3-2) résument, respectivement, les entrées et les sorties des différentes structures floues associées aux deux contrôleurs RLF_x et RLF_θ .

	<i>Structure1: FPD</i>	<i>Structure2: FPI</i>	<i>Structure3: FPI+FPD</i>	<i>Structure4:FPID</i>
<i>Entrées</i>	$\hat{e}_x, \Delta\hat{e}_x$	$\hat{e}_x, \Delta\hat{e}_x$	$\hat{e}_x, \Delta\hat{e}_x$	$\hat{e}_x, \Delta\hat{e}_x$
<i>Sorties</i>	\hat{u}_{PDx}	$\Delta\hat{u}_{PIx}$	$\Delta\hat{u}_{PIx}, \hat{u}_{PDx}$	\hat{u}_{PDx}

Tableau (3-1) : Entrées/sorties des différentes structures floues associées au contrôleur RLF_x

	<i>Structure1: FPD</i>	<i>Structure2: FPI</i>	<i>Structure3: FPI+FPD</i>	<i>Structure4:FPID</i>
<i>Entrées</i>	$\hat{e}_\theta, \Delta\hat{e}_\theta$	$\hat{e}_\theta, \Delta\hat{e}_\theta$	$\hat{e}_\theta, \Delta\hat{e}_\theta$	$\hat{e}_\theta, \Delta\hat{e}_\theta$
<i>Sorties</i>	$\hat{u}_{PD\theta}$	$\Delta\hat{u}_{PI\theta}$	$\Delta\hat{u}_{PI\theta}, \hat{u}_{PD\theta}$	$\hat{u}_{PD\theta}$

Tableau (3-2) : Entrées/sorties des différentes structures floues associées au contrôleur RLF_θ

3.4.2. Phase de fuzzification

Dans un contrôleur flou, les variables d'entrée ainsi que les variables de sortie sont traitées dans la phase de fuzzification. Plusieurs types de fonctions d'appartenance peuvent être considérés lors de la fuzzification des variables d'entrée et de sortie. Dans ce travail, afin de faciliter le réglage des contrôleurs flous, nous avons utilisé des formes triangulaires. Cependant, pour la fuzzification des variables de sortie des contrôleurs flous de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro, des fonctions d'appartenance de type singleton sont utilisées. De plus, afin d'obtenir un bon compromis entre la commande et la facilité de réglage, nous avons fixé à cinq le nombre de fonctions d'appartenance. Par conséquent, pour toutes les variables d'entrée et de sortie utilisées dans les différents contrôleurs, les cinq termes linguistiques suivant sont adoptés: Négatif Grand (NG), Négatif Petit (NP), Zéro (Z), Positif Petit (PP), Positif Grand (PG). D'autre part, les fonctions d'appartenance associées aux variables d'entrée sont placées de telle manière qu'à tout moment il n'y ait que deux fonctions d'appartenance qui sont activées. En outre, les univers de discours associés aux différentes variables sont normalisés et sont définis par l'intervalle $[-1,1]$. La figure (3-4) montre les fonctions d'appartenance associées aux variables d'entrée et de sortie des contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ .

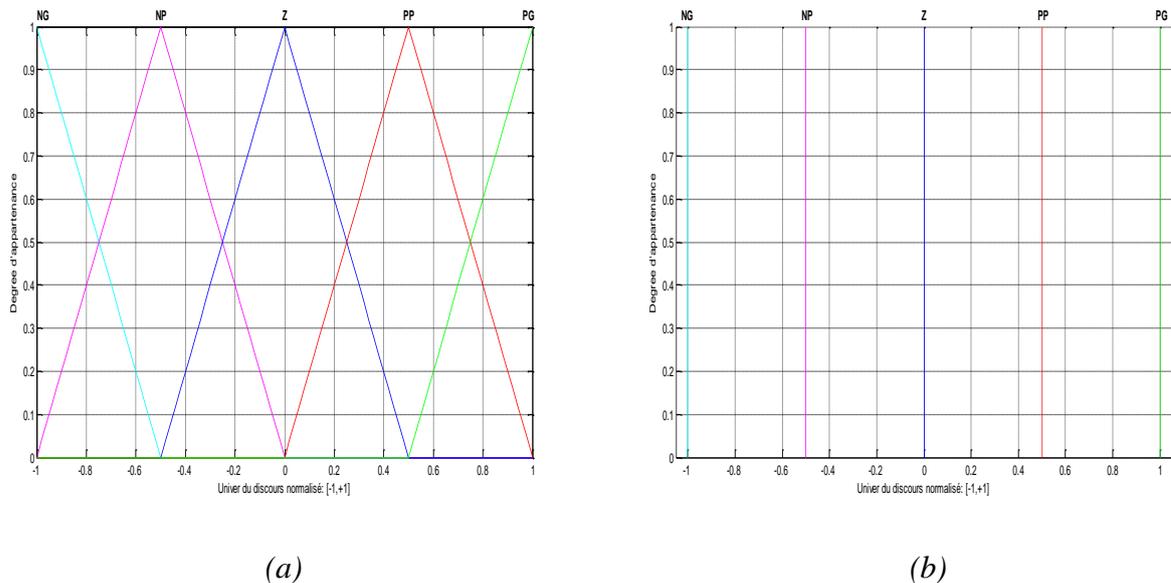


Figure (3-4) : Fonctions d'appartenance associées aux variables d'entrée et de sortie des contrôleurs flous: RLF_x et RLF_θ . (a). Fonctions triangulaires. (b). Singletons

3.4.3. Tables de règles floues associées aux contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ

Après que les variables d'entrée et de sortie, associées aux différentes structures floues retenues, ont été exprimées à partir d'ensembles flous, il faut maintenant établir des règles d'inférence floue. Les règles floues, qui permettent de déterminer les signaux de sorties, des contrôleurs flous RLF_x et

RLF_{θ} , en fonction des signaux d'entrées, sont déduites à partir de la table de règles 5x5 de MacVicar-Whelan [75]. Ainsi, les tables de règles floues associées aux contrôleurs RLF_x et RLF_{θ} , et correspondent aux contrôleurs PD/PI formant les différentes structures floues, sont données par le tableau (3-3).

3.4.4. Méthodes d'inférences et de défuzzification associées aux contrôleurs RLF_x et RLF_{θ}

Dans ce travail, les contrôleurs flous de type Mamdani utilisent la méthode de raisonnement flou "max-min-centre de gravité" [32], [47], [76], [77], connue comme méthode Zadeh-Mamdani [78]. Tandis que, la méthode du produit-implication floue de Larsen [2] et la méthode de défuzzification somme moyenne [2], [54], [55] sont choisies pour les contrôleurs flous de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro.

		$\Delta \hat{e}$				
		NB	NS	Z	PS	PB
\hat{e}	$\hat{u}_{PD/PI}$	NB	NS	Z	PS	PB
	NB	NB	NB	NB	NS	Z
	NS	NB	NB	NS	Z	PS
	Z	NB	NS	Z	PS	PB
	PS	NS	Z	PS	PB	PB
PB	Z	PS	PB	PB	PB	

Tableau (3-3) : Table de règles floues 5x5 de MacVicar-Whelan associées aux contrôleurs flous RLF_x et RLF_{θ}

3.4.5. Gains des entrées et des sorties

Afin de synthétiser les contrôleurs flous, les entrées \hat{e} et $\Delta \hat{e}$ sont normalisées (c.à.d. mises à l'échelle) respectivement par les gains d'entrée G_E et G_{CE} . D'autre part, les sorties des contrôleurs flous \hat{u}_{PD} et $\Delta \hat{u}_{PI}$ sont dénormalisées, respectivement, par les gains de sortie G_U et G_{dU} . Afin d'avoir une meilleure dynamique et d'assurer de bonnes performances temporelles, tous les gains des contrôleurs flous utilisés sont synthétisés par une méthode empirique de type essais-erreurs. En effet, nous avons fait plusieurs essais par simulation. Par conséquent, Les valeurs des gains de différents contrôleurs flous obtenues sont données dans les tableaux suivants:

	<i>Structure 1:FPD</i>	<i>Structure 2:FPI</i>	<i>Structure 3:FPI+FPD</i>	<i>Structure 4:FPID</i>
G_E	0.1072	0.1072	0.1072	0.1072
G_{CE}	0.3349	0.3349	0.3349	0.3349
G_U	29.5486	<i>N'existe pas</i>	29.5486	29.5486
G_{dU}	<i>N'existe pas</i>	79.6176	132.8287	143.7098

Tableau (3-4) : Gains des différentes structures floues associées au contrôleur flou RLF_x

	<i>Structure 1:FPD</i>	<i>Structure 2: FPI</i>	<i>Structure 3:FPI+FPD</i>	<i>Structure 4:FPID</i>
G_E	1.3395	1.3395	1.3395	1.3395
G_{CE}	0.2679	0.2679	0.2679	0.2679
G_U	62.0868	<i>N'existe pas</i>	62.0868	62.0868
G_{dU}	<i>N'existe pas</i>	259.2133	259.6021	259.2133

Tableau (3-5) : Gains des différentes structures floues associées au contrôleur flou RLF_θ

3.5. Résultats de simulation et discussions

Les résultats de simulations qui vont suivre correspondent à la commande intelligente du système globale pendule-chariot-moteur en utilisant plusieurs stratégies de stabilisation floue. L'objectif de cette section est de valider et de tester la faisabilité de ces différentes stratégies. Pour ce faire, des simulations ont été effectuées sous MATLAB à travers lesquelles les performances de commande sont évaluées, en utilisant les différents indices de performance d'intégration d'erreur. Afin de vérifier l'efficacité des différentes stratégies, deux modèles d'état, linéaire et non linéaire du système chariot-pendule, ont été utilisés.

Les différents résultats de simulation ont servi à obtenir la meilleure stratégie de commande floue, appliquée, à la fois, à la stabilisation de l'angle du pendule inversé et la commande de la position du chariot, qui donne les bonnes performances temporelles. Ici, l'objectif de contrôle est de déplacer le chariot vers le milieu du rail ($x=0$ m) afin de maintenir le pendule dans sa position d'équilibre instable ($\theta=0$ rad), lorsque le pendule commence initialement avec un angle non nul (c.à.d. $\theta=0.2$ rad) de la position verticale.

Dans cette étude, des simulations ont été réalisées sous le logiciel MATLAB en utilisant des fichiers M-file. Les équations d'états décrivant les modèles linéaire et non linéaire du système chariot-pendule ainsi son moteur MCC associé avec une zone morte, ont été traitées par l'algorithme d'intégration d'Euler. Toutes les structures des contrôleurs flous utilisées et conçues par les deux systèmes d'inférence floue, comme Mamdani et Takagi-Sugeno d'ordre zéro, ont été développées par des fonctions M-file. Dans la phase initiale de la simulation, la période d'échantillonnage a été fixée à 0,001 s. D'autre part, la position initiale du chariot a été fixée à 0 m. Notons que dans tous les cas, le temps de simulation a été fixée à 80 s.

La suite est divisée en deux grandes parties, il s'agit de la représentation des différents résultats obtenus par les modèles du système considéré proposés dans le premier chapitre, qui sont:

1. *Le modèle d'état non linéaire non simplifié;*
2. *Le modèle d'état linéaire développé autour du point d'équilibre instable ($\theta=0$ rad).*

3.5.1. Résultats de simulation obtenus avec le modèle d'état non linéaire proposé

Nous commençons notre étude par la présentation des différents résultats de simulation obtenus par le modèle d'état non linéaire et non simplifié proposé et validé au premier chapitre. Notons que ces résultats ont fait l'objet d'une publication dans la revue IREACO [79]. Ici, deux cas de figures ont été considérés. Il s'agit, des résultats obtenus que ce soit par des contrôleurs flous de type Mamdani ou bien de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro, comme FPD, FPI, FPI+FPD, et FPID. Par conséquent, huit stratégies de stabilisation floue sont appliquées et leurs performances sont comparées. En outre, selon la méthode de comparaison proposée précédemment, une étude comparative qualitative et quantitative entre les différents contrôleurs à deux entrées retenus, conçus par les deux systèmes d'inférence floue considérés, a été effectuée. Cette étude a été réalisée en trois étapes.

3.5.1.1. Première étape: simulation avec des contrôleurs flous de type Mamdani

Le système considéré est initialement contrôlé par quatre stratégies en utilisant des contrôleurs flous à deux entrées de type Mamdani.

a. Stratégie avec des structures floues de type PD

Tout d'abord, nous avons commencé par l'application des contrôleurs PD flous à deux entrées de type Mamdani, associés aux deux variables couplées du système chariot-pendule, conçus dans la section précédente. Le bloc correspondant de cette stratégie est présenté par la figure (3-5).

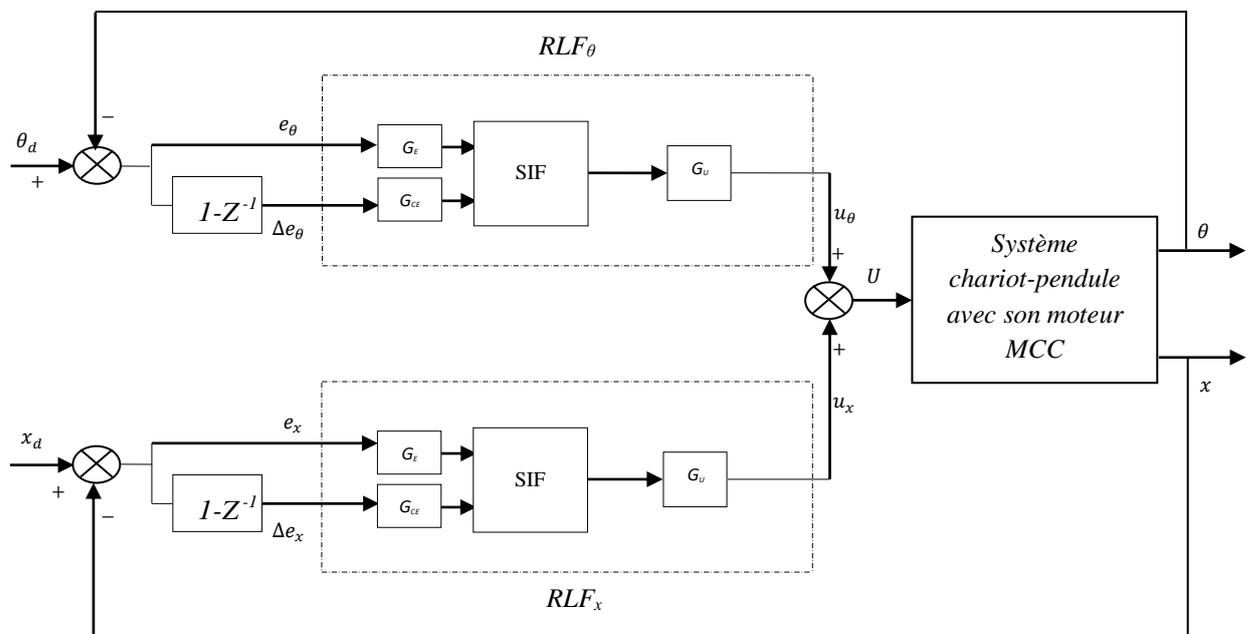


Figure (3-5) : Bloc de la stratégie de stabilisation floue du système chariot-pendule basée sur des structures PD floues

Les figures (3-6), (3-7) et (3-8) représentent les courbes de la position longitudinale du chariot $x(t)$, et de la position angulaire du pendule $\theta(t)$ et la commande $U(t)$ appliquée au moteur à courant continu MCC, obtenues par les structures PD floues de types Mamdani en utilisant le modèle d'état non linéaire du système chariot-pendule. En effet, l'angle du pendule et la position du chariot sont données par rapport à la position d'équilibre instable et l'origine du rail, respectivement.

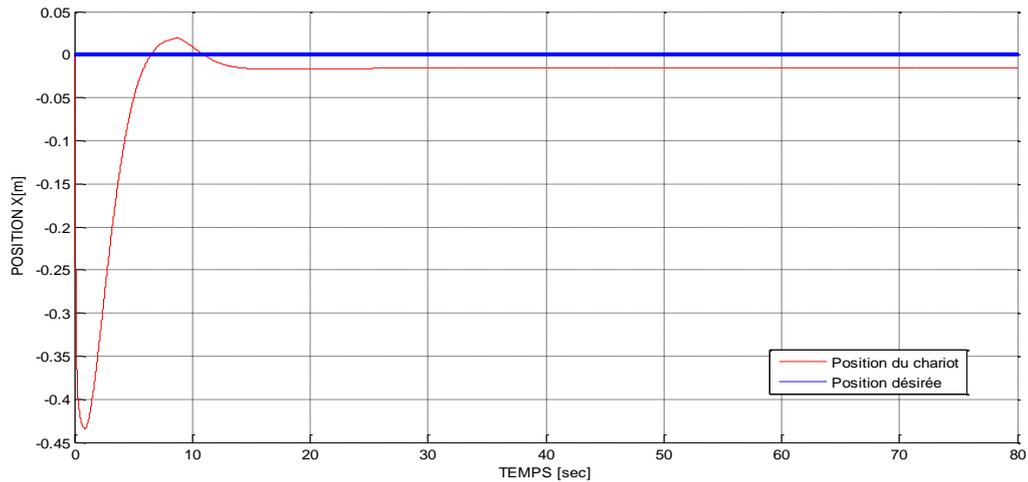


Figure (3-6) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPD

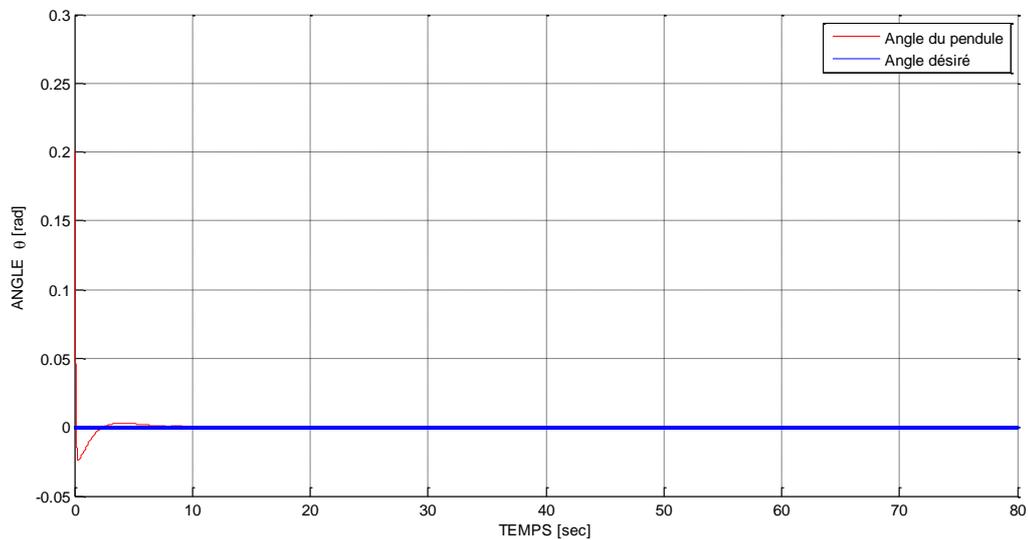


Figure (3-7) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPD

Il est constaté à partir de la figure (3-6), que la réponse de la position du chariot est stable mais n'est pas précise, par conséquent, le régulateur PD flou associé n'a pas réussi de placer le chariot au milieu du rail. En outre, on remarque bien que le déplacement du chariot sur le rail ne dépasse pas

les limites physiques données par le constructeur [16]. Tandis que, comme montre la figure (3-7), on observe que la réponse de la position angulaire du pendule reste stable et précise après quelques secondes. En conséquence, le régulateur PD flou associé a réussi à maintenir le pendule inversé dans sa position d'équilibre instable ($\theta=0$). D'autre part, on voit que la commande appliquée au moteur MCC reste stable après quelques secondes comme le montre la figure (3-8). Ceci montre les performances de deux régulateurs PD flous utilisés de point de vue de la stabilité.

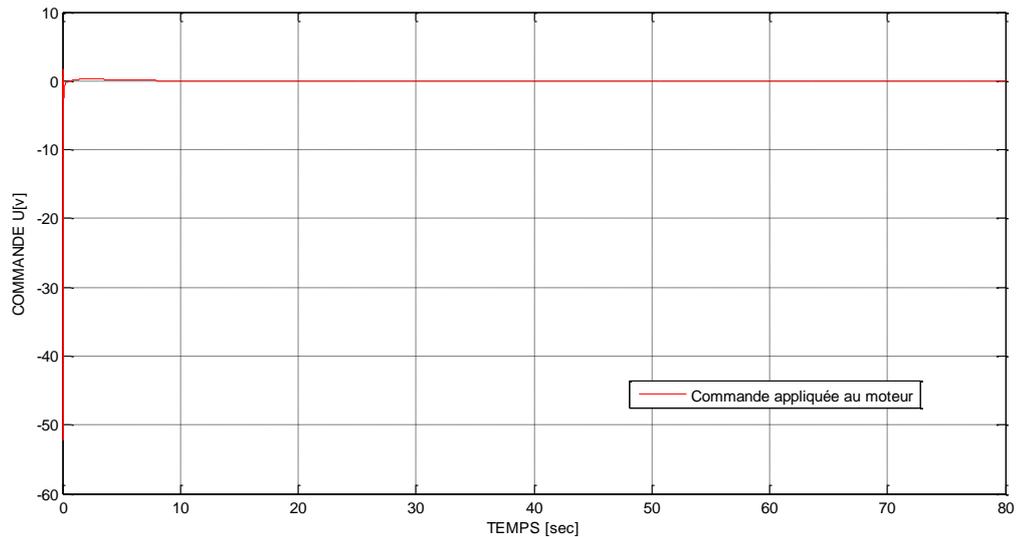


Figure (3-8) : Commande appliquée au moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPD

b. Stratégie avec des structures floues de type PI

Afin d'améliorer les résultats obtenus par la stratégie précédente, nous avons remplacé les contrôleurs FPD par des contrôleurs FPI. La figure suivante montre le bloc de la deuxième stratégie utilisée.

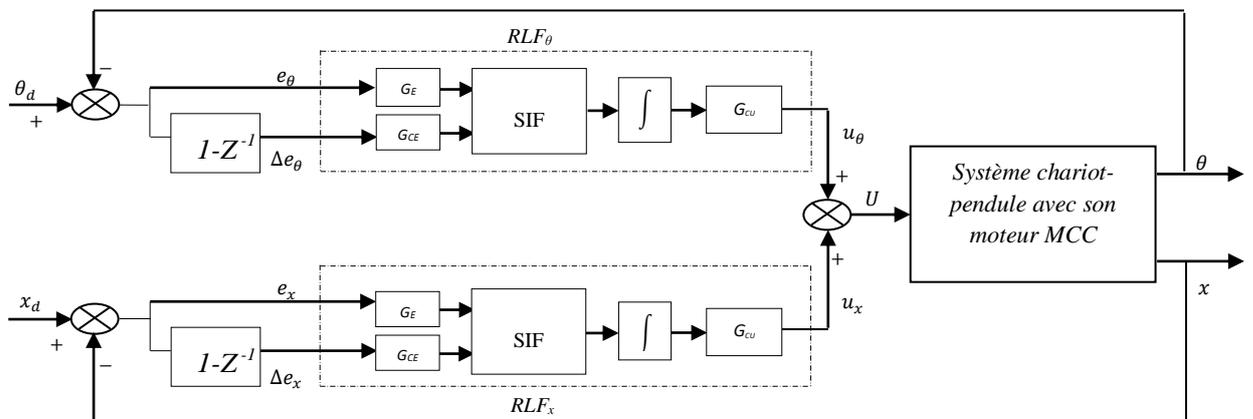


Figure (3-9) : Bloc de la stratégie de stabilisation floue du système chariot-pendule basée sur des structures PI floues

Cette stratégie a conduit à l'obtention des résultats représentés par les figures (3-10), (3-11) et (3-12).

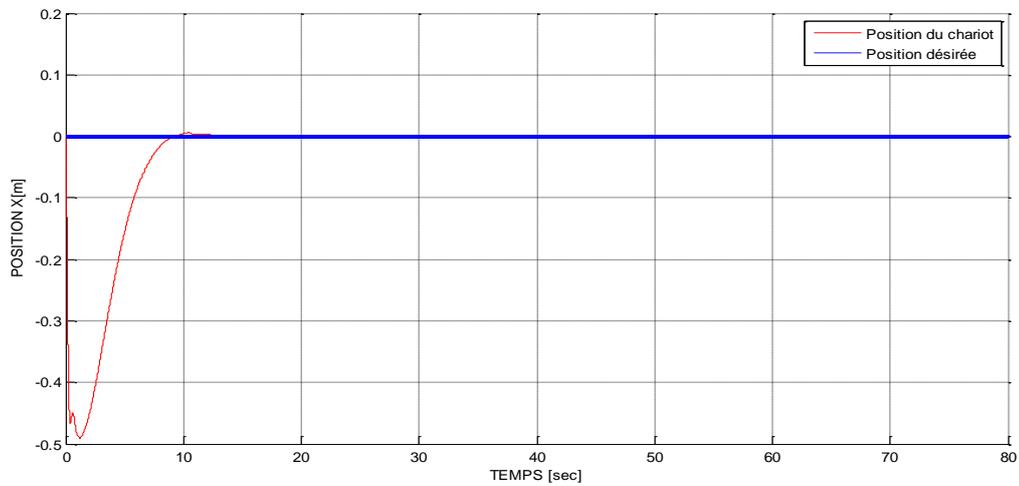


Figure (3-10) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPI

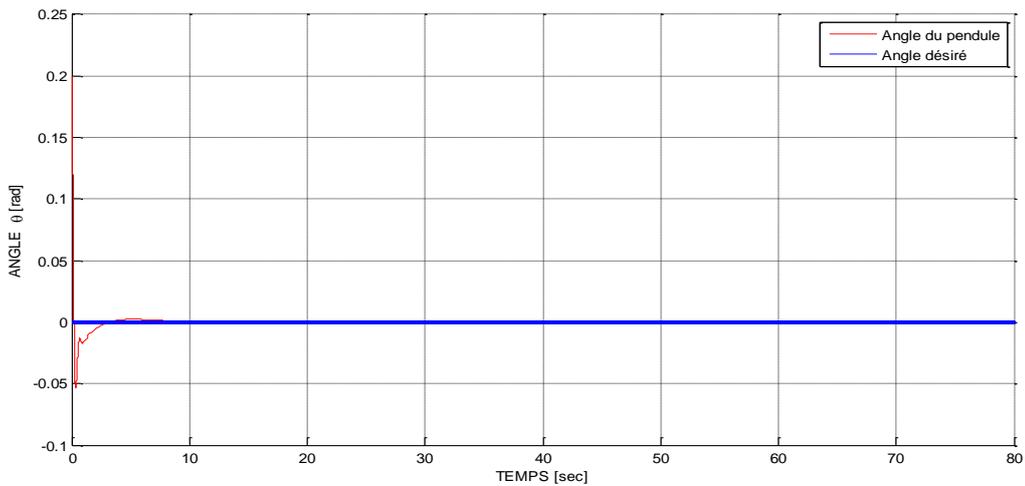


Figure (3-11) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPI

Tout d'abord on signale que l'utilisation de l'intégrale à la sortie du contrôleur flou associé à la position du chariot, et contrairement au contrôleur PD flou, permet d'annuler l'erreur statique, comme le montre la figure (3-10). Par conséquent, ce régulateur a réussi, d'une part, à placer le chariot au milieu du rail, et d'autre part, de garder le déplacement du chariot dans la gamme physique donnée par le constructeur [16]. Tandis que le deuxième contrôleur PI flou, et comme le montre la figure (3-11), a réussi à maintenir le pendule inversé dans sa position d'équilibre instable. Ces deux contrôleurs permettent d'assurer, à la fois, la précision et la stabilité du système. La figure

(3-12) montre la commande obtenue par ces deux contrôleurs flous, dans laquelle on remarque bien que la tension appliquée au moteur MCC reste stable durant le régime permanent.

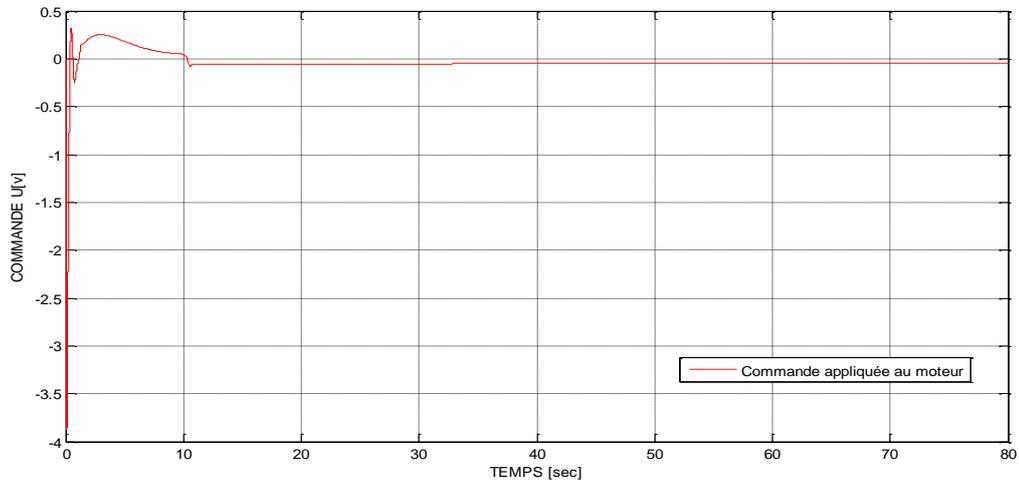


Figure (3-12) : Commande appliquée au moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPI

c. Stratégie avec des structures floues de type PI+PD

Afin d'exploiter encore mieux les différentes structures floues à deux entrées à la commande du système chariot-pendule, nous avons utilisé une autre stratégie de stabilisation floue basée sur deux contrôleurs de type PI flou + PD flou. Cette stratégie est représentée par la figure suivante:

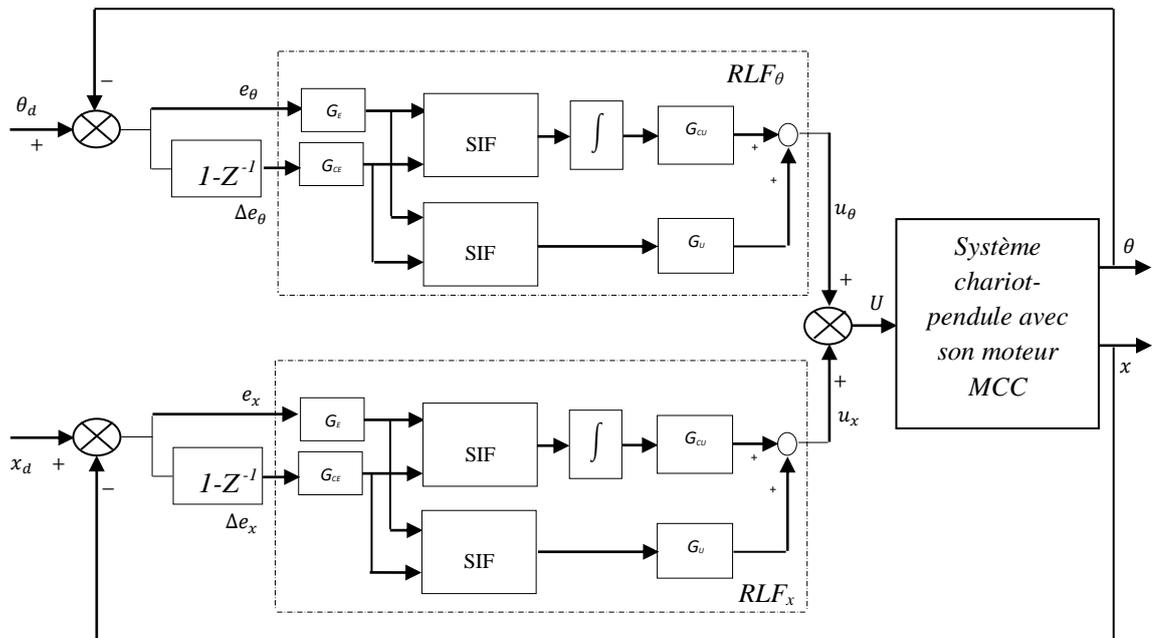


Figure (3-13) : Bloc de la stratégie de stabilisation floue du système chariot-pendule basée sur des structures floues de type PI+PD

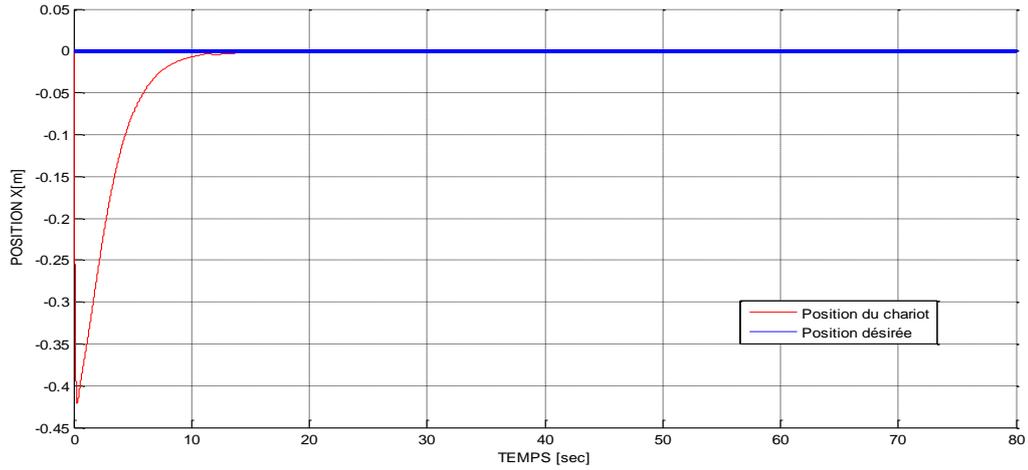


Figure (3-14) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPI+FPD

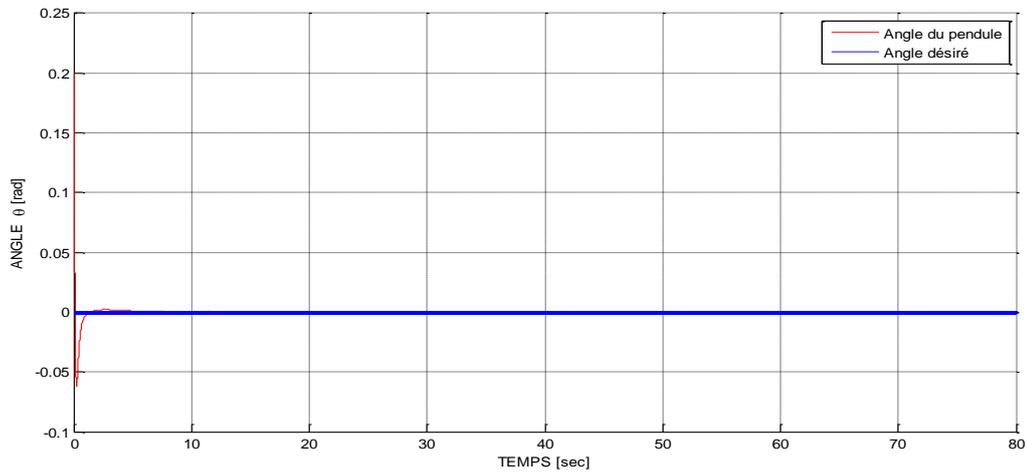


Figure (3-15) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPI+FPD

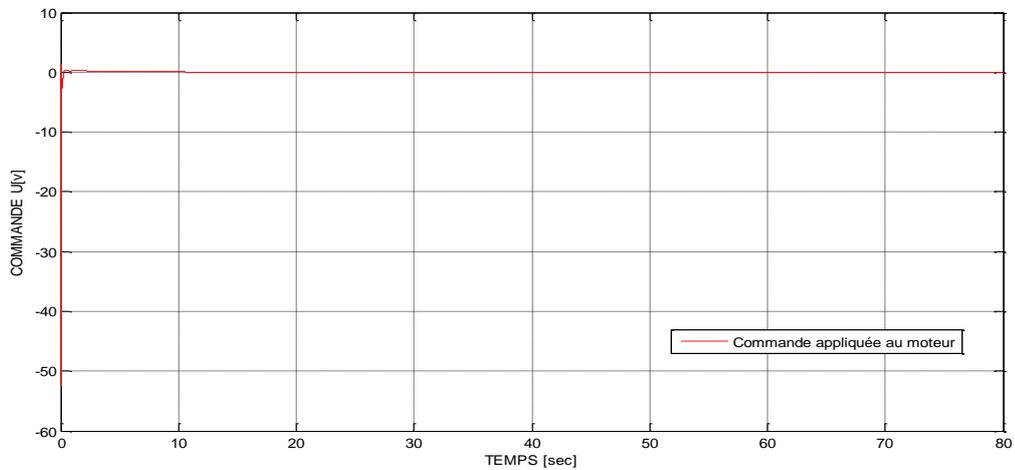


Figure (3-16) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPI+FPD

Depuis la réponse de la position du chariot, la figure (3-14), on remarque bien que le régulateur FPI+FPD a réussi à placer le chariot au milieu du rail. Durant la phase initiale de cette commande, les limites physiques fixées par le constructeur n'ont été pas dépassées par le chariot du système. Tandis que le régulateur FPI+FPD associé à l'angle du pendule a réussi également à maintenir le pendule dans la position verticale haute instable, comme le montre la figure (3-15). La commande obtenue par ces deux contrôleurs flous est donnée par la figure (3-16). Il est clair que cette stratégie permet d'assurer en régime permanent, à la fois, une bonne stabilité et aussi une bonne précision associée aux deux variables couplées du système non linéaire.

d. Stratégie avec des structures floues de type PID

La quatrième stratégie appliquée au contrôle des variables couplées du système non linéaire, à savoir l'angle du pendule inversé et la position du chariot, est constituée par deux contrôleurs PID flous. Cette dernière stratégie est donnée par la figure (3-17).

Les réponses de la position du chariot et l'angle du pendule, obtenus par cette stratégie, sont donnés respectivement par les figures (3-18) et (3-19). L'évolution temporelle du signal de commande est montrée sur la figure (3-20).

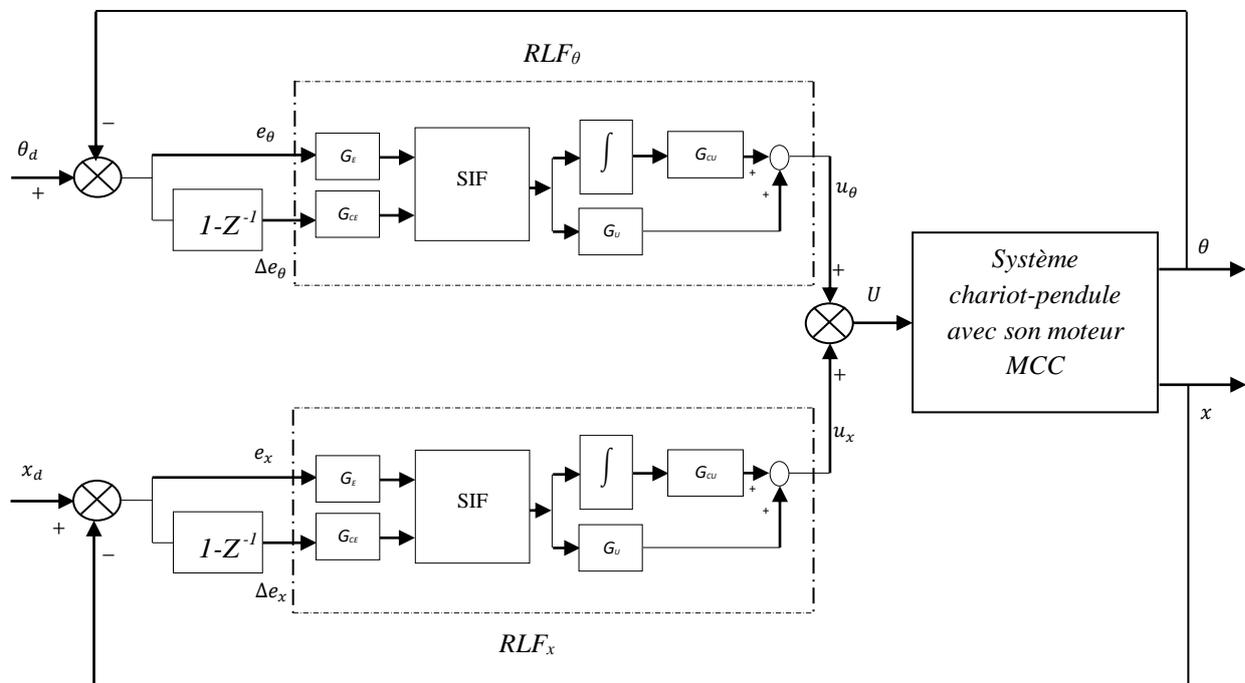


Figure (3-17) : Bloc de la stratégie de stabilisation floue du système chariot-pendule basée sur des structures floues de type PID

D'après ces résultats, on remarque bien que les réponses de la position du chariot et l'angle du pendule convergent plus rapidement vers les consignes désirées. En outre, le contrôleur PID flou associé à la position du chariot a permis de garder le déplacement du chariot dans la gamme physique donnée par le constructeur. Par conséquent, en régime permanent la stabilité et la précision du système sont parfaitement réalisées par cette stratégie.

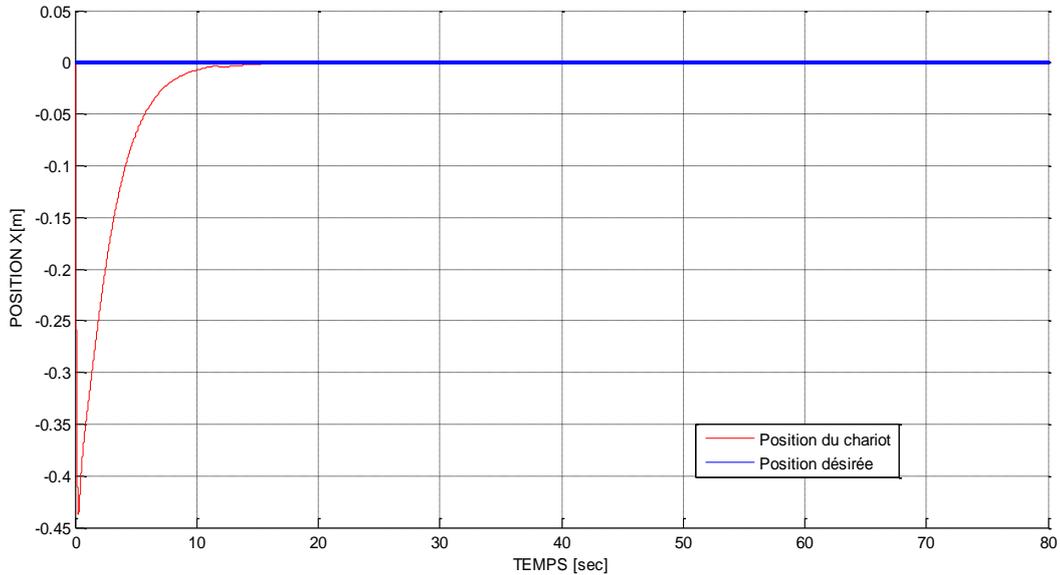


Figure (3-18) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPID

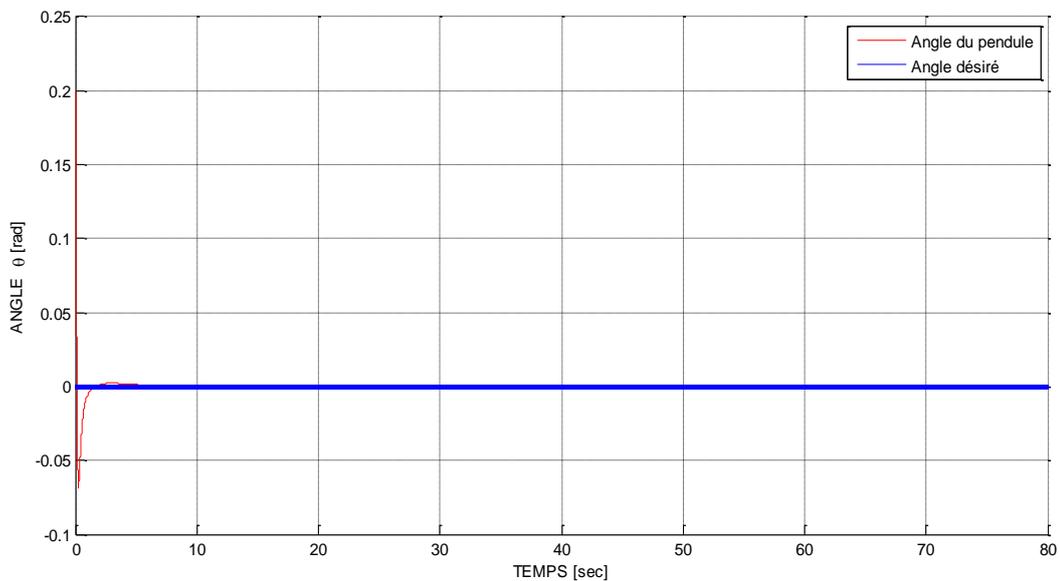


Figure (3-19) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPID

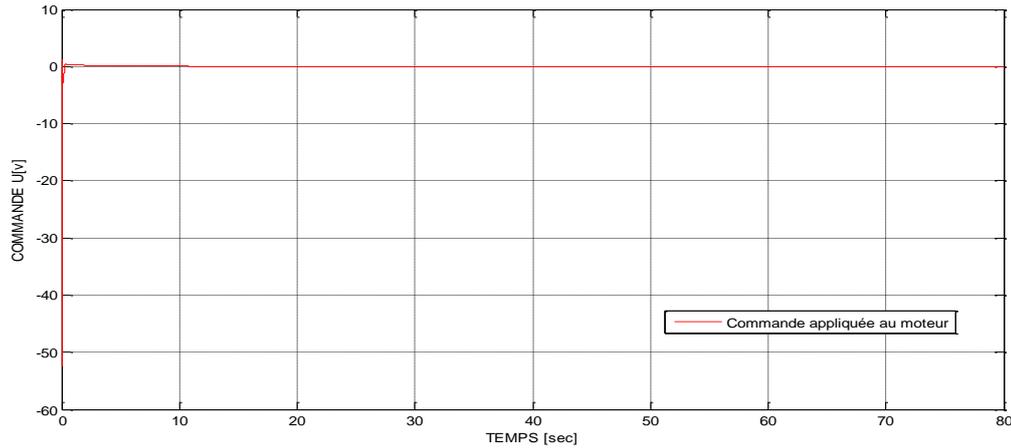


Figure (3-20) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPID

e. Comparaison des résultats obtenus par les différentes structures floues de type Mamdani

Les figures (3-21) et (3-22) montrent, respectivement, les résultats de comparaison, des réponses de la position du chariot et l'angle du pendule par rapport aux références désirées, c.à.d. $(x_d, \theta_d) = (0, 0)$. D'autre part, les comparaisons des indices de performance associés aux contrôleurs de la position du chariot et de l'angle du pendule sont données, respectivement, dans les tableaux (3-6) et (3-7). A partir des résultats de comparaison qualitative, c.à.d. les figures (3-21) et (3-22), obtenus par les différentes structures floues de type Mamdani, on constate que les différentes structures floues, associées au contrôleur flou de l'angle RLF_{θ} , ont réussi à maintenir le pendule inversé dans sa position d'équilibre instable. En même temps, les différentes structures floues, associées au contrôleur flou de la position RLF_x , ont également maintenu le chariot dans l'origine du rail, à l'exception pour la structure FPD qui ne le permet pas. En outre, il est remarqué dans tous les cas, que le déplacement du chariot ne dépasse pas les limites physiques données par le constructeur [16]. Globalement, en régime transitoire, les réponses de l'angle du pendule et la position du chariot réalisées par la structure FPID sont plus rapides et plus amorties que celles obtenues par les autres structures floues utilisées. De plus, cette structure offre une bonne stabilité avec une bonne précision en régime permanent.

D'autre part, l'analyse des résultats de comparaison quantitative résumés dans le Tableau (3-6) montre que la structure FPID associée à la position du chariot donne de très bonnes performances par rapport aux trois autres structures floues utilisées. Dans le même contexte, et comme il est indiqué dans le Tableau (3-7), la structure FPID associée à l'angle du pendule, par rapport aux autres structures floues, a permis de minimiser quatre indices parmi les cinq évalués. L'autre indice,

ISE, est proche de la valeur minimale atteinte par la structure FPD avec une différence de l'ordre de 0,0004.

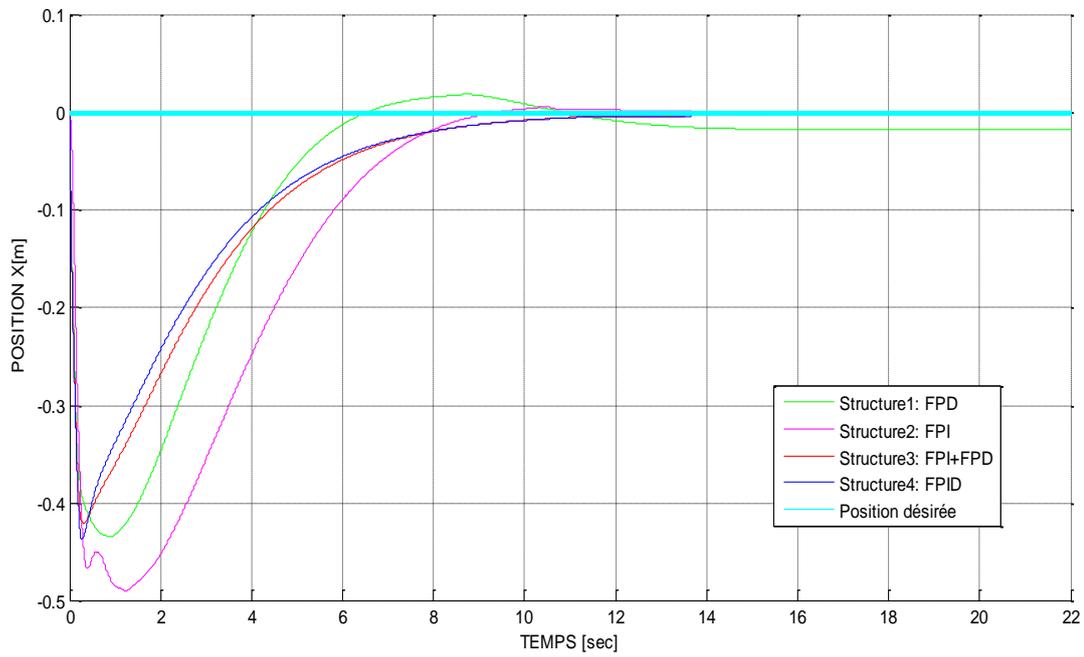


Figure (3-21) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les différentes structures floues de type Mamdani

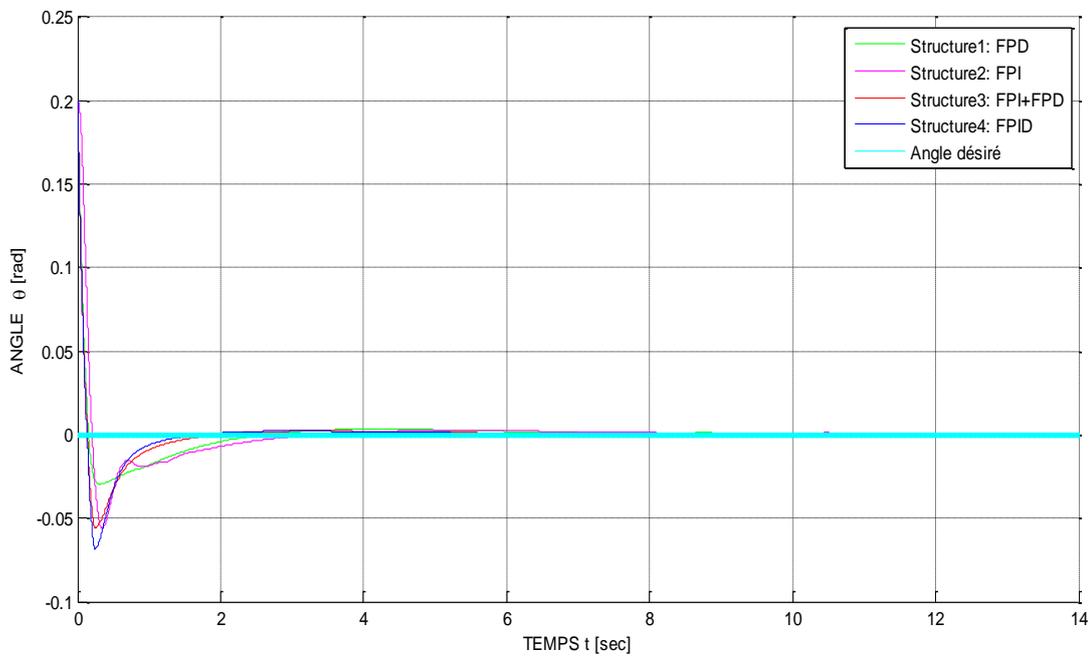


Figure (3-22) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les différentes structures floues de type Mamdani

RLF_x	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
Structure 1:FPD	2.4895	0.4522	52.7979	1.4593	44.2269
Structure 2:FPI	2.0188	0.7201	5.4632	1.4645	4.1879
Structure3 : FPI+FPD	1.3167	0.3272	3.4202	0.5003	1.2679
Structure 4:FPID	1.2334	0.2922	3.1969	0.4233	1.0613

Tableau (3-6) : Indices de performance de différentes structures floues de type Mamdani associées au contrôleur flou de la position: RLF_x

RLF_θ	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
Structure 1:FPD	0.0578	0.0022	0.1107	0.0006	0.0012
Structure 2:FPI	0.0727	0.0045	0.1123	0.0009	0.0014
Structure3 : FPI+FPD	0.0488	0.0024	0.0643	0.0005	0.0005
Structure 4:FPID	0.0483	0.0026	0.0596	0.0005	0.0004

Tableau (3-7) : Indices de performance de différentes structures floues de type Mamdani associées au contrôleur flou de l'angle: RLF_θ

3.5.1.2. Deuxième étape: simulation avec des contrôleurs flous de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro

Afin de comparer les performances déjà obtenues par les différentes stratégies basées sur le système d'inférence floue de type Mamdani, et en se fixant dans les mêmes conditions de simulation, nous avons contrôlé le système considéré en utilisant des structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro. Par conséquent, les mêmes stratégies développées précédemment sont utilisées en remplaçant le FIS de type Mamdani par celui de Takagi-Sugeno d'ordre zéro.

Les figures (3-23) à (3-34) représentent les différentes réponses de la position du chariot, l'angle du pendule et la commande appliquée au moteur, obtenues par les quatre stratégies basées sur le FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro. Dans lesquelles, on constate que les allures de toutes les réponses sont semblables avec celles obtenues par des stratégies basées sur le FIS de type Mamdani. En conséquence, les mêmes conclusions sont aussi bien obtenues par le FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro que par celui de Mamdani.

a. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PD

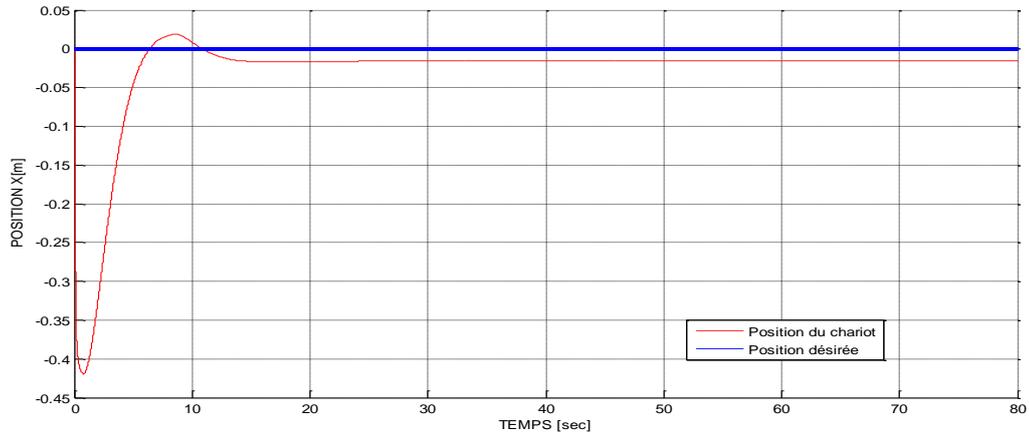


Figure (3-23) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPD

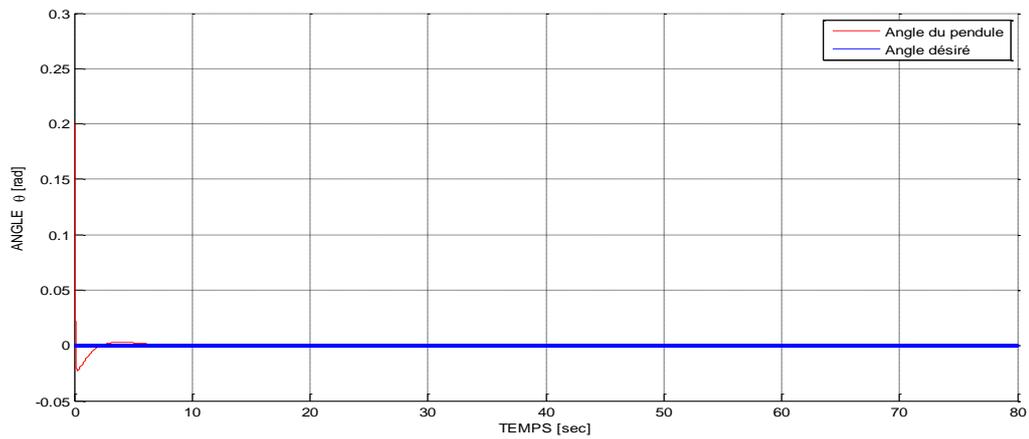


Figure (3-24) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPD

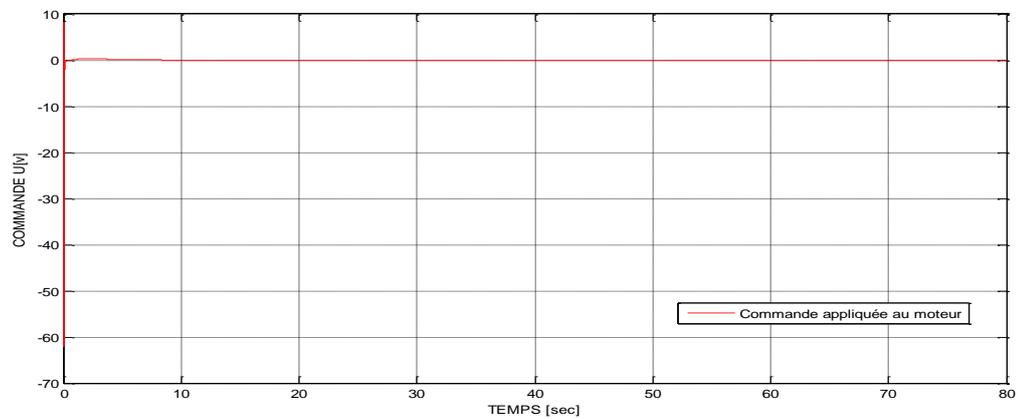


Figure (3-25) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPD

b. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PI

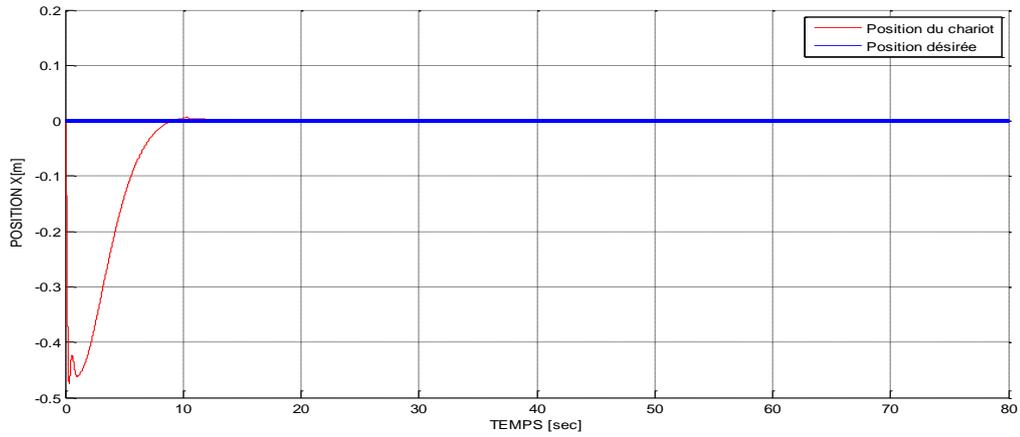


Figure (3-26) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPI

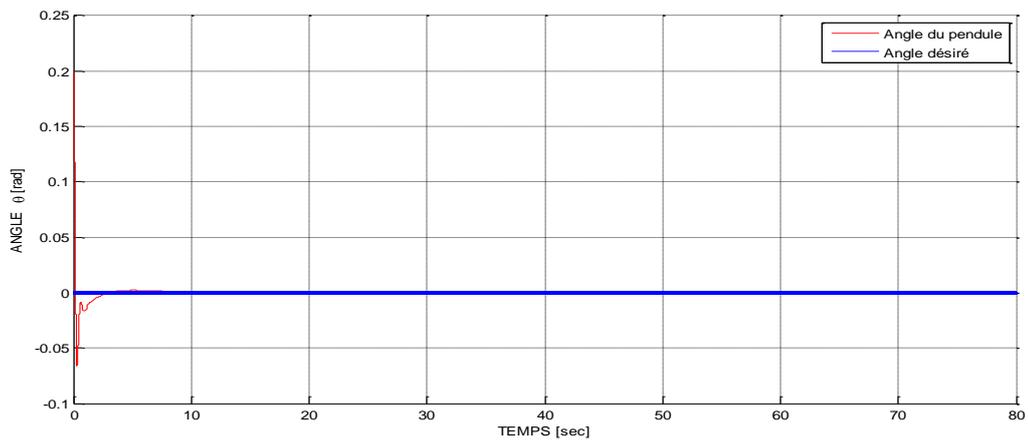


Figure (3-27) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPI

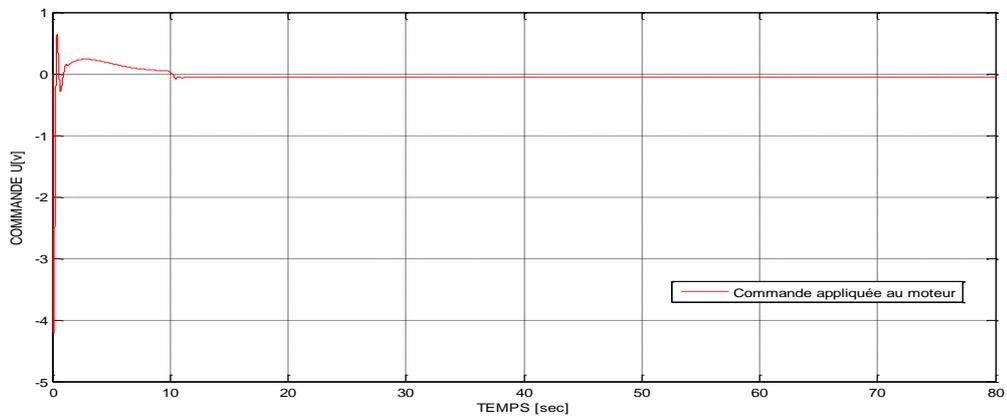


Figure (3-28) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPI

c. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PI+PD

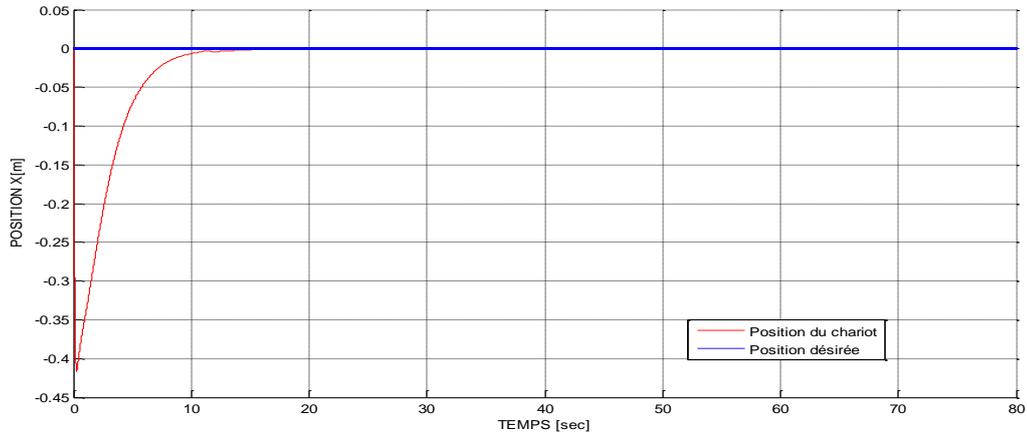


Figure (3-29) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPI+FPD

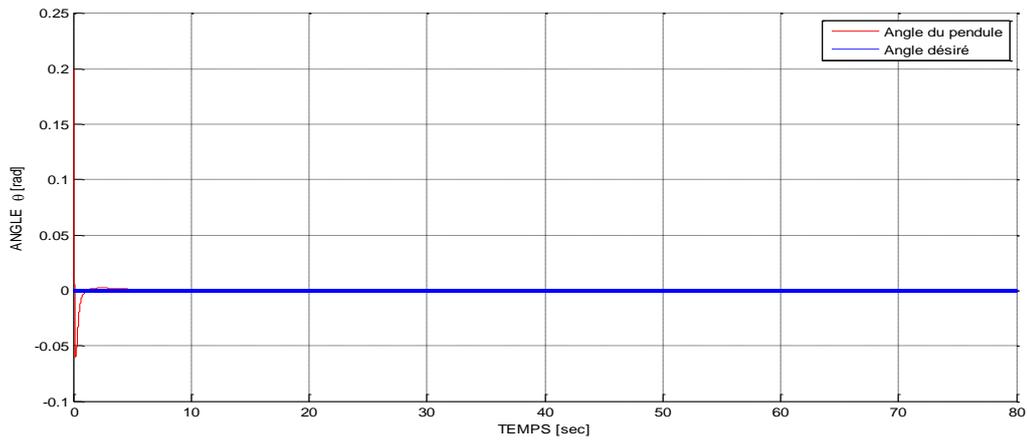


Figure (3-30) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPI+FPD

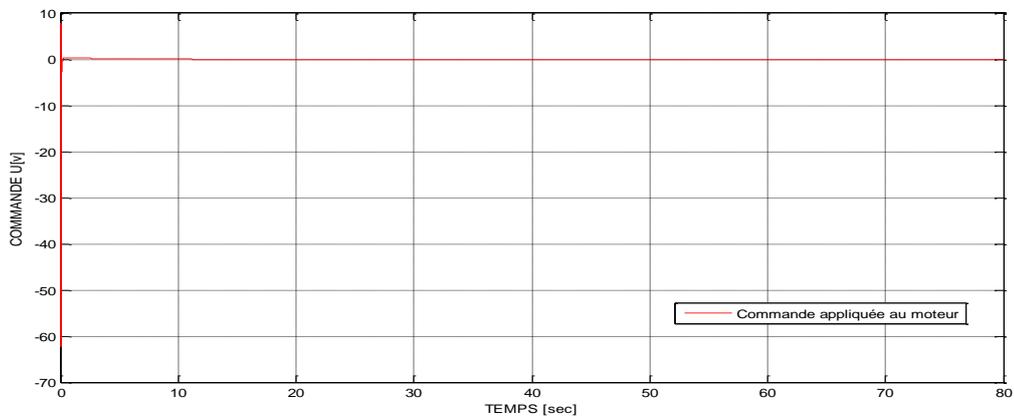


Figure (3-31) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPI+FPD

d. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PID

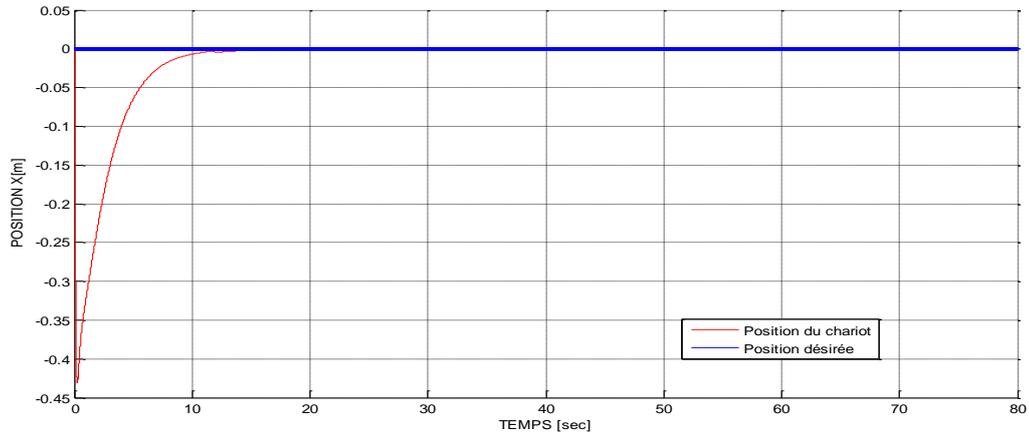


Figure (3-32) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPID

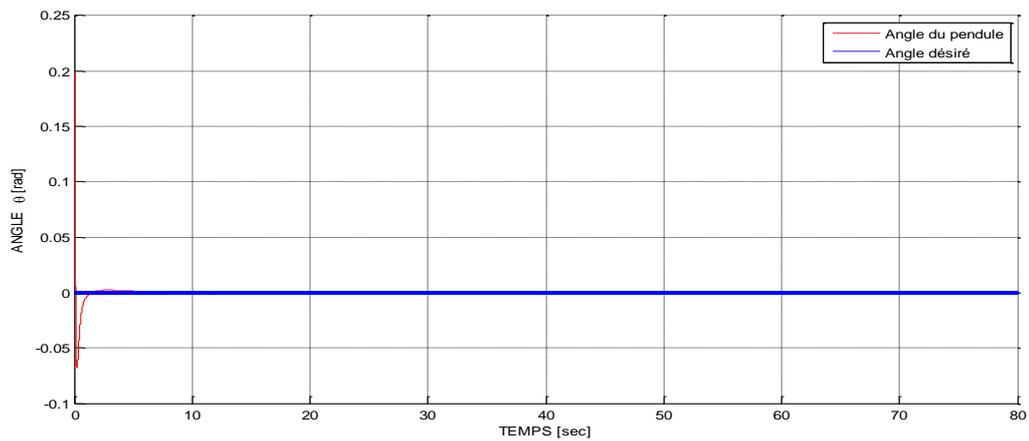


Figure (3-33) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPID

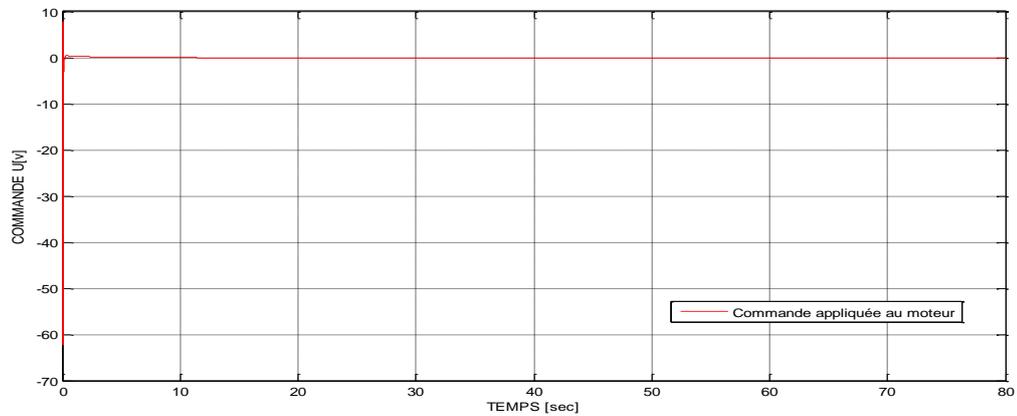


Figure (3-34) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPID

e. Comparaison des résultats obtenus par les différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro

La comparaison des résultats obtenus avec ce type, en utilisant les différentes stratégies, concernant les réponses de la position du chariot et l'angle du pendule par rapport aux références souhaitées ($x_d, \theta_d = 0,0$), sont respectivement représentées sur les figures (3-35) et (3-36). En outre, les tableaux (3-8) et (3-9) montrent la comparaison des indices de performance associés aux contrôleurs, respectivement, de la position du chariot RLF_x et de l'angle du pendule RLF_θ .

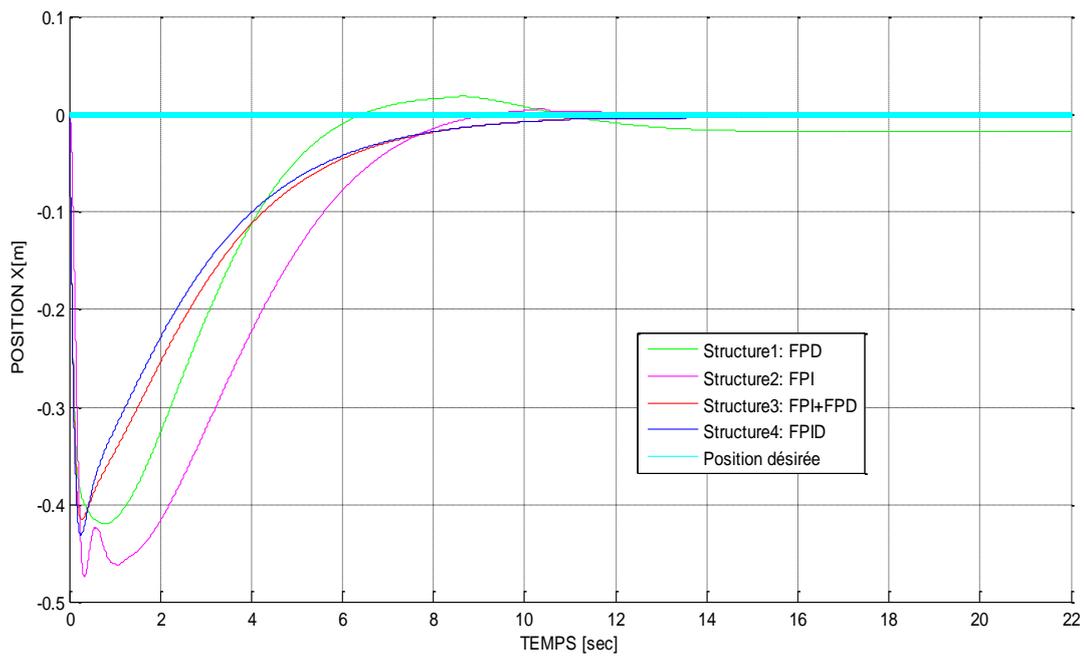


Figure (3-35) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro

RLF_x	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
Structure 1: FPD	2.4211	0.4164	52.5840	1.3830	44.0083
Structure 2: FPI	1.8629	0.6264	4.9124	1.2228	3.4183
Structure 3 : FPI+FPD	1.2613	0.3044	3.2361	0.4518	1.1326
Structure 4: FPID	1.1764	0.2706	3.0076	0.3782	0.9366

Tableau (3-8) : Indices de performance de différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro associées au contrôleur flou de la position: RLF_x

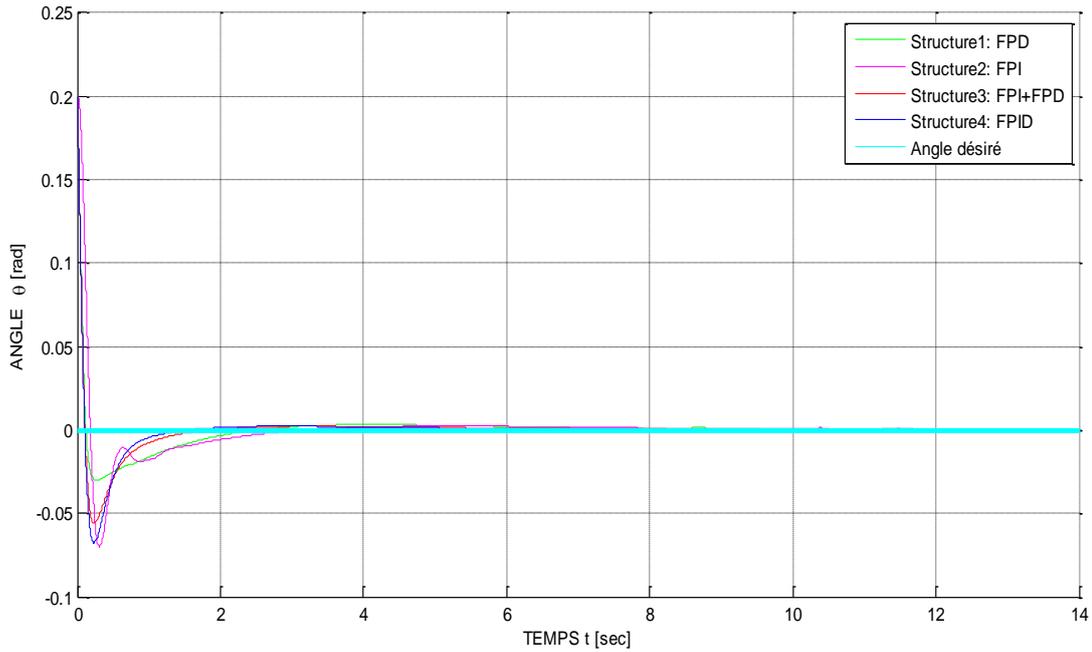


Figure (3-36) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro

RLF_{θ}	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
Structure 1:FPD	0.0542	0.0020	0.1045	0.0005	0.0010
Structure 2:FPI	0.0695	0.0046	0.1016	0.0009	0.0011
Structure 3 : FPI+FPD	0.0462	0.0023	0.0606	0.0004	0.0004
Structure 4:FPID	0.0460	0.0025	0.0562	0.0004	0.0003

Tableau (3-9) : Indices de performance de différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro associées au contrôleur flou de l'angle: RLF_{θ}

Comme dans le cas précédent de Mamdani, on observe que, les différentes structures floues associées au contrôleur flou de la position RLF_x , d'une part, ont réussi à maintenir le déplacement du chariot dans les limites physiques indiquées par le constructeur. D'autre part, toutes ces structures floues ont réussies à stabiliser le chariot au milieu du rail, sauf pour la structure FPD. Parallèlement, la stabilisation du pendule inversé dans sa position d'équilibre instable a été réalisée avec succès par les différentes structures floues associées au contrôleur flou de l'angle RLF_{θ} . Par conséquent, nous avons remarqué que les réponses obtenues par la structure FPID associée, à la

fois, aux deux contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ , sont meilleures que celles obtenues avec les autres structures floues utilisées. En fait, la structure FPID par rapport aux autres structures, permet d'assurer de bonnes performances aussi bien au régime transitoire que dans le régime permanent.

Comme on le voit dans les tableaux (3-8) et (3-9), les indices de performances obtenus par les différentes structures floues utilisées attestent que les meilleurs indices ont été obtenus par les structures FPID. Cependant, on peut indiquer que la valeur minimale de l'indice ISE (0,0020) est réalisée par la structure FPD, qui est à peu près équivalente à la valeur obtenue par la structure FPID (0,0025).

3.5.1.3. Troisième étape: comparaison entre les contrôleurs flous conçus par Mamdani et Takagi-Sugeno d'ordre zéro

Dans cette étape, la comparaison au niveau des systèmes d'inférence floue est effectuée. Les indices de performance réalisés par les deux meilleures structures FPID associées aux contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ , obtenues dans les deux cas, à savoir Mamdani et Takagi-Sugeno d'ordre zéro, sont regroupés, respectivement, dans les tableaux (3-10) et (3-11). En outre, la comparaison des réponses de la position du chariot et l'angle du pendule obtenues par les structures FPID, sont présentées respectivement par les figures (3-37) et (3-38).

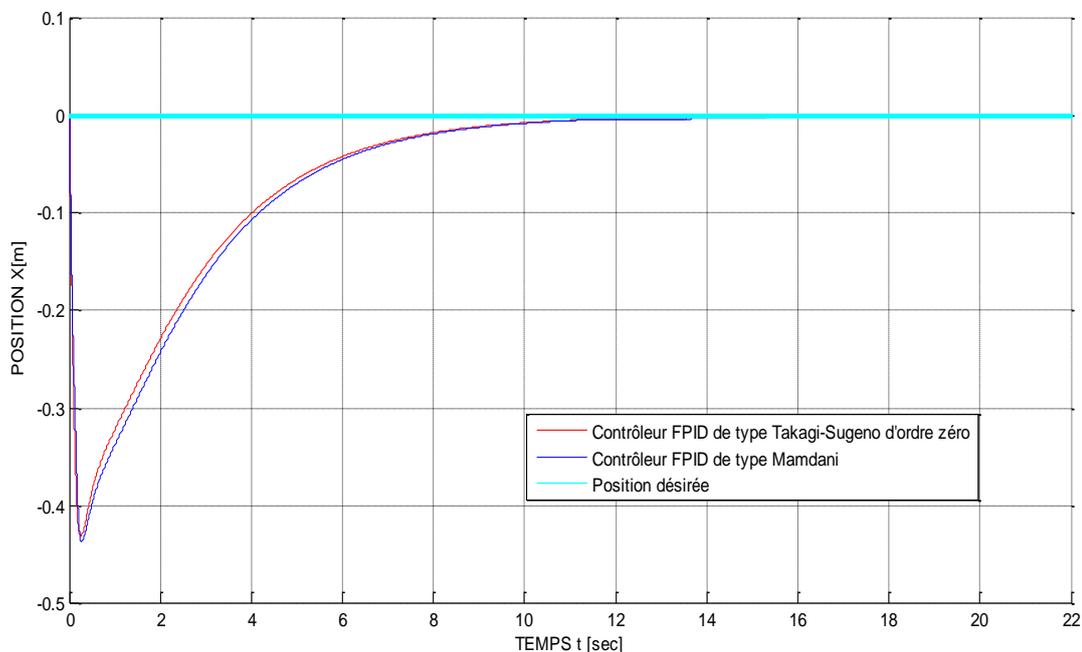


Figure (3-37) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou RLF_x

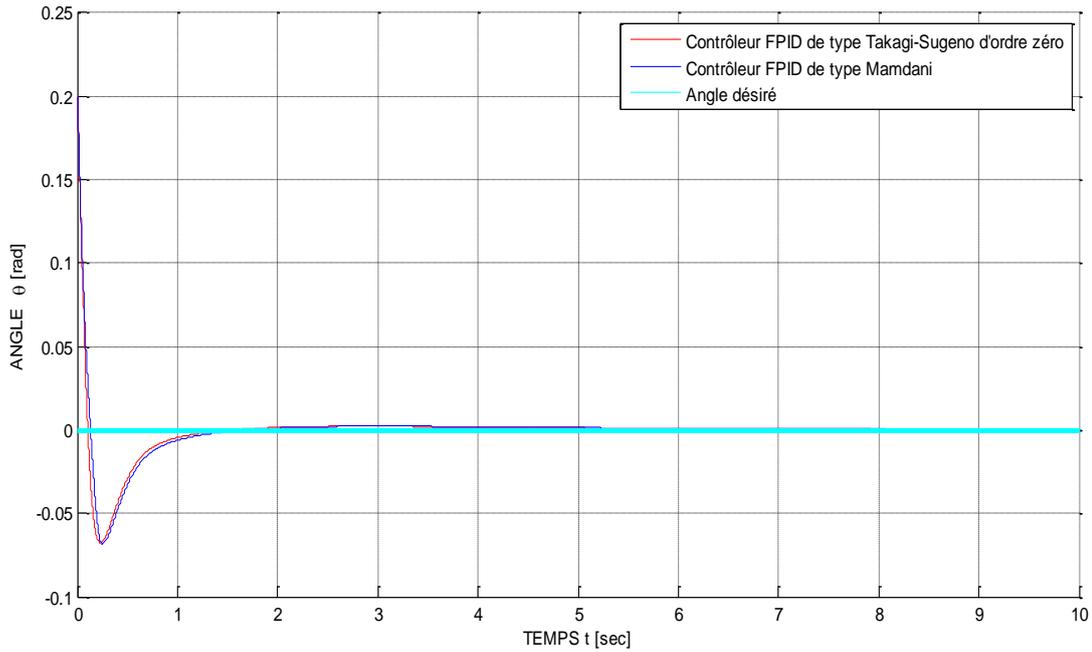


Figure (3-38) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou RLF_{θ}

RLF_x	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
FPID de Type Takagi-Sugeno	1.1764	0.2706	3.0076	0.3782	0.9366
FPID de type Mamdani	1.2334	0.2922	3.1969	0.4233	1.0613

Tableau (3-10) : Comparaison des indices de performance obtenus par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou de la position: RLF_x

RLF_{θ}	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
FPID de Type Takagi-Sugeno	0.0460	0.0025	0.0562	0.0004	0.0003
FPID de type Mamdani	0.0483	0.0026	0.0596	0.0005	0.0004

Tableau (3-11) : Comparaison des indices de performance obtenus par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou de l'angle: RLF_{θ}

D'après les figures (3-37) et (3-38), on remarque que les réponses obtenues par la structure FPID de type Mamdani sont améliorées sensiblement par l'utilisation de la structure FPID de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro. On peut confirmer cette conclusion en comparant les différents résultats quantitatifs (tableaux (3-10) et (3-11)). Par conséquent, il est clair que les indices de performance réalisés par la structure FPID de type Mamdani, sont aussi améliorés sensiblement par la structure FPID de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro.

Comme résultat final, on peut affirmer que la meilleure stratégie de stabilisation du modèle non linéaire du système chariot-pendule, est la stratégie de commande basée sur les structures floues FPID de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro.

3.5.2. Résultats de simulation obtenus avec le modèle d'état linéaire développé autour du point d'équilibre instable ($\theta=0$ rad)

Après avoir exposé les résultats obtenus par les différentes stratégies de stabilisation floue associées au modèle non linéaire du système chariot-pendule, nous nous intéressons dans cette partie à la représentation des différents résultats de simulation obtenus par le modèle d'état linéaire développé autour le point d'équilibre instable ($\theta=0$ rad). Il s'agit, des résultats obtenus par des contrôleurs flous, comme FPD, FPI, FPI+FPD, et FPID, de type Mamdani et de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro. L'objectif de contrôle visé dans ce cas reste toujours le même. Il s'agit de déplacer le chariot au milieu du rail de telle sorte de ramener le pendule dans sa position d'équilibre instable ($\theta=0$ rad). Pour ce faire, nous avons effectué, à la fois, des régulations de position du chariot et l'angle du pendule autour du point d'équilibre instable du pendule. En suivant un raisonnement similaire utilisé au cas non linéaire, en utilisant les différentes stratégies, nous avons déduit la meilleure stratégie qui donne les bonnes performances temporelles. En conséquence, trois étapes sont aussi envisagées.

3.5.2.1. Première étape: résultats de simulation obtenus par des contrôleurs flous de type Mamdani

a. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PD

La Figure (3-39), montre la position du chariot en fonction de la consigne, dans laquelle on remarque que la sortie ne suit pas celle-ci. Tandis que, le régulateur FPD a réussi de garder le mouvement du chariot dans la plage posée par le constructeur. La Figure (3-40), montre la position angulaire du pendule inversé obtenue durant le mouvement du chariot sur le rail, dans laquelle on remarque bien que le régulateur FPD a réussi à maintenir le pendule inversé dans sa position

d'équilibre instable. Le signal de commande fourni par cette stratégie est montré sur la figure (3-41).

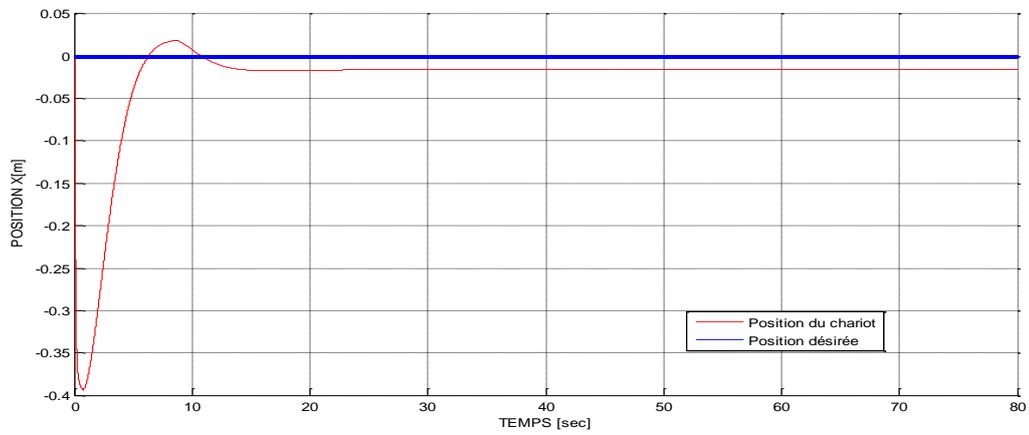


Figure (3-39) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPD

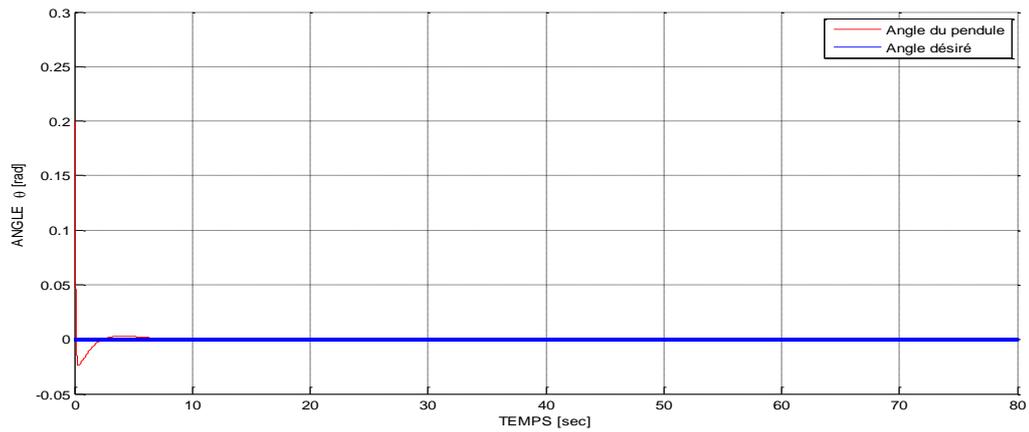


Figure (3-40) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPD

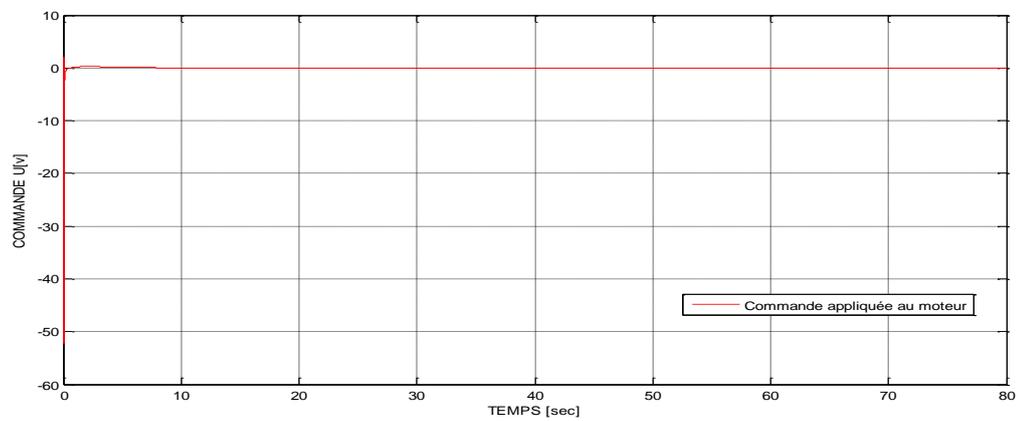


Figure (3-41) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPD

b. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PI

La figure (3-42), montre la position du chariot en fonction de la consigne, dans laquelle on remarque bien que la sortie suit celle-ci. Par conséquent, le contrôleur FPI a réussi d'une part à forcer le chariot suivre sa consigne, et d'autre part, de garder celui-ci dans les marges réelles données par le constructeur [16].

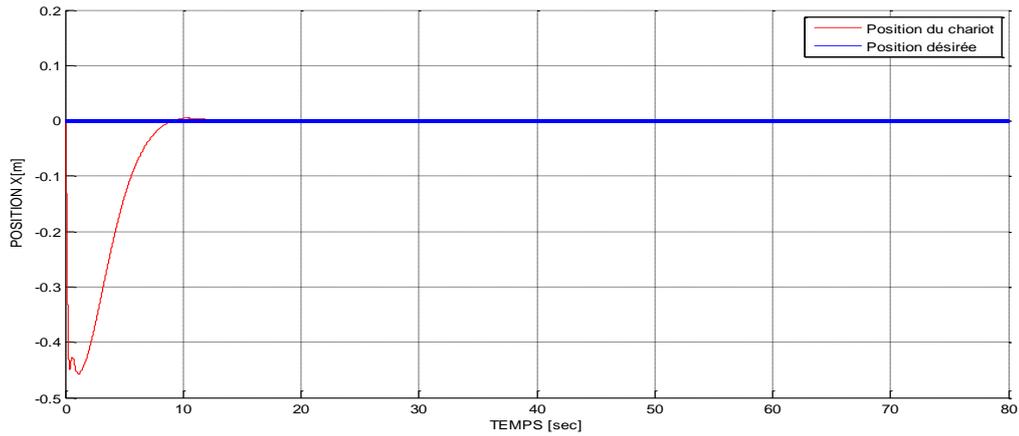


Figure (3-42) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPI

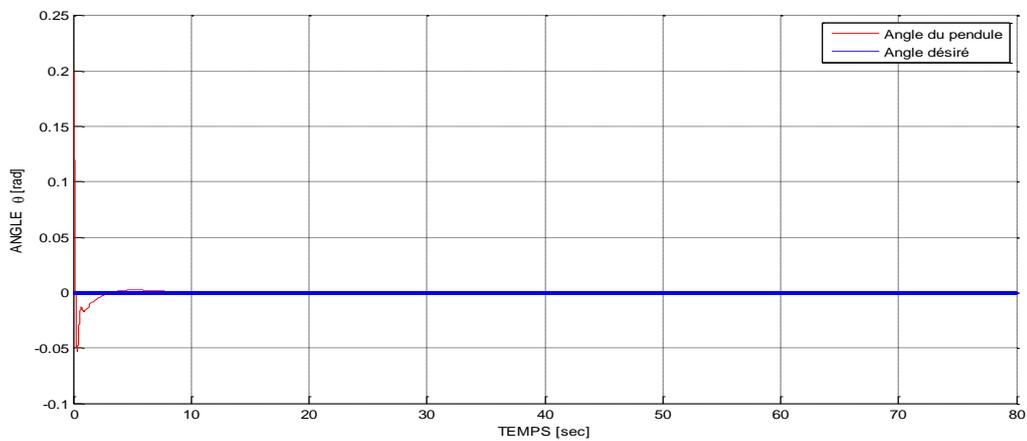


Figure (3-43) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPI

En outre, la figure (3-43), montre la position angulaire du pendule inversé obtenue durant le mouvement du chariot sur le rail, en utilisant le régulateur FPI, dans laquelle on remarque bien que ce dernier a réussi à stabiliser le pendule inversé dans sa position d'équilibre instable. Tandis que la figure (3-44) montre le signal de commande fournie par cette stratégie floue.

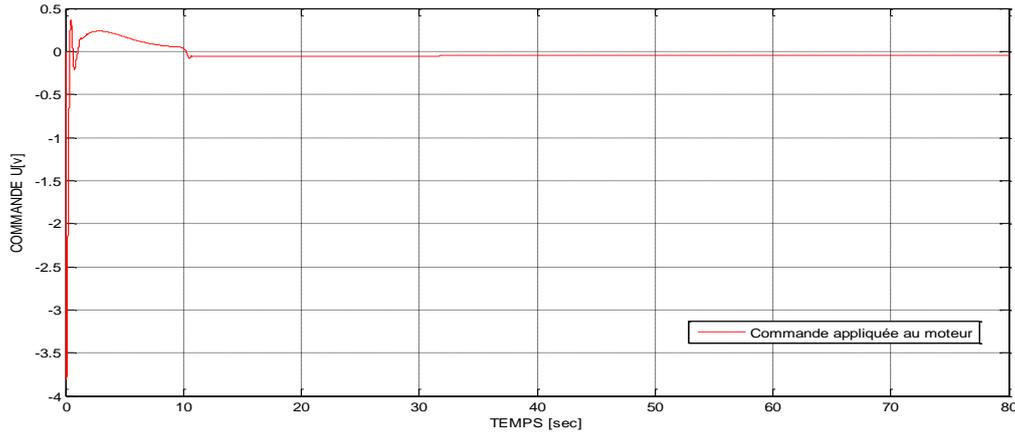


Figure (3-44) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPI

c. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PI+PD

Les figures (3-45), (3-46) et (3-47) décrivent, respectivement, le déplacement du chariot sur le rail, la position angulaire du pendule et la commande appliquée au niveau de l'entrée du moteur. Dans lesquelles, on observe que le déplacement du chariot ne dépasse pas la distance réelle du rail qui est de 100 cm de longueur. On constate aussi que le pendule se stabilise dans sa position d'équilibre instable et ceci avant que le chariot atteigne sa consigne. Par conséquent, on peut confirmer que cette stratégie a réussi de contrôler à la fois les deux variables couplées du système linéaire à savoir la position du chariot et l'angle du pendule. En outre, cette stratégie assure des bonnes performances que ce soit au régime transitoire ou dans le régime permanent.

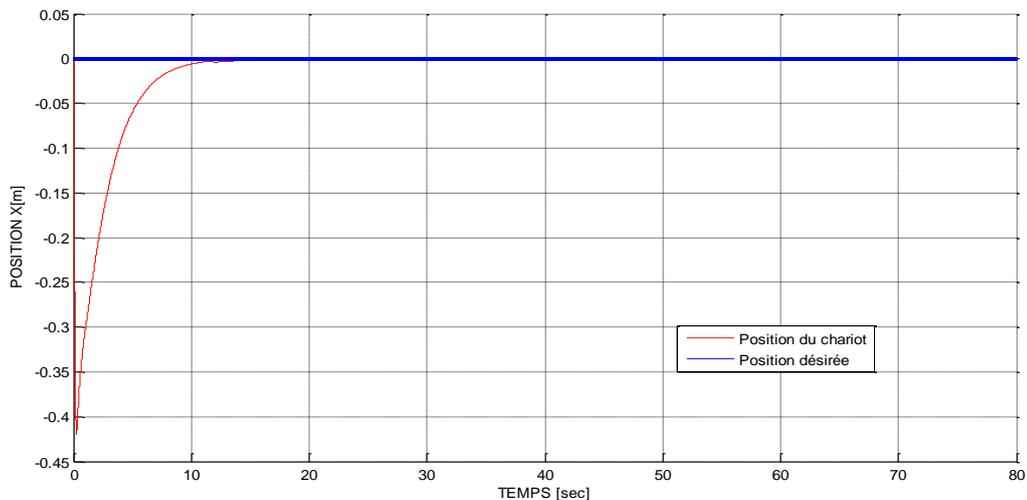


Figure (3-45) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPI+FPD

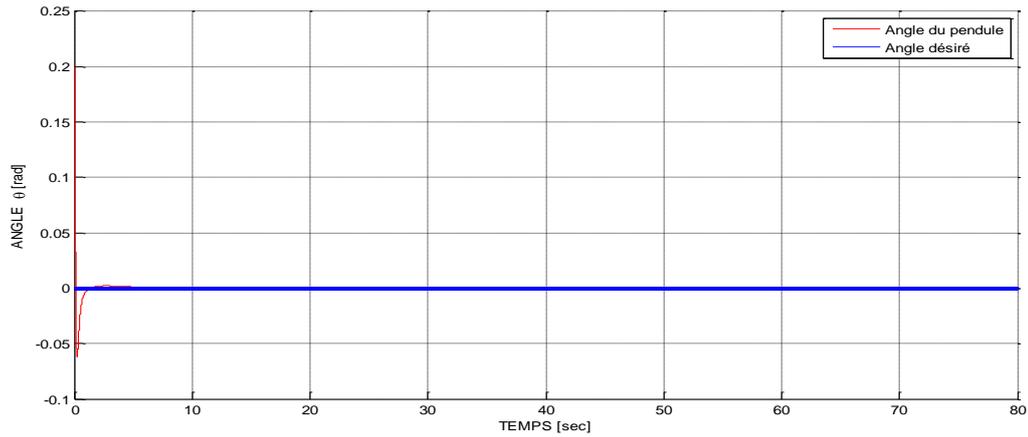


Figure (3-46) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPI+FPD

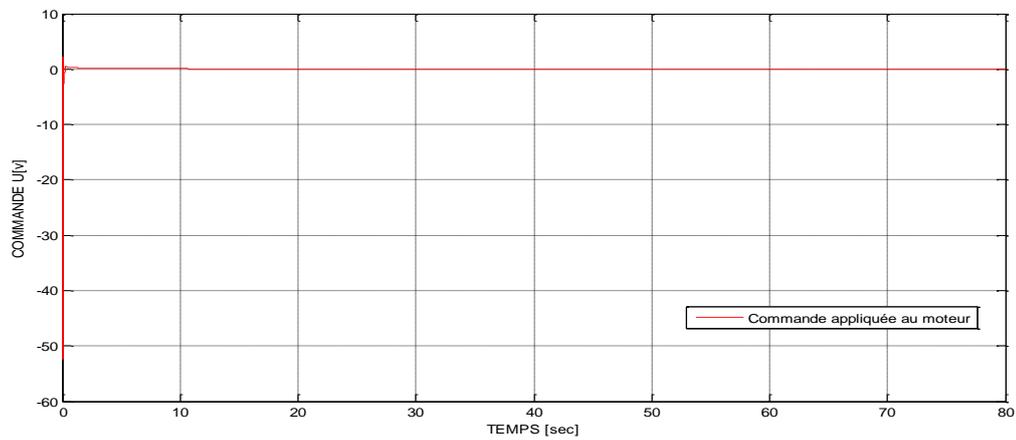


Figure (3-47) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPI+FPD

d. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PID

La position du chariot sur le rail et la position angulaire du pendule issus de cette stratégie sont données, respectivement, par les figures (3-48) et (3-49). Pour ce cas, la tension de commande appliquée au moteur afin de piloter le chariot ainsi que le pendule est montrée sur la figure (3-50).

D'après ces résultats, il est constaté que le chariot ne dépasse pas les limites autorisées. D'autre part, on voit que le chariot suit rapidement sa référence en gardant sa stabilité après quelques secondes. Parallèlement, le pendule rejoint sa référence et se stabilise en régime permanent légèrement plus rapidement dans sa position d'équilibre instable.

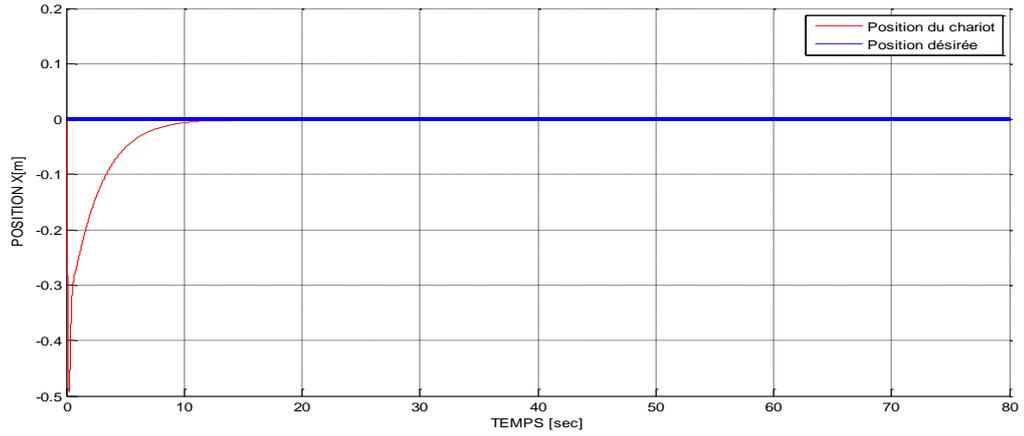


Figure (3-48) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPID

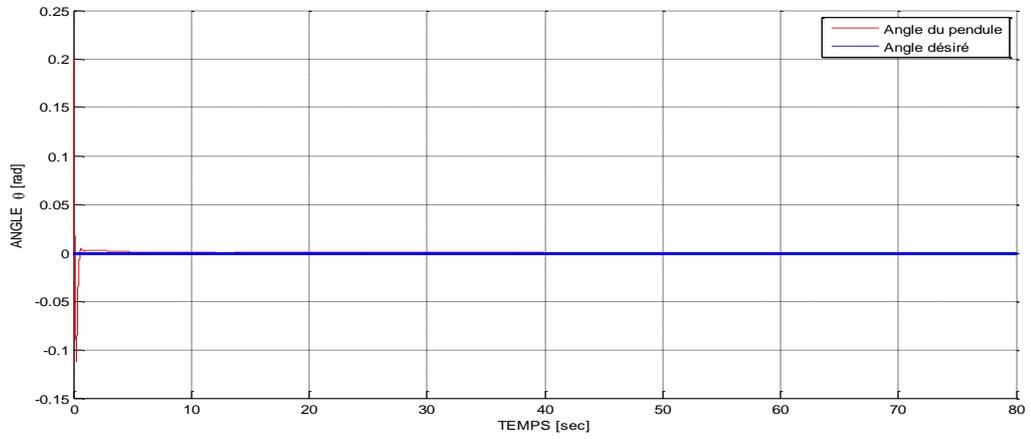


Figure (3-49) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPID

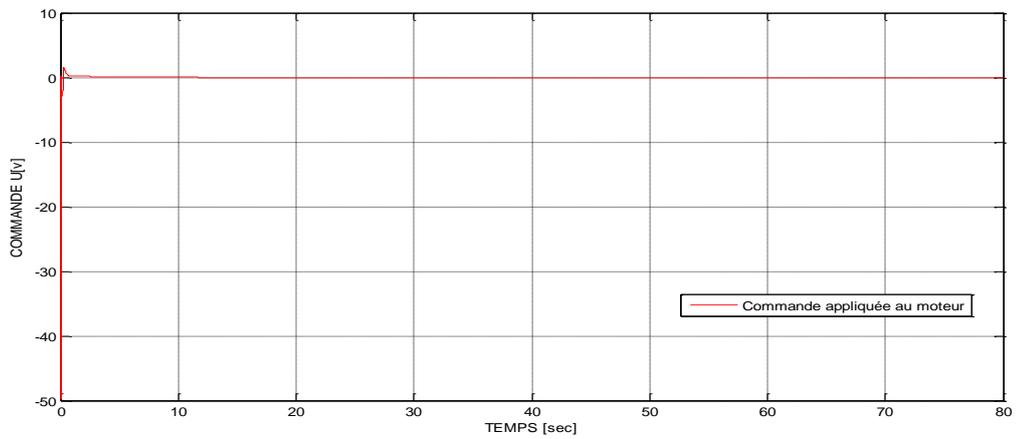


Figure (3-50) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPID

e. Comparaison des résultats obtenus par les différentes structures floues de type Mamdani

Dans les figures (3-51) et (3-52), on donne, respectivement, les résultats de comparaison qualitative des réponses de la position du chariot et l'angle du pendule. Les réponses de la position du chariot et de l'angle du pendule sont données par rapport aux références désirées, c.à.d. $(x_d, \theta_d)=(0,0)$.

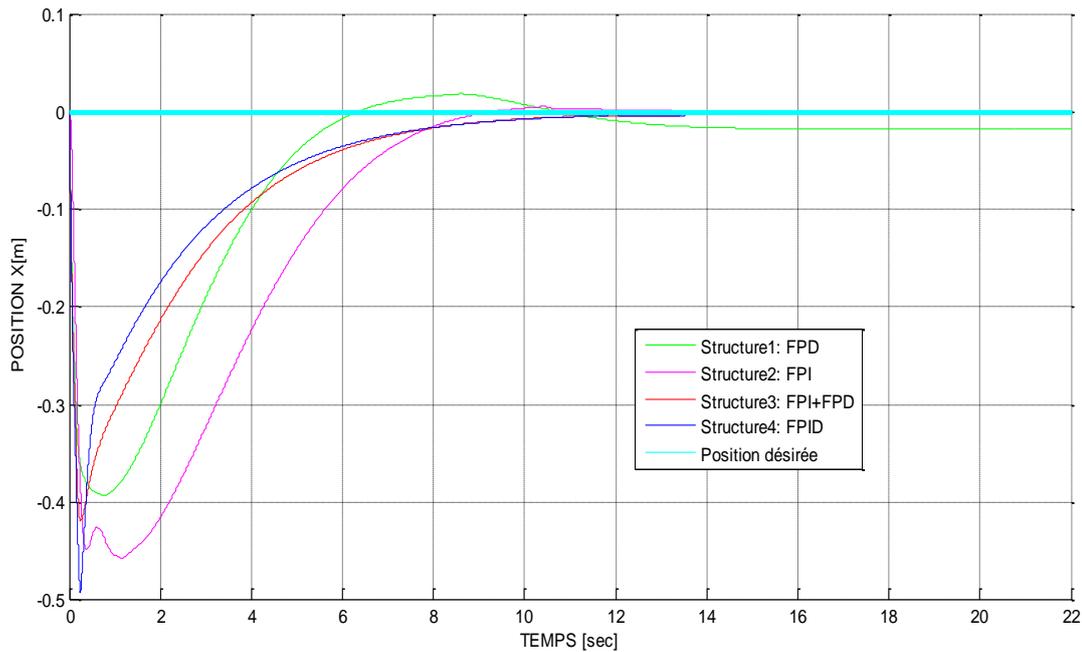


Figure (3-51) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les différentes structures floues de type Mamdani

RLF_x	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
Structure 1:FPD	2.3135	0.3576	52.3257	1.2888	43.7609
Structure 2:FPI	1.8544	0.6167	4.9320	1.2230	3.4422
Structure3 : FPI+FPD	1.1013	0.2398	2.7989	0.3305	0.8098
Structure 4:FPID	0.9690	0.1927	2.4859	0.2385	0.5888

Tableau (3-12) : Indices de performance de différentes structures floues de type Mamdani associées au contrôleur flou de la position: RLF_x

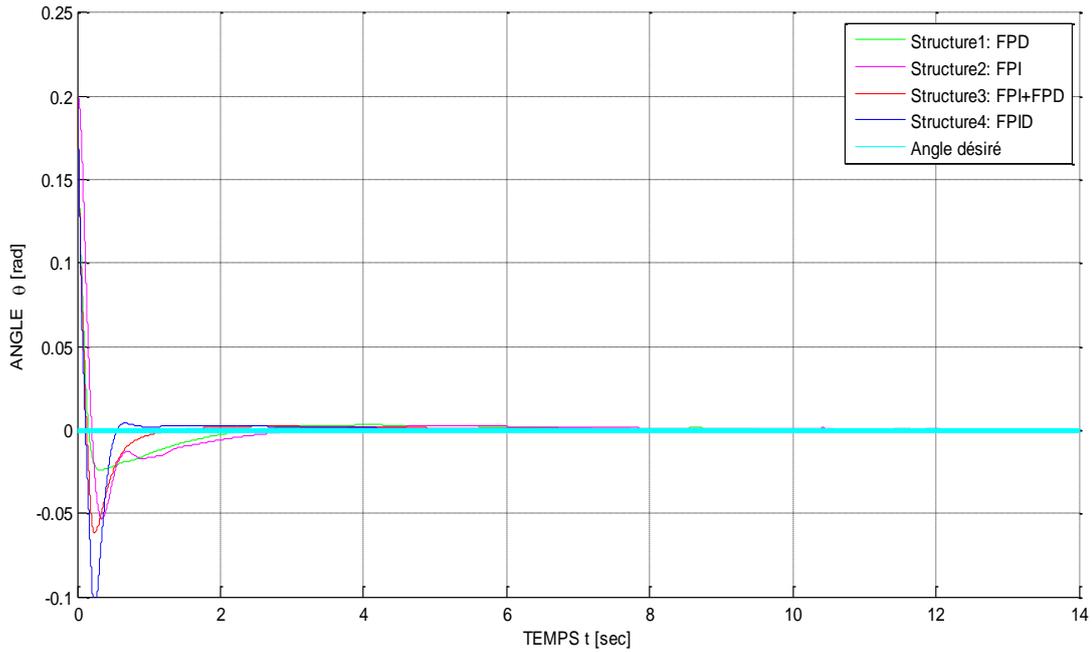


Figure (3-52) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les différentes structures floues de type Mamdani

RLF_{θ}	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
Structure 1:FPD	0.0500	0.0020	0.0966	0.0004	0.0009
Structure 2:FPI	0.0675	0.0043	0.1015	0.0008	0.0011
Structure 3 : FPI+FPD	0.0418	0.0023	0.0521	0.0004	0.0003
Structure 4:FPID	0.0436	0.0031	0.0472	0.0005	0.0003

Tableau (3-13) : Indices de performance de différentes structures floues de type Mamdani associées au contrôleur flou de l'angle: RLF_{θ}

Une première analyse concerne les résultats qualitatifs nous a permis de constater ce qui suit:

- les différentes structures floues, associé au contrôleur flou de l'angle RLF_{θ} , ont réussi à maintenir le pendule inversé dans sa position d'équilibre instable;
- les différentes structures floues, associé au contrôleur flou de la position RLF_x , ont également maintenu le chariot dans l'origine du rail, à l'exception pour la structure FPD qui ne le permet pas;
- le déplacement du chariot ne dépasse pas les limites physiques autorisées par le constructeur.

D'autre part, les tableaux (3-12) et (3-13) résument les résultats de comparaison des indices de performance associés aux contrôleurs de position du chariot et l'angle du pendule, respectivement, obtenus par les différentes structures floues de type Mamdani. En outre, une analyse concerne des résultats quantitatifs résumés dans le tableau (3-12), et comme le cas non linéaire, montre que la structure FPID associée à la position du chariot donne de très bonnes performances par rapport aux trois autres structures floues utilisées. Parallèlement, et comme il est indiqué dans le tableau (3-13), la structure FPI+FPD associée à l'angle du pendule, par rapport aux autres structures floues, a permis à minimiser trois indices parmi les cinq évalués. Tandis que, les valeurs minimales des autres indices comme ISE et ITAE, sont réalisées, respectivement, par les structures FPD et FPID.

3.5.2.2. Deuxième étape: résultats de simulations obtenus par des contrôleurs flous de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro

Comme il a été souligné au paragraphe lié au cas non linéaire, en se fixant dans les mêmes conditions de simulations, le système global a été contrôlé par les mêmes stratégies développées précédemment, en remplaçant le FIS de type Mamdani par celui de Takagi-Sugeno d'ordre zéro. Les différents résultats obtenus avec ce type sont représentés ci-dessous. Il s'agit des réponses de la position du chariot, l'angle du pendule et la commande appliquée au moteur associé au système considéré. Dans lesquelles, on constate bien que les différents résultats obtenus par les deux types sont identiques de point de vue physique (allures). Par conséquent, les mêmes conclusions tirées depuis les résultats obtenus par le type de Mamdani peuvent être considérées dans le cas du FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro.

a. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PD

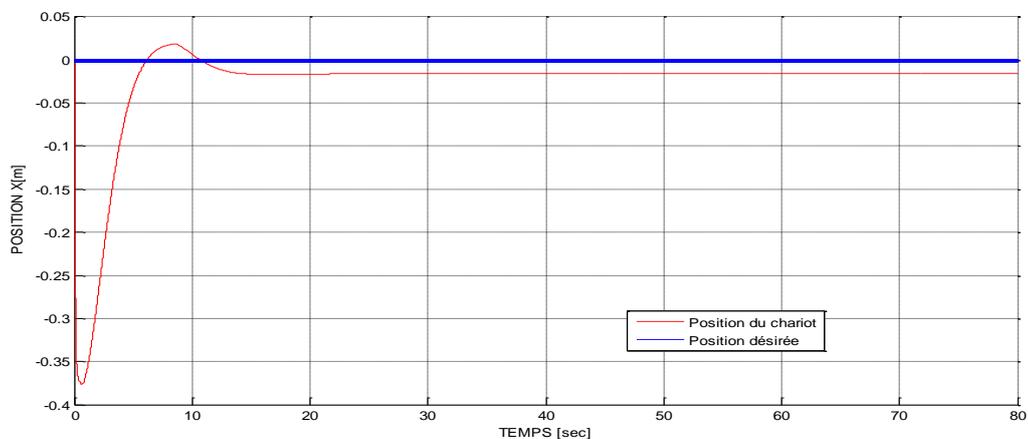


Figure (3-53) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPD

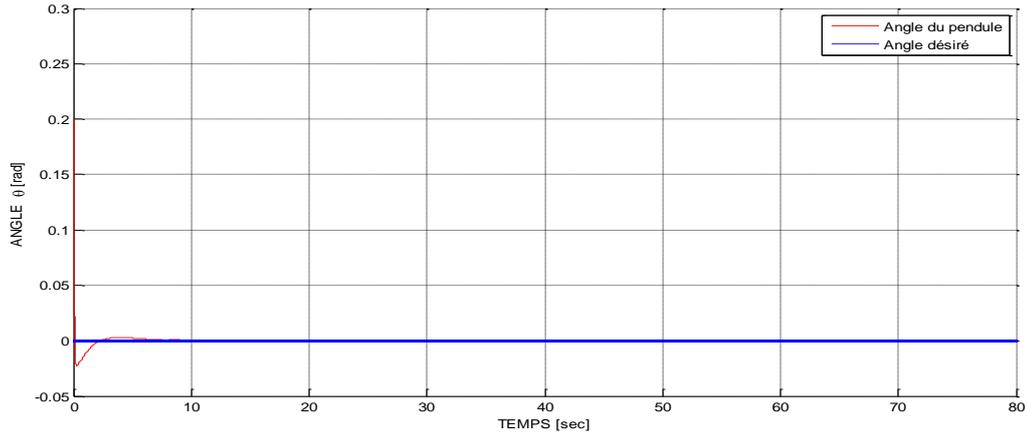


Figure (3-54) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPD

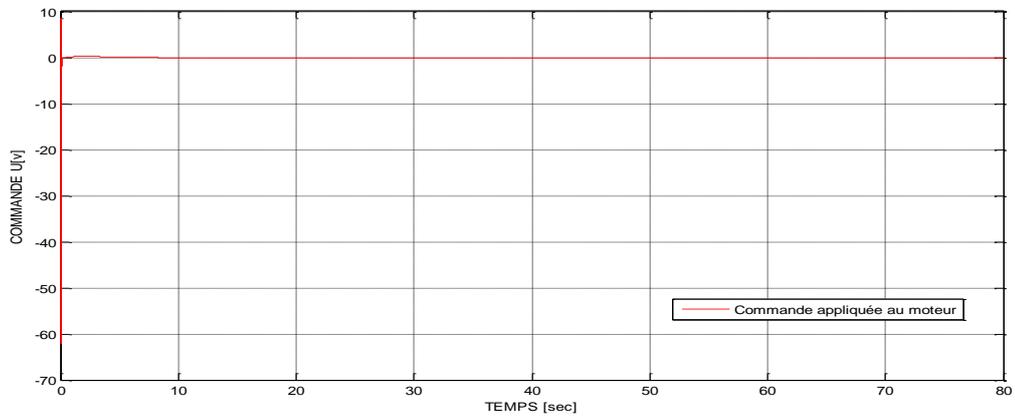


Figure (3-55) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPD

b. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PI

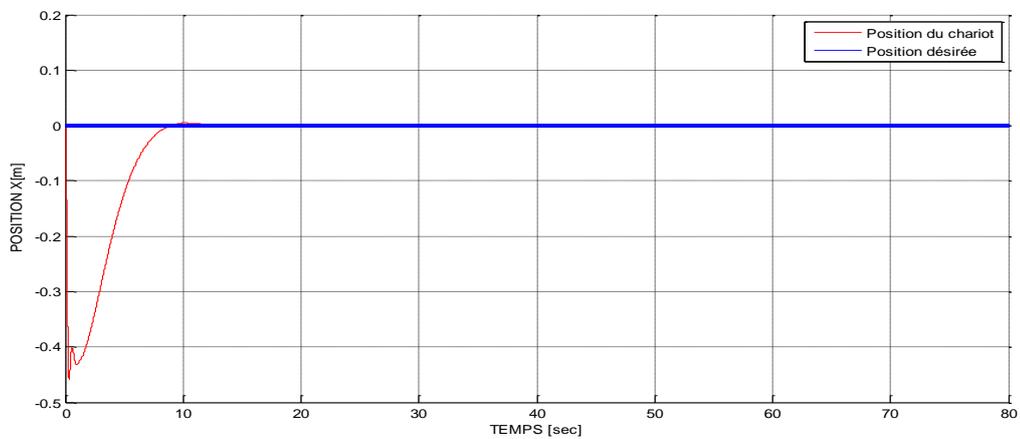


Figure (3-56) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPI

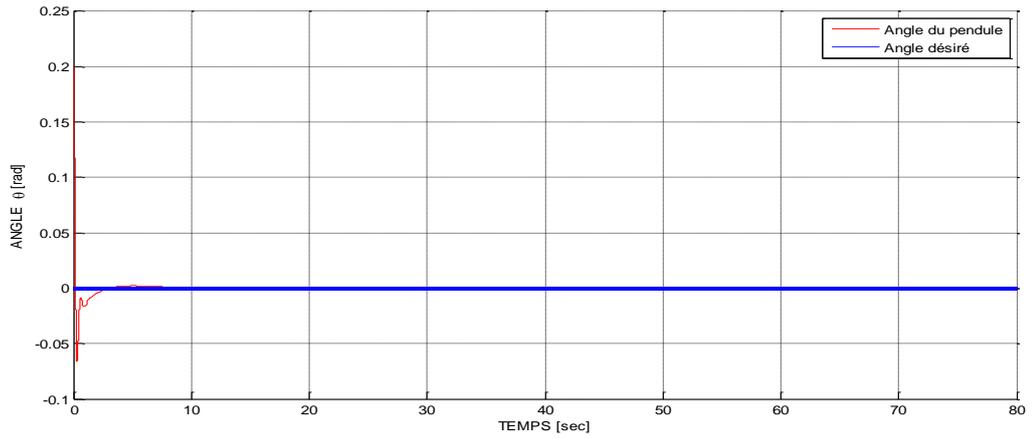


Figure (3-57) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPI

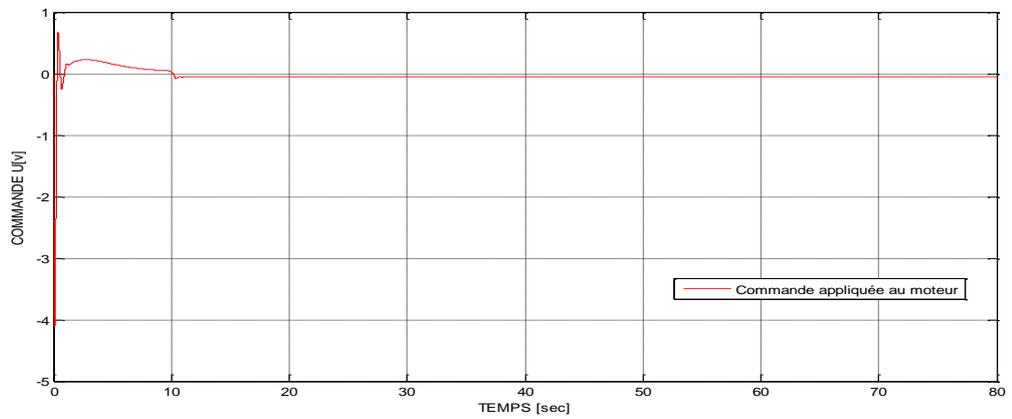


Figure (3-58) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPI

c. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PI+PD

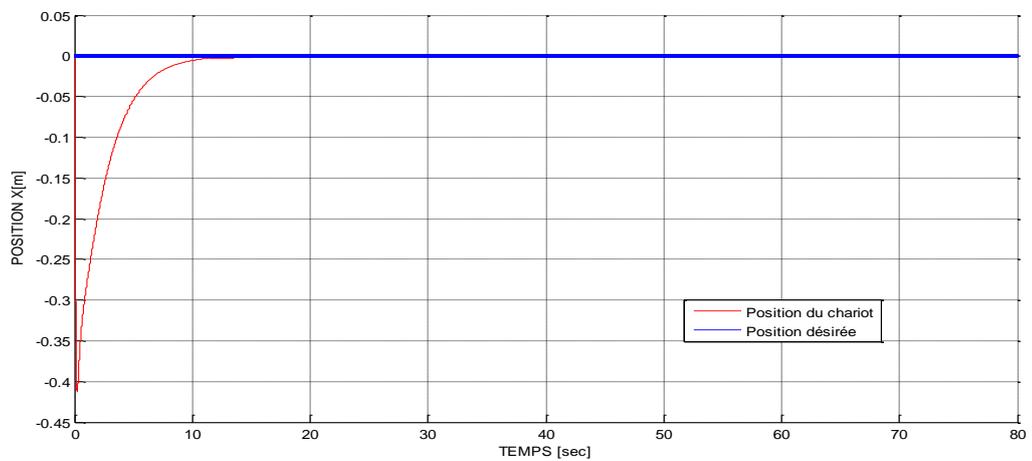


Figure (3-59) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPI+FPD

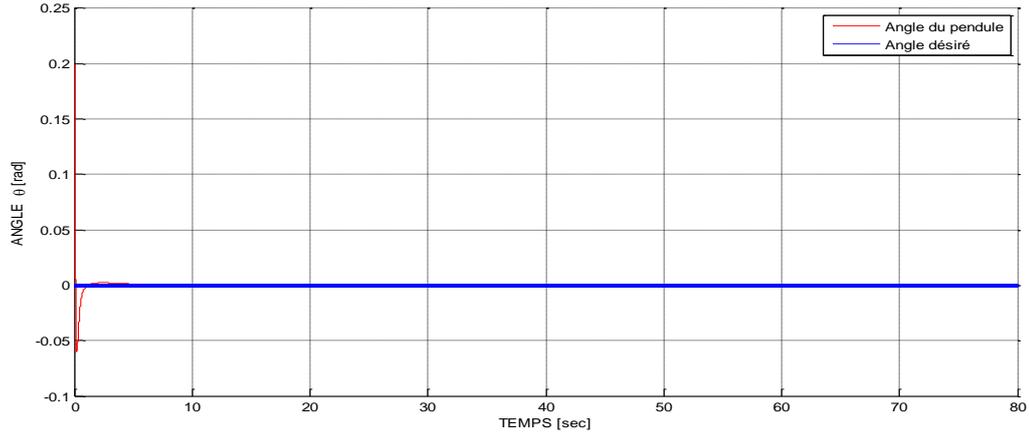


Figure (3-60) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPI+FPD

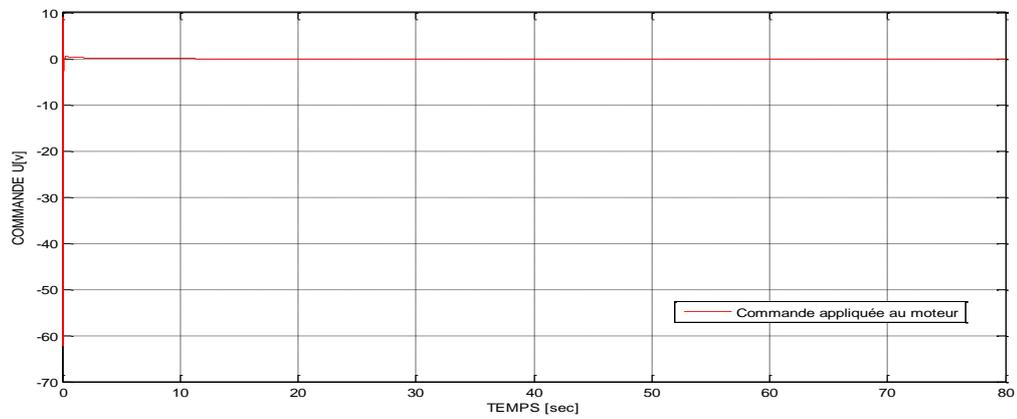


Figure (3-61) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPI+FPD

d. Résultats obtenus par la stratégie basée sur des structures floues de type PID

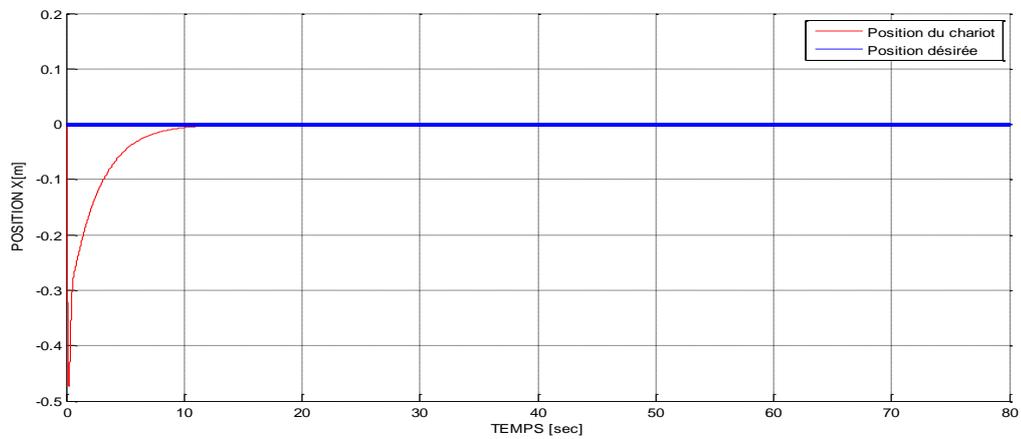


Figure (3-62) : Position longitudinale du chariot obtenue par le contrôleur FPID

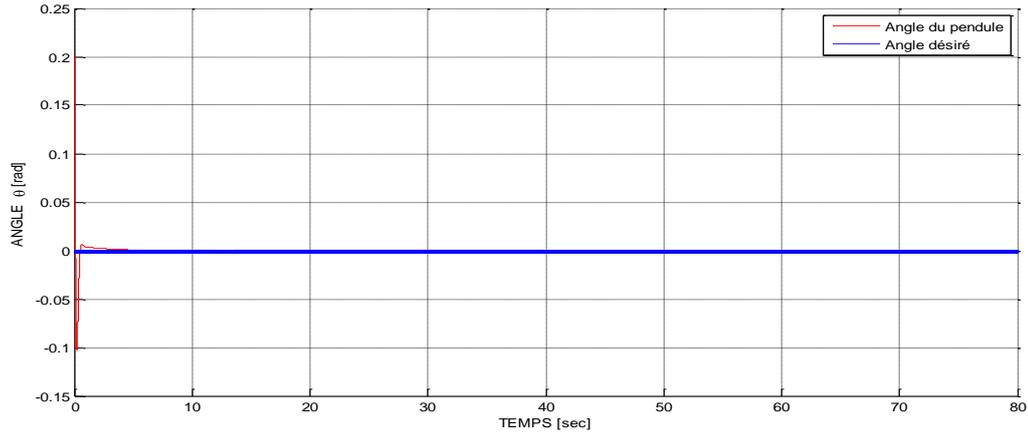


Figure (3-63) : Position angulaire du pendule obtenue par le contrôleur FPID

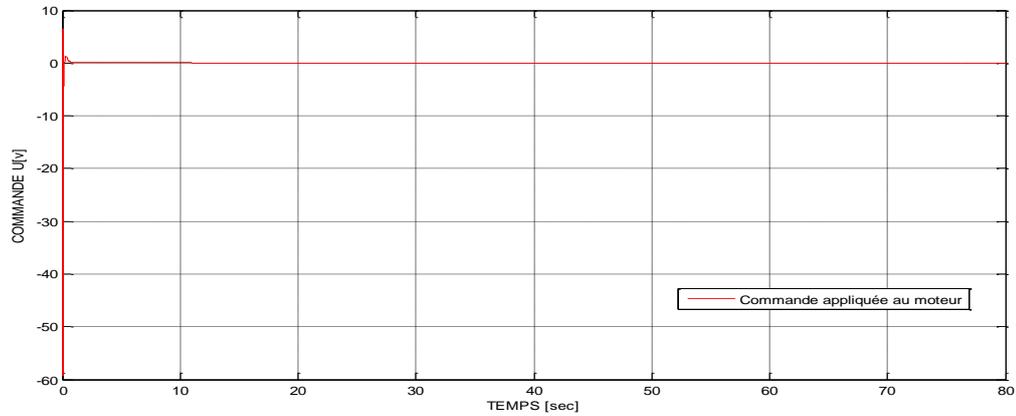


Figure (3-64) : Commande du moteur MCC obtenue par les deux contrôleurs FPID

e. Comparaison des résultats obtenus par les différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro

Les figures (3-65) et (3-66) montrent, respectivement, la comparaison des réponses de la position du chariot et de l'angle du pendule, obtenues par les différentes structures floues. D'autre part, les tableaux figures (3-14) et (3-15) montrent la comparaison des indices de performance, associés aux deux contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ , respectivement, obtenues par les différentes structures floues.

Comme dans le cas précédent de Mamdani, depuis les résultats qualitatifs nous constatons ce qui suit:

- les différentes structures floues associées au contrôleur flou de la position RLF_x ont réussi à maintenir le mouvement du chariot dans les limites physiques indiquées par le constructeur;

- toutes ces structures floues ont réussies à positionner le chariot au milieu du rail, sauf la structure FPD;
- la stabilisation du pendule inversé dans sa position d'équilibre instable a été bien réalisée par les différentes structures floues associées au contrôleur flou de l'angle RLF_{θ} ;
- la réponse de la position du chariot obtenue par la structure FPID est meilleur que celles obtenues avec les autres structures floues utilisées;
- la réponse de l'angle obtenue par la structure FPI+FPD associée au contrôleur flou RLF_{θ} est meilleure que celles obtenues avec les autres structures floues utilisées.

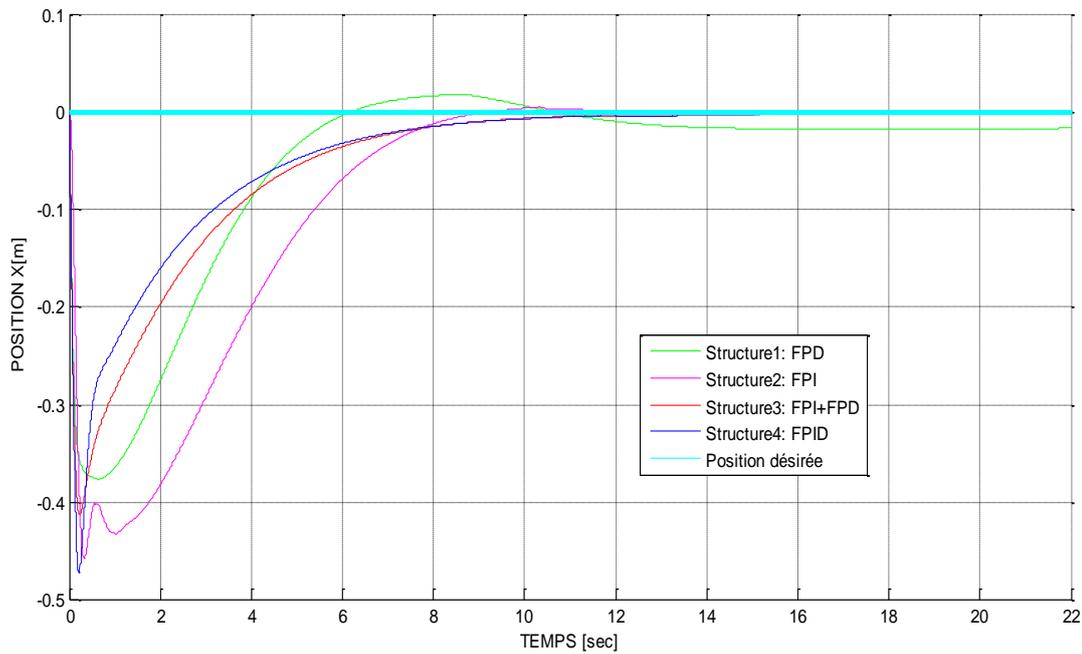


Figure (3-65) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro

RLF_x	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
Structure 1:FPD	2.2297	0.3186	52.0802	1.2112	43.5422
Structure 2:FPI	1.7075	0.5353	4.4179	1.0164	2.7914
Structure 3 : FPI+FPD	1.0305	0.2158	2.5701	0.2829	0.6802
Structure 4:FPID	0.9066	0.1749	2.2824	0.2038	0.4939

Tableau (3-14) : Indices de performance de différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro associées au contrôleur flou de la position: RLF_x

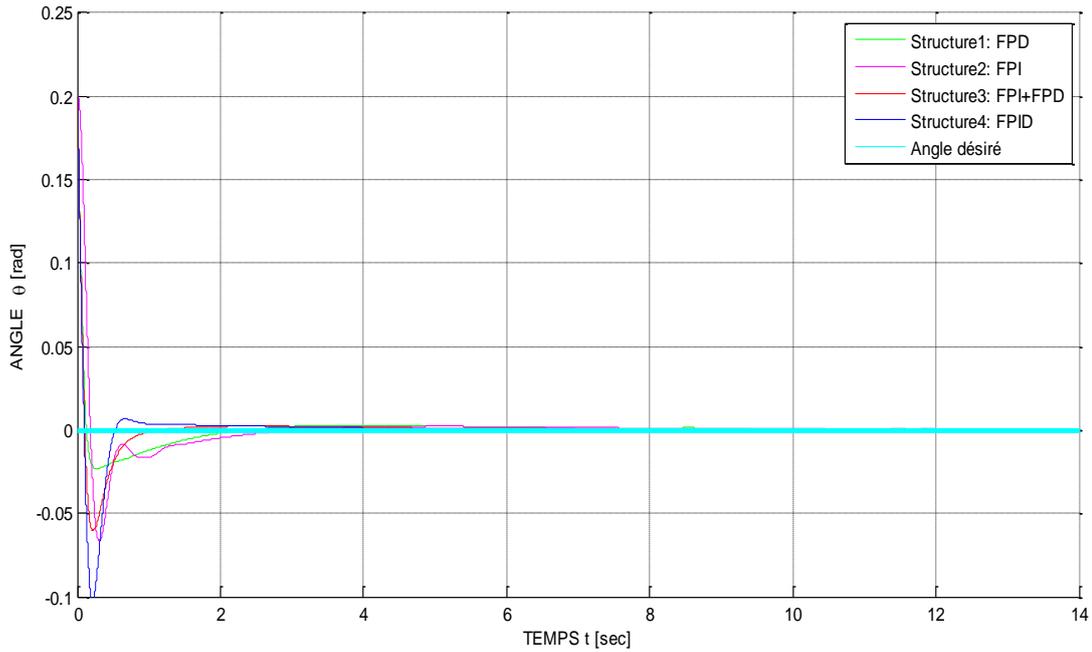


Figure (3-66) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro

RLF_{θ}	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
Structure 1:FPD	0.0452	0.0018	0.0893	0.0004	0.0007
Structure 2:FPI	0.0644	0.0044	0.0917	0.0007	0.0009
Structure 3 : FPI+FPD	0.0393	0.0022	0.0487	0.0003	0.0003
Structure 4:FPID	0.0449	0.0031	0.0466	0.0005	0.0003

Tableau (3-15) : Indices de performance de différentes structures floues de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro associées au contrôleur flou de l'angle: RLF_{θ}

D'autre part, à travers les résultats numériques résumés dans les tableaux (3-14) et (3-15), on remarque que:

- pour la position du chariot, les meilleurs indices de performances ont été obtenus par la structure FPID;
- pour l'angle du pendule, la structure FPI+FPD a réussi de minimiser trois indices parmi les cinq utilisés.

3.5.2.3. Troisième étape: comparaison entre les contrôleurs flous conçus par Mamdani et Takagi-Sugeno d'ordre zéro

Dans le but de tirer la meilleure stratégie associée à la commande du modèle linéaire du système considéré, une comparaison au niveau des systèmes d'inférence floue est effectuée. En prenant les résultats des meilleures structures floues déjà obtenues, il s'agit des structures FPID et FPI+FPD conçues par les deux types de FIS et associées, respectivement, à la commande de la position du chariot et la stabilisation de l'angle du pendule. En comparant les différentes réponses obtenues par ces deux meilleures structures, comme le montrent les figures (3-67) et (3-68), on constate que les réponses obtenues par le FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro sont sensiblement meilleures que celles obtenues par le FIS de type Mamdani. On peut confirmer ces remarques en comparant les différents indices de performance associés aux contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ , comme le montrent les tableaux (3-16) et (3-17).

Comme résultat final, on peut affirmer que la stratégie combinant les deux structures FPID et FPI+FPD, conçues par un FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro, représente la meilleure stratégie afin de contrôler les deux variables couplées du système considéré décrit par le modèle d'état linéaire développé autour du point d'équilibre instable ($\theta=0 \text{ rad}$).

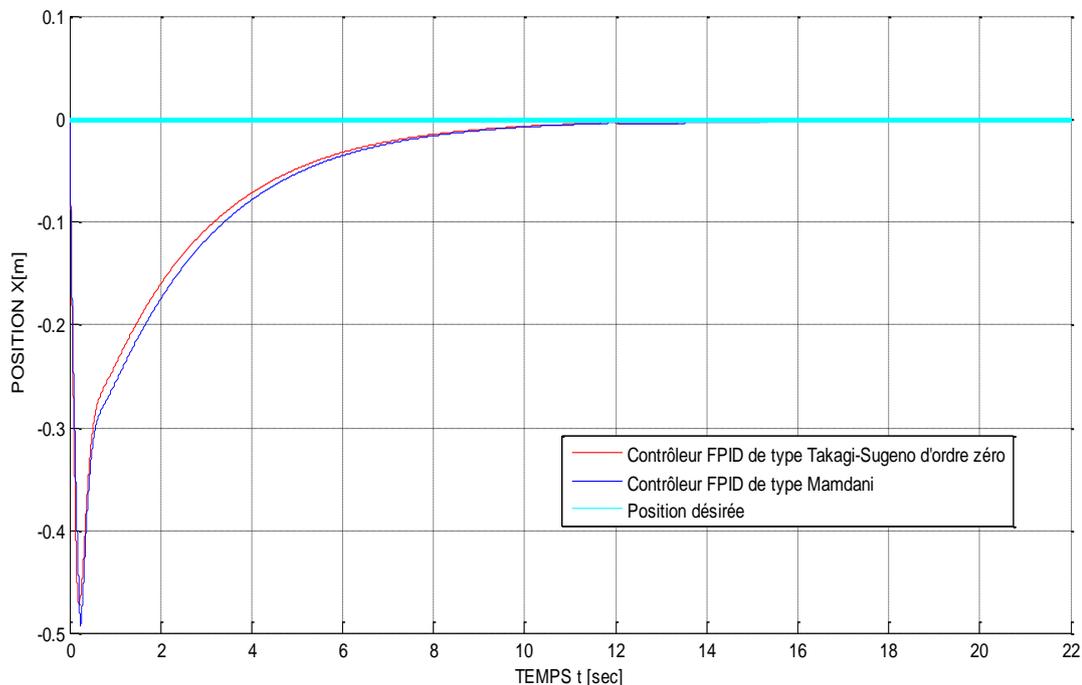


Figure (3-67) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou RLF_x

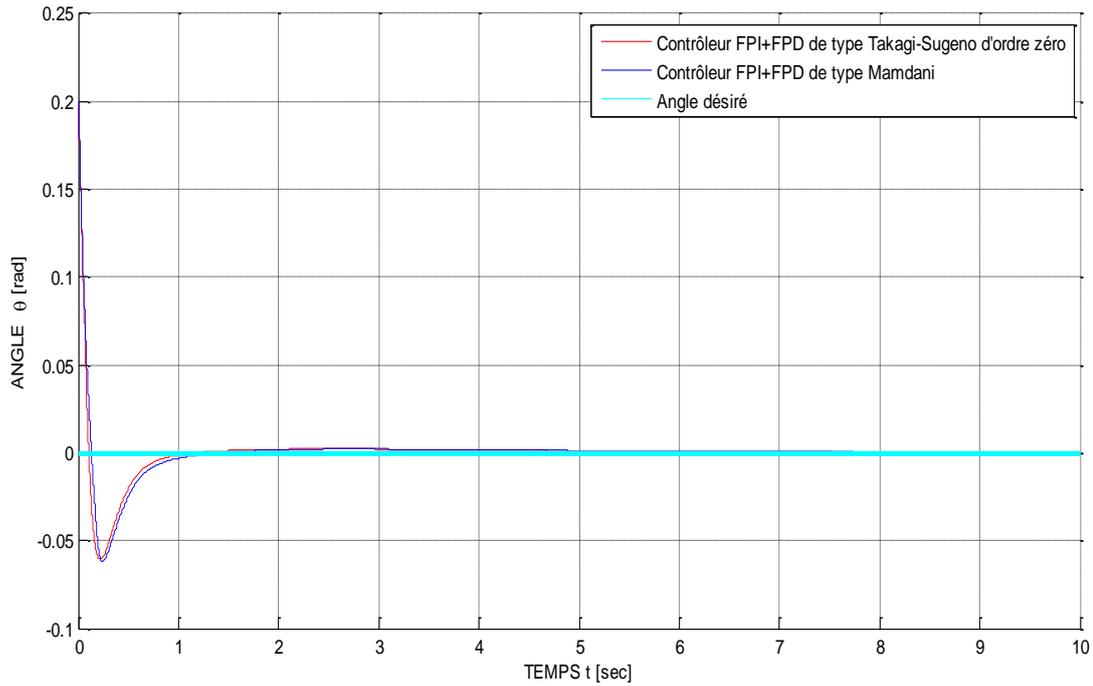


Figure (3-68) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou RLF_{θ}

RLF_x	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
FPID de Type Takagi-Sugeno	0.9066	0.1749	2.2824	0.2038	0.4939
FPID de type Mamdani	0.9690	0.1927	2.4859	0.2385	0.5888

Tableau (3-16) : Comparaison des indices de performance obtenus par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou RLF_x

RLF_{θ}	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
FPI+FPD de Type Takagi-Sugeno	0.0393	0.0022	0.0487	0.0003	0.0003
FPI+FPD de type Mamdani	0.0418	0.0023	0.0521	0.0004	0.0003

Tableau (3-17) : Comparaison des indices de performance obtenus par les deux meilleures structures floues associées au contrôleur flou RLF_{θ}

3.6. Conclusion

Par l'intermédiaire de cette étude développée dans ce chapitre, nous avons mis en œuvre des stratégies d'intelligence artificielle, à savoir la commande floue, au système global chariot-pendule-moteur. En effet, quatre structures de contrôleurs flous à deux entrées conçus par deux systèmes d'inférence floue de base, comme Mamdani et Takagi-Sugeno d'ordre zéro, ont été utilisées. En outre, afin de pouvoir valider et vérifier bien l'efficacité et la faisabilité de ces différentes stratégies, deux modèles d'état, linéaire et non linéaire du système chariot-pendule, ont été contrôlés. L'objectif de contrôle était de déplacer le chariot vers le milieu du rail afin de maintenir le pendule dans sa position d'équilibre instable. Une méthode de comparaison à deux niveaux a été proposée afin d'obtenir la meilleure stratégie associée pour chaque modèle du système considéré. Par conséquent, des études comparatives qualitatives et quantitatives entre les différentes stratégies, ont été effectuées. Les performances de commande ont été évaluées en utilisant plusieurs indices de performance, tels que : IAE, ISE, ITAE, ITSE et ISTE.

Comme bilan, et à travers les différents résultats obtenus et les différentes comparaisons effectuées dans tous les cas, nous avons conclu que:

- globalement toutes les stratégies développées ont réussies à commander, à la fois, les deux variables couplées du système à savoir la position du chariot et l'angle du pendule inversé;
- les réponses obtenues par le modèle linéaire ont les mêmes comportements que celles obtenues par le modèle non linéaire ce qui valide, d'une part, la linéarisation du système, et d'autre part, de certifier le bon fonctionnement de différentes stratégies proposées;
- l'utilisation du système d'inférence floue convenable permet d'améliorer les performances des régulateurs flous;
- la stratégie de stabilisation floue basée sur les contrôleurs PID flous de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro fournit la stratégie appropriée pour contrôler les deux variables couplées du système chariot-pendule décrit par un modèle non linéaire;
- la stratégie combinant les deux structures FPID et FPI+FPD, conçues par un FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro, fournit également la stratégie appropriée afin de contrôler, respectivement, la position du chariot et l'angle du pendule décrivant un modèle linéaire du système chariot-pendule;
- le modèle d'état non linéaire proposé du système chariot-pendule pourrait être utilisé pour valider de nouvelles stratégies de contrôle non linéaire.

Chapitre4

Les algorithmes génétiques

Sommaire

4.1. Introduction

4.2. Terminologies des algorithmes génétiques

4.3. Définition d'un algorithme génétique

4.4. Principe de fonctionnement d'un algorithme génétique

4.5. Phases principales constituant les algorithmes génétiques

4.5.1. Phase de codage

4.5.2. Phase d'initialisation

4.5.3. Phase d'évaluation

4.5.4. Phase de sélection

4.5.5. Phase de reproduction

4.5.6. Phase de remplacement

4.5.7. Critère d'arrêt

4.6. Avantages et inconvénients des algorithmes génétiques

4.7. Conclusion

4.1. Introduction

La recherche de solution dans un espace complexe implique souvent un compromis entre deux objectifs apparemment contradictoires: l'exploitation des meilleures solutions disponibles à un moment donné et une exploitation robuste de l'espace des solutions possibles [80]. Les algorithmes génétiques (AG) sont une classe de stratégies de recherche réalisant un compromis équilibré et raisonnable entre l'exploration et l'exploitation; en effet, des analyses théoriques ont montré que les algorithmes génétiques gèrent ce compromis de façon presque optimale [80], [81].

Les algorithmes génétiques ont été développés dans les années 90 par Holland [81]. Leurs fondements théoriques furent exposés par Goldberg [82]. Les algorithmes génétiques sont des méthodes utilisées dans les problèmes d'optimisation, et tirent leur nom de la sélection naturelle (Darwin) et de la génétique de l'évolution biologique des êtres vivants dans le monde réel. Ils s'appuient sur des techniques dérivées de la génétique et de l'évolution naturelle: croisements, mutations, sélection, etc. Ils font partie des réseaux adaptatifs non-linéaires (RAN) [80]. Les AG ont déjà une histoire relativement ancienne, puisque les premiers travaux sur les systèmes adaptatifs remontent à 1962 [83].

Dans la littérature, il existe plusieurs versions d'algorithmes génétiques, à savoir standard (binaire), réel et multiobjectif. Dans ce chapitre, la définition et le principe de fonctionnement des AG, ainsi que les principaux éléments intervenant dans un cycle AG, sont présentés. On finira le chapitre par les différents avantages et inconvénients des AG.

4.2. Terminologie des algorithmes génétiques

Comme les algorithmes génétiques utilisent des termes similaires à ceux de la génétique naturelle, il est nécessaire de définir le vocabulaire de base rencontré dans la littérature:

Chromosome: un chromosome, ou chaîne, est une représentation ou codage (discret ou continu) des solutions. Dans les systèmes naturels, les chromosomes sont les porteurs du code génétique.

Individus: dans les systèmes naturels, un individu est un organisme biologique qui est le produit de l'activité des gènes. Dans le cadre d'un AG, les individus représentent des solutions ou des points de l'espace de recherche (chromosomes).

Génotype: est appelé structure. Une structure est un ensemble des chromosomes. Dans les systèmes naturels, l'ensemble du matériel génétique (gène) est appelé le génotype.

Gène: dans les systèmes naturels, un gène est une unité génétique, qui portée par les chromosomes, conserve et transmet les propriétés héréditaires des êtres vivants. Dans les AG, les gènes (traits ou détecteurs) sont les composants qui forment un chromosome.

Phénotype: dans les AG, les vecteurs de l'espace de recherche (solutions ou des points) constituent le phénotype. Dans les systèmes naturels, un phénotype est un organisme formé par l'interaction de l'ensemble du gène avec son environnement.

Espace de recherche: est appelé aussi l'environnement, c'est cet environnement où l'on cherche à maximiser ou minimiser une fonction positive appelée fonction d'évaluation.

Fitness: la valeur de la fonction d'adéquation d'un individu.

Evolution: maximisation ou minimisation de la fonction d'évaluation (adéquation).

Population: est également appelée génération, c'est l'ensemble de solutions (chromosomes ou individus). Dans le cadre des systèmes naturels, la population est un groupe des individus d'une même espèce.

Locus: dans les systèmes naturels, un locus est un emplacement d'un gène sur un chromosome. Ce terme est appelé position dans la chaîne dans les algorithmes génétiques.

Allèle: dans le cadre des AG, l'allèle est appelé valeur caractéristique. Dans le cadre des systèmes naturels, les allèles sont les différentes valeurs que peuvent prendre les gènes.

4.3. Définition d'un algorithme génétique

Comme tous les algorithmes évolutionnaires, l'algorithme génétique fait évoluer sa population de façon à adapter les individus à l'environnement, cela se traduit au sens algorithmique du terme par une maximisation ou minimisation de la fonction d'évaluation sur les individus de la population. En effet, les algorithmes génétiques s'inspirent des mécanismes de la sélection naturelle (*Darwin*) et de la génétique de l'évolution. Il s'agit des algorithmes itératifs de recherche globale dont le but est d'optimiser une fonction définie par l'utilisateur (le critère, la fonction de coût ou la fonction de profit), appelée *fonction d'adéquation* ou *d'évaluation* (traduction du mot anglais *fitness*); pour atteindre cet objectif, l'algorithme travaille en parallèle sur une population de points candidats, appelés *chromosomes* (*individus*), distribués dans l'espace de recherche [80].

Un algorithme génétique recherche le ou les extrema d'une fonction définie sur un espace de données. Pour l'utiliser, on doit disposer des quatre éléments suivants:

- un principe de codage de l'élément de la population;
- un mécanisme de génération de la population initiale;
- une fonction à optimiser (fitness);
- des opérateurs génétiques permettant de diversifier la population au cours des générations et d'exploiter l'espace de recherche (sélection, croisement, et mutation).

4.4. Principe de fonctionnement d'un algorithme génétique

Son fonctionnement repose sur une heuristique très simple: les meilleures solutions seront trouvées dans des régions de l'espace de recherche contenant des proportions relativement élevées de bonnes solutions et, en outre, ces régions peuvent être identifiées par un échantillonnage robuste et judicieux de l'espace des solutions [80].

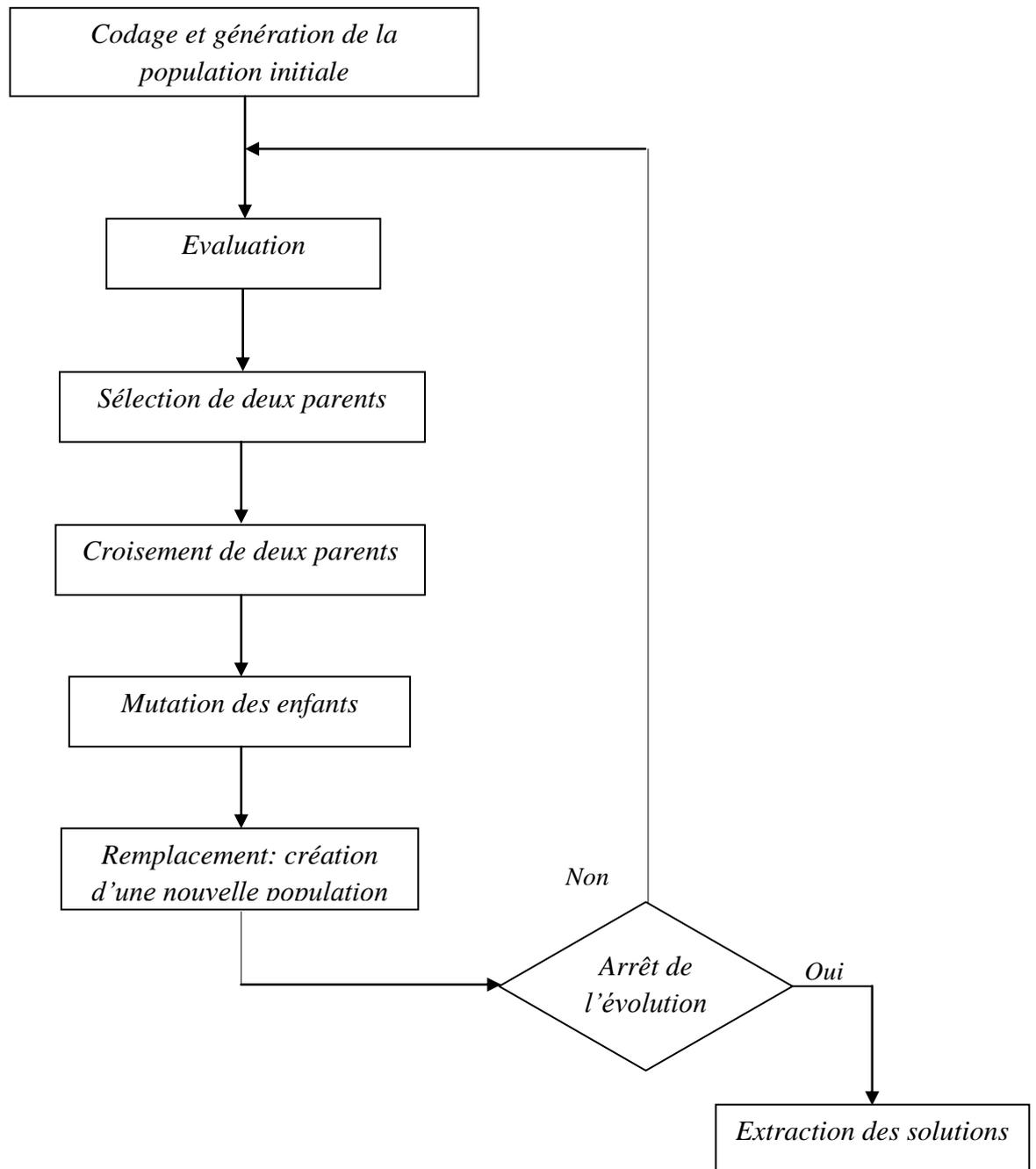


Figure (4-1) : Organigramme décrivant les étapes d'un algorithme génétique

Cycle général d'un algorithme génétique**début**

- $Iter \leftarrow 1$
- Générer la population initiale $P(1)$ de N_{pop} individus. /génération aléatoire/.
- Evaluer la population initiale $P(1)$. /calcul de la fonction d'évaluation pour tout individu de la population initiale/.

tant que $Iter < maxIter$ faire

1. Sélectionner les meilleurs individus de $P(Iter)$. /on sélectionne des couples parents selon la fonction d'évaluation /.
2. Appliquer le croisement avec une probabilité p_c pour avoir des couples d'enfants.
3. Appliquer la mutation sur les couples d'enfants avec une probabilité p_m .
4. Evaluer la population courante $P(Iter)$. /calcul de la fonction d'évaluation pour tout individu de la population courante/.
5. Remplacer une partie de la population $P(Iter)$ par les enfants pour obtenir la nouvelle population $P(Iter + 1)$.
6. Incrémenter le compteur d'itération: $Iter \leftarrow Iter + 1$.

fin tant que

- Retourner le meilleur individu.

fin début

Figure (4-2) : Procédure générale du fonctionnement d'un algorithme génétique

L'idée consiste de commencer par la génération d'une population initiale aléatoirement de N_{pop} individus. Chaque individu représente un point de l'espace de recherche. Le but est de chercher la combinaison optimale de ces individus, qui donne lieu au maximum (ou minimum) d'adéquation. A chaque itération de l'algorithme, une nouvelle population (génération) est créée à partir de la génération précédente. Cette nouvelle génération consiste généralement en des individus mieux adaptés à l'environnement tel qu'il est représenté par la fonction d'adéquation. La génération de la nouvelle population à partir de la précédente s'effectue en quatre étapes:

- 1- *évaluation*: l'algorithme génétique évalue la fonction d'adéquation $F_{obj}(I_i)$ de chaque individu ' I_i ' de l'ancienne population;
- 2- *sélection*: l'algorithme génétique sélectionne les individus les plus adaptés sur la base de leur fonction d'adéquation. Par conséquent, les individus sélectionnés constituent une population intermédiaire;
- 3- *reproduction*: l'algorithme génétique manipule les individus déjà sélectionnés au moyen d'opérateurs génétiques à savoir le *croisement*, qui combine les gènes de deux parents, et la

mutation qui permet de modifier un ou plusieurs gènes d'un chromosome. Ces opérations sont appliquées aléatoirement sur les individus avec des probabilités fixées à priori (p_c pour le croisement et p_m pour la mutation);

- 4- *remplacement*: l'algorithme génétique décide à maintenir un pourcentage donné des meilleurs individus de la population courante dans la population suivante (nouvelle population).

La base d'un algorithme génétique est une boucle générationnelle de population d'individus correspondant chacun à une solution au problème considéré [84]. Cela mène à l'organigramme de la figure (4-1). Cet organigramme peut être traduit par un cycle algorithmique général comme le montre la figure (4-2).

4.5. Phases principales constituant les algorithmes génétiques

4.5.1. Phase de codage

Afin de pouvoir mettre en œuvre un algorithme génétique, il faut commencer tout d'abord par l'opération de codage des individus. Il s'agit de la représentation des solutions du processus à optimiser sous forme des chromosomes en utilisant un système de codage. Le choix d'une représentation est l'un des points fondamentaux qui conditionne le succès des algorithmes génétiques. Un chromosome est formé d'une séquence de gènes. Ces derniers peuvent être des chiffres binaires, des nombres réels, des entiers, etc. Dans la littérature, il existe trois types principaux de codage, qui sont: le codage binaire, le codage réel, et le codage en base n .

4.5.1.1. Codage binaire

Le premier codage utilisé par les algorithmes génétiques a été proposé par Holland. Il était représenté sous forme de chaînes de bits $\{0,1\}$, comme le montre la figure (4-3), appelées codage binaire ou chaînes binaires. Ce type de codage est la représentation discrète la plus simple que l'on puisse utiliser. Il permet de créer des opérateurs de croisement et de mutation simples. Cependant, ce type de codage présente quelques inconvénients:

- les performances des algorithmes génétiques basés sur les chaînes binaires sont dégradées devant les problèmes d'optimisation de grande dimension à haute précision numérique comme il est montré par Michalewicz [85];
- deux points proches dans l'espace d'état ne sont pas nécessairement codés par deux chaînes binaires voisines. Ce problème peut être évité en utilisant le codage Gray;
- dans chaque cycle évolutif, les algorithmes génétiques binaires (basés sur le codage binaire) nécessite un mécanisme de décodage.

1	0	1	1	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Figure (4-3) : Structure d'un chromosome binaire de 8 bits

4.5.1.2. Codage réel

Il s'agit de la représentation des gènes d'un chromosome par des valeurs réelles correspondantes aux variables effectives du processus à optimiser, comme le montre la figure suivante:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Figure (4-4) : Structure d'un chromosome réel de 8 gènes de type réel

où x_1, x_2, \dots, x_8 sont des valeurs réelles.

Contrairement au codage binaire, la procédure d'évolution des chromosomes réels est plus rapide vu de l'absence de l'étape de décodage. Le codage réel est largement utilisé pour l'optimisation de problèmes à variables continues. Plusieurs opérateurs de croisement et de mutation associés au codage réel ont été décrits dans la littérature. Ce type de codage peut être utilisé dans les cas particuliers suivants:

- lorsque l'un des paramètres à coder prend ses valeurs dans un domaine non borné;
- lorsque le nombre de paramètres à coder est important et que la précision souhaitée est élevée.

4.5.1.3. Codage en base n

Dans ce type de codage, un chromosome est constitué par des chiffres exprimés dans une base de numération n , ce qui permet de représenter n valeurs discrètes. Les opérateurs génétiques adaptés à ce type sont des extensions des opérateurs génétiques standards (associé au codage binaire). Dans la phase de croisement, les chromosomes sont scindés puis recombinaient entre deux éléments codés en base n . Tandis que lors la phase de mutation, le gène initial d'un chromosome est remplacé par un autre chiffre codé en base n tiré au sort.

4.5.2. Phase d'initialisation

Après avoir établi la représentation génétique des éléments de l'espace d'état (espace de recherche) du problème à optimiser, on passera à la génération d'une population initiale qui

correspond à la première génération de l'algorithme génétique. Habituellement, il s'agit d'échantillonner l'espace de recherche d'une façon aléatoire pour lequel l'algorithme génétique s'attache à sélectionner les meilleurs individus.

On sait que le bon choix de la solution initiale conditionne fortement la rapidité des algorithmes itératifs. En outre, si des informations à priori sur le système sont disponibles, il est suggéré d'introduire dans la population initiale des individus connus pour améliorer la rapidité de convergence [86]. Au fait, cette opération génère un ensemble de plusieurs individus (solutions initiales du processus). Les individus de la population sont des chaînes de longueur λ , et tous les individus ont la même longueur. Une population à N_{pop} individus est une matrice de taille $N_{pop} \times \lambda$. La population initiale indique le point de départ pour la génération des nouvelles populations à partir de plusieurs cycles génétiques en utilisant des opérateurs génétiques tels que la sélection, le croisement, et la mutation.

4.5.3. Phase d'évaluation

C'est au cours de cette phase que les individus d'une population sont évalués en quantifiant leurs degrés de performance. Le fonctionnement des algorithmes génétiques repose principalement sur la performance des individus qui désignée par une fonction objective (F_{obj}) définie positivement (explicitement donnée par l'utilisateur), sa valeur est appelée *fitness*. Elle permet d'avantager ou désavantager un individu vis-à-vis des règles de sélection, de croisement, et de mutation, et par conséquent les meilleurs individus seront sélectionnés. L'algorithme génétique n'a pas besoin de connaître la nature du problème pour être fonctionnel. C'est cette particularité qui rend cette méthode d'optimisation (AG) pratique et efficace pour la résolution des problèmes avec des variables discrètes ou continues.

4.5.4. Phase de sélection

Le processus de sélection joue un rôle très important dans l'évolution des algorithmes génétiques. Il a pour but de détecter quels individus de la population courante seront autorisés à se reproduire et d'éliminer les mauvais individus. Les méthodes de sélection permettent de déterminer quels individus nous allons croiser. La méthode de sélection permet donc de créer une population intermédiaire constituée de copies des meilleurs individus (des parents) de la population courante. Dans la littérature, il existe un nombre important de méthodes de sélection, les plus connues et les plus utilisées sont [87]: la sélection par roulette et la sélection par tournoi.

4.5.4.1. Sélection par roulette

Appelée aussi la sélection proportionnelle ou roue de la fortune (roulette de casino) [82]. Son principe est d'associer à chaque individu un secteur dans la roulette dont la surface dépend uniquement de sa fitness, comme le montre la figure (4-5). Cela se traduit par une probabilité de sélection, définie par la relation (4-1).

$$p_i = \frac{F_{obj}(I_i)}{\sum_{j=1}^{N_{pop}} F_{obj}(I_j)} \quad (4-1)$$

où I_i et p_i sont respectivement l'individu 'i' et sa probabilité de sélection.

Ainsi, les individus ayant une grande fitness ont donc plus de chance d'être sélectionné pour la reproduction. Afin de sélectionner les parents qui assureront la reproduction, on actionne N_{pop} fois la roulette. Certains individus peuvent être sélectionnés plusieurs fois, alors que d'autres sont tenus à l'écart.

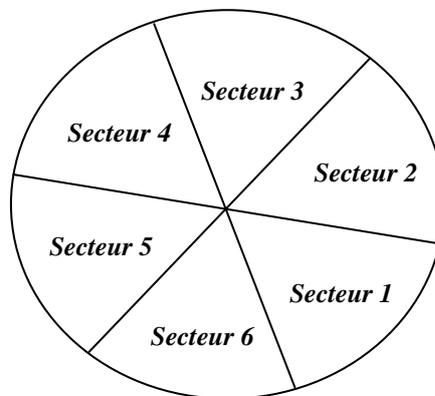


Figure (4-5) : Sélection par la méthode de roulette

4.5.4.2. Sélection par tournoi

Le principe de cette méthode consiste à choisir un sous-ensemble d'individus aléatoirement dans la population courante, puis à sélectionner le meilleur individu dans ce groupe en fonction de sa performance (fitness). Ce processus est répété jusqu'à l'obtention du nombre d'individus requis [88]. La méthode de tournoi la plus connue est le tournoi binaire. Dans cette approche deux individus sont tirés aléatoirement de la population courante et celui ayant la performance la plus élevée sera sélectionné pour participer à la reproduction. On répète la procédure jusqu'à ce que la

nouvelle population (population intermédiaire) soit complète. Cette approche permet de préserver plus de diversité génétique qu'avec la méthode de la roulette [87].

4.5.5. Phase de reproduction

Après que les individus sont regroupés par paires constituant les parents de la population issue de la phase de sélection, l'algorithme génétique les combine et les modifie au moyen d'opérateurs génétiques tels que le croisement et la mutation. Ainsi, de nouveaux individus (enfants) sont formés à partir de parents. Les opérateurs génétiques sont appliqués aléatoirement, et dépend de deux paramètres, la probabilité de croisement p_c (souvent supérieur à 0.5) et la probabilité de mutation p_m (très inférieur à p_c), sur chacun des individus d'une population intermédiaire. Dans la littérature, il existe des opérateurs génétiques applicables à des chromosomes constitués de gènes représentés par des variables discrètes et d'autres pour des chromosomes constitués de gènes représentés par des variables continues.

4.5.5.1. Croisement

L'opérateur de croisement a un grand rôle dans la recherche globale de l'espace par combinaison de blocs de construction (chromosomes). L'objectif de cette étape de croisement est d'enrichir la diversité de la population en manipulant le code génétique des chromosomes. Classiquement, on obtient deux individus enfants à partir de deux individus parents. Selon le type de gène, plusieurs opérateurs de croisement sont envisagés. Dans un algorithme génétique standard (binaire), le croisement de deux chromosomes est réalisé par l'un parmi les types suivants:

a. Croisement en un seul point

La population issue de la phase de sélection est divisée en deux sous-populations. Chaque sous-population est constituée par $(N_{pop}/2)$ parents. Pour effectuer ce type de croisement sur deux parents (Pr_1, Pr_2) constitués de M_g gènes, on tire aléatoirement un point de croisement dans chacun des parents. Puis, on échange les deux sous-chaînes de chacun des deux parents, ce qui permet de produire deux enfants (Enf_1, Enf_2) , comme le montre la figure (4-6).

b. Croisement à multiples points

Contrairement à l'opérateur précédent, dans ce type de croisement il y a au moins deux points de croisement. Sur la figure (4-7) nous représentons un exemple de croisement en deux points, où les parents (Pr_1, Pr_2) sont coupés aléatoirement en deux points. Les gènes des parties centrales des deux parents sont échangés.

Les deux opérateurs de croisement les plus utilisés dans les algorithmes génétiques réels (continus) sont le croisement simple et le croisement arithmétique [85]. Le croisement simple est

similaire à l'opérateur de croisement standard en un seul point défini précédemment. Tandis que, le croisement arithmétique repose sur un principe différent. Dans ce principe, de la population courante on sélectionne deux gènes $Pr_1(i)$ et $Pr_2(i)$ dans chacun des parents Pr_1 et Pr_2 à la même position 'i'. Puis, on construit la population d'enfants en définissant les deux nouveaux gènes $Enf_1(i)$ et $Enf_2(i)$ de deux enfants Enf_1 et Enf_2 , respectivement, par la combinaison linéaire suivante:

$$\begin{cases} Enf_1(i) = \beta \cdot Pr_1(i) + (1 - \beta) \cdot Pr_2(i) \\ Enf_2(i) = \beta \cdot Pr_2(i) + (1 - \beta) \cdot Pr_1(i) \end{cases} \quad (4-2)$$

où β est un coefficient de pondération aléatoire. Lorsque le coefficient β est tiré aléatoirement une fois pour toute pour l'ensemble des coordonnées des enfants (Enf_1, Enf_2), le croisement est qualifié d'uniforme. Par contre dans le cas de croisement non uniforme, ce coefficient est tiré indépendamment dans l'intervalle $[0,1]$, pour chacune de ses coordonnées.

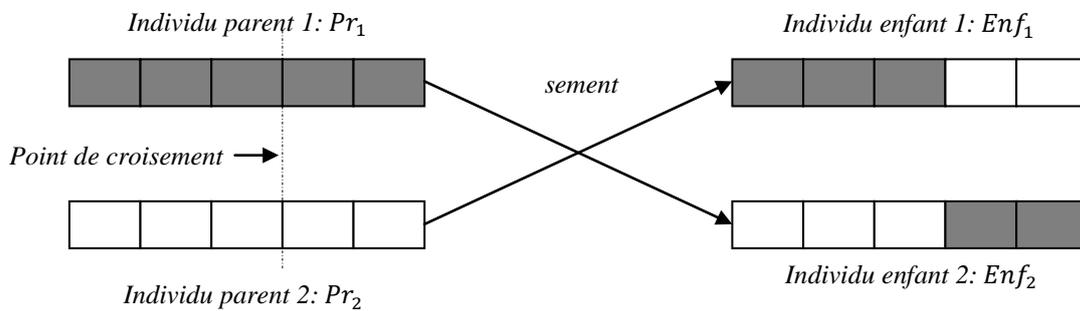


Figure (4-6) : Croisement en un seul point

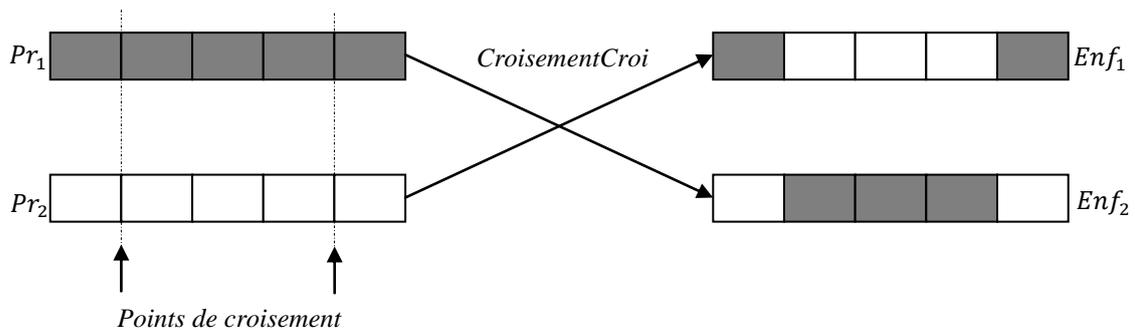


Figure (4-7) : Croisement en deux points

4.5.5.2. Mutation

La mutation consiste en une légère perturbation sur un chromosome en modifiant aléatoirement un ou plusieurs gènes. La mutation vise à modifier de façon aléatoire une partie de population, elle provoque l'auto-adaptation des individus. Le taux de mutation est généralement faible [89], normalement compris entre 0.001 et 0.01. Ce taux faible permet d'éviter une dispersion aléatoire de la population et n'entraîne que quelques modifications sur un nombre limité d'individu faible [90]. La mutation permet d'explorer de nouveaux points dans l'espace de recherche et d'éviter la convergence prématurée vers un optimum local de l'algorithme génétique [91].

Dans un algorithme génétique standard, chaque bit (gène) à muter est remplacé par son complémentaire. Un exemple est montré dans la figure (4-8). Pour les algorithmes génétiques basés sur le codage en base n , la mutation consiste à remplacer le gène initial par un chiffre en base n tiré aléatoirement. Dans le cas des algorithmes génétiques réels, beaucoup d'opérations de mutation ont été proposés dans la littérature pour la représentation continue de chromosomes, nous représentons ci-dessous les plus utilisés: la mutation uniforme et la mutation non uniforme [85].

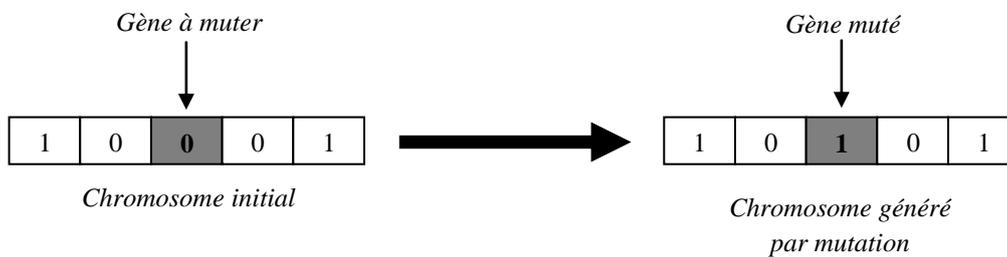


Figure (4-8) : Mutation dans une chaîne binaire

a. Mutation uniforme

Inspirée des algorithmes génétiques binaires, il s'agit d'une simple extension de la mutation binaire. Dans cette approche, on remplace le gène réel x_k sélectionné selon une probabilité p_m par une valeur réelle \hat{x}_k tirée aléatoirement dans l'intervalle $[Min_{x_k}, Max_{x_k}]$.

b. Mutation non uniforme

Dans cette approche, pour muter un gène réel x_k , on doit tirer un nombre binaire 'rand' qui décidera laquelle des équations (4-3) il faut appliquer. Pour une génération 'Iter', la nouvelle valeur \hat{x}_k de gène x_k est donnée par:

$$\hat{x}_k = \begin{cases} x_k + \text{delta}(\text{Iter}, \text{Max}_{x_k} - x_k), & \text{si } \text{rand} = 0 \\ x_k - \text{delta}(\text{Iter}, x_k - \text{Min}_{x_k}), & \text{si } \text{rand} = 1 \end{cases} \quad (4-3)$$

où $\text{delta}(Iter, z)$ est une fonction qui définit l'écart entre la nouvelle valeur et la valeur initiale à la génération ' $Iter$ '. Dans ce contexte, une fonction exponentielle décroissante a été proposée dans [85], et elle est définie par:

$$\text{delta}(Iter, z) = z \cdot (1 - h_1 \left(1 - \frac{Iter}{\text{maxIter}}\right)^{q_1}) \quad (4-4)$$

avec:

h_1 : un nombre aléatoire entre 0 et 1;

$Iter$: génération actuelle;

maxIter : nombre maximum de générations;

q_1 : degré de non uniformité de la mutation et z : variable réelle.

4.5.6. Phase de remplacement

Après avoir été soumis au croisement et à la mutation, les enfants de la population courante sont alors prêts à être réinsérés dans la nouvelle population. La stratégie de remplacement décide quels individus parmi ces enfants seront conservés. Il existe plusieurs types de remplacement, les plus connus sont: le remplacement élitiste, le remplacement du plus mauvais, et le remplacement par descendance [92].

4.5.6.1. Remplacement élitiste

Le remplacement élitiste consiste à transmettre à la nouvelle génération le meilleur individu de la génération précédente et de compléter la population par les autres enfants générés. Cette méthode améliore considérablement les performances de l'algorithme génétique pour certaines classes de problèmes, mais peut les dégrader pour d'autres classes, en augmentant le taux de convergences prématurées [93].

4.5.6.2. Remplacement du plus mauvais

Ce remplacement consiste à remplacer un certain pourcentage des mauvais individus par des meilleurs individus dans la nouvelle génération [90].

4.5.6.3. Remplacement par descendance

Dans ce type de remplacement, la population de la nouvelle génération est obtenue par descendance, c'est-à-dire, les enfants de la population courante remplacent automatiquement leurs parents (de la population précédente), dans la nouvelle génération quelque soit leur performance.

4.5.7. Critère d'arrêt

Afin de mettre fin à l'algorithme génétique, différents critères d'arrêt peuvent être utilisés:

- a. on arrête l'algorithme lorsqu'un optimum pratique est atteint (dans ce cas la solution optimale doit être connue au préalable);
- b. on arrête l'algorithme lorsqu'un coût minimal est atteint;
- c. on arrête l'algorithme après un certain nombre de générations sans amélioration de la meilleure solution;
- d. on fixe a priori un nombre maximum de générations '*maxIter*' après lequel la recherche se termine.

4.6. Avantages et inconvénients des algorithmes génétiques

Les principaux avantages et inconvénients des algorithmes génétiques, sont les suivants:

- a. l'algorithme génétique n'a pas besoin de connaître la nature du problème pour être fonctionnel. C'est cette particularité qui rend cette méthode d'optimisation (AG) pratique et efficace pour la résolution des problèmes avec des variables discrètes ou continues;
- b. les algorithmes génétiques sont coûteux en temps de calcul, puisqu'ils manipulent plusieurs solutions simultanément;
- c. pour leur mise en œuvre, la complexité du choix de la fonction objective (fonction d'évaluation) constitue un obstacle à leur utilisation généralisée;
- d. l'ajustement des différents paramètres caractérisant un algorithme génétique est délicat;
- e. les algorithmes génétiques peuvent tomber dans un optimum local, on parle ici de la convergence prématurée.

4.7. Conclusion

Au cours de ce chapitre, les algorithmes génétiques binaires et continus, ont été présentés. Les aspects de base, la définition et le principe de fonctionnement d'un algorithme génétique sont également cités. Les phases principales constituant les algorithmes génétiques ont été exposées. Dans le chapitre suivant, les algorithmes génétiques standards seront appliqués à l'optimisation hors ligne des gains des contrôleurs flous à deux entrées de type Sugeno, associés à la commande des variables couplées du système chariot-pendule.

Chapitre5

Optimisation des contrôleurs flous par algorithmes génétiques

Sommaire

5.1. Introduction

5.2. Première étape: Approche floue-AG pour le modèle linéaire du système chariot-pendule

5.2.1. Structure d'optimisation

5.2.2. Algorithme d'optimisation

5.2.3. Résultats de simulations

5.2.3.1. Comparaison des résultats obtenus par flou-AG et le flou

5.2.3.2. Résultats obtenus par suivi de trajectoire

5.2.3.3. Test de robustesse

5.3. Deuxième étape: Approche floue-AG pour le modèle non linéaire du système chariot-pendule

5.3.1. Structure d'optimisation

5.3.2. Algorithme d'optimisation

5.3.3. Résultats de simulations

5.3.3.1. Comparaison des résultats obtenus par flou-AG et le flou

5.3.3.2. Résultats obtenus par suivi de trajectoire

5.3.3.3. Test de robustesse

5.4. Conclusion

5.1. Introduction

Afin d'améliorer les performances des contrôleurs flous, plusieurs approches ont été développées en littérature. Parmi elles on trouve les techniques d'optimisation en utilisant les aspects de l'intelligence artificielle, à savoir: les algorithmes génétiques et les réseaux de neurone. En effet, les algorithmes génétiques sont des algorithmes d'optimisation très généraux. Par conséquent, ils peuvent très bien être appliqués pour optimiser les performances des contrôleurs flous [29]. En conséquence, plusieurs paramètres dans un contrôleur PID flou peuvent être ajustés par algorithmes génétiques pour améliorer ses performances, comme:

- les gains d'entrée et de sortie;
- les fonctions d'appartenance associées aux variables d'entrée et de sortie;
- la base de règles floues.

D'abord, les algorithmes génétiques ont été utilisés la première fois par [30], pour optimiser les paramètres des fonctions d'appartenance d'un contrôleur flou. Puis, différentes méthodes d'optimisation des contrôleurs flous ont été proposées dans la littérature [31]-[34]. Dans ce contexte, dans la référence [31], un algorithme génétique standard a été utilisé pour optimiser les fonctions d'appartenance. Herrera dans les articles [32], [33] utilise un algorithme génétique réel pour optimiser les paramètres des fonctions d'appartenance. Une méthode d'optimisation des règles floues par algorithme génétique a été proposée pour la première fois dans [34]. Une méthode de représentation des paramètres de fonctionnement d'un contrôleur flou, permettant d'optimiser leurs valeurs par un algorithme génétique, a été proposée dans [35]. Cette méthode a été appliquée au contrôleur flou utilisé dans le PID adaptatif proposé par Zhao [25]. Récemment, dans la référence [36], les gains d'un contrôleur flou ont été optimisés en utilisant une hybridation entre deux techniques d'intelligence artificielle à savoir: les algorithmes génétiques et la logique floue. Ce contrôleur avec gains optimaux a été utilisé pour le contrôle d'un système pendule inversé.

L'objectif de ce chapitre est d'introduire les algorithmes génétiques standards à la conception des contrôleurs flous afin de contrôler des systèmes complexes à savoir le système chariot-pendule. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'optimisation des gains d'entrée et de sortie des différents contrôleurs flous associés aux deux meilleures stratégies floues retenues au troisième chapitre. Par conséquent deux grandes étapes sont envisagées. La première étape s'intéresse à l'optimisation de la meilleure stratégie floue, associée au modèle d'état linéaire du système chariot-pendule. Tandis que la deuxième étape se concentre sur l'optimisation des contrôleurs flous de la meilleure stratégie floue associée au modèle d'état non linéaire du système considéré.

5.2. Première étape: Approche floue-AG pour le modèle linéaire du système chariot-pendule

Cette partie consiste à représenter la première approche floue-AG proposée pour le modèle linéaire du système chariot-pendule, à savoir la structure d'optimisation et l'algorithme d'optimisation adopté.

5.2.1. Structure d'optimisation

La figure (5-1) montre la structure d'optimisation de la commande floue par algorithme génétique (AG), associée au modèle d'état linéaire du système chariot-pendule développé autour de $\theta \simeq 0 \text{ rad}$. Il s'agit d'une stratégie combinant les deux meilleures structures FPID et FPI+FPD, conçues par des FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro, retenues par comparaison, qui a été effectuée au niveau du modèle linéaire du système considéré au troisième chapitre. Notons que les différents gains sont ajustés hors ligne par un algorithme génétique standard.

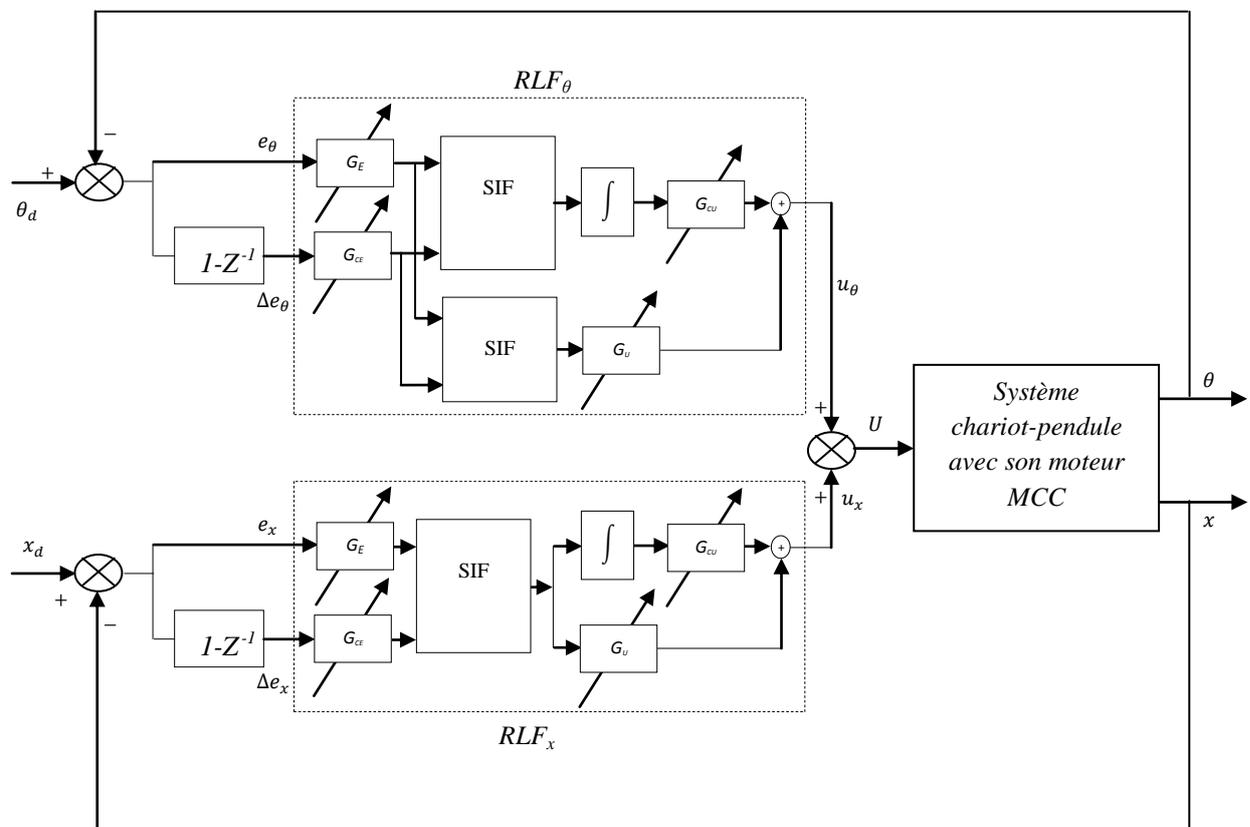


Figure (5-1) : Bloc de la structure de commande de l'approche floue-AG pour le modèle linéaire du système chariot-pendule

5.2.2. Algorithme d'optimisation

L'algorithme général proposé, décrivant le processus d'évaluation de la stratégie de commande optimisée adoptée au modèle linéaire du système chariot-pendule, est celui donné en figure (5-2).

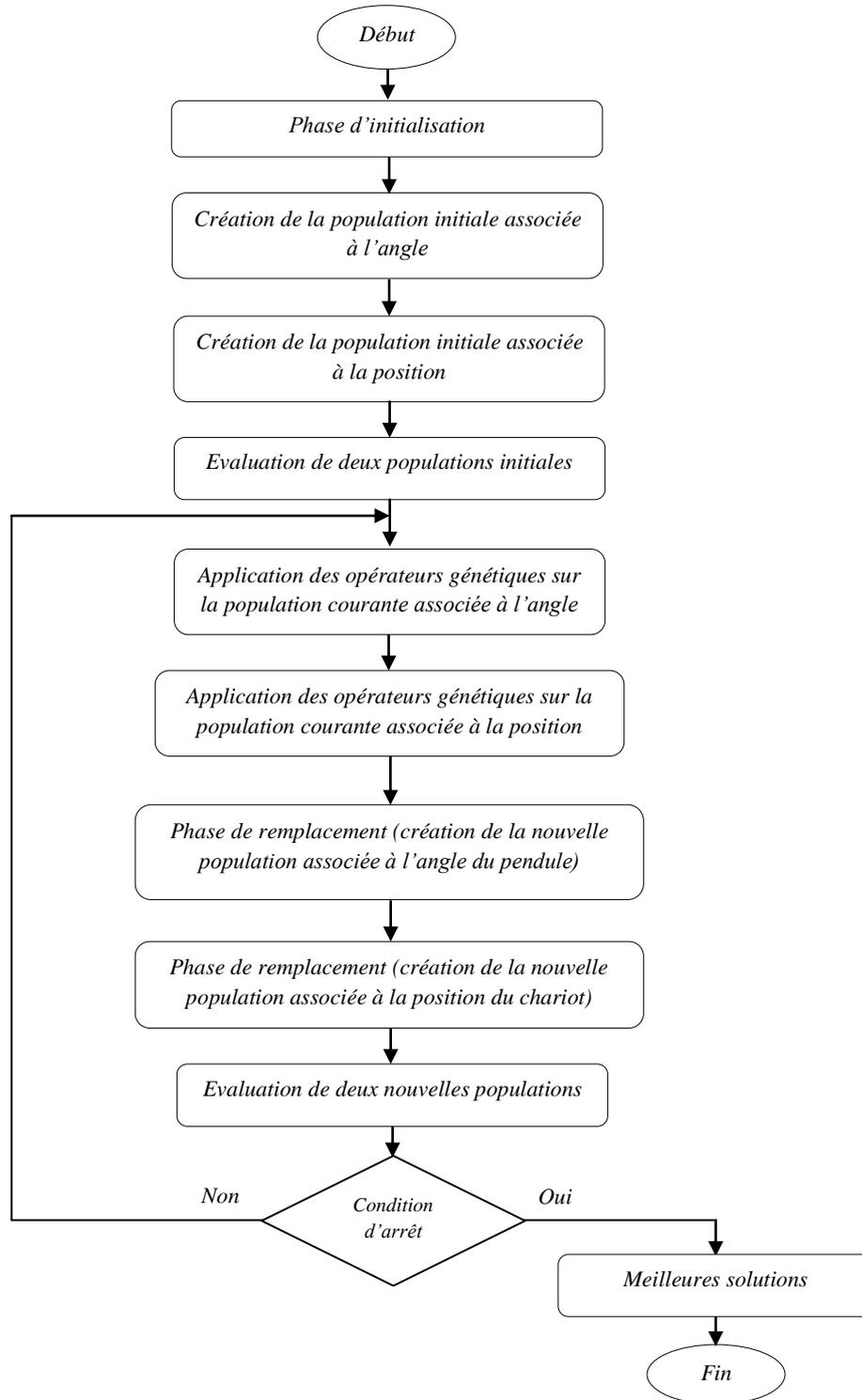


Figure (5-2) : Organigramme décrivant l'algorithme d'optimisation proposé pour le modèle linéaire du système considéré

L'idée principale de cet algorithme est d'associer à chaque contrôleur flou son propre algorithme génétique. Par conséquent, deux problèmes d'optimisation sont considérés. Il s'avère être commode de considérer deux chromosomes séparés pour chaque problème d'optimisation, comme le montre la figure (5-3). Chaque chromosome est alors constitué par quatre paramètres, qui sont les gains d'entrée et de sortie d'un contrôleur flou parmi les deux utilisés dans la structure de commande montrée précédemment par la figure (5-1). Ces problèmes d'optimisation exploitent le codage binaire pour décrire les différents paramètres. L'espace de travail de chaque problème d'optimisation est divisé par 50 individus ($N_{pop} = 50$ individus).

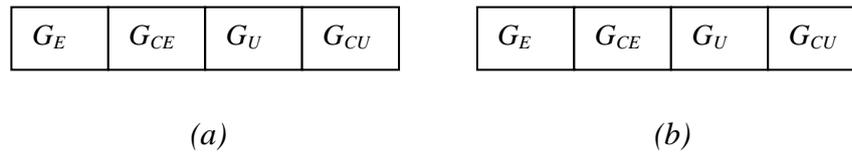


Figure (5-3) : Structures de deux chromosomes à optimiser par les deux AG.
 (a): chromosome décrivant les gains du contrôleur RLF_x .
 (b): chromosome décrivant les gains du contrôleur RLF_θ

La description d'un cycle de cet algorithme d'optimisation, qui combine deux algorithmes génétiques standards séparés, appliqué pour optimiser hors ligne les différents gains de deux contrôleurs flous: FPID et FPI+FPD, est le suivant:

L'algorithme commence par la phase de création des populations initiales associées à chaque problème d'optimisation. Comme le codage binaire est considéré pour représenter les paramètres à optimiser par algorithme génétique, les bornes et les précisions de résolution voulues sont nécessaires. Le tableau (5-1) montre les bornes et les précisions associées aux différents gains de deux contrôleurs flous RLF_x et RLF_θ .

Paramètres des contrôleurs RLF_x et RLF_θ	Bornes	Précision
Gains d'entrée: G_E et G_{CE}	[0, 100]	0.001
Gains de sortie: G_U et G_{CU}	[0, 1000]	0.001

Tableau (5-1) : Bornes et précisions utilisées pour le codage binaire des paramètres à optimiser par AG

Généralement le fonctionnement d'un algorithme d'optimisation à savoir un algorithme génétique repose sur la minimisation ou la maximisation d'un critère. Dans notre cas, le principe d'optimisation est basé sur la minimisation d'une fonction multi-objectifs. Comme il s'agit ici d'un système couplé, c.-à-d., possédant deux variables couplées à maîtriser à la fois, nous avons testé plusieurs fonctions d'évaluations multi-objectifs. Nous avons constaté que la fonction d'adaptation la plus adaptée à notre problème d'optimisation est définie par la fitness suivante:

$$Fitness = 1/(IAE_x + 10.IAE_\theta) \quad (5-1)$$

avec: IAE_x et IAE_θ sont respectivement les indices associés aux contrôleurs RLF_x et RLF_θ .

Par cette combinaison, il est possible de minimiser à la fois l'erreur sur la position du chariot (IAE_x) et l'erreur sur l'angle du pendule (IAE_θ) durant le régime transitoire.

Puis, les chromosomes des deux problèmes d'optimisation sont traités génétiquement en utilisant les mêmes opérateurs génétiques, comme: la sélection, le croisement, la mutation, et le remplacement. Les algorithmes d'optimisation utilisent la méthode de la Roulette comme un opérateur de sélection. Pour le mécanisme de croisement, nous n'avons choisi qu'un seul point de croisement. Pour que les algorithmes d'optimisation ne convergent pas vers un optimum local, un mécanisme de mutation est introduit. Par conséquent, deux populations intermédiaires associées aux deux problèmes d'optimisation sont créés. Afin d'éviter le risque de perdre les meilleurs individus de deux anciennes générations, nous avons utilisé un mécanisme élitiste. En conséquence, les meilleurs individus seront toujours conservés dans les deux nouvelles populations. Le cycle d'optimisation se répète jusqu'à ce que le nombre de générations soit atteint. Ici, nous avons utilisé 100 générations pour avoir les deux solutions optimales associées aux deux problèmes d'optimisation. En effet, après une série de tests, nous avons opté pour les paramètres du tableau (5-2). Les résultats d'optimisation hors ligne issus de deux problèmes d'optimisation sont donnés dans le tableau (5-3).

	Problème d'optimisation associé au contrôleur flou RLF_x	Problème d'optimisation associé au contrôleur flou RLF_θ
Probabilité de croisement	0.95	0.95
Probabilité de mutation	0.05	0.01
Taux de remplacement	0.5	0.5

Tableau (5-2) : Paramètres utilisés pour les deux problèmes d'optimisation

	G_E	G_{CE}	G_U	G_{CU}
<i>Cas du contrôleur FPID associé à la position du chariot</i>	0.0604	0.1886	94.2612	458.4401
<i>Cas du contrôleur FPI+FPD associé à l'angle du pendule</i>	0.7543	0.1509	198.0594	828.1412

Tableau (5-3) : Gains obtenus par AG associés aux contrôleurs flous: FPID et FPI+FPD

5.2.3. Résultats de simulations

Dans cette section, nous avons testé les performances et la robustesse de l'approche floue-AG proposée pour le modèle linéaire du système chariot-pendule. Tout d'abord, en se fixant les mêmes conditions de simulation, nous allons présenter les résultats de comparaison entre les deux approches floues: optimisée et non optimisée. En seconde lieu, les résultats de simulations obtenus avec les différents tests, comme le suivi de trajectoire et de robustesse sont aussi représentés et discutés. Les gains obtenus par le processus d'optimisation sont injectés dans les deux contrôleurs constituant l'approche floue optimisée. Notons que toutes les différentes simulations sont effectuées sous le logiciel MATLAB en utilisant des fichiers M-files.

5.2.3.1. Comparaison des résultats obtenus par flou-AG et le flou

Pour valider notre approche floue optimisée par AG associée au modèle linéaire du système chariot-pendule, nous avons comparé leurs performances avec celles de l'approche floue (FPID et FPI+FPD) non optimisée. Les résultats représentés dans les figures (5-4) et (5-5) montrent, respectivement, la comparaison des réponses de la position du chariot et de l'angle du pendule par rapport aux références désirées. Tandis que, les tableaux (5-4) et (5-5) montrent, respectivement, les résultats de comparaisons quantitatives associées aux deux approches: optimisée et non optimisée.

Depuis les figures (5-4) et (5-5), on peut constater en régime transitoire que le comportement dynamique complet du système, c.à.d. les réponses de la position du chariot et de l'angle du pendule, obtenu par l'approche optimisée est sensiblement mieux que celui réalisé par l'approche non optimisée. Globalement, selon les pics et leurs temps, on peut dire que le régime transitoire réalisé par l'approche optimisée est plus rapide et amorti par rapport à celui réalisé par l'approche floue non optimisée. En revanche, en régime permanent on voit bien que les deux approches donnent les mêmes parcours.

Les résultats de comparaisons quantitatives présentés dans les tableaux (5-4) et (5-5), montrent que les performances temporelles réalisées par l'approche non optimisée sont améliorées par l'approche optimisée.

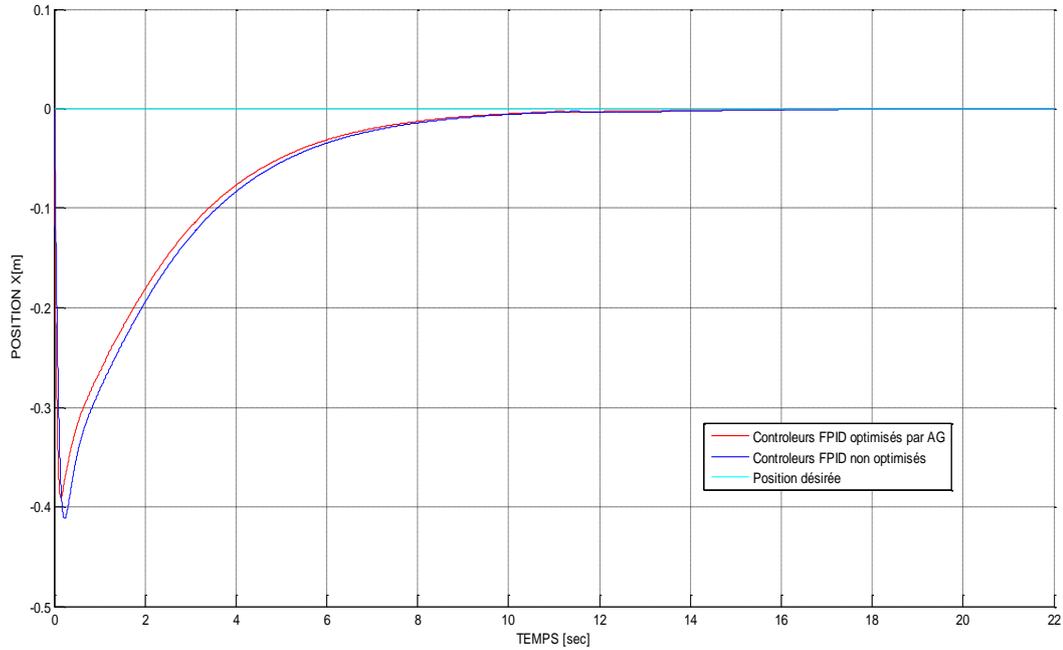


Figure (5-4) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les deux approches floues optimisée par AG et non optimisée

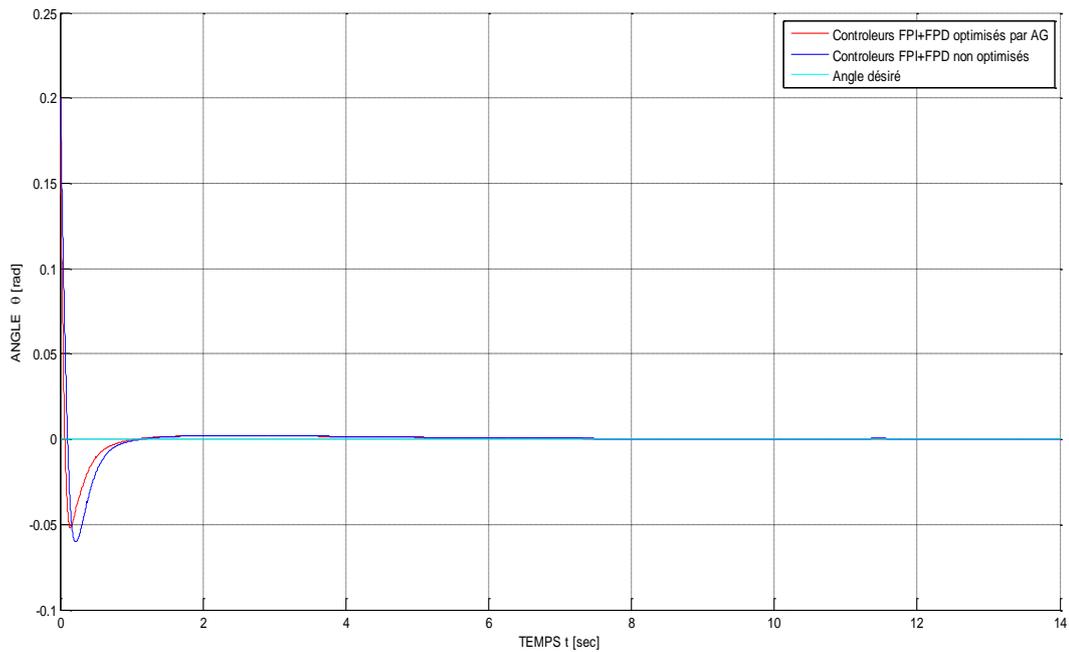


Figure (5-5) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les deux approches floues optimisée par AG et non optimisée

RLF_x	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
Contrôleur PID flou optimisé par AG	0.9576	0.1905	2.3441	0.2412	0.5696
Contrôleur PID flou non optimisé	1.0207	0.2124	2.5451	0.2768	0.6634

Tableau (5-4) : Comparaison des indices de performance: cas des contrôleurs associés à la position du chariot: RLF_x

RLF_θ	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
Contrôleur FPI+FPD optimisé par AG	0.0314	0.0014	0.0423	0.0002	0.0002
Contrôleur FPI+FPD non optimisé	0.0389	0.0021	0.0492	0.0003	0.0002

Tableau (5-5) : Comparaison des indices de performance: cas des contrôleurs associés à l'angle du pendule: RLF_θ

5.2.3.2. Résultats obtenus par le suivi de trajectoire

Afin de montrer encore l'efficacité de notre stratégie floue optimisée par AG, nous avons considéré le problème de suivi de trajectoire par le chariot. L'objectif principal de contrôle est de déplacer le chariot suivant une consigne variable afin de maintenir le pendule dans sa position d'équilibre instable ($\theta=0$ rad), lorsque le pendule commence initialement avec un angle non nul (c.à.d. $\theta=0.02$ rad) de la position verticale. Pour ce faire, nous avons utilisé un signal d'entrée constitué de plusieurs échelons: un échelon nul suivi d'un échelon passant de 0 à 0.18 m, puis un échelon de 0.18 m à - 0.18 m suivi d'un autre échelon passant de - 0.18 m à 0 (un échelon nul).

La figure (5-6) présente la réponse de la position du chariot à une succession d'échelons (suivi de trajectoire). On présente sur la figure (5-7) les évolutions de l'angle du pendule pendant le déplacement du chariot. La commande appliquée au moteur MCC dans ce cas est donnée par la figure (5-8).

Depuis la figure (5-6), on remarque qu'à chaque variation de la consigne le déplacement du chariot suit celle-ci. On constate aussi un pic important apparaît lors du deuxième changement de la consigne. Ce pic est dû de l'influence de la commande obtenue après chaque variation du signal de la consigne, comme le montre la figure (5-8). On note que la valeur de ce pic ne dépasse pas les limites physiques du déplacement du chariot sur le rail imposées par le constructeur [16]. D'autre part, on voit de la figure (5-7) que la stratégie floue optimisée par AG a réussi à stabiliser le pendule inversé dans la verticale durant le déplacement variable du chariot malgré les pics importants

apparaissant lors de chaque variation de la trajectoire du déplacement du chariot. Mais les valeurs de ces pics ne dépassent pas la valeur initiale de l'angle du pendule. On peut voir ceci sur la courbe de la commande (figure (5-8)). En effet, malgré tous ces pics, le comportement de la stratégie optimisée par AG reste très remarquable.

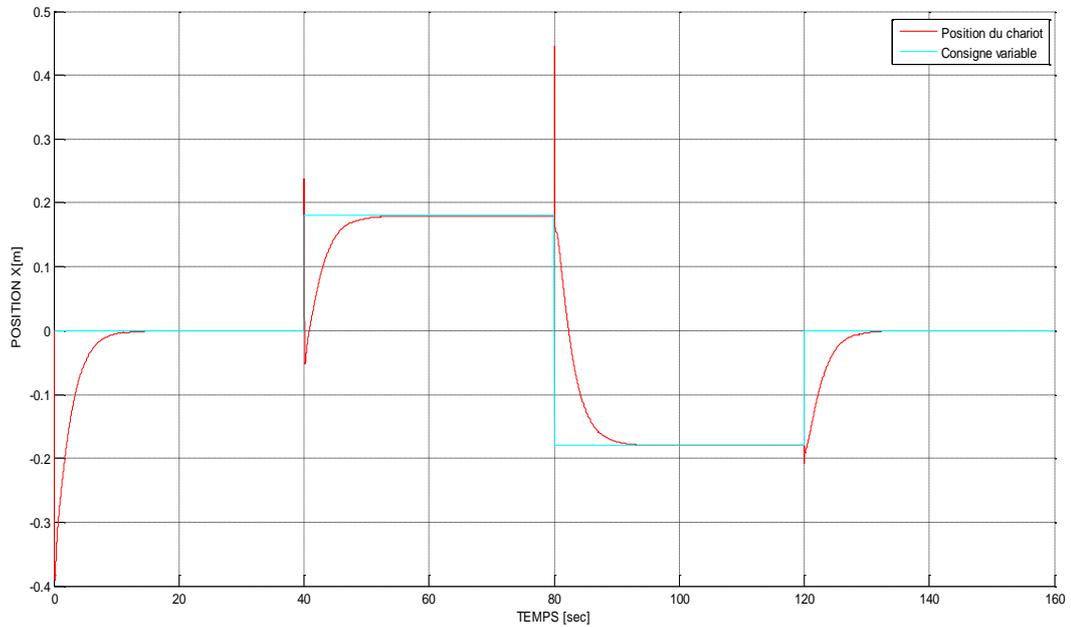


Figure (5-6) : Position du chariot obtenue durant un suivi de trajectoire variable

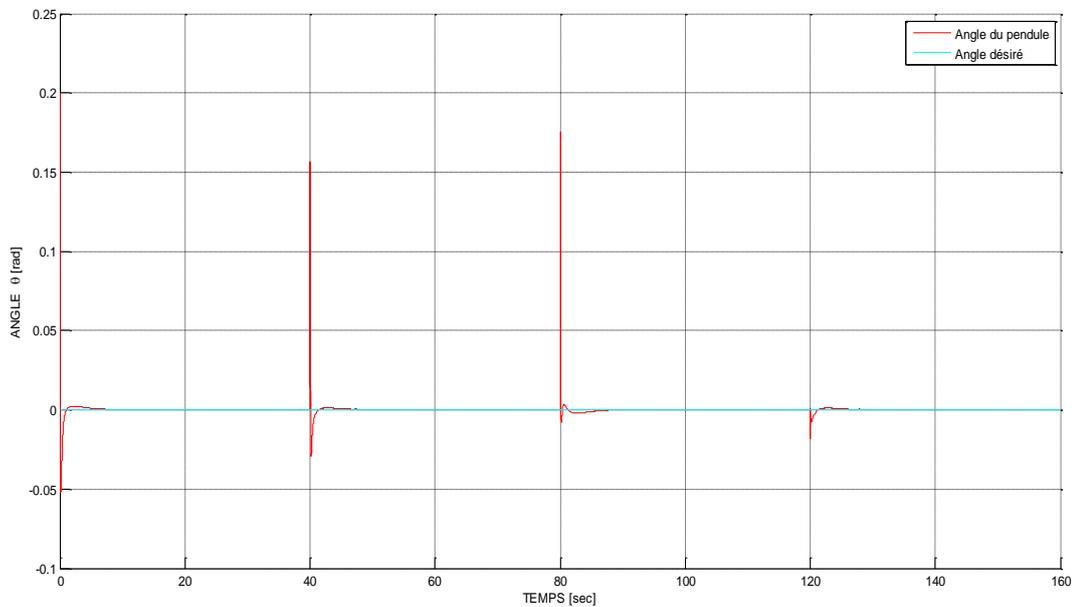


Figure (5-7) : Position angulaire du pendule

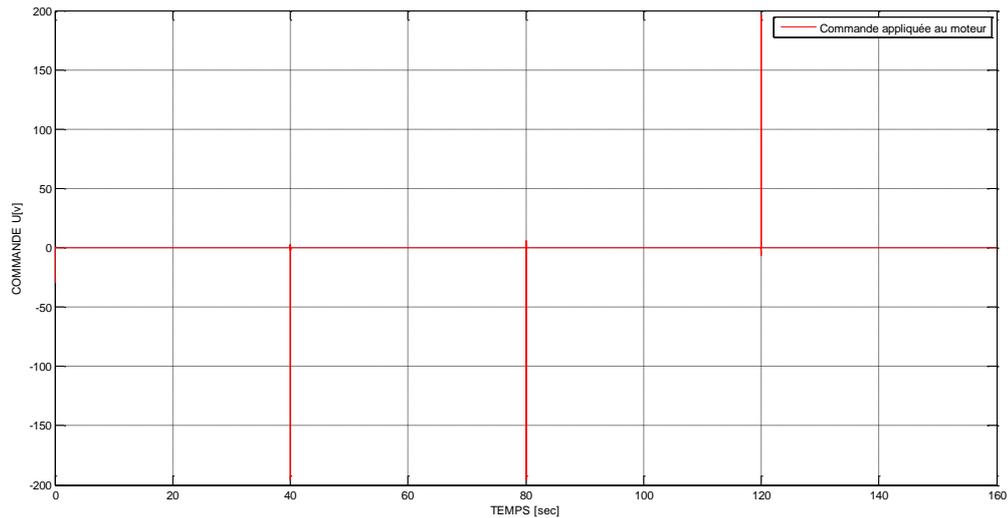


Figure (5-8) : Commande appliquée au moteur MCC

5.2.3.3. Test de robustesse

Dans cette partie, la robustesse de l'approche développée est évaluée en fonction des perturbations externes et les variations paramétriques du système physique chariot-pendule décrit par son modèle linéaire.

5.2.3.3.1. Robustesse vis-à-vis des perturbations

Afin de tester la robustesse de l'approche proposée vis-à-vis des perturbations, nous avons ajouté des perturbations externes à la force F fournie par le moteur MCC, comme le montre la figure (5-9). En effet, des perturbations positives et négatives ont été introduites. Par conséquent, les deux contrôleurs flous optimisés par AG, associés à la position du chariot et l'angle du pendule, doivent ramener et maintenir, respectivement, le chariot au milieu du rail et le pendule dans sa position d'équilibre instable vis-à-vis des perturbations.

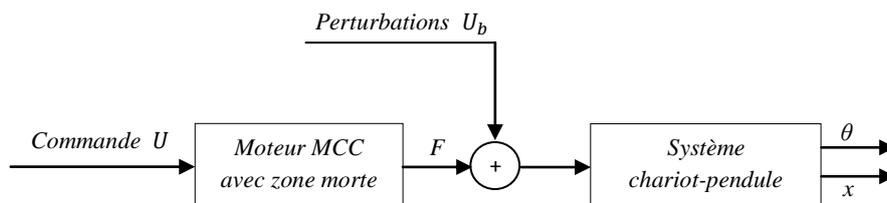


Figure (5-9) : Introduction des perturbations externes à la force F fournie par le moteur MCC

Deux cas sont envisagés:

a. Cas 1: perturbation impulsionnelle positive

Nous exposons dans cette partie les résultats obtenus avec une perturbation impulsionnelle positive d'amplitude $\hat{U}_b = 20 \text{ N}$. Les réponses de la position du chariot et de l'angle du pendule sont données, respectivement, sur les figures (5-10) et (5-11). Les figures (5-12) et (5-13) représentent respectivement la commande appliquée au moteur MCC et la forme périodique de la perturbation impulsionnelle externe positive introduite.

De par les réponses de l'angle du pendule et le déplacement du chariot obtenues dans ce cas de figure, on peut constater clairement que les perturbations sont rejetées très rapidement. Par conséquent, le pendule inversé se stabilise plus rapidement à sa position d'équilibre instable; et également le chariot se revient à sa position de référence. On peut donc affirmer que la stratégie floue optimisée est robuste vis-à-vis de la perturbation impulsionnelle positive.

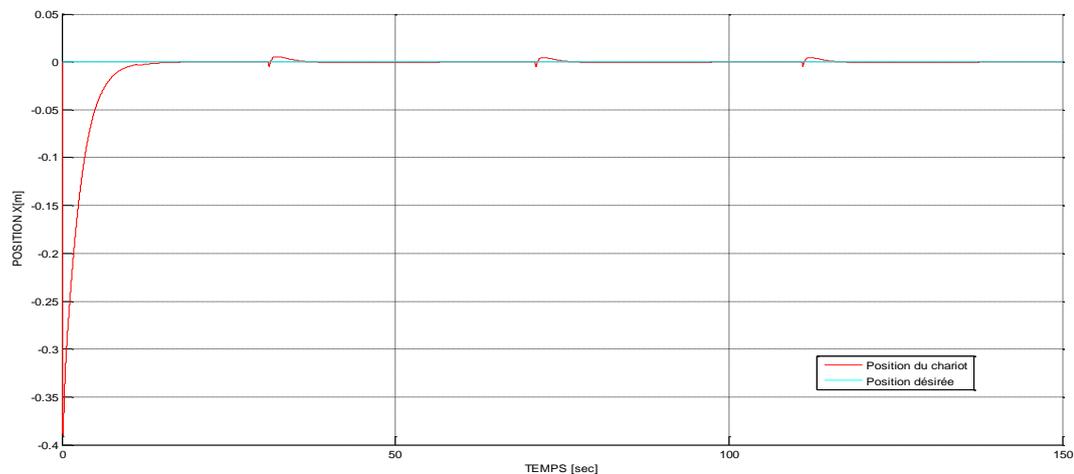


Figure (5-10) : Position du chariot obtenue avec perturbation impulsionnelle positive

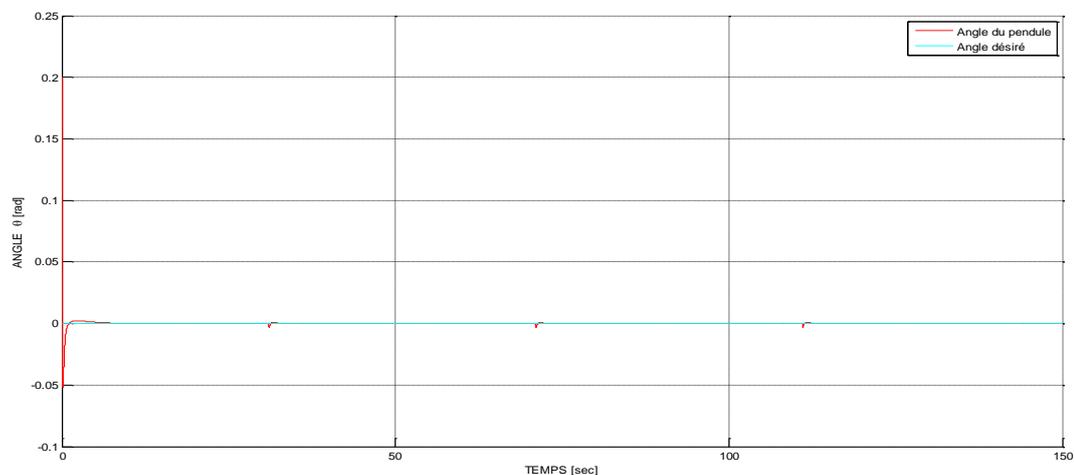


Figure (5-11) : Angle du pendule obtenu avec perturbation impulsionnelle positive

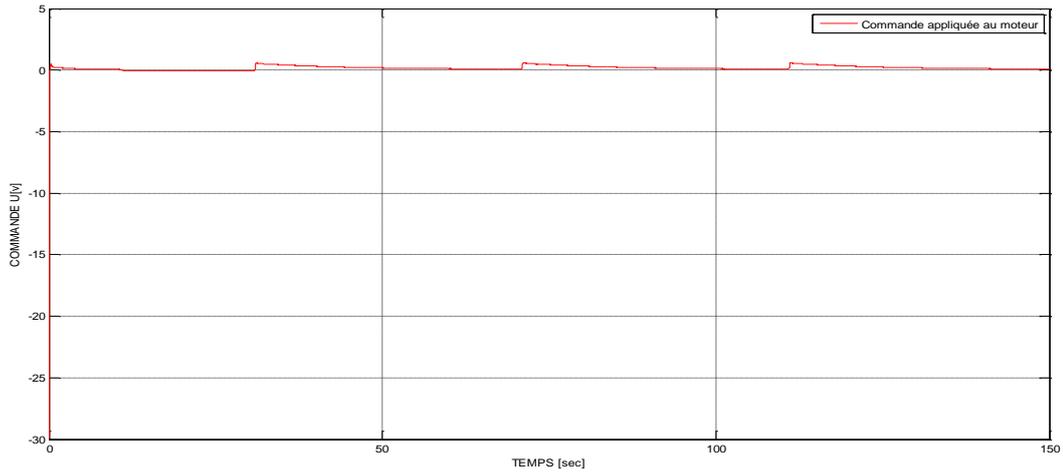


Figure (5-12) : Commande appliquée au moteur MCC

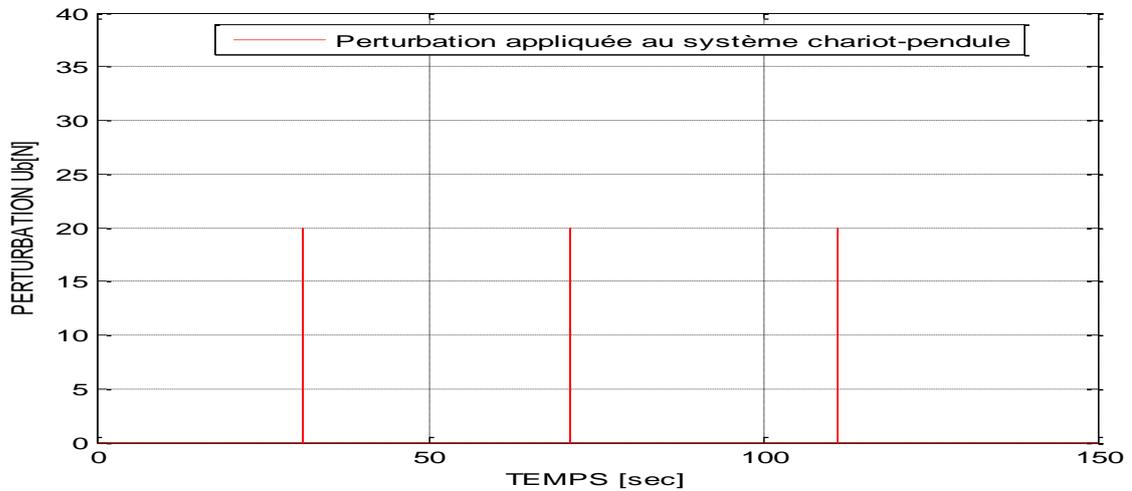


Figure (5-13) : Perturbation impulsionnelle positive et périodique

b. Cas 2: perturbation impulsionnelle négative

Une autre perturbation impulsionnelle négative et périodique d'amplitude $\hat{U}_b = -20 N$, a été introduite, comme le montre la figure (5-17). Les figures (5-14), (5-15) et (5-16), représentent, respectivement, les réponses de la position du chariot, de l'angle du pendule et ainsi la commande appliquée au moteur MCC, obtenues dans ce cas de figure.

De par les réponses de la position du chariot et de l'angle du pendule obtenues par ce type de perturbation, nous remarquons bien que l'approche floue optimisée a réussi parfaitement le rejet de la perturbation introduite au système. Ce qui montre sa robustesse vis-à-vis de perturbation négative.

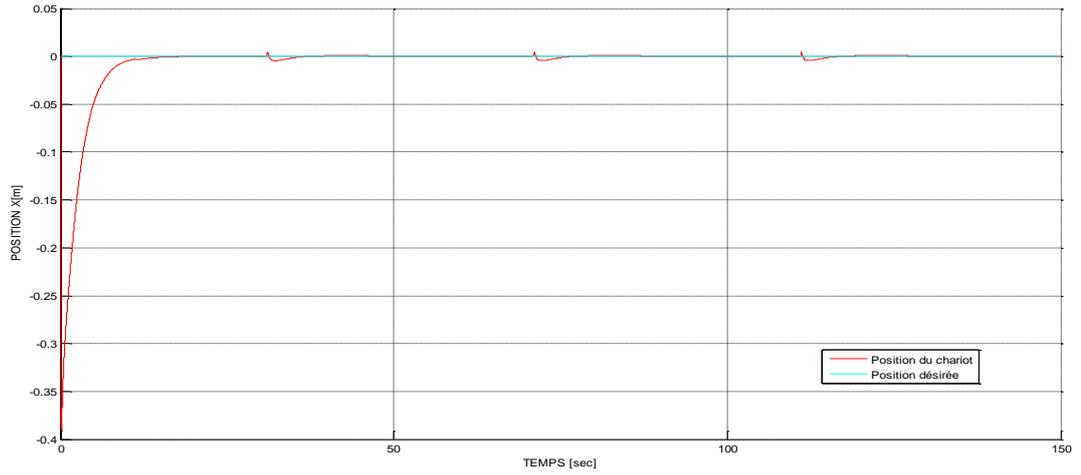


Figure (5-14) : Position du chariot obtenue avec perturbation impulsionnelle négative

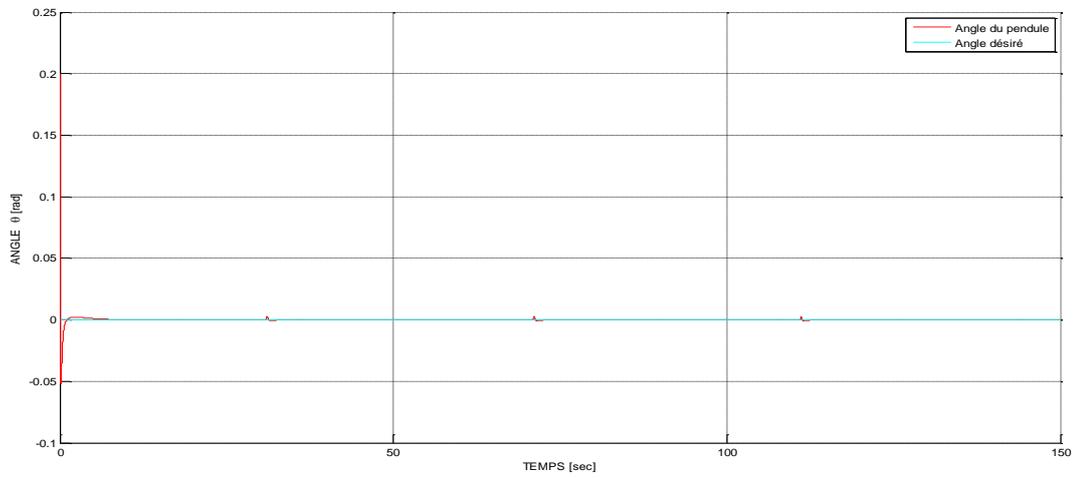


Figure (5-15) : Angle du pendule obtenu avec perturbation impulsionnelle négative

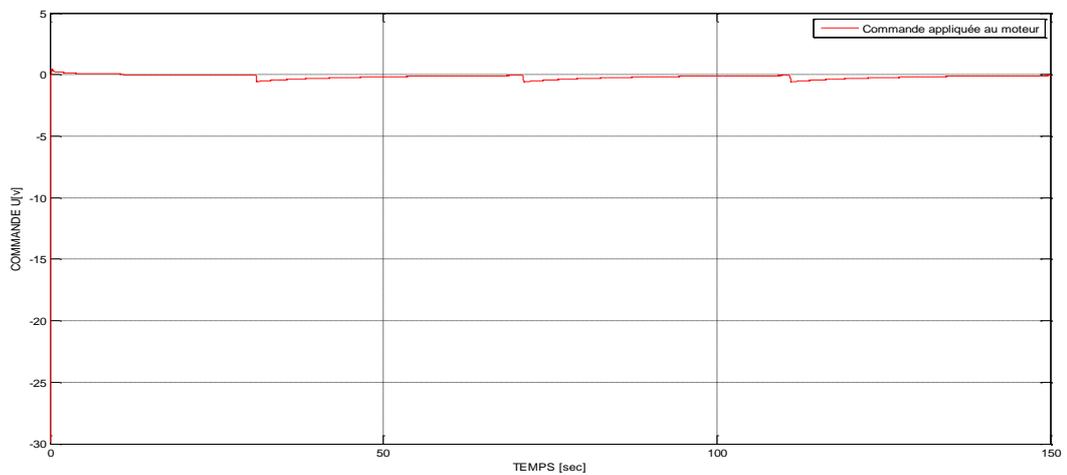


Figure (5-16) : Commande appliquée au moteur MCC

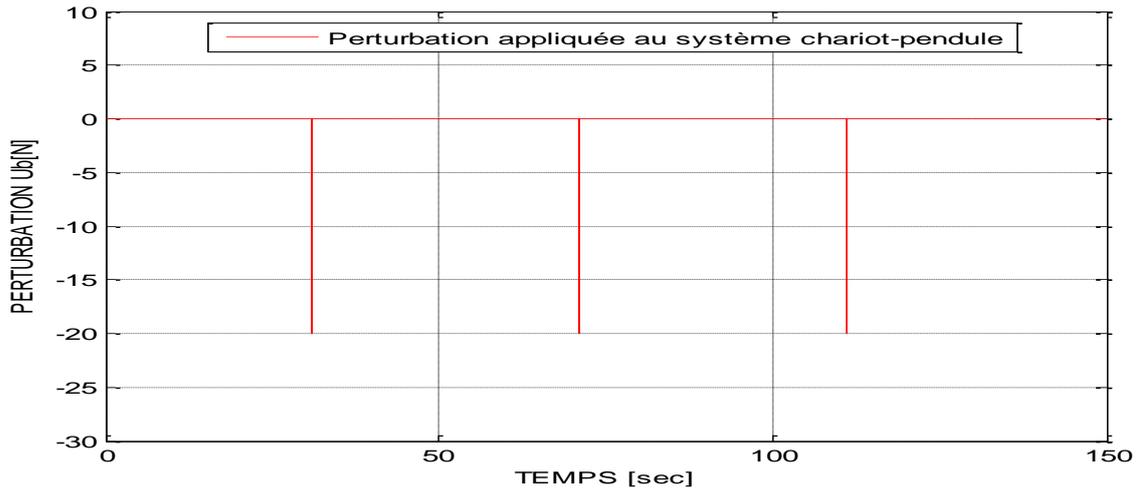


Figure (5-17) : Perturbation impulsionnelle négative et périodique

5.2.3.3.2. Robustesse paramétrique

Maintenant, nous allons nous intéresser à la robustesse de notre approche lorsque le système considéré est soumis à diverses variations paramétriques. Pour ce faire, nous utilisons une méthode classique: nous avons fait varier un seul paramètre, comme la longueur du pendule et la masse du pendule, et on fixe tous les autres paramètres. Dans ce cas, nous rappelons que l'objectif de contrôle est de déplacer le chariot vers le milieu du rail afin de maintenir le pendule dans sa position d'équilibre verticale instable sous de diverses variations paramétriques du pendule. Deux cas peuvent être considérés:

a. Cas 1: longueur du pendule variable et masse du pendule constante

Dans cette partie, nous avons fait varier la longueur du pendule en respectant les marges réelles données par le constructeur [16]. La masse et les autres différents paramètres du pendule restent inchangés. Les figures (5-18) et (5-19) représentent, respectivement, les réponses de la position du chariot et de l'angle du pendule. Ces résultats sont obtenus avec les différentes valeurs de la longueur du pendule comme: $0.36m$, $0.37m$, $0.38m$, $0.39m$, $0.40m$, et en fixant la masse du pendule par $0.23kg$.

Depuis ces résultats on remarque bien, en utilisant plusieurs valeurs de la longueur du pendule, que la stratégie proposée a réussie, à la fois, de stabiliser le pendule inversé dans sa position d'équilibre instable et de positionner le chariot au milieu du rail. Ce qui affirme la robustesse de cette stratégie vis-à-vis des variations de la longueur du pendule.

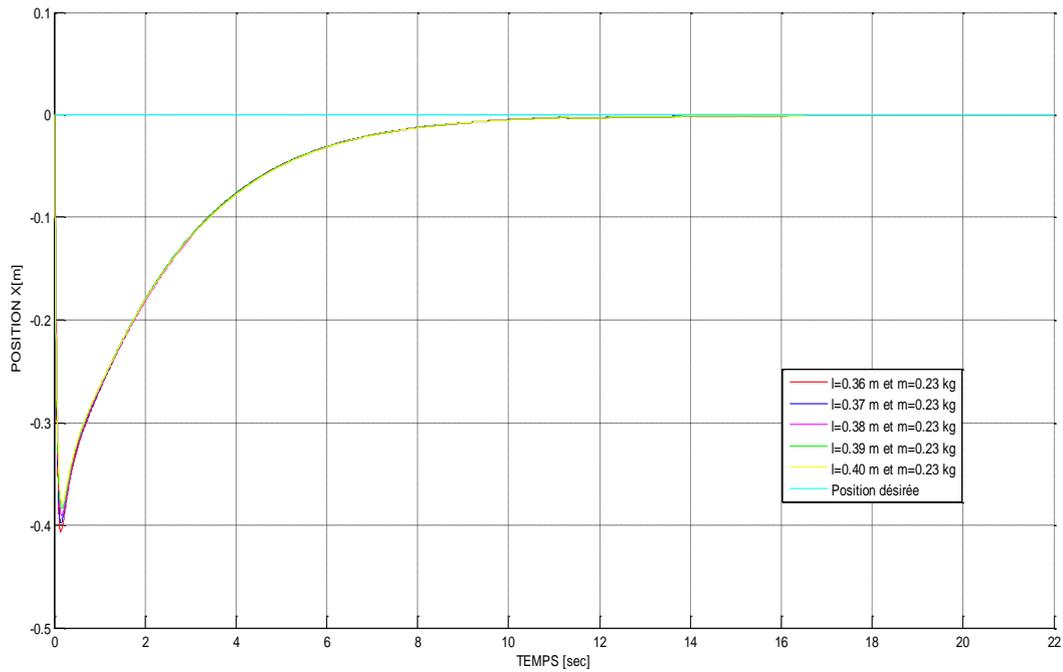


Figure (5-18) : Réponses de la position du chariot obtenues avec différentes valeurs de la longueur du pendule: 0.36m, 0.37m, 0.38m, 0.39m et 0.40m. Avec la masse du pendule $m=0.23\text{kg}$

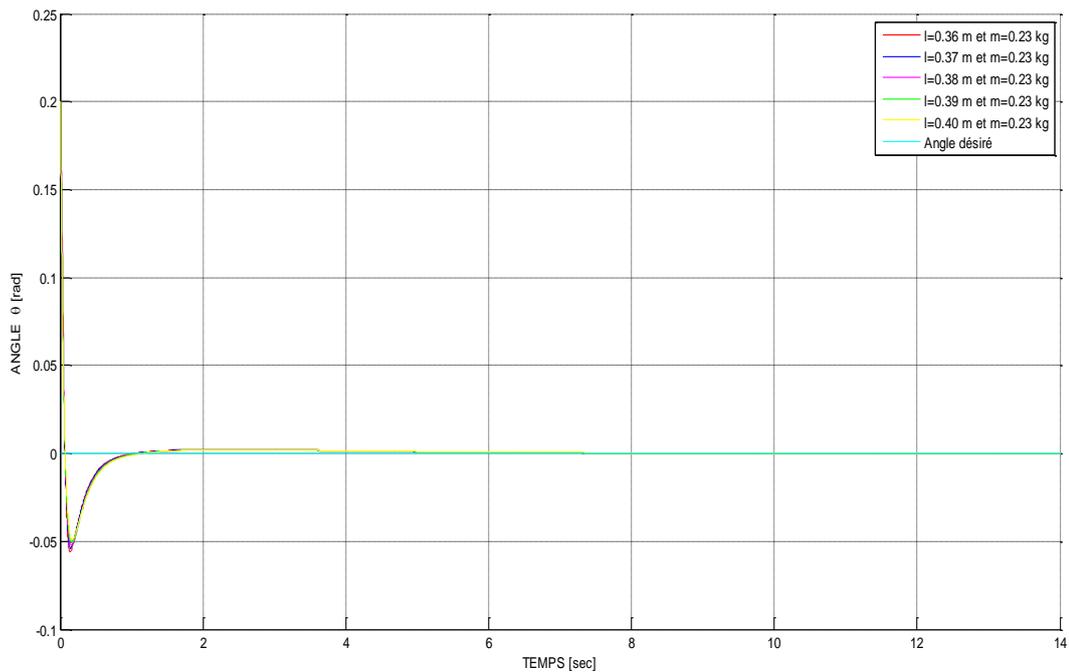


Figure (5-19) : Réponses de l'angle du pendule obtenues avec différentes valeurs de la longueur du pendule: 0.36m, 0.37m, 0.38m, 0.39m et 0.40m. Avec la masse du pendule $m=0.23\text{kg}$

b. Cas 2: masse du pendule variable et longueur du pendule constante

Afin de vérifier encore plus la robustesse de notre stratégie vis-à-vis des variations paramétriques du système linéaire, nous avons fait un autre test de robustesse paramétrique. Il s'agit de varier la masse du pendule. La longueur et les autres différents paramètres du pendule restent inchangés. Les réponses de la position du chariot et de l'angle du pendule sont représentées, respectivement, par les figures (5-20) et (5-21). Ces résultats de simulation sont obtenus avec les différentes valeurs de la masse du pendule comme: 0.20kg , 0.21kg , 0.22kg , 0.23kg , 0.24kg , et en fixant la longueur du pendule par 0.38m .

De par ces réponses, on constate que le pendule se stabilise effectivement à sa position verticale instable et de même pour le chariot qui reste au milieu du rail malgré la variation dans la valeur de la masse du pendule. En conséquence, on peut dire que les résultats obtenus montrent la robustesse de la stratégie vis-à-vis des variations de la masse du pendule.

Comme conclusion finale, et après les différents tests de robustesse et de suivi de trajectoire effectués sur le modèle d'état linéaire du système chariot-pendule, on peut donc affirmer la robustesse de la stratégie floue optimisée par les algorithmes génétiques standards.

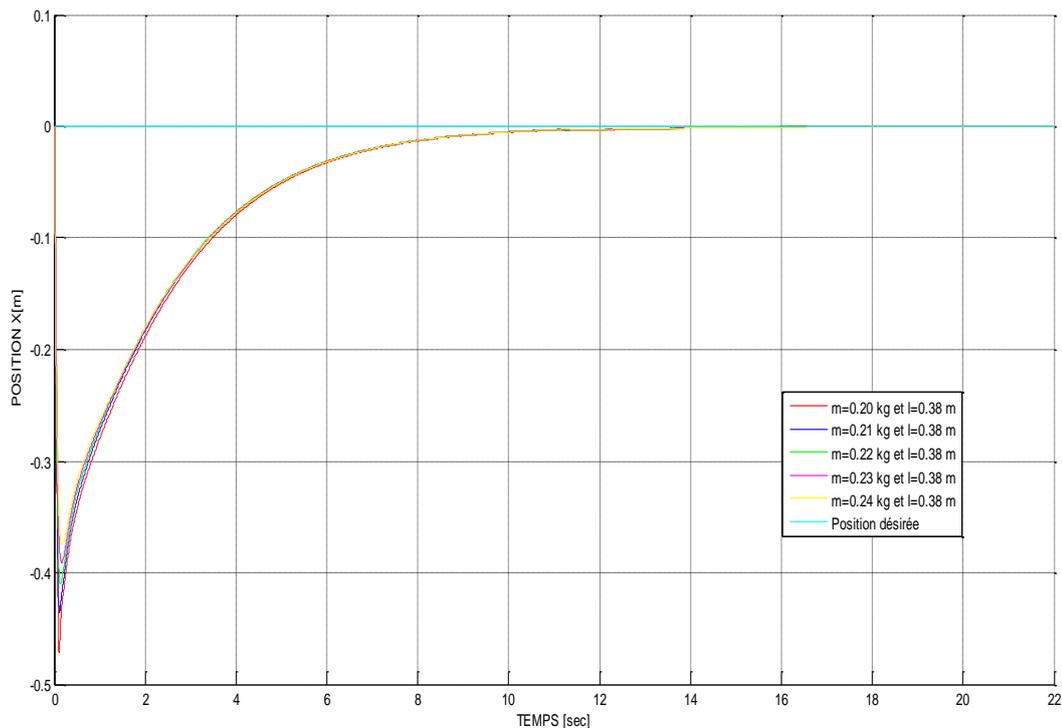


Figure (5-20) : Réponses de la position du chariot obtenues avec différentes valeurs de la masse du pendule: 0.20kg , 0.21kg , 0.22kg , 0.23kg et 0.24kg . Avec la longueur du pendule $l=0.38\text{m}$

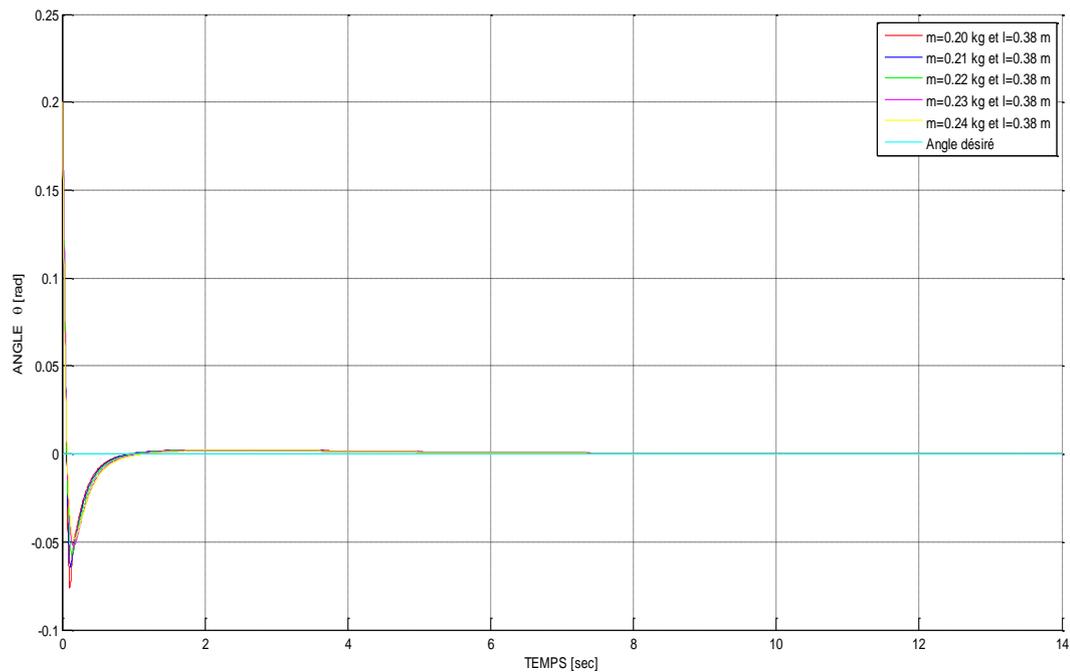


Figure (5-21) : Réponses de l'angle du pendule obtenues avec différentes valeurs de la masse du pendule: 0.20kg, 0.21kg, 0.22kg, 0.23kg et 0.24kg. Avec la longueur du pendule $l=0.38m$

5.3. Deuxième étape: Approche floue-AG pour le modèle non linéaire du système chariot-pendule

Dans cette étape, nous présentons la structure de commande de la deuxième approche floue-AG appliquée au modèle non linéaire du système chariot-pendule et son algorithme d'optimisation.

5.3.1. Structure d'optimisation

La structure d'optimisation proposée de la commande floue par algorithme génétique (AG), associée au modèle d'état non linéaire du système chariot-pendule, est schématisée par la figure (5-22). Il s'agit de la meilleure stratégie floue obtenue précédemment dont les différents gains de deux contrôleurs PID flous (de type Sugeno), et comme le cas linéaire, sont ajustés hors ligne par un algorithme génétique standard.

5.3.2. Algorithme d'optimisation

L'algorithme d'optimisation associé à l'approche floue-AG ci-dessus est donné par la figure (5-24). Cet algorithme d'optimisation se commence par un mécanisme de génération aléatoire de la

population initiale. Comme la méthode de codage des individus est le premier élément dans les AG à déterminer, par conséquent, nous avons utilisé un codage binaire pour représenter les solutions dans l'espace de travail. Ce dernier est divisé par 50 individus ($N_{pop} = 50$ individus). Chaque individu (solution) se compose de huit vecteurs de valeurs binaires. Chaque vecteur représente un gain d'entrée ou de sortie des deux contrôleurs PID flous. Le chromosome utilisé dans notre algorithme est donné par la structure de la figure (5-23).

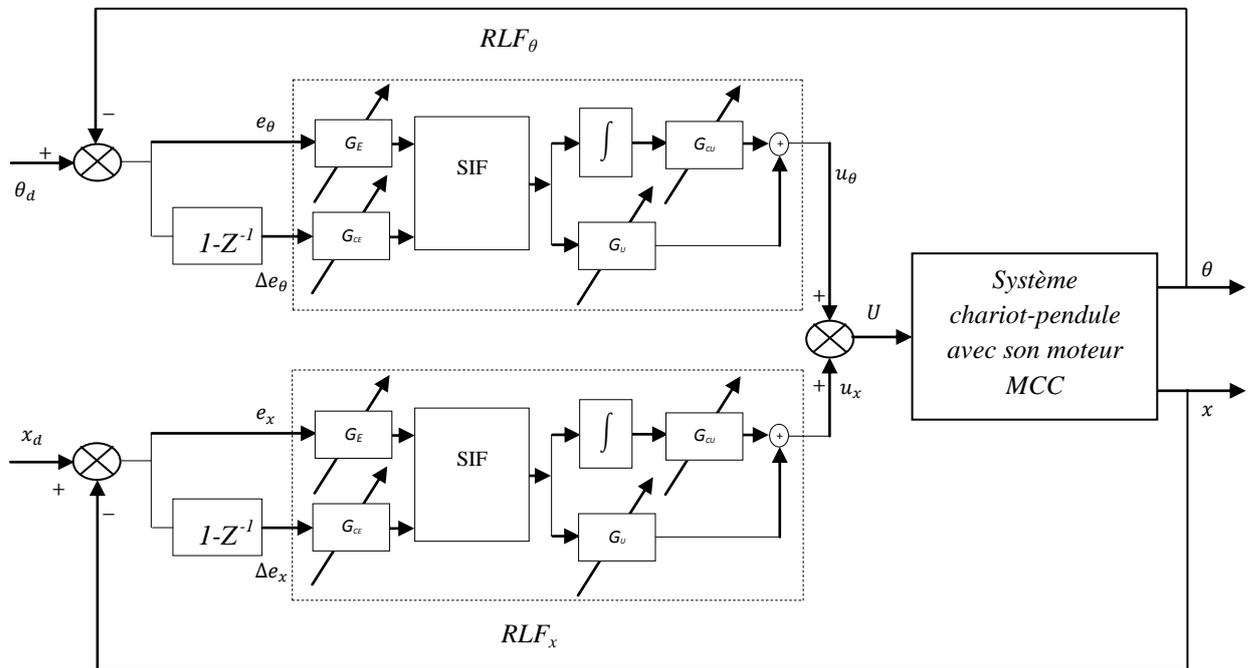


Figure (5-22) : Bloc de la structure de commande de l'approche floue-AG pour le modèle non linéaire du système chariot-pendule

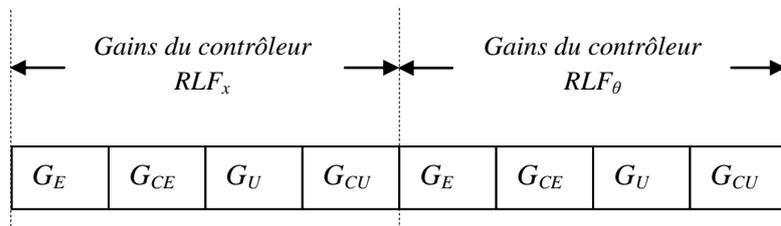


Figure (5-23) : Structure du chromosome à optimiser par AG

Le codage binaire des paramètres à optimiser par algorithme génétique nécessite l'affectation des bornes et une précision de résolution voulue pour chaque paramètre. Les bornes et les précisions, associées aux différents gains de deux contrôleurs RLF_x et RLF_θ , utilisées sont données dans le tableau suivant:

Paramètres des contrôleurs RLF_x et RLF_θ	Bornes	Précision
Gains d'entrée: G_E et G_{CE}	[0, 100]	0.001
Gains de sortie: G_U et G_{CU}	[0, 2000]	0.0001

Tableau (5-6) : Bornes et précisions utilisées pour le codage binaire des paramètres à optimiser par AG

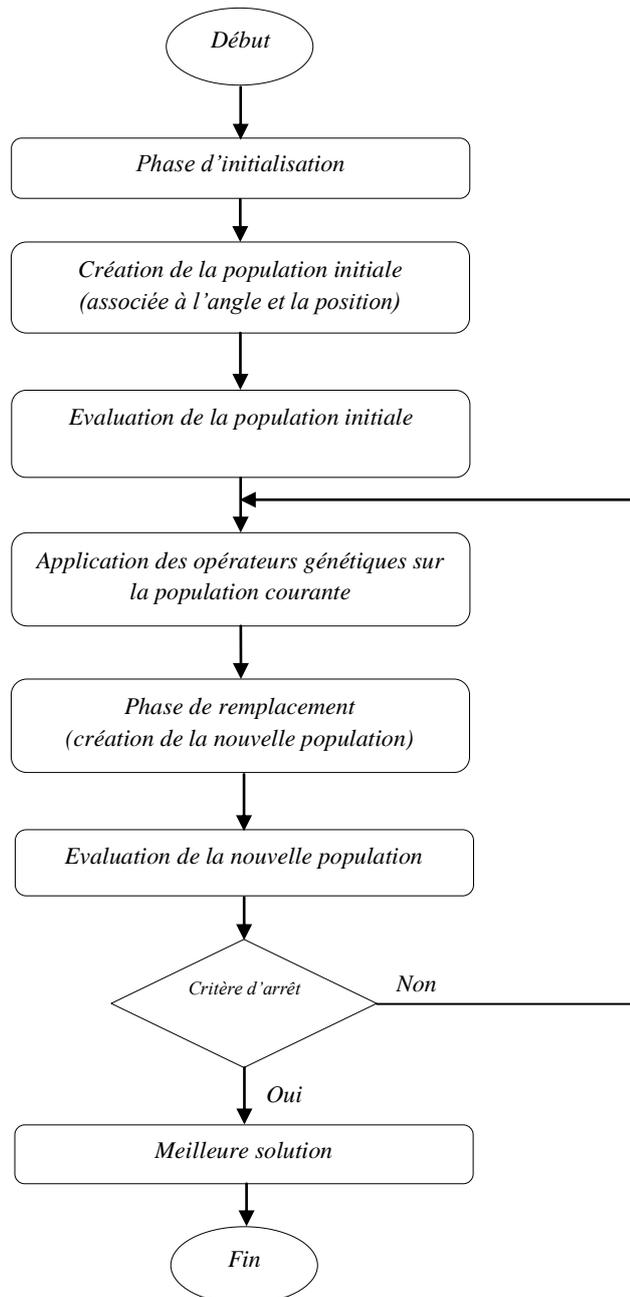


Figure (5-24) : Organigramme décrivant l'algorithme d'optimisation proposé pour le modèle non linéaire du système considéré

Après la création de la population initiale, la phase d'évaluation des solutions initiales du problème d'optimisation s'effectue en utilisant la même fonction d'adaptation définie par la relation (5-9). De même que pour le cas linéaire, l'algorithme d'optimisation utilise la méthode de la Roulette comme opérateur de sélection. Pour le mécanisme de croisement, nous n'avons choisi qu'un seul point de croisement avec une probabilité $p_c = 0.9$. Pour que l'algorithme d'optimisation ne converge pas vers un optimum local, un mécanisme de mutation est introduit avec une probabilité beaucoup plus faible par rapport à celle de croisement ($p_m = 0.05$). Afin d'éviter le risque de perdre le meilleur individu de l'ancienne génération, nous avons utilisé un mécanisme élitiste avec un taux égale $1/N_{pop}$ (N_{pop} : taille de la population). En conséquence, le meilleur individu sera toujours conservé dans la nouvelle population. Le cycle d'optimisation se répète jusqu'à ce que le nombre de générations soit atteint. Ici, nous avons utilisé 100 générations pour avoir la solution optimale.

Les gains obtenus à l'issue du processus d'optimisation hors ligne des deux contrôleurs PID flous sont résumés dans le tableau suivant:

	G_E	G_{CE}	G_U	G_{CU}
<i>Cas du contrôleur FPID associé à la position du chariot</i>	0.1200	0.3749	26.3969	128.3815
<i>Cas du contrôleur FPID associé à l'angle du pendule</i>	0.2623	0.0525	317.0633	1323.7

Tableau (5-7) : Gains obtenus par AG associés aux deux contrôleurs flous: FPID

5.3.3. Résultats de simulations

Dans cette section, et comme le cas linéaire, nous avons testé les performances, le suivi de trajectoire et la robustesse de l'approche floue-AG proposée pour le modèle non linéaire du système chariot-pendule. Nous rappelons que les conditions de simulation utilisées dans cette partie sont similaires à celles utilisées dans l'approche floue développée au troisième chapitre. D'autre part, les gains obtenus par le processus d'optimisation seront injectés dans le programme principal.

5.3.3.1. Comparaison des résultats obtenus par flou-AG et le flou

Pour valider l'approche floue optimisée par AG, nous allons comparer leurs résultats qualitatifs et quantitatifs avec ceux déjà obtenus par l'approche floue non optimisée du troisième chapitre. Les

figures (5-25) et (5-26) montrent, respectivement, les résultats de comparaisons qualitatives, des réponses de la position du chariot et l'angle du pendule par rapport aux références désirées. Les comparaisons quantitatives associées sont présentées dans les tableaux (5-8) et (5-9).

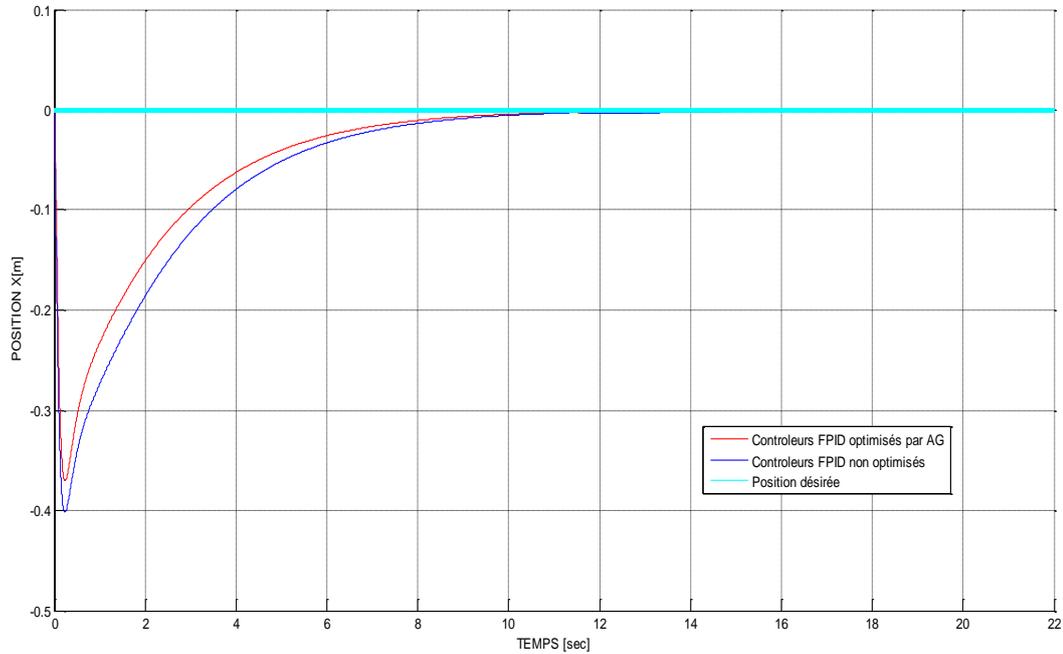


Figure (5-25) : Comparaison des réponses de la position du chariot obtenues par les deux approches floues optimisée par AG et non optimisée

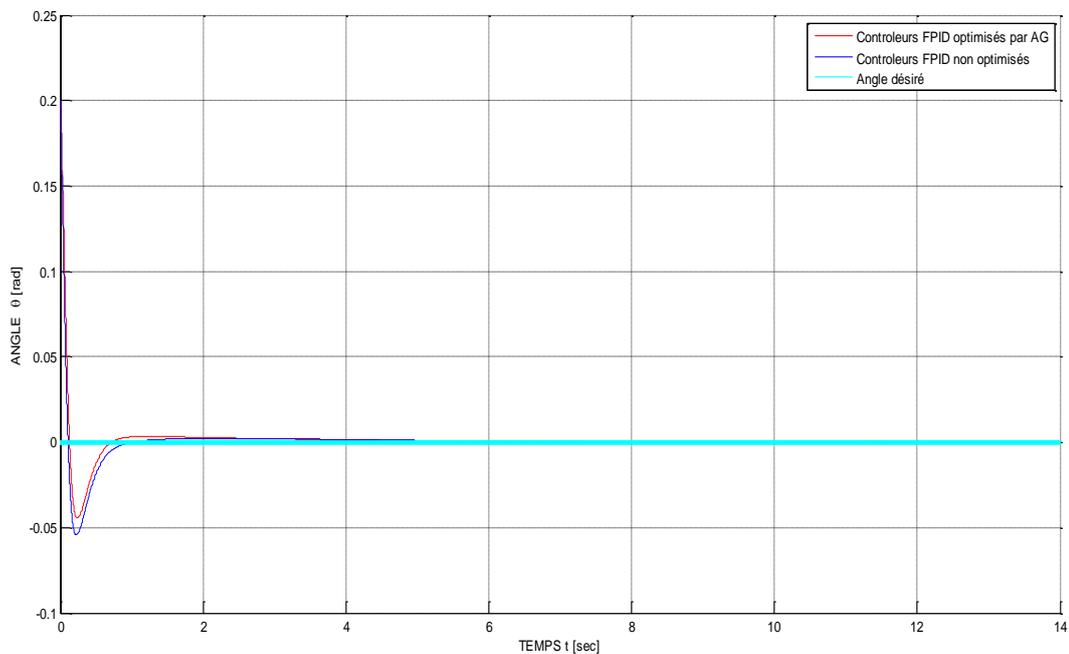


Figure (5-26) : Comparaison des réponses de l'angle du pendule obtenues par les deux approches floues optimisée par AG et non optimisée

RLF_x	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
Contrôleur PID flou optimisé par AG	0.8178	0.1459	1.9612	0.1717	0.3896
Contrôleur PID flou non optimisé	1.1764	0.2706	3.0076	0.3782	0.9366

Tableau (5-8) : Comparaison des indices de performance associés au contrôleur RLF_x

RLF_θ	IAE	ISE	ITAE	ITSE	ISTE
Contrôleur PID flou optimisé par AG	0.0345	0.0020	0.0423	0.0002	0.0002
Contrôleur PID flou non optimisé	0.0460	0.0025	0.0562	0.0004	0.0003

Tableau (5-9) : Comparaison des indices de performance associés au contrôleur RLF_θ

A partir du résultat de comparaison des réponses de la position du chariot comme le montre la figure (5-25), on remarque bien qu'en régime transitoire la réponse obtenue par le contrôleur PID flou optimisé par AG est plus rapide que celle obtenue par le contrôleur PID flou non optimisé. De par la figure (5-26), on constate encore que le contrôleur PID flou optimisé par AG associé à l'angle du pendule est globalement plus performant du contrôleur PID flou non optimisé.

Les résultats de comparaisons quantitatives présentés dans les tableaux (5-8) et (5-9), montrent que les indices de performance réalisés pour les contrôleurs PID flous optimisés par AG sont mieux que ceux réalisés par les contrôleurs PID flous non optimisés. Par conséquent, on peut dire dans notre cas que la stratégie floue optimisée par AG est plus performante que la stratégie floue non optimisée.

5.3.3.2. Résultats obtenus par suivi de trajectoire

Pour montrer l'efficacité de notre stratégie floue optimisée par AG, un test de suivi de trajectoire est appliqué au déplacement du chariot. Pendant le déplacement du chariot, la stratégie floue optimisée ramène le pendule dans sa position d'équilibre instable. Comme le cas précédent, l'angle initiale du pendule a été fixé à $\theta=0.02$ rad; la même consigne variable que celle utilisée dans le cas linéaire, associée à la position du chariot a été utilisée.

La Figure (5-27), montre la position du chariot en fonction de la consigne variable obtenue par le contrôleur PID flou optimisé par AG, dans laquelle on remarque qu'à chaque variation de la consigne la sortie suit celle-ci. Par conséquent, le contrôleur PID flou optimisé par AG a réussi à forcer le chariot à suivre sa consigne variable. Notons que les marges physiques ont été bien respectées par le déplacement du chariot.

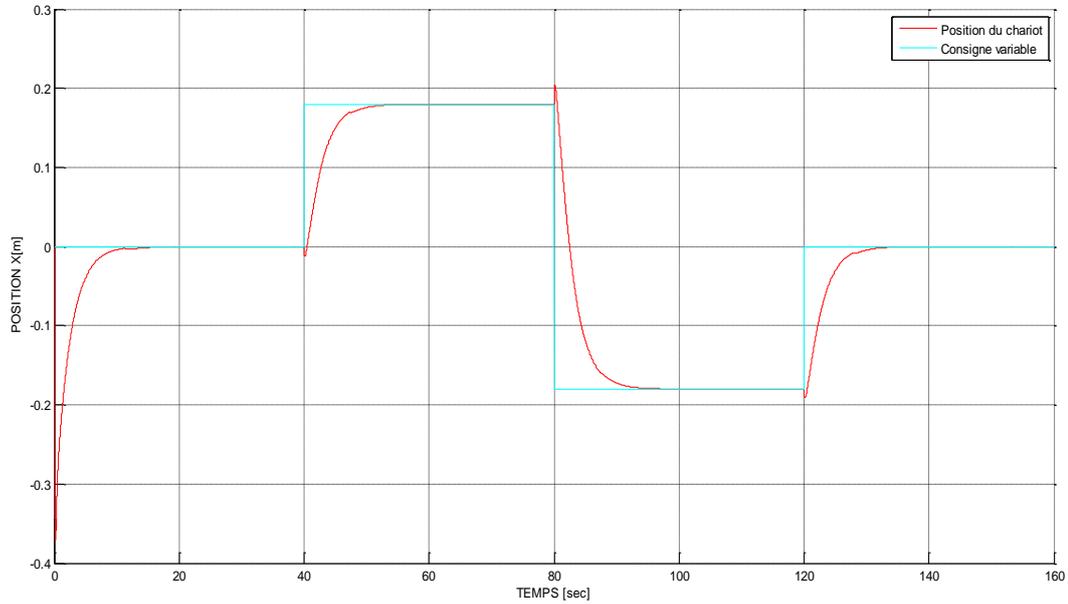


Figure (5-27) : Position du chariot obtenue durant un suivi de trajectoire variable

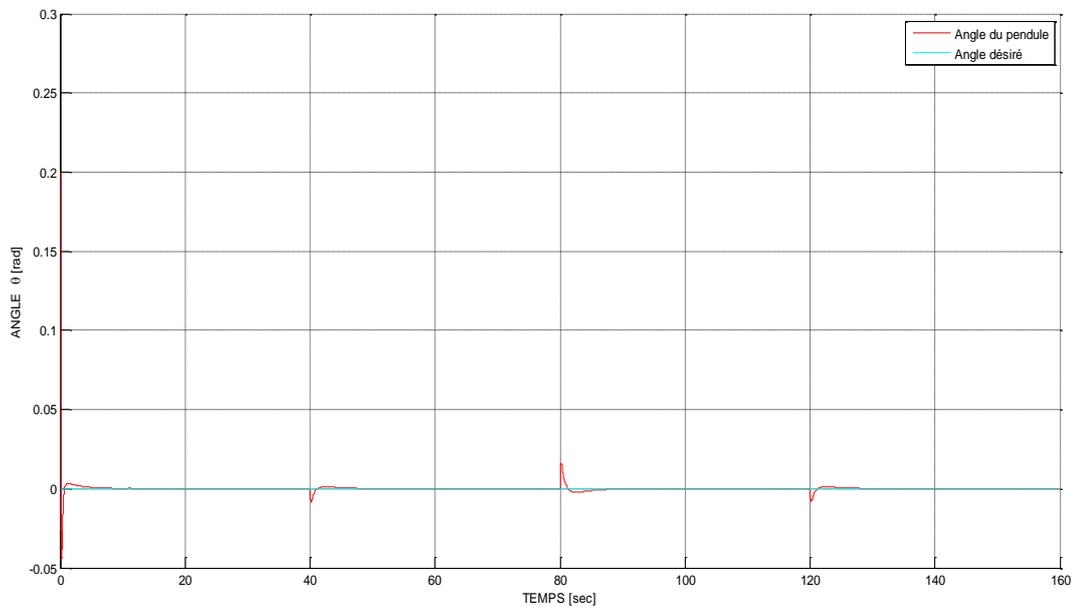


Figure (5-28) : Position angulaire du pendule

La Figure (5-28), montre la position angulaire du pendule inversé obtenue durant les changements de consigne, dans laquelle on remarque bien que le régulateur PID flou optimisé par AG a réussi à maintenir le pendule inversé dans sa position d'équilibre instable. La Figure (5-29), représente la commande appliquée au moteur MCC durant le suivi de trajectoire par le chariot.

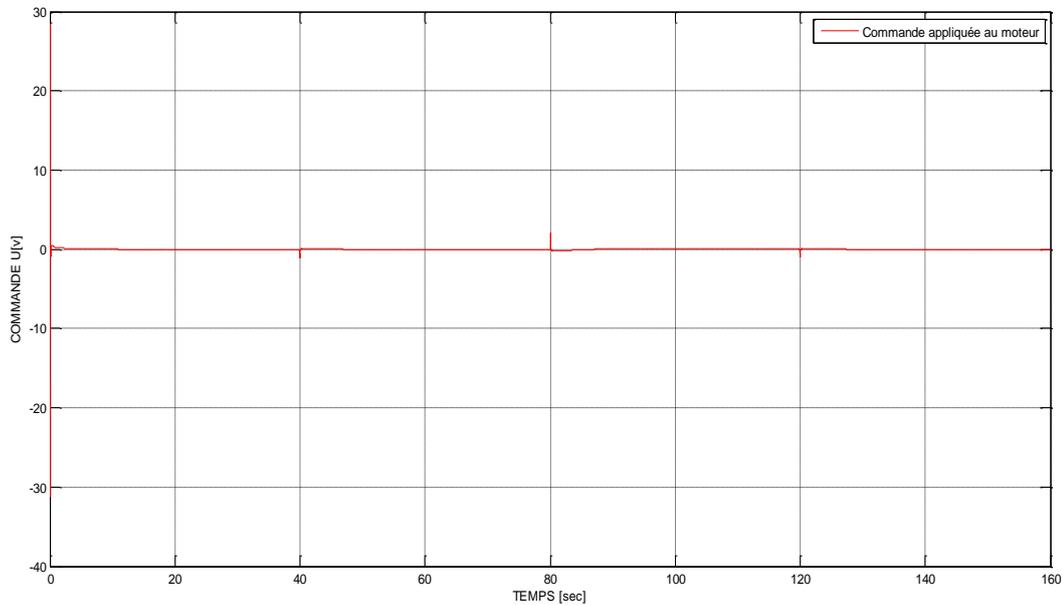


Figure (5-29) : Commande appliquée au moteur MCC

5.3.3.3. Test de robustesse

Dans cette partie, nous avons considéré les mêmes tests de robustesse utilisés dans le cas linéaire. Il s'agit des tests de robustesse vis-à-vis des perturbations externes et les variations paramétriques du système physique chariot-pendule décrit par son modèle d'état non linéaire.

5.3.3.3.1. Robustesse vis-à-vis des perturbations

Comme le cas linéaire, pour pouvoir estimer la robustesse de l'approche proposée, des perturbations externes positives et négatives ont été ajoutées à la force F fournie par le moteur MCC (voir figure (5-12)). L'objectif de contrôle reste le même, il s'agit de stabiliser à la fois la position du chariot et l'angle du pendule aux références désirées. Deux cas sont envisagés:

a. Cas 1: perturbation impulsionnelle positive

Il s'agit d'appliquer la même perturbation déjà définie précédemment par la figure (5-13). Les réponses de la position du chariot, de l'angle du pendule, et la commande appliquée au moteur MCC, obtenues dans ce cas de figure, sont données, respectivement, par les figures (5-30), (5-31), et (5-32).

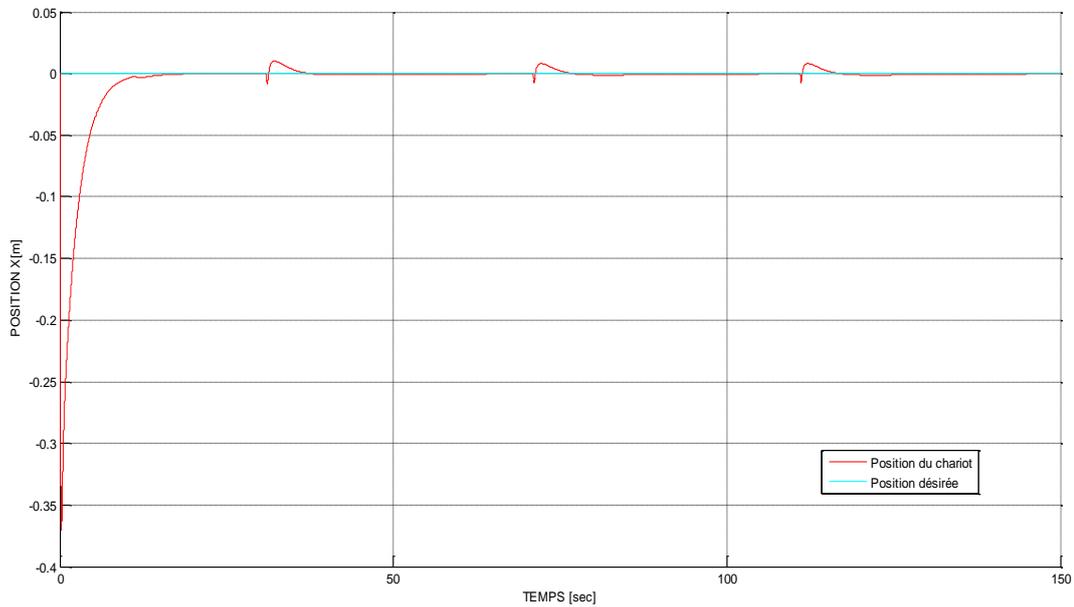


Figure (5-30) : Position du chariot obtenue avec perturbation impulsionnelle positive

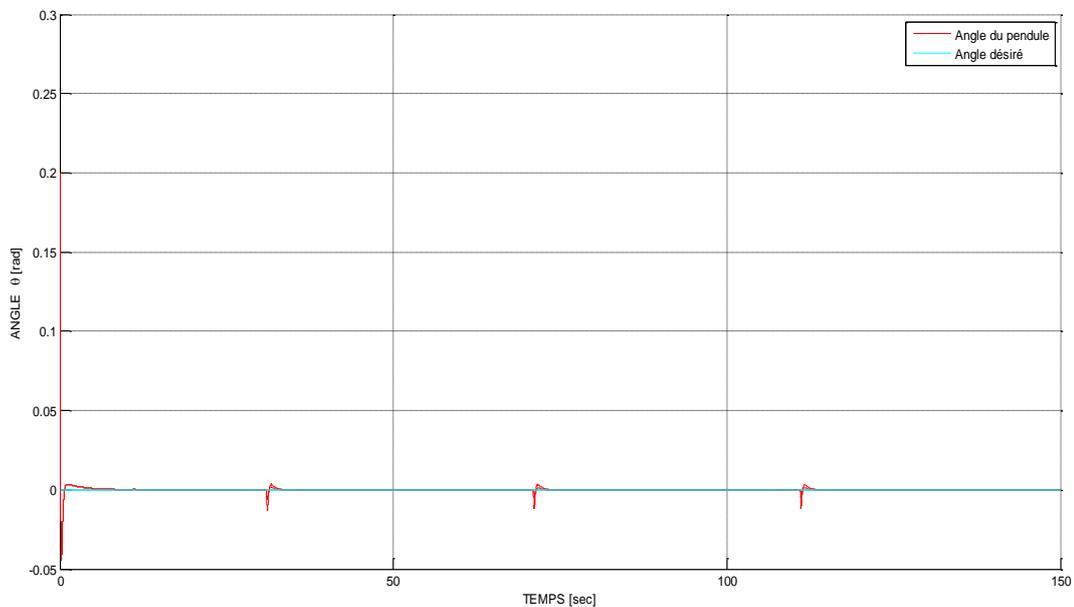


Figure (5-31) : Angle du pendule obtenu avec perturbation impulsionnelle positive

De par les résultats obtenus, nous pouvons constater que la robustesse de l'approche proposée au modèle non linéaire du système chariot-pendule est justifiée par sa capacité, d'une part, à maintenir parfaitement le pendule inversé dans sa position d'équilibre instable, et d'autre part, à réussir à maintenir le chariot au milieu du rail, et ceci vis-vis d'une perturbation impulsionnelle périodique.

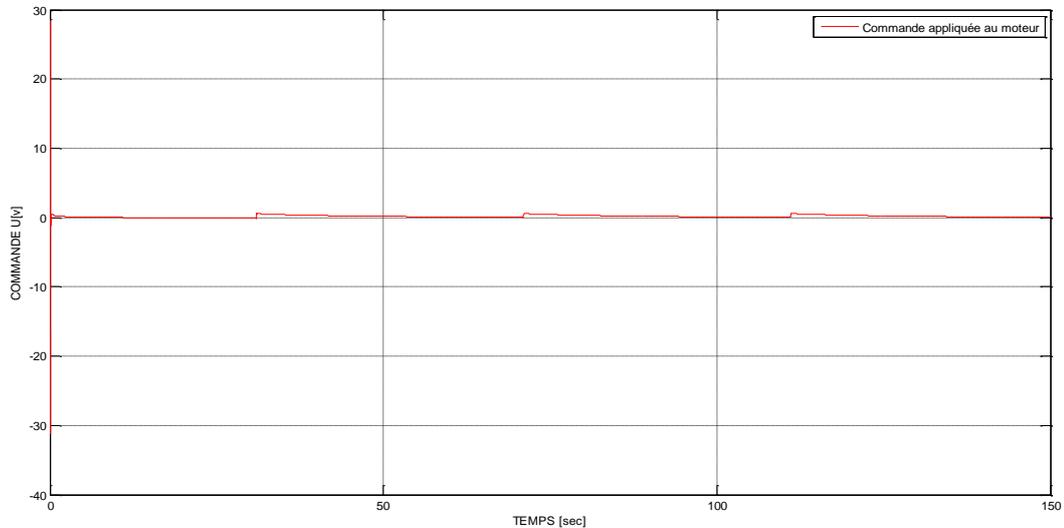


Figure (5-32) : Commande appliquée au moteur MCC

b. Cas 2: perturbation impulsionnelle négative

Nous avons utilisé la même perturbation impulsionnelle négative définie par la figure (5-17). Les résultats obtenus sont donnés par les figures (5-33), (5-34) et (5-35).

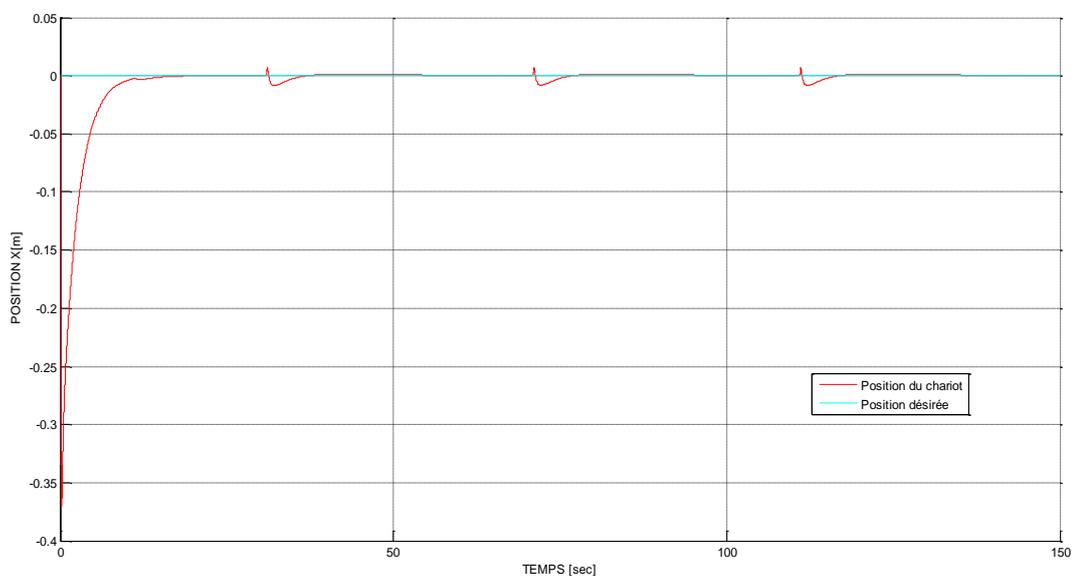


Figure (5-33) : Position du chariot obtenue avec perturbation impulsionnelle négative

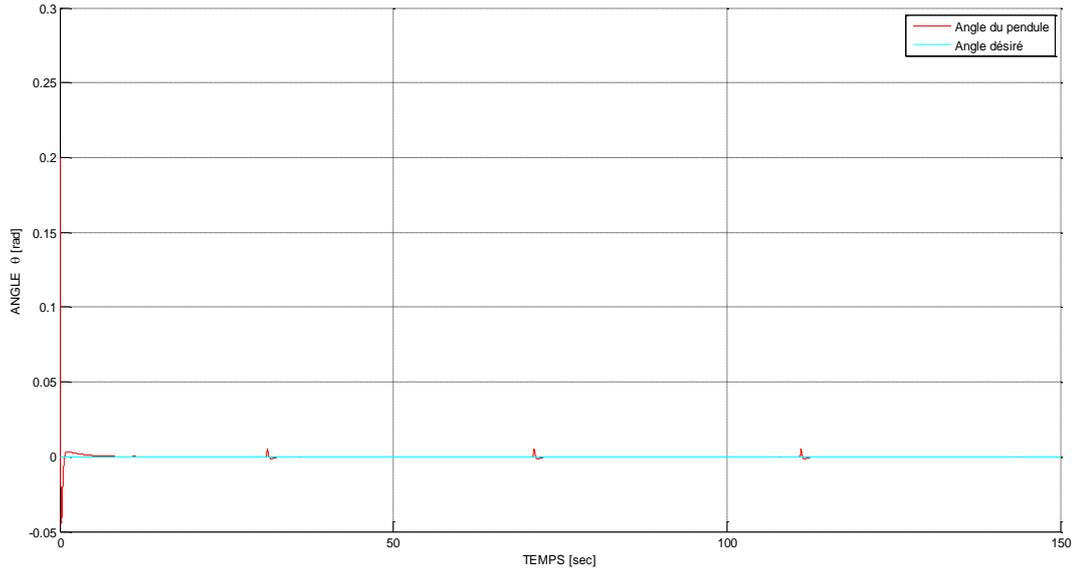


Figure (5-34) : Angle du pendule obtenu avec perturbation impulsionnelle négative

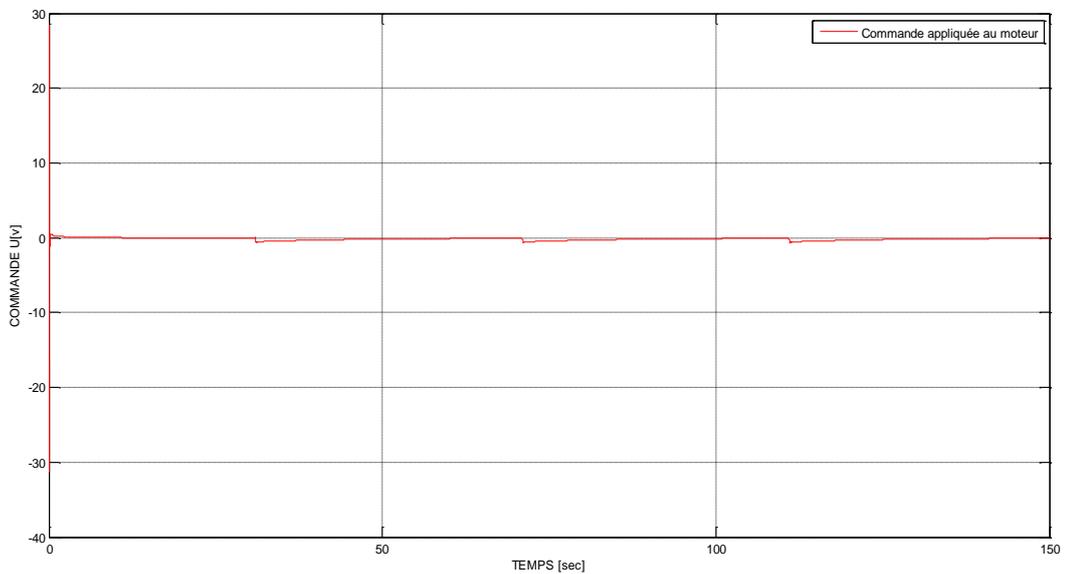


Figure (5-35) : Commande appliquée au moteur MCC

D'après les résultats de simulation et comme le cas précédent, nous remarquons clairement que l'approche proposée permet d'une part, à maintenir parfaitement le pendule inversé dans sa position verticale d'équilibre instable, et d'autre part à réussir à maintenir le chariot au milieu du rail. Par conséquent, ces résultats montrent la robustesse de notre approche vis-à-vis au rejet de perturbation.

5.3.3.3.2. Robustesse paramétrique

Après avoir étudié la robustesse de l'approche optimisée vis-à-vis des perturbations, nous allons examiner par la suite sa robustesse vis-à-vis des variations paramétriques du système chariot-pendule linéaire. On procédera par le même raisonnement appliqué au cas linéaire, par conséquent deux tests de robustesse paramétrique sont considérés:

a. Cas 1: longueur du pendule variable et masse du pendule constante

Les figures qui vont suivre, correspondent aux résultats obtenus avec un test de robustesse paramétrique en utilisant les différentes valeurs de la longueur du pendule comme: $0.36m$, $0.37m$, $0.38m$, $0.39m$, $0.40m$, et en fixant la masse du pendule par $0.23kg$. Il s'agit des réponses de la position du chariot et de l'angle du pendule, comme le montrent les figures (5-36) et (5-37), respectivement.

A travers ces résultats, malgré la variation dans la longueur du pendule, la stabilisation du pendule et la commande du chariot restent toujours réalisées parfaitement par notre stratégie proposée. Ce qui atteste la robustesse de cette stratégie vis-à-vis des variations de la longueur du pendule.

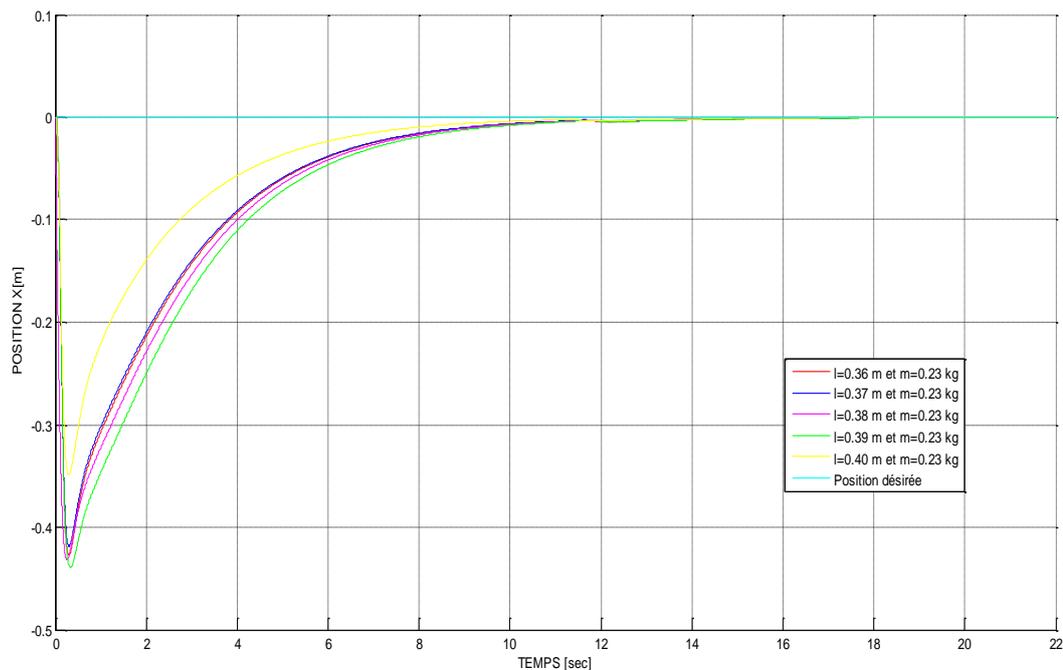


Figure (5-36) : Réponses de la position du chariot obtenues avec différentes valeurs de la longueur du pendule: $0.36m$, $0.37m$, $0.38m$, $0.39m$ et $0.40m$. Avec la masse du pendule $m=0.23kg$

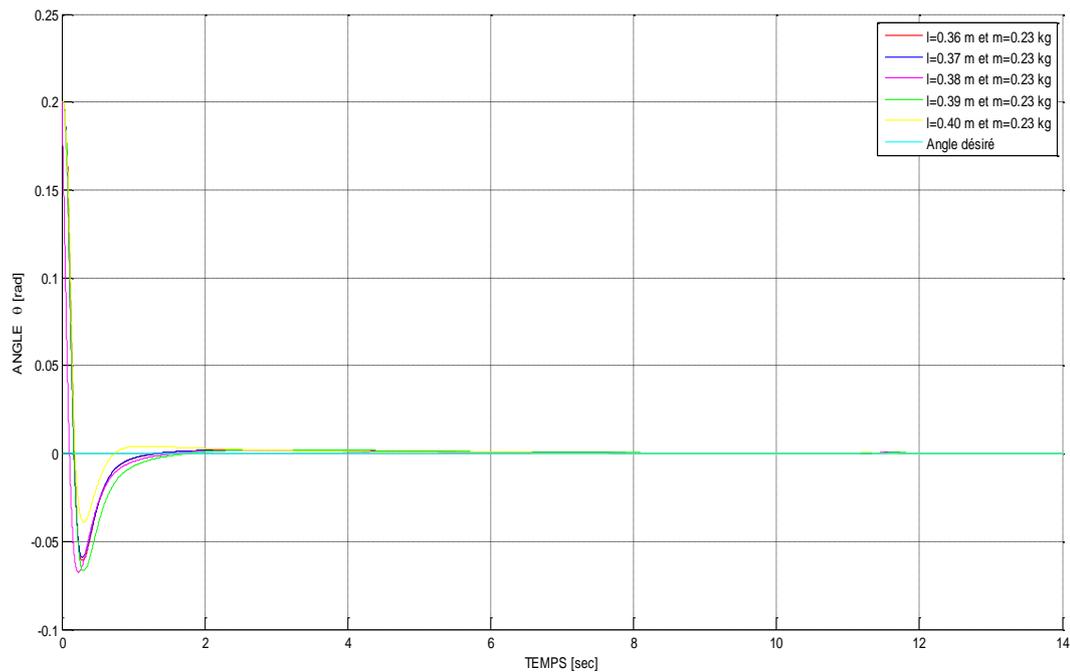


Figure (5-37) : Réponses de l'angle du pendule obtenues avec différentes valeurs de la longueur du pendule: 0.36m, 0.37m, 0.38m, 0.39m et 0.40m. Avec la masse du pendule $m=0.23\text{kg}$

b. Cas 2: masse du pendule variable et longueur du pendule constante

Dans le but de prouver encore plus la robustesse de notre stratégie vis-à-vis des variations paramétriques du système non linéaire, un autre test de robustesse paramétrique est effectué. Il s'agit de faire varier la masse en utilisant les valeurs suivantes: 0.20kg , 0.21kg , 0.22kg , 0.23kg , 0.24kg , et en fixant la longueur du pendule par 0.38m .

De par ces résultats, nous constatons que la stratégie proposée a réussie, à la fois, à maintenir le chariot au milieu du rail et de stabiliser le pendule à la verticale et ceci malgré les variations dues de la masse du pendule. Par conséquent, ces résultats confirment la robustesse de la stratégie vis-à-vis des variations de la masse du pendule.

On peut en effet affirmer, d'après les résultats de l'analyse de suivi de trajectoire et des tests de robustesse, que l'approche floue optimisée par l'algorithme génétique standard, appliquée au modèle d'état non linéaire du système chariot-pendule, est robuste.

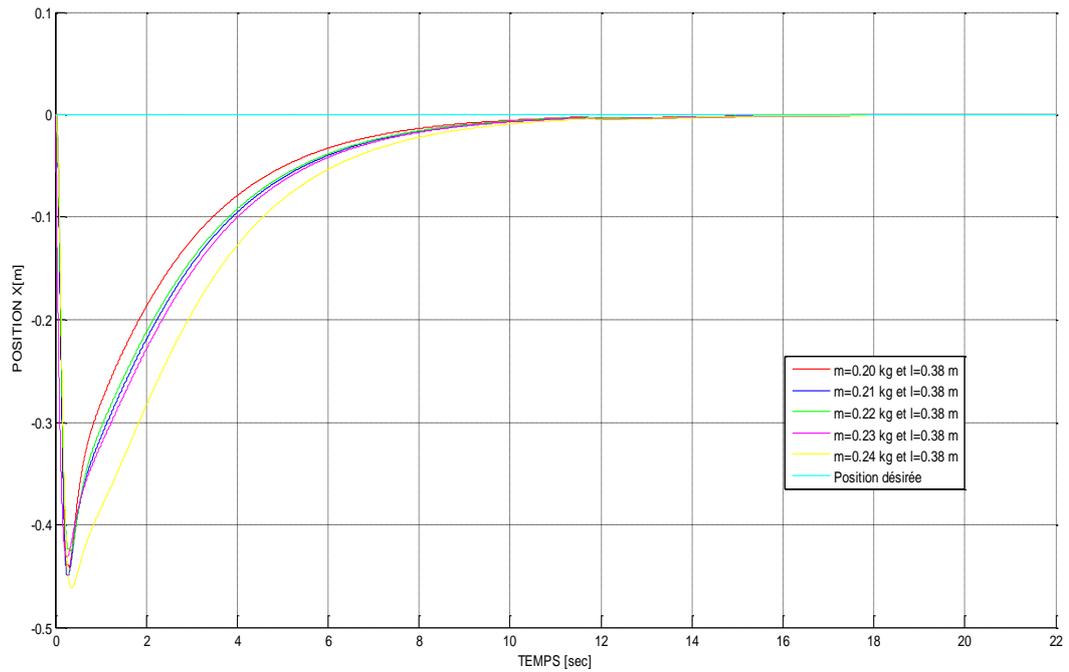


Figure (5-38) : Réponses de la position du chariot obtenues avec différentes valeurs de la masse du pendule: 0.20kg, 0.21kg, 0.22kg, 0.23kg et 0.24kg. Avec la longueur du pendule $l=0.38m$

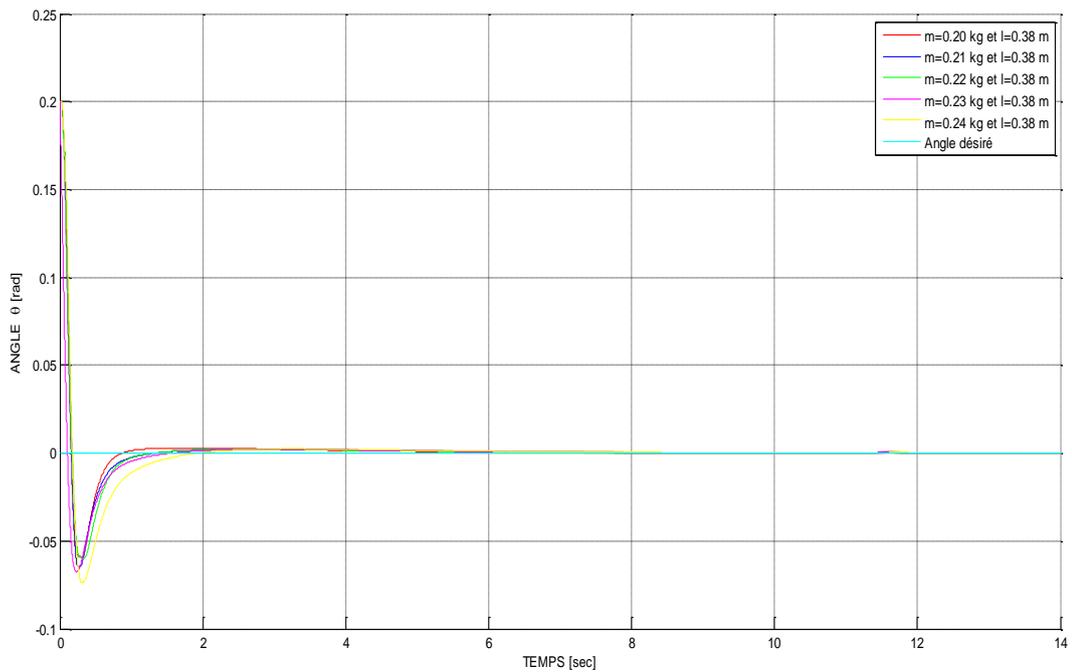


Figure (5-39) : Réponses de l'angle du pendule obtenues avec différentes valeurs de la masse du pendule: 0.20kg, 0.21kg, 0.22kg, 0.23kg et 0.24kg. Avec la longueur du pendule $l=0.38m$

5.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en œuvre deux approches floues optimisées par des algorithmes génétiques standards. Ces approches ont été proposées afin d'améliorer les performances des meilleures stratégies floues retenues au troisième chapitre. En effet, les gains d'entrée et de sortie des différents contrôleurs flous, constituant les deux stratégies floues, ont été ajustés hors ligne en utilisant des algorithmes génétiques standards.

Des études comparatives et d'évaluation de performances effectuées, montrent que les performances obtenues par les stratégies floues optimisées sont meilleures par rapport à celles réalisées par des stratégies floues non optimisées. L'efficacité des approches floues optimisées est bien justifiée à travers les simulations effectuées pour le même profil de référence. Il s'agit d'un suivi de trajectoire qui a été appliqué au déplacement du chariot. Nous avons toujours un bon suivi de consigne par le déplacement du chariot et une bonne stabilisation du pendule dans sa position d'équilibre instable. Afin d'examiner la robustesse des approches floues optimisées plusieurs tests ont été effectués. En effet, les perturbations sont rejetées très rapidement et les variations paramétriques du système ont été bien prises en charge par les approches floues optimisées. Depuis ces différents résultats obtenus, on peut donc affirmer que les deux approches floues optimisées sont robustes. Reste à dire que les résultats pour le système non linéaire sont meilleurs que celle du système linéaire.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale et perspectives

Cette thèse concerne une contribution à la modélisation et à la commande intelligente d'un système complexe comme le système chariot-pendule. D'abord, nous avons commencé par l'établissement des équations différentielles décrivant le comportement dynamique non linéaire et non simplifiée d'un système chariot-pendule, en utilisant l'approche Newtonienne. Puis, nous avons proposé et validé un modèle d'espace d'état non linéaire qui imite le plus fidèlement et réellement le système chariot-pendule. Ce modèle que nous avons proposé pourrait être utilisé pour tester diverses stratégies de contrôle non linéaire. Les équations différentielles non linéaires ont été linéarisées autour des points de fonctionnement du pendule, qui sont: un point d'équilibre instable et un point d'équilibre stable. Dans ces cas de figures, les fonctions de transfert et les représentations d'état linéaires ont été également établies. La seconde contribution de notre thèse est l'application des stratégies d'intelligence artificielle, à savoir la commande floue, à la stabilisation d'un système global chariot-pendule-moteur. Pour ce faire, nous avons eu recours à des contrôleurs flous à deux entrées, comme: FPD, FPI, FPI+FPD, et FPID, conçus par deux systèmes d'inférence floue différents : Mamdani et Takagi-Sugeno d'ordre zéro. Ces stratégies reposent sur deux contrôleurs flous séparés ayant les mêmes structures et conçues par le même système d'inférence floue pour contrôler et stabiliser, à la fois, l'angle du pendule en position d'équilibre instable et la position du chariot à une référence désirée. Afin de pouvoir valider et vérifier l'efficacité et la faisabilité de ces différentes stratégies, deux modèles d'état, linéaire et non linéaire du système considéré, ont été utilisés. L'objectif de contrôle visé dans ce cas est de déplacer le chariot vers le milieu du rail afin de maintenir le pendule dans sa position d'équilibre instable. Nous avons proposé une méthode de comparaison à deux niveaux afin d'obtenir la meilleure stratégie associée pour chaque modèle du système considéré. Des études comparatives qualitatives et quantitatives entre les différentes stratégies, ont été effectuées. Les performances de commande ont été évaluées en utilisant plusieurs indices de performance, tels que : IAE, ISE, ITAE, ITSE et ISTE. Nous sommes arrivés aux conclusions suivantes:

- globalement toutes les stratégies développées ont réussies à commander, à la fois, les deux variables couplées du système à savoir la position du chariot et l'angle du pendule inversé;
- la stratégie de stabilisation floue basée sur les contrôleurs PID flous de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro fournit la stratégie appropriée pour contrôler les deux variables couplés d'un système non linéaire du chariot-pendule;
- la stratégie combinant les deux structures FPID et FPI+FPD, conçues par un FIS de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro, fournit également la stratégie appropriée afin de contrôler, respectivement, la position du chariot et l'angle du pendule décrivant un modèle linéaire du système chariot-pendule.

Puis, nous avons optimisé les deux stratégies floues retenues. Pour cela, les gains d'entrée et de sortie des différents contrôleurs flous, constituant les deux stratégies floues retenues, ont été ajustés hors ligne en utilisant les algorithmes génétiques standards. L'analyse des résultats de simulations nous a permis de constater ce qui suit:

- les études comparatives et d'évaluation de performances effectuées, montrent que les performances obtenues par les stratégies floues optimisées sont meilleures par rapport à celles réalisées par des stratégies floues non optimisées;
- l'efficacité des approches floues optimisées est bien justifiée à travers les simulations effectuées pour le même profil de référence. Il s'agit d'un suivi de trajectoire qui a été appliqué au déplacement du chariot. Nous avons toujours un bon suivi de consigne par le déplacement du chariot et une bonne stabilisation du pendule dans sa position d'équilibre instable;
- afin d'examiner la robustesse des approches floues optimisées plusieurs tests ont été effectués. En effet, les perturbations sont rejetées très rapidement et les variations paramétriques du système ont été bien prises en charge par les approches floues optimisées.

De par les différents résultats obtenus, nous pouvons donc affirmer que les deux approches floues optimisées par les algorithmes génétiques sont robustes.

Lors de futurs travaux, d'une part, nous envisageons d'optimiser en ligne les performances des systèmes d'inférence floue, à savoir les conclusions des règles floues, en utilisant le réseau neuro-flou STFIS (Self Tuning Fuzzy Inference System). D'autre part, nous souhaitons d'optimiser les différents paramètres d'un contrôleur PID flou de type Takagi-Sugeno d'ordre zéro en utilisant l'algorithme d'optimisation PSO (Particle Swarm Optimization). Ces approches devraient être appliquées sur une plateforme expérimentale: le système chariot-pendule réel.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1]: M. Nie, W. W. Tan, ‘Stable adaptive fuzzy PD plus PI controller for nonlinear uncertain systems’, *Fuzzy Sets and Systems* 179(2011) 1-19.
- [2]: H. Boubertakh, M. Tadjine, P. Y. Glorennec, S. Labiod, ‘Tuning fuzzy PD and PI controllers using reinforcement learning’, *ISA Transactions* 49 (2010) 543-551.
- [3]: T. Bouarar, K. Guelton, N. Manamanni, ‘Robust fuzzy Lyapunov stabilization for uncertain and disturbed Takagi-Sugeno descriptors’, *ISA Transactions* 49 (2010) 447-461.
- [4]: E. Sivaraman, S. Arulselvi, ‘Modeling of an inverted pendulum based on fuzzy clustering techniques’, *Expert Systems with Applications* 38 (2011) 13942–13949.
- [5]: Y. Farzaneh, A.A. Tootoonchi, ‘A novel data reduction method for Takagi–Sugeno fuzzy system design based on statistical design of experiment’, *Applied Soft Computing* 9 (2009) 1367–1376.
- [6]: M. J. Mahmoodabadi, S. A. Mostaghim, A. Bagheri, N. Nariman-zadeha, ‘Pareto optimal design of the decoupled sliding mode controller for an inverted pendulum system and its stability simulation via Java programming’, *Mathematical and Computer Modelling* 57 (2013) 1070-1082.
- [7]: J. J. Wang, ‘Simulation studies of inverted pendulum based on PID controllers’, *Simulation Modelling Practice and Theory* 19 (2011) 440–449.
- [8]: J. Yi, N. Yubazaki, ‘Stabilization fuzzy control of inverted pendulum systems’, *Artificial Intelligence in Engineering* 14 (2000) 153–163.
- [9]: O. Boubaker, ‘The Inverted Pendulum Benchmark in Nonlinear Control Theory: A Survey’, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 10, 233: 2013.
- [10]: O. Boubaker, ‘The inverted pendulum: A fundamental benchmark in control theory and robotics’, *Journal of Electronic Systems*, Vol. 2, N. 4, 2012.
- [11]: K. Yoshida, ‘Swing-up control of an inverted pendulum by energy-based methods’, In: *Proceedings of the American Control Conference, San Diego*, pp. 4045-4047, 1999.
- [12]: S. Riachy, ‘Contribution à l’estimation et la commande de systèmes mécaniques sous-actionnés’, *Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lille*, 2008.
- [13]: K. Furuta, T. Ochiai, N. Ono, ‘Attitude control of a triple inverted pendulum’, *International Journal of Control*, vol. 39, pp. 1351-1365, 1984.
- [14]: H. Li, Z. Miao, J. Wang, ‘Variable universe adaptive fuzzy control on the quadruple inverted pendulum’, *Science in China, Series E: Technological Sciences*, vol. 45, pp. 213-224, 2002.
- [15]: S. k. Oh, W. D. Kim, W. Pedrycz, ‘Design of optimized cascade fuzzy controller based on differential evolution: Simulation studies and practical insights’, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 25 (2012) 520–532.
- [16]: Feedback Instruments Ltd, ‘Digital Pendulum Control Experiments 33-936S’.
- [17]: H.T. Dorrah, W.I. Gabr, ‘Development of new Consolidity Theory for systems’ analysis and design in fully fuzzy environment’, *Expert Systems with Applications* 39 (2012) 1191–1199.
- [18]: B.J. Choi, S.W. Kwak, B.K. Kim, ‘Design and Stability Analysis of Single-Input Fuzzy Logic Controller’, *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.-Part B: Cybern.*, Vol. 30, No. 2, pp. 303-309, April 2000.
- [19]: G. Li, X. Liu, ‘Dynamic characteristic prediction of inverted pendulum under the reduced-gravity space environments’, *Acta Astronautica* 67 (2010) 596-604.
- [20]: M. Zekri, S. Sadri, F. Sheikholeslam, ‘Adaptive fuzzy wavelet network control design for nonlinear systems’, *Fuzzy Sets and Systems* 159 (2008) 2668-2695.

- [21]: B.M. Al-Hadithi, A. Jiménez, F. Matia , ‘A new approach to fuzzy estimation of Takagi–Sugeno model and its applications to optimal control for nonlinear systems’, *Applied Soft Computing* 12 (2012) 280–290.
- [22]: A. K. Yadav, P. Gaur, A.P. Mittal and M. Anzar, ‘Comparative Analysis of Various Control Techniques for Inverted Pendulum’, *Power Electronics (IICPE), 2010 India International Conference on. PP. 1-6, Jan. 2011.*
- [23]: J.H. Lee, H.J. Shin, S.J. Lee, S. Jung, ‘Balancing control of a single-wheel inverted pendulum system using air blowers: Evolution of Mechatronics capstone design’, *Mechatronics* 23 (2013) 926-932.
- [24]: H. Ying, W. Siler and J. J. Buckley, ‘Fuzzy Control Theory: A Nonlinear Case’, *Automatica*, Vol. 26, No. 3, pp.513-520, 1990.
- [25]: Z. Y. Zhao, ‘Fuzzy Gain Scheduling of PID Controllers’, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Vol. 23, No. 5, pp. 1392-1398, 1993.*
- [26]: P. Pivonka, ‘Comparative Analysis of Fuzzy PI/PD/PID Controller Based on Classical PID Controller Approach’, *Fuzzy Systems, 2002. FUZZ-IEEE'02. Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on, Vol.1, No., pp. 541-546, 2002.*
- [27]: R. E. Precup, S. Preitl, ‘PI-Fuzzy controllers for integral plants to ensure robust stability’, *Information Sciences* 177 (2007) 4410-4429.
- [28]: S. Bouallège, J. Haggège, M. Ayadi, M. Benrejeb, ‘PID-type fuzzy logic controller tuning based on particle swarm optimization’, *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 25 (2012) 484-493.
- [29]: J. O. Entzinger, ‘Optimizing Nuclear Reactor Control Using Soft Computing Techniques’, *Internship Report, Department of Reactor Physics & Myrrha, SCK•CEN, 2004.*
- [30]: C.L. Karr, ‘Design of an adaptive fuzzy linguistic controller using a genetic algorithm, *Proc. of the Fourth Int. Conf. Genetic Algorithms*, pp. 450-457, 1991.
- [31]: C.L. Karr, E.J. Gentry, ‘Fuzzy control of PH using genetic algorithms, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 1(1): 46-53, 2 1993.
- [32]: F. Herrera, M. Lozano, J.L. Verdegay, ‘Turning fuzzy logic controllers by genetic algorithms’, *International Journal of Approximate Reasoning*, 12: 299-315, 1995.
- [33]: F. Herrera, M. Lozano, J.L. Verdegay, ‘Generating fuzzy rules from examples using genetic algorithms’, *Fuzzy Logic and Soft Computing*, pp. 11-20. World Scientific, Singapore, 1995.
- [34]: P. Thrift, ‘Fuzzy logic synthesis with genetic algorithms, *Proc. of the Fourth Int. Conf. Genetic Algorithms*, pp. 509-513, 1991.
- [35]: W. Wu, ‘Synthèse d’un contrôleur flou par algorithme génétique: Application au réglage dynamique des paramètres d’un système’, *Thèse de doctorat, Université de Lille 1, 1998.*
- [36]: K. Saidi, M. Allad, ‘Fuzzy Controller Parameters Optimization by Using Genetic Algorithm for the control of inverted pendulum’, *2015 3rd International Conference on Control, Engineering & Information Technology (CEIT).*
- [37]: L. A. Zadeh, ‘Fuzzy Sets’, *Information and Control* 8, 338-353 (1965).
- [38]: L. A. Zadeh, ‘Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes’, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. SMC-3, No. 1, pp. 28–44, 1973.
- [39]: E. H. Mamdani, ‘Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant’, *Proc. IEE Contr. Sci.*, Vol. 121, pp.1585-1588, 1974.
- [40]: T. Takagi and M. Sugeno, ‘Fuzzy Identification of Systems and its Application to Modelling and Control’, *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, Vol. SMC-15, No. 1, pp. 116–132, 1985.
- [41]: G. Gateau, ‘Contribution à la commande des convertisseurs statiques multicellulaires série : commande non linéaire et commande floue’, *Thèse de docteur de l’Institut National Polytechnique de Toulouse (INPT), Toulouse, 1997.*

- [42]: E. Yesil, M. Guzelkaya, I. Eksin, 'Fuzzy PID controllers: An overview', *The Third Triennial ETAI International Conference on Applied Automatic Systems, Skopje, Macedonia, pp. 105-112, 2003*.
- [43]: I. Erenoglu, I. Eksin, E. Yesil, M. Guzelkaya, 'An intelligent hybrid fuzzy PID controller', *European Conference on Modelling and Simulation, pp. 62-67, 2006*.
- [44]: V. Kumar, B. C. Nakra, A. Mittal, 'A Review of Classical and Fuzzy PID Controllers', *International Journal of Intelligent Control and Systems, September 2011*.
- [45]: H. Ying, 'The Simplest Fuzzy Controllers using Different Inference Methods are Different Nonlinear Proportional-integral Controllers with Variable Gains', *Automatica, Vol. 29, No. 6, pp.1579-1589, 1993*.
- [46]: Y. Ding, H. Ying, S. Shao, 'Typical Takagi-Sugeno PI and PD fuzzy controllers: analytical structures and stability analysis', *Information Sciences 151 (2003) 245-262*.
- [47]: G.K.I. Mann, B.G. Hu, R.G. Gosine, 'Analysis of Direct Action Fuzzy PID Controller Structures', *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics, vol. 29, No. 3, pp. 371-388, 1999*.
- [48]: B.G. Hu, G.K.I. Mann, R.G. Gosine, 'A Systematic Study of Fuzzy PID Controllers-Function-Based Evaluation Approach', *IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 9, No. 5, pp. 699-712, 2001*.
- [49]: G.K.I. Mann, B.G. Hu, R.G. Gosine, 'Two-Level Tuning of Fuzzy PID Controllers', *IEEE Trans. Systems Man Cybernet.-Part B, vol. 31, No. 2, pp. 263-269, 2001*.
- [50]: Y. Ding, H. Ying, S. Shao, 'Structure and stability analysis of a Takagi-Sugeno fuzzy PI controller with application to tissue hyperthermia therapy', *Soft Computing 2 (1999) 183-190*.
- [51]: M. Golob, 'Decomposed fuzzy proportional-integral-derivative controllers', *Applied Soft Computing 1 (2001) 201-214*.
- [52]: A. Alwadie, H. Ying, H. Shah, 'A Practical Two-Input Two-Output Takagi-Sugeno Fuzzy Controller', *International Journal of Fuzzy Systems, Vol. 5, No. 2, PP. 123-130, 2003*.
- [53]: H. Ying, 'Theory and application of a novel fuzzy PID controller using a simplified Takagi-Sugeno rule scheme', *Information Sciences 123 (2000) 281-293*.
- [54]: H. Ying, 'Constructing Nonlinear Variable Gain Controllers via the Takagi-Sugeno Fuzzy Control', *IEEE Trans. Fuzzy Syst., Vol. 6, No. 2, pp. 226-234, 1998*.
- [55]: H. Ying, 'The Takagi-Sugeno Fuzzy Controllers Using the Simplified Linear Control Rules are Nonlinear Variable Gain Controllers', *Automatica, Vol. 34, No. 2, PP. 157-167, 1998*.
- [56]: G. K. I. Mann, 'Systematic Analysis and Design of Fuzzy Logic Controllers for Process Control', *Thèse de doctorat, Memorial University of Newfoundland, 1999*.
- [57]: H.X. Li and H.B. Gatland, 'Conventional fuzzy control and its enhancement', *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.-Part B, vol.26, No. 5, pp. 791-797, 1996*.
- [58]: H.X. Li, H.B. Gatland, 'Enhanced methods of fuzzy logic control', in *Proc. 4th IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems. Japan, pp. 331-336, 1995*.
- [59]: G. K. I. Mann and R. G. Gosine, 'Three-dimensional min-max-gravity based fuzzy PID inference analysis and tuning', *Fuzzy Sets and Systems, pp. 300-323, 2005*.
- [60]: K. Guesmi 'Contribution à la commande floue d'un convertisseur statique', *Thèse de doctorat, Université de Reims Champagne Ardenne, 2006*.
- [61]: Y. Li, K.C. Ng, 'Reduced rule base and direct implementation of fuzzy logic control', in: *Proceedings of the 13th IFAC World Congress, San Francisco, CA, 1997, pp. 85-90*.
- [62]: D.P. Kwok, P. Tan, C.K. Li, P. Wang, 'Linguistic PID Controllers', in: *Proceedings of the 11th IFAC World Congress, Vol. 7, Tallin, Estonia, 1990, pp. 192-197*.
- [63]: S.J. Qin, 'Auto-tuned fuzzy logic controller', in: *Proceedings of the American Control Conference, Baltimore, USA, 1994, pp. 2465-2469*.
- [64]: W. Li, X. G. Chang, J. Farrell, and F. M. Wahl, 'Design of an Enhanced Hybrid Fuzzy P + ID Controller for a Mechanical Manipulator', *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.-Part B: Cybern., Vol. 31, No. 6, pp. 938-945, 2001*.

- [65]: J. Jantzen, 'Tuning of Fuzzy PID Controllers. Department of Automation', *Technical University of Denmark, Denmark, 1998*.
- [66]: H. Ying, 'Fuzzy Control and Modeling: Analytical Foundations and Applications', *IEEE Press series on Biomedical Engineering, New York, 2000*.
- [67]: H. Zamzuri, A. Zolotas, R. Goodall, 'Tilting Control System using Fuzzy PD + I Controller', *Department of EEE, Loughborough University, UK, 2005*.
- [68]: Manuel A. Duarte-Mermoud, Rodrigo A. Prieto, 'Performance index for quality response of dynamical systems', *ISA Transactions 43 (2004) 133-151*.
- [69]: K. Astrom, T. Haggluno, 'PID Controllers: Theory, Design, and Tuning', *Instrument Society of America, 1995*.
- [70]: H. X. Li, 'A Comparative Design and Tuning for Conventional Fuzzy Control', *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.-Part B: Cybern., Vol. 27, No. 5, pp. 884-889, 1997*.
- [71]: H. X. Li, 'Adaptive Fuzzy Control', *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, Beijing, China, 366-371. (1996)*.
- [72]: H. X. Li, H. B. Gatland, 'A New Methodology for Designing a Fuzzy Controller', *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., Vol. 25, No. 3, pp. 505-512, 1995*.
- [73]: H. Ying, 'Analytical structure of the typical fuzzy controllers employing trapezoidal input fuzzy sets and nonlinear control rules', *Information Sciences 116 (1999) 177-203*.
- [74]: J. Lu, G. Chen, H. Ying, 'Predictive fuzzy PID control: theory, design and simulation', *Information Sciences 137 (2001) 157-187*.
- [75]: P.J. MacVicar-Whelan, 'Fuzzy sets for man-machine interaction', *Int. J. Man-Machine Studies, Vol. 8, pp. 687-697, 1976*.
- [76]: D. Misir, H. A. Malki and G. Chen, "Design and analysis of a fuzzy proportional-integral-derivative controller", *Fuzzy set and systems, Vol. 79, pp. 297-314, 1996*.
- [77]: M. I. H. Nour, J. Ooi and K. Y. Chan "Fuzzy Logic Control vs. Conventional PID Control of an Inverted Pendulum Robot", *International Conference on Intelligent and Advanced Systems 2007*.
- [78]: B. Hu, G. K. I. Mann, and R. G. Gosine, 'New Methodology for Analytical and Optimal Design of Fuzzy PID Controllers', *IEEE Transactions Fuzzy Systems, Vol. 7, No. 5, pp. 521-539, 1999*.
- [79]: L. Kharroubi, W. Nouibat, M. Ouslim, 'Modeling and Stabilization Fuzzy Control Strategies of a Nonlinear Cart-Pendulum System: a Comparative Study', *International Review of Automatic Control (I.R.E.A.CO.), Vol. 8, N. 6 November 2015, pp.396-406*.
- [80]: J. M. Renders, 'Algorithmes génétiques et réseaux de neurones, applications à la commande de processus', *Livre, Editions Hermès, Paris, 1995*.
- [81]: J. Holland, 'Adaptation in natural and artificial systems', *Seconde édition, M.I.T. Press, 1992*.
- [82]: D.E. Goldberg, 'Algorithmes génétiques. Exploration, optimisation et apprentissage automatique'. *Addison-Wesley. France, 1994*.
- [83]: J. Holland, 'Outline for a logical theory of adaptive systems', *Journal of the Association of Computing Machinery, 3, 1962*.
- [84]: E. Lutton, 'Algorithmes génétiques et algorithmes évolutionnaires', *Techniques de l'ingénieur : Article/Ref. : S7218 VI, 2006*.
- [85]: Z. Michalewicz, 'Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs', *Springer-Verlag, 1992*.
- [86]: N. Benahmed, 'Optimisation de réseaux de neurones pour la reconnaissance de chiffres manuscrits isolés: Sélection et pondération des primitives par algorithmes génétiques', *Mémoire de maîtrise, Montréal, Ecole de Technologie Supérieure 124 P, 2002*.
- [87]: I. L. Chambers, 'The practical handbook of genetic algorithms, application', *Chapman & Hall/CRC, 2001*.
- [88]: B.L. Miller, and D. E. Goldberg, 'Genetic Algorithms, Tournament Selection, and the Effects of Noise', *Complex System, 9(3), 193-212, 1995*.

- [89]: T.C. Fogarty, 'Varying the probability of mutation in the genetic algorithm', *In Morgan Kaufmann Publishers Inc, editor, the 3rd International Conference on Genetic Algorithms, pages 104– 109, 1989.*
- [90]: J. C. H. Hernandez 'Algorithmes Métaheuristiques Hybrides pour la Sélection de Gènes et la Classification de Données de Biopuces', *Thèse de doctorat, Université d'Angers,2008.*
- [91]: E. B. Huerta , 'Logique floue et algorithmes génétiques pour le pré-traitement de données de biopuces et la sélection de gènes', *Thèse de doctorat, Université d'Angers,2008.*
- [92]: D. Whitley, 'The genitor algorithm and selection pressure: Why rank-based allocation of reproductive trials is best', *In The third international conference on genetic algorithms, number 116-121, 1989.*
- [93]: O. Guenounou 'Méthodologie de conception de contrôleurs intelligents par l'approche génétique-application à un bioprocédé', *Thèse de doctorat, Université de Toulouse ,2009.*

Annexes

Annexe A

A.1. Modélisation électrique et mécanique d'un moteur à courant continu à aimant permanent

On considère le moteur à courant continu à aimant permanent commandé par l'induit, dont le schéma électrique et mécanique équivalent de l'induit est présenté à la figure suivante:

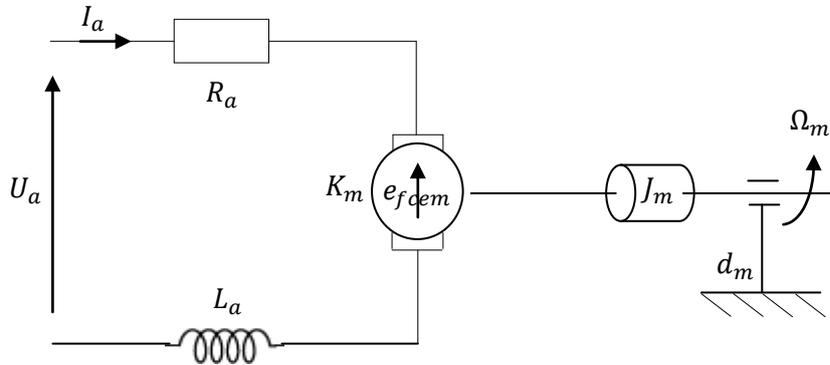


Figure (A-1) : Schéma électrique et mécanique de l'induit

Les équations régissant le fonctionnement du moteur à courant continu à aimant permanent sont obtenues par les modélisations suivantes:

A.1.1. Modélisation de la partie électrique

- Equation de l'induit

L'application de la loi des mailles, de la loi d'Ohm et de la loi de Faraday permet d'écrire:

$$U_a(t) = R_a I_a(t) + L_a \frac{dI_a(t)}{dt} + e_{f_{cem}}(t) \quad (\text{A-1})$$

- Equation de la force contre-électromotrice

La force contre-électromotrice ($e_{f_{cem}}$) est proportionnelle à la vitesse angulaire:

$$e_{f_{cem}}(t) = K_b \Omega_m(t) \quad (\text{A-2})$$

A.1.2. Modélisation de la partie mécanique

L'application du principe fondamental de la dynamique aux corps en rotation conduit à l'équation différentielle suivante:

$$C_m(t) = J_m \frac{d\Omega_m(t)}{dt} + C_r(t) + d_m \Omega_m(t) \quad (\text{A-3})$$

d'où l'expression du couple électromagnétique:

$$C_m(t) = K_m I_a(t) \quad (\text{A-4})$$

A.2. Expression de la force F en fonction de la tension d'alimentation du moteur U_a

Le schéma de la figure (A-2) illustre la relation existante entre le moteur commandé par la tension U_a et la force F permettant l'entraînement du chariot donc le balancement du pendule.

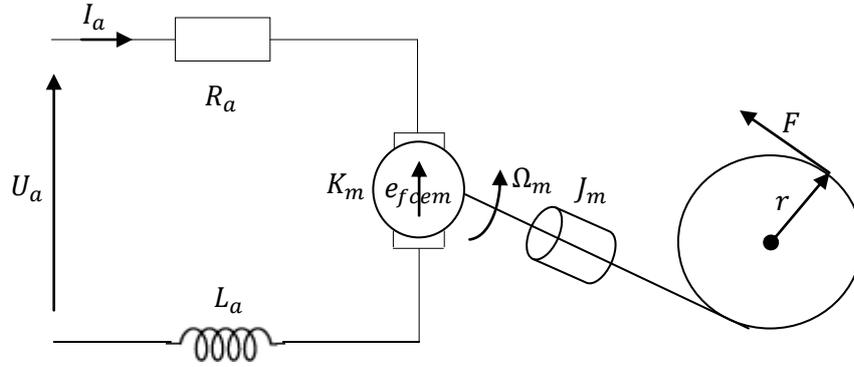


Figure (A-2) : Schéma représentant la relation entre la force F mécanique et la tension d'alimentation U_a

Afin de déterminer l'expression de la relation liant entre la force mécanique F et la tension d'alimentation du moteur U_a , on néglige la dynamique du moteur, par conséquent, l'équation (A-1) devient en tenant compte de l'équation (A-2):

$$U_a = R_a I_a + K_b \Omega_m \quad (\text{A-5})$$

Et comme:

$$x = r \phi \quad (\text{A-6})$$

où x , ϕ , et r sont, respectivement, la position du chariot sur le rail, la position angulaire d'un point quelconque située sur le périmètre de la poulie, et le rayon de la poulie.

En dérivant l'équation (A-6) par rapport au temps, on obtient:

$$\frac{dx(t)}{dt} = r \frac{d\phi(t)}{dt} = r \Omega_m(t) \quad (\text{A-7})$$

La vitesse angulaire du moteur Ω_m s'exprime donc par rapport à la vitesse du chariot \dot{x} par la relation:

$$\Omega_m = \frac{\dot{x}}{r} \quad (\text{A-8})$$

En remplaçant l'équation (A-8) dans l'équation (A-5), l'expression du courant de l'induit I_a s'écrit donc par:

$$I_a = \frac{U_a}{R_a} - \frac{K_b}{rR_a} \dot{\chi} \quad (\text{A-9})$$

La force créée par le couple produit à l'arbre du moteur est donnée par:

$$F = \frac{C_m}{r} = \frac{K_m I_a}{r} \quad (\text{A-10})$$

En substituant l'équation (A-9) dans l'équation (A-10), on aura finalement l'expression de la force F :

$$F = \frac{K_m}{rR_a} U_a - \frac{K_m K_b}{r^2 R_a} \dot{\chi} \quad (\text{A-11})$$

Annexe B

B.1. Ensembles et sous-ensembles flous

La théorie ensembliste floue est une extension de la théorie ensembliste classique qu'elle généralise pour pouvoir représenter les imprécisions manipulées. En effet, un ensemble flou A_f peut être vu comme une généralisation du concept d'ensemble classique (A_c). Un sous-ensemble flou E_f étend la notion de sous-ensemble classique (E_c) en généralisant la fonction caractéristique par une fonction d'appartenance $\mu_{E_f} : A_f \rightarrow [0,1]$.

B.2. Fonctions et degré d'appartenance

Une fonction qui permet de rendre compte de l'appartenance partielle ou graduelle d'un élément au sous-ensemble flou. Les fonctions d'appartenance peuvent prendre les formes suivantes: triangulaire, gaussienne, trapézoïdale, cloche et singleton. L'appartenance d'un objet au sous-ensemble flou est définie par un degré d'appartenance entre 0 et 1.

B.3. Variables linguistiques

En logique booléenne (classique), les concepts manipulés sont décrits par des attributs qui prennent leurs valeurs sur un univers de référence. En logique floue, ces concepts sont représentés par des variables linguistiques. Une variable linguistique (floue) est représentée par: un attribut (nom de la variable floue elle-même), univers de discours (ensemble flou de référence) et un ensemble de sous-ensembles flous.

B.4. Termes linguistiques

Sont des termes définissant les sous-ensembles flous caractérisant une variable linguistique.

B.5. Opérateurs flous

Dans la théorie de la logique floue, les opérateurs logiques booléens '*ET*', '*OU*', et '*NON*' peuvent être interprétés respectivement par les opérations: '*Minimum*', '*Maximum*', et '*Complément à un*'.

B.6. Implication floue

L'implication floue permet de définir une liaison entre deux propositions floues.

B.7. Valeur de vérité

Valeur permettant d'évaluer le degré d'appartenance entre une observation donnée et la prémisse de la règle.

B.8. Conjonction de propositions floues élémentaires

La conjonction de n-propositions floues élémentaires s'écrit sous la forme suivante:

$$P: (\chi_1 \text{ est } A_1) \text{ et } (\chi_2 \text{ est } A_2) \text{ et } (\chi_3 \text{ est } A_3) \text{ et } \dots \text{ et } (\chi_n \text{ est } A_n) \quad (\text{B-1})$$

La valeur de vérité de la conjonction sur les univers du discours $X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots \times X_n$ est définie par :

$$V(P) = \min\{\mu_{A_1}(\chi_1), \mu_{A_2}(\chi_2), \mu_{A_3}(\chi_3), \dots, \mu_{A_n}(\chi_n)\} \quad (\text{B-2})$$

B.9. Disjonction de propositions floues élémentaires

La disjonction de n-propositions floues élémentaires s'écrit sous la forme suivante:

$$P: (\chi_1 \text{ est } A_1) \text{ ou } (\chi_2 \text{ est } A_2) \text{ ou } (\chi_3 \text{ est } A_3) \text{ ou } \dots \text{ ou } (\chi_n \text{ est } A_n) \quad (\text{B-3})$$

La valeur de vérité de la disjonction sur les univers du discours $X_1 \times X_2 \times X_3 \times \dots \times X_n$ est définie par:

$$V(P) = \max\{\mu_{A_1}(\chi_1), \mu_{A_2}(\chi_2), \mu_{A_3}(\chi_3), \dots, \mu_{A_n}(\chi_n)\} \quad (\text{B-4})$$