

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la recherche Scientifique



Université des Sciences et de la technologie Mohamed Boudiaf

Faculté de Génie Electrique

Département d'Automatique

Mémoire en vue de l'obtention du diplôme de

MAGISTER

Option: automatique

Présentée par : HANSALI KOLEID SALAH

Thème

« Etude comparative sur l'identification linéaire en boucle Fermée:
Application à un moteur à courant continu »

Soutenu le: / / 2013 devant le jury composé de:

Président:	OMARI Abelhafid	professeur	USTO-MB-ORAN
Encadreur:	MOKHTARI Abdallah	professeur	USTO-MB-ORAN
Examineur:	BOUHAMIDA Mohamed	professeur	USTO-MB-ORAN
Examineur:	NOUIBAT Wahid	M.C.A	USTO-MB-ORAN

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier DIEU LE TOUT PUISSANT, qui a rendu cet ouvrage possible.

Je tiens tout d'abord à remercier les membres du jury qui m'ont fait l'honneur d'examiner ce travail.

Je remercie Mr. MOKHTARI ABDELLAH, professeur à l'Université Technologique d'Oran,(USTO) département de génie maritime pour avoir accepté d'être rapporteur de ce mémoire et avoir étudié en détail ce travail. Ses commentaires constructifs et ses explications qui m'ont permis de mieux appréhender certaines notions qui étaient obscures.

J'adresse mes vifs remerciements à Mr. OMARI ABDELHAFID, professeur à l'Université Technologique d'Oran, (USTO), qui m'a fait l'honneur d'être président de mon jury de ce mémoire. , pour son orientation, son écoute et sa patience pendant la réalisation de ce mémoire.

J'adresse également mes remerciements à Mr. BOUHAMIDA MOHAMED, professeur à l'Université Technologique d'Oran, (USTO), soit remercié pour avoir accepté d'être membre de mon jury de soutenance et pour ses remarques avisées sur l'ensemble de ce document.

Mes remerciement vont également à Mr. NOUIBAT WAHID, Maître de conférences à l'Université Technologique d'Oran, (USTO), qui à examiné ce travail et fait partie du jury et pour les remarques constructives qui ont contribué à l'améliorer.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Mr. MANSOURI ABDELLAH, professeur à l'Ecole Nationale polytechnique d'Oran (ENPO) d'avoir bien voulu évaluer mon manuscrit de ce mémoire, pour ses conseils, ses remarques toujours constructives et judicieuses, ses remarquables qualités humaines, son soutien, la confiance qu'il m'a toujours témoignées.

Je remercie chaleureusement Mr. BOUHENNA, et Mr. CHENAFI, Maîtres de conférences à l'Ecole Nationale polytechnique d'Oran (ENPO), je tiens à les remercier pour leur grand soutien et encouragements.

Je voudrais également remercier tous les professeurs de l'année théorique pour leurs enseignements et formations constructifs et tous ceux qui m'ont soutenu de près ou de loin durant ces dernières années.

Dédicace

A mes parents,

Pour tout l'amour et l'éducation qu'ils m'ont donnée

A ma chère épouse,

Pour l'amour, l'attention, l'aide et le soutien qu'elle m'a apporté

A ma famille et ma belle famille pour leurs encouragements

A mes anges fils : NADJM ♥ NIJAD

*Pour que tu ne sois jamais plus seul ; et que tu retrouves
toujours ta lumière.*

Tendresse.

Ta femme B. F

Sommaire

Introduction générale

CHAPITRE I. Technique d'identification paramétrique

I.1	Introduction.....	1
I.2	Choix du modèle d'identification.....	2
I.3	Identification de modèles linéaires.....	3
I.4	Le problème de la robustesse.....	5
I.5	Bases de l'identification des systèmes.....	5
I.5.1	Les principes.....	5
I.5.2	Les étapes d'identification d'un système.....	8
I.5.2.1	Acquisition des entrées/sorties sous un protocole d'expérimentation.....	8
I.5.2.2	Choix ou estimation de la complexité du modèle.....	9
I.5.2.3	Estimation des paramètres du modèle.....	9
I.5.2.4	Validation du modèle.....	10
I.6	Généralités sur l'identification paramétrique des systèmes.....	10
I.6.1	Identification paramétrique.....	11
I.6.2	Identification basée sur l'erreur de sortie.....	12
I.6.3	Identification basée sur l'erreur de prédiction.....	13
I.6.4	Identification en temps différé (off line).....	14
I.6.5	Identification en temps réel-méthodes récursives (on line).....	14
I.7	Structure de Modèles.....	15
I.8	Critères de minimisation.....	20
I.8.1	Critères quadratiques.....	20
I.8.2	Critères en valeur absolue.....	21
I.8.3	Maximum de vraisemblance.....	21
I.9	Optimiseurs.....	22
I.9.1	Méthode des moindres carrés.....	23
I.9.2	Moindres carrés récursifs.....	24

Sommaire

I.9.3	Factorisation U.D.....	26
I.9.4	Moindres carrés étendus.....	27
I.9.5	Moindres carrés généralisés.....	28
I.9.6	Méthode des variables instrumentales.....	29
I.10	Conclusion.....	30

CHAPITRE II. Identification en boucle fermée

II.1	Introduction.....	32
II.2	Identification en boucle ouverte.....	33
II.2.1	Introduction.....	33
II.2.2	Algorithme d'identification du type erreur de sortie.....	33
II.2.3	Estimation paramétrique avec information a priori.....	35
II.2.3.1	Introduction de l'information a priori.....	36
II.2.3.2	Algorithme d'optimisation non linéaire.....	37
II.2.3.3	Mise en œuvre.....	37
II.2.3.3.1	Choix de l'information a priori.....	37
II.2.3.3.2	Choix de la variance de la perturbation de sortie.....	38
II.2.4	Conclusion.....	39
II.3	Un panorama des méthodes d'identification en boucle fermée.....	39
II.3.1	Problématique de l'identification en boucle fermée.....	39
II.3.2	L'approche directe.....	41
II.3.2.1	Principe.....	41
II.3.2.2	Biais de l'approche directe en boucle fermée.....	41
II.3.3	L'approche simultanée.....	42
II.3.4	L'approche indirecte.....	43
II.3.4.1	Principe.....	43
II.3.4.2	Méthodes associées à une paramétrisation appropriée.....	44
II.3.4.2.1	Méthode C.L.O.E.....	45
II.3.4.2.2	Méthode Tailor-Made Para métrisation.....	46
II.3.4.3	Conclusion.....	46
II.4	Méthode d'identification O.E. basée sur une décomposition de la boucle fermée.....	47
II.4.1	Principe.....	47
II.5	Conclusion.....	48

CHAPITRE III. Identification par la méthode de sous- espaces

III.1	Introduction.....	50
III.2	Les outils mathématiques.....	52
III.3	Méthodes classiques des sous-espaces.....	53
III.4	Problématique.....	53
III.5	Bref historique.....	55
III.6	Mimo Output Error State Space model identification.....	59
III.6.1	Algorithme Ordinary MOESP.....	61
III.6.1.1	Traitement de $H_f U_f^+$	63
III.6.1.2	Traitement de V_f^+	64
III.6.1.3	Extraction de Γ_f	65
III.6.1.4	L'algorithme Ordinary MOESP est donc composé des étapes suivantes :....	67
III.6.2	Algorithmes PI et PO MOESP.....	68
III.6.2.1	Les algorithmes PI et PO MOESP se composent des étapes suivantes :.....	72
III.7	Conclusion.....	73

CHAPITRE IV. Simulation et résultats : Application à la machine à courant continu

IV.1	Introduction.....	75
IV.2	Description d'un moteur à courant continu.....	76
IV. 2.1	Introduction.....	76
IV.2.2	Fonction d'usage.....	76
IV.2.3	Constitution.....	77
IV. 2.3.1	Le stator.....	77
IV. 2.3.2	Le rotor.....	77
IV. 2.3.3	Le collecteur.....	77
IV.3	Modélisation d'un moteur à courant continu.....	78
IV.3.1	Introduction.....	78
IV.3.2	Modèle dynamique du moteur à courant continu.....	78

Sommaire

IV.4	Simulation et résultats.....	80
IV.4.1	Programme de simulation sous Matlab du système en boucle ouverte et en boucle fermée corrigé continu.....	81
IV.4.2	Fonctions de transferts échantillonnés en boucle ouverte et en boucle fermée pour différentes périodes d'échantillonnage.....	85
IV.4.3	Programme sous-espaces.....	88
IV.5	Conclusion.....	92
IV.6	Etude comparative.....	93
	Conclusion générale	94
	Annexe.....	96
	Bibliographie.....	105

Notations

$u(t)$	signal d'entrée
$\hat{u}(t)$	signal d'entrée estimée
$y(t)$	signal de sortie
$\hat{y}(t)$	signal de sortie estimée
$b(t)$	perturbation (bruit)
$k(t)$	gain de correction
T_e	période d'échantillonnage
$\varepsilon(t)$	erreur de prédiction (résidu)
$\xi(t)$	bruit blanc
K	constante de couple et de force contre-électromotrice (machine à courant continu)
L	inductance
R	résistance (machine à courant continu)
C_r	couple de frottement sec
f	couple de frottement visqueux
J	inertie
J	critère quadratique
J'	gradient du critère
J''	hessien du critère
q	opérateur de retard $q^{-r}y(t_k) = y(t_{k-r})$
λ	facteur d'oubli
θ	vecteur des paramètres du système
$\hat{\theta}$	vecteur des paramètres du modèle (paramètres estimés)
$e(k)$	erreur de prédiction ou d'équation
Q	matrice de pondération
M_0	matrice de covariance
σ_b^2	variance de la perturbation de sortie
σ_k	fonctions de sensibilité

Notations

$E[\cdot]$	espérance mathématique
$w(t)$	bruit d'état ou processus
$v(t)$	bruit de mesure
$A(p)$	dénominateur du transfert du système
$\hat{A}(p)$	dénominateur du transfert du modèle
$B(p)$	numérateur du transfert du système
$\hat{B}(p)$	numérateur du transfert du modèle
$C(q^{-1})$	numérateur du transfert du bruit
$\hat{C}(q^{-1})$	numérateur du transfert estimé du bruit
$D(q^{-1})$	dénominateur du transfert du bruit
$\hat{D}(q^{-1})$	dénominateur du transfert estimé du bruit
$C(p)$	transfert du régulateur
$G(p)$	transfert du système
$\hat{G}(p)$	transfert du modèle
$H(q^{-1})$	transfert du bruit
$\hat{H}(q^{-1})$	transfert estimé du bruit
$R(z)$	numérateur du transfert du régulateur
$S(z)$	dénominateur du transfert du régulateur
$H_0(s)$	filtre linéaire invariant
$G_0(s)$	processus réel
$\hat{G}_0(s)$	modèle estimé
$S_0(q^{-1})$	fonction de sensibilité
$C(z)$	correcteur
$\hat{C}(z)$	correcteur estimé
$[\omega_k e_k]^T$	bruits blancs
$i(t)$	courant (machine à courant continu)
$\Omega(t)$	vitesse de rotation (angulaire du rotor)
$\phi(t)$	vecteur régresseur
$\psi(t)$	vecteur de la variable instrumentale
$r(t)$	signal de consigne
y_k^*	sortie réelle

Notations

n_u	nombre d'entrées du systèmes
n_y	nombre de sorties du systèmes
n_x	dimension du vecteur d'état
n_ξ	dimension de la variable instrumentale
f	indice futur
p	indice passé
$\mathbb{R}$	corps de réels
$\mathbb{C}$	corps des complexes
$\mathbb{R}^l$	espace vectoriel des vecteurs réels de dimension l
$\mathbb{R}^{l \times m}$	espace vectoriel des matrices réelles de dimension $l \times m$
R_a	matrice de covariance du vecteur a
R_{ab}	matrice d'intercorrélation des vecteurs a et b
I_n	matrice identité de dimension n
$M(i, :)$	i^{e} ligne de la matrice M
$M(:, j)$	j^{e} colonne de la matrice M
$M(i : j, :)$	lignes i à j de la matrice M
$M(:, i : j)$	colonnes i à j de la matrice M
M^T	transposée de la matrice M
M^{-1}	inverse de la matrice M
$M^{1/2}$	racine carrée de la M telle que $M^{1/2}M^{T/2} = M$
$M^\diamond$	pseudo inverse de Moore Penrose de la matrice M
$M^\perp$	orthogonale de la matrice M telle que $MM^\perp = 0$
$\Pi_M^\perp$	projection orthogonale sur le noyau de M
$\dim(M)$	dimension de la matrice M
$\text{rang}(M)$	rang de la matrice M
$\text{Im}_{\text{col}}(M)$	espace vectoriel engendré par les colonnes de la matrice M
$\text{Im}_{\text{lig}}(M)$	espace vectoriel engendré par les lignes de la matrice M
$\ x\ $	norme du vecteur x
$\ M\ _F$	norme de Frobenius de la matrice M
$\ M\ _2$	norme 2 de la matrice M
$\text{argmin} V$	argument minimum du critère V
$\hat{x}$	estimée du vecteur x
$[A, B, C, D]$	matrices d'état du système

Notations

u	vecteur d'entrée
$\tilde{u}$	vecteur d'entrée non bruitée
y	vecteur de sortie
$\tilde{y}$	vecteur de sortie non bruitée
x	vecteur d'état
u	vecteur de bruit de mesure en entrée
v	vecteur de bruit de mesure en sortie
w	vecteur de bruit d'état
n	vecteur de bruit
ξ	vecteur de variable instrumentale
$\bar{h}$	réponse impulsionnelle
U_j	matrice de commandabilité d'ordre j
Γ_i	matrice d'observabilité d'ordre i
$\Gamma_i^\uparrow$	matrice réduite obtenue en supprimant les n_y dernières lignes de Γ_i
$\Gamma_i^\downarrow$	matrice réduite obtenue en supprimant les n_y premières lignes de Γ_i
G_i	matrice de Toeplitz d'ordre i liée au bruit d'état
H_i	matrice de Toeplitz d'ordre i contenant les paramètres de Markov du système
Ξ	matrice de variable instrumentale
$\bar{R}, \bar{Q}$	matrices résultantes de la décomposition QR
$\bar{U}, \bar{\Sigma}, \bar{V}$	matrices résultantes de la décomposition en valeurs singulières
$\underline{U}, \underline{\Lambda}, \underline{V}$	matrices résultantes de la décomposition en valeurs propres
$\bar{\sigma}$	valeur singulière
$\underline{\lambda}$	valeur propre



Acronymes

MISO	Multiple Input Single Output
MIMO	Multiple Input Multiple Output
SBPA	Séquence Binaire Pseudo-Aléatoire
CAN	convertisseur analogique-numérique
CNA	convertisseur numérique -analogique
RSB	rapport Signal sur Bruit
FIR	filtre à réponse impulsionnelle
CEP	condition d'Excitation Persistante
BOZ	bloqueur d'Ordre Zéro
LTi	système à temps invariant
LP	Linéaire en fonction des Paramètres
P.N.L.	programmation Non Linéaire
AAP	algorithme d'adaptation paramétrique
MCR	moindres carrés récursifs
MCE	moindres carrés étendus
MVR	maximum de vraisemblance réursive
MCG	moindres carrés
ARMA	modèle généralisés
ARX	Auto Regressive model with eXogenous inputs
ARMAX	Auto Regressive Moving Average with eXogenous inputs
CARMA	Controlled Auto Regressive Moving Average
ARIMAX	Auto Regressive Integrated Moving Average with eXternal inputs
CARIMA	Auto Regressive Integrated Moving Average with eXternal inputs
NARMAX	Nonlinear autorégressif et moyenne-mobile

Acronymes

CONTSID	CONtinuous-Time System IDentification (boîte à outils Matlab)
RIVC	Refined Instrumental Variable in Continuous-time
SRIVC	Simplified Refined Instrumental Variable in Continuous-time
OE	Output Error
C.L.O.E.	Closed-Loop Output Error.
F-C.L.O.E.	Filtered Closed Loop Output Error
X-C.L.O.E.	Extended Closed Loop Output Error
AF-C.L.O.E.	Adjustable Filtered Closed Loop Output Error
BB	Bruit Blanc
BC	Bruit Coloré
CEP	Condition d'Excitation Persistante
CCA	Canonical Correlation Analysis
MOESP	Mimo Output Error State sSpace
PI	Past Input
PO	Past Output
PO EIV	Past Output Error In Variables
4SID	Subspace State Space System IDentification
N4SID	Numerical algorithm for Subspace State Space System IDentification
ERA	Eigen value Realization Algorithm
CVA	Canonical Variate Analysis
DVS	Décomposition en Valeurs Singulières
MCC	Machine à Courant Continu

Liste des figures

CHAPITRE I. Technique d'identification paramétrique

Figure. I.1. Méthodologie de l'identification.....	6
Figure. I.2. Principe de l'identification des modèles échantillonnés.....	7
Figure. I.3. Structure d'identification basée sur l'erreur de sortie.....	12
Figure. I.4. Structure d'identification basée sur l'erreur de prédiction.....	13
Figure .I.5 . Structure (ARX).....	18
Figure. I.6. Structure (OE).....	18
Figure. I.7. Structure (ARMAX).....	19
Figure .I.8 . Structure (ARARX).....	19

CHAPITRE II. Identification en boucle fermée

Figure. II.1. Principe des méthodes à erreur de sortie.....	35
Figure. II.2. Système bouclé.....	41
Figure. II.3. Principe de l'identification directe en boucle fermée.....	42
Figure. II.4. Système bouclé (approche indirecte).....	44
Figure. II.5. Principe de l'identification indirecte en boucle fermée.....	48

CHAPITRE III. Identification par la méthode de sous- espaces

Figure. III.1. Représentation du système étudié.....	55
Figure. III.2. Etapes d'identification des méthodes directes des sous-espaces.....	59

CHAPITRE IV. Application et simulation sur un moteur à courant continu

Figure. IV.1. Fonctionnement d'un moteur à courant continu.....	77
Figure. IV.2. Le stator.....	78
Figure. IV.3. Le rotor.....	78
Figure. IV.4. Le collecteur.....	78
Figure. IV.5. Schéma bloc du moteur à courant continu.....	81
Figure. IV.6. Réponse indicielle pour $T_e=1\text{sec}$	83
Figure. IV.7. Réponse indicielle pour $T_e=0.1\text{sec}$	83
Figure. IV.8. Réponse indicielle pour $T_e=0.05\text{sec}$	84
Figure. IV.9. Réponse indicielle pour $T_e=0.001\text{sec}$	84
Figure. IV.10. Réponse en boucle fermée pour $T_e=0.01\text{sec}$	85
Figure. IV.11. Réponse en boucle fermée pour $T_e=0.001\text{sec}$	85
Figure. IV.12. Modèle de simulation en boucle ouverte sous Simulink.....	87
Figure. IV.13. Modèle de simulation en boucle fermée sous Simulink.....	87
Figure. IV.14. Données expérimentales du moteur à courant continu.....	90
Figure. IV.15. Tracé des valeurs singulières.....	91
Figure. IV.16. Sortie réelle, Sortie estimée, Erreur d'estimation.....	92
Figure. IV.17. Variance en pourcentage.....	93

Introduction générale

La construction et l'utilisation de modèles constituent, de nos jours, des étapes incontournables de nombreuses disciplines scientifiques et technologiques (physique, chimie, biologie, économie. . .). La modélisation permet en effet de formaliser le comportement du processus étudié à l'aide d'une représentation, baptisée « modèle », à partir de laquelle il est possible de comprendre, commander ou améliorer le fonctionnement du procédé analysé. Deux approches, souvent complémentaires, peuvent être envisagées pour modéliser un système :

- La première, qui fait appel aux connaissances des spécialistes du domaine considéré, consiste à regrouper, généralement sous forme de systèmes différentiels, algébriques ou graphiques, les lois et relations de la physique qui décrivent le comportement du processus.
- Dans de nombreuses situations pratiques, la complexité du procédé à modéliser est telle qu'il est difficile, voire impossible, de connaître ou d'associer les lois physiques gouvernant la dynamique du système. Il est alors nécessaire de faire appel à un modèle « boîte noire », construit à partir de mesures des données d'entrée-sortie du procédé. L'objectif majeur de ce modèle est de reproduire au mieux le comportement du processus identifié. On parle plus particulièrement, dans ce cas, « d'identification du système ». Le modèle de représentation ainsi obtenu est généralement constitué d'un ensemble de relations mathématiques liant les variables du système analysé. Les paramètres de ce type de modèle sont, la plupart du temps, difficilement interprétables.

La modélisation est souvent considérée comme la phase initiale de l'automatique moderne. Elle permet en effet de déterminer le modèle du procédé qui sera utilisé pour prédire son comportement futur, diagnostiquer ses évolutions de fonctionnement ou synthétiser son régulateur et sa loi de commande. Puisque les processus industriels sont généralement complexes, il est nécessaire de posséder des connaissances approfondies dans des domaines aussi variés que la mécanique, l'électronique, l'énergétique, la biologie ou la chimie pour obtenir un modèle « boîte blanche » efficace. La modélisation expérimentale ou identification

des systèmes [64],[65] est donc devenue une alternative logique à la modélisation classique fondée sur l'exploitation des lois physiques.

La démarche d'identification peut être effectuée sur des processus en boucle ouverte ou en boucle fermée. Les premières méthodes ont ainsi été développées pour l'identification de processus en boucle ouverte. Cependant, certains processus nécessitent d'être utilisés en boucle fermée, pour des raisons d'instabilité en boucle ouverte (pendule inverse), ou alors pour le bon fonctionnement du système (machines électriques autopilotées), ou bien pour des raisons de sécurité (procédés dangereux du type chimiques ou nucléaires).

La principale difficulté de l'identification en boucle fermée réside dans l'obtention de paramètres non biaisés. En effet, le bouclage génère une corrélation entre l'entrée et le bruit de mesure, engendrant un biais asymptotique. D'autres méthodes sont alors utilisées, prenant en compte le bouclage. Pour ces raisons, nous nous sommes intéressés au développement de méthodes permettant l'identification de processus en boucle ouverte et en boucle fermée.

Le travail présenté dans ce mémoire forme un apport modeste au domaine de l'identification de modèles paramétriques à temps continu. Cet apport peut être divisé en deux parties principales :

La première partie s'intéresse au développement d'extensions de la méthode à erreur de sortie. Cette méthode repose sur la simulation d'un modèle afin d'obtenir une estimation non biaisée de ces paramètres quelle que soit sa structure. En cela, cette méthode est très intéressante, car elle peut s'appliquer aux modèles linéaires et non linéaires, en boucle ouverte ou en boucle fermée. Les développements sur la méthode à erreur de sortie ont permis deux extensions : l'identification de systèmes en boucle fermée, et l'identification de systèmes linéaires comprenant un retard pur, en boucle ouverte et en boucle fermée.

Les méthodes d'identification à temps continu possèdent en effet de nombreux avantages [66]. Elles permettent une certaine indépendance par rapport à la période d'échantillonnage, et peuvent être utilisées dans les cas où la période d'échantillonnage n'est pas constante. Elles utilisent de plus pour la plupart un filtrage intrinsèque permettant un prétraitement des données avant la phase d'identification.

Des développements ont été conduits afin d'adapter au cas continu les méthodes précédemment développées à temps discret. On trouve ainsi des méthodes d'identification de systèmes linéaires ou non linéaires, en boucle ouverte ou en boucle fermée. Une boîte à outils,

développée pour Matlab, nommée CONTSID pour « CONtinuous Time System Identification », regroupe ainsi de nombreuses méthodes d'identification de modèles à temps continu [67].

La deuxième partie consiste à présenter et développer la méthode des sous-espaces. L'identification récursive d'un modèle entrée-sortie se révèle être plus difficile lorsque le procédé comporte plusieurs entrées et plusieurs sorties. Elle demande en effet de connaître a priori l'ordre des polynômes composant les matrices polynomiales du modèle. De plus, lorsque le nombre d'entrées et de sorties devient conséquent, la gestion de matrices de fonctions de transfert en est que plus délicate. En identification hors ligne, ces difficultés ont motivé le développement de techniques estimant directement un modèle d'état du système sans phase transitoire d'identification de représentations d'entrée-sortie: les méthodes des sous-espaces [68],[69],[70]. Le premier avantage de l'approche d'état repose sur le fait qu'elle gère, de manière équivalente, les systèmes mono et multivariables. Elle ne nécessite aucune forme canonique et est basée sur un seul indice structurel : l'ordre du système. De par son écriture, elle permet d'analyser la stabilité, l'observabilité et la commandabilité du processus à identifier. Les méthodes hors ligne des sous-espaces emploient des outils d'algèbre linéaire tels que la décomposition en valeurs propres ou singulières qui ne sont pas appropriés aux applications temps réel du fait de leur complexité numérique.

CHAPITRE

I

Technique d'identification paramétrique

I.1 Introduction

Déterminer un modèle mathématique d'un système consiste en deux activités :

- la détermination de sa structure.
- la détermination des valeurs numériques de ses paramètres.

Pour y parvenir, deux chemins complémentaires peuvent être empruntés :

- en partant des lois de la physique, ce qui est pertinent si ces lois sont connues avec assez de précision.
- en partant de données expérimentales et en cherchant un modèle qui rend compte de manière satisfaisante de ces données.

Selon que l'on utilise les lois de la physique ou des données expérimentales pour déterminer respectivement la structure du modèle ou les valeurs numériques des paramètres, plusieurs configurations sont envisageables, déterminées par la correction des lois de la physique et par la faisabilité des essais expérimentaux. A titre d'exemple, considérons les trois situations suivantes :

- Dans les situations où les lois de la physique permettent de modéliser fidèlement le système et où elles permettent de déterminer précisément les valeurs des paramètres, le recours aux données expérimentales peut être limité à des fins de validation. Cela pourrait être le cas pour un système mécanique simple comme un pendule. Notez également que pour certains domaines comme le spatial, les essais expérimentaux ne sont pas aisés.
- Certains systèmes se trouvent décrits de manière très imprécise par des lois de la physique.

Si les essais expérimentaux peuvent être effectués facilement, il est plus simple d'utiliser ces derniers à la fois pour déterminer la structure du modèle et les valeurs numériques des paramètres. Précisons que dans les situations où un modèle linéaire est recherché, le choix de la structure du modèle est limité à un choix d'ordre.

- Le cas de figure le plus courant est la situation intermédiaire où les lois de la physique permettent de déterminer la structure du modèle (même partiellement) et où les valeurs des paramètres sont estimées à partir de données expérimentales.

Dans le cas d'un recours aux données expérimentales, le choix des expériences est important. Différentes approches sont disponibles dans la littérature qui permettent de choisir

les expériences de manière optimale [1]. Dans certains cas élémentaire ; il est possible d'obtenir un résultat général fort mais, en général, les résultats sont numériques.

On peut chercher à minimiser directement les erreurs d'estimation des paramètres que produisent les erreurs de mesure et les phénomènes négligés. Afin de valider la procédure d'identification d'un modèle, il est important de recourir à une phase de validation utilisant un autre jeu de données. Celle-ci doit être faite avec des données qui n'ont pas servi à l'identification. En effet, une erreur de structure aboutit généralement à une dégradation de la qualité du modèle entre les résultats sur les données d'identification et les données de validation. Cette erreur de modèle ne pourra être détectée que si les données de validation diffèrent des données d'identification.

I.2 Choix du modèle d'identification

Le choix de tout modèle dépend largement de sa finalité. On peut distinguer principalement deux types de modèles :

- les modèles pour la commande qui ont une structure simple et n'ont besoin de représenter fidèlement le système que dans une bande de fréquence assez étroite. La structure peut être imposée par la méthodologie de commande choisie, par exemple linéaire.
- les modèles de simulation et d'analyse pourront prendre en compte des phénomènes négligés dans le modèle de synthèse, aboutissant à une structure plus complexe. Dans le cas des modèles d'analyse, la structure peut aussi être imposée.

Lorsque l'estimation des paramètres se fait à partir des données expérimentales, on doit se poser la question de l'identifiabilité du modèle. On dit qu'un modèle est identifiable si on peut distinguer deux modèles avec des valeurs différentes du vecteur des paramètres [2]. On peut aussi dire de manière équivalente qu'un système est identifiable si ses paramètres peuvent s'écrire en fonction des signaux du système et d'un nombre fini de ses dérivées [3]. Il s'agit d'une première condition que doit vérifier tout modèle dont on souhaite estimer les paramètres. Cependant, cette condition d'identifiabilité n'est pas suffisante pour garantir que les paramètres seront estimés dans de bonnes conditions. Il est donc nécessaire de s'intéresser à l'identifiabilité pratique du modèle, c'est-à-dire la possibilité d'estimer les paramètres avec une précision satisfaisante. Alors que l'identifiabilité est une notion structurelle, l'identifiabilité pratique dépend aussi largement des ordres de grandeur des paramètres.

Lorsque l'on souhaite identifier un modèle, il est courant de partir d'une forme qui est donnée par l'utilisateur de ce modèle. Par exemple, s'il s'agit d'un modèle de commande, certains signaux sont des entrées et d'autres sont des sorties. Pour l'identification, le fait que certains signaux soient des entrées et d'autres des sorties n'a pas nécessairement de sens. Un modèle peut être vu de manière plus générale comme un ensemble de relations simplicités reliant différents signaux. Ces relations dépendant d'un certain nombre de paramètres, il importe avant tout de trouver une représentation permettant de minimiser le nombre de paramètres et de faire apparaître, si possible, une dépendance simple en fonction de ces paramètres, idéalement linéaire. Ces deux objectifs sont généralement antagonistes ; on peut choisir d'augmenter artificiellement le nombre de paramètres afin d'obtenir un modèle linéaire en fonction des paramètres (LP) qui permettra une estimation par des techniques de régression linéaire. Lorsque l'on ne parvient pas à obtenir de formulation LP ou si celle-ci n'est pas intéressante à cause d'un nombre trop élevé de paramètres, on doit alors estimer les paramètres d'un modèle non-linéaire (non LP). Dans ce cas, un certain nombre de signaux sont choisis comme signaux d'entrée et à partir desquelles d'autres signaux, appelées signaux de sortie, seront déterminées. On détermine un critère d'erreur à partir de l'écart entre les mesures et les sorties du modèle. Un algorithme d'optimisation de type programmation non-linéaire est ensuite utilisé afin de minimiser ce critère.

I.3 Identification de modèles linéaires

De nombreux algorithmes sont disponibles pour l'identification de modèles linéaires représentés sous forme de fonction de transfert. Ces algorithmes ont d'abord été développés pour des modèles à temps discret [4]. En effet, l'utilisation principale des modèles est la commande qui est généralement implantée en temps-discret, du moins depuis un bon nombre d'années. Une autre raison est parfois avancée : la nature échantillonnée des mesures, pour lesquelles il est plus facile de calculer des retards que des dérivées. Mais cet obstacle n'est pas fondamental car il suffit d'estimer les dérivées en les filtrant pour mettre au point des méthodes d'identification à temps continu.

Les méthodes développées en temps discret ont généralement leur équivalent en temps continu. Ces algorithmes ont été développés plus récemment que leurs équivalents à temps

discret. Actuellement, un grand nombre d'entre eux sont disponibles dans les boîtes à outils Contsid (Continuous-Time System Identification).

Les théories modernes de l'identification sont développées dans un cadre stochastique. On suppose que l'on a affaire à un système dynamique dont la sortie est déterminée par deux entrées :

- l'entrée mesurée qui est parfaitement connue.
- un bruit additif modélisé comme la réalisation d'un processus stochastique.

Pour une structure donnée du modèle, il s'agit d'estimer ses paramètres au sens du maximum de vraisemblance, de manière à ce que le bruit permettant de rendre compte des écarts entre les mesures et les sorties non bruitées du modèle soit de variance minimale.

Différents types de modèles sont classiquement utilisés : erreur de sortie, ARX, ARMAX, Box et Jenkins. Parmi les différentes méthodes permettant d'obtenir une estimation des paramètres, mentionnons la méthode des variables d'état qui permet d'obtenir une estimation non biaisée des paramètres. Elles s'appuient sur la simulation des sorties de la partie déterministe du modèle qui ont l'intérêt de ne pas être corrélées avec l'entrée de bruit. Dans le cas des méthodes d'identification des modèles à temps continu, on a recours à un filtre d'estimation des dérivées. Un filtre optimal est déterminé à partir du dénominateur du modèle. On obtient alors une méthode récursive où les estimées des dérivées sont affinées à chaque étape.

Certaines de ces méthodes, comme celle implantée dans la fonction **srivc** de la boîte à outils Contsid [5], permettent d'identifier des modèles MISO sous forme de fonction de transfert.

Des méthodes ont également été développées pour l'identification de modèles multi variables sous forme d'état. C'est le cas de la méthode des sous-espaces [6]. Ces approches sont disponibles en discret et en continu.

Dans le cas où les mesures sont obtenues en boucle fermée, l'entrée du système est corrélée avec le bruit, ce qui entraîne une estimation biaisée des paramètres. Dans le cas d'un niveau de bruit élevé, il est préférable d'identifier le système en boucle fermée.

La loi de commande étant connue, on peut retrouver ensuite le modèle du système. Ces méthodes ont cependant l'inconvénient d'entraîner une augmentation de l'ordre du système.

Depuis plus de dix ans, cette problématique de l'identification en boucle fermée est un thème important de la recherche en identification [7].

I.4 Le problème de la robustesse

Lorsqu'on détermine un modèle, il est également important de connaître son niveau de fiabilité, c'est-à-dire le degré de confiance qu'on peut lui accorder. Dans l'approche probabiliste, l'estimateur des paramètres est un vecteur de variables aléatoires, chaque réalisation du bruit entraînant une valeur différente de l'estimée. La précision de l'estimateur est caractérisée par son biais, c'est-à-dire l'écart entre son espérance et la valeur "vraie" des paramètres, ainsi que par sa variance. Un modèle physique repose toujours sur un certain nombre d'approximations qui permettent d'obtenir un modèle simplifié en négligeant une partie des phénomènes (dynamiques haute fréquence, non-linéarités). Ces approximations entraînent des erreurs d'estimation déterministes. Dans le cas des modèles linéaires, des résultats sont disponibles concernant l'identification d'un modèle d'ordre réduit d'un modèle linéaire. Dans le cas général où les modèles sont non-linéaires, les études doivent être menées de manière ad-hoc.

I.5 Bases de l'identification des systèmes

I.5.1 Les principes

L'identification, c'est l'opération de détermination des caractéristiques dynamiques d'un procédé (système) dont la connaissance est nécessaire pour la conception et la mise en œuvre d'un système performant de régulation. L'identification est une technique expérimentale qui s'appuie sur l'utilisation de procédures et algorithmes issus d'études théoriques.

Pour concevoir et ajuster correctement un régulateur, il faut:

- 1) spécifier les performances et les contraintes de robustesse pour la boucle fermée.
- 2) connaître le modèle dynamique du Procédé (appelé aussi « modèle de commande») qui décrit la relation entre les variations de la commande et les variations de la sortie.
- 3) disposer d'une méthode appropriée de calcul du régulateur compatible avec les spécifications et le type de modèle de procédé utilisé.
- 4) mettre en œuvre le régulateur.
- 5) valider et réajuster (si besoin) le régulateur sur site.
- 6) assurer la maintenance du régulateur.

L'étape 2 nécessite l'identification du modèle du procédé qui, dans des nombreuses situations, peut s'effectuer en boucle ouverte.

Les étapes 5 et 6 requièrent une identification en boucle fermée (en présence d'un régulateur).

La mise en œuvre du régulateur nécessite dans de nombreuses situations la réduction de la complexité du régulateur calculé, mais avec l'objectif de maintenir le plus possible les caractéristiques souhaitées de la boucle fermée.

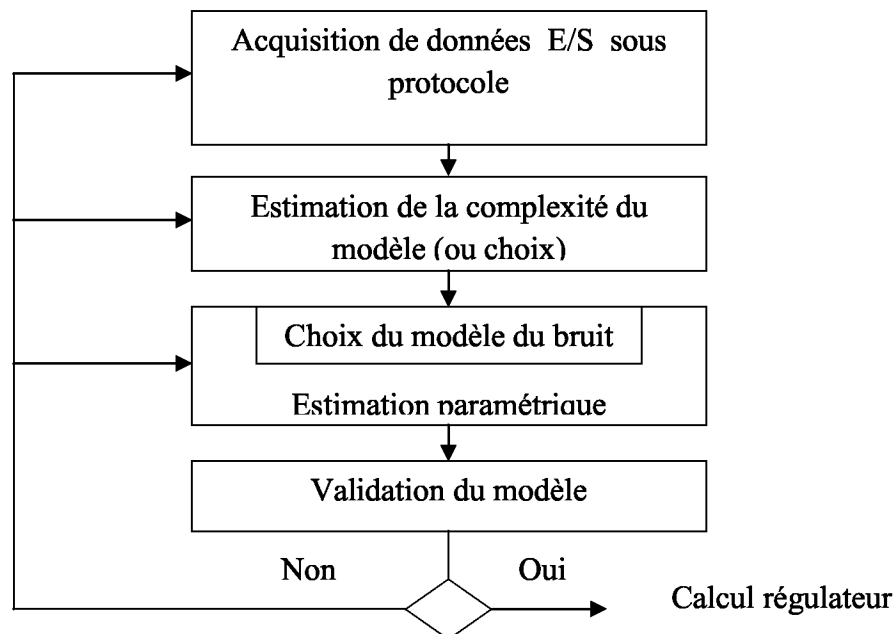


Figure I.1. Méthodologie de l'identification

Des résultats récents montrent que l'identification en boucle fermée est une technique performante pour la réduction de la complexité du régulateur [8]. L'identification (qu'il s'agisse d'identification en boucle ouverte ou en boucle fermée) se fait toujours en présence d'un signal d'excitation extérieur avec des caractéristiques connues.

Le résultat d'une identification est un « modèle » susceptible de capter les caractéristiques du système réel pour une application donnée. On s'intéresse à l'identification des modèles dynamiques de commande, qui donnent les relations entre les variations des entrées de commande d'un système et les variations des sorties mesurées.

Les modèles dynamiques sont de deux types :

- 1) modèles non paramétriques (par exemple: réponse fréquentielle, réponse à un échelon),
- 2) modèles paramétriques (par exemple: fonctions de transfert).

L'identification inclut toujours quatre étapes:

- ❖ acquisition des entrées/sorties sous un protocole d'expérimentation,
- ❖ choix ou estimation de la complexité du modèle,
- ❖ estimation des paramètres du modèle,
- ❖ validation du modèle identifié.

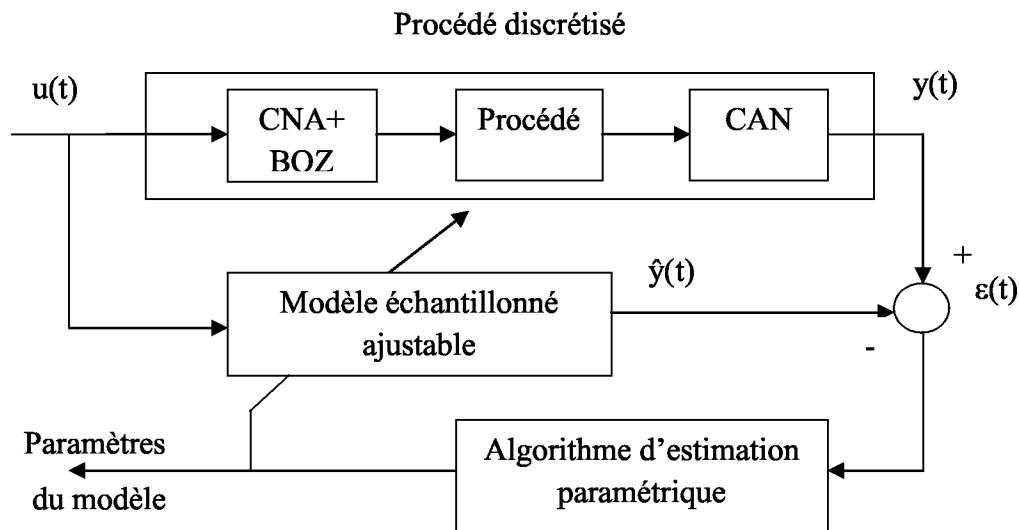


Figure I.2. Principe de l'identification des modèles échantillonnés

Une opération complète d'identification doit nécessairement comporter les quatre étapes indiquées plus haut. Les méthodes spécifiques utilisées dans chaque étape dépendent du type de modèle recherché (par exemple: paramétrique ou non paramétrique, continu ou échantillonné ...), ainsi que des conditions d'expérimentation (par exemple: hypothèses sur le bruit de mesure, identification en boucle ouverte ou en boucle fermée ...). La validation est le point de passage obligé pour décider de l'acceptation ou le rejet du modèle identifié. Les techniques de validation doivent permettre de qualifier la qualité du modèle obtenu.

Comme il n'existe pas un algorithme d'estimation paramétrique unique et un protocole d'expérimentation unique permettant d'obtenir toujours un bon modèle, les modèles obtenus ne passent pas toujours les tests de validation. Dans ces cas-là, il est nécessaire de revoir le choix des algorithmes d'estimation, la complexité du modèle, ou les conditions d'expérimentation. Il faut donc voir l'identification comme une procédure itérative telle qu'elle est illustrée dans la figure I.1.

La disponibilité des calculateurs numériques a eu un rôle fondamental dans le développement des techniques d'identification. En particulier, les techniques d'estimation des modèles échantillonnés sont devenues un standard. Le principe de l'estimation des modèles échantillonnés est illustré dans la figure I.2.

La séquence de commande échantillonnée $u(t)$ (où t est le temps discret) est appliquée au procédé physique (ensemble actionneur-procédé-capteur) à travers un convertisseur numérique-analogique (CNA) suivi d'un bloqueur d'ordre zéro (BOZ) qui maintient le signal constant entre deux instants d'échantillonnage. La mesure échantillonnée de la sortie du procédé $y(t)$ est obtenue à travers un convertisseur analogique-numérique (CAN).

Un modèle échantillonné à paramètres ajustables est implanté sur le calculateur qui traite les données soit à fur et à mesure qu'elles arrivent (identification temps réel), soit globalement sur un certain horizon de temps (algorithmes de type « par paquets»). Ce traitement peut se faire en ligne ou hors ligne (l'ensemble des données entrées/sorties est stocké pour une utilisation ultérieure).

Quel que soit le mode de traitement des données, le principe de l'identification est le même, à savoir que l'on construit l'erreur entre la sortie mesurée à l'instant t , $y(t)$ et la sortie prédite par le modèle $\hat{y}(t)$ appelée « erreur de prédiction » et l'on utilise cette erreur à chaque instant (ou l'ensemble de la séquence d'erreurs de prédiction sur un horizon de temps) pour modifier les paramètres du modèle à travers un algorithme d'estimation paramétrique, afin de minimiser l'erreur de prédiction au sens d'un certain critère.

I.5.2 Les étapes d'identification d'un système

Nous allons ci-dessous résumer brièvement les éléments essentiels caractérisant les différentes étapes d'une identification.

I.5.2.1 Acquisition des entrées/sorties sous un protocole d'expérimentation.

Il s'agit essentiellement de choisir un signal d'excitation avec une densité spectrale homogène couvrant l'ensemble de la bande passante du procédé à identifier. Par ailleurs, il y a toujours des contraintes très fortes sur l'amplitude des variations des signaux de commande autorisés en pratique.

Un des signaux les plus utilisés pour l'identification est la séquence binaire pseudo aléatoire (SBPA) est un signal formé d'impulsions rectangulaires modulées aléatoirement en longueur, qui approxime un bruit blanc discret, riche en fréquences et de valeur moyenne, ne modifiant pas le point de fonctionnement du procédé [15]. Ses propriétés fréquentielles sont faciles à caractériser (elles sont proches de celles d'un bruit blanc) et s'agissant d'une succession d'impulsions rectangulaires d'amplitude constante et modulées en largeur, on peut aisément fixer l'amplitude maximale [9], D'autres signaux peuvent être aussi considérés [10].

I.5.2.2 Choix ou estimation de la complexité du modèle.

Le problème typique rencontré dans le cas des modèles paramétriques est le choix de l'ordre des polynômes (numérateur, dénominateur) de la fonction de transfert pouvant caractériser le modèle ou la taille de la représentation d'état et les valeurs des indices d'observabilité associés à chaque sortie (dans le cas multi variables).

Pendant de nombreuses années, le choix de la complexité se faisait par une procédure essais/erreur. Ces derniers temps des progrès significatifs dans ce domaine ont été effectués. On peut maintenant disposer d'algorithmes fiables qui estiment à partir des données la complexité des modèles [11].

I.5.2.3 Estimation des paramètres du modèle.

Une fois la complexité du modèle fixé, il s'agit d'estimer les paramètres du modèle. Dans la mesure où les signaux d'excitation sont de faible amplitude, il en résulte des mesures fortement entachées par le bruit de mesure. Le bruit de mesure peut introduire une erreur d'estimation paramétrique (appelée aussi biais). Malheureusement, il n'existe pas un algorithme unique d'estimation paramétrique qui donne des estimations non biaisées pour tous les types de bruit. Il faut donc chaque fois faire une hypothèse sur la structure du bruit, choisir un algorithme d'estimation approprié et faire passer un test de validation au modèle obtenu. Ce test pourra donc indiquer si la structure du bruit de mesure a été correctement choisie.

On distingue deux types d'algorithmes d'estimation paramétrique : algorithmes de type « par paquets » ou « non récursifs », qui traitent un ensemble de données entrées/sorties obtenues sur un horizon de temps et les algorithmes « récursifs », qui traitent les paires de

données entrées/sorties à chaque instant et produisent ainsi une estimation paramétrique au fur et à mesure de l'acquisition des données ou de la lecture du fichier de données entrées/sorties.

I.5.2.4 Validation du modèle.

Plusieurs points de vue peuvent être considérés pour la mise en place d'une procédure de validation. Les procédures les plus courantes sont de type statistique. L'objectif est de montrer que la sortie du modèle excité par le même signal que le procédé reproduit les variations de la sortie causées par les variations de la commande en s'affranchissant de l'effet du bruit de mesure. Le modèle doit être évalué pour tester s'il répond bien aux exigences demandées.

Le modèle obtenu n'est valable en toute rigueur que pour l'expérience réalisée; il faut donc vérifier qu'il est compatible avec l'utilisation que l'on en fera. Si le résultat des tests de validation n'est pas satisfaisant, il est nécessaire de reprendre tout ou une partie de la démarche d'identification. Plusieurs retours en arrière peuvent être envisagés.

- ❖ Retour à l'estimation des paramètres du modèle si la technique utilisée n'est pas adaptée.
- ❖ Retour à la sélection de structures de modèles si la classe de modèles n'est pas appropriée. Il existe une stratégie qui peut automatiser la sélection d'une structure d'un modèle appelée "pruning". Une structure de modèle initiale suffisamment large décrit le comportement du système. Cette structure est alors réduite graduellement jusqu'à atteindre la forme optimale.
- ❖ Retour à l'expérience si le jeu de données n'est pas suffisamment représentatif du système à étudier. Dans ce cas, il va être nécessaire de refaire l'expérience afin d'acquérir plus d'information à propos des régimes manquants.

I.6. Généralités sur l'identification paramétrique des systèmes

Identifier un système consiste à obtenir une description du comportement de ce système à partir de données expérimentales [12]. Un système étant un objet ou un ensemble d'objets dont nous voulons étudier ses caractéristiques. Le monde de l'identification est très vaste. Nous retrouvons une multitude de techniques d'identification regroupées en deux grandes familles :

1. L'identification non-paramétrique
2. L'identification paramétrique

Quand nous parlons d'identification non-paramétrique, nous entendons l'interprétation graphique ou sous forme de tableau d'une réponse transitoire, fréquentielle (Bode, Black, Nyquist, Fourier) ou par corrélation (réponse impulsionnelle), etc. Avec ces méthodes nous ne pouvons obtenir qu'une idée de la dynamique du système, qui peut servir, par exemple, au dimensionnement approximatif de régulateurs ou de filtres. Si la précision de la connaissance du système doit être plus élevée, il faut passer à l'identification paramétrique.

I.6.1 Identification paramétrique

Le but de l'identification paramétrique est d'estimer les paramètres d'un modèle mathématique, de façon à obtenir une représentation satisfaisante du système réel étudié. Dans ce genre d'identification nous retrouvons aussi différentes techniques. L'une d'elles est appelée «identification heuristique », elle se base sur la détermination des paramètres d'une fonction de transfert en ayant à disposition la réponse du système à un échelon d'entrée. Cette technique peut être suffisante pour des systèmes simples.

Une autre technique appelée « régression linéaire » est utilisée dans la méthode des moindres carrés simples. Nous retrouvons aussi les méthodes basées sur l'erreur de sortie et sur l'erreur de prédiction ainsi que les méthodes récursives dont un aperçu des généralités seront donné dans les sections suivantes.

Toute identification est basée sur des données expérimentales, ceci implique que nous nous retrouvons toujours avec des signaux affectés par du bruit. Comme nous allons le montrer, une procédure d'identification implique différents choix, notamment:

- ❖ Le type de modèle à utiliser
- ❖ Le critère
- ❖ L'algorithme d'optimisation
- ❖ Le type d'essai à effectuer
- ❖ La vérification des résultats

Ces choix doivent être remis en question à la fin de la procédure, si la vérification donne de grandes différences entre le système et le modèle, les causes peuvent être différentes, le modèle ne représente pas au mieux la physique du système, le critère n'est pas bien adapté par rapport au résultat souhaité, l'algorithme d'optimisation n'est pas performant à cause du temps de calcul ou des problèmes de convergence.

I.6.2 Identification basée sur l'erreur de sortie

De façon générale le principe est très simple. Le système réel et le modèle mathématique du système sont excités par les mêmes entrées u , les sorties du système réel y et du modèle y_m sont comparées pour créer le vecteur des erreurs de sortie ou résidus ε . Un algorithme d'optimisation, change les paramètres regroupés dans le vecteur θ pour que le critère J , qui est fonction de ε , devient minimal. Si J est minimal, alors nous avons trouvé le meilleur estimé de θ au sens du critère choisi. L'erreur de sortie est par conséquent minimale.

La figure I.3 présente le principe [8]. L'indice k indique l'instant de l'étude car tous les signaux sont échantillonnés pour le traitement numérique au niveau des convertisseurs Analogiques/Digitaux. Des bruits de mesure et de processus $w(t)$ et $v(t)$ sont présents dans le système réel.

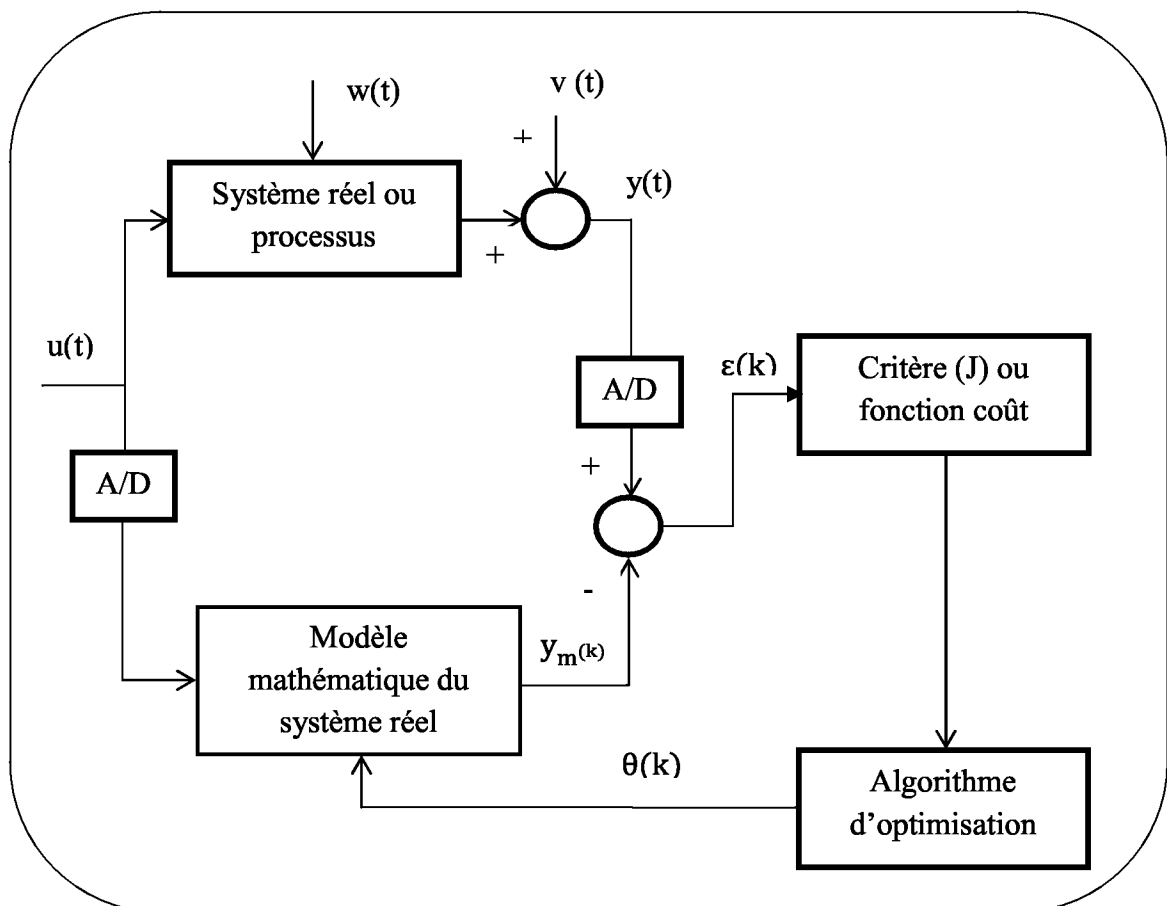


Figure. I.3. Structure d'identification basée sur l'erreur de sortie

I.6.3 Identification basée sur l'erreur de prédiction

Ce type d'identification se base sur le concept de prédiction de la sortie du système réel à l'aide d'équations algébriques de prédiction. Le principe est de la même nature de la commande prédictive, où l'on cherche à minimiser l'écart entre la consigne et la sortie en calculant la variable manipulée (la variable à la sortie du prédicteur).

Le principe est illustré à la figure suivante [8] :

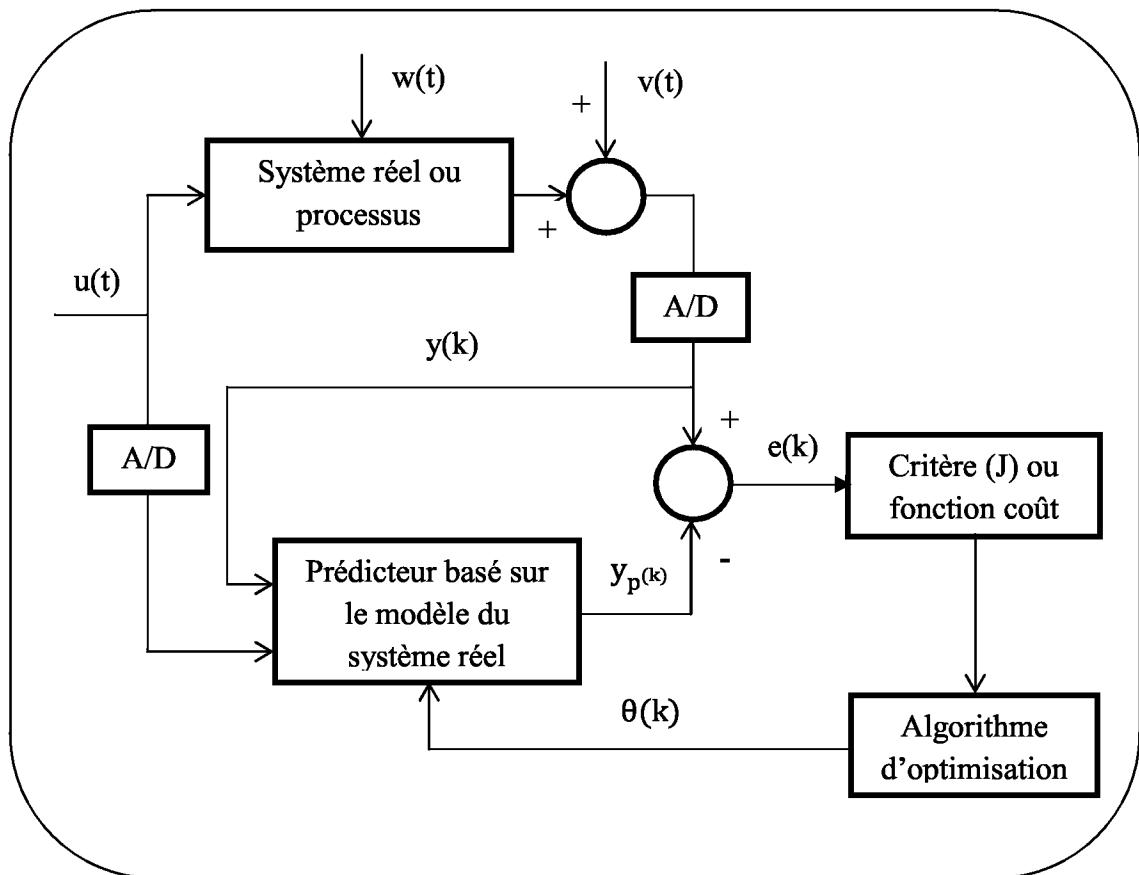


Figure. I.4: Structure d'identification basée sur l'erreur de prédiction

Le prédicteur calcule la sortie $y_p(k)$ en se servant des valeurs d'entrée u et de sortie y présentes et passées, mesurées sur le système réel. Dans le prédicteur il y a des équations algébriques basées sur le modèle et non un système d'équations différentielles. Le gros avantage est de ne pas passer par une intégration numérique du style Runge-Kutta et donc le temps de calcul de la sortie est réduit. Le principe est de considérer l'erreur de prédiction ou d'équation $e(k)$ comme étant un bruit de mesure. Ces méthodes peuvent être facilement

implantées en temps réel sous forme récursive. Par contre l'usage de ces méthodes est réservé à l'étude des modèles de la forme:

$$y(k) = \phi^T(k)\theta + e(k) \quad (I.1)$$

Dite de régression linéaire. Ceci veut dire que les sorties sont linéaires par rapport aux paramètres.

I.6.4 Identification en temps différé (off line)

L'identification en temps différé se base sur le fait d'avoir enregistré toutes les mesures de l'essai avant de passer à l'algorithme d'identification. A chaque itération de l'algorithme d'optimisation, nous faisons une simulation complète du modèle et à la fin nous calculons l'erreur de sortie en comparant les sorties du modèle à celles du système qui ont été au préalable enregistrées. Ensuite, l'optimisateur propose d'autres valeurs des paramètres pour chercher de se rapprocher de l'optimum. La boucle recommence en lançant une nouvelle simulation avec les nouveaux paramètres.

Ce type d'identification peut prendre beaucoup de temps à cause de l'obligation de re-simuler le modèle à chaque itération. Pour une identification en temps différé, nous utilisons normalement des techniques basées sur l'erreur de sortie où le modèle est à chaque fois simulé.

I.6.5 Identification en temps réel-méthodes récursives (on line)

L'identification en temps réel peut être très intéressante pour plusieurs raisons. La première est l'obtention des paramètres à chaque instant permettant ainsi une commande adaptative. Nous pouvons aussi vouloir suivre l'évolution des paramètres du système pour nous assurer que leurs variations restent normales (diagnostic en temps réel). De plus, dans certains cas, nous pouvons avoir des problèmes de stockage simultané en mémoire en effectuant une identification en temps différé, les méthodes récursives permettent d'améliorer cet aspect. Par contre dans les systèmes non-linéaires, ces méthodes nécessitent d'une « linéarisation » du problème à chaque instant (filtre de Karman étendu), ce qui implique une perte de précision dans l'estimation paramétrique. Si nous voulons travailler en temps réel, il est nécessaire d'avoir des algorithmes très simples à exécuter, c'est pour cette raison que ce type d'identification est basé prioritairement sur l'erreur de prédiction, où ne sont présentes que des équations algébriques récursives.

Jusqu'à présent nous avons fait un survol des techniques d'identification, et la présentation sommaire de leur principe. Le critère et l'algorithme d'optimisation ont une importance primordiale en identification, c'est pourquoi un minimum de connaissances de ces techniques est requis. Les contraintes sur les paramètres à estimer peuvent accélérer la convergence de l'algorithme d'optimisation, surtout dans les systèmes où plusieurs minima sont présents (minima locaux). Nous avons fait mention de la présence des bruits de mesure; leur prise en compte complique d'avantage les procédures d'identification. C'est pour cette raison que nous utiliserons une méthode déterministe pour l'identification proprement dite. Elle est plus adéquate, simple et appropriée pour un système comme le moteur asynchrone.

I.7 Structure de Modèles

L'observation de phénomènes physiques se fait à l'aide de signaux (fonctions de temps) dont la nature est complexe. Les informations incorporées à ces signaux sont extraites par plusieurs procédures telles le filtrage, la détection, l'identification.

L'identification est un procédé qui permet de rechercher à partir d'un modèle mathématique imparfaitement connu et des mesures recueillies sur un processus qui représentent en général les entrées et les sorties à chaque instant d'échantillonnage, les estimations des paramètres inconnus de ce processus.

La méthode d'identification paramétrique comporte trois étapes:

- ❖ Le choix du modèle mathématique du système.
- ❖ Le critère d'optimisation.
- ❖ L'optimisateur.

La caractérisation d'un processus consiste à représenter le processus étudié par un modèle mathématique. On distingue deux types de modélisation:

- ❖ Les modèles phénoménologiques (ou de connaissance).
- ❖ Les modèles comportementaux.

Les modèles phénoménologiques sont construits à l'aide des grands principes des lois de la physique. Tandis que les modèles comportementaux reproduisent un comportement observé sans demande aucune connaissance à priori sur le processus. La structure considérée peut être linéaire ou non linéaire et ceci aura des conséquences importantes sur les algorithmes à utiliser.

La linéarité est de deux types:

- ❖ Une linéarité par rapport aux entrées du système.
- ❖ Une linéarité par rapport aux paramètres constituant la structure du modèle.

Le modèle choisi est linéaire par rapport aux paramètres.

Les processus sont considérés à temps continu ou à temps discret. Les modèles à temps continu utilisent des modèles par équations différentielles et en particulier par équations différentielles d'état. Mais la disponibilité des moyens de calcul numérique remet en cause la suprématie des modèles à temps continu. Car la simulation numérique des modèles à temps discret est plus simple et plus rapide. De la même façon, le modèle à temps discret utilise l'équation d'état à temps discret ou une matrice de transfert discrète ou une représentation par équations de récurrence.

Si $u(t)$, $y(t)$ et $b(t)$ représentent respectivement l'entrée, la sortie du système et une perturbation à l'instant t , alors ils décrivent l'équation de récurrence suivante:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{na} y(t-n_a) = b_1 u(t-n_r) + \dots + b_{nb} u(t-n_r-n_b) + b(t) \quad (I.2)$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{Partie autorégressive}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{partie exogène}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{bruit}}$$

où les valeurs successives du bruit $b(t)$ sont une suite de variables aléatoires indépendantes, n_r est le retard entre l'entrée $u(t)$ et la sortie $y(t)$. Cette structure est appelée ARX (Auto Régressive à variable exogène) où les paramètres inconnus sont:

$$p = (a_1, \dots, a_{na}, b_1, \dots, b_{nb})^T \quad (I.3)$$

Si $b(t)$ est remplacé par une combinaison linéaire des réalisations d'une suite de variables aléatoires indépendantes $\varepsilon(t)$ alors:

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{na} y(t-n_a) = b_1 u(t-n_r) + \dots + b_{nb} u(t-n_r-n_b) + \varepsilon(t) + c_1 \varepsilon(t-1) + c_{nc} \varepsilon(t-n_c) \quad (I.4)$$

$$\text{Partie autorégressive} = \text{Partie exogène} + \text{Moyenne ajustée}$$

où les paramètres inconnus sont :

$$p = (a_1, \dots, a_{na}, b_1, \dots, b_{nb}, c_1, \dots, c_{nc})^T \quad (I.5)$$

Cette structure est appelée ARMAX (Auto Régressive à Moyenne Ajustée et variable exogène) ou CARMA (Controlled Auto Regressive Moving Average).

En remplaçant $y(t)$ par $\Delta y(t) = y(t) - y(t - 1)$ et $u(t)$ par $\Delta u(t) = u(t) - u(t - 1)$, on obtient les structures ARIMAX ou CARIMA. Cette représentation permet de se débarrasser de perturbations très lentes.

Il existe aussi des expressions de structure ARMAX appelées NARMAX dont la représentation est :

$$y(t) = f[y(t - 1), \dots, y(t - n_a), u(t - 1), \dots, u(t - n_b), \varepsilon(t - 1), \dots, \varepsilon(t - n_c), p] + \varepsilon(t) \quad (I.6)$$

où $f(\cdot)$ est une fonction non linéaire.

La structure ARARX est obtenue en remplaçant la perturbation $b(t)$ par une partie autorégressive :

$$y(t) + a_1 y(t - 1) + \dots + a_{n_a} y(t - n_a) = b_1 u(t - n_r) + \dots + b_{n_b} u(t - n_r - n_b + 1) + \eta(t) \quad (I.7)$$

$$\text{avec :} \quad \eta(t) + d_1 \eta(t - 1) + \dots + d_{n_d} \eta(t - n_d) = \varepsilon(t) \quad (I.8)$$

où les paramètres inconnus sont :

$$p = (a_1, \dots, a_{n_a}, b_1, \dots, b_{n_b}, d_1, \dots, d_{n_d})^T \quad (I.9)$$

Si $b(t)$ est remplacé par un autorégressif à moyenne ajustée (ARMA), alors on parle de structure ARARMAX :

$$y(t) + a_1 y(t - 1) + \dots + a_{n_a} y(t - n_a) = b_1 u(t - n_r) + \dots + b_{n_b} u(t - n_r - n_b + 1) + \eta(t) \quad (I.10)$$

$$\text{avec :} \quad \eta(t) + d_1 \eta(t - 1) + \dots + d_{n_d} \eta(t - n_d) = \varepsilon(t) + c_1 \varepsilon(t - 1) + c_{n_c} \varepsilon(t - n_c) \quad (I.11)$$

où les paramètres inconnus sont :

$$p = (a_1, \dots, a_{n_a}, b_1, \dots, b_{n_b}, c_1, \dots, c_{n_c}, d_1, \dots, d_{n_d})^T \quad (I.12)$$

La structure du modèle étant choisi [8], il s'agit maintenant de l'identifier le mieux possible au sens d'un critère sur l'estimation de ses paramètres.

On peut répertorier quatre structures de modèles de représentation de l'ensemble procédé perturbation.

Ces quatre structures sont :

❖ **S1** : Structure Auto régressive à variable exogène (ARX) qui a la forme :

$$A(q^{-1}). y(t) = q^{-d}. B(q^{-1}). u(t) + e(t) \quad (I.13)$$

où $e(t)$ un bruit blanc. La méthode à utiliser pour cette structure est les moindres carrés récurrents (MCR)

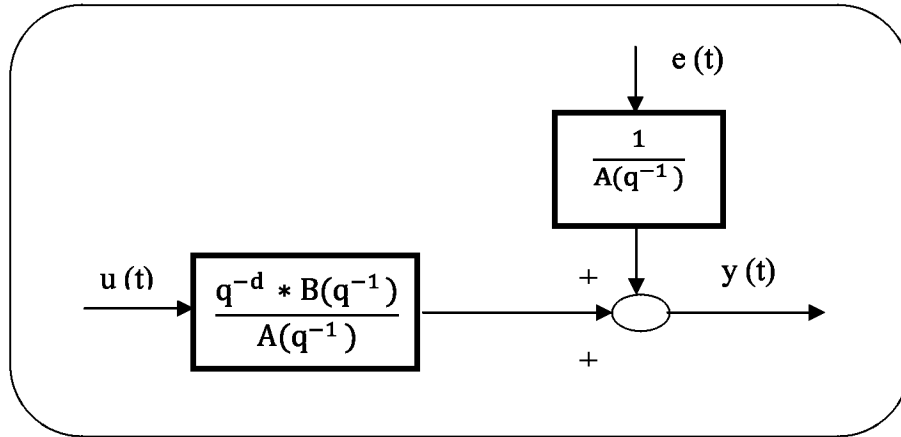


Figure : I.5 Structure (ARX)

❖ **S2** : La structure Erreur de sortie (OE) correspond à un modèle de la forme :

$$A(q^{-1}). y(t) = q^{-d}. B(q^{-1}). u(t) + A(q^{-1}) w(t) \quad (I.14)$$

$$y(t) = \frac{q^{-d}. B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + w(t) \quad (I.15)$$

où $w(t)$ est une perturbation non modélisée, sur laquelle on fait uniquement les hypothèses qu'elle est de valeur moyenne nulle, puissance finie et indépendante de l'entrée. Les méthodes utilisées pour cette structure sont les moindres carrés récurrents, variable instrumentale, erreur de sortie.

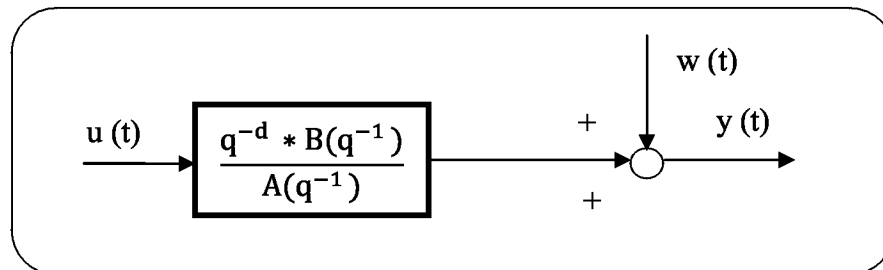


Figure : I.6 Structure (OE)

- ❖ **S3** : Structure Auto régressive à moyenne ajustée et variable exogène (ARMAX) qui a la forme :

$$A(q^{-1}).y(t)=q^{-d}.B(q^{-1}).u(t)+C(q^{-1}).e(t) \quad (I.16)$$

Les méthodes qui peuvent être utilisées pour cette structure sont les moindres carrés étendus (MCE), maximum de vraisemblance récursive (MVR).

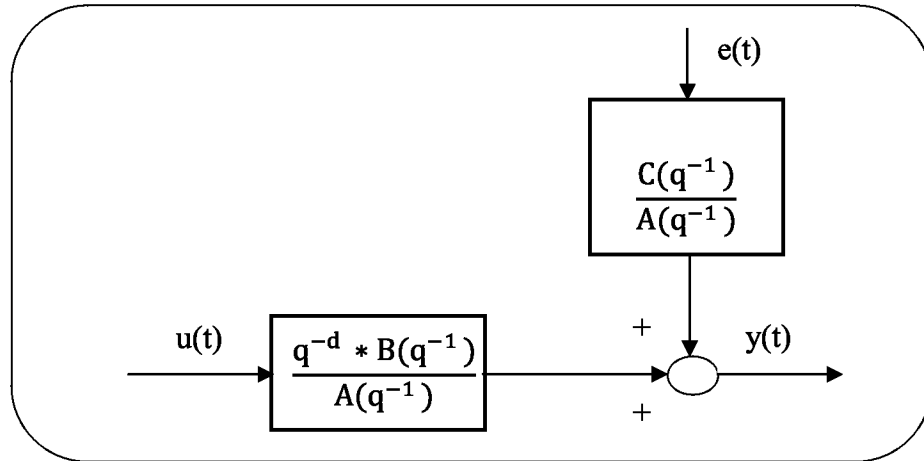


Figure : I.7 Structure (ARMAX)

- ❖ **S4** : La structure (ARARX) correspond à un modèle de la forme :

$$A(q^{-1}).y(t)=q^{-d}.B(q^{-1}).u(t)+[1/C(q^{-1})]e(t) \quad (I.17)$$

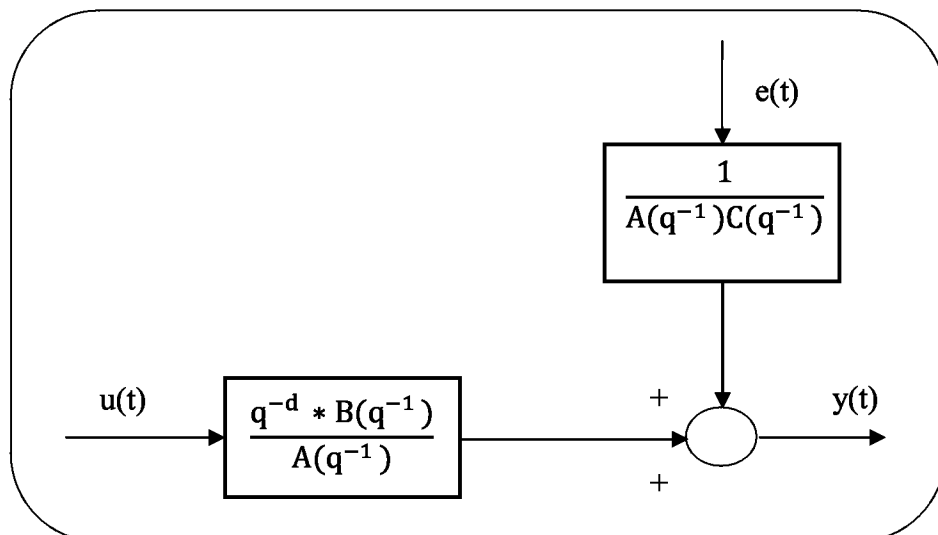


Figure : I.8 Structure (ARARX)

La méthode à utiliser pour cette structure est les moindres carrés généralisés (MCG). Il n'y a pas de structure unique « procédé + perturbation » pour décrire toutes les situations rencontrées en pratique.

A noter qu'aucune méthode d'identification ne peut être utilisée avec toutes les structures possibles « procédé + perturbation » pour obtenir toujours des estimations paramétriques non biaisées.

Comme il n'existe pas une structure unique pour décrire toutes les situations qui peuvent être rencontrées en pratique, et que par ailleurs il n'existe pas une méthode d'identification unique permettant d'obtenir toujours des estimations non biaisées des paramètres, il résulte que, pour effectuer une bonne identification d'un procédé, un système interactif d'identification est nécessaire. Un tel système doit fournir :

- ❖ Différentes structures « modèle + perturbation ».
- ❖ Différentes méthodes d'identification et AAP.
- ❖ Des méthodes de validation des modèles identifiés.
- ❖ Un système d'acquisition et traitement des données entrée/sortie.
- ❖ Des outils d'analyse de modèles.

I.8. Critères de minimisation

Un critère $J(p)$ est une fonction scalaire des paramètres p du modèle, qu'il s'agira d'optimiser pour déterminer le meilleur modèle possible. Si y est le vecteur contenant les résultats expérimentaux à utiliser pour estimer p et $\hat{y}$ le vecteur des quantités calculées par le modèle. L'estimateur de p au sens de $J(p)$, est tout $\hat{p}$ qui conduit à une valeur optimale du critère $J(p)$. La minimisation présente plusieurs critères, à savoir :

Critères quadratiques, critères en valeur absolue et maximum de vraisemblance.

I.8.1. Critères quadratiques:

Ces critères sont les plus utilisés et peuvent s'écrire sous la forme:

$$J(p) = e^T(p) Q e(p) \quad (I.18)$$

où e est un vecteur définissant l'erreur entre le système et son modèle, Q est une matrice de pondération symétrique, définie non négative.

L'estimateur est donné par [13] :

$$\hat{p} = \arg. \min J(p) \quad (I.19)$$

Si Q est diagonale, le critère s'écrit :

$$J(p) = \frac{1}{N} \sum_j \sum_{t_{ij}} w_{ij} \left[y_j(t_{ij}) - \hat{y}_j(t_{ij}, \hat{p}) \right]^2 \quad (I.20)$$

où N est le nombre total de données expérimentales et w_{ij} les éléments diagonaux de $y_j(t_{ij})$ et $\hat{y}_j(t_{ij}, \hat{p})$ sont respectivement la $j^{\text{ème}}$ sortie, mesurée et estimée à l'instant t_{ij} .

I.8.2. Critères en valeur absolue:

Il ne faut pas déduire de l'utilisation presque universelle des critères quadratiques que ceux-ci soient toujours à recommander, on peut par exemple, préférer minimiser un critère en valeur absolue, donné par :

$$j_{va}(p) = \frac{1}{N} \sum_j \sum_{t_{ij}} w_{ij} |y_j(t_{ij}) - \hat{y}_j(t_{ij}, \hat{p})| \quad (I.21)$$

De tels critères, dont l'idée remonte aux travaux de Galilée, Boscovitch et Laplace, pénalisent moins fortement les très grandes erreurs que les critères de type quadratiques. Les estimateurs associés sont dits estimateurs des moindres modules ou estimateurs pondérés. Le choix des coefficients de pondération s'inspire de considérations analogues à celles des estimateurs quadratiques. Pour travailler sur une erreur relative, il suffit de poser :

$$w_{ij} = 1/|y_j(t_{ij})| \quad (I.22)$$

Les estimateurs pondérés possèdent d'intéressantes propriétés de robustesse [1]. Par exemple, l'estimée p n'est pas trop affectée par la présence de données aberrantes (dus par exemple, à des erreurs de saisie ou des pannes de capteurs).

I.8.3. Maximum de vraisemblance

On dira que $\hat{p}_{mv}$ est un estimateur au sens du maximum de vraisemblance s'il maximise le critère :

$$j_{mv}(p) = \pi_y(y^s | p) \quad (I.23)$$

où $\pi_y(y^s | p)$ exprime la probabilité pour que la variable aléatoire y^m (sortie du modèle $M(p)$; p étant l'inconnu à estimer) soit égale à la sortie fixée du système réel y^s (qui correspond aux observations). On appelle alors $\pi_y(y^s | p)$ la vraisemblance de y^s . La méthode du maximum de vraisemblance consiste à chercher les valeurs des paramètres p qui attribue aux données

observées la plus grande vraisemblance $j_{mv}(p)$. Cette approche permet de tenir compte des informations disponibles sur la nature des bruits agissant sur le système pour élaborer un critère de qualité adapté.

En pratique, il est souvent plus facile de chercher $\hat{p}_{mv}$ maximisant la log-vraisemblance :

$$j_{mv}(p) = \ln [\pi_y(y^s | p)] \quad (I.24)$$

Ce qui conduit au même résultat qu'avec le critère initial, puisque la fonction logarithme est monotone croissante. La méthode du maximum de vraisemblance est à la base d'un grand nombre de techniques d'estimation et possède des propriétés théoriques attrayantes [13].

I.9. Optimisateurs

L'estimation des paramètres d'un modèle s'obtient grâce à la minimisation ou la maximisation d'un critère $J(\cdot)$.

Soit un modèle de type sortie dépendant linéairement des paramètres :

$$y(t + 1) = r^T(t) p \quad (I.25)$$

où $r(t)$ est un vecteur de grandeurs connus (indépendant de p), appelé regresseur et p le vecteur des paramètres à estimer. La variable t prend ici des valeurs entières et sert à repérer les différents points où la sortie du modèle doit être calculée. L'ensemble des sorties d'un modèle multivariées, pour t variant de 1 à n_t , s'écrit:

$$y = \begin{bmatrix} y(1) \\ \vdots \\ y(n_t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r^T(0) \\ \vdots \\ r^T(n_t - 1) \end{bmatrix} p = R p \quad (I.26)$$

Le critère à minimiser est supposé de la forme:

$$J(p) = e^T(p) Q e(p)$$

où e est une erreur sur la sortie.

$$e(p) = y - R p \quad (I.27)$$

La matrice de pondération Q symétrique, définie non négative, est choisie à partir de la connaissance des bruits de mesure. En l'absence d'information particulière, Q est souvent égale à la matrice identité.

I.9.1. Méthode des moindres carrés

Au début du XIX^{ème} siècle, Gauss développe l'estimateur des moindres carrés qui minimise le critère $J(\cdot)$. Le critère $J(\cdot)$ est minimum si sa dérivée première par rapport à p est nulle. On a donc :

$$\frac{\partial J}{\partial p} \bigg|_{p=\hat{p}} = -2R^T Q (y - R\hat{p}) = 0 \quad (I.28)$$

Puisque Q est symétrique,

$$\hat{p} = (R^T Q R)^{-1} R^T Q y \quad (I.29)$$

Si $R^T Q R$ est inversible, En calculant la moyenne de cet estimateur :

$$E[\hat{p}] = E[(R^T Q R)^{-1} R^T Q y] \quad (I.30)$$

Sachant que $y = e(p) + R.p$ et en remplaçant y dans (I.30) :

$$\begin{aligned} E[\hat{p}] &= E[(R^T Q R)^{-1} R^T Q e(p) + (R^T Q R)^{-1} R^T Q R p] \\ &= p + E[(R^T Q R)^{-1} R^T Q e(p)] \end{aligned} \quad (I.31)$$

Pour avoir un estimateur non biaisé, c'est-à-dire $E[\hat{p}] = p$, il faut que les vecteurs R et $e(p)$ soient non corrélés et que $e(p)$ soit centré.

La covariance de cet estimateur est :

$$\text{Covar} = E[(\hat{p} - p)(\hat{p} - p)^T] \quad (I.32)$$

$$\hat{p} - p = (R^T Q R)^{-1} R^T Q y - p \quad (I.33)$$

$$\begin{aligned} &= (R^T Q R)^{-1} R^T Q (e + R p) - p \\ &= (R^T Q R)^{-1} R^T Q e + (R^T Q R)^{-1} R^T Q R p - p \\ &= (R^T Q R)^{-1} R^T Q e \end{aligned} \quad (I.34)$$

$$\text{Covar} = E[(R^T Q R)^{-1} R^T Q e \{ (R^T Q R)^{-1} R^T Q e \}^T]$$

$$\text{Covar} = E[(R^T Q R)^{-1} R^T Q e e^T Q R (R^T Q R)^{-1}]$$

$$\text{Covar} = (R^T Q R)^{-1} E[e.e^T] \quad (I.35)$$

Si $E[e.e^T] = \sigma^2$, la variance de l'erreur d'estimation est :

$$\text{Covar} = \sigma^2 (R^T R)^{-1} \quad (I.36)$$

a condition que la matrice de pondération $Q = I$.

La matrice $(R^T R)^{-1}$ contient des informations importantes sur le fonctionnement de l'estimateur. La précision sur les paramètres estimés est d'autant plus grande que les éléments diagonaux sont petits.

I.9.2. Moindres carrés récursifs

L'algorithme récursif traite les données successivement. Cette approche est préférable pour deux raisons [9] :

- ❖ Les données étant nombreuses pour être stockées, il faut les utiliser instantanément.
- ❖ Des décisions immédiates peuvent être prises à partir des mesures réalisées et des résultats d'identification.

En utilisant les moindres carrés non récursifs, d'après l'équation (I-29) et en supposant que la matrice de pondération $Q=I$, l'estimateur est :

$$\hat{p}(t) = [R^T(t-1) R(t-1)]^{-1} R^T(t-1) y(t) \quad (I.37)$$

où :

$$R(t-1) = \begin{bmatrix} r^T(0) \\ r^T(1) \\ \vdots \\ r^T(t-1) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad y(t) = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(t) \end{bmatrix}$$

à l'instant $(t+1)$, une nouvelle mesure $y(t+1)$ arrive,

$$R(t) = \begin{bmatrix} r^T(t-1) \\ r^T(t) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad y(t+1) = \begin{bmatrix} y(t) \\ y(t+1) \end{bmatrix}$$

En remplaçant dans (I-37), on aura :

$$\hat{p}(t) = [\sum_{i=1}^t r(i-1) r^T(i-1)]^{-1} \cdot [\sum_{i=1}^t r(i-1) y(i)] \quad (I.38)$$

En posant :

$$M(t) = [\sum_{i=1}^t r(i-1) r^T(i-1)] \quad (I.39)$$

Et
$$v(t) = [\sum_{i=1}^t r(i-1) y(i)] \quad (I.40)$$

$$\hat{p}(t) = M^{-1}(t) v(t) \quad (I.41)$$

Sous la forme récursive :

$$M(t+1) = M(t) + r(t) r^T(t) \quad (I.42)$$

$$v(t+1) = v(t) + r(t) y(t+1) \quad (I.43)$$

$$\hat{p}(t+1) = M^{-1}(t+1) v(t+1) \quad (I.44)$$

Il suffit de garder en mémoire M et v qui tiennent beaucoup de place que R et y .

$$\hat{p}(t+1) = M^{-1}(t+1) [v(t) + r(t) y(t+1)]$$

$$\hat{p}(t+1) = M^{-1}(t+1) [M(t) \hat{p}(t) + r(t) y(t+1)]$$

Or

$$M(t) = M(t+1) - r(t) r^T(t)$$

Il vient :

$$\hat{p}(t+1) = \hat{p}(t) + M^{-1}(t+1) r(t) [y(t+1) - r^T(t) \hat{p}(t)] \quad (I.45)$$

Soit $k(t)$ le gain de correction :

$$k(t+1) = M^{-1}(t+1) r(t) \quad (I.46)$$

Le vecteur $k(t+1)$ est aussi appelé le gain de Kalman.

Soit donc :

$$\hat{p}(t+1) = \hat{p}(t) + (\text{gain de correction}) (\text{erreur de prédiction})$$

L'inversion de la matrice $M(t+1)$ à chaque instant de mesure peut être évitée grâce au lemme d'inversion matricielle [14] :

$$[A + BCD]^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B[C^{-1} + DA^{-1}B]^{-1}DA^{-1}$$

où les matrices A, C sont inversibles.

En posant :

$$\begin{cases} p(t+1) = M^{-1}(t+1) \\ p(t+1) = [M(t) + r(t) r^T(t)]^{-1} \end{cases} \quad (I.47)$$

$$\text{Si } \begin{cases} A = M(t) \\ B = r(t) \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} C = I \\ D = r^T(t) \end{cases}$$

Par déduction :

$$P(t+1) = p(t) - p(t) r(t) [I + r^T(t) p(t) r(t)]^{-1} r^T(t) p(t) \quad (I.48)$$

Le gain de correction peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} k(t+1) &= M^{-1}(t+1) r(t) \\ k(t+1) &= p(t+1) r(t) \end{aligned} \quad (I.49)$$

$$k(t+1) = p(t) r(t) \left[1 - \frac{r^T(t) p(t) r(t)}{1 + r^T(t) p(t) r(t)} \right]$$

L'algorithme des moindres carrés récursifs se décompose comme suit :

En supposant connus : $\hat{p}(t)$, $p(t)$ et $r(t)$.

1) Le gain de correction :

$$k(t+1) = \frac{p(t) r(t)}{1 + r^T(t) p(t) r(t)} \quad (I.50)$$

2) L'actualisation de p :

$$P(t+1) = p(t) - k(t+1) r^T(t) p(t) \quad (I.51)$$

3) La prédiction de la sortie :

$$\hat{y}(t+1) = r^T(t) \hat{p}(t) \quad (I.52)$$

4) L'actualisation :

$$\hat{p}(t+1) = \hat{p}(t) + k(t+1) [y(t+1) - \hat{y}(t+1)] \quad (I.53)$$

A cause des problèmes numériques, $P(t)$ peut devenir singulière et elle le restera. Pour échapper à ce problème, on peut lui ajouter $\varepsilon \cdot I$, où ε est un nombre positif petit, ou exploiter le fait que $P(t)$ est symétrique et définie positive pour le calculer sous forme factorisée.

I.9.3. Factorisation U.D

L'algorithme de factorisation de Bierman [16] utilise une décomposition de Cholesky normalisée.

$$P(t) = U(t) D(t) U^T(t) \quad (I.54)$$

où $U(t)$ est une matrice triangulaire supérieure dont les éléments diagonaux sont à 1 et $D(t)$ est une matrice diagonale.

En remplaçant les équations (I.54) et (I.50) dans (I.51), $p(t)$ se calcule comme suit :

$$P(t) = U(t-1) D(t-1) U^T(t-1) - \frac{U(t-1) D(t-1) U^T(t-1) r(t) r^T(t) U(t-1) D(t-1) U^T(t-1)}{1 + r^T(t) U(t-1) D(t-1) U^T(t-1) r(t)}$$

Si

$$f(t) = U^T(t+1) r(t) \quad (I.55)$$

$$g(t) = D(t-1) f(t) \quad (I.56)$$

$$\beta(t) = 1 + r^T(t) p(t-1) r(t)$$

$$\beta(t) = 1 + f^T(t) g(t) \quad (I.57)$$

alors, $p(t)$ peut s'écrire :

$$P(t) = U(t-1) \cdot \left[D(t-1) - \frac{g(t) g^T(t)}{\beta(t)} \right] U^T(t-1) \quad (I.58)$$

Si le terme entre crochets peut être factorisé :

$$D(t-1) - \frac{g(t) g^T(t)}{\beta(t)} = \bar{U}(t) \bar{D}(t) \bar{U}^T(t) \quad (I.59)$$

alors :

$$U(t) = U(t-1) \bar{U}(t)$$

$$D(t) = \bar{D}(t)$$

et le vecteur gain est :

$$k(t) = \frac{U(t-1) D(t-1) U^T(t-1)}{\beta(t)}$$

$$k(t) = \frac{U(t-1) g(t)}{\beta(t)} \quad (I.60)$$

Lorsque les paramètres p varient lentement, une technique simple consiste à donner dans le critère quadratique un poids pour oublier les mesures trop anciennes, qui risquent de fausser l'estimation. Ce qui revient à multiplier l'influence du passé par un facteur λ , appelé facteur d'oubli.

Soit :

$$M(t+1) = \lambda M(t) - r(t)r^T(t) \quad (I.61)$$

$$v(t+1) = \lambda v(t) + r(t)r^T(t) \quad (I.62)$$

$$k(t+1) = \frac{p(t)r(t)}{\lambda + r^T(t)p(t)r(t)} \quad (I.63)$$

$$p(t+1) = \frac{1}{\lambda} [p(t) - k(t+1) r^T(t)p(t)] \quad (I.64)$$

$$\hat{y}(t+1) = r^T(t) \hat{p}(t) \quad (I.65)$$

$$\hat{p}(t+1) = \hat{p}(t) + k(t+1) [y(t+1) - \hat{y}(t+1)] \quad (I.66)$$

Si $\lambda < 1$ et $r(t) = 0$ alors $p(t+1) = \frac{p(t)}{\lambda} > p(t)$.

Si cette situation se prolonge, il y aurait un risque d'explosion. Pour éviter ce problème, on utilise un facteur d'oubli $\lambda(t)$ qui assure que la trace de $p(t+1)$ reste inférieure à une borne fixée ou bien maintenir la trace de $p(t+1)$ à une valeur constante.

I.9.4. Moindres carrés étendus

L'estimateur des moindres carrés étendus est obtenu si le processus est ARMAX décrit par :

$$A(q^{-1}). y(t+1) = B(q^{-1}). u(t+1) + C(q^{-1}) \varepsilon(t+1) \quad (I.67)$$

avec :

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na}$$

$$B(q^{-1}) = 1 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc}$$

et $\varepsilon(t)$ sont des variables aléatoires, l'équation (I.67) s'écrit :

$$y(t+1) = r^T(t) p + \varepsilon(t+1) \quad (I.68)$$

où $r^T(t)$ est le vecteur régresseur.

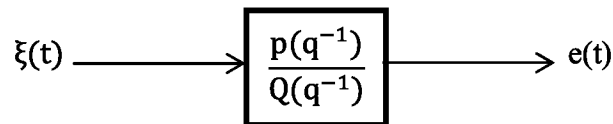
Il faut donc connaître p pour déterminer les valeurs passées de la sortie, de l'entrée et de l'innovation ε . A l'instant t , les innovations passées sont remplacées par les erreurs de prédiction constatées aux instants précédents. En suite la méthode des moindres carrés récursifs est appliquée.

I.9.5. Moindres carrés généralisés

Soit le modèle régi par l'équation (I.2) où le bruit $b(t)$ est quelconque. Ce bruit est modélisé par :

$$b(t) = A(q^{-1}) e(t) \quad (I.69)$$

Où $e(t)$ est un bruit quelconque. Ce bruit peut être modélisé par la figure suivante :



où $\xi(t)$ est un bruit blanc et :

$$Q(q^{-1}) e(t) = p(q^{-1}) \xi(t) \quad (I.70)$$

En utilisant (I.69), on aura :

$$b(t) = A(q^{-1}) \frac{p(q^{-1})}{Q(q^{-1})} \xi(t) \quad (I.71)$$

Qui s'écrit sous la forme :

$$\xi(t) = F(q^{-1}) b(t) \quad (I.72)$$

où :

$$F(q^{-1}) = \frac{Q(q^{-1})}{A(q^{-1}) p(q^{-1})} \quad (I.73)$$

$$F(q^{-1}) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{nf} q^{-nf}$$

Si la structure utilisée est ARX, on multiplie les deux membres de l'équation de récurrence par $F(q^{-1})$ et on remplace $b(t)$ par les équations (I.71) et (I.73), on aura :

$$A(q^{-1}) F(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) F(q^{-1}) u(t) + \xi(t) \quad (I.75)$$

$$A(q^{-1}) y^*(t) = B(q^{-1}) u^*(t) + \xi(t) \quad (I.76)$$

Le passage de (I.75) à (I.76) signifie que les données sont filtrées à travers $F(q^{-1})$. La méthode des moindres carrés s'applique sur le modèle (I.76) où les erreurs de prédiction sont blanches, donc l'estimateur sera non biaisé. Le problème consiste à déterminer ce filtre. L'expression

(I.72) s'écrit sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} b(N) \\ b(N-1) \\ \vdots \\ b(q+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b(N-1) & \dots & -b(N-q) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -b(q) & \dots & -b(1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi(N) \\ \vdots \\ \xi(q+1) \end{bmatrix} \quad (I.77)$$

où :
$$e = R_e f + \xi \quad (I.78)$$

On reconnaît là un modèle de la forme (I-27), dont l'estimation des moindres carrés est :

$$f = (R_e^T R_e)^{-1} R_e^T e \quad (I.79)$$

L'algorithme des moindres carrés généralisés se décompose comme suit :

L'estimateur des moindres carrés :

$$\hat{p} = (R^T R)^{-1} R^T y \quad (I.80)$$

L'erreur de prédiction :

$$\hat{e} = y - R \hat{p} \quad (I.81)$$

Le filtre basé sur $\hat{e}$:

$$f = (R_e^T R_e)^{-1} R_e^T \hat{e} \quad (I.82)$$

Le filtrage des données :

$$\begin{aligned} y^*(t) &= y(t) + f_1 y(t-1) + \dots + f_q y(t-q) \\ u^*(t) &= u(t) + f_1 u(t-1) + \dots + f_q u(t-q) \end{aligned} \quad (I.83)$$

$y^*(t)$, $u^*(t)$ sont considérés comme les données d'un nouveau problème et on repasse à la première étape.

I.9.6. Méthode des variables instrumentales

Il a été mis en évidence que l'estimateur des moindres carrés (récurifs) fournissait des estimées asymptotiquement biaisées en présence de perturbation non blanches. Différentes solutions ont été développées durant ces cinquante dernières années pour résoudre ce problème [17]. Parmi celles-ci, la méthode de la variable instrumentale a connu une attention particulière puisqu'elle peut être facilement considérée comme une simple modification des moindres carrés. Elle fut introduite par Reiersol en 1941 pour résoudre certains problèmes d'économie [18].

Toutes les techniques basées sur l'utilisation de la variable instrumentale exploitent la propriété suivante :

Les signaux déterministes présentent des séquences de corrélation temporelle infinies tandis que les signaux stochastiques possèdent des séquences de corrélation temporelle bornées. En conséquence, les composantes de bruit au sein de la matrice d'intercorrélation formée à partir du vecteur de régression à l'instant « t » et d'une version retardée de ce dernier sont réduites de manière significative à condition, bien sûr, que le signal et le bruit soient statistiquement indépendants et que le retard au sein du vecteur de régression décalé soit supérieur à la longueur de corrélation du bruit. L'idée générale des méthodes de la variable instrumentale consiste donc à créer un nouveau vecteur de régression ξ qui soit fortement corrélé avec les données non perturbées mais non corrélé avec le bruit. La méthode des variables instrumentales permet de supprimer le biais de la méthode des moindres carrés sans nécessiter d'hypothèse particulière sur la nature du bruit [19].

I.10. Conclusion

Nous avons, dans ce chapitre, présenté les éléments de l'identification et les modèles dynamiques, et le principe de l'estimation paramétrique en définissant l'algorithme d'adaptation, on a mis l'accent sur deux types d'algorithme très utilisés soient l'algorithme du gradient ainsi que l'algorithme des moindres carrés.

Dans un deuxième temps, on a présenté les méthodes des moindres carrés en précisant les différentes structures utilisées. Les méthodes d'optimisation se comptent par centaines. Les résultats obtenus dépendent de la manière dont les programmes sont rédigés et du soin apporté à la résolution des problèmes numériques qui peuvent se poser.

Le choix d'une structure de modèles adéquate n'est pas une science exacte. Il implique des décisions plus ou moins arbitraires mais aux conséquences importantes. En effet, on pourra au mieux trouver le meilleur modèle possible dans la classe ainsi définie. Si cette classe ne convient pas, les traitements de données ultérieurs ne pourront pas aboutir à un modèle satisfaisant. Il ne faut donc pas considérer la caractérisation comme une étape initiale, à effectuer une fois pour toutes, mais comme un choix temporaire, destiné à être mis en question. Une fois la caractérisation (ou choix de la structure de modèles) effectuée, il s'agit de déterminer le meilleur modèle possible dans la classe ainsi définie selon un critère choisi $J(p)$. Le choix du critère doit être justifié compte tenu du but fixé à la modélisation.

CHAPITRE

II

Identification en boucle fermée

II.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de présenter un panorama des méthodes d'identification en boucle fermée. Une attention particulière est portée aux techniques basées sur l'approche par erreur de sortie, où la structure bouclée est indispensable au fonctionnement du système. Cette méthodologie s'appuie sur l'approche indirecte et les algorithmes du type erreur de sortie.

La modélisation et l'identification sont en automatique des disciplines fondamentales et indispensables, qui précèdent toutes les opérations de simulation, d'observation, d'établissement d'une loi de commande ou de surveillance d'un système. Cette double étape de modélisation et d'identification dépend par ailleurs fortement du système et de l'application considérée. Si l'utilisateur veut simuler le comportement dynamique du système et en même temps tester l'influence de certains paramètres caractéristiques, l'approche par modèle discret est insuffisante et il est nécessaire d'utiliser une représentation à temps continu par équation différentielle plus proche de la nature physique du système. En outre, dans un objectif de surveillance, il est certain que la modélisation à temps continu est préférable, surtout lorsque l'utilisateur souhaite effectuer un diagnostic de l'état du système à partir de l'estimation de paramètres représentatifs de son fonctionnement sain ou en défaut.

L'identification des systèmes a longtemps été envisagée dans le cadre de la boucle ouverte. Pourtant, de nombreux systèmes sont contraints de fonctionner en boucle fermée. Souvent, il n'est pas possible de conduire des expérimentations en boucle ouverte sur des procédés industriels, soit pour des raisons de production, soit pour des problèmes d'instabilité. Dans ce cas, il est possible, sous certaines conditions, d'identifier ces systèmes à partir des signaux acquis en boucle fermée.

Cette technique présente plusieurs avantages, comme par exemple la maîtrise du signal (d'entrée et / ou de sortie) lors des campagnes de mesures, ou encore le maintien du processus autour d'un point de fonctionnement. Son principal inconvénient réside dans la corrélation induite par le bouclage entre les perturbations de sortie et les signaux de commande.

Le travail présenté dans ce chapitre concerne l'analyse de techniques d'identification des systèmes en boucle fermée. Nous nous intéressons plus particulièrement à l'identification directe des systèmes continus par erreur de sortie.

II.2 Identification en boucle ouverte

II.2.1 Introduction

Dans le contexte de notre travail, on va essentiellement s'intéresser à l'identification des systèmes à l'aide de modèles à représentation continue. Deux catégories d'algorithmes sont utilisables, que l'on classe suivant la nature des résidus en erreur d'équation ou en erreur de sortie.

Les algorithmes à erreur d'équation ne sont utilisables en pratique qu'avec des modèles du type équation différentielle à coefficients constants. Pour de tels modèles, de nombreuses techniques [20] ont été imaginées afin d'exprimer la sortie du système linéairement par rapport à ses paramètres (L.P.). Cette propriété de linéarité permet alors d'utiliser la méthode des moindres carrés dont l'intérêt essentiel est de fournir une expression analytique de l'estimée des paramètres [21].

Malheureusement, on démontre que pour tout modèle L.P. dont le régresser dépend directement (ou indirectement par filtrage) des valeurs de la sortie, les résidus sont du type erreur d'équation et en conséquence l'estimateur est biaisé. Une solution à l'élimination de ce biais est d'utiliser une technique de variable instrumentale à modèle parallèle simulé [22], mais cela complique bien sûr l'algorithme, et la convergence peut dans certains cas poser problème.

Enfin, comme en général les machines électriques ne se ramènent pas à des équations différentielles à coefficients constants mais plutôt à des systèmes différentiels non linéaires, on comprendra que cette méthodologie d'identification ne soit pas vraiment adaptée au problème envisagé. Cette partie va donc être dédiée à la présentation de la deuxième catégorie d'algorithmes, du type erreur de sortie, aussi appelés méthode du modèle, selon un vocabulaire introduit par J. Richalet [23].

II.2.2 Algorithme d'identification du type erreur de sortie

Comme on vient de le rappeler, ces algorithmes sont connus sous l'appellation générique de méthode du modèle [24]. Ils se caractérisent fondamentalement par la simulation de la sortie à partir de la seule connaissance de l'excitation et du modèle (et de ses paramètres). Grâce à cette procédure, la sortie simulée est indépendante de la perturbation affectant le

système, s'il n'y a pas de bouclage [25], [26], [27] ; en conséquence, les résidus sont l'image de cette perturbation, d'où l'appellation d'erreur de sortie. Par contre, cette simulation complique le problème de minimisation du critère qui nécessite l'utilisation de techniques d'optimisation non linéaire. La méthodologie générale mise en œuvre, peut être symbolisée par la figure II.1.

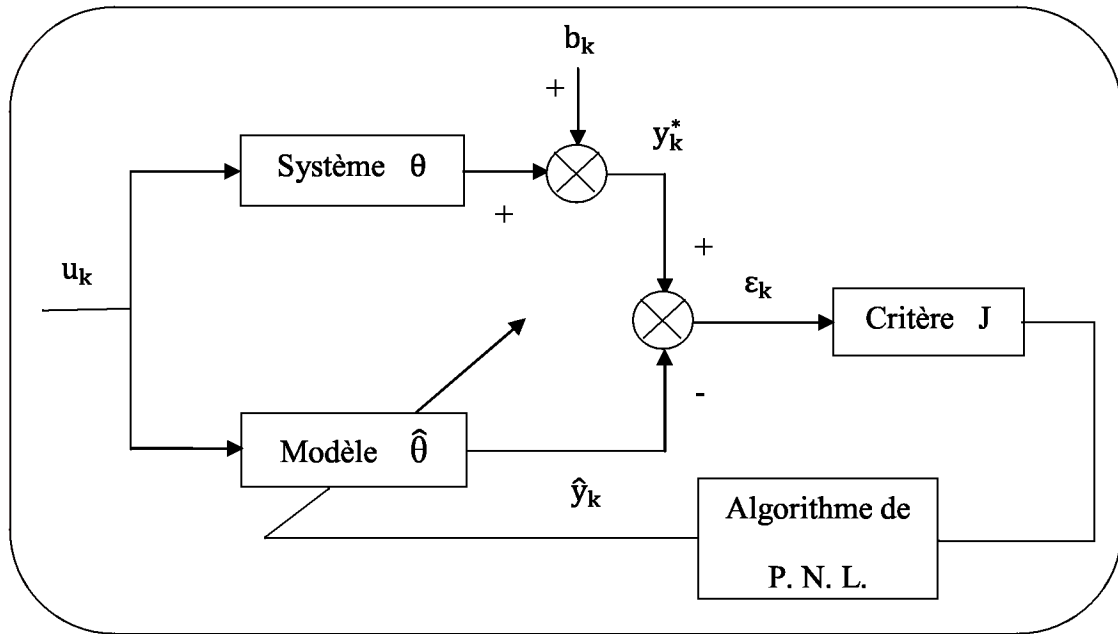


FIG. II.1. Principe des méthodes à erreur de sortie

Considérons un système décrit par le modèle d'état général d'ordre n décrivant la réponse $y(t)$ à l'excitation $u(t)$, dépendant du vecteur paramètres θ :

$$\begin{cases} \dot{x} = g(x, \theta, u) \\ y = f(x, \theta, u) \end{cases} \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} \dim(x) = n \\ \dim(\theta) = N \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

où $y(t)$ et $u(t)$ sont considérés monodimensionnels uniquement pour simplifier la présentation. On remarquera qu'aucune hypothèse de linéarité n'est nécessaire: g et f sont des lois issues d'un raisonnement physique, qui en général ne sont pas linéaires. On fera cependant l'hypothèse que le système est identifiable [28].

Considérons par ailleurs un ensemble de K données expérimentales $\{u_k, y_k^*\}$, acquises avec la période d'échantillonnage T_e , telle que $t = kT_e$; le problème de l'identification est alors d'estimer le modèle qui explique au mieux ces données, Donc de déterminer la valeur des paramètres du vecteur θ .

Soit $\hat{\theta}$ une estimation de θ . Alors grâce à l'excitation $u(t)$, connue aux instants d'échantillonnage u_k , on obtient une simulation $\hat{y}_k$ de la sortie, soit :

$$\begin{cases} \hat{x} = g(\hat{x}, \hat{\theta}, u) \\ \hat{y} = f(\hat{x}, \hat{\theta}, u) \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

On définit alors l'erreur de prédiction (résidu) notée ε_k entre la sortie réelle y_k^* et la sortie simulée $\hat{y}_k$.

$$\varepsilon_k = y_k^* - \hat{y}(u_k, \hat{\theta}) \quad (\text{II.3})$$

avec :

$y_k^* = y_k + b_k$: mesure de la sortie y_k , perturbée par un bruit b_k .

y_k : valeur exacte de la sortie.

b_k : perturbation aléatoire.

ε_k : résidu.

La valeur optimale de θ est obtenue par minimisation du critère quadratique J :

$$J = \sum_{k=1}^K \varepsilon_k^2 = \sum_{k=1}^K (y_k^* - \hat{y}_k(u_k, \hat{\theta}))^2 \quad (\text{II.4})$$

II.2.3 Estimation paramétrique avec information a priori

Les méthodes à erreur de sortie reposent sur la définition d'un modèle paramétrique, fonction d'un certain nombre de paramètres auxquels on peut attribuer une signification plus ou moins physique, que l'on compare au système. Pour converger, ces algorithmes nécessitent :

- une entrée persistante afin d'exciter toutes les dynamiques du système.
- une bonne initialisation pour accélérer la convergence.

Cependant, on pourrait croire que l'on utilise une bonne initialisation comme information a priori pour accélérer la convergence auprès de l'optimum principal : en fait, l'algorithme d'optimisation ne conserve aucune trace de cette information initiale ! Au mieux, on évite de converger vers des optimums secondaires. De plus, et malgré toutes les précautions numériques, ces algorithmes peuvent dans certaines situations fournir des estimations aberrantes [29], [30].

Il faut chercher la cause de ces anomalies dans le mécanisme d'optimisation : en effet, celui-ci cherche le jeu de paramètres qui permet au modèle retenu d'approcher au mieux les données, sans contrainte physique. Il s'agit fondamentalement d'un problème de

sensibilisation paramétrique : bien que théoriquement identifiables, les paramètres concernés sont quasiment non identifiables et on peut constater des phénomènes de compensation.

Le réflexe traditionnel devant un tel problème est de proposer d'enrichir l'excitation [21], [31] : toutefois, dans de nombreuses situations, cette excitation optimale peut s'avérer irréaliste en pratique (voire dangereuse pour le procédé) ou tout simplement violer les conditions de validité du modèle. Une solution proposée consiste à introduire explicitement la connaissance physique afin qu'elle se substitue pour partie à l'excitation insuffisante ou qu'elle contribue à enrichir l'excitation.

II.2.3.1 Introduction de l'information a priori

La modélisation des systèmes sous forme continue permet de se référer à des paramètres possédant une interprétation physique. De ce fait, l'utilisateur possède en général un ordre de grandeur du vecteur des paramètres accessible par une expérimentation élémentaire. Il est donc judicieux d'introduire cette connaissance à priori pour mieux sensibiliser l'identification et obtenir ainsi une estimation réaliste des paramètres.

Pour cela, il est nécessaire d'adjoindre cette information à priori de manière explicite dans le critère quadratique [32], [26], en adaptant les pondérations entre information expérimentale et connaissance à priori. On définit donc un critère composite prenant en compte une connaissance initiale θ_0 (pondérée par sa matrice de covariance) et le critère J (pondéré par la variance de la perturbation de sortie) :

$$J_c = \underbrace{(\hat{\theta} - \theta_0)^T M_0^{-1} (\hat{\theta} - \theta_0)}_{J_0} + \underbrace{\frac{1}{\sigma_b^2} \sum_{k=1}^K (y_k^* - \hat{y}_k(\hat{\theta}, u))^2}_{J^*} \quad (\text{II.5})$$

où :

θ_0 : connaissance a priori de θ .

M_0 : matrice de covariance de θ_0 .

σ_b^2 : variance de la perturbation de sortie.

Le terme quadratique J^* représente le critère conventionnel, porteur de l'information expérimentale. Par contre, J_0 est un deuxième critère quadratique qui introduit une contrainte " élastique " dans la minimisation du critère global J_c ; en effet, il interdit à $\hat{\theta}$ de trop s'éloigner de θ_0 , avec une " force de rappel " dépendant de $(\hat{\theta} - \theta_0)$.

II.2.3.2 Algorithme d'optimisation non linéaire

Comme la sortie n'est pas linéaire en $\hat{\theta}$, la minimisation de ce critère s'effectue par une méthode de Programmation Non Linéaire (P.N.L.) [24]. Ainsi, la valeur optimale du vecteur paramètre notée θ_{opt} est obtenue par un algorithme d'optimisation itératif [33]. L'algorithme de Marquardt [34] offre un bon compromis entre robustesse et rapidité de convergence. Les paramètres à estimer sont réactualisés selon la loi :

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i - \{ [J''_{\theta\theta} + \lambda I]^{-1} \cdot J'_{\theta} \}_{\hat{\theta}=\hat{\theta}_i} \quad (II.6)$$

Les algorithmes d'erreur de sortie différente surtout par la façon de gérer l'optimisation. Pour notre part, nous avons opté pour le calcul du gradient par les fonctions de sensibilité paramétrique. On prend donc :

- $J'_{c_{\theta}} = 2 \left[M_0^{-1} (\hat{\theta} - \theta_0) - \frac{1}{\sigma_b^2} \sum_{k=1}^K \varepsilon_k \sigma_k \right]$: gradient du critère.
- $J''_{c_{\theta\theta}} \approx 2 \left[M_0^{-1} + \frac{1}{\sigma_b^2} \sum_{k=1}^K \sigma_k \sigma_k^T \right]$: pseudo – hessien du critère.
- λ : paramètre de réglage.
- $\sigma_{k,\theta_i} = \frac{\partial \hat{y}_k}{\partial \theta_i}$: fonction de sensibilité paramétrique.

II.2.3.3 Mise en œuvre

La mise en œuvre de cette méthodologie suppose la maîtrise de deux types d'informations :

- l'information a priori $\{\theta_0, M_0\}$: celle-ci peut résulter soit d'une estimation globale précédente, soit d'estimations spécifiques et incomplètes. Dans ce dernier cas, le plus réaliste, la matrice M_0 est au mieux diagonale.
- la variance σ_b^2 de la perturbation : elle joue un rôle essentiel dans la pondération entre J_0 et J : une faible valeur donne trop de poids aux données expérimentales, alors qu'une forte valeur les discrédite au profit de θ_0 .

II.2.3.3.1 Choix de l'information a priori

Un choix judicieux des paramètres (θ_0 et M_0) permet de régulariser le problème du manque d'excitation lorsque la matrice d'information est proche de la singularité synonyme d'une excitation pauvre. Lorsqu'on dispose d'une connaissance au préalable, disponible soit par une expérimentation élémentaire ou par des données constructeur, il serait judicieux de construire notre information à priori à partir de cette base.

Cependant, il est indispensable de prendre quelques précautions quant à l'utilisation de ces données issues généralement d'une expérimentation en régime stationnaire, éventuellement non compatible avec le domaine de validité du modèle choisi. En pratique, il est préférable de construire l'information à priori en partie par la connaissance physique et par des estimations préalables. Plusieurs acquisitions de données correspondant à différents modes de fonctionnement sont donc nécessaires. En effet, afin de construire les intervalles d'incertitude, il faut envisager l'ensemble des situations susceptibles de faire varier les paramètres (changement normal dans l'état du procédé). Voir pour plus d'informations [35].

II.2.3.3.2 Choix de la variance de la perturbation de sortie

Dans le cas d'une perturbation indépendante et stationnaire, les algorithmes à erreur de sortie fournissent une estimation de la variance σ_b^2 selon la relation [21] :

$$\hat{\sigma}_b^2 = \frac{J_{\text{opt}}}{K-N} \quad (\text{II.7})$$

où :

J_{opt} est la valeur du critère expérimental J pour $\hat{\theta} = \theta_{\text{opt}}$.

K est le nombre de points de mesure.

N est le nombre de paramètres.

Il est important de noter que cette valeur ne constitue en aucun cas une information fiable sur la variance du bruit de sortie. En effet, il est rare que la perturbation vérifie les hypothèses simplificatrices précédentes. En général, elle peut être corrélée, mais surtout non stationnaire. Par ailleurs, s'ajoute au terme aléatoire une composante déterministe représentant les erreurs de modélisation. Cependant, cette valeur peut être utilisée comme indicateur de cohérence entre information initiale et connaissance à priori. Ainsi, lorsque σ_b^2 , θ_0 et M_0 sont des informations sûres, $\hat{\sigma}_b^2$ permet de tester si l'information expérimentale est compatible avec la connaissance du système : une valeur de $\hat{\sigma}_b^2$ nettement supérieure à σ_b^2 peut correspondre à une non stationnarité du système se manifestant par une modification de son modèle, et se traduisant dans J_c par une augmentation de l'erreur de modélisation, donc de $\hat{\sigma}_b^2$. Pour sa part, $\hat{\sigma}_b^2$ peut nécessiter d'être ajusté grâce à une nouvelle passe de l'algorithme d'identification. Concrètement, on part d'une valeur à priori représentant approximativement la variance de la perturbation stochastique; lorsque θ_c est obtenu, on recalcule $\hat{\sigma}_b^2$ grâce à $J(\theta_c)$. Si $\hat{\sigma}_b^2$ est très différent de sa valeur initiale, on réitère une nouvelle estimation de θ_c jusqu'à convergence du processus.

II.2.4 Conclusion

Les techniques à erreur de sortie possèdent l'avantage fondamental d'une applicabilité quasi-universelle, que ce soit vis-à-vis des types de systèmes ou des domaines d'application. En particulier, en association avec la connaissance à priori, ces méthodes constituent un outil puissant d'identification dépassant largement le cadre de l'automatique, pour l'accès à la connaissance physique, comme cela a été illustré par les exemples d'applications au génie électrique.

Rappelons toutefois que la connaissance à priori ne saurait se substituer à l'indigence de l'excitation. L'utilisateur doit toujours au préalable planifier son expérimentation, c'est-à-dire optimiser l'excitation compte-tenu de contraintes technologiques afin d'enrichir le contenu informationnel de ses données expérimentales ou de simulation. C'est lorsque cette optimisation a été réalisée que peut alors valablement intervenir le complément dû à l'information à priori. Enfin, une attention particulière doit être portée à cette connaissance initiale, autant à sa véracité qu'à sa précision, afin de ne pas induire en erreur l'algorithme d'optimisation.

II.3 Un panorama des méthodes d'identification en boucle fermée

Dans le contexte de l'identification en boucle fermée, un grand nombre de méthodes ont été proposées dans les deux dernières décennies. On peut citer les travaux de Landau [21], De [36] ou différentes techniques d'identification utilisables en boucle ouverte et en boucle fermée sont proposées. Afin de simplifier la présentation des résultats, on se place dans un cas monovarié ; les méthodes s'appliquent généralement au cas des systèmes multivariés.

II.3.1 Problématique de l'identification en boucle fermée

Le problème typique de l'identification en boucle fermée réside dans la corrélation entre les bruits de sortie et le signal de commande, du fait de la boucle fermée. Un autre problème causé par des données recueillies en boucle fermée est qu'elles comportent généralement moins d'information que celles recueillies en boucle ouverte. En effet, un objectif important de la commande est de minimiser la sensibilité du système bouclé aux perturbations, ce qui rend le problème d'identification plus délicat à traiter [37].

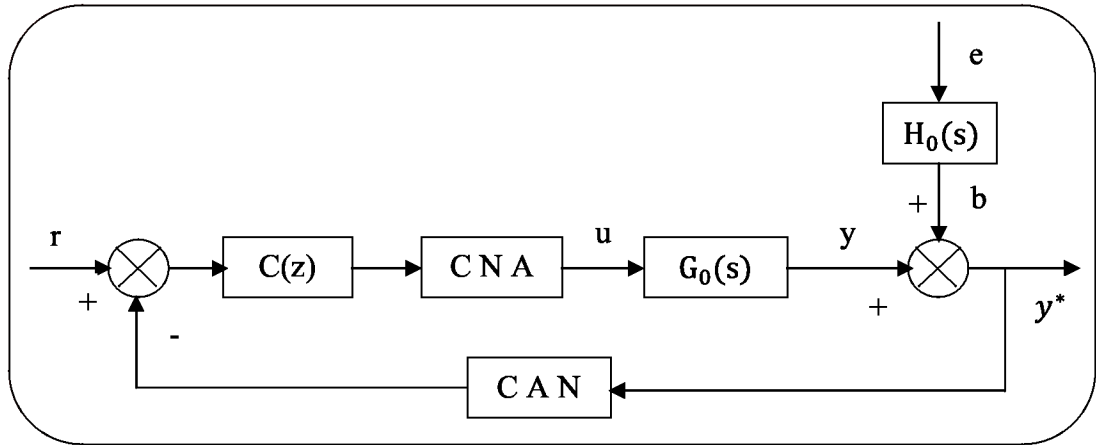


FIG. II.2. Système bouclé

On se place dans le cadre d'un processus bouclé de commande numérique représenté par la figure II.2. Les données d'entrée /sortie du processus sont décrites par les relations suivantes :

$$y(s)^* = G_0(s)u(s) + H_0(s)e(s) \quad (\text{II.8})$$

$$u(q^{-1}) = C(q^{-1})[r(q^{-1}) - y(q^{-1})] \quad (\text{II.9})$$

où G_0 représente le processus réel à identifier, et $C(z)$ le correcteur. Le vecteur de sortie est noté y^* , et le vecteur d'entrée u .

L'expression $b(s) = H_0(s)e(s)$ modélise les perturbations : e est une suite de variables aléatoires indépendantes, identiquement distribuées à moyenne nulle (bruit blanc), $H_0(s)$ est un filtre linéaire invariant stable et normalisé (processus générateur).

Le terme $b(s)$ regroupe les bruits de mesure, les perturbations agissant sur le système ainsi que les erreurs de modélisation. De plus, contrairement au cas boucle ouverte, l'entrée $u(s)$ et les perturbations $e(s)$ sont corrélées, du fait de la présence de la boucle fermée. Le signal r_k peut représenter un signal d'excitation ou une consigne.

L'étude réalisée dans ce manuscrit a été développée sous l'hypothèse fondamentale : r est un signal quasi-stationnaire indépendant des perturbations e [21]. L'excitation appliquée au système est persistante, d'ordre suffisant. La procédure d'identification vise à déterminer une estimation du processus $G_0(s)$. Dans certains cas, on va voir qu'il peut être intéressant de déterminer également une estimation du correcteur $C(z)$.

II.3.2 L'approche directe

II.3.2.1 Principe

Dans le cas de l'identification directe, les données u_k , y_k recueillies en boucle fermée sont traitées de la même manière qu'en boucle ouverte (figure II.3). Ainsi, la présence de la boucle fermée n'est pas prise en compte. A priori, cette méthode ne pose pas de véritable problème pratique d'utilisation et elle est donc couramment utilisée.

Cependant, comme on ignore la présence du correcteur, on se retrouve avec une entrée $u(s)$ corrélée avec la perturbation de sortie $b(s)$: l'estimation est donc asymptotiquement biaisée. Il s'agit donc là de l'inconvénient essentiel de l'approche directe et qui a motivé la mise au point d'algorithmes prenant en compte explicitement la présence de la boucle fermée.

II.3.2.2 Biais de l'approche directe en boucle fermée

Lorsque le système fonctionne en boucle fermée, la perturbation b_k est nécessairement corrélée avec la commande u_k par l'intermédiaire du correcteur (ou de l'algorithme de commande). Alors, les fonctions de sensibilité σ_k calculées à partir de l'excitation u_k se trouvent corrélées avec la perturbation b_k , c'est-à-dire que l'estimation θ_{opt} est asymptotiquement biaisée. Ce biais n'est vraiment très important que lorsque le rapport signal sur bruit est très faible. On pourra donc le négliger en première approximation.

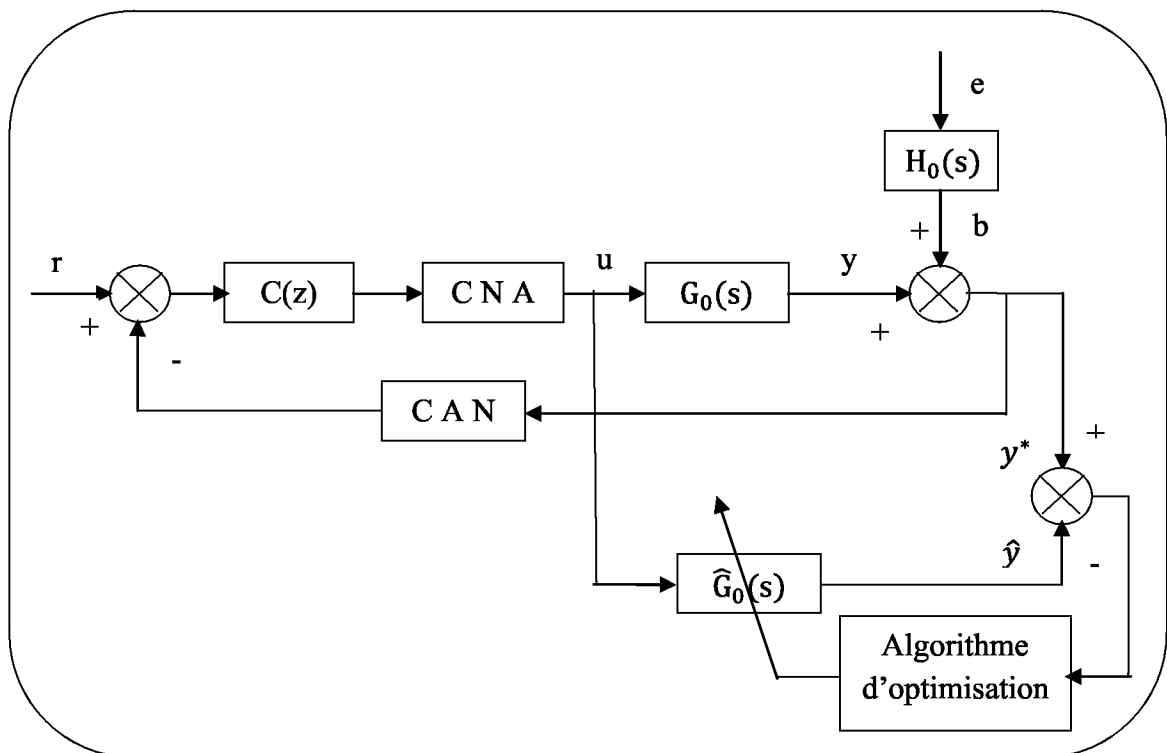


FIG. II.3. Principe de l'identification directe en boucle fermée

Cependant, des algorithmes d'identification par erreur de sortie en boucle fermée ont été proposés ; ils permettent une parfaite réjection de ce biais asymptotique, mais au prix d'une plus grande complexité de la procédure d'identification [25]. Une analyse montre que si b_k est un bruit blanc, à cause du retard inhérent à la boucle fermée numérique, les fonctions de sensibilité ne sont pas corrélées avec le bruit blanc, soit : $E \{ \sigma_{k,\theta_i}, b_k \} = 0$. Par contre, si b_k est un bruit corrélé, un biais apparaît dont la valeur dépend du processus générateur de ce bruit.

Le seul inconvénient est donc la nécessité d'avoir un bon modèle du bruit pour une bonne estimation des paramètres (absence de biais). On choisira généralement d'utiliser des modèles de type ARX ou ARMAX avec cette approche. Cette méthode donne de bons résultats, et doit donc être choisie en premier, (voir Annexe A1).

II.3.3 L'approche simultanée

A l'origine de cette méthode d'identification en boucle fermée, ni la mesure du signal d'excitation r_k , ni le correcteur $C(z)$ ne sont supposés connus [36]. En revanche, on suppose que r_k est un processus stochastique stationnaire qui peut être représenté par :

$$r_k = K_0(q^{-1})w_k \quad (\text{II.10})$$

avec $K_0(z)$ une fonction de transfert normalisée, rationnelle et stable, et w_k une suite de variables aléatoires indépendantes, identiquement distribuées, à moyenne nulle.

On se place dans le cas où le correcteur et le système sont discrets. Ainsi, le système bouclé peut être décrit par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} u_k \\ y_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0(q^{-1})K_0(q^{-1}) & -S_0(q^{-1})C(q^{-1})K_0(q^{-1}) \\ S_0(q^{-1})G_0(q^{-1})K_0(q^{-1}) & S_0(q^{-1})H_0(q^{-1}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_k \\ e_k \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

avec

$$S_0(q^{-1}) = [1 + C(q^{-1})G_0(q^{-1})]^{-1} \text{ la fonction de sensibilité} \quad (\text{II.12})$$

où $[w_k e_k]^T$ sont des bruits blancs. Cette méthode consiste à estimer un modèle sans mesure du vecteur d'entrée, c'est à dire à estimer un modèle de bruit multivariable. Cette approche est dite simultanée (ou approche entrée-sortie commune) car elle consiste à utiliser conjointement les signaux u_k et y_k comme sortie d'un modèle multivariable. Une estimation de ce modèle peut être obtenue en utilisant une méthode d'identification fondée sur la minimisation d'une fonction de l'erreur de prédiction. La seconde étape consiste à revenir aux estimations de $G_0(q^{-1})$, $H_0(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ et $K_0(q^{-1})$, où $C(q^{-1})$ représente le correcteur présent

dans la boucle lors des expérimentations (le correcteur étant inconnu, il doit être estimé).

Depuis son développement [36], cette approche a évolué et a été modifiée : le signal d'excitation est désormais supposé mesuré et il est utilisé comme entrée connue du système. Plusieurs méthodes d'identification en boucle fermée ont été développées dans le cadre de l'approche simultanée. Pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à [22].

II.3.4 L'approche indirecte

II.3.4.1 Principe

Considérons le système en boucle fermée de la figure II.4

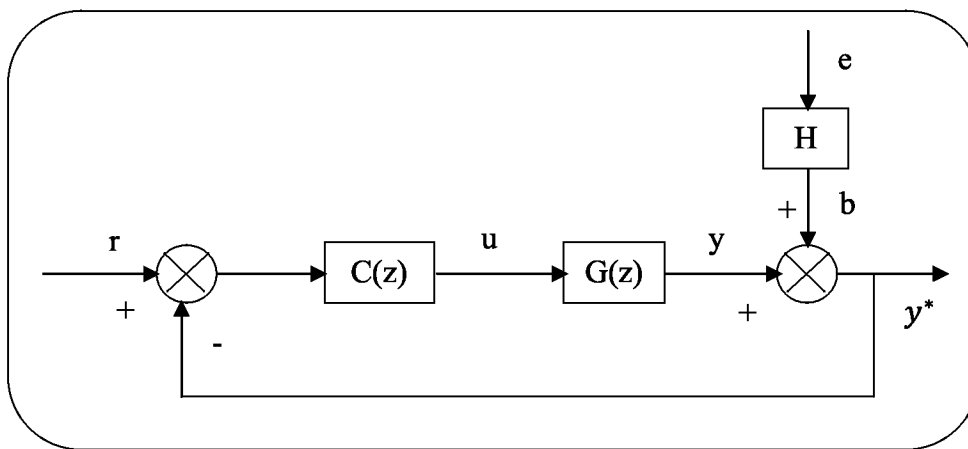


Fig. II.4. Système bouclé

Cette méthode ne nécessite pas la mesure de signaux à l'intérieur de la boucle de régulation. Ainsi, l'estimation est fondée sur les mesures de y_k^* et r_k . L'approche indirecte se décompose en deux parties :

1) Identifier la fonction de transfert en boucle fermée entre r_k et y_k^* par une méthode d'identification à erreur de sortie. On obtient une estimation non biaisée $\hat{G}_{BF}(z)$, indépendante du modèle de bruit b .

2) Déterminer les paramètres du processus $G(z)$ (boucle ouverte), à partir du modèle obtenu dans l'étape précédente et en utilisant la connaissance du correcteur $C(z)$. Ainsi, on peut trouver un estimateur non biaisé de $G(z)$ en utilisant la relation suivante :

$$\hat{G}(z) = \frac{\hat{G}_{BF}(z)}{C(z)[1 - \hat{G}_{BF}(z)]} \quad (II.13)$$

L'entrée r_k utilisée lors de la première étape de l'identification est décorrélée des perturbations b_k , ce qui constitue un problème d'identification en boucle ouverte. Le système à identifier lors de cette première étape est décrit par l'équation (II.14).

$$y_k^* = \underbrace{\frac{C(q^{-1})G(q^{-1})}{1+C(q^{-1})G(q^{-1})}}_{G_{BF}(q^{-1})} r_k + \underbrace{\frac{1}{1+C(q^{-1})G(q^{-1})}}_{w_k} b_k \quad (\text{II.14})$$

où w_k est le bruit équivalent de sortie en boucle fermée.

Dans la deuxième étape, le retour aux estimés de $G(z)$ est réalisé par résolution d'un système d'équations. Cette idée de base correspond au principe fondamental des approches indirectes. Les techniques correspondantes diffèrent dans la façon dont l'estimation $\hat{G}(z)$ est effectivement obtenue.

Le principal problème engendré par cette méthode réside dans la construction du modèle de la boucle ouverte basée sur l'estimation de la boucle fermée. Lors du calcul de la relation (II.10), on se trouve dans la situation où le nombre de paramètres identifiés de la boucle fermée est supérieur à celui du système en boucle ouverte.

La suite de cette section est consacrée à la présentation de certaines méthodes développées dans le cas d'une identification de systèmes bouclés par approche indirecte. Ces méthodes ont été proposées afin de remédier à certains des problèmes énoncés précédemment. On s'intéresse tout particulièrement aux méthodes associées à une paramétrisation appropriée. Ces méthodes consistent à paramétrer la fonction de transfert en boucle fermée afin d'estimer en une seule étape les paramètres du processus à partir des signaux r_k et y_k .

II.3.4.2 Méthodes associées à une paramétrisation appropriée

Les méthodes C.L.O.E. proposées par Landau, les méthodes Tailor Made paramétrisation proposées par Van Den Hof, Von Denkelaar, De Bruyne et Anderson et les méthodes à erreur de sortie basées sur une décomposition de la boucle fermée proposées par Trigeassou, Poinot et Grospeud sont toutes issues du même principe, c'est-à-dire de l'identification de type O.E.(Output Error). Ces techniques sont globalement équivalentes en dépit de leurs particularités de représentation [38].

II.3.4.2.1 Méthode C.L.O.E.

I. Landau et A. Karimi [25] ont proposé une méthode d'identification en ligne des systèmes bouclés. Cette version récursive a été développée sous l'acronyme C.L.O.E. (Closed-Loop Output Error) et utilise des algorithmes d'adaptation paramétrique.

Considérons le système bouclé décrit par la (figure II.4). Alors on peut définir :

$S(q^{-1}) = \frac{1}{1 + C(q^{-1})G(q^{-1})}$ la fonction de sensibilité et $T(q^{-1}) = 1 - S(q^{-1})$ la fonction de sensibilité complémentaire. En boucle fermée, cette méthode consiste à utiliser l'équation de sortie du système de commande.

$$y_k^* = T(q^{-1}) \cdot r_k + S(q^{-1}) \cdot H(q^{-1}) \cdot e_k \quad (\text{II.15})$$

Le prédictor associé est fourni par :

$$\hat{y}_k = T(q^{-1}) \cdot r_k \quad (\text{II.16})$$

On pose alors le modèle $\hat{G}(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}$, d'où :

$$\begin{aligned} \hat{y}_k &= [T(q^{-1}) \cdot (1 - A(q^{-1})) + C(q^{-1}) \cdot S(q^{-1}) \cdot B(q^{-1})] \cdot r_k \\ &= (1 - A(q^{-1})) \cdot \hat{y}_k + B(q^{-1}) \cdot u_{r_k} \\ &= \phi_k \cdot \theta^T \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

avec

$$\phi_k = [-\hat{y}_{k-1} \quad \cdots \quad -\hat{y}_{k-n_a} \quad u_{r_k} \quad \cdots \quad u_{r_{k-n_b}}] \quad (\text{II.18})$$

où le signal u_{r_k} est construit à partir du signal de référence r_k selon

$$u_{r_k} = C(q^{-1}) \cdot S_{\theta_{k-1}}(q^{-1}) \cdot r_k \quad (\text{II.19})$$

Ainsi, à partir de $\hat{y}_k = \phi_k \cdot \theta^T$, un algorithme récursif peut être utilisé. L'identification est réalisée à partir de l'erreur de prédiction

$$\varepsilon_k = y_k - \hat{y}_k$$

Plusieurs variantes de cet algorithme sont proposées ; parmi elles on peut citer la méthode F-C.L.O.E. (Filtred C.L.O.E.), la méthode AF-C.L.O.E. (Adaptative Filtred C.L.O.E.) et la méthode X-C.L.O.E. (eXtended C.L.O.E.). Une analyse des propriétés de ces méthodes peut être trouvée dans [38] [25].

II.3.4.2.2 Méthode Tailor-Made Paramétrisation

Cette méthode permet d'identifier les paramètres du processus, à partir des signaux mesurés r_k et y_k^* et de la connaissance du correcteur. La configuration particulière de la structure bouclée est utilisée pour paramétrer de façon appropriée la fonction de transfert du système bouclé. Cette caractéristique permet d'identifier en une seule étape un modèle du processus. Cependant, comme elle nécessite la mesure de r_k et la connaissance de $C(z)$, elle est classée dans les approches indirectes. Cette méthode a été développée par E. Van Donkelaar et P. Van den Hof [39].

Dans cette méthode, on utilise l'approche O.E. pour identifier globalement la boucle fermée. En considérant les structures $C(z) = \frac{R(z)}{S(z)}$ et $\hat{G}(z) = \frac{\hat{B}(z)}{\hat{A}(z)}$ alors on peut écrire :

$$\begin{aligned}\hat{y}(z) &= \frac{C(z)\hat{G}(z)}{1+C(z)\hat{G}(z)} r(z) \\ &= \frac{R(z)\hat{B}(z)}{S(z)\hat{A}(z)+R(z)\hat{B}(z)} r(z)\end{aligned}\quad (II.20)$$

Le point fort de cette approche est dans le calcul des dérivées notées $y'(\theta)$ qui sont les fonctions de sensibilité paramétrique. Un autre avantage de cette méthode de calcul est qu'elle permet une généralisation au cas non linéaire. Le calcul du gradient et du hessien, nécessaires à la minimisation du critère quadratique par Programmation Non Linéaire, est obtenu à partir des fonctions de sensibilité paramétriques premières et secondaires ($y'(\theta)$ et $y''(\theta)$).

II.3.4.3 Conclusion

Les approches C.L.O.E. et Tailor Made Parametrization sont basées sur un algorithme du type erreur de sortie. Elles ne diffèrent en pratique que dans le mode de traitement (récursif ou hors-ligne) [38]. Ces algorithmes O.E. conduisent tous aux mêmes fonctions de sensibilité σ ou ϕ . Ces deux méthodes sont aussi équivalentes à la méthode d'identification O.E. basée sur une décomposition de la boucle fermée [40], elles ne diffèrent en pratique que dans la formulation des modèles (transfert ou modèle d'état).

Par la suite, nous ne nous intéressons qu'à la méthode d'identification O.E. basée sur une décomposition de la boucle fermée que nous allons présenter dans la section suivante. Cette approche offre l'intérêt fondamental de sa généralité.

II.4 Méthode d'identification O.E. basée sur une décomposition de la boucle fermée

II.4.1 Principe

O. Grospeaud, T.Poinot et J-C. Trigeassou [26] ont proposé une méthodologie générale pour l'identification hors ligne en boucle fermée à partir d'une technique à erreur de sortie. Elle s'applique aussi bien aux systèmes à temps discret que continu. De plus, grâce à une décomposition des équations de la boucle fermée, elle s'applique aussi bien aux systèmes linéaires que non linéaires [38]. La méthode proposée est équivalente à Tailor Made Parametrization. La différence réside dans le traitement de la boucle fermée : par fonction de transfert avec Tailor Made Parametrization, par représentation d'état (dans notre cas.)

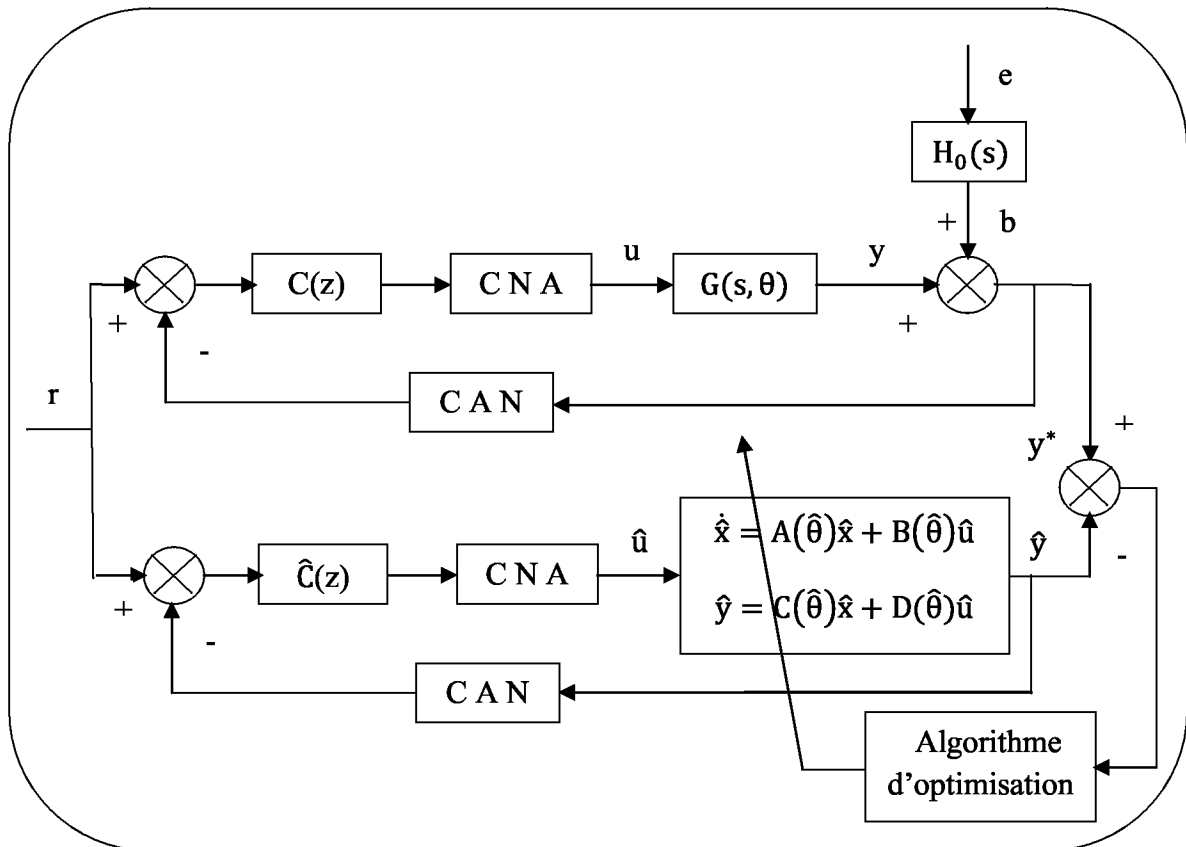


Fig. II.5. Principe de l'identification indirecte en boucle fermée

Cette technique peut s'appliquer à un système à temps continu $G(s)$, piloté par un correcteur continu $C(s)$. En fait, il s'agit d'un problème académique, car les systèmes continus tels que $G(s)$, sont à présent pilotés par un correcteur numérique $C(z)$: il devient alors difficile d'envisager une représentation d'état globale, conciliant temps continu pour $G(s)$ et temps discret pour $C(z)$. C'est pour cette raison, que la méthode proposée permet d'envisager cette

situation comme le montre la figure II.5, et qui par ailleurs s'applique à des boucles fermées non linéaires. Cette technique d'identification indirecte repose sur la connaissance du correcteur (figure II.5 (ainsi que la majorité des autres approches)). Cette hypothèse crée une véritable contrainte inadaptée à la réalité industrielle. On peut s'affranchir de cette contrainte en identifiant le correcteur par une technique de surparamétrisation [40].

Cette approche ne nécessite pas la mesure des signaux à l'intérieur de la boucle de régulation. Elle consiste à considérer un signal d'entrée $\hat{u}_k$ reconstruit (voir figure II.5) à partir de la connaissance ou de l'estimation du correcteur [41]. Le modèle du processus est alors obtenu par l'estimation du transfert entre la sortie y^*_k et l'entrée reconstruite $\hat{u}_k$.

II.5. Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté différentes méthodes d'identification en boucle fermée pour les systèmes discrets et continus. Les méthodes présentées ont été classées selon trois approches suivant leurs hypothèses d'utilisation :

- L'approche directe : le correcteur est ignoré, la nature bouclée du système n'est pas explicitement prise en compte et les signaux d'entrée /sortie u et y sont utilisés pour identifier directement le processus.
- L'approche simultanée : le correcteur est supposé inconnu, mais la structure bouclée du système est connue. L'entrée u et la sortie y sont considérées comme les sorties d'un système multivariable ayant pour entrées la consigne r et le bruit b . La méthode consiste à estimer directement les paramètres de processus à l'aide de l'utilisation simultanée de ces signaux.
- L'approche indirecte est fondée sur la connaissance du correcteur présent dans la boucle ainsi que sur les mesures du signal d'excitation r et de la sortie y .

En résumé, l'approche directe est celle à choisir pour une première identification d'un processus en boucle fermée. Elle permet d'obtenir une première information sur le comportement global du processus. En revanche, il semble pertinent de compléter cette première identification par l'utilisation d'une des deux autres approches. Elles ont l'avantage de prendre en compte toutes les informations disponibles sur le système bouclé, soit par l'utilisation de tous les signaux intervenant dans la boucle (r , u et y) pour l'approche simultanée, soit par l'intermédiaire du correcteur pour l'approche indirecte.

CHAPITRE

III

Identification par la méthode de sous-espaces

III.1 Introduction

Les méthodes d'identification des sous-espaces ont suscité beaucoup d'intérêt ces dernières années [42], [43], [44], [45] et [46]. Basées sur des outils de l'algèbre linéaire, elles utilisent notamment les projections matricielles. Une propriété intéressante de ces méthodes est leur simplicité. En effet, elles ne font pas appel aux algorithmes d'optimisation non linéaires.

La représentation d'état utilisée dans ces méthodes permet en outre d'aborder de manière simple et avec élégance le problème d'identification des systèmes linéaires MIMO.

La plupart des méthodes d'identification des sous-espaces passent par une étape d'estimation de la matrice d'observabilité étendue et/ou de la matrice des séquences d'état ; nous les appellerons "méthodes classiques" des sous-espaces. Ces méthodes comportent deux étapes :

- ❖ la première est la détermination de la matrice d'observabilité étendue et/ou de la matrice des séquences d'état,
- ❖ la deuxième étape est la détermination d'une réalisation du système soit à partir des matrices d'entrée, de sortie et de la matrice des séquences d'état estimée, soit à partir de la matrice d'observabilité étendue et de la matrice de Toeplitz inférieure, laquelle contient les paramètres de Markov.

Les récents travaux de Qin et de Ljung [47] ont montré que les paramètres estimés dans les méthodes classiques des sous-espaces comportent une grande variance due à l'estimation des paramètres connus. Ces paramètres connus correspondent aux contributions des entrées non causales ; bien évidemment ces contributions sont nulles. L'introduction des paramètres de Markov permet d'avoir une paramétrisation parcimonieuse ce qui évite l'utilisation des entrées non causales dans l'estimation. De plus, comme l'état résulte des entrées et des sorties, il semble normal d'utiliser directement les réponses impulsionnelles (ou paramètres de Markov) plutôt que de passer par un état intermédiaire, d'autant que la plupart des méthodes classiques utilisent ces paramètres de Markov pour estimer certaines matrices du système [42]. Ainsi, de nouvelles méthodes d'identification des sous-espaces basées sur les paramètres de Markov ont vu le jour [47], [48]. On s'intéressera dans ce chapitre uniquement à l'identification des systèmes linéaires discrets avec la méthode des sous-espaces.

Ce chapitre commence par une présentation générale des méthodes classiques des sous-espaces, présentation qui sera basée sur les travaux de Van Overschee et Bart de Moor [49], [42]. Ces méthodes déterminent à partir des mesures des entrées et des sorties la matrice d'observabilité étendue et/ou la matrice des séquences d'état. L'ordre et une réalisation du système sont ensuite déterminés à partir de ces matrices.

L'objectif de ce mémoire consiste à présenter et développer des algorithmes d'identification récursive des sous-espaces. Il semble donc essentiel de proposer, dans un premier temps, une synthèse des méthodes hors ligne des sous-espaces. Les techniques regroupées sous l'acronyme MOESP peuvent être considérées comme le point de départ de tout algorithme récursif des sous espaces. Une présentation des principales méthodes composant cette famille de techniques est donc exposée au sein de ce chapitre. Les fondements mathématiques et géométriques, les caractéristiques théoriques et les principales propriétés asymptotiques de cette classe de méthodes d'identification sont plus particulièrement commentés; deux variables instrumentales ont été proposées aux algorithmes PI/PO MOESP afin d'estimer, de manière consistante, une base de la matrice d'observabilité du système dans un contexte stochastique. Leur introduction au sein de factorisations QR particulières a ainsi permis de supprimer l'effet des perturbations tout en éliminant l'influence du régime forcé.

Ce chapitre commence par la définition des outils mathématiques utilisés dans l'ensemble du document.

III.2 Les outils mathématiques

Les notations et les outils mathématiques utilisés dans les méthodes des sous-espaces présentées dans cette thèse sont définis dans ce paragraphe.

Le pseudo-inverse de Moore-Penrose d'une matrice N sera noté par :

$$N^{(\diamond)} \quad (III.1)$$

On définit l'opérateur Π_N qui projette l'espace des lignes d'une matrice (on suppose que les matrices utilisées sont de dimensions appropriées) sur l'espace des lignes d'une matrice N par :

$$\Pi_N = N^T (NN^T)^{(\diamond)} N \quad (III.2)$$

La projection de l'espace des lignes d'une matrice M sur l'espace des lignes d'une matrice N sera représentée par l'une ou l'autre des notations suivantes :

$$M\Pi_N = MN^T (NN^T)^{(\diamond)} N \quad (III.3)$$

L'opérateur mathématique $\Pi_N \perp$ qui projette l'espace des lignes d'une matrice sur l'espace orthogonal à l'espace des lignes d'une matrice N est donné par :

$$\Pi_N \perp = (I - \Pi_N) \quad (III.4)$$

La projection oblique de l'espace des lignes d'une matrice P sur l'espace des lignes d'une matrice N parallèlement à l'espace des lignes d'une matrice L est donnée par :

$$P_{/L}N = P\Pi_{L\perp} (N\Pi_{L\perp})^{(\diamond)} N \quad (III.5)$$

$$\text{Si } N \text{ est une matrice, son estimation sera notée par } \hat{N} \quad (III.6)$$

$$\text{L'espérance mathématique de la matrice } N \text{ est notée par } E[N] \quad (III.7)$$

Si on dispose d'un grand nombre j ($j \rightarrow \infty$) de données ergodiques n_k et m_k alors l'espérance mathématique de $n_k m_k^T$ peut-être évaluée par :

$$E_j[n_k m_k^T] = \lim_{j \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{j} \sum_{s=1}^j n_s m_s^T \right) \quad (III.8)$$

III.3 Méthodes classiques des sous-espaces

Une formulation générale des méthodes classiques des sous-espaces est présentée dans cette Section. Les auteurs Van Overschee et Bart De Moor ont démontré que les méthodes N4SID (Numerical algorithm for Subspace State Space System IDentification) [51] [52], MOESP (Multivariable Output Error State sPace) [53], CVA (Canonical Variate Analysis) [54] [51], 4SID (subspace state system identification) basique et IV-4SID [55] peuvent s'interpréter dans une formulation unique avec le choix de deux matrices de pondération différentes. Ces méthodes, basées uniquement sur les mesures des entrées et sorties, établissent une relation matricielle ex- primant les sorties en fonction de l'état et des entrées. Puis l'influence des entrées est annulée par une projection, et la matrice d'observabilité étendue et/ou la matrice des séquences d'états sont déterminées. Van Overschee et Bart De Moor ont démontré que la matrice des séquences d'état déterminée dans les méthodes N4SID, MOESP, CVA, 4SID basique et IV-4SID sont les mêmes mais exprimées dans des bases différentes déterminées par deux matrices de pondération.

Deux méthodes d'estimation des paramètres du système sont couramment utilisées :

- La première détermine une réalisation du système à partir des matrices des séquences d'état,
- La seconde obtient cette réalisation en deux étapes en utilisant en premier la matrice d'observabilité étendue puis la matrice de Toeplitz contenant les paramètres de Markov du système. Cette section présente la formulation du problème d'identification traité par les méthodes classiques des sous-espaces, suivie de la définition des matrices du système. Ensuite, les relations matricielles sur lesquelles se basent ces méthodes classiques sont présentées. La détermination de la matrice des séquences d'état et de la matrice d'observabilité étendue par la formulation unifiée proposée par Van Overschee et Bart De Moor est ensuite proposée. Finalement, les méthodes permettant la détermination d'une réalisation du système sont exposées.

III.4 Problématique

Au cours des deux dernières décennies, de nombreux auteurs [73],[57],[58] ont proposé plusieurs algorithmes d'identification alternatifs aux techniques traditionnelles d'erreur de prédiction et de maximum de vraisemblance [72] : les méthodes des sous-espaces. Contrairement aux techniques « classiques » d'identification, les méthodes des sous-espaces ne nécessitent aucun algorithme d'optimisation non linéaire. Elles s'inspirent de la théorie de

la réalisation [61] et ont pour objectif de fournir un modèle d'état discret, linéaire et invariant du système étudié. Ce modèle est estimé directement à partir des données d'entrée-sortie acquises, sans calcul préalable d'une représentation externe du procédé, en ajustant un ou plusieurs sous-espaces vectoriels aux mesures d'entrée et de sortie. Plus précisément, le problème d'identification traité par les techniques d'identification des sous-espaces consiste à estimer les matrices d'état déterministes A , B , C et D du modèle à temps discret du procédé dans le contexte stochastique suivant [57] :

$$x(t+1) = Ax(t) + B\tilde{u}(t) + w(t) \quad (\text{III.9})$$

$$\tilde{y}(t) = Cx(t) + D\tilde{u}(t) \quad (\text{III.10})$$

Où $\tilde{u}(t) \in \mathbb{R}^{n_u \times 1}$ et $\tilde{y}(t) \in \mathbb{R}^{n_y \times 1}$ sont respectivement les vecteurs des entrées et des sorties non perturbées, $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x \times 1}$ le vecteur d'état et $w(t) \in \mathbb{R}^{n_x \times 1}$ le bruit d'état. Ces signaux sont supposés être des réalisations (de longueur finie) de variables ergodiques et stochastiques [57]. Les vecteurs de mesure d'entrée et de sortie sont caractérisés de la façon suivante :

$$u(t) = \tilde{u}(t) + v(t) \quad (\text{III.11})$$

$$y(t) = \tilde{y}(t) + v(t) \quad (\text{III.12})$$

avec $v(t) \in \mathbb{R}^{n_u \times 1}$ et $v(t) \in \mathbb{R}^{n_y \times 1}$ des bruits de mesure. La figure III.1 illustre l'influence de ces perturbations sur le système. Les trois bruits considérés sont supposés être trois vecteurs de bruit blanc statistiquement indépendants des entrées passées non bruitées $\tilde{u}$.

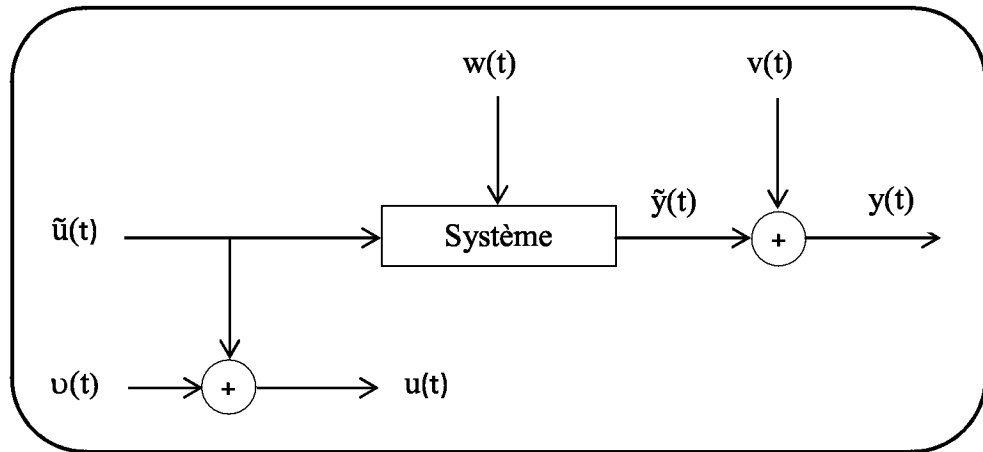


Figure III.1. Représentation du système étudié.

Nous supposons que les bruits v , v et w sont indépendants de la séquence d'entrée $\tilde{u}$, que les bruits de mesure v et v sont indépendants du vecteur x et que le bruit de procédé $w(t)$ est indépendant de l'état initial. Nous faisons également l'hypothèse que le système est asymptotiquement stable à non minimum de phase.

De nombreux algorithmes (CVA [74], N4SID [59], Ordinary MOESP [57], PI MOESP [65], PO MOESP [62], PO EIV MOESP [66]. . .) ont été développés pour estimer, de manière consistante, les matrices du modèle d'état (III.9) et (III.10) dans le contexte stochastique défini précédemment. Chacun d'eux considère des hypothèses particulières sur les propriétés des entrées et des perturbations agissant sur le système. Les techniques regroupées sous l'acronyme MOESP sont plus particulièrement détaillées au sein de ce chapitre.

Ce choix est réalisé en corrélation avec l'objectif de ce mémoire: développer de nouvelles méthodes récursives d'identification des sous-espaces. En effet, ces dernières s'inspirent principalement de la démarche suivie par les algorithmes MOESP, à savoir :

- estimer la matrice d'observabilité du système de manière consistante ;
- estimer les matrices d'état du système à partir de l'estimée précédente et des données d'entrée-sortie, sans estimation du vecteur d'état.

Le plan d'étude de ce chapitre est le suivant : après une brève description des techniques originelles des sous-espaces fondées sur la théorie de la réalisation, une présentation détaillée des algorithmes MOESP est proposée au sein de la section III.6.

III.5 Bref historique

Historiquement, les méthodes « modernes » (nommée directes dans la suite de ce manuscrit) d'identification des sous-espaces reposent sur l'amélioration de techniques d'estimation fondées sur la théorie de la réalisation. Ces dernières, référencées ici comme méthodes indirectes, ont pour objectif de fournir une représentation d'état minimale du système à temps discret :

$$x(t+1) = A x(t) + B u(t) \quad (III.13)$$

$$y(t) = C x(t) + D u(t) \quad (III.14)$$

connaissant une représentation externe particulière du procédé : un ensemble de réponses impulsionnelles $\{\bar{h}(t)\}$ sur un horizon donné [61],[67]. Considérons donc que nous ayons accès

à $i+j-1$ matrices $\bar{H} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$ (ou paramètres de Markov) composées de réponses impulsionnelles du système telles que :

$$\bar{H}(t) = \begin{bmatrix} \bar{h}_{11}(t) & \bar{h}_{12}(t) & \cdots & \bar{h}_{1n_u}(t) \\ \bar{h}_{21}(t) & \bar{h}_{22}(t) & \cdots & \bar{h}_{2n_u}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{h}_{n_y1}(t) & \bar{h}_{n_y2}(t) & \cdots & \bar{h}_{n_y n_u}(t) \end{bmatrix} \quad (III.15)$$

où $\bar{h}_{k\ell}(t)$ est le t^e échantillon de la réponse impulsionnelle entre la k^e sortie et la ℓ^e entrée. Il est alors possible de construire la matrice de Hankel suivante [63] :

$$H_{i,j} = \begin{bmatrix} \bar{H}(1) & \bar{H}(2) & \cdots & \bar{H}(j) \\ \bar{H}(2) & \bar{H}(3) & \cdots & \bar{H}(j+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{H}(i) & \bar{H}(i+1) & \cdots & \bar{H}(i+j-1) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u} \quad (\text{III.16})$$

pour laquelle :

$$\bar{H}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ D & \text{si } t = 0, \\ CA^{t-1}B & \text{si } t > 0, \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Les méthodes indirectes des sous-espaces sont alors basées sur la propriété suivante [61] :

$$\hat{H}_{i,j} = \Gamma_i \mathcal{U}_j, \quad (\text{III.18})$$

factorisation matricielle correspondant au produit des matrices d'observabilité et de commandabilité étendues du procédé :

$$\Gamma_i = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_x} \quad (\text{III.19})$$

$$\mathcal{U}_j = [B \quad AB \quad \cdots \quad A^{j-1}B] \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u} \quad (\text{III.20})$$

Cette écriture permet ainsi de déterminer l'ordre du système puisque, pour toute réalisation d'état minimale [61] :

$$\text{rang}(H_{i,j}) = n_x. \quad (\text{III.21})$$

De plus, en supposant que nous ayons accès à un couple d'estimées $\{\hat{\Gamma}_i, \hat{\mathcal{U}}_j\}$ tel que :

$$H_{i,j} = \hat{\Gamma}_i \hat{\mathcal{U}}_j. \quad (\text{III.22})$$

il est aisé d'estimer les matrices B, C et D en remarquant que [68] :

$$H(0) = D, \quad (\text{III.23})$$

B = les n_u premières colonnes de $\mathcal{U}_j$,

C = les n_y premières lignes de Γ_i .

L'estimation de A est quant à elle réalisée en utilisant la propriété d'A-invariance de Γ_i [69] :

$$\Gamma_i^\downarrow = \Gamma_i^\uparrow A \quad (\text{III.24})$$

où:

$$\Gamma_i^\uparrow = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{i-2} \end{bmatrix} = \Gamma_i(1:n_y(i-1), :) \quad \text{et} \quad \Gamma_i^\downarrow = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix} = \Gamma_i(n_y+1:n_y i, :) \quad (\text{III.25})$$

La matrice d'état est alors accessible en résolvant :

$$\hat{A} = \{\Gamma_i^\uparrow\}^\diamond \Gamma_i^\downarrow \quad (\text{III.26})$$

où $\{\Gamma_i^\uparrow\}^\diamond$ est la pseudo inverse de Moore Penrose [70] de $\Gamma_i^\uparrow$. Cette estimation est légitime puisque, si la représentation est minimale, la matrice $\Gamma_i^\uparrow$ est non singulière. Cette méthode d'identification nécessite de choisir les indices i et j tels que :

$$i > n_x \text{ et } j > n_x \quad (\text{III.27})$$

puisque, dans le cas contraire, l'estimation de l'ordre, et par conséquent des matrices Γ_i et $\bar{U}_j$, ne peut qu'échouer. Il est donc fondamental de surdimensionner la matrice de Hankel (III.16). Or, puisque les données d'entrée-sortie sont mesurées, la matrice de Hankel contient des réponses impulsionnelles bruitées. Le fait d'introduire des données bruitées dans une matrice surdimensionnée a pour conséquence d'augmenter le rang de la matrice ainsi construite. Il est alors nécessaire d'associer à l'estimation des matrices Γ_i et $\bar{U}_j$ une étape de réduction de rang.

Pour résoudre ce problème de compression de données, deux auteurs [68],[69] ont successivement proposé d'appliquer à $H_{i,j}$ un outil mathématique particulier : la décomposition en valeurs singulières (DVS) [70] :

$$H_{i,j} = \bar{U} \bar{\Sigma} \bar{V}^T = [\bar{U}_s \quad \bar{U}_b] \begin{bmatrix} \bar{\Sigma}_s & 0 \\ 0 & \bar{\Sigma}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_s^T \\ \bar{V}_b^T \end{bmatrix} \quad (\text{III.28})$$

pour laquelle $\bar{U}_s$ et $\bar{V}_s$ sont les vecteurs singuliers gauche et droit correspondant aux n_x plus grandes valeurs singulières $\bar{\Sigma}_s$ de $\bar{\Sigma}$. $\bar{U}_b$ et $\bar{V}_b$ sont les vecteurs singuliers gauche et droit correspondant aux valeurs singulières complémentaires $\bar{\Sigma}_b$. Le produit matriciel $\bar{U}_s \bar{\Sigma}_s \bar{V}_s^T$ sera nommé par la suite « sous-espace signal », l'espace orthogonal $\bar{U}_b \bar{\Sigma}_b \bar{V}_b^T$ « sous-espace bruit ». Il est évident que ce dernier est vide en l'absence de bruit puisque $\bar{\Sigma}_b = 0$. La décomposition suivante est alors considérée :

$$\hat{\Gamma}_i = \bar{U}_s \bar{\Sigma}_s^{1/2} \quad (\text{III.29})$$

$$\hat{\bar{U}}_j = \bar{\Sigma}_s^{1/2} \bar{V}_s^T \quad (\text{III.30})$$

Les matrices d'état du système sont, comme précédemment, extraites à partir de ces estimées (équ. (III.23) et (III.24).

Ces techniques, efficaces théoriquement, présentent le sévère désavantage de nécessiter de connaître a priori les paramètres de Markov du procédé. Or, obtenir des mesures ou des estimées fiables des réponses impulsionnelles d'un système n'est pas simple pratiquement. Même si quelques auteurs ont développé des solutions ingénieuses pour estimer les paramètres de Markov à partir de représentations ou d'analyses particulières [71],[72], un important progrès fut réalisé lorsque d'autres tentèrent d'estimer directement une représentation d'état du système à partir des mesures d'entrée-sortie, sans requérir une représentation externe. Trois familles d'algorithmes se distinguent parmi les méthodes directes des sous-espaces :

- « Canonical Variate Analysis » (CVA) ou « Canonical Correlation Analysis » (CCA) [73, 74].
- « Numerical algorithm for SubSpace State Space IDentification » (N4SID) [75],[59],[60] .
- « Multivariable Output Error State sPace » (MOESP) [56], [65], [62].

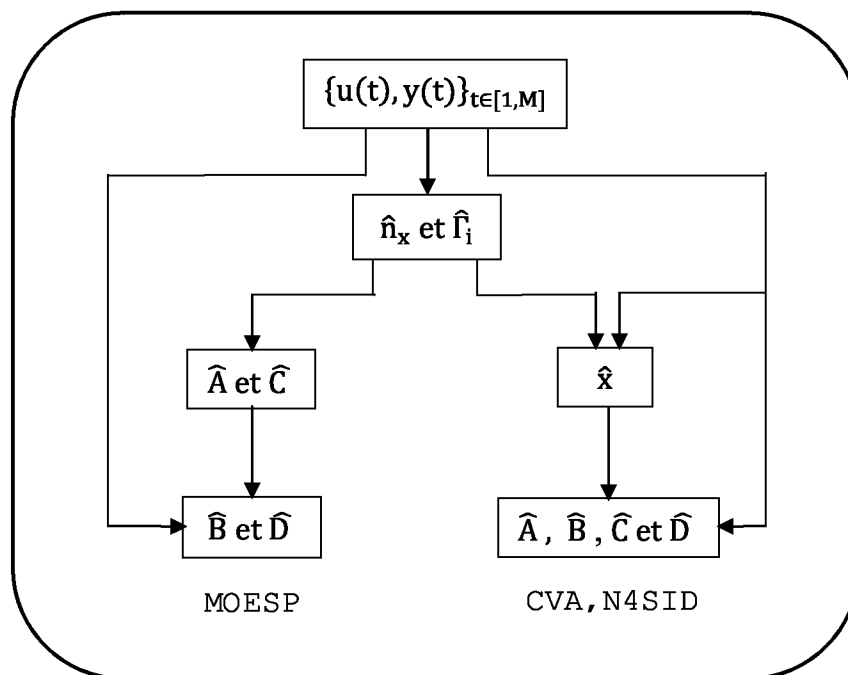


Figure III.2. Etapes d'identification des méthodes directes des sous-espaces.

Elles recherchent toutes trois à estimer un espace ligne ou colonne particulier en ajustant ce sous-espace aux données d'entrée-sortie à l'aide d'outils mathématiques robustes et de constatations géométriques simples. Elles se divisent en deux classes [76] (fig.III.2) :

Les algorithmes MOESP recherchent une estimée consistante de la matrice d'observabilité étendue du système à partir des données d'entrée-sortie mesurées. Les matrices d'état du système sont alors extraites en deux temps, en utilisant la propriété d'A-invariance de la matrice d'observabilité étendue pour A et C puis une régression linéaire classique pour B et D [62],[65],[71].

CVA et N4SID cherchent également à estimer la matrice d'observabilité étendue du procédé mais y ajoute une phase d'estimation de l'état du système à l'aide, respectivement, d'une analyse de corrélation [73],[74] et d'une projection oblique [59],[60]. En ajoutant cette étape d'estimation, l'obtention des matrices d'état est alors plus aisément réalisée que dans le cas précédent puisque celles-ci sont calculées à partir du système surdimensionné suivant :

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(t+1) & \cdots & \hat{x}(t+M) \\ y(t) & \cdots & y(t+M-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(t) & \cdots & \hat{x}(t+M-1) \\ u(t) & \cdots & u(t+M-1) \end{bmatrix} \quad (\text{III.31})$$

construit en réinjectant les estimées du vecteur d'état au sein de la représentation (III.9) et (III.10). Les matrices $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$ et $\hat{D}$ sont ainsi obtenues en une seule phase à l'aide d'un critère quadratique minimisable via, par exemple, les moindres carrés [60],[72].

Dans la suite de cette section, nous nous intéressons plus particulièrement aux algorithmes MOESP. Ce choix se justifie par le fait que les méthodes récursives des sous-espaces présentées dans les deux prochains chapitres ne cherchent en aucun cas à estimer le vecteur d'état mais adoptent la démarche proposée par M. Verhaegen : estimer uniquement la matrice d'observabilité étendue puis extraire, en deux temps, les matrices d'état du procédé.

III.6 MIMO Output Error State Space model identification

Les algorithmes d'identification MOESP ont pour principal objectif d'estimer, de manière consistante, la partie déterministe du modèle du système étudié dans un contexte stochastique, estimer les matrices A, B, C, et D du modèle sachant que le système peut être perturbé par des bruits d'état w et de mesure v en entrée et v en sortie du procédé (fig. III.1).

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (\text{III.32a})$$

$$\tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\tilde{\mathbf{u}}(t) \quad (\text{III.32b})$$

$$\mathbf{u}(t) = \tilde{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (\text{III.32c})$$

$$\mathbf{y}(t) = \tilde{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (\text{III.32d})$$

La classe d'identification MOESP a comme caractéristique [62] d'être décomposable en deux étapes successives :

- 1) une compression des matrices de Hankel d'entrée et de sortie à l'aide d'un ensemble de transformations orthogonales aboutissant à l'extraction de matrices particulières.
- 2) l'application d'une décomposition en valeurs singulières à certaines matrices de la factorisation précédente conduisant à une estimation consistante de la matrice d'observabilité étendue.

Les algorithmes MOESP diffèrent selon les hypothèses fixées sur les propriétés des entrées et des perturbations. Ainsi :

- Ordinary MOESP suppose que les bruits d'état $\mathbf{w}$ et de mesure $\mathbf{v}$ sont nuls et que le bruit de sortie $\mathbf{v}$ est un bruit blanc gaussien (BB) de moyenne nulle et de variance finie indépendante de l'entrée non bruitée $\tilde{\mathbf{u}}$.
- Past Input (PI) MOESP permet de traiter deux types de système :
 - * les systèmes soumis à un bruit de sortie $\mathbf{v}$ coloré (BC) de variance finie, les bruits d'état $\mathbf{w}$ et de mesure $\mathbf{v}$ étant nuls,
 - * les systèmes à bruit d'état nul perturbés par un bruit de sortie $\mathbf{v}$ coloré (BC) de variance finie et excités par une entrée $\tilde{\mathbf{u}}$ blanche et gaussienne de moyenne nulle et de variance finie dont la mesure est perturbée par un bruit $\mathbf{v}$ lui-même blanc et gaussien de moyenne nulle et de variance finie.
- Past Output (PO) MOESP est utilisable dans deux situations :
 - * le bruit de mesure $\mathbf{v}$ est nul et les bruits d'état $\mathbf{w}$ et de sortie $\mathbf{v}$ sont deux bruits blancs gaussiens de moyenne nulle et de variance finie.
 - * les bruits de mesure $\mathbf{v}$ et $\mathbf{v}$, le bruit d'état $\mathbf{w}$ et la séquence d'entrée $\tilde{\mathbf{u}}$ sont des bruits blancs gaussiens de moyenne nulle et de variance finie.

Tous supposent bien évidemment que la séquence d'entrée vérifie la condition d'excitation persistante (CEP) [77],[72].

Méthode	$\tilde{u}$	v	w	υ
Ordinary MOESP	CEP	BB	0	0
PI MOESP	CEP BB	BC BC	0 0	0 BB
PO MOESP	CEP BB	BB BB	BB BB	0 BB

TAB III.1. Conditions d'application des méthodes MOESP. CEP : condition d'excitation persistante ; BB : bruit blanc ; BC : bruit coloré.

Ces différentes situations sont traitées au sein des paragraphes suivants. Leur objectif est de présenter les fondements de ces algorithmes en insistant sur les outils mathématiques utilisés pour résoudre la problématique posée, ces outils étant, pour la plupart, appliqués ou adaptés en identification récursive des sous-espaces.

III.6.1 Algorithme Ordinary MOESP

L'algorithme Ordinary MOESP [57],[65] traite le problème de la modélisation par représentation d'état de systèmes à erreur de sortie de moyenne nulle et de matrice de covariance finie $\sigma^2 I$. Considérons donc la forme d'état suivante :

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{III.33a})$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t) \quad (\text{III.33b})$$

et introduisons le vecteur de sorties décalées suivant :

$$y_f^+(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ \vdots \\ y(t+f-1) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_y \times f} \quad (\text{III.34})$$

Il est alors facile de montrer que ce vecteur vérifie :

$$y_f^+(t) = \Gamma_f x(t) + H_f u_f^+(t) + v_f^+(t) \quad (\text{III.35})$$

pour laquelle $u_f^+ \in \mathbb{R}^{n_u \times f}$ et $v_f^+ \in \mathbb{R}^{n_y \times f}$ sont construits de manière similaire à y_f^+ . $\Gamma_f \in \mathbb{R}^{n_y \times n_x}$ est la matrice d'observabilité d'ordre f du système :

$$\Gamma_f = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{f-1} \end{bmatrix} \quad (\text{III.36})$$

La matrice $H_f \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$ est une matrice de Toeplitz par blocs contenant les paramètres de Markov du procédé :

$$H_f = \begin{bmatrix} D & 0 & \cdots & 0 \\ CB & D & \cdots & 0 \\ CAB & CB & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{f-2}B & CA^{f-3}B & \cdots & D \end{bmatrix} \quad (\text{III.37})$$

En supposant que nous ayons accès à un grand nombre de données d'entrée-sortie, par itérations successives sur l'indice temporel des vecteurs avancés, l'expression(III.35) peut être étendue à l'équation matricielle suivante :

$$Y_{t,f,M}^+(\bar{t}) = \Gamma_f X_{t,M}^+(\bar{t}) + H_f U_{t,f,M}^+(\bar{t}) + V_{t,f,M}^+(\bar{t}) \quad (\text{III.38})$$

pour laquelle :

$$Y_{t,f,M}^+(\bar{t}) = [y_f^+(t) \quad \cdots \quad y_f^+(t+M-1)]$$

$$= \begin{bmatrix} y(t) & y(t+1) & \cdots & y(\bar{t}) \\ y(t+1) & y(t+2) & \cdots & y(\bar{t}+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(t+f-1) & y(t+f) & \cdots & y(\bar{t}+f-1) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_y \times M} \quad (\text{III.39})$$

$$U_{t,f,M}^+(\bar{t}) = \begin{bmatrix} u(t) & u(t+1) & \cdots & u(\bar{t}) \\ u(t+1) & u(t+2) & \cdots & u(\bar{t}+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u(t+f-1) & u(t+f) & \cdots & u(\bar{t}+f-1) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_u \times M} \quad (\text{III.40})$$

$$V_{t,f,M}^+(\bar{t}) = \begin{bmatrix} v(t) & v(t+1) & \cdots & v(\bar{t}) \\ v(t+1) & v(t+2) & \cdots & v(\bar{t}+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v(t+f-1) & v(t+f) & \cdots & v(\bar{t}+f-1) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_y \times M} \quad (\text{III.41})$$

sont les matrices de Hankel de sortie, d'entrée et de bruit accessibles à l'instant $\bar{t} = t+M-1$ et :

$$X_{t,M}^+(\bar{t}) = [x(t) \quad x(t+1) \quad \cdots \quad x(\bar{t})] \in \mathbb{R}^{n_x \times M} \quad (\text{III.42})$$

la matrice contenant l'ensemble des vecteurs d'état sur l'horizon M.

Remarque III.1. Afin d'alléger les équations, sauf mention contraire, nous utiliserons dans la suite de cette section l'expression condensée suivante :

$$Y_f^+ = \Gamma_f X^+ + H_f U_f^+ + V_f^+ \quad (\text{III.43})$$

en posant :

$$Y_{t,f,M}^+(\bar{t}) = Y_f^+ \quad (\text{III.44})$$

$$U_{t,f,M}^+(\bar{t}) = U_f^+ \quad (\text{III.45})$$

$$V_{t,f,M}^+(\bar{t}) = V_f^+ \quad (\text{III.46})$$

$$X_{t,M}^+(\bar{t}) = X^+ \quad (\text{III.47})$$

Les indices t, f, M n'ont été utilisés que pour améliorer la compréhension de la construction des matrices de Hankel. La variable $\bar{t}$ sera utilisée lors de la présentation des algorithmes récursifs d'identification.

L'objectif de l'algorithme Ordinary MOESP est de fournir une estimation consistante de Γ_f en supposant que le signal d'entrée appliqué au procédé vérifie la condition d'excitation persistante.

$$\text{rang}(\lim_{M \rightarrow \infty} U_f^+ U_f^{+T}) = n_u f \quad (\text{III.48})$$

que la condition de rang suivante [57] :

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} U_f^+ \\ X^+ \end{bmatrix}\right) = n_u f + n_x \quad (\text{III.49})$$

soit satisfaite et que le bruit de sortie soit de moyenne nulle et de matrice de covariance proportionnelle à l'identité. Or, pour atteindre ce but, il est nécessaire de résoudre trois problèmes mis en évidence par l'équation (III.43):

- la matrice de Toeplitz par blocs H_f est inconnue a priori puisque celle-ci est composée des paramètres de Markov du procédé. Il est donc nécessaire de supprimer le régime forcé $H_f U_f^+$;
- la matrice de Hankel du bruit de sortie doit être éliminée afin de garantir des estimées asymptotiquement non biaisées ;
- la matrice d'observabilité doit être estimée à partir des matrices résultant des traitements précédents.

Ces trois questions sont successivement abordées dans les trois paragraphes suivants.

III.6.1.1 Traitement de $H_f U_f^+$

Considérons le minimiseur du critère suivant [63] :

$$\arg \min_{H_f} \| Y_f^+ - H_f U_f^+ \|_F^2 \quad (\text{III.50})$$

traduisant l'estimation de H_f à partir des données d'entrée-sortie regroupées au sein des matrices de Hankel U_f^+ et Y_f^+ . La minimisation d'un tel critère conduit alors à la solution (optimale au sens des moindres carrés) $\hat{H}_f$ qui vérifie :

$$Y_f^+ - \hat{H}_f U_f^+ = Y_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}} \quad (\text{III.51})$$

où $\Pi_{U_f^{+\perp}}$ symbolise la projection orthogonale sur le noyau de U_f^+ . Le calcul de cette projection orthogonale est réalisable efficacement en appliquant une factorisation QR [70] au bloc matriciel $\begin{bmatrix} U_f^{+T} & Y_f^{+T} \end{bmatrix}^T$:

$$\begin{bmatrix} U_f^+ \\ Y_f^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{R}_{11} & 0 \\ \bar{R}_{21} & \bar{R}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{Q}_1 \\ \bar{Q}_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{III.52})$$

où $\bar{R}_{11} \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$ et $\bar{R}_{22} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}$ sont des matrices triangulaires inférieures, $\bar{R}_{21} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$ est une matrice pleine et $\bar{Q}_1 \in \mathbb{R}^{n_u \times M}$, $\bar{Q}_2 \in \mathbb{R}^{n_y \times M}$ des matrices orthogonales.

$$Y_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}} = \bar{R}_{22} \bar{Q}_2. \quad (\text{III.53})$$

L'application d'une telle projection à l'équation (III.38) conduit à la solution suivante :

$$\begin{aligned} Y_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}} &= \bar{R}_{22} \bar{Q}_2 \\ &= \Gamma_f X^+ \Pi_{U_f^{+\perp}} + \underbrace{H_f U_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}}}_{=0} + V_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}} = \Gamma_f X^+ \Pi_{U_f^{+\perp}} + V_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}}. \end{aligned} \quad (\text{III.54})$$

L'utilisation de cet outil mathématique permet ainsi de supprimer $H_f U_f^+$ dû à l'excitation des entrées du procédé et de conserver les composantes des vecteurs de sorties résultantes de l'état et du bruit.

III.6.1.2 Traitement de V_f^+

Une fois le régime forcé supprimé, l'étape suivante consiste à isoler V_f^+ de $Y_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}}$. Pour cela, remarquons tout d'abord que :

$$\lim_{M \rightarrow \infty} V_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}} = V_f^+ \quad (\text{III.55})$$

puisque le bruit de sortie et la séquence d'entrée sont décorrélés. Ainsi, en supposant que le nombre de données accessibles soit suffisamment grand :

$$Y_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}} = \bar{R}_{22} \bar{Q}_2 = \Gamma_f X^+ \Pi_{U_f^{+\perp}} + V_f^+. \quad (\text{III.56})$$

L'outil mathématique de prédilection à appliquer pour séparer deux espaces imbriqués est la décomposition en valeurs singulières [70]. En effet, par simple observation des valeurs singulières, il est possible d'isoler les vecteurs singuliers correspondant aux sous-espaces recherchés. L'application d'une telle opération sur la matrice $\bar{R}_{22}\bar{Q}_2$ conduit à l'expression suivante :

$$\bar{R}_{22}\bar{Q}_2 = \bar{U} \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & \bar{\sigma}_{n_x} & & & \vdots \\ \vdots & & & \sigma & & \vdots \\ \vdots & & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & \sigma \end{bmatrix} \bar{V}^T = [\bar{U}_s \quad \bar{U}_b] \begin{bmatrix} \bar{\Sigma}_s & 0 \\ 0 & \bar{\Sigma}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_s^T \\ \bar{V}_b^T \end{bmatrix} \quad (III.57)$$

$$= \bar{U}_s \bar{\Sigma}_s \bar{V}_s^T + \bar{U}_b \bar{\Sigma}_b \bar{V}_b^T$$

où $\bar{\Sigma}_b$ contient les $n_y f - n_x$ plus faibles valeurs singulières (égales à σ). Puisque $\bar{U}_b \bar{\Sigma}_b \bar{V}_b^T$ correspond au sous-espace bruit [58], par analogie avec l'équation(III.56), le sous-espace conservé est $\bar{U}_s \bar{\Sigma}_s \bar{V}_s^T$. Ce dernier correspond au sous-espace signal :

$$\bar{U}_s \bar{\Sigma}_s \bar{V}_s^T = \Gamma_f X^+ \Pi_{U_f^{\perp}}. \quad (III.58)$$

Il permet ainsi de supprimer la matrice des perturbations V_f^+ et de ne conserver que les composantes des vecteurs de sortie engendrées par l'état du système.

Remarque III.2. L'inspection des valeurs singulières permet d'avoir accès à une estimée de l'ordre du système. En effet, lorsque la variance du bruit est raisonnable, le tracé des valeurs singulières dans un ordre décroissant présente théoriquement une chute visible entre la n_x^e et $(n_x + 1)^e$ valeur [62], [60], [78]. Cette propriété est un avantage des méthodes des sous-espaces puisqu'elle permet d'estimer l'ordre du système au cours du processus d'identification. L'ordre n'est donc plus un paramètre inconnu que l'utilisateur doit fixer a priori. Un simple majorant de ce dernier est nécessaire pour identifier le procédé.

III.6.1.3 Extraction de Γ_f

La dernière phase de l'algorithme consiste à extraire la matrice d'observabilité étendue du sous-espace signal obtenu précédemment. Elle réside plus précisément en l'estimation d'une base de Γ_f , extrapolation se justifiant par le fait que la représentation d'état est plurielle et que toute estimation est réalisée à un changement de base près.

Considérons donc l'équation (III.56) dans le cas déterministe :

$$Y_f^+ \Pi_{U_f^{\perp}} = \Gamma_f X^+ \Pi_{U_f^{\perp}}. \quad (III.59)$$

En supposant que u soit suffisamment excitée (condition d'excitation persistante vérifiée) et que l'intersection entre $\text{Im}_{\text{lig}}(X^+)$ et $\text{Im}_{\text{lig}}(U_f^+)$ soit vide, il est montré que :

$$\text{Im}_{\text{col}}(\Gamma_f X^+ \Pi_{U_f^{+\perp}}) = \text{Im}_{\text{col}}(\Gamma_f) . \quad (\text{III.60})$$

Or, d'après l'expression (III.59) :

$$\text{Im}_{\text{col}}(\Gamma_f X^+ \Pi_{U_f^{+\perp}}) = \text{Im}_{\text{col}}(Y_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}}) . \quad (\text{III.61})$$

Ces deux dernières équations nous permettent d'écrire que :

$$\text{Im}_{\text{col}}(Y_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}}) = \text{Im}_{\text{col}}(\Gamma_f) . \quad (\text{III.62})$$

De plus :

$$Y_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}} = \bar{R}_{22} \bar{Q}_2 . \quad (\text{III.63})$$

Ainsi :

$$\text{Im}_{\text{col}}(Y_f^+ \Pi_{U_f^{+\perp}}) = \text{Im}_{\text{col}}(\bar{R}_{22}) \quad (\text{III.64})$$

puisque $\bar{Q}_2$ est une matrice orthogonale. Finalement :

$$\text{Im}_{\text{col}}(\bar{R}_{22}) = \text{Im}_{\text{col}}(\Gamma_f) . \quad (\text{III.65})$$

Cette dernière équation justifie le fait que la décomposition en valeurs singulières ne soit appliquée qu'à la matrice $\bar{R}_{22}$:

$$\bar{R}_{22} = [\bar{U}_s \quad \bar{U}_b] \begin{bmatrix} \bar{\Sigma}_s & 0 \\ 0 & \bar{\Sigma}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_s^T \\ \bar{V}_b^T \end{bmatrix} = \bar{U}_s \bar{\Sigma}_s \bar{V}_s^T + \bar{U}_b \bar{\Sigma}_b \bar{V}_b^T . \quad (\text{III.66})$$

Elle permet également de démontrer qu'une estimation de la matrice d'observabilité étendue est directement accessible à partir du sous-espace signal $\bar{U}_s \bar{\Sigma}_s \bar{V}_s^T$ [65] :

$$\hat{\Gamma}_f = \bar{U}_s \quad \text{ou} \quad \hat{\Gamma}_f = \bar{U}_s \bar{\Sigma}_s^{1/2} . \quad (\text{III.67})$$

La décomposition en valeurs singulières de $\bar{R}_{22}$ permet donc d'estimer l'ordre du système, de supprimer les effets des perturbations et d'extraire une base de la matrice d'observabilité étendue en une seule phase.

III.6.1.4 L'algorithme Ordinary MOESP est donc composé des étapes suivantes :

1. A partir des données d'entrée-sortie mesurées, construire les matrices de Hankel : U_f^+ et Y_f^+ définies par (III.39) et (III.40) en fixant $M \gg f > n_x$.
2. Appliquer une factorisation QR au bloc matriciel $\begin{bmatrix} U_f^{+T} & Y_f^{+T} \end{bmatrix}^T$.
3. Extraire la matrice triangulaire $\bar{R}_{22}$ (équ. (III.52)).
4. Appliquer une décomposition en valeurs singulières à $\bar{R}_{22}$ (équ. (III.66)).
5. Inspecter les valeurs singulières, estimer l'ordre n_x du système et conserver les vecteurs singuliers gauches $\bar{U}_S$ correspondant aux n_x plus grandes valeurs singulières.
6. Extraire les n_y premières lignes de $\bar{U}_S$ pour construire la matrice C.
7. Utiliser l'A-invariance de $\bar{U}_S$ pour estimer A.
8. Estimer B et D à l'aide d'une régression linéaire [57].

Il est important de remarquer que l'étape d'annulation des effets des perturbations (et par conséquent d'extraction de la matrice d'observabilité) repose sur la possibilité de distinguer les valeurs singulières liées au bruit de celles associées à la dynamique du procédé. Malheureusement, cette opération n'est réalisable de manière consistante que si la matrice de covariance du bruit est proportionnelle à l'identité [65],[63]. L'algorithme Ordinary MOESP fournit donc une estimation consistante de la partie déterministe du modèle de procédé si et seulement si le bruit de sortie est un bruit blanc de moyenne nulle et de variance finie. Dans tous les autres cas, les estimées obtenues sont asymptotiquement biaisées. Pour remédier au manque de consistance de cette méthode en présence, par exemple, d'un bruit de sortie coloré, M. Verhaegen [65] propose d'introduire une variable instrumentale au cours de la deuxième phase d'estimation afin d'annuler les effets des perturbations. Les techniques PI et PO MOESP traitent ce type de problématique.

III.6.2 Algorithmes PI et PO MOESP

Au sein de ce paragraphe, deux algorithmes d'identification des sous-espaces incorporant une variable instrumentale sont présentés. Ils diffèrent par le choix des instruments composant la variable instrumentale et par les hypothèses fixées sur les bruits agissant sur le procédé (TAB. III.1) mais suivent le même formalisme mathématique. Ainsi, l'algorithme PI MOESP traite :

- les systèmes soumis à un bruit de sortie v coloré (BC) de variance finie, les bruits d'état w et de mesure v étant nuls ;
- les systèmes à bruit d'état nul perturbés par un bruit de sortie v coloré (BC) de variance finie, excités par une entrée $\tilde{u}$ de type bruit blanc gaussien dont la mesure est perturbée par un bruit v de moyenne nulle et de matrice de covariance proportionnelle à l'identité ; alors que PO MOESP est utilisable dans deux situations :
- le bruit de mesure v est nul et les bruits d'état w et de sortie v sont deux bruits blancs gaussiens ;
- les bruits de mesure v et v , le bruit d'état w et la séquence d'entrée $\tilde{u}$ sont des bruits blancs de moyenne nulle et de variance finie.

Quatre modèles sont donc à considérer :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \underbrace{\mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}(t)}_{=\mathbf{u}(t) \text{ puisque } v(t)=0} \\ &= \mathbf{u}(t) \text{ puisque } v(t)=0 \end{aligned} \quad (\text{III.68a})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \underbrace{\mathbf{D}\tilde{\mathbf{u}}(t)}_{=\mathbf{u}(t)} + \mathbf{v}(t) \\ &= \mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (\text{III.68b})$$

où v est un bruit coloré de variance finie,

$$\mathbf{x}(t+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\{\mathbf{u}(t) - v(t)\} \quad (\text{III.69a})$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\{\mathbf{u}(t) - v(t)\} + v(t) \quad (\text{III.69b})$$

où $v(t)$ est un bruit blanc gaussien et v est un bruit coloré de variance finie,

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \underbrace{\mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}(t)}_{=\mathbf{u}(t) \text{ puisque } v(t)=0} + \mathbf{w}(t) \\ &= \mathbf{u}(t) \text{ puisque } v(t)=0 \end{aligned} \quad (\text{III.70a})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \underbrace{\mathbf{D}\tilde{\mathbf{u}}(t)}_{=\mathbf{u}(t)} + \mathbf{v}(t) \\ &= \mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (\text{III.70b})$$

où v et w sont deux bruits blancs gaussiens et

$$x(t+1) = Ax(t) + B\{u(t) - v(t)\} + w(t) \quad (\text{III.71a})$$

$$y(t) = Cx(t) + D\{u(t) - v(t)\} + v(t) \quad (\text{III.71b})$$

où v , w , v et $\tilde{u}$ sont quatre bruits blancs gaussiens.

Ils vérifient respectivement les équations matricielles suivantes :

$$Y_f^+ = \Gamma_f X^+ + H_f U_f^+ + V_f^+ \quad (\text{III.72a})$$

$$Y_f^+ = \Gamma_f X^+ + H_f U_f^+ + V_f^+ - H_f Y_f^+ \quad (\text{III.72b})$$

$$Y_f^+ = \Gamma_f X^+ + H_f U_f^+ + G_f W_f^+ + V_f^+ \quad (\text{III.72c})$$

$$Y_f^+ = \Gamma_f X^+ + H_f U_f^+ + G_f W_f^+ - H_f Y_f^+ + V_f^+ \quad (\text{III.72d})$$

pour lesquelles $G_f \in \mathbb{R}^{n_y \times n_x}$ est la matrice de Toeplitz par blocs liée au bruit d'état w :

$$G_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ C & 0 & \dots & 0 \\ CA & C & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{f-2} & CA^{f-3} & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.73})$$

Il est alors aisé de regrouper ces quatre écritures en considérant l'expression suivante :

$$Y_f^+ = \Gamma_f X^+ + H_f U_f^+ + N_f^+ \quad (\text{III.74})$$

en posant respectivement :

$$N_f^+ = V_f^+ \quad (\text{III.75a})$$

$$N_f^+ = V_f^+ - H_f Y_f^+ \quad (\text{III.75b})$$

$$N_f^+ = G_f W_f^+ + V_f^+ \quad (\text{III.75c})$$

$$N_f^+ = G_f W_f^+ - H_f Y_f^+ + V_f^+ \quad (\text{III.75d})$$

Puisque N_f^+ ne possède plus, par construction, de matrice de covariance proportionnelle à l'identité :

$$\lim_{M \rightarrow \infty} N_f^+ \Pi_{U_f^+}^\perp \neq N_f^+. \quad (\text{III.76})$$

L'application d'une simple projection orthogonale n'est alors plus suffisante pour estimer de manière consistante Γ_f . L'astuce proposée par M. Verhaegen [65] repose sur l'introduction d'une variable instrumentale au sein de la factorisation QR (III.52) d'Ordinary MOESP afin de projeter l'équation (III.74) dans le plan déterministe. Elle doit ainsi permettre d'annuler les effets des perturbations tout en conservant les informations utiles liées à la dynamique du système étudié. De plus dans le cas particulier des méthodes d'identification des sous- espaces,

la variable instrumentale ξ doit vérifier la propriété suivante :

$$\text{rang} (\mathbb{E}\{x(t)\xi^T(t)\}) = n_x \quad (\text{III.77})$$

condition nécessaire à l'extraction de Γ_f à partir de $\mathbb{E}\{y(t)\xi^T(t)\}$ [63]. La solution naturelle serait d'utiliser le signal d'entrée comme instruments puisque ce dernier est décorrélié du bruit de sortie (en boucle ouverte) et suffisamment lié à l'état. Malheureusement, en identification des sous-espaces, la variable instrumentale doit également être orthogonale à la matrice de Hankel des entrées afin d'isoler le terme $H_f U_f^+$. Cette condition est donc incompatible avec le choix de variable instrumentale énoncé précédemment. L'artifice, proposé par plusieurs auteurs [65],[59],[79],[80], consiste à scinder les données accessibles à la mesure en deux blocs afin de créer des matrices de Hankel passées et futures. Considérons donc le vecteur de sorties décalées passées suivant:

$$y_p^-(t) = \begin{bmatrix} y(t-p) \\ \vdots \\ y(t-1) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_y p \times 1} \quad (\text{III.78})$$

Il est alors facile de vérifier que :

$$y_p^-(t) = \Gamma_p x(t-p) + H_p u_p^-(t) + n_p^-(t) \quad (\text{III.79})$$

où les matrices Γ_p et H_p sont respectivement définies comme Γ_f et H_f (équ.(III.36) et (III.37)).

Par itérations sur l'indice t , cette équation peut être étendue à l'équation matricielle suivante :

$$Y_p^- = \Gamma_p X^- + H_p U_p^- + N_p^- \quad (\text{III.80})$$

avec:

$$Y_p^- = [y_p^-(t) \quad \dots \quad y_p^-(\underbrace{t+M-1}_{\bar{t}})] \quad (\text{III.81})$$

$$= \begin{bmatrix} y(t-p) & y(t-p+1) & \dots & y(\bar{t}-p) \\ y(t-p+1) & y(t-p+2) & \dots & y(\bar{t}-p+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(t-1) & y(t) & \dots & y(\bar{t}-1) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_y p \times M} \quad (\text{III.82})$$

et :

$$X^- = [x(t-p) \quad \dots \quad x(\bar{t}-p)] \quad (\text{III.83})$$

De même, en considérant le vecteur de sorties décalées futures suivant :

$$y_f^+(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ \vdots \\ y(t+f-1) \end{bmatrix} \quad (\text{III.84})$$

et la matrice de Hankel des sorties futures :

$$Y_f^+ = [y_f^+(t) \quad \dots \quad y_f^+(\bar{t})] \quad (\text{III.85})$$

Nous savons que :

$$y_f^+ = \Gamma_f x + H_f u_f^+ + n_f^+ \quad (\text{III.86})$$

et :

$$Y_f^+ = \Gamma_f X^+ + H_f U_f^+ + N_f^+ \quad (\text{III.87})$$

En posant $\Xi = U_p^-$ comme variable instrumentale pour la classe d'identification PI MOESP et

$\Xi = [U_p^{-T} \quad Y_p^{-T}]^T$ pour PO MOESP [65] , [62], il est facile de constater que :

- Ξ est asymptotiquement décorrélée du bruit futur :

$$\lim_{M \rightarrow \infty} N_f^+ \Xi^T = 0 \quad (\text{III.88})$$

- Ξ est suffisamment corrélée avec l'état :

$$\text{rang}(\lim_{M \rightarrow \infty} X^+ \Xi^T) = n_x \quad (\text{III.89})$$

- Ξ est orthogonale à U_f^+ :

$$\lim_{M \rightarrow \infty} U_f^+ \Xi^T = 0 \quad (\text{III.90})$$

Remarque III.3.

Il est important de noter que, si $u \neq 0$, l'égalité (III.90) est uniquement vérifiée si la séquence d'entrée $\tilde{u}$ est un bruit blanc gaussien [66].

La procédure d'estimation de la matrice d'observabilité étendue est alors identique à celle suivie pour l'algorithme Ordinary MOESP. En supposant que le signal d'entrée non bruité $\tilde{u}$ vérifie la condition de rang suivante :

$$\text{rang}\left(\begin{bmatrix} \tilde{U}_p^- \\ \tilde{U}_f^+ \end{bmatrix}\right) = n_u (f+p) \quad (\text{III.91})$$

une factorisation QR du bloc matriciel $[U_f^{+T} \quad \Xi^T \quad Y_f^{+T}]^T$ est réalisée :

$$\begin{bmatrix} U_f^+ \\ \Xi \\ Y_f^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{R}_{11} & 0 & 0 \\ \bar{R}_{21} & \bar{R}_{22} & 0 \\ \bar{R}_{31} & \bar{R}_{32} & \bar{R}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{Q}_1 \\ \bar{Q}_2 \\ \bar{Q}_3 \end{bmatrix} \quad (\text{III.92})$$

où $\bar{R}_{11} \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u f}$, $\bar{R}_{21} \in \mathbb{R}^{kp \times n_u f}$, $\bar{R}_{31} \in \mathbb{R}^{n_y f \times n_u f}$, $\bar{R}_{22} \in \mathbb{R}^{kp \times kp}$, $\bar{R}_{32} \in \mathbb{R}^{n_y f \times kp}$, $\bar{R}_{33} \in \mathbb{R}^{n_y f \times n_y f}$, $\bar{Q}_1 \in \mathbb{R}^{n_u \times M}$, $\bar{Q}_2 \in \mathbb{R}^{kp \times M}$ et $\bar{Q}_3 \in \mathbb{R}^{n_y f \times M}$ et k valant n_u pour l'algorithme PI MOESP, $n_u + n_y$ pour PO MOESP. Cette factorisation conduit au résultat suivant [65],[62] :

$$\text{Im}_{\text{col}}(\bar{U}_S) = \text{Im}_{\text{col}}(\Gamma_f). \quad (\text{III.93})$$

Puisque la variable instrumentale atténue les effets des perturbations sans les supprimer totalement, une décomposition en valeurs singulières du bloc matriciel $\bar{R}_{32}$ est nécessaire pour lui appliquer une réduction de rang :

$$\bar{R}_{32} = [\bar{U}_s \quad \bar{U}_b] \begin{bmatrix} \bar{\Sigma}_s & 0 \\ 0 & \bar{\Sigma}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_s^T \\ \bar{V}_b^T \end{bmatrix}. \quad (\text{III.94})$$

Cette équation permet à la fois d'estimer l'ordre du système en parcourant les valeurs singulières calculées et d'extraire une base de la matrice d'observabilité du système puisque :

$$\text{Im}_{\text{col}}(\bar{U}_s) = \text{Im}_{\text{col}}(\Gamma_f). \quad (\text{III.95})$$

III.6.2.1 Les algorithmes PI et PO MOESP se composent des étapes suivantes :

1. A partir des données d'entrée-sortie mesurées, construire les matrices de Hankel :

$$U_p^-, U_f^+, Y_p^- \text{ et } Y_f^+ \text{ en fixant } M \gg p > n_x \text{ et } M \gg f > n_x.$$

2. Construire la variable instrumentale $\Xi = U_p^-$ pour l'algorithme PI MOESP,

$$\Xi = [U_p^{-T} \quad Y_p^{-T}]^T \text{ pour l'algorithme PO MOESP.}$$

3. Appliquer une factorisation QR au bloc matriciel $[U_f^{+T} \quad \Xi^T \quad Y_f^{+T}]^T$ (équ. (III.92)).

4. Extraire la matrice $\bar{R}_{32}$.

5. Lui appliquer une décomposition en valeurs singulières (équ. (III.94)).

6. Inspecter les valeurs singulières, estimer l'ordre n_x du système et conserver

les vecteurs singuliers gauches $\bar{U}_s$ correspondant aux n_x plus grandes valeurs singulières.

7. Extraire les n_y premières lignes de $\bar{U}_s$ pour construire la matrice C.

8. Utiliser l'A-invariance de $\bar{U}_s$ pour estimer A.

9. Estimer B et D à l'aide d'une régression linéaire [65],[62].

III.7. Conclusion

Les méthodes des sous-espaces d'identification des systèmes LTI ont fait l'objet de ce chapitre. Les méthodes classiques d'identification des sous-espaces MOESP ont été présentées dans une formulation générale. Ces méthodes classiques utilisent une estimation de la matrice d'observabilité et/ou des séquences d'état. Les matrices du système sont ensuite déterminées soit à partir de l'estimation de la matrice des séquences d'état, soit en utilisant la matrice d'observabilité et elles sont basées sur des méthodes de projection oblique permettant d'estimer la matrice de Toeplitz inférieure à partir de laquelle, on détermine l'ordre et une réalisation du système. La distinction entre les schémas d'identification PI MOESP et PO MOESP va au-delà du simple choix d'une variable instrumentale. L'application de PI MOESP permet uniquement d'identifier la partie déterministe de la fonction de transfert du procédé tandis que PO MOESP estime le système combiné [63].

CHAPITRE

IV

Simulation et résultats :
Application à un moteur à courant continu

IV.1 Introduction

Bien que la plus ancienne des machines électriques industrielles, la machine à courant continu reste très utilisée et particulièrement comme actionneur. Ceci tient au fait que son fonctionnement est d'une grande simplicité, de même que sa modélisation, mais surtout ses performances statiques et dynamiques sont exceptionnelles. En effet le couple est le produit vectoriel de deux grandeurs naturellement orthogonales (flux inducteurs et courant d'induit) quasiment indépendantes et indépendantes de la vitesse et de la position du rotor.

Cependant, la fragilité du système balai collecteur a toujours été un inconvénient de la M.C.C, ce qui limite la puissance et la vitesse maximale et présente des difficultés de maintenance et des interruptions de fonctionnement. C'est pour cette raison qu'on a eu intérêt à utiliser des moteurs électriques à courant alternatif afin d'écarter cet inconvénient.

Dans ce chapitre, nous allons présenter une méthodologie d'identification de la machine à courant continu en boucle fermée par approche directe. Dans ces conditions, il est justifié de se poser la question de l'incidence du correcteur sur le biais en identification directe [40], [38]. Nous nous proposons d'apporter une solution à ce problème grâce à une identification indirecte sur la base de la connaissance du correcteur (connaissance a priori ou estimation).

On a donc choisi comme première application la machine à courant continu. Cette dernière est considérée, même aujourd'hui, comme l'actionneur de référence (notamment pour la simplicité de son modèle). De plus, La principale raison de ce choix est en fait que le modèle de la machine à courant continu est universellement connu et simple. Il nous permet ainsi de valider notre méthodologie d'identification en boucle fermée, dans un contexte plus simple que celui de la machine asynchrone.

Toute machine électrique moderne prévue pour la variation de vitesse, et utilisant une indispensable limitation de courant, ne peut fonctionner qu'en boucle fermée, qu'il s'agit d'une machine à courant continu ou d'une machine à courant alternatif.

La machine à courant continu peut être modélisée par le biais d'équations électrique, électromécanique et mécanique. Ces trois groupes d'équations nous permettront de mieux appréhender la machine à courant continu dans son fonctionnement réel.

IV. 2 Description d'un moteur à courant continu

IV. 2.1 Introduction

L'évolution des technologies conduit à utiliser des machines nécessitant des vitesses de rotation précises et variables pour l'entraînement d'engins industriels, systèmes robotique...etc. Dans notre étude, on s'intéresse aux moteurs à courant continu, car ils offrent une introduction facile au fonctionnement de ses homologues, en donnant des repères clairs. Les moteurs à courant continu ont pendant longtemps été les seuls aptes à la vitesse variable à large bande passante, comme dans le domaine robotique. Ils ont donc fait l'objet de nombreuses améliorations, et beaucoup de produits commercialisés aujourd'hui.

Dans ce chapitre, nous donnerons une description succincte d'un moteur à courant continu avec son principe de fonctionnement. Nous exposons ensuite la méthode de modélisation d'un moteur à courant continu basé sur le principe fondamental de la dynamique. Finalement les principes de base de l'identification des modèles dynamiques de procédés sera abordé en faisant le point sur les méthodes d'identification paramétrique plus particulièrement l'algorithme des moindres carrés.

Beaucoup d'applications nécessitent un couple de démarrage élevé. Or, le moteur à courant continu, par nature, possède une caractéristique couple/vitesse de pente importante, ce qui permet de vaincre un couple résistant élevé, et d'absorber facilement les à-coups de charge, la vitesse du moteur s'adapte à sa charge. D'autre part, la miniaturisation recherchée par les concepteurs trouve dans le moteur à courant continu une solution idéale, puisque présentant un rendement élevé, en comparaison aux autres technologies.

IV.2.2 Fonction d'usage

Le moteur à courant continu est un convertisseur électrique en énergie mécanique avec quelques pertes. Un moteur à courant continu est une machine électrique. Il s'agit d'un convertisseur électromécanique permettant la conversion bidirectionnelle d'énergie entre une installation électrique parcourue par un courant continu et un dispositif mécanique en rotation, d'où l'énergie électrique est transformée en énergie mécanique.

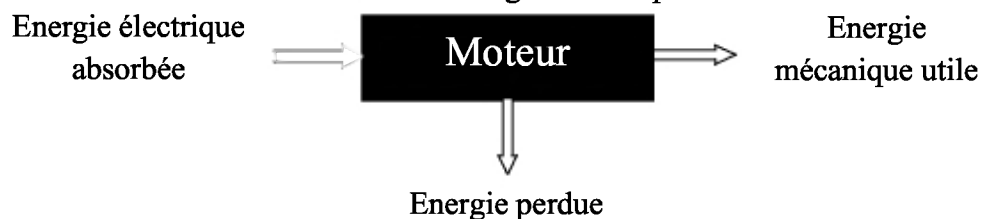


Fig. IV.1. Fonctionnement d'un moteur à courant continu

IV. 2.3 Constitution

Le moteur à courant continu est essentiellement composé des éléments suivants :

IV. 2.3.1 Le stator:

Le stator, appelé aussi inducteur. Élément immobile sur lequel un enroulement est bobiné afin de produire un champ magnétique ; c'est un électro-aimant qui se comporte comme un aimant permanent.

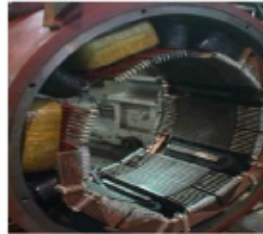


Fig. IV.2. Le stator

IV. 2.3.2 Le rotor:

Le rotor, appelé aussi induit. Cylindres en tôles magnétiques isolées entre elles sur lequel des conducteurs sont répartis ; c'est l'élément mobile du moteur. L'induit est constitué d'un enroulement de spires conductrices réunies en faisceaux disposés de telle manière que lorsqu'un côté est soumis au pôle nord, l'autre est au pôle sud. Les faisceaux sont tous reliés en série grâce aux lames du collecteur.



Fig. IV.3. Le rotor

IV. 2.3.3 Le collecteur :

Le collecteur est fixé à l'induit, il est en contact avec les charbons appelés aussi balais. Ils alimentent l'induit par le collecteur sur lequel ils frottent. Il est formé d'un ensemble de lames de cuivre isolées latéralement les unes des autres et disposées suivant un cylindre en bout de rotor.

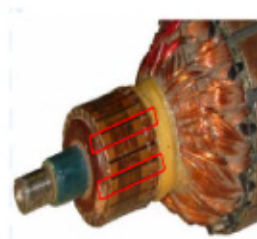


Fig. IV.4. Le collecteur

IV.3 Modélisation d'un moteur à courant continu**IV.3.1 Introduction**

L'évolution des technologies conduit à utiliser des machines nécessitant des vitesses de rotation précises et variables pour l'entraînement d'engins industriels, systèmes robotique...etc. Dans notre étude, on s'intéresse aux moteurs à courant continu, car ils offrent une introduction facile au fonctionnement de ses homologues, en donnant des repères clairs. Les moteurs à courant continu ont pendant longtemps été les seuls aptes à la vitesse variable à large bande passante, comme dans le domaine robotique. Ils ont donc fait l'objet de nombreuses améliorations, et beaucoup de produits commercialisés aujourd'hui.

L'étude du comportement d'un moteur électrique est une tâche difficile et qui nécessite, avant tout, une bonne connaissance de son modèle dynamique afin de bien prédire, par voie de simulation, son comportement dans les différents modes de fonctionnement envisagés. Historiquement, le moteur à courant continu (M.C.C) a constitué la seule source électromagnétique de vitesse variable en raison de son facilité de commande. Cependant, la fragilité du système balai collecteur a toujours été un inconvénient de la M.C.C, ce qui limite la puissance et la vitesse maximale et présente des difficultés de maintenance et des interruptions de fonctionnement. C'est pour cette raison qu'on a eu intérêt à utiliser des moteurs électriques à courant alternatif afin d'écarter cet inconvénient.

IV.3.2 Modèle dynamique du moteur à courant continu

Le modèle du moteur à courant continu est déduit de lois physiques élémentaires (loi de Lenz, loi d'Ampère, loi d'Ohm, . . .). Ces lois physiques conduisent d'abord à l'équation électrique des enroulements d'induit, liant le courant d'induit i à la tension d'induit u et à la f.e.m. e , au travers de la résistance R et de l'inductance L de l'enroulement:

$$u(t) = e(t) + RI_{ind}(t) + L \frac{di_{ind}}{dt} \quad (IV.1)$$

où

$u(t)$: Tension de commande du moteur

$e(t)$: Force électromotrice du moteur

R : Résistance d'induit

$i(t)$: Courant de l'induit

L : Inductance de l'induit

Vient ensuite la relation de conversion électromécanique de l'interaction stator- rotor, liant la f.e.m. à la vitesse ω d'une part, et le couple électromagnétique C_m au courant d'autre part, grâce au même coefficient k et au flux inducteur ϕ :

$$\begin{cases} C_m = k \cdot \phi \cdot i(t) \\ e(t) = k \cdot \phi \cdot \omega(t) \end{cases} \quad (IV.2)$$

La machine que nous considérons est un moteur à courant continu à aimants permanents, donc $k \cdot \phi$ est une constante, appelée dans la suite K .

La loi fondamentale de la mécanique débouche sur la relation liant la vitesse ω aux couples électromagnétique C_m et résistant C_r à travers l'inertie J et le coefficient de frottements visqueux f de l'arbre du rotor :

$$C_m(t) - C_r(t) = J \cdot \frac{d\omega(t)}{dt} + f \cdot \omega(t) \quad (IV.3)$$

où

C_m : Couple moteur

C_r : Couple résistant

J : Moment d'inertie du moteur

$\omega(t)$: Vitesse angulaire du moteur

f : Coefficient de frottement visqueux

Les équations d'état de la MCC montrent que les modes électriques et mécaniques sont couplés ; il est possible d'effectuer un découplage des modes en réalisant une compensation statique de la f.e.m. On rend ainsi la commande du courant et de la vitesse indépendantes l'une de l'autre. La commande en courant distingue les deux sous-systèmes électrique et mécanique. La constante de temps mécanique est très largement supérieure à la constante de temps électrique. On distingue ainsi deux modes, le mode électrique (mode rapide) et le mode mécanique (mode lent). Le contrôle de vitesse conduit automatiquement à un contrôle de courant induit.

On applique la transformée de Laplace à chacune des équations :

❖ Partie électrique

$$U(p) - E(p) = RI(p) + LpI(p)$$

$$U(p) - E(p) = I(p) (R + Lp)$$

$$\frac{U(p) - E(p)}{R + Lp} = I(p)$$

$$\frac{I(p)}{U(p) - E(p)} = \frac{\frac{1}{R}}{1 + \frac{L}{R}p}$$

$$I(p) = [U(p) - E(p)] \left(\frac{\frac{1}{R}}{1 + \frac{L}{R}p} \right) \quad (IV.4)$$

❖ Partie mécanique

$$C_m(p) - C_r(p) = Jp\Omega(p) + f\Omega(p)$$

$$C_m(p) - C_r(p) = \Omega(p)(Jp + f)$$

$$\frac{C_m(p) - C_r(p)}{Jp + f} = \Omega(p)$$

$$\frac{\Omega(p)}{C_m(p) - C_r(p)} = \frac{1}{Jp + f}$$

$$\Omega(p) = [C_m(p) - C_r(p)] \left(\frac{\frac{1}{f}}{1 + \frac{J}{f}p} \right) \quad (IV.5)$$

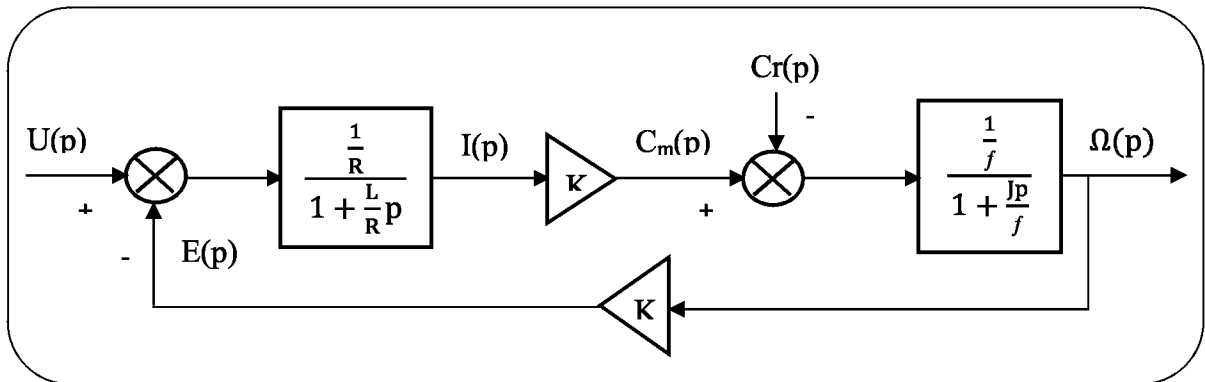


Fig. IV.5. Schéma bloc du moteur à courant continu

IV.4 Simulation et résultats

Pour les simulations sous MATLAB des deux méthodes, nous avons utilisé un moteur à courant continu dont les caractéristiques sont [81] :

$$L = 1.2857 \cdot 10^{-03} \text{ H}$$

$$R = 7.1428 \cdot 10^{-01} \Omega$$

$$K = 1.8400 \cdot 10^{-01} \text{ N.m/A}$$

$$f = 0.8000 \cdot 10^{-02} \text{ N.m.s/rad}$$

$$J = 0.1070 \cdot 10^{-01} \text{ N.m.S}^2/\text{rad}$$

1^{ère} Méthode

Cette première méthode consiste à simuler le moteur à courant continu en boucle ouverte et en boucle fermée pour différentes périodes d'échantillonnage. On a utilisé la méthode d'identification en utilisant l'interface graphique de l'outil Ident « GUI » (voir annexe A.1).

IV.4.1 Programme de simulation sous Matlab du système en boucle ouverte et en boucle fermée corrigé continu et discret

```
%-----
% Simulation du système
% K=gain statique, T=Constante de temps
K=32;T=1.25;
n1=[K];
d1=[T 1];
s1=tf(n1,d1);
s1d=c2d(s1,0.001,'zoh');
%-----
% Simulation du système en boucle fermée
% Données du régulateur PI
Kp=1;Ki=1;
nr=[Kp Ki];
dr=[1 0];
sr=tf(nr,dr);
%-----
% Fonction de transfert de la chaine directe
s2=series(sr,s1);
%-----
% Fonction de transfert continue en boucle fermée
sbf=feedback(s2,1);
%-----
% Fonction de transfert discrète en boucle fermée
sdf=c2d(sbf,0.001,'zoh');
%-----
```

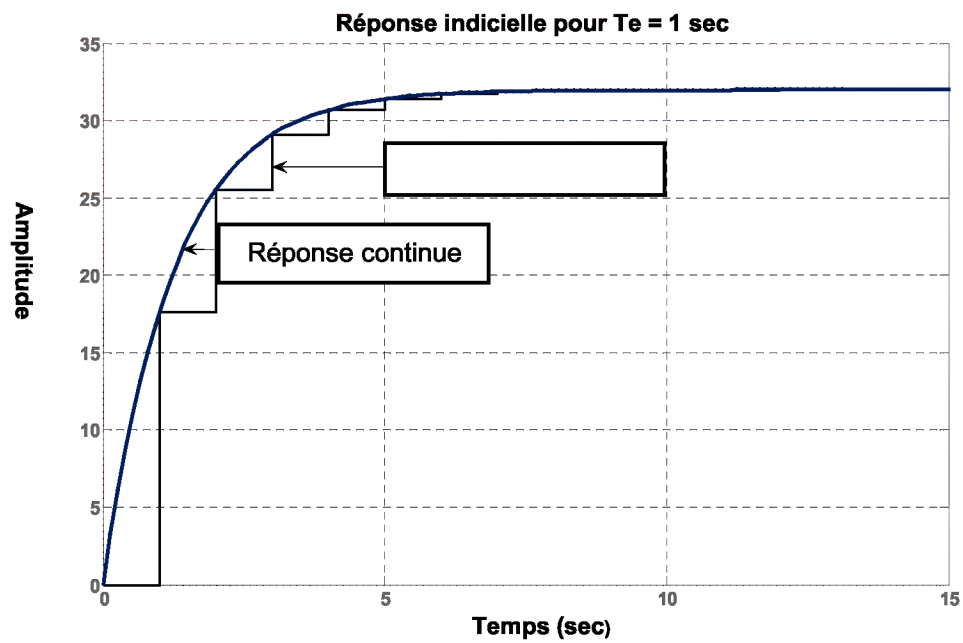


Fig. IV.6. Réponse indicielle pour $T_e=1$ sec

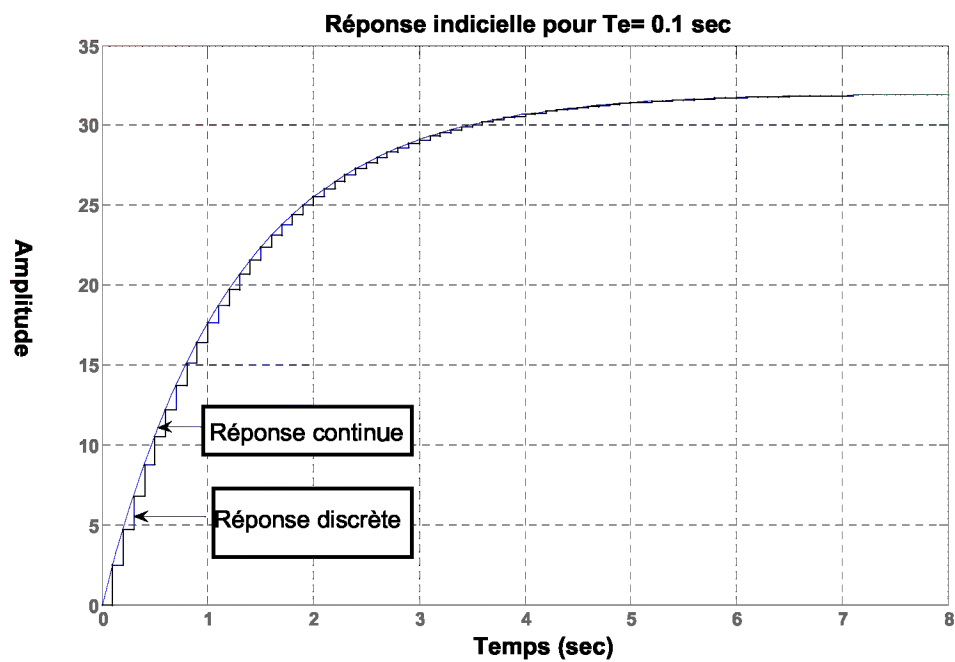
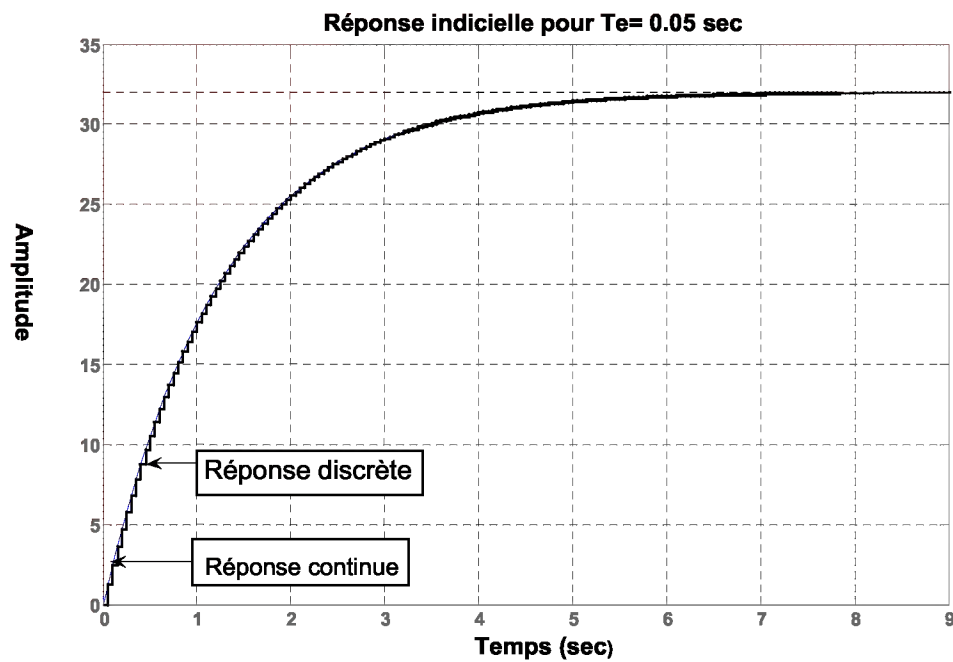
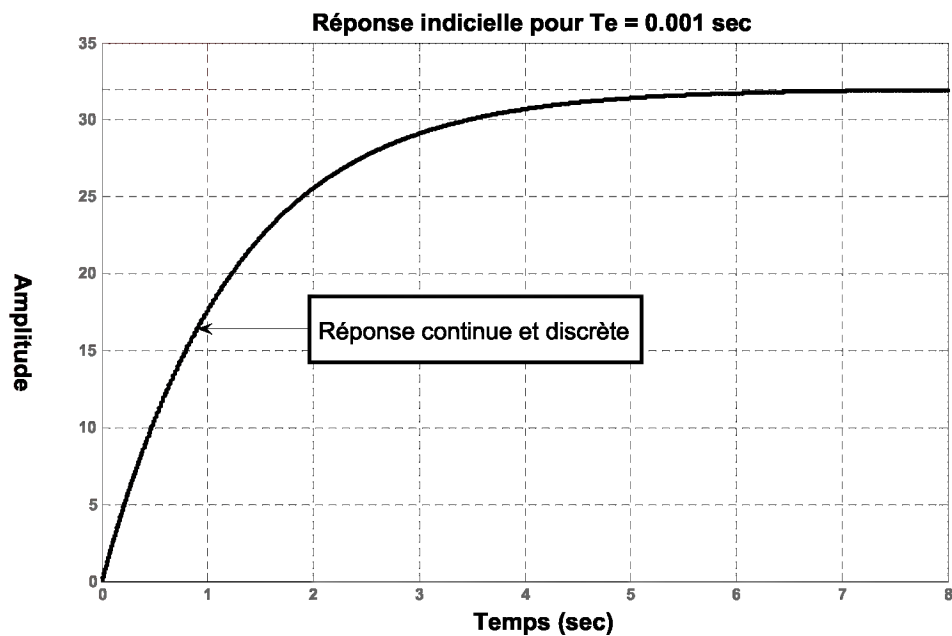
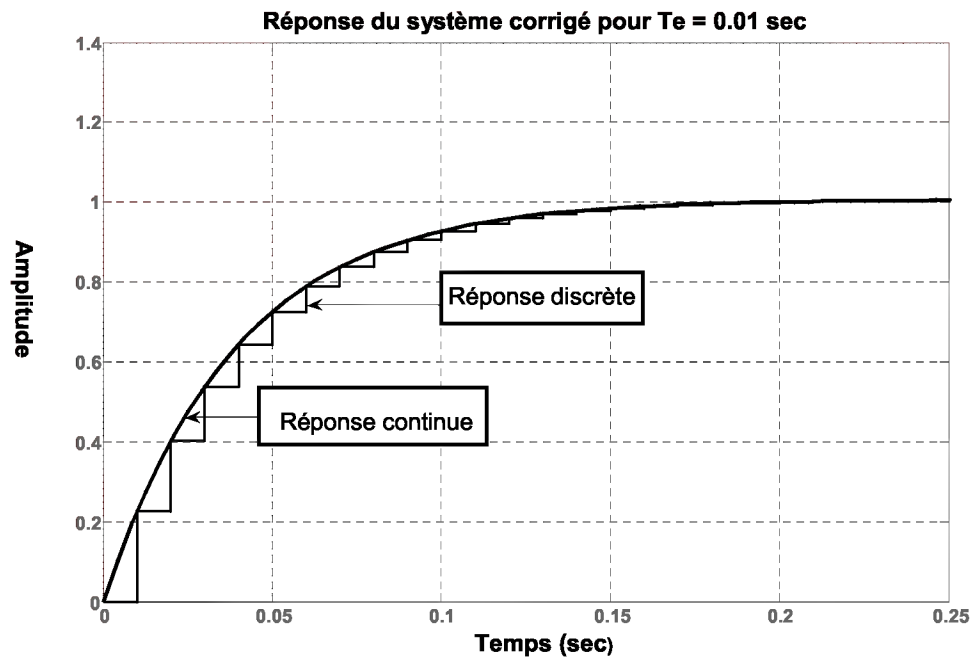
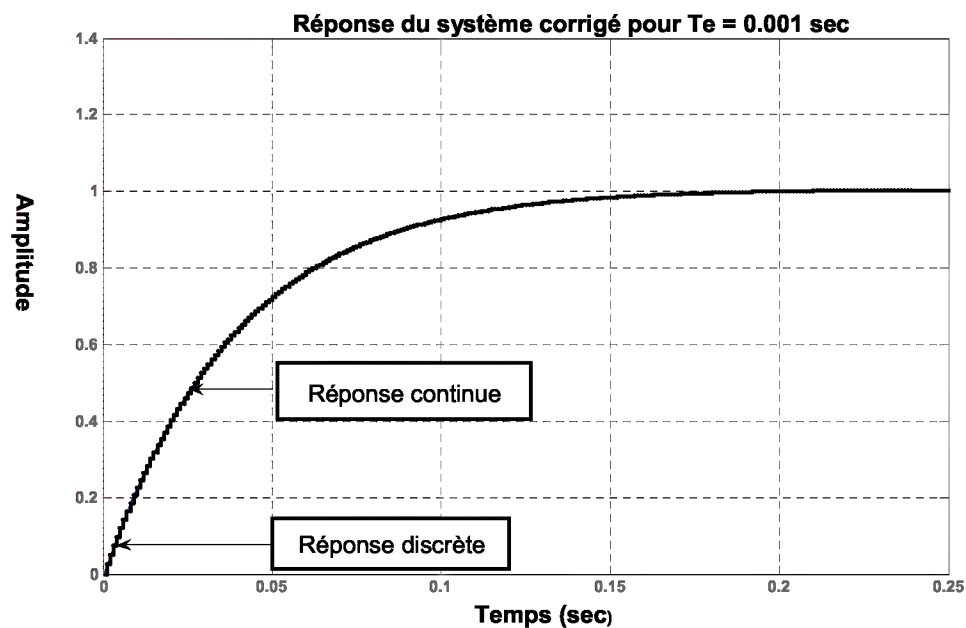


Fig. IV.7. Réponse indicielle pour $T_e=0.1$ sec

Fig. IV.8. Réponse indicielle pour $T_e=0.05$ secFig. IV.9. Réponse indicielle pour $T_e=0.001$ sec

Fig. IV.10. Réponse en boucle fermée pour $T_e=0.01$ secFig. IV.11. Réponse en boucle fermée pour $T_e=0.001$ sec

Commentaires : On remarque que le système en boucle ouverte converge vers le gain statique qui est égal à 32 avec une constante de temps égale à 1.25 secondes. Le choix des paramètres du régulateur n'est pas choisi pour satisfaire un cahier des charges spécifiques mais, ce choix est fait pour un but spécifique qui est l'identification en boucle fermée. De même, en boucle fermée la sortie converge vers la valeur désirée avec une constante de temps égale à 0.04 secondes. On constate que plus la période d'échantillonnage est petite plus les deux signaux continu et discret coïncident.

IV.4.2 Fonctions de transfert échantillonnées en boucle ouverte et en boucle fermée pour différentes périodes d'échantillonnage.

Identification théorique du système en boucle ouverte et boucle fermée

- **Pour $T_e=0.1$ sec:**

Fonctions de transfert échantillonnées en boucle ouverte :

$$G(z^{-1}) = \frac{2.46z^{-1}}{1 - 0.9231z^{-1}}$$

Fonctions de transfert échantillonnées en boucle fermée :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.9281z^{-1} - 0.8398z^{-2}}{1 - 0.983z^{-1} + 0.07136z^{-2}}$$

- **Pour $T_e=0.01$ sec:**

Fonctions de transfert échantillonnées en boucle ouverte :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.255z^{-1}}{1 - 0.992z^{-1}}$$

Fonctions de transfert échantillonnées en boucle fermée :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.2261z^{-1} - 0.2238z^{-2}}{1 - 1.766z^{-1} + 0.768z^{-2}}$$

- Pour $T_e=0.001$ sec:

Fonctions de transfert échantillonnées en boucle ouverte :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.02559z^{-1}}{1 - 0.9992z^{-1}}$$

Fonctions de transfert échantillonnées en boucle fermée :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.02528z^{-1} - 0.02525z^{-2}}{1 - 1.974z^{-1} + 0.9739z^{-2}}$$

Identification sous Matlab du système en boucle ouverte et en boucle fermée

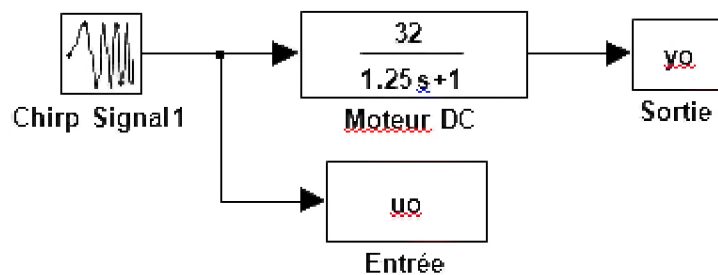


Fig. IV.12. Modèle de simulation en boucle ouverte sous Simulink

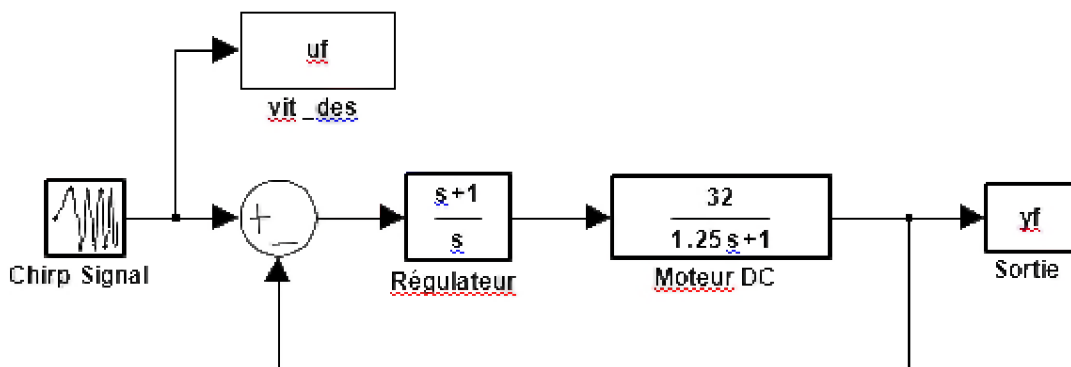


Fig. IV.13. Modèle de simulation en boucle fermée sous Simulink

En utilisant le logiciel Matlab/Simulink et pour différentes valeurs de période d'échantillonnage on trouve :

- **Pour $T_e=0.1$ sec:**

Fonctions de transfert échantillonnées en boucle ouverte :

$$G(z^{-1}) = \frac{2.419z^{-1}}{1 - 0.8849z^{-1}}$$

Fonctions de transfert échantillonnées en boucle fermée :

$$G(z^{-1}) = \frac{2.0491z^{-1} - 3.227z^{-2}}{1 - 0.3717z^{-1} - 1.8z^{-2}}$$

- **Pour $T_e=0.01$ sec:**

Fonctions de transfert échantillonnées en boucle ouverte :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.2558z^{-1}}{1 - 0.9915z^{-1}}$$

Fonctions de transfert échantillonnées en boucle fermée :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.2486z^{-1} - 0.2652z^{-2}}{1 - 1.815z^{-1} + 0.7987z^{-2}}$$

- **Pour $T_e=0.001$ sec:**

Fonctions de transfert échantillonnées en boucle ouverte :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.0256z^{-1}}{1 - 0.9992z^{-1}}$$

Fonctions de transfert échantillonnées en boucle fermée :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.02562z^{-1} - 0.0256z^{-2}}{1 - 1.974z^{-1} + 0.9737z^{-2}}$$

Commentaires : Nous constatons que les fonctions de transfert en boucle ouverte et fermée se rapprochent mieux quand la période d'échantillonnage est petite. Le choix de la période d'échantillonnage dépend de la bande passante du système considéré.

2^{ème} Méthode

Le programme qui va nous permettre d'extraire le modèle dans l'espace d'état est donné par : (voir annexe A.2).

IV.4.3 Programme sous-espaces

% Moteur à courant continu

%clear;

%close all;

clc

echo on

load datadc

u=uf; % vitesse désirée

y=yf; % vitesse mesurée

%-----

figure(1)

subplot(211)

plot(u),ylabel('Vitesses')

title('Données expérimentales du moteur à courant continu')

subplot(212)

plot(y), ylabel('Vitesses')

%-----

s=20;

[S,R]=dordpo(u,y,s);

n=2;

[A,C]=dmodpo(R,n)

[B,D]=dac2bd(A,C,u,y)

x0=dinit(A,B,C,D,u,y)

ye=dlsim(A,B,C,D,u,x0);

VAf=vaf(y,ye)

%-----

figure(2);

semilogy(S,'kX');

title('Tracé des valeurs singulières');

ylabel('S')

```

figure(3)
subplot(3,1,1);plot(y); title('Vitesse mesurée');
ylabel('y');
subplot(3,1,2);plot(ye); title('Vitesse estimée');ylabel('ye')
subplot(3,1,3);plot(ye-y);title('Erreur d'estimation');ylabel('ye-y')
figure(4)
plot(VAF,'o-')
title('Variance en pourcentage')
ylabel('VAF')

```

Les grandeurs entrée/sortie déduites du système en boucle fermée qui est le moteur à courant continu associé à un régulateur de type PI nous donnent les vitesses mesurées et estimées qui sont présentées par les figures suivantes :

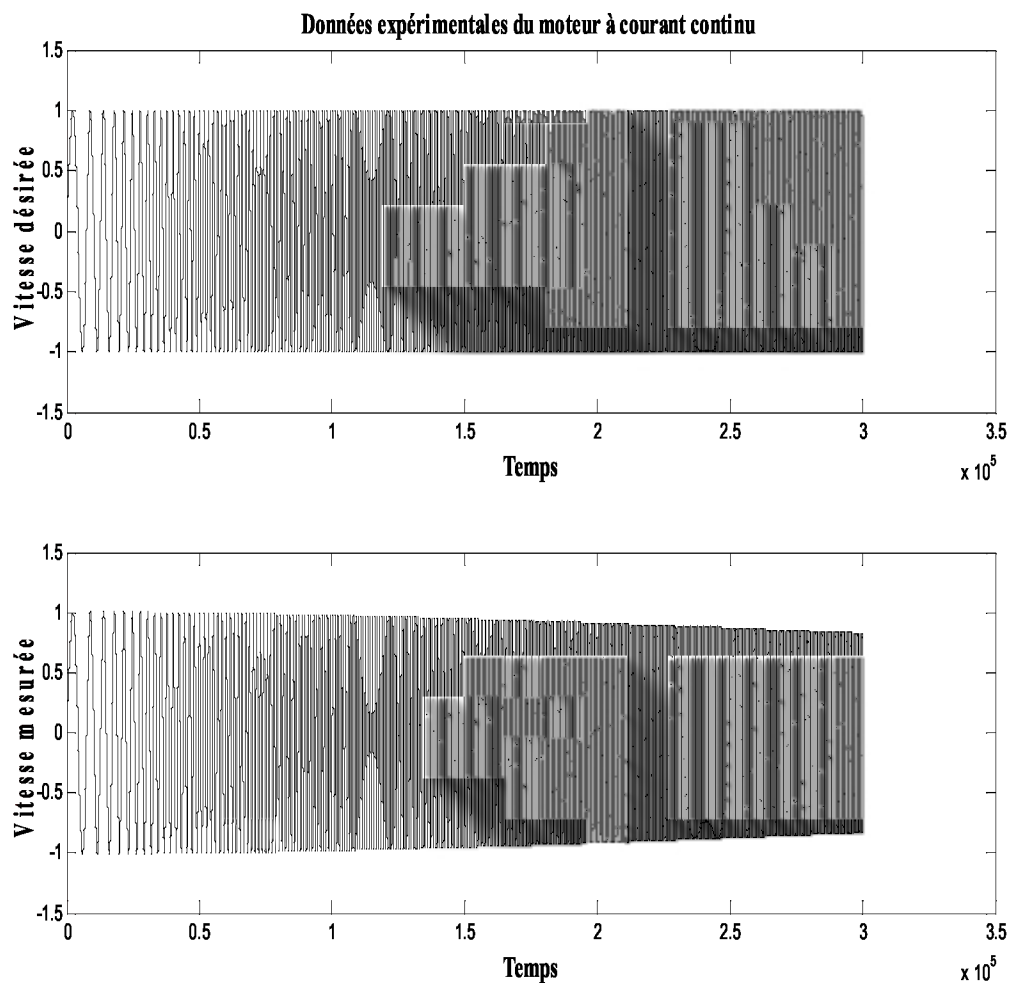


Fig. IV.14. Données expérimentales du moteur à courant continu

On remarque que la vitesse réelle suit exactement la vitesse désirée. Il est a signalé que le signal d'entrée est un signal aléatoire riche en fréquence. Cela confirme les résultats trouvés précédemment. De même quand on a appliqué un échelon à la consigne, la sortie réelle suit la sortie désirée.

Nous allons présenter maintenant la courbe des valeurs singulières (figure IV.15). Cette figure nous permettra de déduire l'ordre n du système. L'étude théorique de cette méthode nous oblige d'identifier le nombre de gap. L'ordre du système sera égal au nombre de gap.

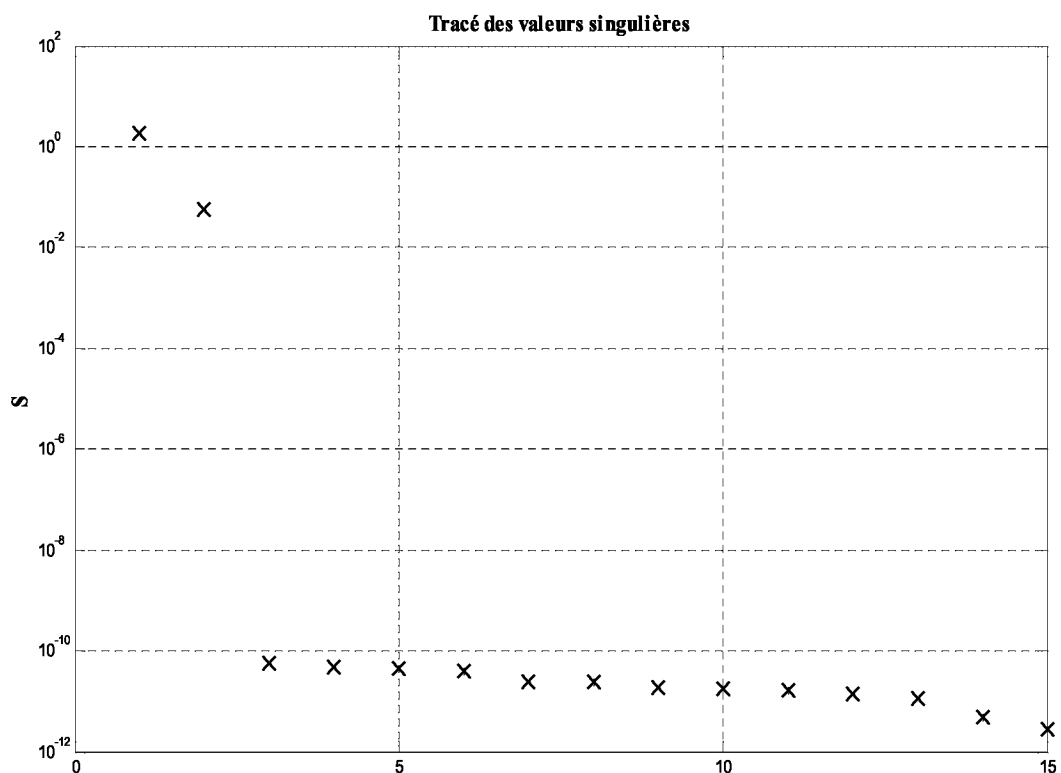


Fig. IV.15. Tracé des valeurs singulières

A partir de cette figure, on déduit l'ordre du système en boucle fermée qui est égal à 2 puisque, on a deux gap. Cela confirme notre étude ; puisque le modèle du moteur à courant continu est donné par un système du premier ordre. Néanmoins, en boucle fermée avec le régulateur de type PI, le modèle devient du deuxième ordre.

Dans la figure suivante, nous allons présenter la sortie réelle et la sortie estimée ainsi que l'erreur d'estimation. Nous constatons que l'erreur d'estimation est pratiquement nulle. Cela confirme aussi que la méthode des sous-espaces donne des résultats satisfaisants.

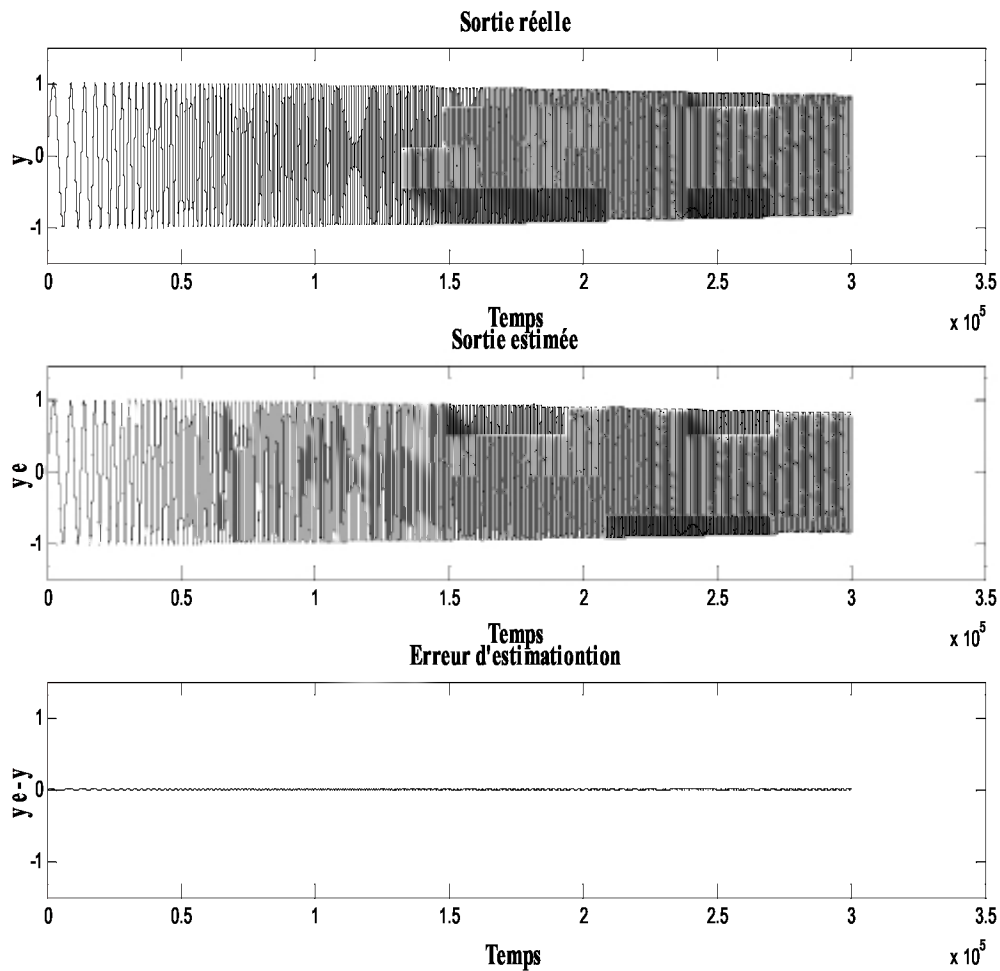


Fig. IV.16. Sortie réelle, Sortie estimée, Erreur d'estimation

La méthode des sous-espaces nous permet d'avoir le modèle dans l'espace d'état qui est donné par les matrices suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 1.0003 & -0.2287 \\ 0.0001 & 0.9736 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -0.0814 \\ -0.0090 \end{bmatrix};$$

$$C = [-0.2574 \quad -0.4428]; \quad D = 0.0127$$

La dernière figure montre la variance en pourcentage.

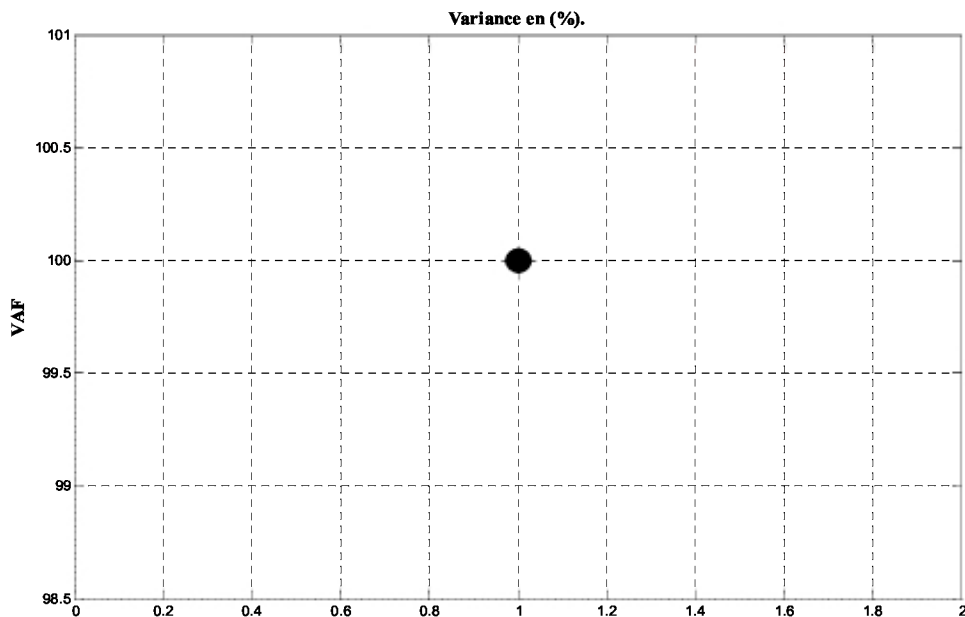


Fig. IV.17. Variance en pourcentage

IV.5 Conclusion

En utilisant la méthode d'identification de l'interface graphique de l'outil Ident « GUI » (voir annexe A.1), l'objectif sera de spécifier n_a , n_b , n_c , les degrés des polynômes $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ pour lancer les méthodes d'estimation des paramètres de la structure utilisée. On remarque que l'identification en boucle fermée permet d'obtenir un modèle de procédé décrivant le plus fidèlement possible le comportement du système réel avec un régulateur donné si le choix de la période d'échantillonnage est respecté suivant la bande passante du système considéré.

Les méthodes des sous-espaces; Contrairement aux techniques « classiques » d'identification, ne nécessitent aucun algorithme d'optimisation non linéaire. Elles s'inspirent de la théorie de la réalisation et ont pour objectif de fournir un modèle d'état discret, linéaire et invariant du système étudié. Ce modèle est estimé directement à partir des données d'entrée-sortie acquises, sans calcul préalable d'une représentation externe du procédé, en ajustant un ou plusieurs sous-espaces vectoriels aux mesures d'entrée et de sortie. Plus précisément, le problème d'identification traité par les techniques d'identification des sous-espaces consiste à estimer les matrices d'état déterministes A , B , C et D du modèle à temps discret du procédé dans le contexte stochastique.

IV. 6

ETUDE COMPARATIVE

caractéristiques	1^{er} méthode BF (Interface GUI)	2^{ème} méthode Sous-Espaces
L'ordre du système	Le nombre des entrées et sorties élevés ; La gestion de matrices de fonction de transfert devient délicate (compliquée) (mieux en SISO).	Mieux adapté aux systèmes MIMO ; Elle ne nécessite aucune forme canonique (savoir l'ordre du système).
Outils mathématiques	Pas d'utilisation d'outils mathématiques.	Utilisation des outils d'algèbre linéaire Robuste tels que : DVS /projections matricielles / factorisation QR (une réduction dans le traitement des données).
Algorithmes	Techniques basées sur les algorithmes du type erreur de sortie (l'entrée).	Cette méthode ne fait pas appel aux algorithmes d'optimisation non linéaires.
Corrélation	En boucle fermée réside dans la corrélation entre les bruits de la sortie et le signal de commande.	la décomposition en valeurs singulières (SVD) conduira à rejeter l'effet du bruit (qui se traduit par des modes qui n'ont pas de sens physique, non représentatifs de la dynamique du système).
Représentation des résultats	Les résultats trouvés sont sous forme de fonction de transfert en continu ou en discret (ou équation de récurrence).	Les résultats trouvés sont sous forme de représentation d'état du modèle à temps discret linéaire et invariant.
Effets du bruit	L'utilisation de la méthode des moindres carrés qui consiste à rajouter une matrice variable instrumentale $x(t)$, indépendante de $\varepsilon(t, \theta)$ pour remplacer $\phi(t)$; pour permettre d'annuler asymptotiquement le biais sur les vecteurs de paramètres.	Implantation d'une variable instrumentale pour annuler les effets des perturbations pour une estimation fiable.
Représentation interne	Calcul du vecteur d'état et une représentation externe.	Pas de calcul du vecteur d'état et d'une représentation externe.
Temps de calcul	Moins long en temps réel.	En temps réel, le temps de calcul un peu plus long au niveau de la DVS (décomposition en valeurs singulières).
Régulateurs	Utilisation des régulateurs (avantage pratique). Une méthode facile d'utilisation pour le (re-)réglage du contrôleur.	Pas d'utilisation des régulateurs.

Conclusion générale

Une bonne identification nécessite l'utilisation d'un signal d'excitation (commande) du procédé, riche en fréquences. Ce signal sera superposé à la valeur statique de la commande, correspondant au point de fonctionnement autour duquel on souhaite faire l'identification du procédé. En général, on utilise une S.B.P.A. riche en fréquence et de faible amplitude. Avec l'appui des techniques générales de l'identification, nous avons présenté l'approche en boucle fermée ; celle-ci s'impose dans le cas où le système est instable en boucle ouverte, présente une dérive importante du point de fonctionnement.

Le problème fondamental avec les données en boucle fermée, est la corrélation entre le bruit non mesurable et l'entrée. Pour cette raison, la plupart des méthodes utilisées en boucle ouverte ne marchent pas lorsqu'elles sont appliquées aux données de la boucle fermée. Le seul inconvénient est donc la nécessité d'avoir un bon modèle du bruit pour une bonne estimation des paramètres (absence de biais). On choisira généralement d'utiliser des modèles de type ARX ou ARMAX avec cette approche. Cette méthode donne de bons résultats, et doit donc être choisie en premier lieu. De plus, dans la plupart des cas le biais reste faible, il suffit d'avoir un bon rapport signal à bruit.

Comme toute technique basée sur des fonctions de transfert, les méthodes récursives classiques demandent de fixer a priori un grand nombre de paramètres i.e. Les degrés des numérateurs et dénominateurs des fonctions de transfert des modèles de processus et de bruit ainsi que le retard relatif pour chaque couple d'entrée-sortie. Il est alors souvent nécessaire de surdimensionner les fonctions de transfert afin de ne négliger aucune bande de fréquences de la dynamique du système. Ces algorithmes ne permettent pas d'avoir un accès direct à des variables telles que l'état du système, variables particulièrement utiles en filtrage ou en commande optimale. Ces difficultés sont principalement liées à la structure du modèle utilisé par l'approche entrée-sortie. Il semble donc important de développer de nouveaux algorithmes d'identification récursive fondés sur des écritures de modèle plus compactes.

En identification hors ligne, l'approche d'état s'est avérée être une alternative intéressante aux représentations externes de type polynomial. Cette approche, qui évite d'utiliser des formes canoniques, présente le grand intérêt de nécessiter la connaissance que d'un unique paramètre : l'ordre du système. Ce constat a motivé le développement de nombreux algorithmes d'identification, regroupés sous la dénomination de méthodes des sous-espaces,

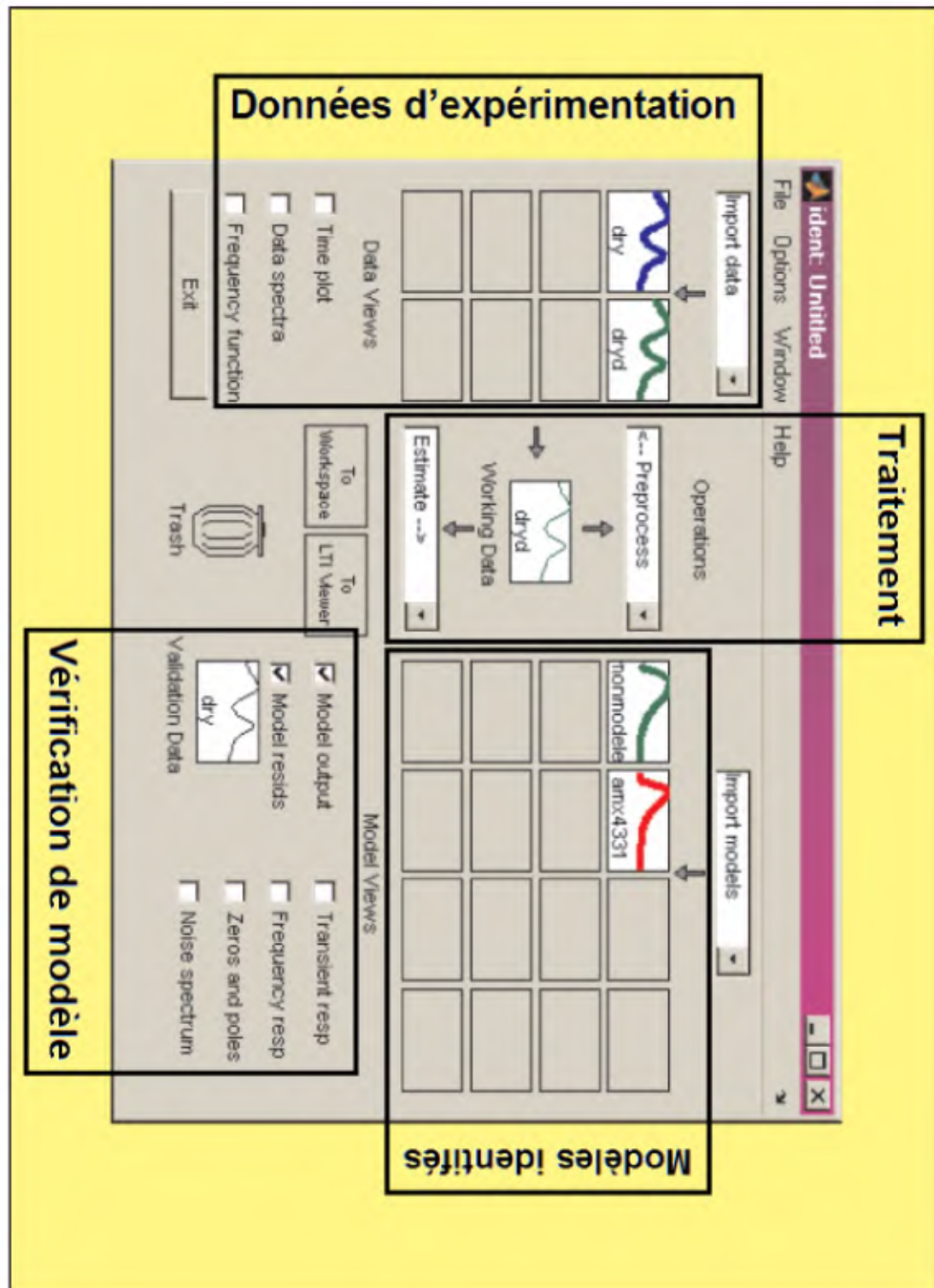
pour identifier directement un modèle d'état du procédé sans avoir recours à une représentation entrée-sortie intermédiaire. Puisque ces techniques ont démontré leur efficacité sur de nombreux cas pratiques.

Les techniques d'identification des sous-espaces a permis d'exploiter au mieux l'approche d'état en identification hors ligne. Notre étude s'est plus particulièrement intéressée aux algorithmes regroupés sous l'acronyme MOESP puisque ces derniers sont à la base des méthodes récursives des sous-espaces. Ces techniques ont la particularité d'extraire les matrices d'état du système à partir de la matrice d'observabilité estimée, sans rechercher le vecteur d'état. Comme tout algorithme hors ligne des sous-espaces, qui vise à identifier un modèle d'état du système, sans calcul intermédiaire d'une représentation externe, en ajustant un ou plusieurs sous-espaces aux mesures acquises sur le procédé. Ces algorithmes utilisent principalement des outils d'algèbre linéaire tels que la factorisation QR et la décomposition en valeurs propres ou singulières. Ces méthodes souffrent d'un inconvénient majeur pour leur implémentation en temps réel : leur coût calculatoire. La décomposition en valeurs propres ou singulières constitue l'étape la plus onéreuse numériquement.

La simulation réalisée sur le M.C.C en boucle fermée à donner de bons résultats des valeurs des paramètres des fonctions de transferts, qui se rapprochent efficacement si l'identification est réalisée en choisissant une période d'échantillonnage qui dépend de la bande passante du système considéré.

L'application de la méthode des sous-espaces sur le M.C.C est avantageuse et donne de très bons résultats au niveau de l'erreur d'estimation, qui nous permet d'avoir un modèle dans l'espace d'état compatible au système. On déduit l'ordre suivant le nombre de gap trouvé dans le tracé des valeurs singulières.

A.1 : Interface graphique de l'outil Ident « GUI »



file://F:\translate ident 3_fichiers\translate_p.htm

file://F:\translate ident_fichiers\translate_n.htm

A.2 : Méthode sous-espaces

```

function [Sn,Rnew]=dordpo(u,y,s,Rold);
% dordpo    Delivers information about the order of the LTI
%           state space model and acts as a pre-processor for
%           dmodpo. The latter actually estimates
%           the system matrices A and C and Kalman gain.
%           Model structure:
%               x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + w(k)
%               y(k)   = Cx(k) + Du(k) + v(k)
%           where w(k), v(k) are zero-mean white noise sequences,
%           independent of the noise-free input u(k).
%
% Syntax:
%           [Sn,Rnew]=dordpo(u,y,s);
%           [Sn,Rnew]=dordpo(u,y,s,Rold);
%
% Input:
%   u, y    The input respectively output data of the system to be
%           identified.
%   s       The dimension parameter that determines the number
%           of block rows in the processed Hankel matrices.
%           This parameter should be chosen larger than the expected
%           system order. The optimal value has to be found by trial
%           and error. Generally twice as large is a good starting value.
%   Rold    Should not be there on the first call of
%           the routine. When a second (or third, ...)
%           i/o data batch is processed a present R
%           matrix is used to store the information
%           from these different data batches.
%
% Output:
%   Sn      Singular values bearing information on the order
%           of the system.
%   Rnew    The compressed lower triangular factor with
%           additional information (such as i/o dimension etc.)
%           stored in the zeros.
%
% See also: dmodpi, dordpi, dmodpo
%
% Michel Verhaegen December 1994
% Modification July 1996
% copyright (c) 1994 Verhaegen Michel
% Last modified:
% 09/06/97 BRJ added possibility for Input=[]

if nargin<3
    error('Not enough input variables')
end
if size(y,2)>size(y,1)
    y=y';
end
if size(u,2)>size(u,1)
    u=u';
end
N=size(y,1);

```

```
l=size(y,2);
m=size(u,2);

if l==0,
    error('We need an output')
    % po-moesp does handle empty outputs
end

if ~(size(u,1)==N) & ~isempty(u)
    error('Input and output should have same lenght')
end

if 2*(m+1)*s>=N-2*s+1
    error('s is chosen too large or number of datapoints is too small')
end

if (nargin < 4)
    Rold = [];
end
if ~isempty(Rold)
    if ~(size(Rold,1)==s*(2*m+2*1)) & (size(Rold,2)==max(4,s*(2*m+3*1)))
        error('R-matrix has unexpected size.')
    else
        Rold = tril(Rold(:,1:2*(m+1)*s));
    end
end
% construction of Hankel matrices
NN=N-2*s+1;
Up=zeros(NN,m*s);
Uf=zeros(NN,m*s);
Yf=zeros(NN,1*s);
Yp=zeros(NN,1*s);
for i=(1:s)
    if m>0
        Up(:,(i-1)*m+1:i*m)=u(i:NN+i-1,:);
        Uf(:,(i-1)*m+1:i*m)=u(s+i:NN+s+i-1,:);
    end
    Yp(:,(i-1)*1+1:i*1)=y(i:NN+i-1,:);
    Yf(:,(i-1)*1+1:i*1)=y(s+i:NN+s+i-1,:);
end
Rnew=triu(qr([Rold'; [Uf Up Yp Yf]]))';
Rnew=Rnew(1:2*(m+1)*s,1:2*(m+1)*s);

R32=Rnew((2*m+1)*s+1:2*(m+1)*s,m*s+1:(2*m+1)*s);
[Un,Sn,Vn]=svd(R32);
Sn = diag(Sn);
Sn=Sn(1:s);

Rnew(1,2) = m;
Rnew(1,3) = 1;
Rnew(1,4) = s;
Rnew((2*m+1)*s+1:(2*m+2*1)*s,(2*m+2*1)*s+1:(2*m+3*1)*s) = Un;
% END OF THE CALCULATIONS
```

```
function [A,C,K]=dmodpo(R,n);
% dmodpo    Estimates the system matrices A and C of a LTI state
%           space model in innovation form using the output
%           of the dordpo routine.
%           Model structure:
%            $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + w(k)$ 
%            $y(k) = Cx(k) + Du(k) + v(k)$ 
%           where  $w(k)$  and  $v(k)$  are zero-mean white noise sequences,
%           independent of the noise-free input  $u(k)$ . When a third
%           output variable is specified, the Kalman gain  $K$  is
%           calculated. The Kalman gain can be used to construct the
%           one-step ahead predictor:
%            $x'(k+1) = Ax'(k) + (Bu(k) + K(y(k)-yest(k)))$ 
%            $yest(k) = Cx'(k) + Du(k)$ 
%
% Syntax:
%   [A,C]=dmodpo(R,n);
%   [A,C,K]=dmodpo(R,n);
%
% Input:
%   R      Triangular factor from order detection step.
%   n      Order of system to be estimated.
%
% Output:
%   A, C   Estimated system matrices.
%   K      Estimated Kalman gain.
%
% See also: dordpo, dmodpi, dordpi

% Michel Verhaegen December 1994
%
% Michel Verhaegen 1994
% copyright (c) 1994 Verhaegen Michel

if (size(R,1)<2 | size(R,2)<3)
    error('Matrix R has wrong size')
end

m = R(1,2);
l = R(1,3);
s = R(1,4);

if (m<0)
    error('Illegal value for number of inputs in R matrix')
end
if (l<1)
    error('Illegal value for number of inputs in R matrix ')
end
if (s<0)
    error('Illegal value for ''s'' in R matrix')
end

if ~( (size(R,1)==(2*m+2*l)*s) & (size(R,2)==max(4,(2*m+3*l)*s)) )
    error('R-matrix has unexpected size.')
end
```

```
if (n<1)
    error('System order of zero or lower does not make sense!')
end
if (n>(s-1)*1)
    error('n chosen too large, it should be smaller than or equal to '(s-
1)*1''.')
end

Un = R((2*m+1)*s+1:(2*m+2*1)*s,(2*m+2*1)*s+1:(2*m+3*1)*s);
un1=Un(1:(s-1)*1,1:n);
un2=Un(1+1:s*1,1:n);
A=un1\un2;
C=un1(1:1,:);

% calculate Kalman gain
if nargout== 3
    R1=R(1:m*s,1:m*s);
    R2=R((2*m+1)*s+1:2*(m+1)*s,1:(2*m+1)*s+1);
    Zip1 = R2(1+1:s*1,1:(2*m+1)*s+1);
    Zi    = [R2(1:s*1,1:(2*m+1)*s) zeros(s*1,1)];
    Gam   = Un(:,1:n);

    LHS    = [Gam(1:(s-1)*1,1:n)\Zip1;R2(1:1,1:(2*m+1)*s+1)];
    RHS    = [Gam\Zi ;[R1 zeros(m*s,(m+1)*s+1)]];
    K      = LHS/RHS;
    Resid  = LHS - K*RHS;
    % Q,R,S matrices
    SOL    = Resid*Resid';

    Q      = SOL(1:n,1:n);
    S      = SOL(1:n,n+1:n+1);
    R      = SOL(n+1:n+1,n+1:n+1);
    lambda=min(eig([Q S;S' R]))
    if lambda<0
        if lambda < -1e-6
            lambda=abs(lambda);
            disp('Warning: outputing zero K1')
            K1=zeros(n,1);
        else
            disp('Warning: Adjusting R, to make it positive definite')
            R=R-eye(length(R))*lambda*2;
            Q=Q-eye(length(Q))*lambda*2;
            %K= lqed2(A,C,Q,R,S);
            [X,L,K]=dare(A',C',Q,R,S);
            K=K'
        end
    end
    else
        %K= lqed2(A,C,Q,R,S);
        [X,L,K]=dare(A',C',Q,R,S);
        K=K'
    end
end
end
```

```
function [B,D,Rnew]= dac2bd(A,C,u,y,Rold) ;
% dac2bd Estimates the matrices B and D of the state space model
%
%       $x(k+1) = A x(k) + B u(k)$ 
%       $y(k) = C x(k) + D u(k) + v(k)$ 
%      using the knowledge of the pair A, C. This function enables
%      to concatenate different input-output data batches, through
%      the matrix R (Rnew, Rold).
%
%      B and D are calculated by solving a linear least squares
%      problem. The influence of the initial state x0 in the data
%      batches is compensated for in the solution. After B and D
%      are found, x0 can be calculated for a single data batch
%      using the function dinit.
%
% Syntax:
%      [B,D,Rnew]=dac2bd(A,C,u,y) ;
%      [B,D,Rnew]=dac2bd(A,C,u,y,Rold) ;
%
% Input:
%      A, C      The estimated A, C pair of the quadruple of system matrices
%      u,y       The input respectively output data of the system to be
%                identified.
%      Rold      Compressed data from previous dac2bd. Used when analyzing
%                multiple input-output data sequences.
%
% Output:
%      B, D      The estimated B, D pair.
%      Rnew      Compressed data matrix, storing information on the calculation
%                of
%                the B, D pair in following dac2bd. Used when analyzing
%                multiple input-output data sequences.
%
% See also: dac2b dinit
%
% Michel Verhaegen, June 1994
% copyright (c) 1994 Verhaegen Michel
if nargin<4
    error('Not enough input variables.')
end
if size(y,2)>size(y,1)
    y=y';
end
if size(u,2)>size(u,1)
    u=u';
end
n=size(A,1);
N=size(y,1);
l=size(y,2);
m=size(u,2);
if ~(size(A,2)==n)
    error('A should be square.')
end
if (max(abs(eig(A)))>1)
    disp('A matrix has instable pole. The estimate of B and D might be very
bad.')
end
```

```
if ~(size(C,2)==n)
    error('C matrix should have same number of columns as A.')
end
if l==0,
    error('We need an output')
end

if m==0,
    error('We need an input')
end

if ~(size(u,1)==N)
    error('Input and output should have same lenght.')
end
if nargin < 5,
    Rold = [];
end
if ~isempty(Rold) | ((size(Rold,1)==n*m+m*1) & (size(Rold,2)==n*m+m*1+1))
    error('R-matrix has unexpected size.')
end
if (N<n+n*m+m*1+1+size(Rold,1))
    error('Not enough data points to find an estimate.')
end
%Y
Y=zeros(1*N,1);
Y(:)=y;
[Q,A1]=schur(A);
C1=C*Q;
%Gamma
temp=zeros(n*1,N);
Gamma=zeros(N*1,n);
Gamma(1:1,:)=C1;
An=A1;
for i=1:floor(log(N)/log(2)),
    Gamma(2^(i-1)*1+1:2^i*1,:)=Gamma(1:2^(i-1)*1,:)*An;
    An=An*An;
end
Gamma(2^i*1+1:N*1,:)=Gamma(1:N*1-2^i*1,:)*An;
temp(:)=Gamma';
for j=1:l
    Gamma(N*(j-1)+1:N*j,:)=temp(n*(j-1)+1:n*j,:);
end
%Yij
Yij=zeros(N*1,n*m);
e=eye(n);
temp = zeros(N*1,1);
for i=1:n
    if i==n
        s=i;
    elseif A(i+1,i)==0
        s=i;
    else
        s=i+1;
    end
    Aout=A1(1:s,1:s);
    Bout=e(1:s,i);
    Cout=C1(:,1:s);
```

```
for j=1:m
    x = ltitr(Aout,Bout,u(:,j),zeros(size(Aout,1),1));
    yij = x * Cout.' ;
    temp(:)=yij;
    Yij(:,(j-1)*n+1)=temp;
end
end
%Uij
Uij=zeros(N*1,m*1);
for j=1:l,
    Uij((j-1)*N+1:j*N,(j-1)*m+1:j*m)=u;
end

% resulting linear equation: Y=[Gamma Yij Uij] XBD
% XBD=[Gamma Yij Uij]\Y;
R = triu(qr([Gamma Yij Uij Y]));

if nargin==4% No Rold
    BD = inv(R(n+1:n+n*m+m*1,n+1:n+n*m+m*1))*R(n+1:n+n*m+m*1,n+n*m+m*1+1);
    Rnew=R(n+1:n+n*m+m*1,n+1:n+n*m+m*1+1);
elseif nargin==5% Rold is given.
    Rnew=triu(qr([R(n+1:n+n*m+m*1,n+1:n+n*m+m*1+1);Rold]));
    Rnew=Rnew(1:n*m+m*1,:);
    BD = inv(Rnew(1:n*m+m*1,1:n*m+m*1))*Rnew(1:n*m+m*1,n*m+m*1+1);
end
B=zeros(n,m);B(:)=BD(1:n*m);
B=Q*B;
DT=zeros(m,1);DT(:)=BD(n*m+1:n*m+1*m);
D=DT'
```

function v = vaf(y,y_est)

```
% vaf      Compute the percentage Variance Accounted For (VAF)
%          between two signals. the VAF is calculated as:
%          variance(y-y_est)
%          v= ( 1 - ----- ) * 100%
%          variance(y)
%
%          The VAF of two signals that are the same is
%          100%. If they differ, the VAF will be lower.
%          When y and y_est have multiple columns, the VAF
%          is calculated for every column in y and y_est.
%          The VAF is often used to verify the
%          correctness of a model, by comparing the real
%          output with the estimated output of the model.
%
% Syntax:
%          v = vaf(y,y_estimate)
% Input:
%   y      Signal 1, often the real output.
%   y_est  Signal 2, often the estimated output of a model.
%
% Output:
%   v      VAF, computed for the two signals

% Bert Haverkamp, April 1996
% copyright (c) 1996 B.R.J. Haverkamp

if nargin<2
    error('Not enough input variables')
end
if size(y,2)>size(y,1)
    y=y';
end
if size(y_est,2)>size(y_est,1)
    y_est=y_est';
end

N=size(y,1);

if ~(size(y_est,1)==N)
    error('Both signals should have same lenght')
end

v=max(diag(100*(eye(size(y,2))-cov(y-y_est)./cov(y))),-1000);
```



Bibliographie

- [1] E. Walter et L. Pronzato. «Qualitative and quantitative experiment design for phenomenological models-a survey». Automatica, tome 26, no 2, pages 195–213, 1990.
- [2] E. Walter et L. Pronzato. Identification de Modèles Paramétriques à Partir de Données expérimentales. Masson, 1994.
- [3] M. Fliess, C. Join, et H. Sira-Ramirez. «Non-linear estimation is easy». Int. J. Modelling, Identification and Control, 2007.
- [4] L. Ljung et U. Forssell. «An alternative motivation for the indirect approach to closed-loop identification». IEEE Trans. Autom. Control, tome 44, no 11, pages 2206–2209, 1999.
- [5] H. Garnier, M. Gilson, P. Young, et E. Huselstein. «An optimal IV technique for identifying continuous-time transfer function model of multiple input systems». Control Engineering Practice, tome 15, no 4, pages 471–486, 2007.
- [6] M. Verhaegen. «Identification of the deterministic part of MIMO state space models». Automatica, tome 30, pages 61–74, 1994.
- [7] U. Forssell et L. Ljung. «A projection method for closed-loop identification». IEEE Trans. Autom. Control, tome 45, no 11, pages 2101–2106, 2000.
- [8] LANDAU I.D, Identification des systèmes, Hermès, Paris ; 1998.
- [9] LANDAU I.D, Identification et commande des systèmes, série automatique 2^e édition, Hermès, Paris ; 1993.
- [10] Richalet J. pratique de l'identification , 2^e édition, Hermès, Paris ; 1998.
- [11] P. Van Overschee et B. De Moor. Subspace identification for linear systems Theory Implementation Applications. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [12] M. Bachani, M. Drif : Identification paramétrique d'un processus par les moindres carrés. PFE d'ingénieur d'état en automatique, USTO, Juillet 2009.

- [13] Imine R. Identification et estimation des mouvements de pilonnement et de tangage de la maquette standard TANKER. Mémoire de Magister 1998 ,USTO.
- [14] Isermann R. Parameter adaptive control algorithms. A tutorial Automatica, Vol 18, pp 518, 1982.
- [15] Fichier Pdf : Guide d'intégration SBPA, (séquence binaire pseudo aléatoire), Régulations et asservissements performants et robustes, site internet : www.adaptech.com/Fra/.../fichiers/guide%20SBPA.pdf
- [16] Ljung L and Soderstrom T. Theory and practice of recursive identification, M.I.T Press, Cambridge 1983.
- [17] I. D. Landau. A survey of model reference adaptive techniques : theory and applications. Automatica, 10 :353–379, 1974.
- [18] O. Reiersøl. Confluence analysis by means of lag moments and other methods of confluence analysis. Econometrica, 9 :1–23, 1941.
- [19] S. Van Huffel and J. Vandervalle. The total least squares problem : computational aspects and analysis, frontiers in applied mathematics series, volume 9. SIAM, Philadelphia, 1991.
- [20] Mensler, M.(1999). Analyse et étude comparative de méthodes d'identification des systèmes à représentation continue. Développement d'une boîte à outil logicielle. Thèse de doctorat, Université de Nancy I.
- [21] Ljung, L. (1987). System identification : Theory for the user. Prentice Hall, USA.
- [22] Söderström, T. and Stoica, P. (1983). Instrumental variable methods for system identification. Springer Verlag, Berlin.
- [23] Richalet, J. (1991). Pratique de l'identification. Editions Hermès.
- [24] Richalet, J., Rault, A., and Poulliquen, R. (1971). Identification des processus par la méthode du modèle. Gordon and Breach.
- [25] Landau, I.-D. and Karimi, A. (1997). Recursive algorithms for identification in closed loop: a unified approach and evaluation. Automatica, 33:1499–1523.
- [26] Trigeassou, J.-C. and Poinot, T. (2001). Identification des systèmes sous la direction de I.D. Landau et A. Besançon-Voda, chapter Identification des systèmes à représentation continue – Application à l'estimation de paramètres physiques. Traité Information, Commande, Communication - Section Systèmes Automatisés. Editions Hermes, Paris.

- [27] Trigeassou, J.-C., Poinot, T., and Moreau, S. (2003b). A methodology for estimation of physical parameters. *System Analysis Modelling Simulation*, 43 :925–943.
- [28] Walter, E. and Pronzato, L. (1997). Identification of parametric models from experimental data. *Communications and Control Engineering Series*. Editions Springer.
- [29] Almiah, H. (1995). Modélisation et identification en ligne des paramètres d'une machine asynchrone saturée en régime statique. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- [30] Jemni, A. (1997). Estimation paramétrique des systèmes à représentation continue - Application au génie électrique. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- [31] Kabbaj, H. (1997). Identification d'un modèle type circuit prenant en compte les effets de fréquence dans une machine asynchrone à cage d'écureuil. Thèse de doctorat, INP de Toulouse.
- [32] Moreau, S. (1999). Contribution à la modélisation et à l'estimation paramétrique des machines électriques à courant alternatif : Application au diagnostic. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- [33] Himmelblau, D.-M. (1972). *Applied non linear programming*. Mc Graw Hill.
- [34] Marquardt, D.-W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters. *Soc. Indust. Appl. Math*, 11(2):431–441.
- [35] Bachir, S., Bazine, I. B., Poinot, T., Jelassi, K., and Trigeassou, J.-C. (2008). Estimation paramétrique pour le diagnostic des processus : Application à la bobine à noyau de fer. *Journal Européen des Systèmes Automatisés JESA*, 42.
- [36] Gustavsson, I., Ljung, L., and Söderström, T. (1977). Identification of processes in closed loop - identifiability and accuracy aspects. *Automatica*, 13:59–75.
- [37] Forssell, U. and Ljung, L. (1999). Closed loop identification revisited. *Automatica*, 10:149–155.
- [38] Grospeud, O. (2000). Contribution à l'identification en boucle fermée par erreur de sortie. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- [39] Donkelaar, E. V. and den Hof, P. V. (2000). Analysis of closed-loop identification with a tailor-made parametrization. In *European Journal of Control*, number 6, pages 54–62.
- [40] Grospeud, O. and Trigeassou, J.-C. (1999). Identification en boucle fermée par méthode d'erreur de sortie. In *Journées Doctorales d'Automatique*, Nancy.

- [41] Bazine, I.B., Trigeassou, J.-C., Poinot, T., and Jelassi, K. (2006b). Identification non biaisée en boucle fermée par erreur de sortie. In 4ème Conférence Internationale JTEA, Tunisie.
- [42] P. Van Overschee et B. De Moor. Subspace identification for linear systems Theory Implementation Applications. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [43] H. Oku, G. Nijse, M. Verhaegen, et Verdult V. Change detection in the dynamics with recursive subspace identification. 40th IEEE Conference on Decision and Control, December 2001. Orlando, Florida USA.
- [44] P. Van Overschee et B. De Moor. N4sid: Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems. Automatica, Special Issue on Statistical Signal Processing and control, 30(1):75–93, 1994.
- [45] N. L. C. Chui et J. M. Maciejowski. Subspace identification-a Markov parameter approach. Rapport technique, CUED/F-INFENG/TR.337, 1998.
- [46] M. Viberg, B. Wahlberg, et B. Ottersten. Analysis of state space system identification methods based on instrumental variables and subspace fitting. Automatica, 33(9) :1603–1616, 1997.
- [47] J. Qin et L. Ljung. Parallel qr implementation of subspace identification with parsimonious Models. 13th IFAC Symposium on System Identification, August 2003. Rotterdam, The Netherlands.
- [48] K. M. Pekpe, K. Gasso, G. Mourot, et J. Ragot. Identification par la méthode des sous-espaces : utilisation des paramètres de Markov. pages 417–422. Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA'2002, juillet 2002. Nantes, France.
- [49] P. Van Overschee et B. De Moor. A unifying theorem for three subspace system identification algorithms. Automatica, 31(12) :1853–1864, 1995.
- [50] C. Juang. Applied system identification. Prentice - Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
- [51] W. E. Larimore. The optimality of canonical variate identification by example. volume 2, pages 151–156. SYSID'94, July 1994. Copenhagen, Denmark.
- [52] M. Viberg, B. Ottersten, B. Wahlberg, et L. Ljung. Performance of subspace based state space system identification methods. volume 7, pages 369–372. 12th IFAC World Congress, July 1993. Sydney, Australia.
- [53] M. Verhaegen. Identification of the deterministic part of mimo state space models given in innovations form from input-output data. Automatica (Special Issue on Statistical Signal Processing and Control), 30(1):61–74, 1994.

- [54] W. E. Larimore. Canonical variate analysis in identification, filtering and adaptive control. pages 596–604. 29th IEEE Conference on Decision and control, 1990. Hawaii, USA.
- [55] M. Viberg, B. Ottersten, B. Wahlberg, et L. Ljung. Subspace methods in system identification. volume 1, pages 1–12. 10th IFAC Symposium on System Identification, July 1994. Copenhagen, Denmark.
- [56] M. Verhaegen and E. Deprettere. A fast recursive MIMO state space model identification algorithm. In *The 30th IEEE Conference on Decision and Control*, Brighton, United Kingdom, December 1991.
- [57] M. Verhaegen and P. Dewilde. Subspace model identification part 1 : output error State- space model identification class of algorithms. *International Journal of Control*, 56: 1187–1210, 1992.
- [58] M. Verhaegen and P. Dewilde. Subspace model identification part 2 : analysis of the elementary output error state space model identification algorithm. *International Journal of Control*, 56 :1211–1241, 1992.
- [59] P. Van Overschee and B. De Moor. N4SID :subspace algorithms for the identification of combined deterministic stochastic systems. *Automatica*, 30 :75–93, 1994.
- [60] P. Van Overschee and B. De Moor. Subspace identification for linear systems. theory, implementation, applications. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [61] B. L. Ho and R. E. Kalman. Effective construction of linear state variable models from input output data. *Regelungstechnik*, 14 :545–592, 1966.
- [62] M. Verhaegen. Identification of the deterministic part of MIMO state space models given in innovations form from input output data. *Automatica*, 30 :61–74, 1994.
- [63] M. Viberg. Subspace based methods for the identification of linear time invariant systems. *Automatica*, 31 :1835–1851, 1995.
- [64] W. E. Larimore. Canonical variate analysis in identification, filtering and adaptive control. In *The 29th IEEE Conference on Decision and Control*, Honolulu, Hawaii, USA, December 1990.
- [65] M. Verhaegen. Subspace model identification part 3 : analysis of the ordinary output error state space model identification algorithm. *International Journal of Control*, 1993.
- [66] C. T. Chou and M. Verhaegen. Subspace algorithms for the identification of multivariable dynamic errors-in-variables models. *Automatica*, 33 :1857–1869, 1997.
- [67] T. Kailath. *Linear Systems*. Prentice Hall, Engelwood Cliffs, 1980.
- [68] H. Zeiger and A. McEwen. Approximate linear realizations of given dimension via Ho's algorithm. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19 :153, 1974.

- [69] S. Y. Kung. A new identification and model reduction algorithm via singular value decomposition. In The 12th Asilomar Conference on Circuits, Systems and Computer, Pacific Grove, California, USA, November 1978.
- [70] F. Rotella. Algèbre et Analyse pour l'Automatique, volume Systèmes automatisés, Information Commande Communication, chapter Formulaire de calcul matriciel, pages 215–264. Hermès, 2001.
- [71] T. McKelvey. Identification of state space models from time and frequency data. PhD thesis, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1995.
- [72] L.Ljung. System identification. Theory for the user. PTR Prentice Hall Information and System Sciences Series. T. Kailath, Series Editor, Upper Saddle River, 2nd edition edition, 1999.
- [73] W. E. Larimore. System identification, reduced order filters and modeling via canonical variate analysis. In The American Control Conference, San Francisco, California, USA, June 1983.
- [74] W. E. Larimore. Canonical variate analysis in identification, filtering and adaptive control. In The 29th IEEE Conference on Decision and Control, Honolulu, Hawaii, USA, December 1990.
- [75] P. Van Overschee and B. De Moor. N4SID : numerical algorithms for state space subspace system identification. In The 12th IFAC World Congress, Sydney, July 1993.
- [76] P. Van Overschee and B. De Moor. A unifying theorem for three subspace system identification algorithms. Automatica, 31 :1853–1864, 1995.
- [77] I. Landau, R. Lozano, and M. M'Saad. Adaptive Control. Springer Verlag, New York, 1997.
- [78] D. Bauer. Order estimation for subspace methods. Automatica, 37:1561-1573, 2001.
- [79] B. Ottersten and M. Viberg. A subspace based instrumental variable method for state space system identification. In The 10th IFAC Symposium on System Identification, Copenhagen, Denmark, July 1994.
- [80] Y. Cho and T. Kailath. Fast subspace based system identification : an instrumental variable approach. Automatica, 31 :903–905, 1995.
- [81] Imène BEN AMEUR BAZINE .Identification en boucle fermée de la machine asynchrone : application à la détection de défaut. Thèse de doctorat, 16 juin 2008. Université de Poitiers.
- [82] GUILAUME MERCERE. Contribution à l'identification récursive des systèmes par l'approche des sous-espaces. Thèse de doctorat, le 07 décembre 2004. Université de LILLE.

Résumé

La modélisation est souvent considérée comme la phase initiale de l'automatique moderne. Elle permet en effet de déterminer le modèle du procédé qui sera utilisé pour prédire son comportement futur, diagnostiquer ses évolutions de fonctionnement ou synthétiser sa loi de commande. Dans ce mémoire, les méthodes de détermination d'un modèle mathématique ont été abordées en premier lieu. Les méthodes d'identification en boucle fermée ont été ensuite présentées ; une attention particulière est portée aux techniques basées sur l'approche par erreur de sortie, ou la structure bouclée est indispensable au fonctionnement du système. Cette méthodologie s'appuie sur l'approche indirecte et les algorithmes du type erreur de sortie.

Par la suite, les méthodes d'identification des sous-espaces qui sont basées sur des outils de l'algèbre linéaire ont été développées ; elles utilisent notamment les projections matricielles. Une propriété intéressante de ces méthodes est leur simplicité. En effet, elles ne font pas appel aux algorithmes d'optimisation non linéaires.

Afin de confirmer les résultats théoriques, une simulation a été réalisée utilisant l'interface graphique de l'outil Ident « GUI » et la méthode des sous-espaces.

ملخص

غالبا ما تعتبر النمذجة (**La modélisation**) كمرحلة اولية للآلية الحديثة (أوتوماتيك). وفي الواقع، هي تسمح بتحديد نموذج للعملية التي سيتم استخدامها للتنبؤ بسلوكها في المستقبل، تشخيص عملية تطوراتها أو توليف نظام المراقبة الخاصة بها. لقد تمت في هذه المذكرة مناقشة طرق لتحديد نموذج رياضي في المقام الأول، ثم يتم عرض طرق تحديد الهوية (**Identification**) في حلقة مغلقة مع إعطاء اهتمام خاص لمقاربة قائمة على الخطأ الناتج (**Erreur de sortie**) بحيث تكون التركيبة المغلقة ضرورية لتقنيات تشغيل النظام. إن هذه المنهجية تستند الى المقاربة غير المباشرة بالإضافة الى خوارزميات (**Les algorithmes**) من نوع الخطأ الناتج.

في وقت لاحق، قد تم تطوير طرائق لتحديد الفضاءات الفرعية (**Méthodes des sous-espaces**) التي تستند الى أدوات الجبر الخطي و تشمل استخدام إسقاطات المصفوفة (**Projections matricielles**). إن الخاصية المثيرة بهذه الطرائق هي بساطتها بحيث انها لا تستند الى خوارزميات التحسين (**Optimisation**) غير الخطي.

وحتى نتأكد من النتائج النظرية، قد تم إجراء محاكاة (**Simulation**) باستخدام واجهة أداة المستخدم الرسومية (**Interface graphique IDENT « GUI**) وطريقة الفضاءات الفرعية.

Abstract

Modeling is often regarded as the initial phase of the modern automatic. It indeed makes it possible to determine the model of the process which will be used to predict its future behavior, to diagnose its evolutions of operation or to synthesize its law of order. In this memory, the methods of determination of a mathematical model were approached initially. The methods of identification in closed loop were then presented; a special attention is paid to the techniques based on the approach by error of exit, or the buckled structure is essential to the operation of the system. This methodology is pressed on the indirect approach and the algorithms of the standard error of exit.

Thereafter, the methods of identification of the subspaces which are based on tools of the linear algebra were developed; they use in particular matrix projections. An interesting property of these methods is their simplicity. Indeed, they do not call on the nonlinear algorithms of optimization.

In order to confirm the theoretical results, a simulation was carried out using the graphic interface of the tool Ident "GUI" and method of the subspaces.