République **A**lgérienne **D**émocratique et **P**opulaire
Ministère de l'**E**nseignement **S**upérieur et de la **R**echerche **S**cientifique
Université des Sciences et de la Technologie d'Oran
MOHAMED BOUDIAF

FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

MEMOIRE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE MAGISTER

SPECIALITE : **AUTOMATIQUE**

OPTION : **AUTOMATIQUE ET INFORMATIQUE INDUSTRIELLE**

PRESENTE PAR

MR. OUDJAMA FARID

SUJET DU MEMOIRE

Commande robuste du bras du lecteur de disque dur en vue de l'amélioration de ses caractéristiques dynamiques

SOUTENU EN 2013 DEVANT LE JURY COMPOSE DE :

A. MOKHTARI	Professeur, USTO-MB	PRESIDENT
A. OMARI	Professeur, USTO-MB	RAPPORTEUR
M. ZERIKAT	Professeur, ENSET-ORAN	EXAMINATEUR
M. BOUHAMIDA	Maître de Conférences, USTO-MB	EXAMINATEUR
Z. AHMED-FOITIH	Maître de Conférences, USTO-MB	EXAMINATEUR

Résumé

Parmi les facteurs qui limitent les performances du disque dur lors de son positionnement, durant la phase de lecture des données, l'actionneur qui provoque le déplacement présent une faible bande passante qui ne permet pas d'avoir un positionnement rapide et précis.

L'approche à un seul actionneur présente donc un grand inconvénient. Pour remédier à ça l'approche de deux actionneurs a attiré l'attention de plusieurs chercheurs dans le domaine. Cette approche consiste en un système à deux actionneurs, l'un est utilisé pour positionner le bras du lecteur du disque dur et le seconde, qui est un système micro électromécanique pour corriger l'erreur du premier pour permettre un positionnement globale très rapide et avec une grande précision. C'est ce que nous proposons d'étudier.

Mots clés **: disque dur, actionneur VCM, actionneur piézoélectrique, *H*∞, approche à un seul actionneur, approche à deux actionneurs.**

Dédicaces

À mes chers parents,
À toute ma famille,
À tous mes amis.
À tous ce qui est proche de mon cœur.

Remerciements

Je tiens avant tout à exprimer ma profonde reconnaissance à

Mr Mohamed OMARI Abdelhafid professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie Mohamed Boudiaf d'Oran, qui a assuré la direction de mon mémoire de Magister, pour son suivi et ses conseils judicieux. Qu'il trouve ici l'expression de mon profond respect.

Je remercie Mr MOKHTARI Abd allah, professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie Mohamed Boudiaf d'Oran, de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de mon mémoire de Magister.

Je remercie, également, Messieurs BOUHAMIDA Mohamed Maître de Conférences à l'Université des Sciences et de la Technologie Mohamed Boudiaf d'Oran AHMED-FOITIH Zoubir Maître de Conférences à l'Université des Sciences et de la Technologie Mohamed Boudiaf d'Oran et M. ZERIKAT professeur à ENSET-ORAN, pour avoir accepté d'examiner ce présent mémoire.

Un très grand et très spécial merci à mes parents, et à toute ma famille.

Que toutes les personnes et tous mes amis qui m'ont soutenu moralement soient assurés de l'expression de ma reconnaissance.

A tous ceux qui m'ont aidé de loin ou de près, je dis….MERCI !

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Introduction générale

Depuis quelques décennies, le monde des matériaux informatique a connu un énorme développement technologique, sous l'effet de la concurrence et des besoins de plus en plus exigeants en qualité et en performances. Les industriels ont été amenés à s'intéresser et à s'impliquer dans la recherche automatique et à suivre les dernières nouveautés des techniques de la commande et de régulation qui participent d'une manière essentielle à améliorer l'efficacité, la qualité et la rentabilité.

Les performances des disques durs, sont souvent liées à des objectifs tels que le suivi de consigne c.-à-d. la recherche de la piste désiré et le positionnement du bras porte tête de lecture /écriture. Ces derniers sont exprimés naturellement sous la forme de contraintes dans le domaine temporel : un dépassement limité, un temps de réponse ou de montée petits, une erreur petite en régime stationnaire ou encore des limitations d'amplitude ont conduit les industriels à rechercher des stratégies de commande de plus en plus sophistiquées.

Le sujet de ce mémoire se place dans ce contexte car il traite l'asservissement de position du lecteur de disque dur qu'il a pour but d'améliorer les performances dynamiques de système de positionnement du bras porte tête de lecture /écriture plus rapidement possible avec une grand précisions pour garantir un temps de réponse minimal par l'introduction des différentes stratégies contrôle.

Beaucoup de systèmes de positionnement du bras porte tête de lecture /écriture utilisent des correcteurs classique de type *PID*. Cependant, pour obtenir des performances plus élevées, des stratégies de commande plus efficaces devront être utilisées, comme par exemple des commandes du type *LQG* ou $H\infty$.

Ce mémoire est organisé de la façon suivante :

Le premier chapitre présente un bref historique concernant l'évolution de la technologie des disques dur puis on donne une description générale et le principe de fonctionnement du disque dur. L'état de l'art de principales techniques de synthèse et les principaux travaux concernant l'amélioration des caractéristiques dynamiques d'un disque dur.

Le deuxième chapitre contient la modélisation du système qui provoque le déplacement du bras porte tête de lecture / écriture d'un disque dur pour cela, La modélisation est se devise en deux approches :

- La première approche qui est l'approche d'un seul actionneur (single stage actuator SSA).
- la seconde approche qui l'approche de deux actionneurs (dual stage actuator DSA).

Dans le troisième chapitre, nous exposons l'essentiel de la stratégie de contrôle classique utilisé dans notre travail (régulateur PID et régulateur avance de phase). Dans un premier temps, nous commençons par trouver des lois de commande classiques et les appliquer au système SSA. Nous faisons par la suite la synthèse du contrôleur pour système multivariable DSA pour le but d'améliorer les performances dynamiques du système de positionnement du bras porte tête de lecture /écriture pour garantir un temps de réponse minimal par l'introduction d'un actionneur PZT.

Le dernier chapitre est réservé à la synthèse des différents correcteurs robuste et les résultats obtenus en simulation. Au début, nous essayons de donner quelques motivations pour l'utilisation de ce type de commandes robustes. Nous présentons, le principe de la synthèse $H\infty$ et la résolution du problème par les deux approches. La première approche repose sur la résolution d'équations de Riccati, et la seconde approche repose sur la résolution par l'inégalité matricielle affine LMI, puis nous présentons la technique de synthèse *LQG* linéaire quadratique gaussienne. Par la suite nous nous traitons la simulation des lois de commande robuste (la synthèse $H\infty$ et la synthèse *LQG*) Celui ci est divisé en deux parties : la première est consacrée à trouver des lois de commande robuste appliquer au système SSA. La seconde partie est dédiée à synthétisé des contrôleurs robuste pour le système DSA.Et à la fin on fait une comparaison des résultats de simulations obtenus et nous les comparons avec les résultats obtenus par les travaux publier dans [37] .

Finalement, des conclusions et perspectives à ce travail seront présentées dans la dernière partie du mémoire.

CHAPITRE

I

Etat de l’art

I.1. Introduction

En anglais *hard drive* (HD) ou *hard disk drive* (HDD), est un périphérique de stockage servant à conserver les données de manière permanente contrairement à la mémoire vive qui efface les données lors du redémarrage de l'ordinateur. Il est relié à la carte mère par un contrôleur de disque dur et est communément appelé mémoire de masse, est composé de multiples éléments à la fois mécaniques et électroniques.

Dans ce chapitre on va, dans un premier temps on présente un bref historique et une description générale et le principe de fonctionnement du disque dur. Dans un seconde temps on décrire l'état de l'art des principaux techniques de synthèse et les principaux travaux concernant l'amélioration des caractéristique dynamique d'un disque dur plus précisément le contrôle du bras porte tête de lecture/écriture.

I.2. Bref historique

Le premier disque dur a été inventé par IBM sur demande de l'US Air Force en 1956 [1] [2]. Il s'agit du RAMAC 305 (Random Access Method of Accounting and Control). Sa capacité était de 5 Mo. Techniquement il est constitué de 50 disques en aluminium de 61 centimètres de diamètre, tournant à 3600 tours par minute et recouverts d'une fine couche magnétique. Mais son encombrement était maximum : la taille de deux armoires et pesant plus d'une tonne. Le taux de transfert de ce premier disque dur était de 8,8 Ko/s.

En 1962, IBM introduit le modèle 1301. L'innovation de ce disque est l'introduction de têtes "flottantes", qui "volaient" au-dessus de la surface du disque sur un "coussin d'air", réduisant la distance des têtes à la surface du disque de 20,32 µm à 6,35 µm. Sa capacité est de 28 Mo. Le nombre de têtes est diminué de moitié.

En 1965 IBM commercialise le modèle 2310 dont la particularité était de posséder un sous ensemble de disque amovible. Le modèle IBM 2314 commercialisé en 1966 était le premier modèle à être équipé de têtes en ferrite (oxyde de fer).

En 1973, IBM invente le disque dur de type Winchester 3340. L'espace entre la tête la surface du disque est encore diminuée et descend à 0.43 µm. L'ensemble des composants est enfermé dans une boite dont la taille est beaucoup plus petite que le RAMAC. Sa capacité est de 30 Mo. Il devient le nouveau standard de stockage : c'est véritablement l'ancêtre des disques durs d'aujourd'hui.

En 1979, sortie du modèle 3370 d'IBM, premier disque dur avec des têtes Thin Film (en couches minces), qui vont devenir le standard pendant quelques années.
Toujours la même année IBM sort également le 3310. Il s'agit du premier disque dur avec des plateaux de 8" de diamètre, ils remplacent donc les 14" qui équipaient les disques durs précédents.

En 1980, la société Seagate commercialise un disque dur de type winchester au format 5,25" : le Seagate ST-506. Il disposait de quatre têtes et d'une capacité de 5 Mo. Il equipe les premiers PC. Toutefois IBM ne choisit pas ce disque, mais commercialise le ST-412. Il s'agit d'un disque dur de 10 Mo au même format. Il sera utilisé sur PC de type XT/XT.

En 1983, les disques durs deviennent encore plus petits et atteignent le format 3,5". La marque RODIME commercialise le modèle RO352, premier disque dur à adopter ce format. Un nouveau standar est né.

En 1986, création d'un disque dur 3,5" muni de bobines électromagnétiques qui permettent d'actionner les supports des têtes.

En 1988, la société Conner Peripherals sort le CP3022, premier disque dur dont la hauteur est réduite à 1". Les années suivantes ont vu une améliorarion des matériaux composant les têtes des disques durs ainsi que des disques, permettant ainsi des meilleurs caractéristiques, plus de possibilités et plus de résistance.

En 1998, IBM commercialisa le premier disque dur de 25 gigaoctets (Deskstar 25 GP), capacité présentée à l'époque par la presse comme disproportionnée par rapport aux besoins réels des particuliers.

En 50 ans, la capacité des disques durs a été multipliée par un facteur de 1 000 000 puisqu'un disque dur de 2007 est atteindre 1 To et un disque dur de 2008 est atteindre 1.5 To et en 2009 le première disque dur de 2,0 téraoctet a été inventé par Western Digital.

I.3. Structure et principe de fonctionnement du disque dur

I.3.1. Principe de fonctionnement

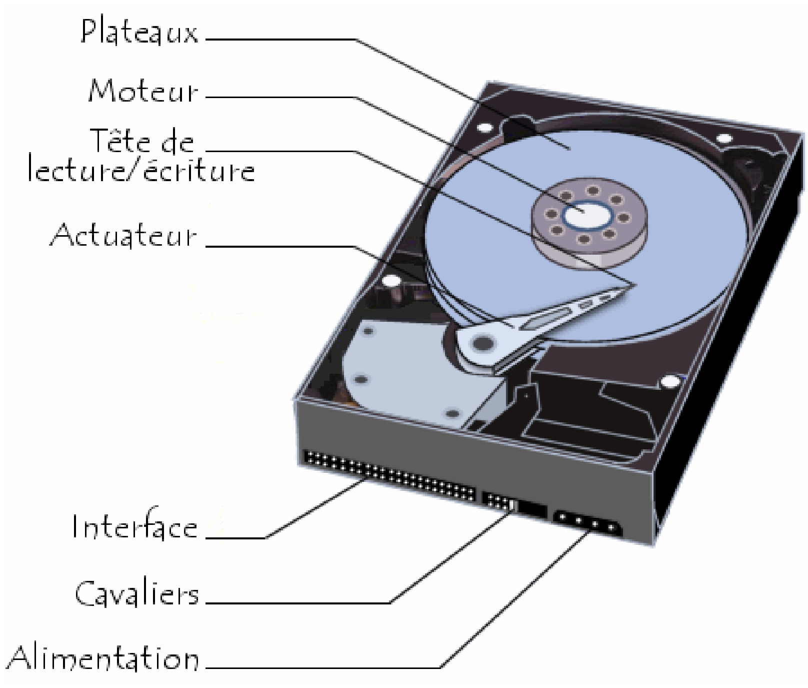


Figure I-1. Structure du disque dur

Dans un disque dur [1] [2], on trouve des plateaux rigides en rotation. Chaque plateau est constitué d'un disque réalisé généralement en aluminium, qui a l'avantage d'être léger, facilement usinable et non magnétique. Des technologies plus récentes utilisent le verre ou la céramique des états de surface encore meilleurs que ceux de l'aluminium. Les faces de ces plateaux sont recouvertes d'une couche magnétique, sur laquelle sont stockées les données. Ces données sont écrites en code binaire [0,1] sur le disque grâce à une tête de lecture/écriture, petite antenne très proche du matériau magnétique. Suivant le flux électrique qui traverse cette tête, elle modifie le champ magnétique local pour écrire soit un 1, soit un 0, à la surface du disque. Pour lire c'est le même principe, mais dans le sens inverse : le champ magnétique local reçois un flux électrique au sein de la tête qui dépend de la valeur précédemment écrite, on peut ainsi lire un 1 ou un 0.

Un disque dur typique contient un axe central autour duquel les plateaux tournent à une vitesse de rotation constante. Les têtes de lecture/écriture sont reliées à une même armature qui se déplace à la surface des plateaux, avec une tête par plateaux. L'armature déplace les têtes radicalement à travers les plateaux pendant qu'ils tournent, permettant ainsi d'accéder à la totalité de leur surface.

L'électronique associé contrôle le mouvement de l'armature ainsi que la rotation des plateaux, et réalise les lectures et les écritures suivant les requêtes émises par le contrôleur du disque.

I.3.2. Structure

Un disque dur se compose de 2 parties essentielles Une partie mécanique (heads disk assembly) et Une partie électronique [1] [2].

I.3.2.1. Partie mécanique

I.3.2.1.1. Plateaux

Les plateaux sont solidaires d'un axe sur roulements à billes ou à huile. Cet axe est maintenu en mouvement par un moteur électrique. La vitesse de rotation est comprise entre 3 600 et 15 000 tours/minute (l'échelle typique des vitesses est 3 600, 4 200, 5 400, 7 200, 10 000 et 15 000 tours/minute). La vitesse de rotation est maintenue constante.

Les plateaux sont composés d'un substrat, autrefois en aluminium (ou en zinc), de plus en plus souvent en verre, traités par diverses couches dont une ferromagnétique recouverte d'une couche de protection. L'état de surface doit être le meilleur possible.

Chaque plateau (possédant le plus souvent 2 surfaces utilisables) est composé de pistes concentriques séparées les unes des autres par une zone appelée "espace interpiste". Les pistes situées à une même distance de l'axe de rotation forment un cylindre.

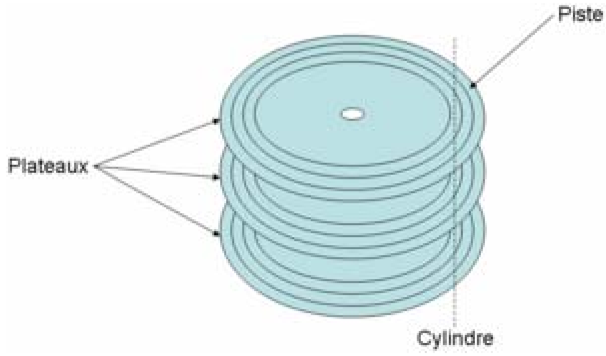


Figure I-2. Géométrie d'un disque dur

La piste est divisée en secteurs (aussi appelés blocs) contenant les données.

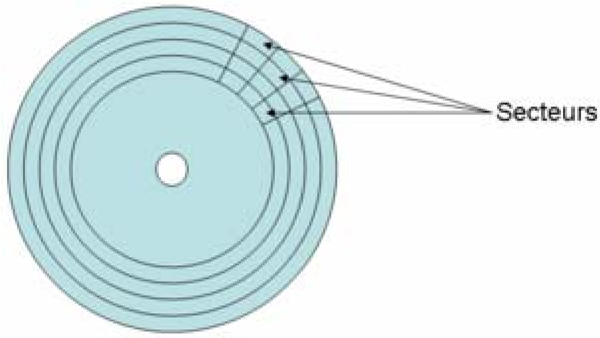


Figure I-3. Géométrie d'une surface.

En adressage CHS (abréviation de Cylinder / Head / Sector en anglais soit « Cylindre/Tête/Secteur », il faut donc trois coordonnées pour accéder à un bloc (ou secteur) de disque :

- le numéro de la tête de lecture (choix de la surface) ;
- Le numéro de la piste (détermine la position du bras portant l'ensemble des têtes) ;
- Le numéro du bloc (ou secteur) sur cette piste (détermine à partir de quel endroit il faut commencer à lire les données).

I.3.2.1.2. Tête de lecture / écriture

Fixées au bout d'un bras, elles sont solidaires d'un second axe qui permet de les faire pivoter en arc de cercle sur la surface des plateaux. Toutes les têtes pivotent donc en même temps. Il y a une tête par surface. Leur géométrie leur permet de voler au-dessus de la surface du plateau sans le toucher : elles reposent sur un coussin d'air créé par la rotation des plateaux. En 1997, les têtes volaient à 25 nanomètres de la surface des plateaux, en 2006 cette valeur est d'environ 10 nanomètres[1].

Figure I-4**.** L'actionneur VCM du bras.

Le moteur qui les entraîne doit être capable de fournir des accélérations et décélérations très fortes.

Si une ou plusieurs têtes entrent en contact avec la surface des plateaux, cela s'appelle un atterrissage et provoque le plus souvent la destruction des informations situées à cet endroit. Une imperfection sur la surface telle qu'une poussière aura le même effet. La mécanique des disques durs est donc assemblée en salle blanche et toutes les précautions (joints, etc.) sont prises pour qu'aucune impureté ne puisse pénétrer à l'intérieur du boîtier (appelé « HDA » pour Head Disk Assembly en anglais).

Il existe plusieurs types de têtes de lecture. Les têtes inductives, MR, et GMR [1] [3] :

- Têtes inductives: les têtes inductives classiques sont pourvues d'un seul électroaimant. Lors de la rotation des plateaux, les charges électromagnétiques sont mises en mouvement provoquant l'induction dans le bobinage. Cet effet permet la lecture. Lors de l'écriture, l'électroaimant polarise positivement ou négativement les charges. Cela permet d'y stocker des informations binaires.

- Têtes MR: MR signifie Magneto Resistive. Les têtes de lecture et d'écriture sont séparées. Il y a donc deux têtes distinctes. En lecture, le principe de la tête MR repose sur le fait que la résistance est modifiée en présence d'un champ magnétique. En écriture, elle fonctionne selon le même principe que la tête inductive classique.

- Têtes GMR (Giant Magneto Resistive): le principe des têtes GMR a été élaboré par Albert Fert et Peter Grünberg, respectivement français et allemand. Les travaux élaborés à ce sujet leur ont permis d'obtenir le Prix Nobel de physique 2007. Le principe élaboré reprend les caractéristiques de la tête MR. Toutefois, le dispositif utilise des éléments disposés en couches très fines destinées à augmenter la réponse. Les éléments magnétiques sur le plateaux peuvent donc être plus fines, ce qui permet d'augmenter considérablement la capacité des disques durs. Les couches sont composés des éléments NiFe séparés par une couche conductrice. Ce principe, complexe, utilise la spintronique.

I.3.2.2. Electronique

Elle est composée d'une partie dédiée à l'asservissement des moteurs et d'une autre à l'exploitation des informations électriques issues de l'interaction électromagnétique entre les têtes de lecture et les surfaces des plateaux. Une partie plus informatique va faire l'interface avec l'extérieur et la traduction de l'adresse absolue d'un bloc en coordonnées à 3 dimensions (tête, cylindre, bloc).L'électronique permet aussi de corriger les erreurs.

I.3.2.3. Alimentation électrique

Elle s'effectuait en général par un connecteur Molex. Les disques durs Serial ATA utilisent parfois le connecteur Molex mais elles sont remplacées par une prise longue et plate.

I.3.2.4. Contrôleur de disque

Un contrôleur de disque est l'ensemble électronique qui est connecté directement à la mécanique d'un disque dur. La mission de cet ensemble est de piloter les moteurs de rotation et de déplacement des têtes de lecture/enregistrement, ainsi que d'interpréter les signaux électriques reçus de ces têtes afin de les convertir en bits ou réaliser l'opération inverse afin d'enregistrer des données à un emplacement particulier de la surface des disques composant le disque dur.

Sur les premiers disques durs, comme par exemple le ST-506, ces fonctions étaient réalisées par une carte électronique indépendante de l'ensemble mécanique. Le volumineux câblage d'interconnexion a rapidement favorisé la recherche d'une solution plus compacte : le contrôleur de disque se trouva alors accolé au disque, donnant naissance aux standards SCSI et IDE**.**

I.4. Caractéristique du disque dur

Le disque dur se différencie par :

I.4.1. Vitesse angulaire et vitesse linéaire

Quand on dit qu'un disque tourne à 5400 trs/min on parle de vitesse angulaire (1 tour = 1 angle de 360 °), cette vitesse est par définition constante. Par contre la vitesse linéaire varie en permanence en fonction de la position des têtes de lecture/écriture du disque par rapport à son centre. Plus les têtes s'éloignent du centre, plus la vitesse linéaire augmente. Plus la vitesse linéaire est grande, plus le débit est important.

Une donnée située prés du centre du disque dur va donc être lue moins vite qu'une donnée située au bord. C'est ainsi que le débit maximum du media du bigfoot est quasi le même que celui de disques durs tournant à 7200 tours tout en tournant 2 fois moins vite. Ce qui est dommage, c'est que l'on ne fait plus de disques durs 5 pouces 1/4 à cause d'un problème d'inertie.

I.4.2. La densité d'informations

La densité est la quantité d'informations que vous pouvez stocker sur une surface donnée. Elle n'influence que le débit du disque. Il ne faut pas se leurrer : un disque dur avec une très grande densité et une vitesse de rotation plus faible ira généralement plus vite qu'un autre qui a 10 ans et qui tourne à 7200 tours par minute. La difficulté de maîtrise de l'inertie fait que les constructeurs préfèrent augmenter la densité d'informations pour augmenter les performances. Le débit des disques durs a donc été multiplié par 50 avec une vitesse de rotation multipliée seulement par 4.

Les informations sur un disque dur sont stockées généralement longitudinalement :

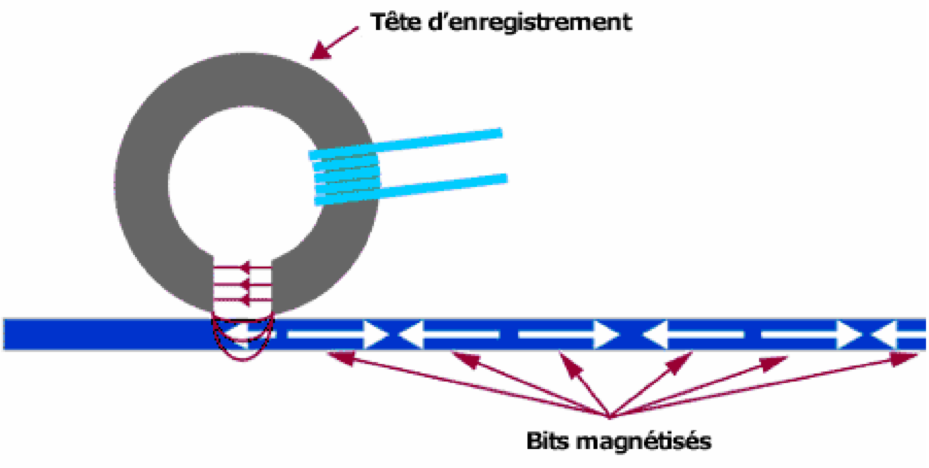


Figure I-5. Processus d'enregistrement longitudinal.

Pour pouvoir stocker toujours plus d'informations, il a cependant fallu trouver un autre moyen de stockage plus performant. En effet le stockage longitudinal commençait à atteindre ses limites physiques. Les données sont donc, sur les disques durs les plus récents, stockées verticalement. Il en ressort une densité d'informations accrue.

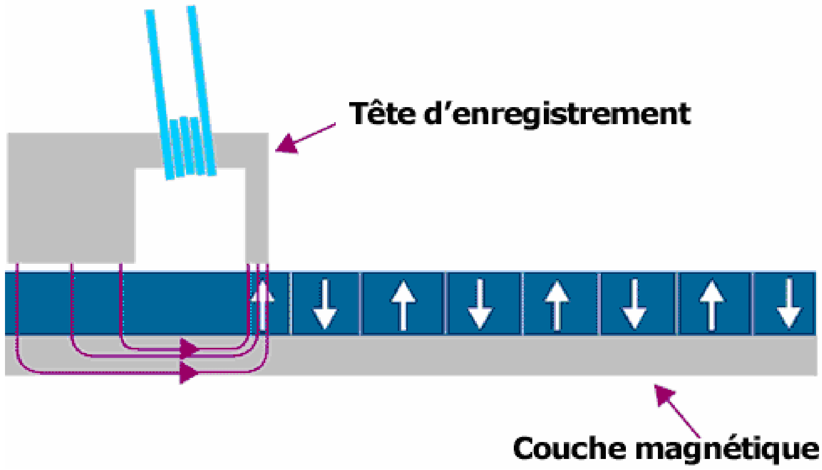


Figure I-6. Processus d'enregistrement perpendiculaire.

I.4.3. Types d'interface des disques durs

Les interfaces des disques durs ont largement évolué avec le temps dans un souci de simplicité et d'augmentation des performances. Voici quelques interfaces possibles :

- Storage Module Device (SMD), très utilisée dans les années 1980, elle était principalement réservée pour les disques de grande capacité installés sur des serveurs.

- SA-1000 un bus utilisé en micro informatique, d'où le ST-506 est dérivé.

- ST-506, très utilisée au début de la micro-informatique dans les années 1980.

- ESDI (Enhanced Small Device Interface), a succédé au ST-506, qu'elle améliore.

- L'interface IDE (ou PATA par opposition au SATA, voir plus loin), la plus courante dans les machines personnelles jusqu'à 2005, appelée aussi ATA (AT ATACHMENT), à ne pas confondre avec S-ATA, cette dernière l'ayant remplacée.

- SCSI (Small Computer System Interface), plus chère, mais offrant des performances supérieures. Toujours utilisée et améliorée (passage de 8 à 16 bits notamment, et augmentation de la vitesse de transfert, normes SCSI-1, SCSI-2, SCSI-3).

- SAS (Serial Attached SCSI), combine les avantages du SCSI avec ceux du Serial ATA (elle est compatible avec cette dernière).

- Serial ATA (ou S-ATA), est une interface série, peu coûteuse et plus rapide qu'ATA (normes SATA et SATA II), c'est la plus courante désormais (2008).

- Fibre-Channel (FC-AL), est un successeur du SCSI. La liaison est série et peut utiliser une connectique fibre optique ou cuivre. Principalement utilisée sur les serveurs.

I.4.4. Capacité de stockage

La capacité de stockage d'un disque dur peut être calculée ainsi : le nombre de cylindres multiplié par le nombre de têtes, multiplié par le nombre de secteurs par piste multiplié par nombre d'octets par secteur, qui est une moyenne de 512.

I.4.5. Performances

Le temps d'accès et le débit d'un disque dur permettent d'en mesurer les performances. Les facteurs principaux à prendre en compte sont :

- le temps de latence, facteur de la vitesse de rotation des plateaux. Le temps de latence (en secondes) est égal à 60 divisé par la vitesse de rotation en tours par minute. Le temps de latence moyen est égal au temps de latence divisé par 2 (car on estime que statistiquement les données sont à un demi-tour près des têtes). Dans les premiers disques durs, jusqu'en 1970, le temps de latence était d'un tour : on devait en effet attendre que se présente la home adresse, rayon origine (1/2 tour) devant les têtes, puis on cherchait le ou les secteurs concernés à partir de cette home adresse (1/2 tour). IBM munit des disques 3033 d'une piste fixe entière destinée à l'adressage, et qui éliminait le besoin de home adresse.

- le temps de recherche, ou seek time en anglais, est le temps que met la tête pour se déplacer jusqu'au cylindre choisi. C'est une moyenne entre le temps piste à piste, et le plus long possible (full-stroke).

- le temps de transfert est le temps que vont mettre les données à être transférées entre le disque dur et l'ordinateur par le biais de son interface.

Pour estimer le temps de transfert total, on additionne ces trois temps. On pourra rajouter le temps de réponse du contrôleur, etc. Il faut souvent faire attention aux spécifications des constructeurs, ceux-ci auront tendance à communiquer les valeurs de pointe au lieu des valeurs soutenues (par exemple pour les débits).

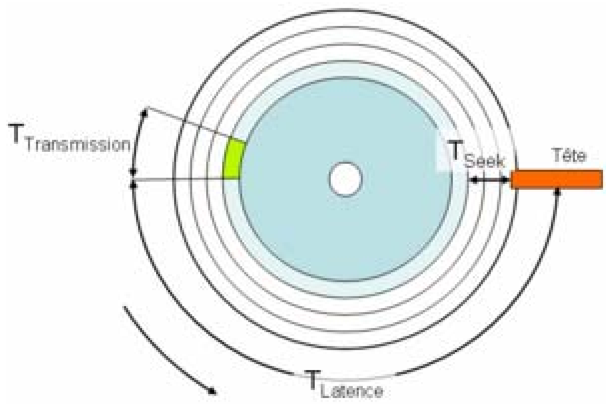


Figure I-7. lecture d'un secteur.

Pour lire le secteur (en vert) situé sur une piste interne à l'opposé de la tête de lecture (en rouge), il faut déplacer la tête vers l'intérieur (TSeek), attendre que le bloc arrive sous la tête (TLatence) puis lire la totalité du bloc (TTransmission). Il est possible d'optimiser le temps d'accès en prenant en compte la vitesse de rotation pendant que la tête se déplace.

I.5. Etat de l'art

L'objectif principal de l'asservissement de position du lecteur de disque dur est de déplacer la tête de lecture /écriture à la piste souhaitée le plus rapidement possible avec une grand précisions pour garantir un temps de réponse minimal. La mise en œuvre de la servo contrôleur s'appuie sur le signal d'erreur de position qui est obtenu par la lecture des informations de position codée sur les pistes de données du disque [3].

Le système de contrôle traditionnel utilise généralement un actionneur VCM pour déplacer la tête de lecture /écriture. Ce dernier présente une faible bande passante qui ne permet pas d'avoir un positionnement rapide et précis. Afin d'améliorer ces performances plusieurs solutions ont été proposées afin d'adresser la solution des problèmes mentionnés ci-dessus l'approche de deux actionneur DSA (l'actionneur VCM combiné avec un actionneur piézoélectrique PZT) a été l'intérêt de plusieurs chercheurs dans ce domaine.

Différentes techniques sont utilisées pour la commande du bras porte tête de lecture / écriture d'un disque dur[3].. On ne peut pas dans le cadre de ce mémoire de les traiter en détail. Ils peuvent classer en deux catégories : celles fondées sur la conception découplés SISO, et celles basées sur des méthodes modernes comme la synthèse Linière Quadratique Gaussienne *LQG*, LQG */ LTR*, H ∞, μ-synthèse, et la synthèse mixte H2 / H ∞.

I.5.1. Méthodologies de synthèse et de conception classique SISO

Plusieurs architectures et les méthodologies ont été proposées pour transformer le problème DSA au problème SISO par exemple :

- **Approche maître esclave**: Dans cette structure [4], l'erreur de position est alimentée a l'actionneur PZT et sa sortie alimenté au signal d'entrée du contrôleur de l'actionneur VCM, suivant les indications de la figure I.8 :

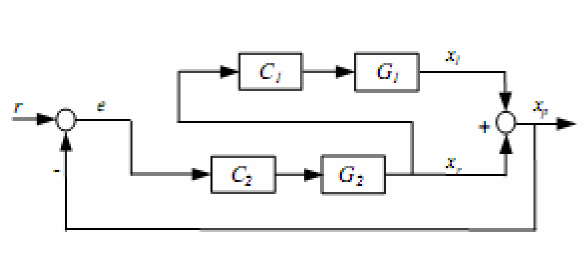


Figure I-8. Structure maître-esclave.

- **Approche découplé**: Figure III.9 montre la structure découplée [4]. dans ce cas l'erreur de position est alimentée aux deux contrôleurs (contrôleur de l'actionneur VCM et de l'actionneur PZT) et la sortie de l'actionneur PZT est ajouté à l'erreur de position appliquée au contrôleur de l'actionneur VCM.

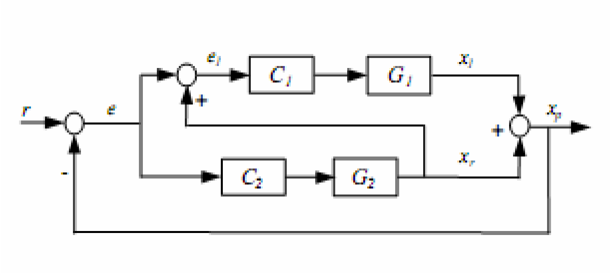


Figure I-9. Structure découplé.

- **Approche PQ**: La méthode PQ est une autre technique de conception pour concevoir un contrôleur du système DSA elle est présenté en détail dans [5].

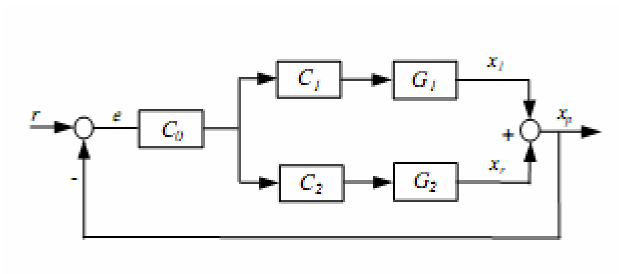


Figure I-10. Structure PQ.

- **Approche parallèle:** Il est également possible de concevoir un contrôleur du DSA en utilisant une structure parallèle [6], suivant les indications de la figure III.11 :

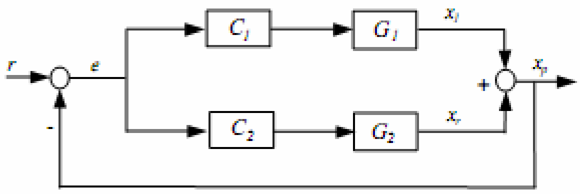


Figure I-11. Structure parallèle.

I.5.2. Méthodologies de synthèse des lois de commande modernes des systèmes MIMO

Comme le système à deux actionneur DSA est un système MIMO, il est naturel d'utiliser des méthodes de contrôle robuste et optimale tels que LQG, LQG / LTR, H ∞ et µ-synthèse, pour la conception du contrôleur à deux étages. Généralement les systèmes MIMO optimaux sont basées sur la structure parallèle sur la figure I.11, complétée par des fonctions de pondération afin de préciser les objectifs du contrôle.

Les différentes stratégies de commande proposées dans la littérature afin de résoudre le problème de contrôle DSA telles que les techniques LQG et LQG / LTR basées sur des équations algébriques de Riccati ont été publiés dans [7], [8] et [9] qui combine un filtre de Kalman et le contrôle optimal par retour d'état basée sur le principe de séparation.

D'autre exemple de commande du système DSA en utilisant H ∞, µ-synthèse et la synthèse mixte H2 /∞ H∞ ont été publiés dans [7] et [10] [11] [12] [13]. Le point intéressant de ces méthodes est qu'elles sont basées sur une traduction assez directe du cahier des charges en un critère mathématique à vérifier en général une fonction à minimiser La synthèse problème de minimisation ou d'optimisation .Une fois le critère mathématique défini, la recherche de la loi de commande se fait algorithmiquement par résolution du problème d'optimisation.

D'autres théories de contrôle avancées on tété appliquées au modèle DSA tels que le contrôle mode glissant [14] et les réseaux neuronaux [15].

I.6. Conclusion

Dans ce chapitre on a présenté un bref historique et une étude sur la structure et le principe de fonctionnement du disque dur.

Dans un seconde temps on a présenté l'état de l'art des méthodologies et les principaux travaux concernant l'amélioration des caractéristiques dynamiques d'un disque dur nécessaire pour la compréhension de notre travail sur la commande du bras porte tête de lecture/écriture.

L'objet du prochain chapitre est la description et la modélisation du système utilisé pour positionner le bras porte tête de lecture/écriture.

CHAPITRE

II

Modélisation du système

II.1. Introduction

Dans ce chapitre, On rappelle quelques notions élémentaires sur la modélisation du système qui provoque le déplacement du bras porte tête de lecture / écriture d’un disque dur. Beaucoup d'études de recherches ont été faites et rapportées dans la littérature qui traite ce problème et ses solutions possibles [1] [16] [17] [18].

Pour cela, La modélisation est se devise en deux approches :

La première approche qui est l’approche d’un seul actionneur (single stage actuator SSA) qui est utilisé pour positionner le bras porte tête de lecture/écriture du disque dur.

Et la seconde approche qui est l’approche de deux actionneurs (dual stage actuator DSA) consiste a ajouté un autre système a l’approche d’un seul actionneur qui est un système micro électromécanique pour le but de corriger l’erreur du première actionneur pour permettre un positionnement global très rapide et avec une grand précision

II.2. Modélisation de l’approche d’un seul actionneur (single stage actuator)

Le déclencheur est une partie très importante du disque dur son rôle est de positionner les têtes de lecture / écriture sur chaque piste plus rapidement et avec une grande précision. Actuellement, le système complexe de bobine et d’aimant appelé Voice Coil Actuator (VCM) est le plus utilisé. Il est aussi appelé Servo Motor.

Quand le courant passe dans la bobine de l’actionneur VCM [1] [16] [17] [18] une force électromagnétique est produite proportionnelle au courant d'enroulement. Cette force produit un couple dépend du champ produit par le courant de la bobine autour du point pivot qui fait déplacer le bras porte tête de lecture/écriture.

$$C = K_t I \tag{2.1}$$

Où :

K_t : La constante de couple du VCM.

I : le courant d'enroulement.

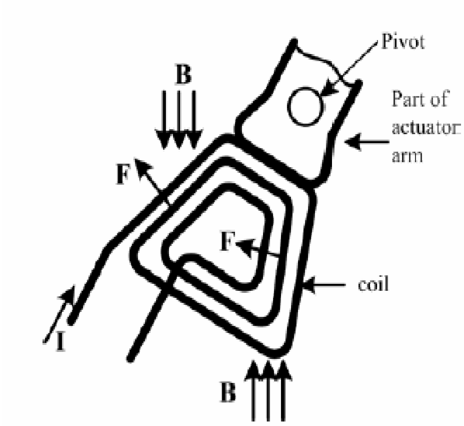


Figure II-1. Génération de couple dans l'actionneur VCM

On définit selon la seconde loi de newton l'équation du mouvement du VCM :

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{K_t}{J} I(t) \tag{2.2}$$

Où :

J : est le moment d'inertie du bras tournant.

$\ddot{\theta}(t)$: est l'accélération angulaire du mouvement de l'actionneur.

Si la distance entre le centre du pivot et la tête de lecture est L. Le déplacement linéaire de la tête de lecture correspondant à un écart angulaire θ est :

$$y = L\theta \tag{2.3}$$

Dans l industrie du disque dur on exprime toujours le déplacement de la téte par l'unité de track c à d:

$$y = D_{trk} L\theta \tag{2.4}$$

Où :

D_{trk} : est la densité du track.

Prenant en compte tous ces facteurs, la dynamique du VCM est donnée par :

$$\ddot{y}(t) = \frac{D_{trk} L K_t}{J} I(t) = K_t I(t). \tag{2.5}$$

La fonction de transfert du modèle correspondant est :

$$G_v(s) = \frac{K}{s^2} \tag{2.6}$$

Si le VCM est entrainé par un amplificateur de tension, tel qu'il est montré sur la figure II-2 [1] :

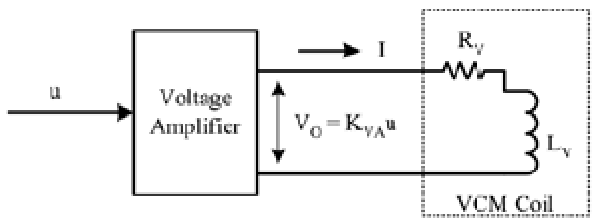


Figure II-2. Amplificateurs pour le contrôle du VCM : Source de tension

La tension V_0 est proportionnelle a l entré de l amplificateur :

$$V_0 = K_{VA}u \qquad (2.7)$$

Le courant dans la bobine du VCM et la tension appliquée V_0 sont reliés entre eux par l'équation différentielle :

$$Vo(t) = R_v I(t) + L_v \frac{dI(t)}{dt}. \qquad (2.8)$$

Dans ce cas, la fonction de transfert entre l'entrée u et le courant d'enroulement I est :

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{K_{VA}}{L_v s + R_v} \qquad (2.9)$$

Et la fonction de transfert globale est :

$$G_{v,v} = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{KK_{VA}}{s^2(L_v s + R_v)} \qquad (2.10)$$

D'autre part, si le VCM est entrainé par un amplificateur de courant figure II-3 [1] :

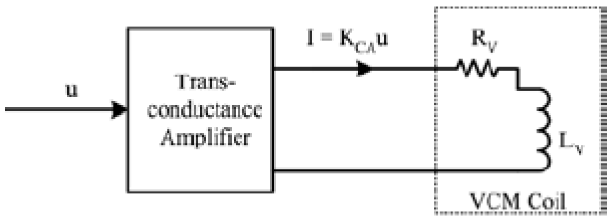


Figure II-3. Amplificateurs pour le contrôle du VCM : Source de courant.

On a :

$$I = K_{CA}u\ . \qquad (2.11)$$

La fonction de transfert globale est donnée par :

$$G_{v,c} = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{KK_{CA}}{s^2} \qquad (2.12)$$

Dans l industrie des disques durs l’actionneur VCM est toujours piloté par un amplificateur du courant [1] donc la fonction du transfert utilisé dans notre travail est :

$$G_{v,c} = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{a}{s^2} \qquad \text{Avec } a = 6.4\times10^7 \text{ [2].} \qquad (2.13)$$

La représentation d'état du *VCM* est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_v(t) = A_v x(t) + B_v u(t) \\ y_v(t) = C_v x(t) \end{cases} \tag{2.14}$$

Avec :

$$A_v = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \; B_v = \begin{bmatrix} 0 \\ a \end{bmatrix}, C_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, D_v = 0.$$

II.3 Modélisation de l’approche de deux actionneurs (dual stage actuator)

II.3.1. L’actionneur piézoélectrique

L’origine du mot piézoélectricité dérive du grec "Piézo" qui signifie pression. La piézoélectricité est une propriété basée sur la capacité de certains cristaux de générer un champ électrique lorsqu’ils sont soumis à une pression mécanique externe ; on parle alors d’effet piézoélectrique direct. Par contre, ces mêmes cristaux subissent une déformation sous l’action d’un champ électrique ; c’est l’effet piézoélectrique inverse [19] [20] [21].

L’utilisation d’actionneurs piézoélectriques spécifiques capables de générer un mouvement de rotation ou de translation a donné naissance à une nouvelle génération d’actionneurs électriques: les actionneurs piézoélectriques. Leur principe de fonctionnement repose sur la conversion par friction d’une vibration, en un mouvement continu. La déformation de la structure élastique est induite au moyen de céramiques piézoélectriques. Ces dernières ont la propriété de subir une déformation lorsqu’elles sont sous l’action d’un champ électrique (effet piézoélectrique inverse).

L’actionneur piézoélectrique représente un intérêt certain pour l’industrie grâce à ses caractéristiques très spécifiques.

II.3.1.1. Caractéristiques des matériaux piézoélectriques

PZT est l’acronyme pour plumbum (plomb) zirconate titante. Il s’agit d’un matériau céramique polycrystalin avec des propriétés piézoélectriques[19] [20] [21].

La piézoélectricité caractérise la propriété que présentent certains corps à se polariser électriquement sous l’action d’une contrainte mécanique (effet direct) et à se déformer lorsqu’ils sont soumis à un champ électrique (effet inverse).

La déformation des matériaux piézoélectriques est une fonction du champ électrique $\vec{E}$, du type de matériau piézoélectrique utilisé et de la longueur de celui-ci.

On peut caractériser le matériau par les coefficients de contrainte piézoélectriques d_{ij} . Ces coefficients donnent la relation entre le champ électrique appliqué et la contrainte mécanique produite.

$$\Delta L = \varepsilon . L_0 \approx \pm E . d_{ij} . L_0 \qquad (2.15)$$

Où :

ε : Variation relative de longueur.

L_0 : Longueur de la céramique $[m]$.

E : Champ électrique $\left[\frac{V}{m}\right]$.

d_{ij} : Coefficient piézoélectrique $\left[\frac{m}{V}\right]$.

II.3.1.2. Caractéristiques des actionneurs PZT

Parmi les caractéristiques intéressantes de l'actionneur piézoélectrique on donne [19] [20] [21] :

- **Résolution :** Les actionneurs PZT ont une résolution théorique illimitée. En effet, ils ne présentent pas de frottement, ni des seuils de tension d'entrée. En pratique, le montage et les instruments de métrologie, entre autres, peuvent limiter cette résolution**.**

- **Réponse rapide :** Les actionneurs piézoélectriques ont la réponse la plus rapide disponible. La constante de temps est de l'ordre de la microseconde. On peut atteindre des accélérations de l'ordre de 10000g.

- **Non linéarités :** Les actionneurs piézoélectriques présentent de l'hystérèse et du drift.

- **Consommation de puissance :** Il n'y pratiquement pas de consommation d'énergie dans les applications statiques. Pour le fonctionnement dynamique, la consommation augmente linéairement avec la fréquence et la capacité de l'actuateur**.**

- **Combinaison avec d'autres appareils de positionnement :** Il est possible de combiner un actuateur piézoélectrique avec d'autres instruments de positionnement motorisés pour augmenter la course du dispositif final.

II.3.1.3. Modélisation d'actionneur PZT

L'actionneur piézoélectrique est souvent modelé comme un système masse ressort amortisseur [1] [22] [23]

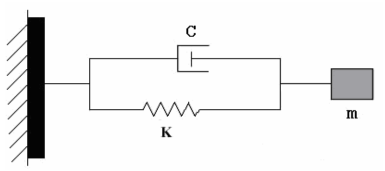


Figure II-4. système masse ressort amortisseur

La réponse dynamique d'actionneur piézoélectrique est donnée par une équation du second ordre

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + K_m x(t) = F_e \tag{2.16}$$

Ou m est la masse de la partie mobile, b est le coefficient d'amortissement et K_m est la rigidité du ressort qui relie la masse mobile ai point d'attache.

Le modèle définitive d'un actionneur piézoélectrique est :

$$G_M(s) = \frac{k}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2} \tag{2.17}$$

Avec: $\omega = 2\pi \times 1500$ $\zeta = 0.03$ et $k = 2.5 \times \omega^2$.[1]

Et sa représentation d'état est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_m(t) = A_m x(t) + B_m u(t) \\ y_m(t) = C_m x(t) \end{cases} \tag{2.18}$$

Avec :

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & -2\zeta\omega \end{bmatrix}, \; B_m = \begin{bmatrix} 0 \\ k \end{bmatrix}, C_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, D_v = 0.$$

II.3.2. Modélisation de l'approche de deux actionneurs

L'actionneur VCM présente une faible bande passante avec un grand déplacement qui ne permet pas d avoir un positionnement de la tête R/W rapide et précis. Pour améliorer la rapidité et la précision on a proposé la structure DSA ou on utilise l'actionneur PZT caractérisé une bande passante élevée avec un déplacement d'environ $1 \pm \mu m$ avec qui nous permet d'amélioré les erreurs du premier actionneur. [1]

Dans la littérature, les modelés du DSA sont obtenus séparément grâce a l identification du système. Ou il n'ya pas de couplage mécanique entre les deux actionneurs. Dans cette approche Le micro actionneur PZT a été monté à la fin du bras porte tête de R/W entre le glisseur et la tête de lecture/écriture Tel qu'il est montré dans la figure:

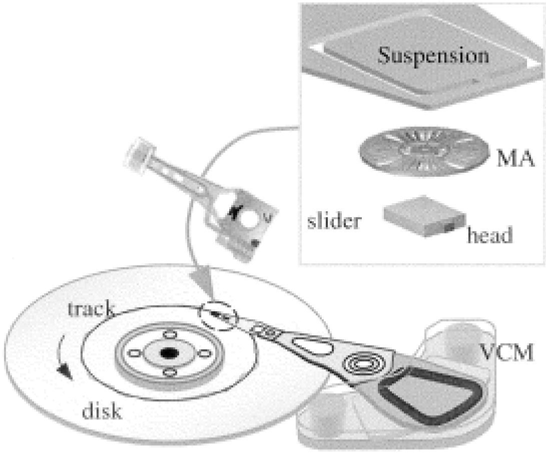


Figure II-5. Positionnement du PZT sur le bras porte tête R/W.

La sortie globale du système DSA est la somme des déplacements du VCM et de PZT qui est un système mulitivariable a deux entré et une seul sortie DSA tel que [1] [2] [11] [22] [23]:

$$y = y_V + y_m \tag{2.19}$$

Avec :

y_v : La sortie du VCM.

y_m : La sortie du PZT.

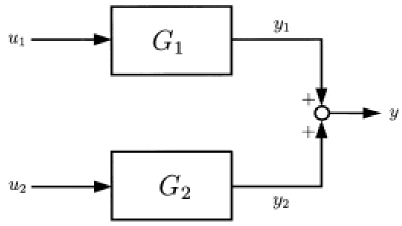


Figure II-6. La sortie globale du système DSA.

La matrice de transfert du système global DSA est donnée par :

$$G(s) = \begin{pmatrix} G_v(s) & 0 \\ 0 & G_m(s) \end{pmatrix} \tag{2.20}$$

Et sa représentation d'état est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A\,x(t) + B\,u(t) \\ y(t) = C\,x(t) \end{cases}$$

Avec : $A = \begin{bmatrix} A_v & 1 \\ 0 & A_m \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} B_v & 0 \\ 0 & B_m \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $D = 0$.

II.4. Conclusion

Dans ce présent chapitre, nous avons donné une représentation descriptive du système utilisés pour positionner le bras porte tête de lecture / écriture d'un disque dur ainsi nous avons déterminé le modèle mathématique correspondant. Il est clair que ces systèmes sont linéaires découplées.

Dans le chapitre suivant, nous allons définir quelques aspects théoriques sur contrôle classique utilisé dans notre travail et les résultats de simulation obtenu.

CHAPITRE

III

Commande classique du système

III.1. Introduction

Dans ce chapitre, on étudiera les différentes stratégies de commande classique les plus utilisées pour la commande du bras porte tête lecture/écriture.

III.2. Rappels théoriques sur les lois de commande classique

III.2.1. Régulateur PID

Un régulateur Proportionnel Intégral Dérivé (PID) [24] [25] est un organe de contrôle permettant d'effectuer une régulation en boucle fermée d'un dispositif industriel. C'est le régulateur le plus utilisé dans l'industrie, et il sert à contrôler la plupart de procédés.

il permet trois actions en fonction de l'erreur :

- Une action Proportionnelle P.
- Une action Intégrale I.
- Une action Dérivée D.

Il existe plusieurs structures possibles pour représenter et synthétiser un régulateur PID. Les éléments P, I et D peuvent en effet être associés de différentes façons. Ces différentes structures (série, parallèle, mixte) peuvent se ramener à la représentation générale suivante, pour laquelle la fonction de transfert du régulateur est :

$$K(s) = k_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s) \qquad (3.1)$$

III.2.2. Régulateur avance de phase

L'intérêt de ce type de correcteur [24] [25]est de peu modifier le comportement du système aux basses et hautes fréquences mais de rajouter une phase positive autour du point critique de fonctionnement.(résonance) se comporte autour du point critique comme un correcteur dérivé. Il permet d'améliorer la stabilité sans changer les autres paramètres.

La fonction de transfert de ce correcteur est donné sous la forme suivante :

$$K(s) = K\left(\frac{1 + aTs}{1 + Ts}\right) \text{ Avec } a > 1. \qquad (3.2)$$

L'avance de phase maximale $\sin\varphi = \frac{a-1}{a+1}$ est obtenue pour la pulsation $\omega_c = \frac{1}{T\sqrt{a}}$.

III.3. Commande classique de l'approche d'un seul actionneur (SSA)

Avant synthétiser le correcteur on commence par analyser le système $G_V(s)$ il possède une action intégrale qui est impossible de le commandé en boucle ouvert.

La réponse indicielle du système non corrigé en BF est donnée par la figure suivante :

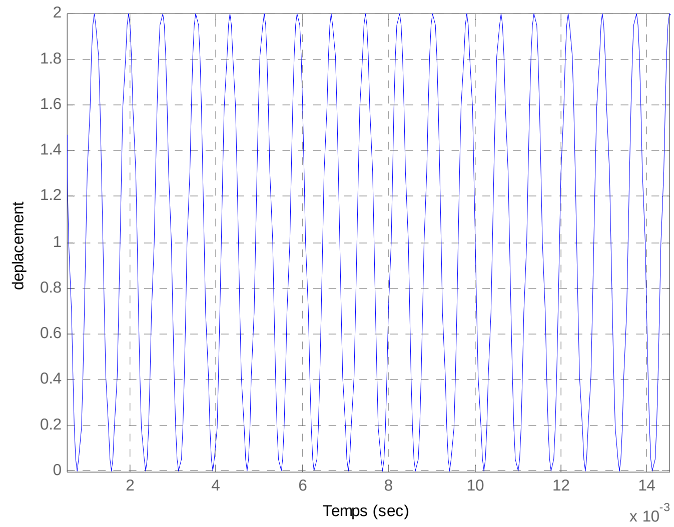


Figure III-1. Réponse indicielle du système VCM non corrigé bouclé.

On remarque que le système oscille donc le système est in stable on FB.

Le cahier des charges qu'on a fixé au système de VCM est comme suit [1] [2] [36]:

- Erreur statique nulle ou négligeable.
- Une marge de phase $\Delta\varphi \geq 45°$.
- Fréquence de coupure $\omega_c \geq 1Khz$.
- Rejet de perturbation.

D'après le tracé de bode de la figure III.2, la marge de phase du système non corrigé à la pulsation $\omega_c \geq 1Khz \times 2 \times \pi$ est de l'ordre de 0°.

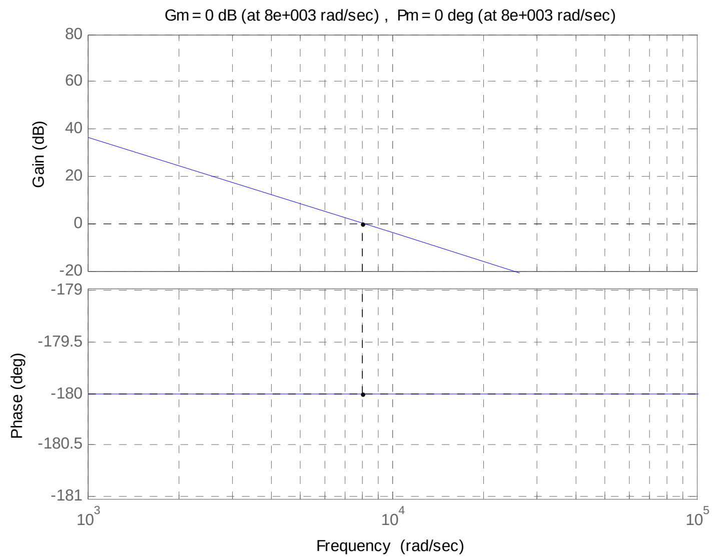


Figure III-2. Tracé de Bode du système VCM non corrigé

IV.3.1. Commande classique du SSA par un PID

La fonction de transfert d'un correcteur PID parallèle est donnée par :

$$K(s) = k_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$$

Puisque le système à corrigé possède une intégration en BO on réalise un essai de pompage en BF. Ziegler et Nichols (Annexe A), proposent de régler le PID avec les valeurs suivantes :

$$k_p = 0.6K_{osc} \ ,T_i = 0.5T_{osc} \ ,T_d = \frac{T_1}{4}.$$

D'après La réponse indicielle du système non corrigé en BF on tire :

$$K_{osc} = 1.$$
$$T_{ocs} = 1.5708 \times 10^{-3}.$$

la fonction de transfert du correcteur PID est donnée par :

$$\frac{9.253 \times 10^{-8}\, s^2 + 0.0004712\, s + 0.6}{0.0007854\, s}$$

Le tracé de Bode de la boucle ouverte corrigée est présenté sur la figure III.3 On obtient une marge de phase $\Delta\varphi = 56.7°$ a $\omega_c = 8.26 \times 10^3$ .ce qui satisfait un des points du cahier des charges.

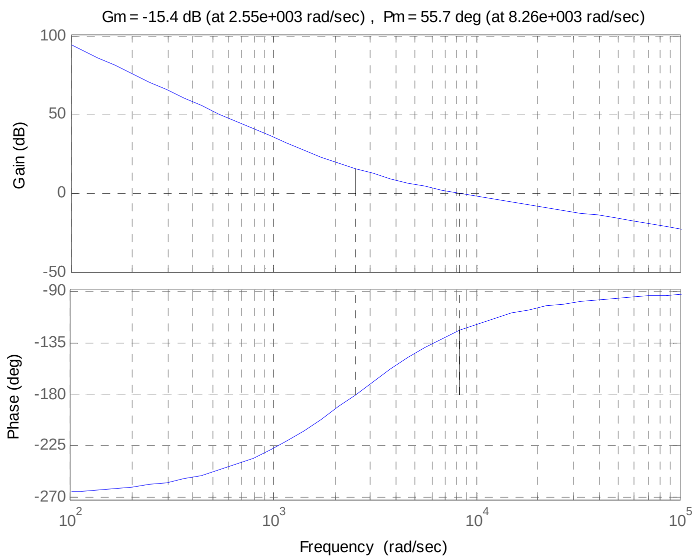


Figure III-3. Tracé de Bode de la boucle ouverte corrigée du système VCM commandé par un PID.

Il reste à étudier la réponse indicielle du système corrigé bouclé. Celle-ci est présentée sur la figure III.4 Le système corrigé se comporte comme un second ordre, avec un dépassement $D = 31.5\%$ un temps de réponse à 5% de $0.00126s$ et une erreur statique nulle.

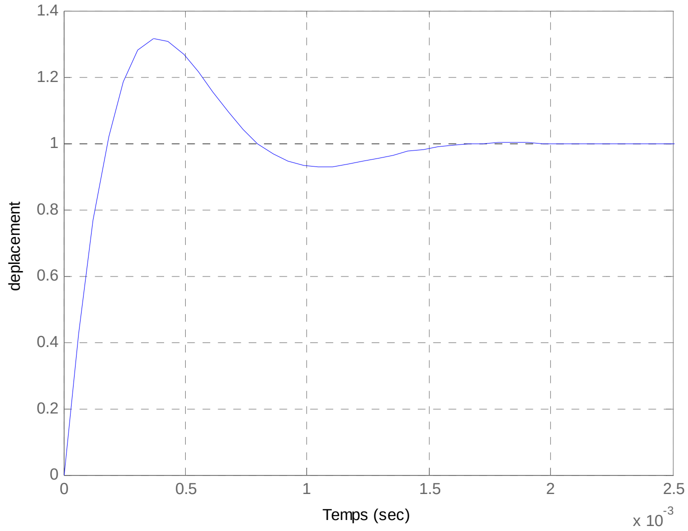


Figure III-4. Réponse indicielle en boucle fermée du système VCM corrigé commandé par un PID.

La réponse indicielle en boucle fermée du système corrigé sous sa forme discrète avec une période d'échantillonnage de $20Khz$ est donnée par:

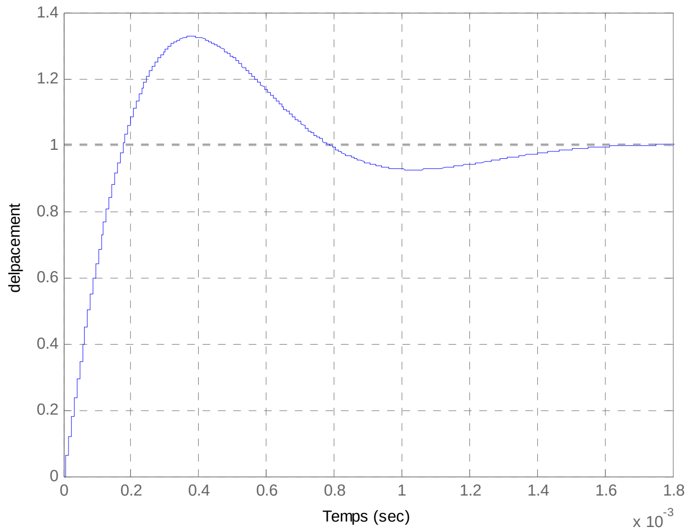


Figure III-5. Réponse indicielle en boucle fermée du système VCM corrigé discrétiser Commandé par un PID.

On tire le dépassement $D = 32.7\%$, le temps de réponse à 5% de $0.00125s$ et une erreur statique nulle.

Pour tester la robustesse de la loi de commande obtenue par PID nous avons ajouté une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.6 :

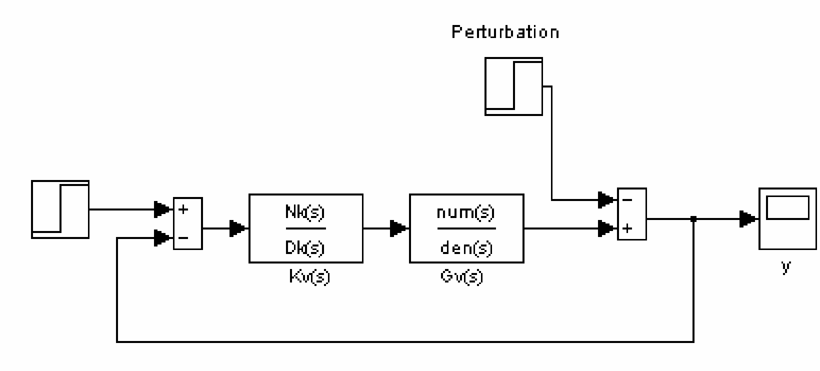


Figure III-6. Schéma Simulink du système VCM corrigé par PID avec une perturbation.

La réponse du système soumis à la perturbation est donné par la figure III.7 :

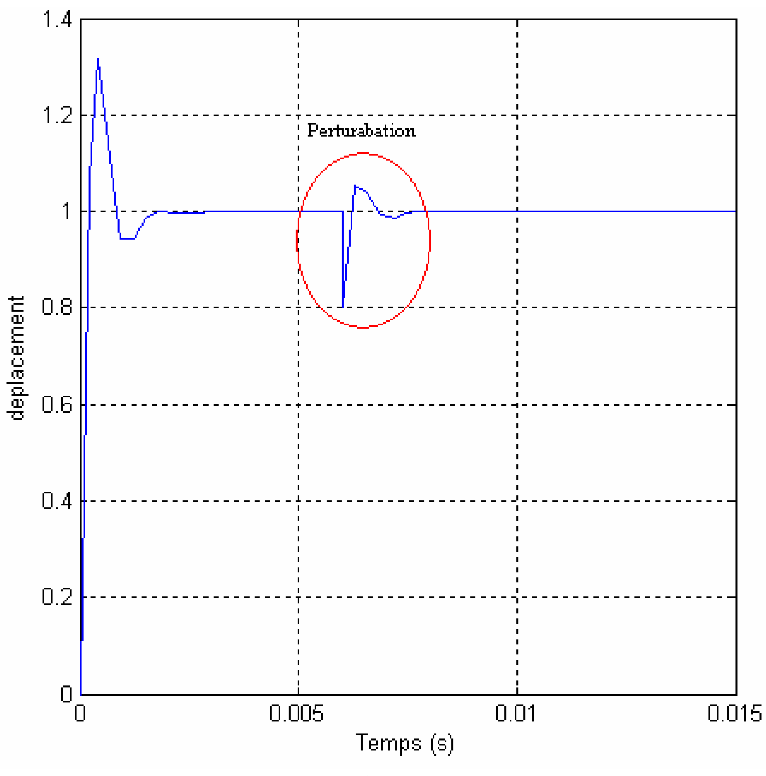


Figure III-7. Réponse indicielle en boucle fermée du système VCM corrigé par PID avec perturbation.

Nous remarquons que le déplacement du bras diminue jusqu'à $0.8\mu m$ avant la réaction du correcteur en rejetant cette perturbation et en réglant le déplacement à son état d'équilibre.

IV.3.2. Commande classique du SSA par un correcteur avance de phase

Le correcteur à avance de phase est pris sous la forme :

$$K(s) = K\left(\frac{1+aTs}{1+Ts}\right) \text{ avec } a > 1.$$

L'avance de phase maximale $\sin\varphi = \dfrac{a-1}{a+1}$ est obtenue pour la pulsation $\omega_c = \dfrac{1}{T\sqrt{a}}$.

D'après le tracé de Bode de la figure III.2, on remarque qu'il faut apporter $45°$ par le correcteur pour avoir Une marge de phase $\Delta\varphi \geq 45°$ pour cela on choisi $\varphi = 50°$ comme phase maximale a apporter par le correcteur

$$\sin\varphi = \frac{a-1}{a+1} \Rightarrow a = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} = 7.5486.$$

Et on veut que la phase dû au correcteur soit centré sur $\omega_c = 2*\pi*1000 rd/s$ d'où :

$$T = \frac{1}{\omega_c\sqrt{a}} = 5.7928\times10^{-5}.$$

On calcule d'une manière exacte le gain, on obtient à la pulsation

$$\omega_c = 2*\pi*1000 rd/s.$$

le gain du correcteur $K = 0.2245$.

Finalement, la fonction de transfert du correcteur avance de phase est donnée par :

$$K(s) = \frac{9.817\text{e-}005\,\text{s} + 0.2245}{5.793\text{e-}005\,\text{s} + 1}.$$

Le tracé de Bode de la boucle ouverte corrigée est présenté sur la figure III.8. On obtient une marge de phase On obtient une $\Delta\varphi = 50°$ a $\omega_c = 6.28\times10^3$ .ce qui satisfait un des points du cahier des charges.

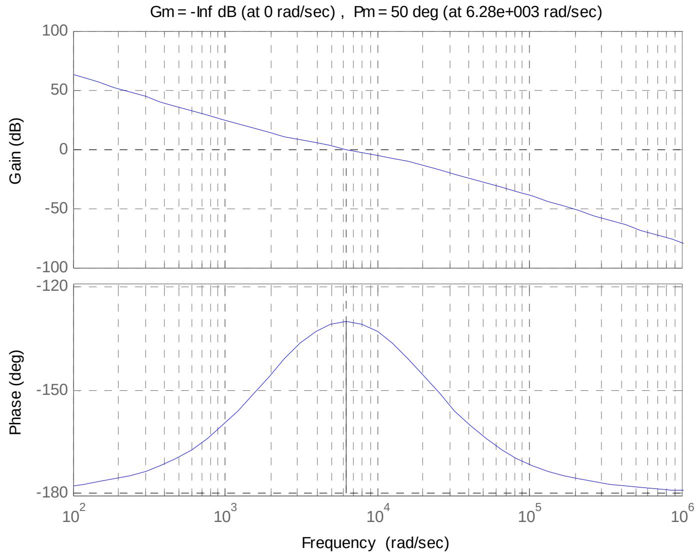


Figure III-8. Tracé de Bode de la boucle ouverte corrigée du système VCM commandé par un avance de phase.

La réponse indicielle du système corrigé bouclé. Celle-ci est portée sur la figure III.9 on obtient $D = 28.1\%$ t_r à 5% = $0.000983s$ et une erreur statique égale a 0.

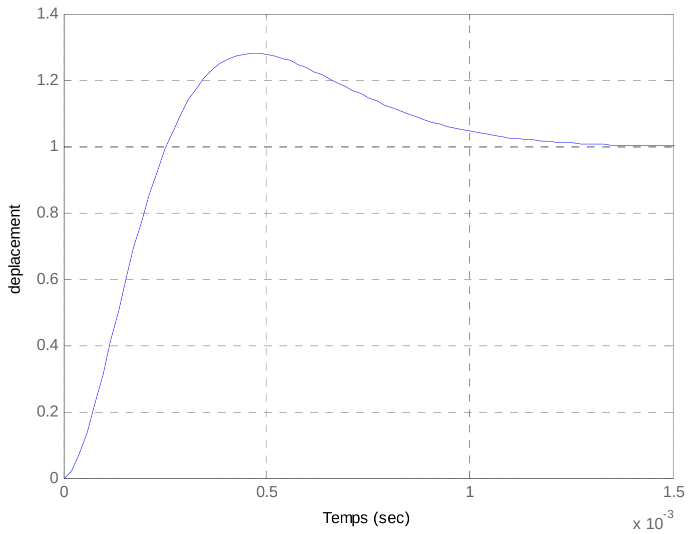


Figure III-9. Réponse indicielle en boucle fermée du système VCM corrigé par un avance de phase

La fonction de transfert du corecteur avance de phase sous sa forme discrète avec une période d'échantillonage de $T_s = 20Khz$ est donnée par :

$$\frac{1.695\,z - 1.666}{z - 0.8716}$$

Et la réponse indicielle du système corrigé bouclé discrétisé avec $D = 29.3\%$ t_r à $5\% = 0.00095s$ et une erreur statique nulle est donnée par la figure suivante :

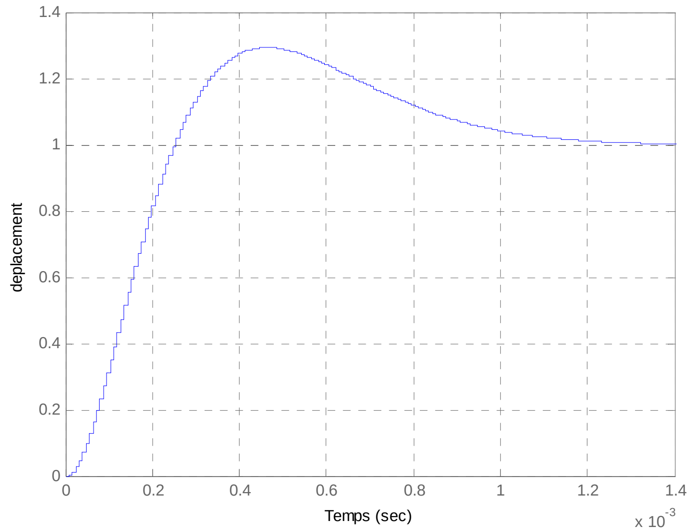


Figure III-10. Réponse indicielle en boucle fermée du système corrigé discrétisé Commandé par un avance de phase.

Pour tester la robustesse de la loi de commande obtenue par un avance de phase nous avons ajouté une perturbation. cette perturbation est crée comme pour la loi de commande obtenue par PID, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.11 :

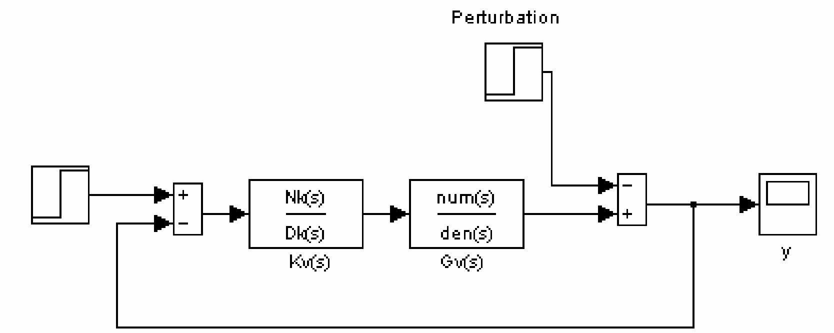


Figure III-11. Schéma Simulink du système VCM corrigé par un avance de phase avec une perturbation.

La réponse du système soumis à la perturbation est donné par la figure v III.12:

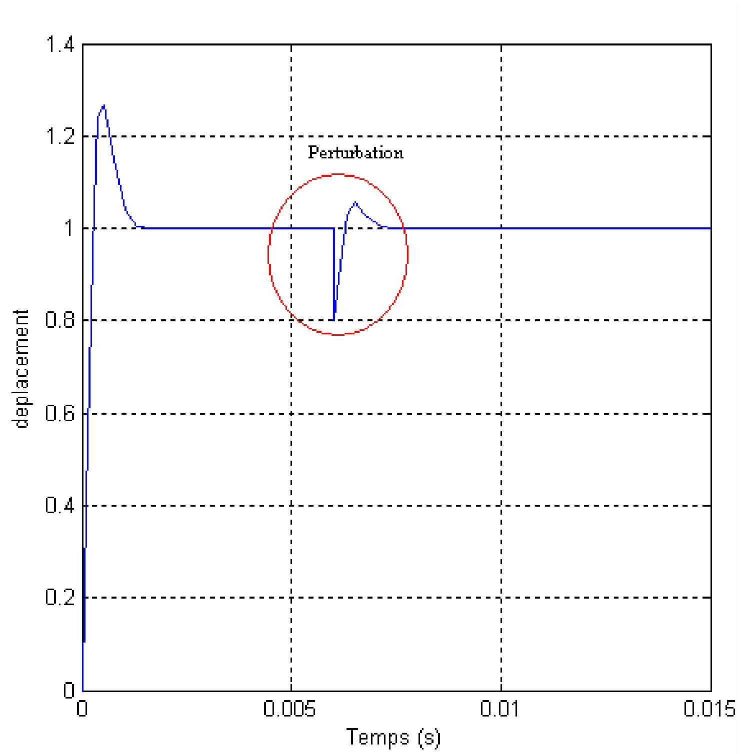


Figure III-12. Réponse indicielle en boucle fermée du système VCM corrigé par un avance de phase avec perturbation.

Nous remarquons que le déplacement du bras diminue jusqu'à $0.8\mu m$ avant que le correcteur réagisse en rejetant cette perturbation et que la réponse du système SSA rejoigne son état d'équilibre.

Finalement, les contraintes du cahier des charges sont respectées.

III.4 Commande classique de l'approche de deux actionneurs (DSA)

Dans cette partie on essai de synthétiser des contrôleurs classique pour le système DSA donné par Structure parallèle suivant : [1]

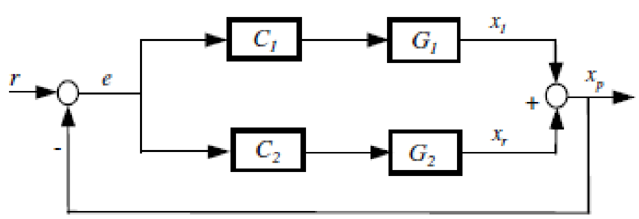


Figure III-13. Structure parallèle.

Avec:

$$G_1(s) = \frac{6.4 \times 10^7}{s^2} \text{ [1] [2]}$$

$$G_2(s) = \frac{k}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2} \text{ [1]}$$

Avec: $\omega = 2\pi \times 1500$ $\zeta = 0.03$ et $k = 2.5 \times \omega^2$ [1].

La procédure pour commander reste la même que pour le système de positionnement VCM en utilisant la structure parallèle pour commander le système DSA.

III.4.1 Commande classique du DSA par un PID

Dans cette section on contrôle le VCM par un contrôleur PID et le PZT aussi par un contrôleur PID.

Après le calcul fait sous Matlab et Simulink on obtient :

La réponse indicielle du système DSA est donnée par la figure IV.14 :

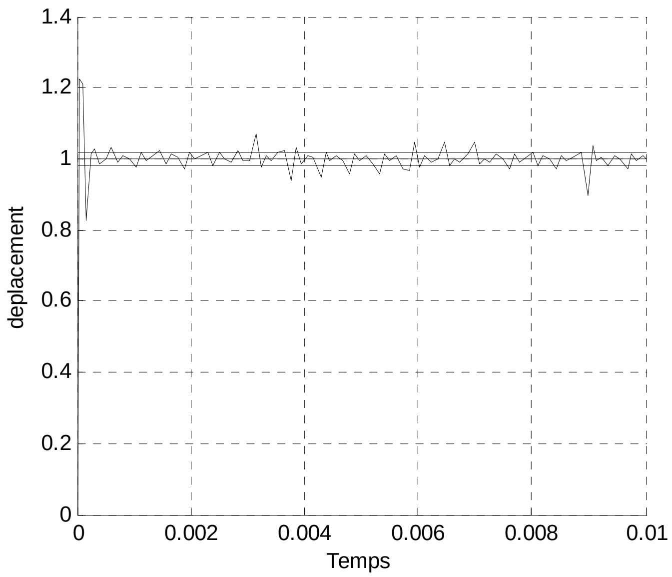


Figure III-14. Réponse du système corrigé DSA par PID

Les réponses du système DSA, VCM et PZT sur la figure suivante :

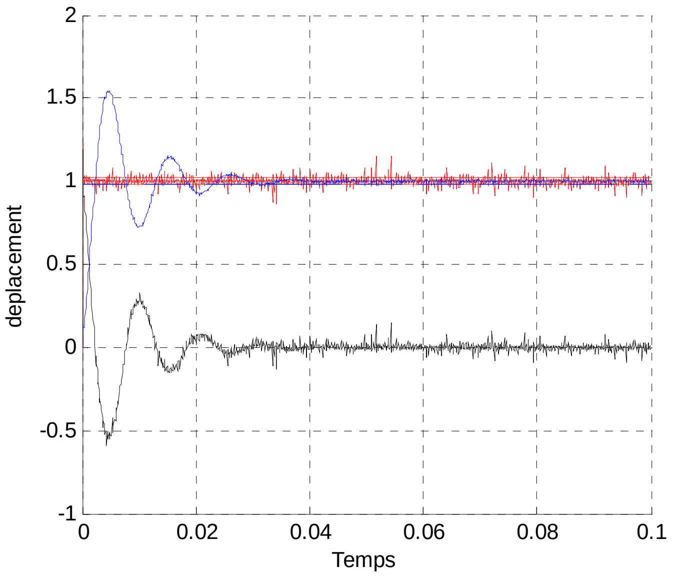


Figure III-15. Les réponses du DSA, VCM et PZT obtenues par PID

D’après la réponse du DSA obtenu sur la figure III.14, on remarque que le PID na pas résolu le problème de l instabilité. Le système oscille toujours avec des amplitudes plus ou moins grand autour de la consigne.

III.4.2 Commande classique du DSA par un PID+ Avance de phase

On contrôle le VCM par un contrôleur PID et le PZT aussi par un contrôleur avance de phase.

Après le calcul sous Matlab et Simulink on obtient :

La réponse indicielle du système DSA contrôlé par PID + Avance de phase est donnée par la figure III.16 :

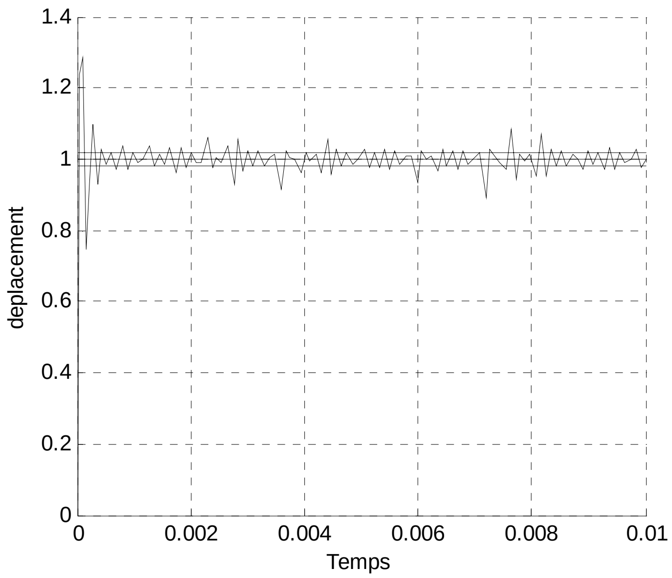


Figure III-16. Réponse du système corrigé DSA par PID + Avance de phase.

Les réponses du système DSA, VCM et PZT sur la figure suivante :

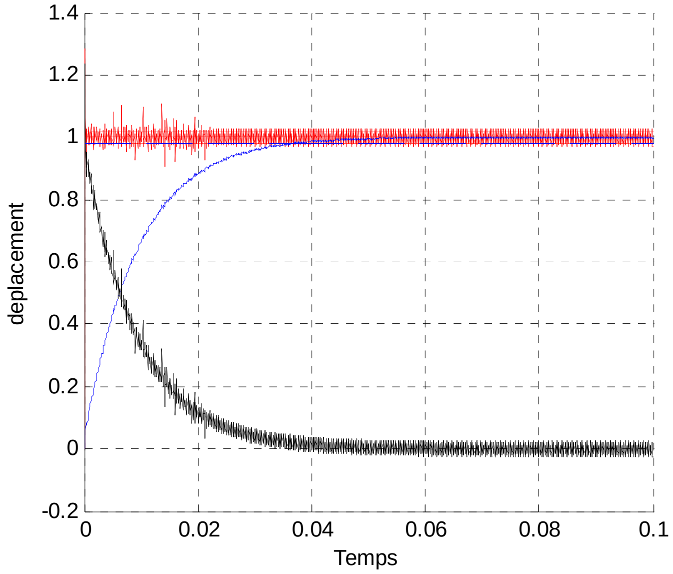


Figure III-17. Les réponses du DSA, VCM et PZT obtenus par PID+ Avance de phase.

On remarque que le système oscille toujours avec des amplitudes plus ou moins grand autour de la consigne. Donc le problème de l instabilité n'est pas résolu.

Donc Il y toujours une oscillation à haute fréquence ce qui est dû à la structure de réglage choisie de l'actionneur PZT.

Finalement, on va synthétiser une loi de commande en utilisant un contrôleur mixte :

- un correcteur PID pour commander le VCM et un correcteur $H\infty$ (chapitre IV) pour commander le PZT.

Les fonctions de pondérations choisies pour l'actionneur PZT sont les suivantes:

$$W_1(s) = \frac{0.5882\,\mathrm{s} + 3.142\times10^4}{\mathrm{s} + 3.142}.$$

$$W_2(s) = \frac{1.677\times10^{-6}\,\mathrm{s} + 0.052}{3.125\times10^{-5}\,\mathrm{s} + 1}.$$

$$W_3 = 0.01.$$

Après tout calcul fait Sous Matlab et Simulink, on obtient :

La réponse indicielle du système DSA est donnée par la figure III.18 Avec $D = 2.921\%$ t_r à $5\% =$ $0.00005497s$ et une erreur statique nulle.

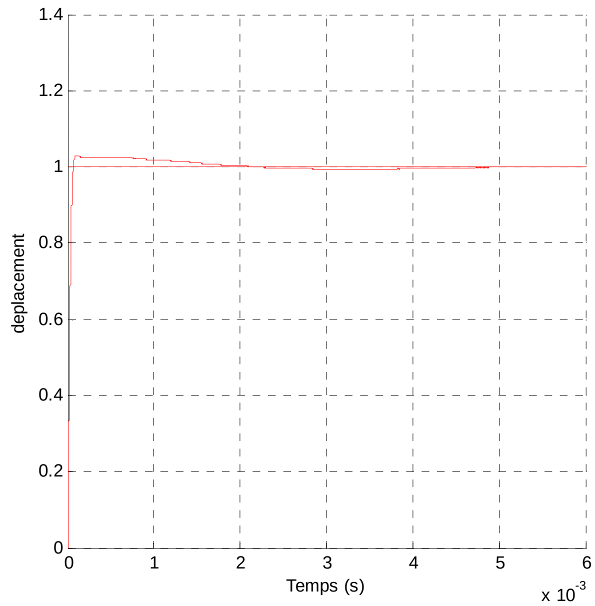


Figure III-18. Réponse du système corrigé DSA par PID + $H\infty$.

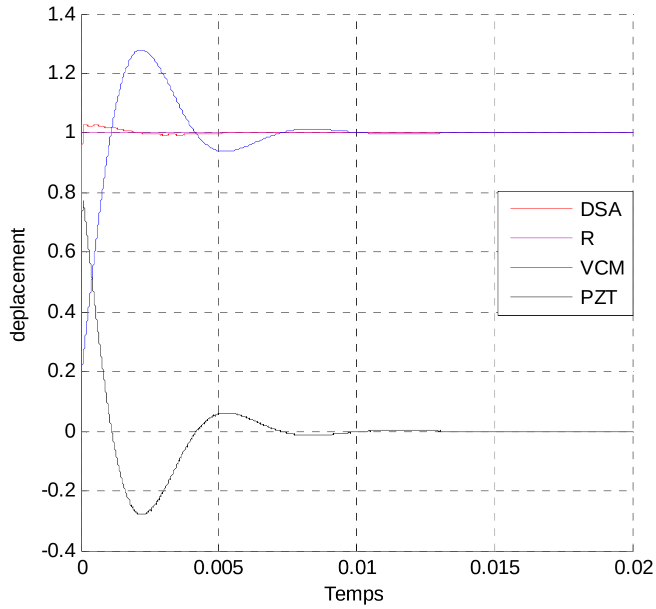


Figure III-19. Les réponses du DSA, VCM et PZT obtenus par PID + $H\infty$.

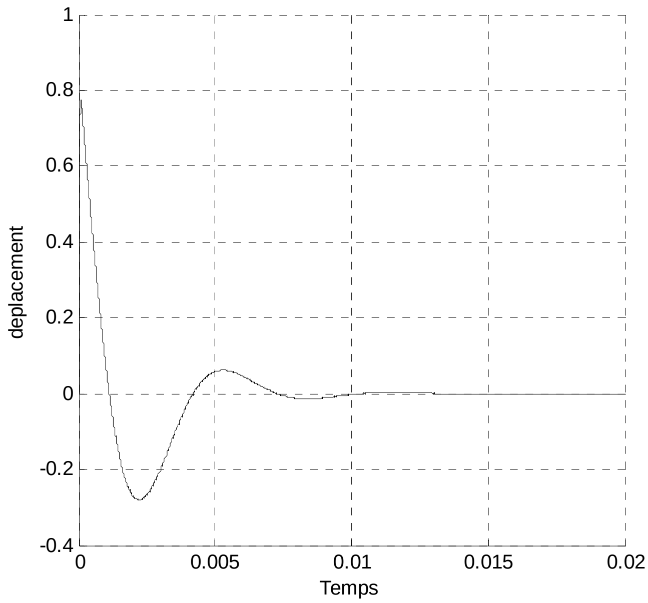


Figure III-20. La réponse du système corrigé PZT dans DSA obtenus par PID + $H\infty$.

La matrice de transfert du correcteur mixte obtenu est donnée par:

$$K(s) = \begin{pmatrix} K_v(s) & 0 \\ 0 & K_M(s) \end{pmatrix}$$

Avec :

$$K_v(s) = \frac{9.253\times10^{-8}\, s^2 + 0.0004712\, s + 0.6}{0.0007854\, s}$$

$$K_M(s) = \frac{3.81\times10^{8}\, s^3 + 1.219\times10^{13}\, s^2 + 4.093\times10^{16}\, s + 1.062\times10^{21}}{s^4 + 2.461\times10^{7}\, s^3 + 3.451\times10^{12}\, s^2 + 8.416\times10^{16}\, s + 2.644\times10^{17}}$$

Pour tester le rejet de perturbation obtenu par cette la loi de commande on va introduire:

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.004s a la sortir du VCM, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure III.21 :

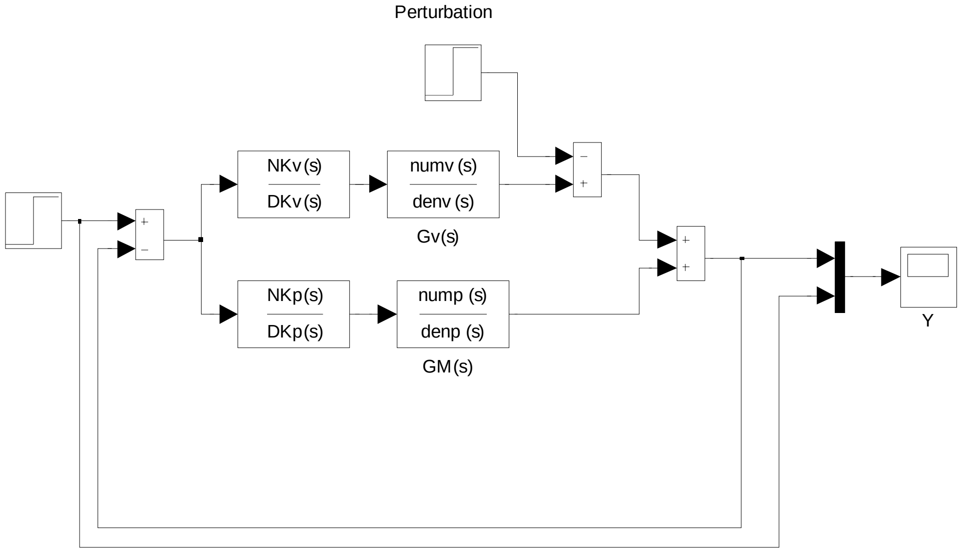


Figure III-21. Schéma Simulink du système DSA corrigé par PID + *H*∞ perturbé à la sortir du VCM.

.

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure III.22

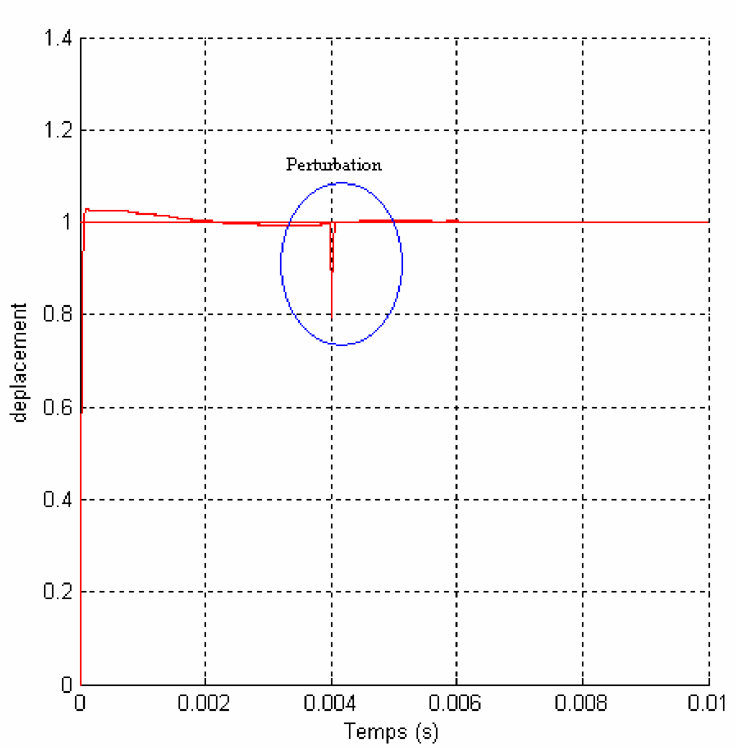


Figure III-22. la réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé par PID + *H*∞ avec une perturbation à la sortir du VCM.

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.004s a la sortir du PZT, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure III.23 :

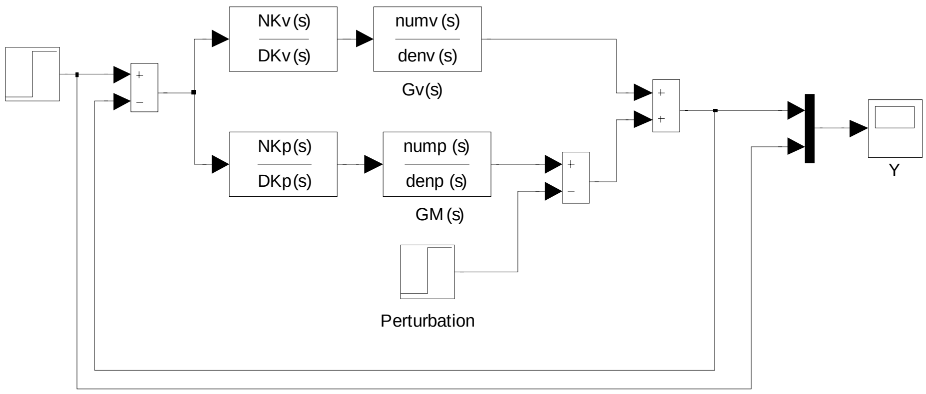


Figure III-23. Schéma Simulink du système DSA corrigé par PID + *H*∞ perturbé à la sortir du PZT.

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure III.24.

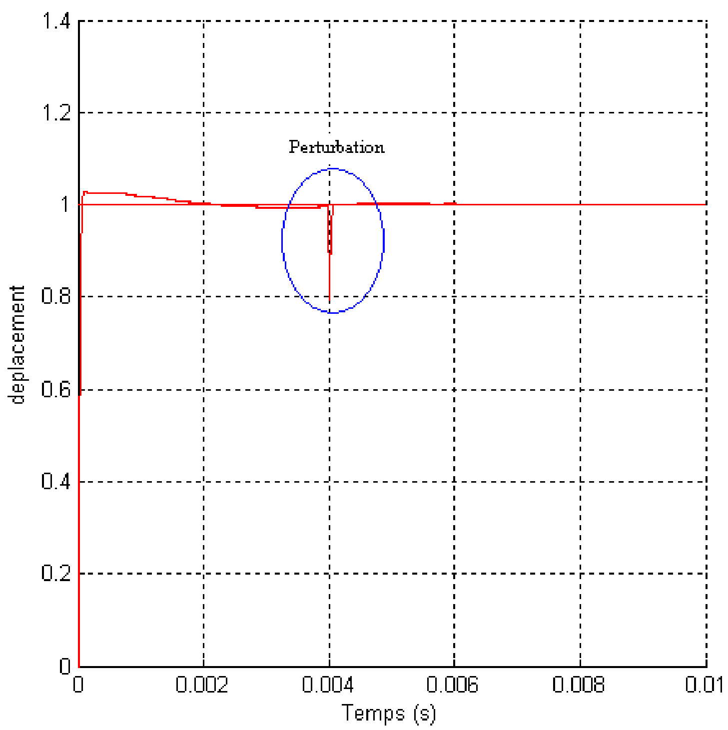


Figure III-24. la réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé par PID + *H*∞ avec une perturbation à la sortir du PZT.

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.004s a la sortir du DSA, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure III.25 :

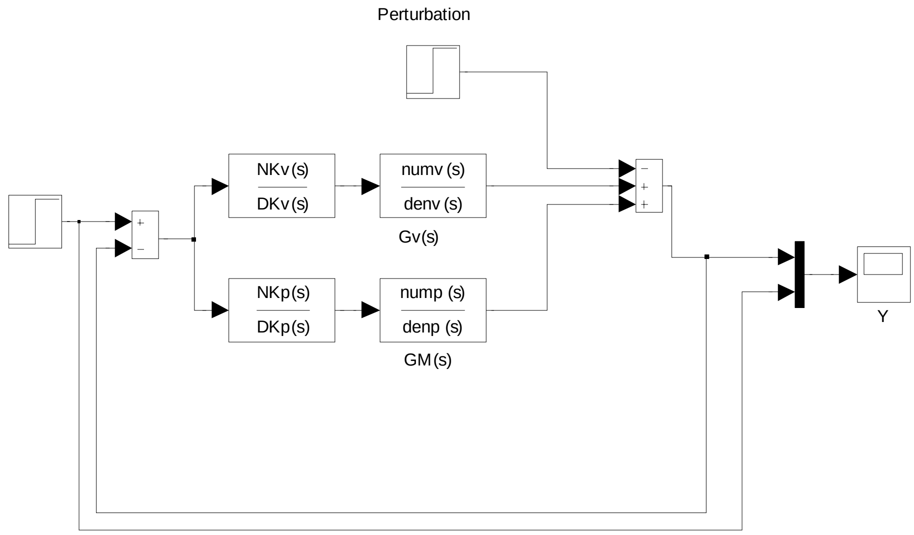


Figure III-25. Schéma Simulink du système DSA corrigé par PID + $H\infty$ perturbé à la sortir du DSA.

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure III.26.

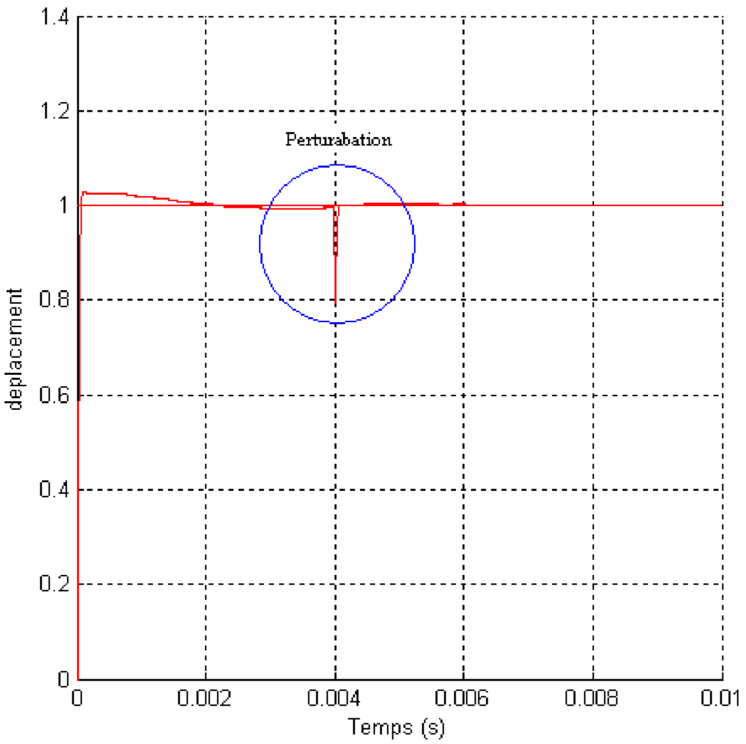


Figure III-26. la réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé par PID + $H\infty$ avec une perturbation à la sortir du DSA.

D'après les figures III.22, III.24 et III.26, nous remarquons que le déplacement du bras diminue jusqu'à $0.8\mu m$ avant la réaction du correcteur en rejetant cette perturbation et en réglant le déplacement à son état d'équilibre. on constate que le système reste stable et garde presque les mêmes performances donc une invariance vis-à-vis à la perturbation. Le rejet de perturbation est fait avec succès après la réduction d'ordre des correcteurs.

- un correcteur avance de phase pour commander le VCM et un correcteur $H\infty$ pour commander le PZT.

Les fonctions de pondérations choisies pour l'actionneur PZT sont les suivantes:

$$W_1(s) = \frac{0.5882\,\mathrm{s} + 3.142\times 10^4}{\mathrm{s} + 3.142}.$$

$$W_2(s) = \frac{1.677\times 10^{-6}\,\mathrm{s} + 0.052}{3.125\times 10^{-5}\,\mathrm{s} + 1}.$$

$$W_3 = 0.01.$$

Après tout calcul fait Sous Matlab et Simulink, on obtient :

La réponse indicielle du système DSA est donnée par la figure III.27 Avec $D = 3.9447\%$ t_r à $5\% =$ $0.000059744s$ et une erreur statique nulle.

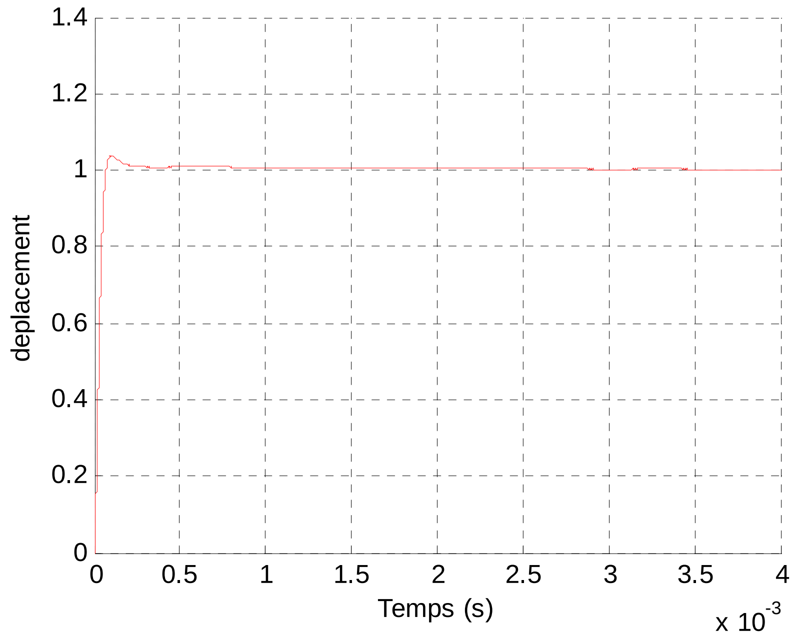


Figure III-27. Réponse du système corrigé DSA par AV + $H\infty$.

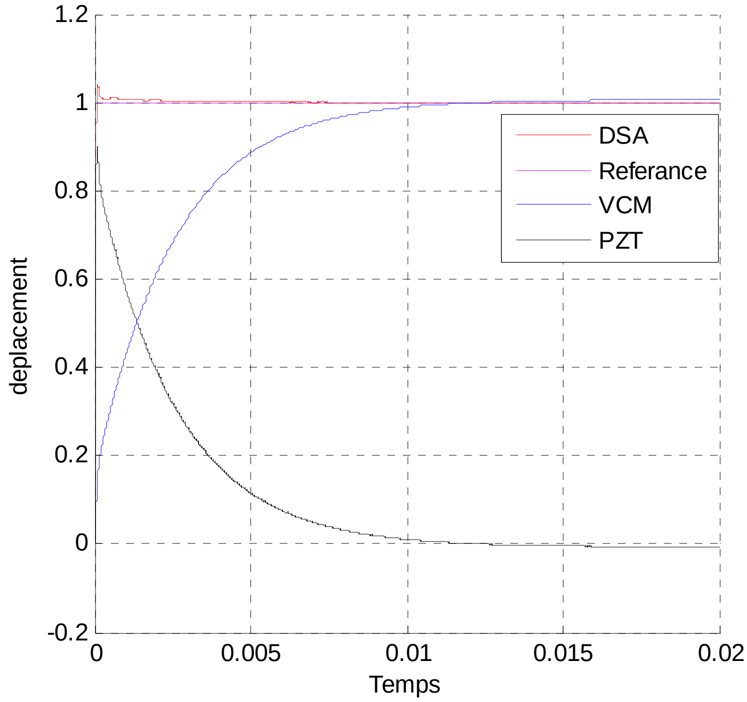


Figure III-28. Les réponses du DSA, VCM et PZT obtenues par AV + $H\infty$.

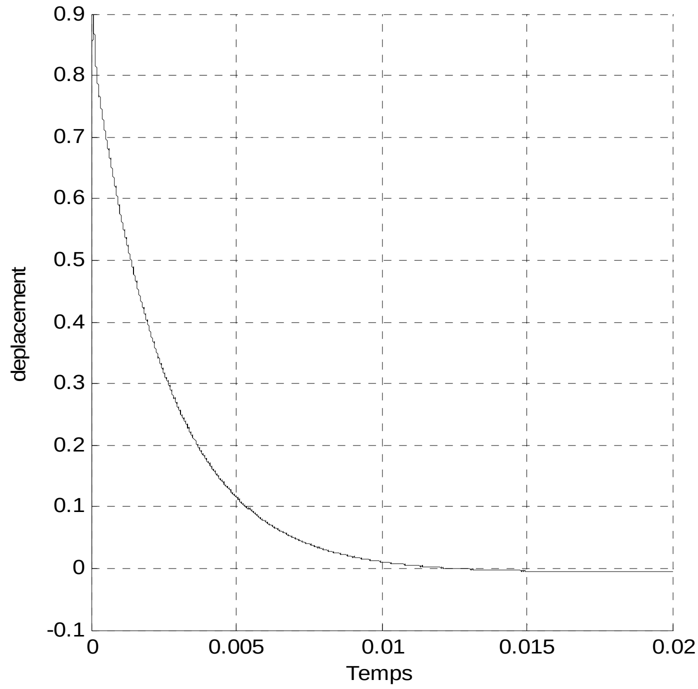


Figure III-29. La réponse du système corrigé PZT dans DSA par AV + $H\infty$.

La matrice de transfert du correcteur mixte obtenu est donnée par:

$$K(s) = \begin{pmatrix} K_v(s) & 0 \\ 0 & K_M(s) \end{pmatrix}$$

$$K_v(s) = \frac{9.817\times10^{-5}\,s + 0.2245}{5.793\times10^{-5}\,s + 1}$$

$$K_M(s) = \frac{3.81\times10^{8}\,s^3 + 1.219\times10^{13}\,s^2 + 4.093\times10^{16}\,s + 1.062\times10^{21}}{s^4 + 2.461\times10^{7}\,s^3 + 3.451\times10^{12}\,s^2 + 8.416\times10^{16}\,s + 2.644\times10^{17}}$$

Pour tester le rejet de perturbation obtenu par cette la loi de commande on va introduire:

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.004s a la sortir du VCM, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure III.30 :

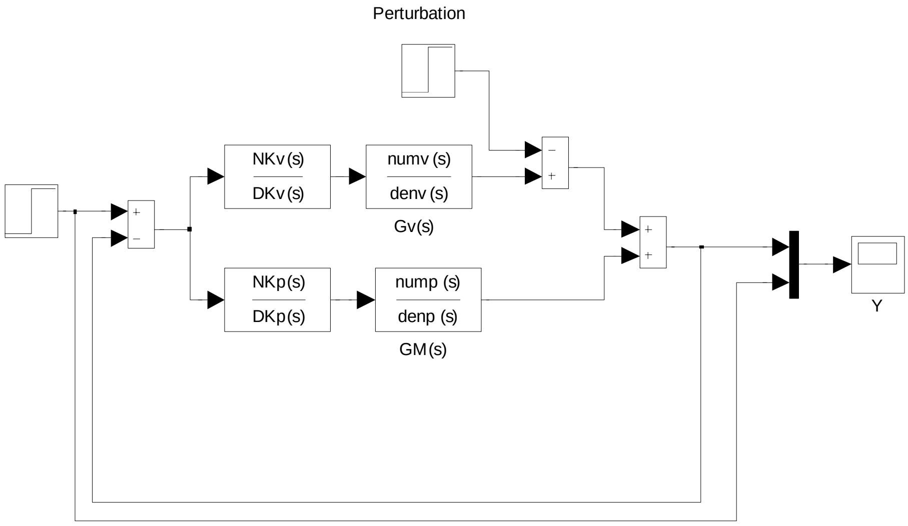


Figure III-30. Schéma Simulink du système DSA corrigé par AV + *H*∞ perturbé à la sortir du VCM.

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure III.31:

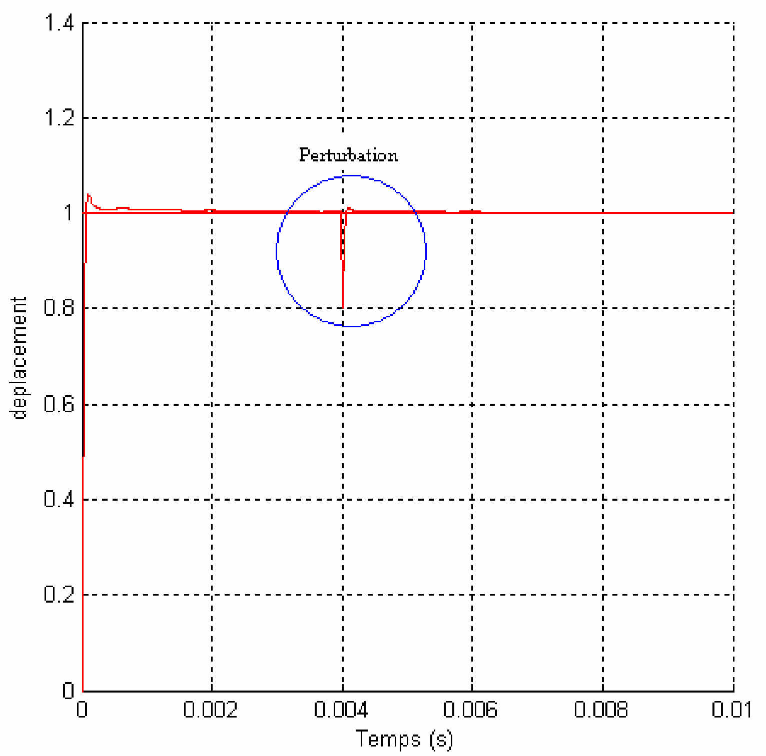


Figure III-31. la réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé par AV + $H\infty$ avec une perturbation à la sortir du VCM.

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s a la sortir du PZT, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure III.32 :

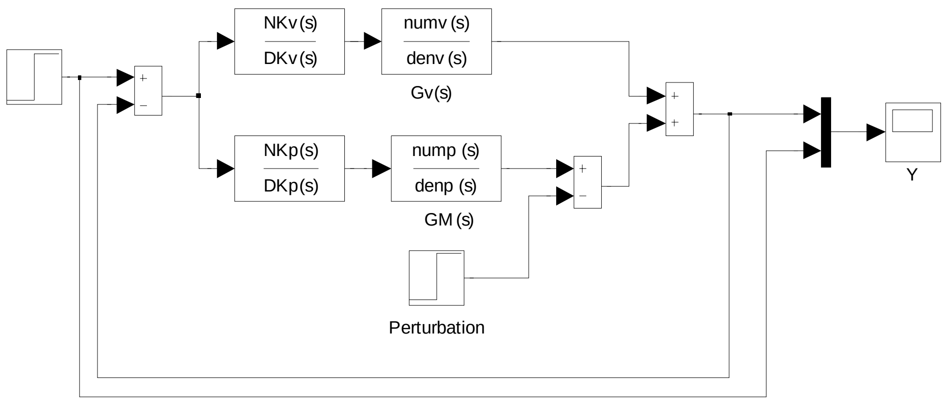


Figure III-32. Schéma Simulink du système DSA corrigé par AV + $H\infty$ perturbé à la sortir du PZT.

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure III.33.

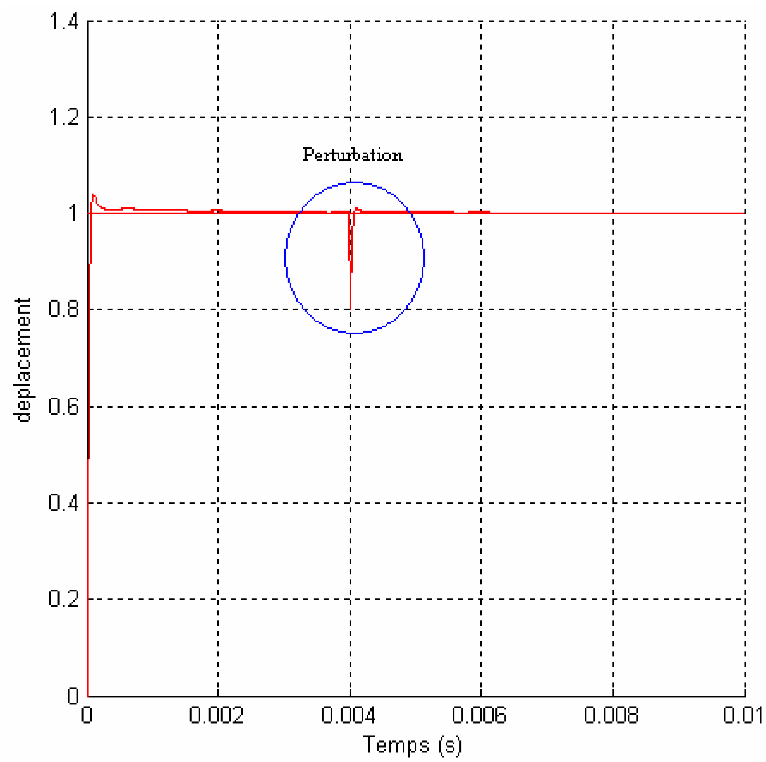


Figure III-33. la réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé par AV + $H\infty$ avec une perturbation à la sortir du PZT.

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s a la sortir du DSA, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure III.34 :

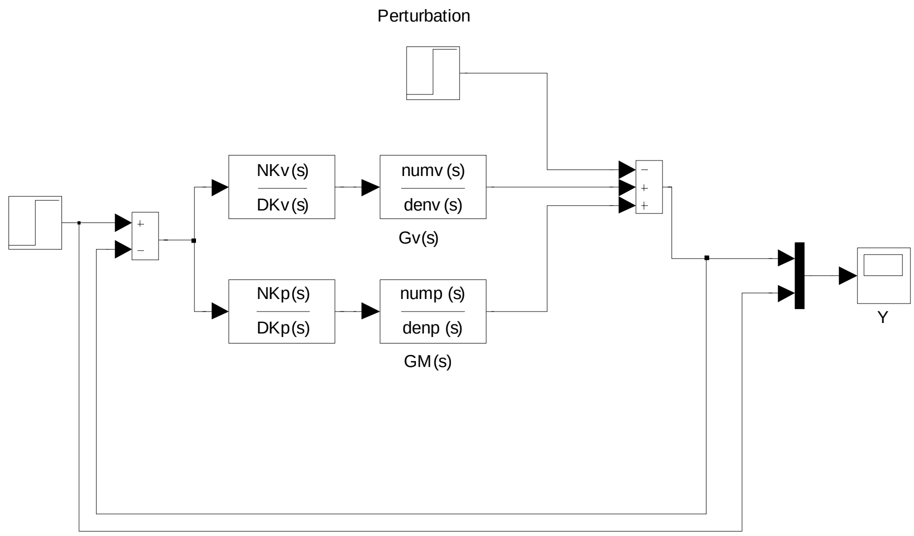


Figure III-34. Schéma Simulink du système DSA corrigé par AV + $H\infty$ perturbé à la sortir du DSA.

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure III.35

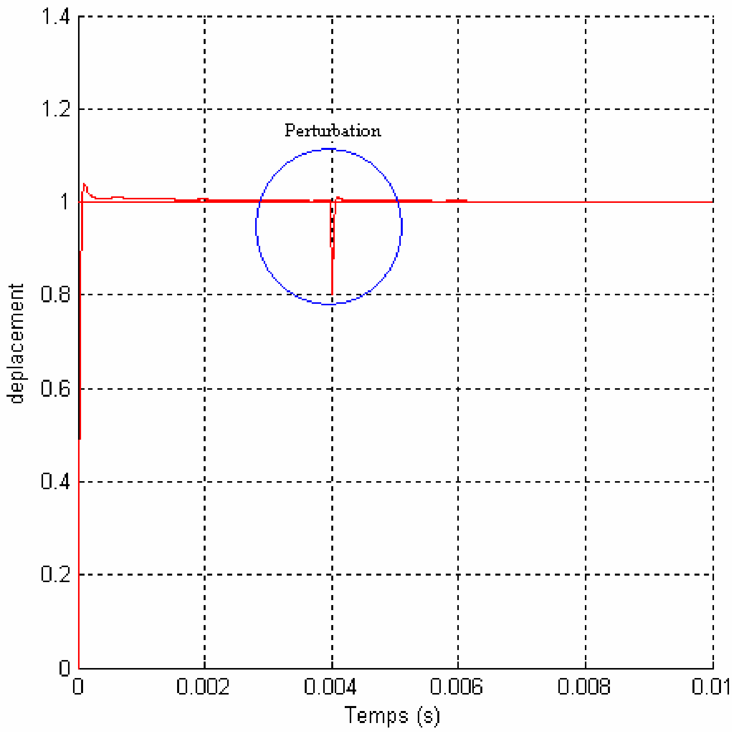


Figure III-35. la réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé par $AV + H\infty$ avec une perturbation à la sortir du DSA.

D'après les figures III.31, III.33 et III.35, nous remarquons que le déplacement du bras diminue jusqu'à $0.8\mu m$ avant la réaction du correcteur en rejetant cette perturbation et en réglant le déplacement à son état d'équilibre.on constate que Le rejet de perturbation est fait avec succès par $AV + H\infty$.

III.4. Conclusion

Ce dernier chapitre nous a permis de synthétiser et appliquer des lois de commande classique sur le système de positionnement du bras porte tête de lecture/écriture du disque dur.

Pour cela, nous avons synthétisé et défini les deux approches :

- La première approche consiste à asservir l'actionneur VCM qui est l'approche d'un seul actionneur (single stage actuator).
- La seconde, consiste à asservir les deux actionneurs VCM+PZT qui est l'approche à deux actionneurs (dual stage actuator).

Nous sommes arrivés au résultat que l'approche à deux actionneurs DSA donne des performances dynamiques meilleures que ceux obtenues par l'approche d'un seul actionneur SSA.

Dans le chapitre suivant, nous allons définir quelques aspects théoriques sur la théorie du contrôle robuste basée sur la théorie de la synthèse $H\infty$ *et* la synthèse *LQG* et leur application sur notre système.

CHAPITRE

IV

Commande robuste du système

IV.1. Introduction

Ce chapitre aborde la problématique de la synthèse de correcteurs *H∞* et de la synthèse *LQG* pour le système SSA et le système DSA. La formulation de la synthèse *H∞* est basée essentiellement sur la résolution d'équation de Riccati ou d'inégalités matricielles linéaires (LMI en anglais). Ces deux méthodes de résolution sont utilisées dans le cadre de ce travail.

IV.2. Rappels théorique

IV.2.1. Commande *H∞*

IV.2.1.1. Problématique

Le problème *H∞* [25] [26] [27] [28] consiste à concevoir une commande assurant la stabilité asymptotique du système bouclé ainsi qu'un certain taux d'atténuation de l'influence des entrées exogènes sur les sorties du système augmenté; ce dernier étant composé du système lui-même et de filtres de pondération (weighting filters). Ces entrées sont constituées des signaux de consignes et éventuellement des perturbations liées à l'environnement du système. La synthèse H∞ fournit une commande robuste vis-à-vis de ces perturbations qui s'appuient sur le formalisme du problème de commande standard représenté sur la figure suivante :

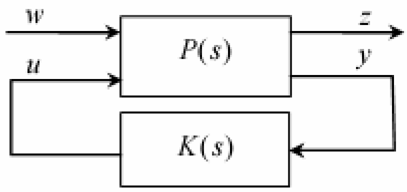


Figure IV-1. Forme standard LFT inférieure.

Ce formalisme est apparu au début des années 80, il permet de décrire simplement et clairement les problèmes de commande optimale : rechercher un contrôleur stabilisant le système bouclé de la figure ci-dessus qui est basé sur la mesure y et qui donne la commande u tout en minimisant la norme *H∞* du transfert $T_{ZW}(s)$ de w à z .

La première solution du problème *H∞* a été présentée par Doyle en 1984, elle est reliée aux méthodes dans l'espace d'état de façon profonde.
Dans la même année, le problème a été réduit par Glover, en gardant toujours les méthodes dans l'espace d'état.

En 1987, Francis et Doyle ont donné une méthode mathématique par résolution des équations de Riccati pour trouver la loi de commande, à ce moment là, l'obstacle rencontré, était l'ordre élevé des équations de Riccati à résoudre.

Entre 1987 et 1988 Zhou, Rotea, Petersen et Khargonekar ont montré que le problème en boucle fermée peut être résolu en utilisant les équations de Riccati.

En 1988, Doyle et Glover ont énoncé la version finale du problème *H∞* simple.

En 1994, Gahinet et Apkarian ont proposé une autre méthode de résolution du problème $H\infty$ à base d'inégalité matricielle linéaire ' LMI'.

IV.2.1.2. Concepts de base

- **Les valeurs singulières**

Soit un système linéaire invariant multivariable dont $e(t)$ est le vecteur d'entrée de dimension p et $s(t)$ est le vecteur de sortie dimension m et $G(s)$ représente la matrice de transfert du système, pour une excitation harmonique $e(t) = G(j\omega)Ee^{j\omega t}$ la sortie est $s(t) = G(j\omega)Ee^{j\omega t}$. Les valeurs singulières de sa matrice de transfert $G(s)$ sont calculées par la formule suivante [25] [26] [27] [28]:

$$\sigma_i(G(j\omega)) = \sqrt{\lambda_i(G(j\omega)G^T(-j\omega))} = \sqrt{\lambda_i(G^T(-j\omega)G(j\omega))} \qquad (4.1)$$

Où :

λ_i représente la $i^{éme}$ valeur propre de $G(j\omega)G^T(-j\omega)$ ou de $G^T(-j\omega)G(j\omega)$.

Ces valeurs sont des nombres réels positifs ou nuls, où la plus grande valeur est notée $\overline{\sigma}$, tandis que la plus petite est notée $\underline{\sigma}$.

$$\overline{\sigma}(G(j\omega)) = \sigma_1(G(j\omega)) \geq \sigma_2(G(j\omega)) \geq ...... \geq \underline{\sigma}(G(j\omega)) \geq 0 \qquad (4.2)$$

La représentation fréquentielle de ces quantités est donnée par la figure suivante :

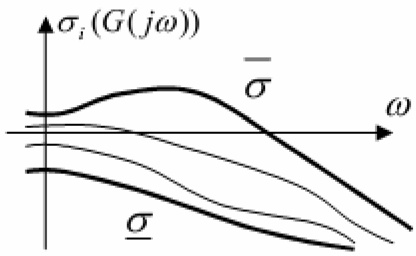


Figure IV-2. Représentation fréquentielle des valeurs singulières

- **Norme *H*∞**

La synthèse des commandes robustes nécessite l'utilisation d une norme dénommée 'norme *H*∞' et qui est définie pour toute matrice de transfert, rationnelle, propre et stable par la formule suivante[25] [26] [27] [28] :

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in R} \overline{\sigma}(G(j\omega)) \tag{4.3}$$

C'est la valeur la plus élevée du gain du système sur l'ensemble des pulsations ω.
Pour calculer la norme *H*∞ il y'a deux méthode :

i. Une méthode graphique : on trace la fonction $\overline{\sigma}(G(j\omega)) = f(\omega)$, et on détermine sa valeur maximale.

ii. Une méthode basée sur l'algorithme de Dichotomie: c'est la méthode utilisé dans le toolbox MATLAB et le programme de synthèse.

Les propriétés de la norme *H*∞ :

- La norme *H*∞ de la mise en série de deux systèmes est inférieure au produit de la norme *H*∞ de chaque système.

$$\|F(s)G(s)\|_\infty \leq \|F(s)\|_\infty \|G(s)\|_\infty \tag{4.4}$$

- La norme *H*∞ de la mise en parallèle de deux systèmes avec une entrée ou une sortie commune, est supérieure à la norme *H*∞ supérieure de ses systèmes.

$$\left\| \begin{pmatrix} F(s) \\ G(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty \geq \sup\left(\|F(s)\|_\infty, \|G(s)\|_\infty\right) \tag{4.5}$$

$$\left\| \begin{pmatrix} F(s) & \mathrm{G(s)} \end{pmatrix} \right\|_\infty \geq \sup\left(\|F(s)\|_\infty, \|G(s)\|_\infty\right) \tag{4.6}$$

- La norme *H*∞ d'une matrice de transfert de plusieurs blocs inférieur à une constante γ est la norme *H*∞ de chaque blocs aussi inférieur à γ.

$$\left\| \begin{matrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{matrix} \right\|_\infty \prec \gamma \Rightarrow \begin{cases} \|G_{11}(s)\|_\infty \prec \gamma \\ \|G_{12}(s)\|_\infty \prec \gamma \\ \|G_{21}(s)\|_\infty \prec \gamma \\ \|G(s)\|_\infty \prec \gamma \end{cases} \tag{4.7}$$

- **Fonctions de transferts d'une boucle et incertitudes associées**

Considérons le système de la figure IV.3, $G(s)$ dans lequel représente la fonction de transfert d'un système et $K(s)$ celle d'un contrôleur, en présence des perturbations et des bruits [25] [28] [29] [30].

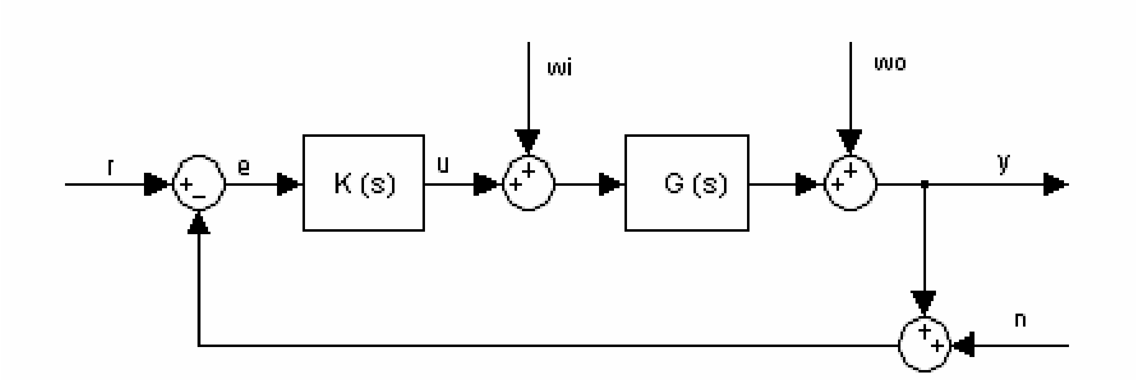


Figure IV-3. Les différents transferts d'un système.

r : Signaux de références.

w_i : Perturbations de la commande.

w_0 : Perturbations de la sortie.

n : Bruits de mesure.

Les équations reliant les signaux de sortie y , e et u avec ceux d'entrée r , n , w_i et w_0 sont :

$$Y(s) = \frac{GK}{1+GK}(R-N) + \frac{G}{1+KG}W_i + \frac{1}{1+GK}W_0 \tag{4.8}$$

L'erreur est:

$$E = R - (Y+N) \tag{4.9}$$

$$\Rightarrow E = \left(1 - \frac{GK}{1+GK}\right)R + \left(\frac{GK}{1+GK} - 1\right)N - \frac{W_0}{1+GK} - \frac{GW_i}{1+GK} \tag{4.10}$$

Donc :

$$E(s) = \frac{1}{1+GK}(R-N-W_0) - \left(\frac{G}{1+KG}\right)W_i \tag{4.11}$$

La commande s'écrit :

$$U(s) = E(s)K(s) \tag{4.12}$$

$$\Rightarrow U(s) = \frac{K}{1+GK}(R - N - W_0) - \frac{KG}{1+KG}W_i \tag{4.13}$$

À partir de ses équations on peut définir :

- La fonction de transfert en boucle ouverte:

$$L(s) = K(s)G(s) \tag{4.14}$$

- La fonction de sensibilité reliant la sortie à l'erreur, elle indique aussi la façon dont la perturbation affect la sortie :

$$S(s) = \frac{1}{1 + K(s)G(s)} \tag{4.15}$$

  Cette fonction est importante lors de la synthèse de loi de commande $H\infty$

- La fonction de transfert en boucle fermée reliant la sortie à la consigne elle montre aussi l'effet du bruit sur la sortie, elle est donnée par:

$$T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} \tag{4.16}$$

Elle est dite complémentaire car :

$$T(s) + S(s) = 1 \tag{4.17}$$

- En fin la fonction $K(s)S(s)$ qui représente l'effet de la perturbation W_0 et le bruit de mesure sur le signal de commande.

Toutes ces fonctions dépendent de la fréquence de manières différentes, selon les bandes considérées. Les perturbations sont significatives en basses fréquences, tandis que les bruits trouvent leur influence en hautes fréquences. De même, la sortie est souhaitée proche de la consigne dans la bande passante, c'est là où la commande doit être suffisante, avant que les deux soient atténuées en hautes fréquences. Ces points doivent être pris en considération lors de la synthèse d'un contrôleur robuste.

- **Allures et amplitudes des fonctions de transfert de la boucle fermée**

Les propriétés et les spécifications du cahier des charges se formalisent naturellement par des contraintes portant sur les modules des fonctions de transfert du système en boucle fermée i.e. les valeurs singulières maximales $\overline{\sigma}$ et minimales $\underline{\sigma}$ de S , T et KS . Car S est la fonction de sensibilité vis-à-vis des perturbations et T est la fonction de sensibilité complémentaire, qui représente d'une part la fonction de transfert en boucle fermée et d'autre part la façon dont le bruit affecte la sortie, la fonction KS représente le transfert entre les signaux perturbations-bruits et la commande.

L'objectif de la synthèse est de minimiser ces fonctions dans certaines gammes de fréquences, en imposant à chacune d'elle des pondérations. Le chemin à suivre est le suivant[25] [26] [27] [28] :

- $S(j\omega)$ relie $R(j\omega)$ à $\varepsilon(s)$: $\|S(s)\|_\infty$ doit être faible en basses fréquences afin d'éliminer ou de réduire l'influence des perturbations et d'assurer la rapidité du système. La fonction règle le comportement du système dans la bande passante, mais ne donne aucun moyen d'action sur son comportement en hautes fréquences.

- $T(j\omega)$ relie $R(j\omega)$ à $Y(j\omega)$: Cette fonction agit sur le comportement en hautes doit être faible en fréquences et elle a une forme symétrique à celle imposée à $S(j\omega)$, i.e. $\|T(j\omega)\|_\infty$ doit être faible en hautes fréquences pour atténuer les bruits, sa valeur maximale peut être limitée pour essayer de contraindre le dépassement.

- Puisque $S(j\omega)$ et $T(j\omega)$ sont complémentaires, donc $T(j\omega)$ se comporte comme 1 en basses fréquences (bande passante du système), ce qui garantie un bon suivi de la consigne, en hautes fréquences (au-delà de la bande passante), elle devient faible, tandis que $S(j\omega)$ s'approche de 1, mais pour assurer une bonne robustesse vis-à-vis d'incertitudes multiplicatives inverses (marge de module), la valeur maximale de $\|S(s)\|_\infty$ doit être contrainte.

- Pour que la commande soit suffisante dans la bande passante et atténuée en hautes fréquences, on exige que $\|K(j\omega)S(j\omega)\|_\infty$ soit grande au début et faible au-delà de la bande passante.

On traduit toutes ces exigences mathématiques par des inégalités, dont un des membres est $\overline{\sigma}(S(j\omega))$, $\overline{\sigma}(T(j\omega))$ ou $\overline{\sigma}(K(j\omega)S(j\omega))$ et l'autre une fonction (fonction de pondération) à déterminer. Nous raisonnons en terme de contraintes sur l'allure de la valeur singulière maximale, car c'est un bon indicateur de performances.

Nous cherchons des fonctions scalaires l_S , l_T et l_{KS} telles que :

$$\begin{aligned} &\overline{\sigma}(S(j\omega)) \le l_S(\omega) \\ &\overline{\sigma}(T(j\omega)) \le T_S(\omega) \\ &\overline{\sigma}(K(j\omega)S(j\omega)) \le l_{KS} \end{aligned} \tag{4.18}$$

Si on pose :

$$W_1 = l_S^{-1}$$

$$W_2 = l_{KS}^{-1} \qquad (4.19)$$

$$W_3 = l_T^{-1}$$

On aura alors :

$$\bar{\sigma}(S) \le l_S \Leftrightarrow W_1\bar{\sigma}(S) \le 1 \Rightarrow \|W_1 S\|_\infty \le 1$$

$$\bar{\sigma}(KS) \le l_{KS} \Leftrightarrow W_2\bar{\sigma}(KS) \le 1 \Rightarrow \|W_2 KS\|_\infty \le 1 \qquad (4.20)$$

$$\bar{\sigma}(T) \le l_T \Leftrightarrow W_3\bar{\sigma}(T) \le 1 \Rightarrow \|W_3 T\|_\infty \le 1$$

W_1, W_2 et W_3 sont appelées fonctions de pondérations, car elles imposent des poids aux fonctions S, T et KS dans certaines bandes de fréquences. Elles peuvent être des matrices dans le cas multivariable.

On peut regrouper les trois inégalités précédentes en une seule, on obtient :

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 KS \\ W_3 T \end{bmatrix} \right\|_\infty \le 1 \qquad (4.21)$$

Ce problème est appelé ‘problème de sensibilité mixte’, qui consiste à trouver le contrôleur $K(s)$ qui assure la stabilité interne de la boucle, et satisfait la relation précédente.

D’après les propriétés de la norme $H\infty$ on peut obtenir les trois conditions suivantes :

$$\|W_1 S\|_\infty \le 1 \Leftrightarrow \forall \omega \in R, |S(j\omega)| \le \left|\frac{1}{W_1(j\omega)}\right|$$

$$\|W_2 KS\|_\infty \le 1 \Leftrightarrow \forall \omega \in R, |K(j\omega)S(j\omega)| \le \left|\frac{1}{W_2(j\omega)}\right| \qquad (4.22)$$

$$\|W_3 T\|_\infty \le 1 \Leftrightarrow \forall \omega \in R, |T(j\omega)| \le \left|\frac{1}{W_3(j\omega)}\right|$$

Les figures suivantes montrent les allures typiques que l'on choisit pour les différents gabarits, compte tenu de la discussion du paragraphe ci-dessus.

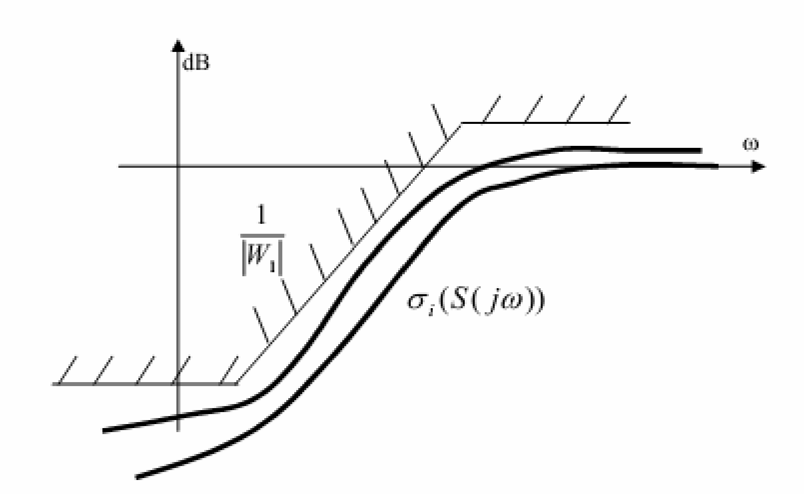


Figure IV-4. Les valeurs singulières de $S(j\omega)$ et leur gabarit

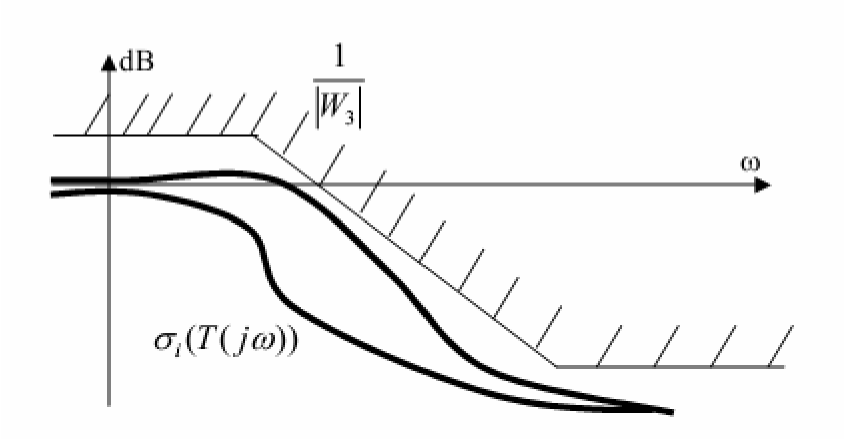


Figure IV-5. Les valeurs singulières de $T(j\omega)$ et leur gabarit

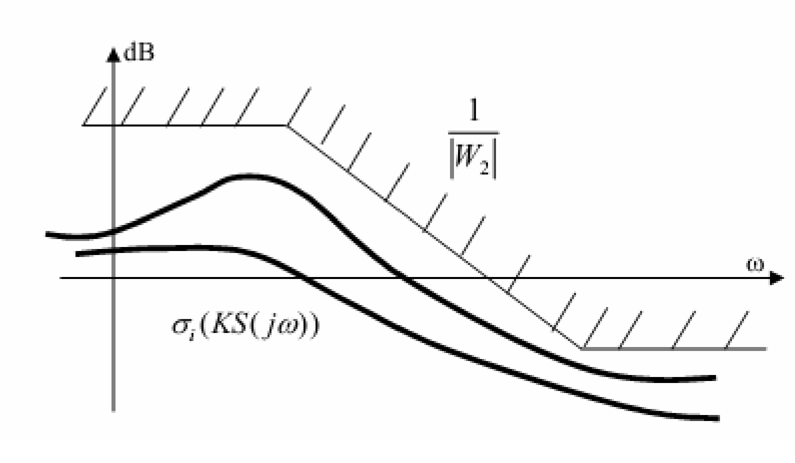


Figure IV-6. Les valeurs singulières de $K(s)S(s)$ et leur gabarit

Le souci majeur du problème *H∞* reste dans le choix des fonctions de pondérations $W_i(s)$, en fait elles représentent les paramètres de réglage pour la synthèse *H∞*, ce choix devient délicat dans le cas des systèmes multivariable à cause des variables à commander et de l'ordre élevé du système obtenu.

IV.2.1.3. Commande *H∞* de la formulation à la résolution

IV.2.1.3.1. Problème standard

Le problème standard utilisé par la synthèse *H∞* est illustré par la figure suivante [25] [26] [28] [29] [30] [31] [35] [36]

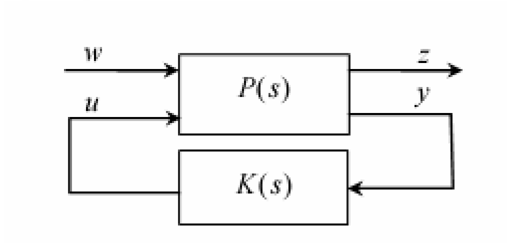


Figure IV-7. Forme *H∞* standard

Où $P(s)$ est une matrice de transfert qui modélise les interactions entre deux ensembles d'entrées et de sorties.

w : Vecteur d'entrée qui regroupe les signaux de références et perturbations plus les bruits.

u : Vecteur de commande.

z : Les signaux choisis pour caractériser le bon fonctionnement de l'asservissement.

y : Les mesures disponibles au régulateur.

$K(s)$ Représente le contrôleur qui assure la stabilité du système.

IV.2.1.3.2. Résolution du problème standard

A partir de la figure IV.7 on peut tirer les équations suivantes :

$$\begin{cases} Z(s) = P_{11}\ W(s) + P_{12}\ U(s) \\ Y(s) = P_{21}\ W(s) + P_{22}\ U(s) \end{cases} \tag{4.23}$$

Ce système peut être écrit sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

Il est possible d'écrire le transfert reliant z à w en fonction seulement de P et K par la transformation linéaire fractionnaire, notée $F_l(P,K)$:

$$F_l(P,K) = P_{11}(s) + P_{12}(s)K(s)(I - P_{22}(s)k(s))^{-1}P_{21}(s) \qquad (4.25)$$

La synthèse $H\infty$ consiste à déterminer le contrôleur $K(s)$ stabilisant la boucle fermée et minimisant la contrainte $\|F_l(P,K)\|_\infty \leq \gamma$. Pour cela on doit résoudre l'un des problèmes suivants :

- **problème *H*∞ optimal :** minimiser $\|F_l(P,K)\|_\infty$ sur l'ensemble des $K(s)$ qui stabilise le système $P(s)$. le minimum est appelé '*H*∞-optimal'.
- **problème H∞ sous-optimal :** C'est la méthode la plus utilisée en pratique. Ce problème consiste à chercher un régulateur qui stabilise le système bouclé et assure que $\|F_l(P,K)\|_\infty \leq \gamma$ avec $\gamma > 0$. Le correcteur qui assure la plus petite valeur de γ est dit **optimale.**

Revenons au problème de sensibilité mixte présenté au paragraphe précédent. Il peut être mis sous la forme standard, dans laquelle nous appliquons la technique *H*∞ pour trouver un contrôleur robuste.

Pour bien expliquer la procédure et faire apparaître les pondérations appliquées aux différents signaux, on considère le schéma de la figure III.8 dans lequel l'erreur ε est pondérée par le filtre $W_1(s)$ qu'on souhaite maintenir à 0, la commande u pondérée par le filtre $W_2(s)$ qu'on souhaite économiser et l'entrée de perturbation b est pondérée par la sortie du filtre $W_3(s)$.

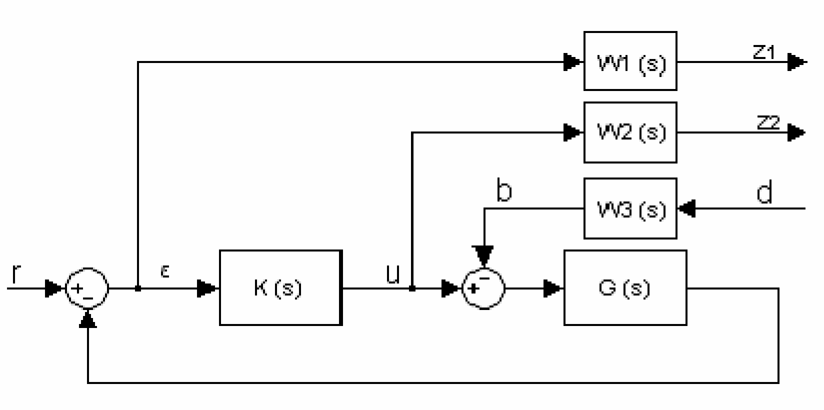


Figure IV-8. Mise en place des pondérations

En faisant apparaître explicitement la forme LFT transformation linéaire fractionnaire. En considérant r et d comme entrées z_1 et z_2 comme signaux à surveiller :

$$\begin{aligned} z_1 &= W_1\varepsilon = W_1(Sr + SGW_3d) \\ z_2 &= W_2u = W_2(KSr + KSGW_3d) \end{aligned} \qquad (4.26)$$

Soit :

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_1 S & W_1 W_3 SG \\ W_2 KS & W_2 W_3 KSG \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ d \end{pmatrix} \tag{4.27}$$

La relation 4.27 n'est que la LFT du système $P(s)$ et le contrôleur $K(s)$ du problème $H\infty$ standard :

$$F_l(P,K) = \begin{pmatrix} W_1 S & W_1 W_3 SG \\ W_2 KS & W_2 W_3 KSG \end{pmatrix} \tag{4.28}$$

L'objectif est de minimiser la norme $\|F_l(P,K)\|_\infty$, c'est à dire :

$$\|F_l(P,K)\|_\infty = \left\| \begin{pmatrix} W_1 S & W_1 W_3 SG \\ W_2 KS & W_2 W_3 KSG \end{pmatrix} \right\|_\infty \leq \gamma \tag{4.29}$$

La solution $H\infty$ est acceptée quand $\gamma \approx 1$, donc l'inégalité 4.29 devient :

$$\|F_l(P,K)\|_\infty = \left\| \begin{pmatrix} W_1 S & W_1 W_3 SG \\ W_2 KS & W_2 W_3 KSG \end{pmatrix} \right\|_\infty \leq 1 \tag{4.30}$$

D'après les propriétés de la norme $H\infty$ et lorsque l'inégalité 4.30 est vérifiée, alors les conditions suivantes le sont aussi :

$$\begin{aligned} &\|W_1 S\|_\infty \leq 1 \Leftrightarrow \|S\|_\infty \leq \left|\frac{1}{W_1}\right| \\ &\|W_2 KS\|_\infty \leq 1 \Leftrightarrow \|KS\|_\infty \leq \left|\frac{1}{W_2}\right| \\ &\|W_1 W_3 SG\|_\infty \leq 1 \Leftrightarrow \|SG\|_\infty \leq \left|\frac{1}{W_1 W_3}\right| \\ &\|W_2 W_3 KSG\|_\infty \leq 1 \Leftrightarrow \|KSG\|_\infty \leq \left|\frac{1}{W_2 W_3}\right| \end{aligned} \tag{4.31}$$

On voit donc que la réponse fréquentielle de chacune des fonctions S, KS, SG et KSG est contrainte par des gabarits qui dépend des filtres W_i choisis.

Il faut déterminer les quatre transferts du système $P(s)$ $(P_{11}(s), \mathrm{P}_{12}(s), P_{21}(S), P_{22}(S))$ du problème standard. Pour cela, il suffit d'écrire les signaux z_1, z_2 et ε en fonction de r, b et u.

$$\begin{aligned} z_1 &= W_1\varepsilon = W_1(r + W_3Gd - Gu) \\ z_2 &= W_2u \\ \varepsilon &= r + W_3Gb - Gu \end{aligned} \tag{4.32}$$

Soit :

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \varepsilon \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 & W_1W_3G & -W_1G \\ 0 & 0 & W_2 \\ 1 & W_3G & -G \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r \\ d \\ u \end{pmatrix} \tag{4.33}$$

$$\begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix} = P(s) \begin{pmatrix} w \\ u \end{pmatrix} \tag{4.34}$$

Par identification des deux relations 4.33 et 4.34 on obtient :

$$z = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

$$w = \begin{pmatrix} r \\ d \end{pmatrix}$$

$$y = \varepsilon$$

$$\Rightarrow P(s) = \begin{bmatrix} W_1 & W_1W_3G & -W_1G \\ 0 & 0 & W_2 \\ 1 & W_3G & -G \end{bmatrix} \tag{4.35}$$

Le nouveau système $P(s)$ ($G(s) +$ pondérations $W_i(s)$) est appelé 'système augmenté'

Ces résultats sont obtenus en supposant le système monovariable et que dans le cas des systèmes multivariables, les $W_i(s)$ deviennent des matrices donc, $P(s)$ s'écrit :

$$P(s) = \begin{bmatrix} W_1 & W_1W_3G & -W_1G \\ 0.I & 0.I & W_2 \\ I & W_3G & -G \end{bmatrix} \tag{4.36}$$

Différentes méthode peuvent être envisagées pour résoudre le problème $H\infty$ standard. Pour cela deux approches existent. La première approche repose sur la résolution d'équations de Riccati, dans la quelle la valeur optimale de est cherchée par l'algorithme de dichotomie. Et l'approche par inégalités matricielles affines.

- **Résolution du problème $H\infty$ standard par équations de Riccati**

Tout d'abord on doit mettre le système P(s) (appelé aussi système augmenté) sous forme d'état :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \tag{4.37}$$

Avec :

$$x \in \Re^{n}; w \in \Re^{n_w}; u \in \Re^{n_u}; e \in \Re^{n_e}, y \in \Re^{n_y}$$

Les hypothèses suivantes doivent être satisfaites pour résoudre le problème $H\infty$ [25] [26] [27] [28] :

H 1 - (A, B_2) est stabilisable et (C_2, A) est détectable : C'est l'hypothèse classique de toute méthode de synthèse utilisant les variables d'état (commande modale ou *LQG* par exemple) : cela garantit l'existence d'une loi de commande K qui stabilise le système en boucle fermée.

H 2 - $rang(D_{12}) = n_u$ et $rang(D_{21}) = n_y$: C'est une condition suffisante pour que la matrice de transfert du correcteur soit propre. Cela veut dire qu'il y a au moins autant de sorties commandées e que d'entrées de commande u (u) ($n_e \geq n_u$) et qu'il y a autant d'entrées de critère w que de mesures y ($n_w \geq n_y$).

H 3 - $\forall \omega \in \Re : rang\begin{pmatrix} A - j\omega I_n & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{pmatrix} = n + n_u$ garantit que le transfert P_{12} n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire

H 4 - $\forall \omega \in \Re : rang\begin{pmatrix} A - j\omega I_n & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{pmatrix} = n + n_y$ garantit que le transfert P_{21} n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire

Pour obtenir des expressions plus simples, on introduit les conditions supplémentaires suivantes :

H 5 - $D_{11} = 0$, $D_{12}{}^{T}\begin{bmatrix} C_1 & D_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & In_u \end{bmatrix}$.

$$D_{22} = 0, \begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}{}^{T} = \begin{bmatrix} 0 \\ In_y \end{bmatrix}.$$

La résolution du problème $H\infty$ standard est testée à l'aide du théorème suivante:

Théorème 1 :

I. La matrice hamiltonienne $H_\infty = \begin{bmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1 C_1^T & -A^T \end{bmatrix}$ n'a pas de valeurs propres sur l'axe imaginaire.

II. il existe une matrice symétrique $X_\infty \geq 0$ telle que :

$$A^T X_\infty + X_\infty A + C_1^T C_1 + X_\infty (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty = 0 \qquad (4.38)$$

III. La matrice hamiltonienne $J_\infty = \begin{bmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{bmatrix}$ n'a pas de valeurs propres sur l'axe imaginaire.

IV. il existe une matrice symétrique $Y_\infty \geq 0$ telle que :

$$A Y_\infty + Y_\infty A^T + B_1 B_1^T + Y_\infty (\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2) Y_\infty = 0 \qquad (4.39)$$

V. $\rho(X_\infty Y_\infty) \prec \gamma^2$. Où $\rho(\ )$ désigne le module de la plus grande valeur propre.

Les paramètres du régulateur sont donnés par le théorème suivant :

Théorème 2:

A partir des conditions du théorème 1, le régulateur qui stabilise le système et assure $\|F_l(P,K)\|_\infty < \gamma$ est donné par la formule suivante :

$$K(s) = C_K (sI - A_K)^{-1} B_K \qquad (4.40)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_K &= A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty - B_2 B_2^T X_\infty - (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} Y_\infty C_2^T C_2 \\ B_K &= (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} Y_\infty C_2^T \\ C_K &= -B_2^T X_\infty \end{aligned} \qquad (4.41)$$

➢ **Résolution du problème *H*∞ standard par inégalités matricielles affines**

Dans le paragraphe précédent, l'approche de résolution par l'équation de Riccati a été introduite. Par la suite la résolution par LMI est présentée, cette méthodologie reste plus générale que la précédente. Elle permet de relaxer les hypothèses qui sont a la base du problème *H*∞. Dans la suite la problématique est présentée sous l'hypothése que la condition suivante soit satisfaite [32] [33] [34] :

$$D_{22} = 0 .$$

Lorsque cette hypothèse n'est pas vérifiée, il est possible de s'y ramener avec un simple changement de variable.

La faisabilité du problème standard (l'existence du contrôleur $K(s)$) est testée au moyen du théorème suivant :

Théorème 3 :

Sous l'hypothèse (A, B_2) est stabilisable et (C_2, A) est détectable et la condition précédente $D_{22} = 0$ problème $H\infty$ standard a une solution si et seulement si deux matrices symétriques R et Q existent, et vérifient les 3 LMIs suivantes :

$$\begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I_{nw} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} AR + RA^T & RC_1^T & B_1 \\ C_1 R & -\gamma I_{ne} & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I_{nw} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I_{nw} \end{pmatrix} < 0$$

$$\begin{pmatrix} N_Q & 0 \\ 0 & I_{ne} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} AQ + QA^T & QB_1 & C_1^T \\ B_1^T Q & -\gamma I_{nw} & D_{11}^T \\ C_1 & D_{11} & -\gamma I_{ne} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_Q & 0 \\ 0 & I_{ne} \end{pmatrix} < 0 \qquad (4.42)$$

$$\begin{pmatrix} R & I_n \\ I_n & Q \end{pmatrix} \geq 0$$

Où N_R et N_Q constituent une base des noyaux de $\begin{pmatrix} B_2^T & \mathrm{D}_{12}^{\mathrm{T}} \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} C_2 & \mathrm{D}_{21} \end{pmatrix}$ respectivement De plus, des correcteurs d'ordre $r < n$ existent si et seulement si les 3 LMIs précédentes sont vérifiées par des matrices R et Q qui satisfont la condition supplémentaire :

$$rang\begin{pmatrix} R & I_n \\ I_n & Q \end{pmatrix} \leq n + r \quad \Leftrightarrow \quad rang(I_n - RQ) \leq \mathrm{r} \qquad (4.43)$$

Le résultat du paragraphe précédent nous fournit une manière explicite de déterminer s'il existe une synthèse pour résoudre le problème $H\infty$ ou pas. Une méthode implicite pour construire des contrôleurs quand les conditions du théorème 3 sont vérifiées est comme suit :

Supposons que X et Y ont été trouvés satisfaisant le théorème3, puis par le lemme 7, il existe une matrice X_f satisfait :

$$X_f = \begin{pmatrix} X & ? \\ ? & ? \end{pmatrix} \text{ et } X_f^{-1} = \begin{pmatrix} Y & ? \\ ? & ? \end{pmatrix}$$

Les dernières conditions du théorème 3 assurent que :

$$\begin{pmatrix} X & I_n \\ I_n & Y \end{pmatrix} \geq 0 \text{ et } rang\begin{pmatrix} X & I_n \\ I_n & Y \end{pmatrix} \leq n + n_K \tag{4.44}$$

Il est évident de vérifier que :

$$\begin{pmatrix} X & I_n \\ I_n & Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_n & Y^{-1} \\ 0 & I_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X - Y^{-1} & 0 \\ 0 & Y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_n & 0 \\ Y^{-1} & I_n \end{pmatrix} \geq 0 \tag{4.45}$$

Dans le cas où la condition 4.44 est vérifiée, l'inégalité 4.45 donne :

$X - Y^{-1} \geq 0$ et $rang(X - Y^{-1}) \leq n_K$

Ces conditions assurent qu'il existe une matrice X_2 de sorte que :

$$X - Y^{-1} = X_2 X_2^T \geq 0 \tag{4.46}$$

Ce qui donne en particulier

$$X - X_2 X_2^T > 0 \tag{4.47}$$

En tenant compte de 4.47, on peut construire X_f par la recherche d'une matrice X_2 telle que $X - Y^{-1} = X_2 X_2^T$ puis et avec le choix de $X_3 = I_{n_K}$, on obtient :

$$X_f = \begin{pmatrix} X & X_2 \\ X_2^T & I_{n_K} \end{pmatrix} \tag{4.48}$$

qui a les propriétés désirées ci-dessus. Comme nous avons vu avant, l'ordre n_K ne doit pas être plus grand que, et en général peut être choisi égal au rang de $(X - Y^{-1})$.

Aussi

$$\begin{pmatrix} X & X_2 \\ X_2^T & I_{n_K} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} Y & -YX_2 \\ -X_2^T Y & X_2^T Y X_2 + I_{n_K} \end{pmatrix} \tag{4.49}$$

Par le lemme 4, nous avons vu qu'il existe une solution à :

$$H_{X_f} + \Phi^T J P_{X_f} + P_{X_f}^T J \Phi < 0 \tag{4.50}$$

et qu'une telle solution J fournit la réalisation d'état pour un contrôleur faisable K. La variable pour cette LMI est donnée par J. Il y a clairement un ensemble ouvert de solution J pour cette LMI.

IV.2.2. Commande Linière Quadratique

En automatique, la commande linéaire quadratique gaussienne [26] [28] [35] dite commande *LQG* est une méthode qui permet de calculer le gain d'une commande par retour d'état dans un souci particulier de réduire les bruits blancs.

Considérons le système linéaire d'ordre n suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Mw \\ y = Cx + Du + v \\ z = Nx \end{cases} \qquad (4.51)$$

Où :

u(t) : vecteur de commande de dimension : *l · 1*, où *l* est le nombre d'actionneurs.

z(t) : vecteur des grandeurs à régler, *dim z(t) = m x 1*

A : matrice d'état du système, *dim A = n · n*

B : matrice de commande, *dim B = n · l*

w et v : représentent des bruits blancs, de moyenne nulle, indépendants, avec respectivement pour matrice de covariance W et V.

$$E\left[w(t)w(t+\tau)^T\right] = W\delta(\tau) \quad E\left[v(t)v(t+\tau)^T\right] = V\delta(\tau) \quad E\left[w(t)v(t+\tau)^T\right] = 0 \quad (4.52)$$

avec $W \geq 0$ et $V > 0$

On note aussi $W_x = MWM^T$ a matrice de covariance du bruit d'état.

A partir du vecteur y de mesures bruitées (retour de sortie), nous recherchons une loi de commande qui minimise le critère

$$J = \int_0^\infty \left(z^T Q z + u^T R u\right) dt \qquad (4.53)$$

Où $z = Nx$ désigne le vecteur à réguler et Q et R les matrice de pondérations avec

$Q = Q^T \geq 0$, $R = R^T > 0$ (Des matrices symétriques définies positives).

La solution de ce problème s'appuie sur le principe de séparation qui établit que la commande optimale est obtenue

- en recherchant l'estimé optimal $\hat{x}$ (au sens de la variance d'erreur minimale) de l'état x par la méthode du Filtre de KALMAN, c'est-à-dire on estime l'état x par l'équation classique du filtre de KALMAN à condition que le triplet $(A, MW^{1/2}, C)$ soit détectable et stabilisable.

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_f(y - C\hat{x} - Du) \qquad (4.54)$$

avec $K_f = P_f C^T V^{-1}$ où P_f obéit à l'équation de RICCATI suivante :

$$P_f A^T + AP_f 1 - P_f C^T V^{-1} C P_f + MWM^T = 0 \qquad (4.55)$$

avec $P_f = P_f^T > 0$

- en employant cet estimé comme s'il était la mesure exacte du vecteur d'état, pour résoudre le problème de commande optimale linéaire déterministe (méthode LQ); soit (si $(A, B, Q^{1/2}N)$ est détectable et stabilisable) :

$$u = -K_c \hat{x} \qquad (4.56)$$

Avec :

$$\begin{cases} K_c = R^{-1} B^T P_c \\ P_c A + A^T P_c - P_c B R^{-1} B^T P_c + N^T Q N = 0 \end{cases} \qquad (4.57)$$

La figure IV.9 représente la structure du correcteur LQG dans le boucle de régulation.

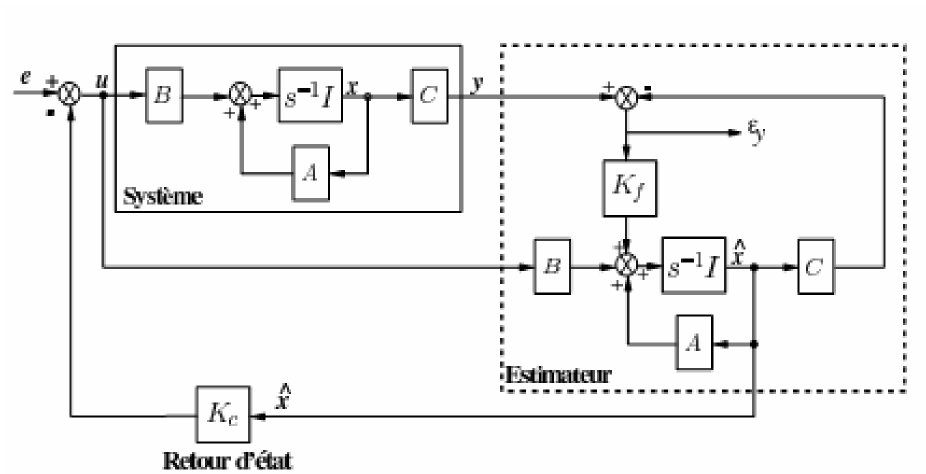


Figure IV-9. La structure du correcteur LQG (la transmission directe D n'est pas représentée pour des raisons de clarté)

La représentation d'état du correcteur LQG s'écrit

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}} \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_c - K_f C + K_f DK_c & K_f \\ -K_c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x} \\ y \end{bmatrix} \quad (4.58).$$

IV.3. Commande robuste de l'approche d'un seul actionneur SSA

IV.3.1. Commande *H*∞ de l'approche d'un seul actionneur SSA

Dans cette partie, on présent l'application de la synthèse *H*∞ pour contrôler le VCM pour cela on applique résolution du problème par les deux approches existent.

IV.3.1.1. Résolution du problème *H*∞ standard de l'approche d'un seul actionneur SSA par l'équation de Riccati

Le but est d'une part de montrer la procédure typique pour choisir les fonctions de pondérations, à partir d'un cahier des charges, et d'autre part de calculer le correcteur et vérifier la satisfaction des performances obtenues par cette technique.

Le schéma bloc du système $G_v(s)$ à commander est donné par la figure suivante :

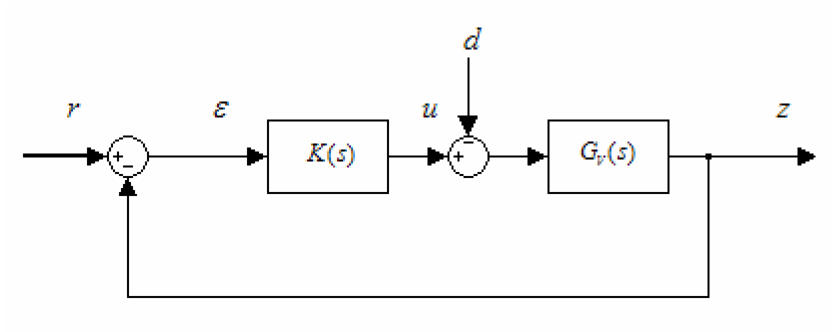


Figure IV-10. Schéma de commande du VCM.

Avec :
ε : L'ecart entre la référence et la mesure.
u : La commande.
b : La perturbation.
Les objectifs du cahier des charges sont donné au premier partie :

D'après la figure IV.10, r et d représentent les signaux externes, donc : $w=\begin{pmatrix} r \\ d \end{pmatrix}$. ε est l'entrée du contrôleur, c'est le signal d'erreur entre la référence et la sortie mesurée, u est toujours la commande.

De plus, sans voir les objectifs du cahier des charges le but de n'importe quelle synthèse nécessite la minimisation des signaux ε et u, alors on aura le schéma fonctionnel de la figure IV.11. C'est la forme standard de notre problème *H∞,* et qui est réduit sous la forme de la figure IV.12.

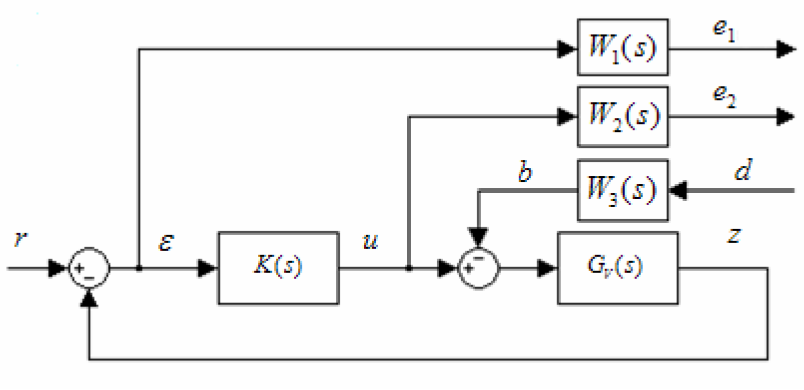


Figure IV-11. Mise en forme standard.

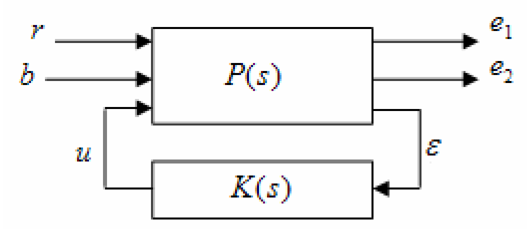


Figure IV-12. Forme standard.

Considérons le schéma de la figure IV.11 $W_1(s)$, $W_2(s)$ sont les pondérations imposées aux signaux ε et u respectivement, la perturbation d est aussi pondérée par le filtre $W_3(s)$.

$$\left\| \begin{pmatrix} W_1S & W_1W_3SG \\ W_2KS & W_2W_3KSG \end{pmatrix} \right\|_\infty \leq 1$$

Ce qui conduit à imposer des gabarits :

$$\forall \omega \in \Re \begin{cases} \|W_1S\|_\infty \leq 1 \Leftrightarrow \|S\|_\infty \leq \left|\dfrac{1}{W_1}\right| \\ \|W_2KS\|_\infty \leq 1 \Leftrightarrow \|KS\|_\infty \leq \left|\dfrac{1}{W_2}\right| \\ \|W_1W_3SG\|_\infty \leq 1 \Leftrightarrow \|SG\|_\infty \leq \left|\dfrac{1}{W_1W_3}\right| \\ \|W_2W_3KSG\|_\infty \leq 1 \Leftrightarrow \|KSG\|_\infty \leq \left|\dfrac{1}{W_2W_3}\right| \end{cases}$$

On voit donc que les réponses fréquentielles des fonctions S , KS , SG **et** KSG sont 7777999999 standard, c'est-à-dire à identifier les schémas blocs des figures IV.11 et IV.12.

La synthèse du contrôleur nécessite le calcul du système augmenté $P(s)$. Ceci est possible en considérant une représentation d'état pour chaque fonction de transfert $G(s)$ G(s) $W_1(s)$, $W_2(s)$ $W_3(s)$:

$$G_v \text{ : (entrée } r-z \text{, sortie } z\text{)} \begin{cases} \dot{x}_v(t) = A_v x(t) + B_v(u-b) \\ z = C_v x(t) \end{cases}$$

$$W_1 \text{ : (entrée } u-b \text{, sortie } e_1\text{)} \begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_1 x_1(t) + B_1(r-z) \\ e_1 = C_1 x_1(t) + D_1(r-z) \end{cases}$$

$$W_2 \text{ : (entrée } u \text{, sortie } e_2\text{)} \begin{cases} \dot{x}_2(t) = A_2 x_2(t) + B_2 u \\ e_2 = C_2 x_2(t) + B_2 u \end{cases}$$

$$W_3 \text{ : (entrée } d \text{, sortie } b\text{)} \begin{cases} \dot{x}_3(t) = A_3 x_3(t) + B_3 d \\ b = C_3 x_3(t) + B_3 d \end{cases}$$

Soit finalement :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_v & 0 & 0 & -B_v \\ -B_1 & A_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -BD_2 \\ -B_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ B_2 \\ 0 \end{pmatrix} u$$

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -D_1 C & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ D_2 \end{pmatrix} u$$

$$e = \begin{pmatrix} -C & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \end{pmatrix} u$$

Ainsi :

$$P(s)=\begin{bmatrix} A & 0 & 0 & -BC_3 & 0 & -BD_2 & B \\ -B_1C & A_1 & 0 & 0 & B_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 & 0 & 0 & 0 & B_2 \\ 0 & 0 & 0 & A_3 & 0 & B_3 & 0 \\ -D_1C & C_1 & 0 & 0 & D_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 & 0 & D_2 \\ -C & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le calcul des paramètres du correcteur, ainsi que la valeur optimale de γ, est fait par MATLAB, en utilisant la fonction *hinfsyn.*

- **Choix de fonction de pondération**

Pour réduire l'erreur statique, la forme classiquement utilisée pour Le filtre $W_1(s)$ est donnée par Le filtre1 :

$$W_1(s)=\frac{\frac{s}{M}+\omega_c}{s+\omega_c e_0}$$ [28] [31]

où M représente le maximum du pic de la fonction de sensibilité. et ω_c désigne la bande passante souhaitée. e_0 correspond à l'erreur statique autorisée.

Donc $W_1(s)$ a été choisi comme suit :

$$W_1(s)=\frac{0.5\,\mathrm{s}+6283}{\mathrm{s}+0.6283}$$

Dans un premier temps, les filtres $W_2(s)$ et $W_3(s)$ sont choisis constants, avec $W_3(s)$ très faible. (par_exemple $W_2(s)=0.1$ et $W_3(s)=0.001$). La valeur de $W_2(s)$ est ajustée afin que la fonction de sensibilité S suive au plus près le gabarit $1/|W_1|$ (en faisant à chaque fois le calcul et le tracé par Matlab).

Par exemple pour $W_2(s)=0.1$ on a obtenu le tracé de la figure IV.13.On remarque que l'écart entre S et $1/|W_1|$ est considérable, en particulier autour de la bande passante.

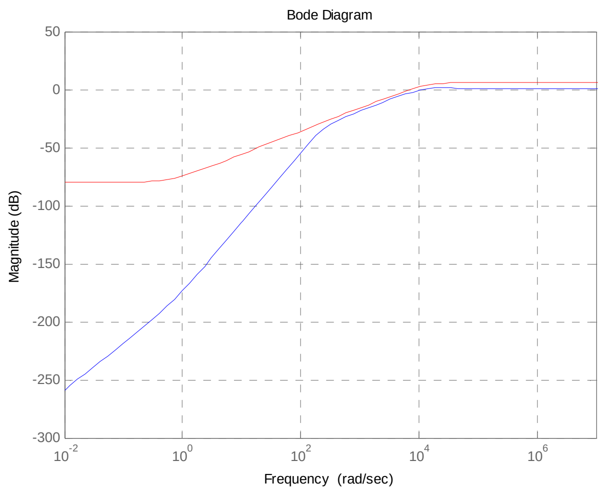


Figure IV-13. $S(j\omega)$ et son gabarit $1/|W_1|$ pour $W_2(s) = 0.1$.

Après quelques ajustements de $W_2(s)$ on trouve la valeur $W_2(s) = 0.39$ pour laquelle $S(j\omega)$ suit son gabarit de façon très proche, comme le montre la figure IV.14.

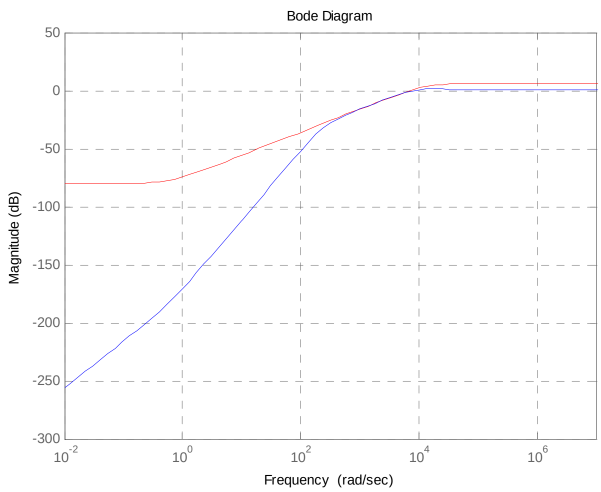


Figure IV-14. $S(j\omega)$ et son gabarit $1/|W_1|$ pour $W_2(s) = 0.39$.

On augmente ensuite progressivement la valeur de W3, jusqu'à ce qu'un effet significatif aparaisse sur la valeur de γ, en veillant toute fois à ce que celui-ci ne dépasse pas excessivement la valeur 1. Donc, on prend $W_3 = 0.0026 \rightarrow \gamma = 1.0008$

On introduit ensuite une atténuation en hautes fréquences sur le gabarit 1/ |W2|, L'objectif est d'obliger le gain du correcteur à chuter dans les hautes fréquences, afin de réduire l'effet du bruit dans cette zone. De même, il faut faire attention à la valeur de γ.

La fonction choisie finalement pour $W_2(s)$ est :

$$W_2(s) = \frac{0.0001\,\mathrm{s} + 0.39}{0.00025\,\mathrm{s} + 1}$$

Les pondérations choisies sont les suivantes:

$$W_1(s) = \frac{0.5\,\mathrm{s} + 6283}{\mathrm{s} + 0.6283}.$$

$$W_2(s) = \frac{0.0001\,\mathrm{s} + 0.39}{0.00025\,\mathrm{s} + 1}.$$

$$W_3 = 0.0026.$$

La fonction de transfert du contrôleur obtenu, ainsi que la valeur optimale γ_{opt} sont les suivantes :

$$\gamma_{opt} = 1.0072.$$

$$K(s) = \frac{1.399^{16}\,\mathrm{s}^3 + 6.367\times10^{19}\,\mathrm{s}^2 + 3.304\times10^{22}\,\mathrm{s} + 8.532\times10^{24}}{\mathrm{s}^6 + 1\times10^8\,\mathrm{s}^5 + 2.455\times10^{12}\,\mathrm{s}^4 + 2.221\times10^{16}\,\mathrm{s}^3 + + 6.368\times10^{19}\,\mathrm{s}^2 + 3.304\times10^{22}\,\mathrm{s} + 8.532\times10^{24}}$$

La figure IV.15 donne les allures des quatre transferts S, KS, SG **et** KSG qui interviennent dans le problème $H\infty$, comparées à leurs gabarits initialement définis

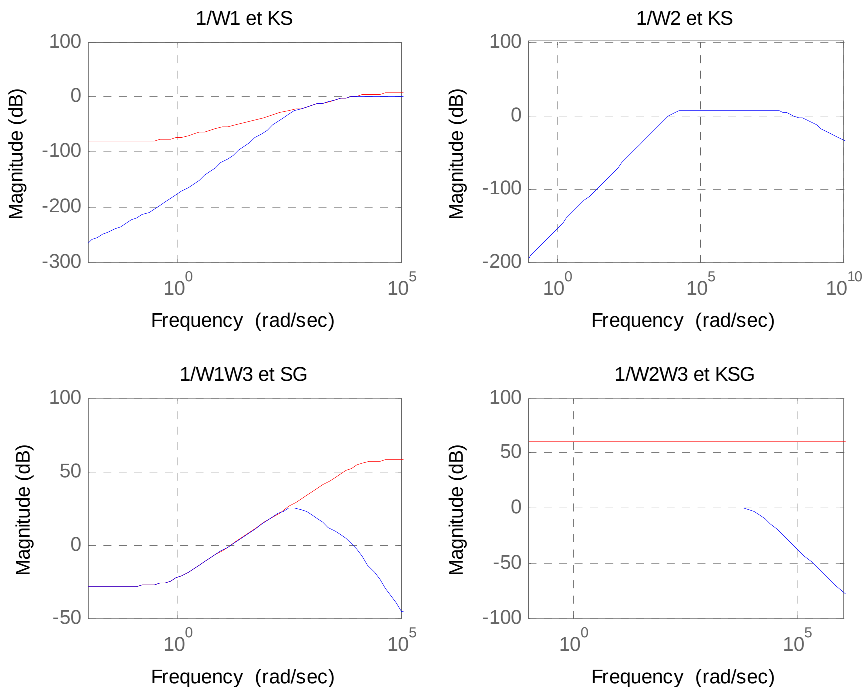


Figure IV-15. Les fonctions S, KS, SG **et** KSG et leurs gabarits par le filtre1.
(Résolution du problème H∞ par l'équation de Riccati)

Le lieu de Bode de la boucle ouverte corrigée est présenté sur la figure IV.16. On obtient une marge de phase de l'ordre de 67.6° en $\omega_c = 6.49 \times 10^3$, ce qui satisfait la stabilité du système, donc un des points du cahier des charges.

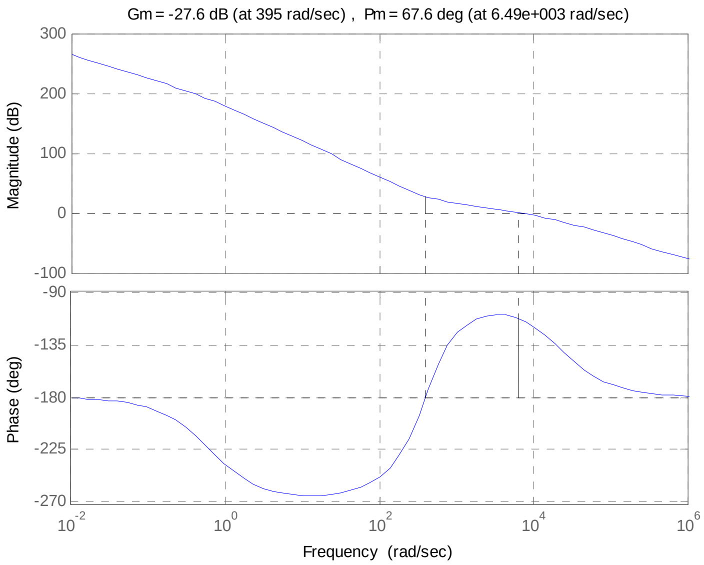


Figure IV-16. Tracé de Bode de la boucle ouverte du système VCM corrigé par *H*∞ par Le filtre1(Résolution du problème *H*∞ par l'équation de Riccati),

Sa réponse indicielle est présentée sur la figure IV.17.On observe un dépassement $D = 8.32\%$ et un temps de réponse t_r à 5%= $0.0018s$ et une erreur statique nulle.

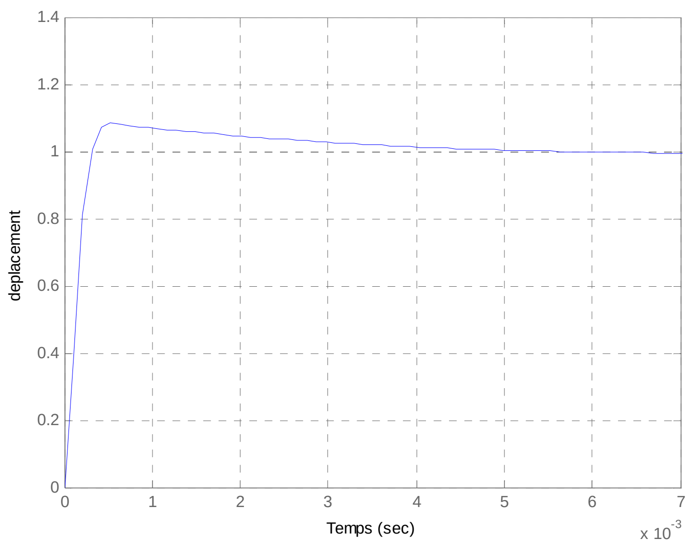


Figure IV-17. Réponse indicielle en boucle fermée du système VCM corrigé par Le filtre1 (Résolution du problème *H*∞ par l'équation de Riccati).

Le contrôleur discrétisé est donné par la fonction de transfert suivant :

$$K(z) = \frac{1.865\,z^3 - 5.528\,z^2 + 5.461\,z - 1.798}{z^4 - 2.818\,z^3 + 2.64\,z^2 - 0.8225\,z}$$

La réponse indicielle du système corrigé bouclé discrétisé est donnée par la figure IV.18 avec $D = 8.7\%$ t_r à $5\% =$ $0.0018s$ et une erreur statique :

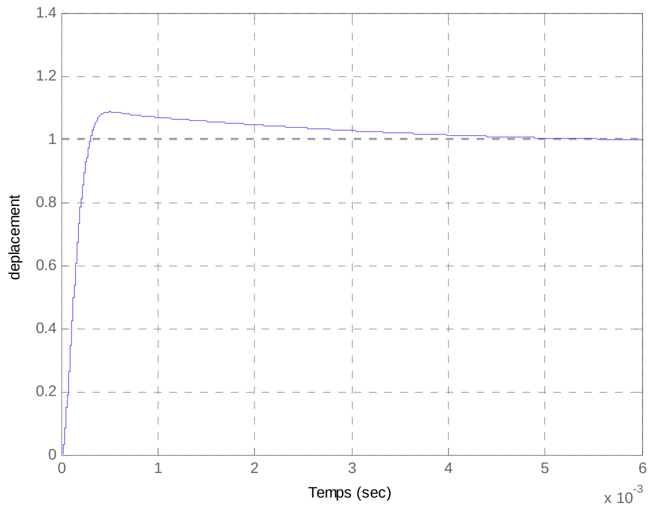


Figure IV-18. Réponse indicielle discrétisé en boucle fermée du système VCM corrigé par filtre1 (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

Afin d'améliorer les performances du système[28] [31], on choisit parfois une autre fonction de pondération plus complexe un filtre2 tel que:

$$W_1(s) = \frac{\left(\dfrac{s}{M^{1/2}} + \omega_c\right)^2}{\left(s + \omega_c e_0^{1/2}\right)^2}$$

Les fonctions de pondérations choisies sont les suivantes :

$$W_1(s) = \frac{0.5\,\mathrm{s}^2 + 8886\,\mathrm{s} + 3.948 \times 10^7}{\mathrm{s}^2 + 397.4\,\mathrm{s} + 3.948\mathrm{e}004}.$$

$$W_2(s) = \frac{3.846 \times 10^{-5}\,\mathrm{s} + 0.15}{0.00025\,\mathrm{s} + 1}.$$

$$W_3 = 0.0065.$$

La fonction de transfert du contrôleur obtenu, ainsi que la valeur optimale γ_{opt} sont les suivantes : $\gamma_{opt} = 1.0096$.

$$K(s) = \frac{2.258 \times 10^7\,\mathrm{s}^4 + 1.886 \times 10^{11}\,\mathrm{s}^3 + 4.731 \times 10^{14}\,\mathrm{s}^2 + 3.524 \times 10^{17}\,\mathrm{s} + 1.296 \times 10^{20}}{\mathrm{s}\hat{\ }5 + 3.996 \times 10^6\,\mathrm{s}\hat{\ }4 + 1.45 \times 10^{11}\,\mathrm{s}^3 + 5.67 \times 10^{14}\,\mathrm{s}^2 + 2.083 \times 10^{17}\,\mathrm{s} + 2.013 \times 10^{19}}$$

Le contrôleur discrétisé est donné par la fonction de transfert suivant :

$$K(z) = \frac{4.6\times10^3 z^4 - 18.1z^3 + 26.67z^2 - 17.47z + 4.292}{z^5 - 3.74z^4 + 5.227z^3 - 3.234z^2 + 0.7474z - 1.552\times10^{14}}$$

Le lieu de Bode de la boucle ouverte corrigée est présenté sur la figure IV.19. On obtient une marge de phase de l'ordre de 50.9° en $\omega_c = 1.12\times10^4$, ce qui satisfait la stabilité du système.

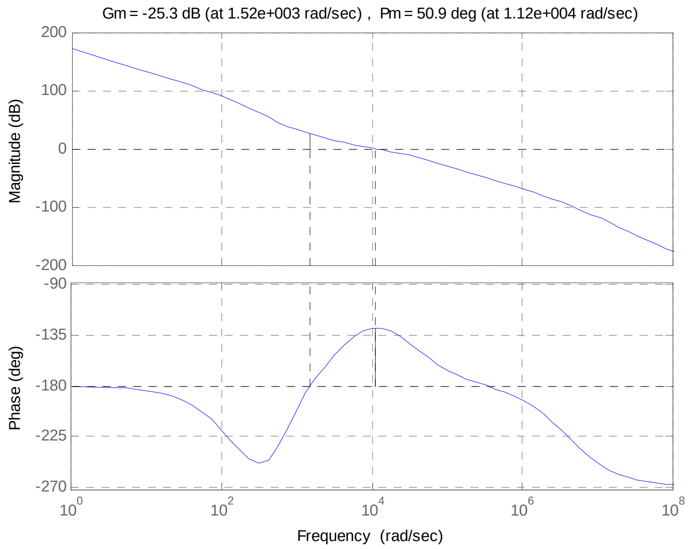


Figure IV-19. Tracé de Bode de la boucle ouverte du système VCM corrigé par $H\infty$ par un filtre2 (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

La réponse indicielle est présentée sur la figure IV.20. Avec $D = 28.5\%$ et un temps de réponse t_r à 5%= $0.0006s$ et une erreur statique égale a 0.

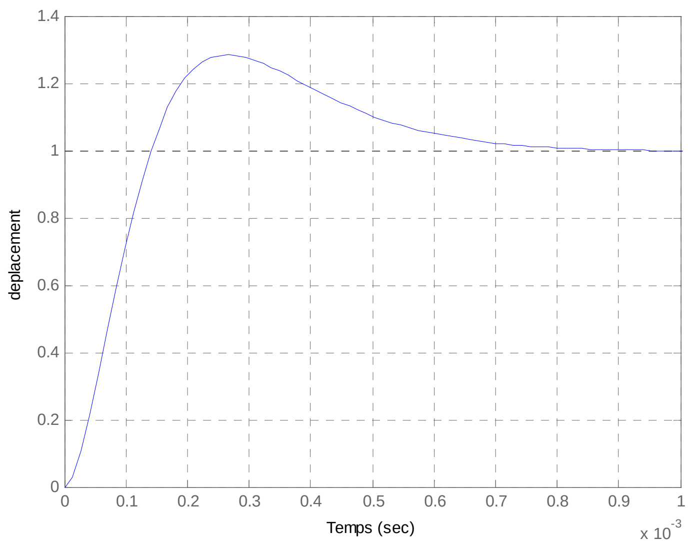


Figure IV-20. Réponse indicielle en boucle fermée du système VCM corrigé par un filtre2 (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

La réponse indicielle du système corrigé bouclé discrétisé est donnée par la figure IV.21 avec $D = 30.7\%$ t_r à $5\% = 0.000581s$ et une erreur statique nulle.

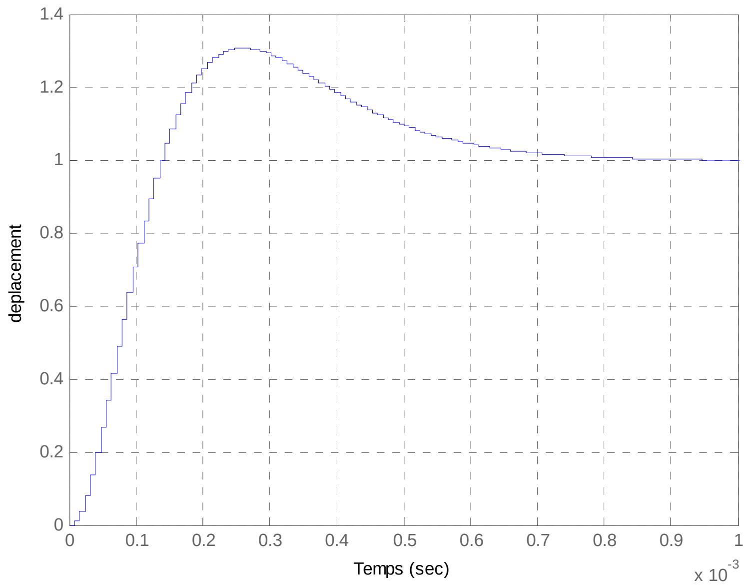


Figure IV-21. Réponse indicielle discrétisé en boucle fermée du système VCM corrigé par un filtre2 (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

Afin de tester la robustesse de la loi de commande obtenue par résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati on va étudier l'influence d une perturbation la stabilité et les performances du système. Pour cela On va introduire une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.22 :

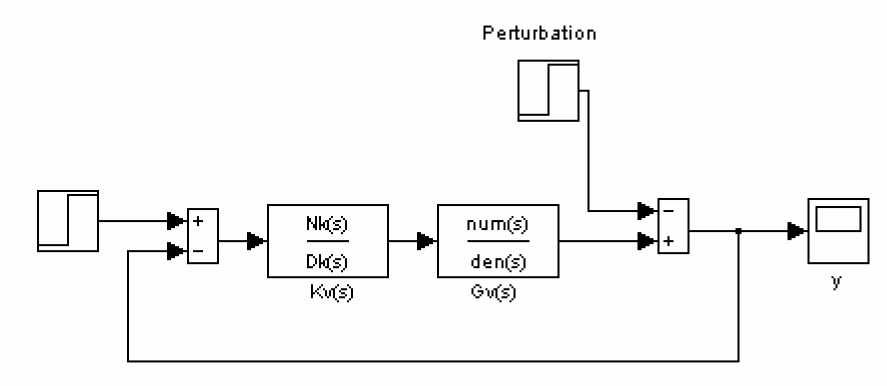


Figure IV-22. Schéma Simulink du système SSA corrigé perturbé. (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.23 :

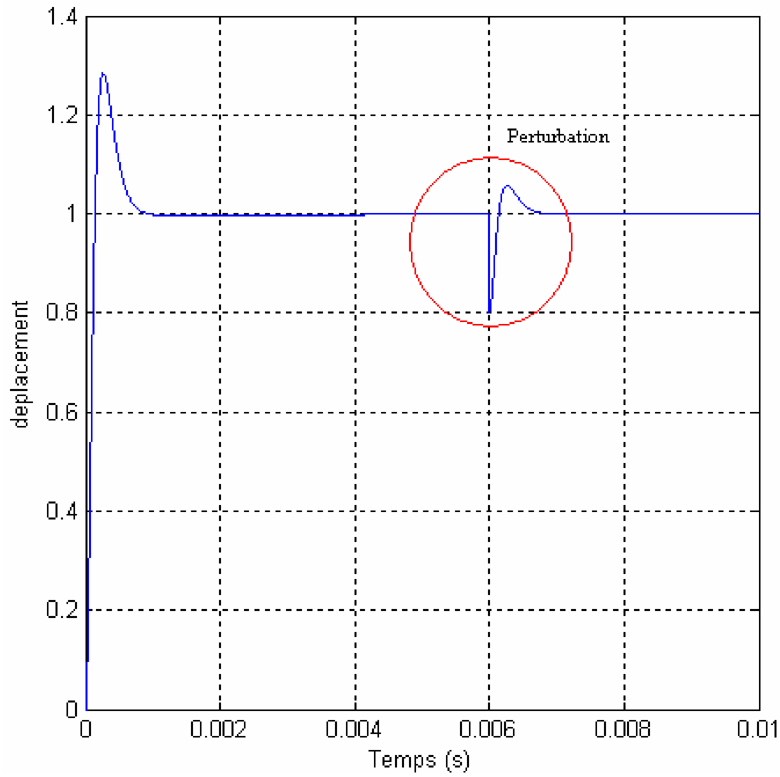


Figure IV-23. Réponse indicielle en boucle fermée du système VCM corrigé avec perturbation(Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

D'après cette figure, nous remarquons que le déplacement du bras diminue jusqu'à $0.8\mu m$ avant que le correcteur réagisse en rejetant cette perturbation et que la réponse du système SSA rejoigne son état d'équilibre donc la robustesse est assuré. .

IV.3.1.2. Résolution du problème $H\infty$ standard de l'approche d'un seul actionneur SSA par LMI

La procédure suivie dans la synthèse de la loi de commande $H\infty$ par l'équation de Riccati reste la même que par résolution du problème $H\infty$ standard par inégalités matricielles affines LMI.

Les fonctions de pondérations choisies sont les suivantes :

$$W_1(s) = \frac{0.5\mathrm{s} + 6283}{\mathrm{s} + 0.6283}$$

$$W_2(s) = \frac{8.883 \times 10^{-5}\,\mathrm{s} + 0.35}{0.00025\,\mathrm{s} + 1}$$

$$W_3 = 0.008$$

La fonction de transfert du contrôleur obtenu, ainsi que la valeur optimale γ_{opt} sont les suivantes : $\gamma_{opt} = 1.006$

$$K(s) = \frac{1.173\times10^{8}\ s^{3}\ +5.81\times10^{11}\ s^{2}\ +4.992\times10^{14}\ s+2.097\times10^{17}}{s4+4.786\times10^{7}\ s^{3}\ +1.227\times10^{12}\ s^{2}\ +4.143\times10^{15}\ s+2.542\times10^{15}}$$

La figure IV.24 donne les allures des quatre transferts S , KS , SG **et** KSG qui interviennent dans le problème $H\infty$, comparées à leurs gabarits.

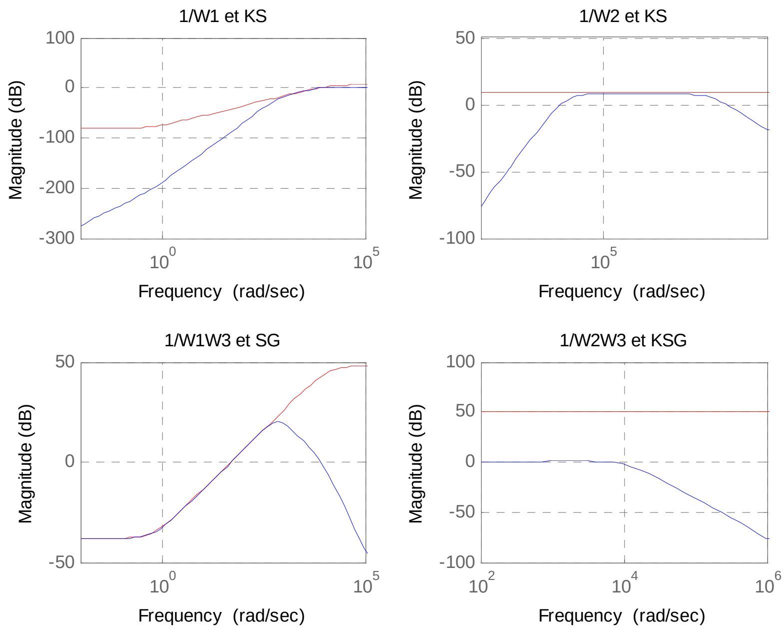


Figure IV-24. Les fonctions S , KS , SG **et** KSG et leurs gabarits par Le filtre1. (Résolution du problème $H\infty$ standard par LMI).

Le lieu de Bode de la boucle ouverte corrigée est présenté sur la figure IV.25. On obtient une marge de phase de l'ordre de 64.4° en $\omega_c = 6.91\times10^{3}$, ce qui satisfait la stabilité du système.

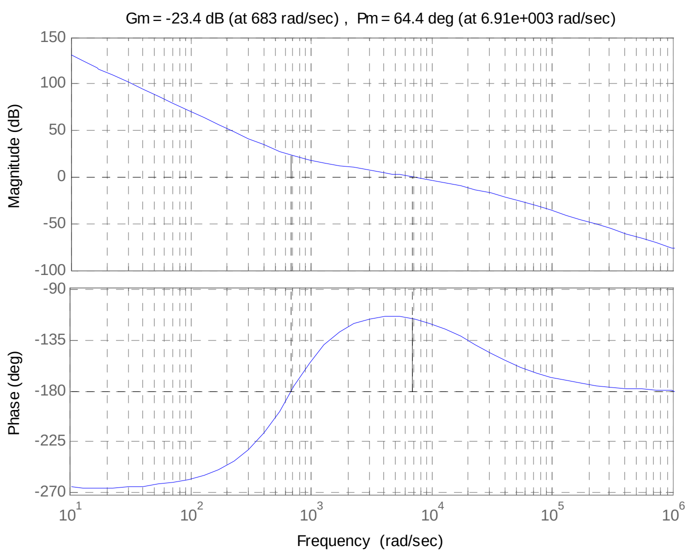


Figure IV-25. Tracé de Bode de la boucle ouverte du système VCM corrigé par $H\infty$ par le filtre1 (Résolution du problème $H\infty$ standard par LMI)

La réponse indicielle est présentée sur la figure IV.26. Avec $D = 13.1\%$ et un temps de réponse t_r à $5\% = 0.00169s$ et une erreur statique nulle.

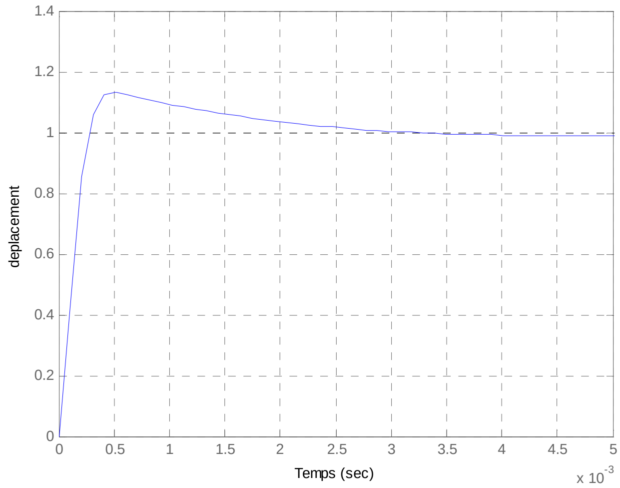


Figure IV-26. Réponse indicielle en boucle fermée du système VCM corrigé par le filtre1 (Résolution du problème $H\infty$ standard par LMI).

Le contrôleur discrétisé est donné par la fonction de transfert suivant :

$$K(z) = \frac{2.083z^3 - 6.166\,z^2 + 6.084z - 2.001}{z^4 - 2.81\,z^3 + 2.626\,z^2 - 0.8154\,z + 9.053 \times 10^{17}}$$

la réponse indicielle du système corrigé bouclé discrétisé est donnée par la figure IV.27 avec $D = 13.7\%$ t_r à $5\% = 0.00168s$ et une erreur statique nulle

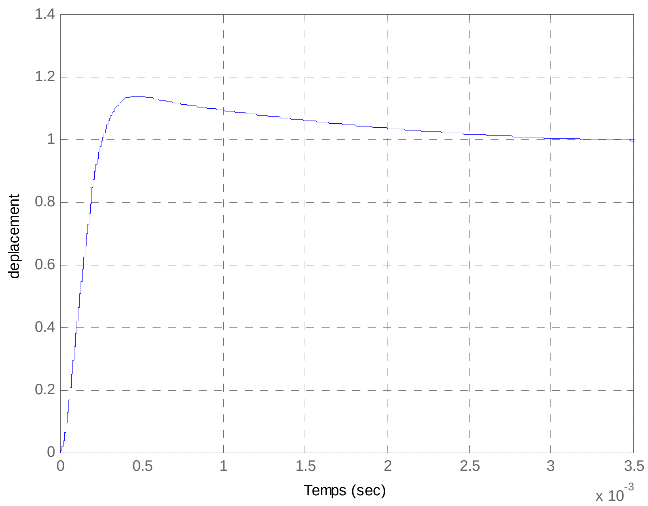


Figure IV-27. Réponse indicielle discrétisé en boucle fermée du système VCM corrigé par le filtre1 (Résolution du problème $H\infty$ standard par LMI).

Pour d'améliorer les performances du système, on choisit une autre fonction de pondération filtre2 tel que:

$$W_1(s) = \frac{\left(\dfrac{s}{M^{1/2}} + \omega_c\right)^2}{\left(s + \omega_c e_0^{1/2}\right)^2}$$

Les fonctions de pondérations choisies sont les suivantes :

$$W_1(s) = \frac{0.5\,\mathrm{s}^2 + 8886\,\mathrm{s} + 3.948\times10^7}{\mathrm{s}^2 + 397.4\,\mathrm{s} + 3.948\mathrm{e}004}$$

$$W_2(s) = \frac{3.846\times10^{-5}\,\mathrm{s} + 0.15}{0.00025\,\mathrm{s} + 1}$$

$$W_3 = 0.004$$

La fonction de transfert du contrôleur obtenu, ainsi que la valeur optimale γ_{opt} sont les suivantes : $\gamma_{opt} = 1.001$

$$K(s) = \frac{4.411\times10^8\,\mathrm{s}^4 + 3.635\times10^{12}\,\mathrm{s}^3 + 8.726\times10^{15}\,\mathrm{s}^2 + 5.388\times10^{18}\,\mathrm{s} + 1.621\times10^{21}}{\mathrm{s}^5 + 7.839\times10^7\,\mathrm{s}^4 + 2.853\times10^{12}\,\mathrm{s}^3 + 1.116\times10^{16}\,\mathrm{s}^2 + 4.098\times10^{18}\,\mathrm{s} + 3.959\times10^{20}}$$

Le lieu de Bode de la boucle ouverte corrigée est présenté sur la figure IV.28. On obtient une marge de phase de l'ordre de 51.6° en $\omega_c = 1.11\times10^4$, ce qui satisfait la stabilité du système.

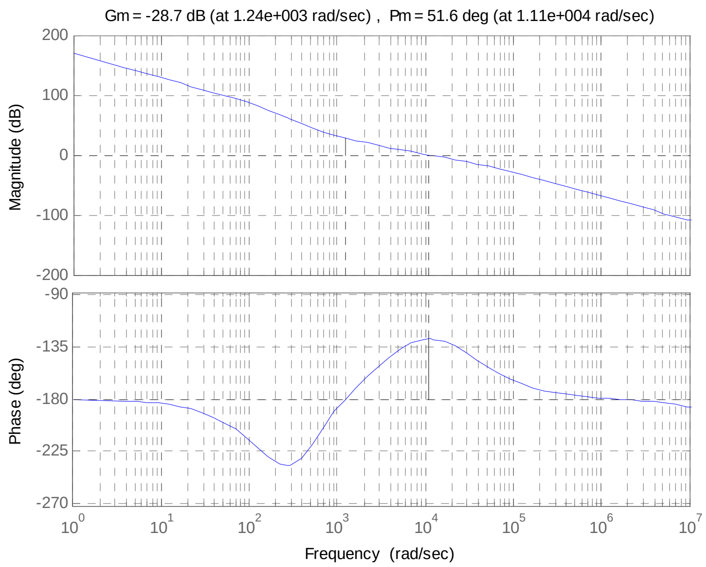


Figure IV-28. Tracé de Bode de la boucle ouverte du système VCM corrigé par *H*∞ par filtre2 (Résolution du problème *H*∞ standard par LMI).

La réponse indicielle est présentée sur la figure IV.29. Avec $D = 27.3\%$ et un temps de réponse t_r à $5\% = 0.000601s$ et une erreur statique nulle.

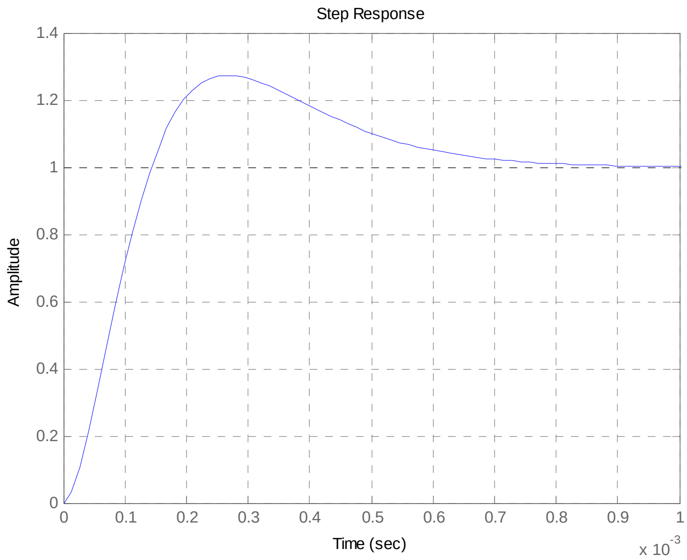


Figure IV-29. Réponse indicielle en boucle fermée du système VCM corrigé par filtre2. (Résolution du problème *H∞* standard par LMI).

Le contrôleur discrétisé est donné par la fonction de transfert suivant :

$$K(z) = \frac{4.517\times10^3 z^4 - 17.76z^3 + 26.18z^2 - 17.16z + 4.215}{z^5 - 3.741z^4 + 5.23z^3 - 3.237z^2 + 0.7484z - 8.309\times10^{14}}$$

La réponse indicielle du système corrigé bouclé discrétisé est donnée par la figure IV.30 avec $D = 29.4\%$ t_r à $5\% = 0.000582s$ et une erreur statique nulle.

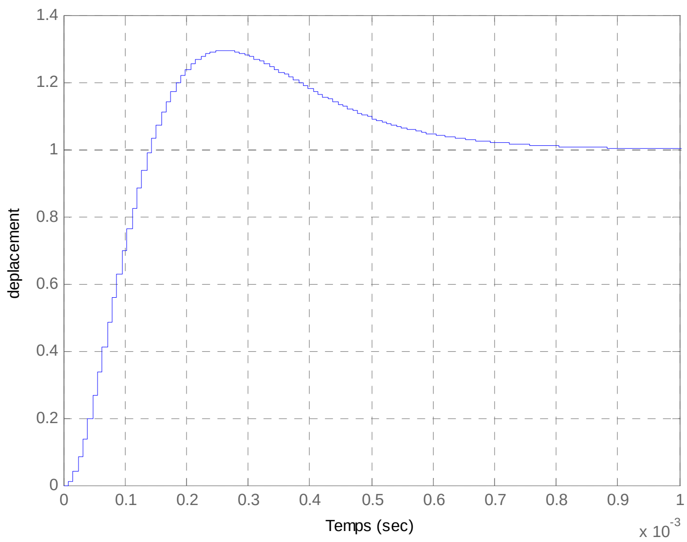


Figure IV-30. Réponse indicielle discrétisé en boucle fermée du système VCM corrigé par filtre2 (Résolution du problème *H∞* standard par LMI)

Pour tester la robustesse de la loi de commande obtenue par la résolution du problème $H\infty$ standard par LMI nous avons testé la capacité de notre contrôleur à rejeter la perturbation cette perturbation est crée comme pour la résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati, on ajoute une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.31 :

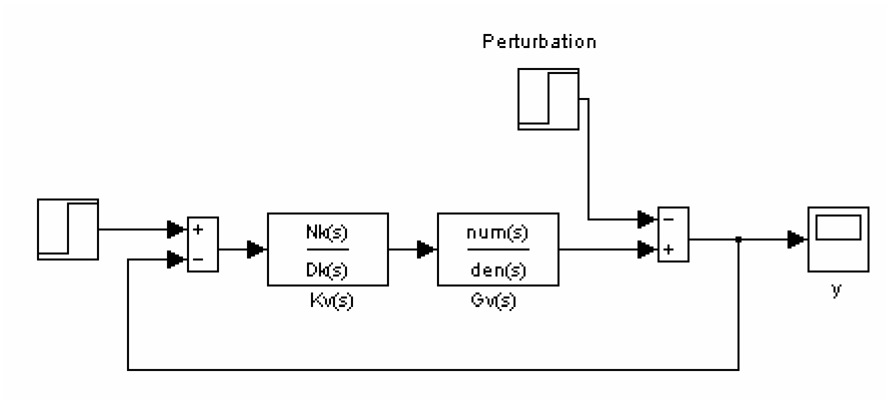


Figure IV-31. Schéma Simulink du système SSA corrigé perturbé. (Résolution du problème $H\infty$ standard par LMI).

La réponse du système soumis à la perturbation est donné par la figure IV.32

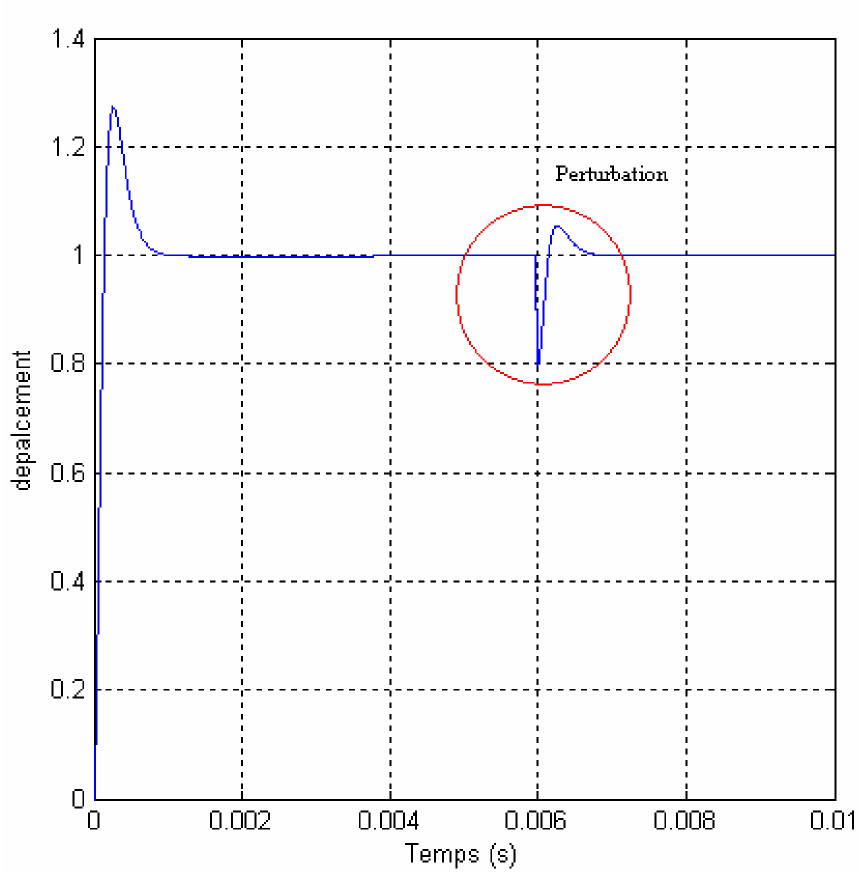


Figure IV-32. Réponse indicielle en boucle fermée du système VCM corrigé avec perturbation (Résolution du problème $H\infty$ standard par LMI).

Le rejet de perturbation est fait avec succès par le correcteur obtenu ceci est présenté sur la figure IV.32 qui montre que le déplacement du bras diminue jusqu'à $0.8\mu m$ avant la réaction du correcteur en rejetant cette perturbation et en réglant le déplacement à son état d'équilibre.

IV.3.2. Commande *LQ* de l'approche d'un seul actionneur SSA

La commande $lqr(A,B,Q,R)$ Dans MATLAB, génère le calcul la matrice de gain du retour d'état de la synthèse LQ .

Après tâtonnement sous Matlab les pondérations peuvent être choisies comme suit :

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = 1$$

La réponse indicielle du système corrigé par LQ est représenté par la figure IV.33 avec $D = 4.32\%$ t_r à $5\% =$ $0.000367s$ et une erreur statique nulle.

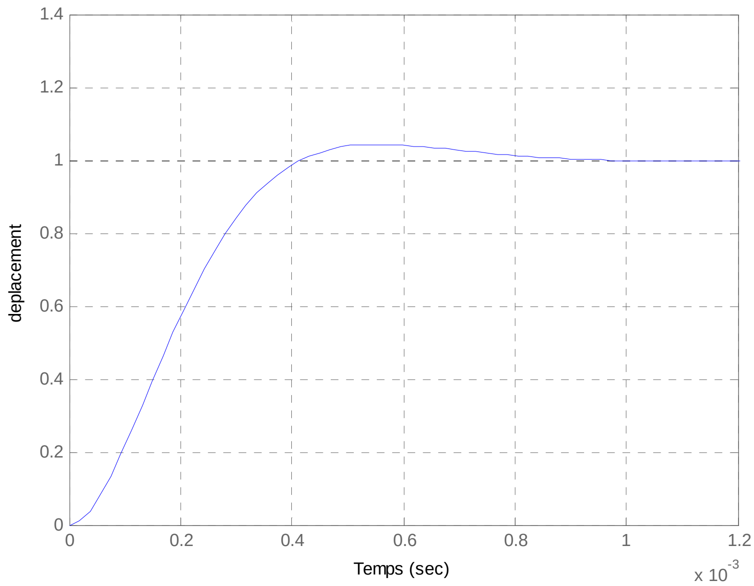


Figure IV-33. Réponse indicielle en boucle fermée du système corrigé par LQ .

IV.3.3. Commande *LQG* de l'approche d'un seul actionneur SSA

Complétons la synthèse LQ par un observateur de KALMAN dont les paramètres de réglage de la façon suivante :

$$Q = \begin{bmatrix} 1.0\times10^{12} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = 10^{-5}$$

$$W = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 4.0960 \times 10^{15} \end{bmatrix}$$

$$V = 1$$

Après calcul sous Matlab on obtient :

- le gain de retour est : $k_c = [\, 3{,}1623 \times 10^{8} \quad 0 \,]$
- le gain de KALMAN est : $k_f = \begin{bmatrix} 11 \times 10^{3} \\ 64 \times 10^{6} \end{bmatrix}$

La réponse indicielle est présentée sur la figure IV.34. Avec $D = 20.8\%$ et un temps de réponse t_r à 5%= $0.000542s$ et une erreur statique considérable non nulle.

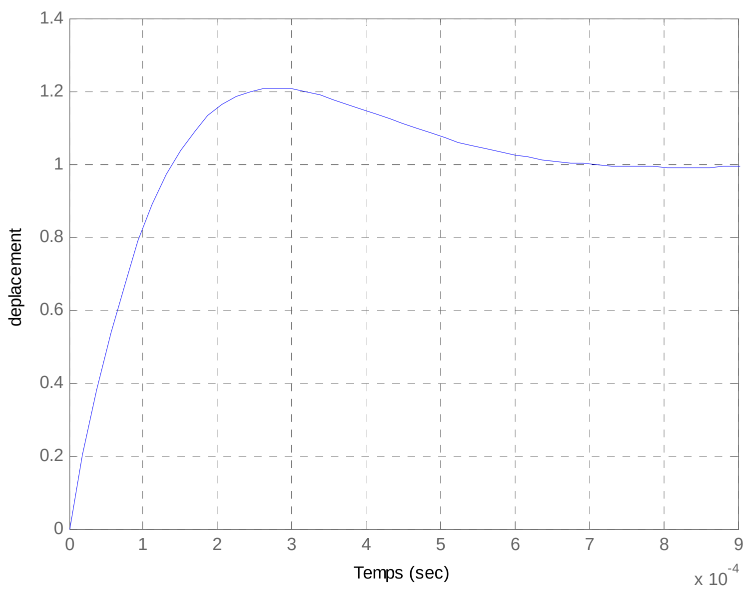


Figure IV-34. Réponse indicielle en boucle fermée du système VCM corrigé par LQG .

Et sa réponse indicielle du système discrétisé corrigé par LQG avec $D = 21.8\%$ t_r à 5%= $0.00053s$ et une erreur statique considérable non nulle est donnée par :

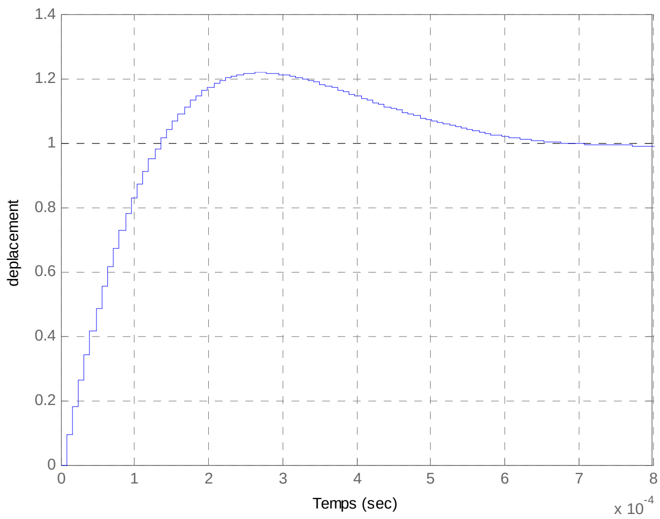


Figure IV-35. Réponse indicielle discrétisé en boucle fermée du système VCM corrigé par LQG .

IV.4. Commande robuste de l'approche de deux actionneurs DSA

La théorie de la commande $H\infty$ est basée sur le concept de problème standard, qui permet d'une part de poser correctement le problème, en tenant compte de la compensation des perturbations, et d'autre part de le résoudre.

Pour avoir la forme standard de la figure IV.36, on regroupe :

- Le signal de référence r et les deux perturbations b_v et b_M dans un vecteur ω .
- Les signaux de commande u_v et u_M dans un vecteur u .
- Les mesures disponibles au correcteur ε_v et ε_M dans un vecteur y avec $\varepsilon_v = \varepsilon_M = r - y$.
- Les mesures à minimiser dans un vecteur z .

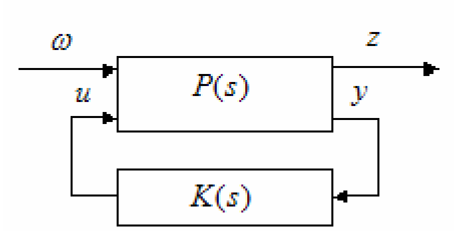


Figure IV-36. Forme standard du problème $H\infty$.

Le souci majeur du problème $H\infty$ reste dans le choix des matrices de pondérations $W_i(s)$ appropriées, ce choix est délicat dans le cas des systèmes multivariables à cause des variables à commander et de l'ordre élevé du système lui même.

Le choix de $W_i(s)$ peut être fait comme suit: $W_i(s) = diag\{W_{ij}(s)\}$

IV.4.1. Résolution du problème $H\infty$ standard de l'approche de deux actionneurs DSA par l'équation de Riccati

Après tout calcul fait Sous Matlab, on obtient :

$$W_1(s) = \begin{pmatrix} \dfrac{0.5\mathrm{s}+6283}{\mathrm{s}+0.6283} & 0 \\ 0 & \dfrac{0.5882\mathrm{s}+3.142\times10^4}{\mathrm{s}+3.142} \end{pmatrix}$$

$$W_2(s) = \begin{pmatrix} \dfrac{0.0001\mathrm{s}+0.39}{0.00025\mathrm{s}+1} & 0 \\ 0 & \dfrac{1.645\times10^{-6}\mathrm{s}+0.051}{3.185\times10^{-5}\mathrm{s}+1} \end{pmatrix}$$

$$W_3(s) = \begin{pmatrix} 0.0026 & 0 \\ 0 & 0.008 \end{pmatrix}$$

La matrice de transfert du correcteur $H\infty$ multivariable obtenu pour une valeur optimale de $\gamma = 1.0074$ est donnée par:

$$K(s) = \begin{pmatrix} K_{11}(s) & K_{12}(s) \\ K_{21}(s) & K_{22}(s) \end{pmatrix}$$

Avec :

$$K_{11}(s) = \frac{3.741\mathrm{e}007\mathrm{s}^7 + 6.596\mathrm{e}013\mathrm{s}^6 + 9.142\times10^{18}\,\mathrm{s}^5 + 2.544\times10^{23}\,\mathrm{s}^4 + 9.96\times10^{26}\mathrm{s}^3}{\mathrm{s}^8 + 1.889\times10^7\,\mathrm{s}^7 + 3.079\times10^{13}\,\mathrm{s}^6 + 4.797\times10^{18}\,\mathrm{s}^5 + 1.999\times10^{23}\,\mathrm{s}^4 + 2.738\mathrm{e}027\,\mathrm{s}^3}$$
$$\frac{+5.141\times10^{29}\,\mathrm{s}^2 + 1.322\times10^{32}\,\mathrm{s} + 4.101\times10^{32}}{+8.06\times10^{30}\,\mathrm{s}^2 + 3.035\times10^{31}\,\mathrm{s} + 1.589\times10^{31}}$$

$$K_{12}(s) = \frac{1.054\times10^{-6}\,\mathrm{s}^7 + 0.1055\,\mathrm{s}^6 + 2048\,\mathrm{s}^5 - 6.375\times10^8\,\mathrm{s}^4 - 3.024\times10^{13}\,\mathrm{s}^3 - 3.333\times10^{17}\,\mathrm{s}^2}{\mathrm{s}^8 + 1.889\times10^7\,\mathrm{s}^7 + 3.079\times10^{13}\,\mathrm{s}^6 + 4.797\times10^{18}\,\mathrm{s}^5 + 1.999\times10^{23}\,\mathrm{s}^4 + 2.738\times10^{27}\,\mathrm{s}^3}$$
$$\frac{-6.277\times10^{20}\,\mathrm{s} - 3.943\times10^{20}}{+8.06\times10^{30}\,\mathrm{s}^2 + 3.035\times10^{31}\,\mathrm{s} + 1.589\times10^{31}}$$

$$K_{21}(s) = \frac{-9.678\times10^{-6}\,\mathrm{s}^7 - 0.4766\,\mathrm{s}^6 - 15360\,\mathrm{s}^5 - 1.04\times10^9\,\mathrm{s}^4 - 3.573\times10^{13}\,\mathrm{s}^3 - 3.873\times10^{17}\,\mathrm{s}^2}{\mathrm{s}^8 + 1.889\times10^7\,\mathrm{s}^7 + 3.079\times10^{13}\,\mathrm{s}^6 + 4.797\times10^{18}\,\mathrm{s}^5 + 1.999\times10^{23}\,\mathrm{s}^4 + 2.738\times10^{27}\,\mathrm{s}^3}$$
$$\frac{-1.766\times10^{20}\,\mathrm{s} - 5.512\times10^{20}}{+8.06\times10^{30}\,\mathrm{s}^2 + 3.035\times10^{31}\,\mathrm{s} + 1.589\times10^{31}}$$

$$K_{22}(s)=\frac{2.562\times10^{7}\,s^{7}+4.398\times10^{14}\,s^{6}+2.482\times10^{19}\,s^{5}+4.278\div10^{23}\,s^{4}+3.534\times10^{27}\,s^{3}}{s^{8}+1.889\times10^{7}\,s^{7}+3.079\times10^{13}\,s^{6}+4.797\times10^{18}\,s^{5}+1.999\times10^{23}\,s^{4}}$$
$$\frac{+3.389\times10^{31}\,s^{2}+1.005\times10^{35}\,s+6.313\times10^{34}}{+2.738\times10^{27}\,s^{3}+8.06\times10^{30}\,s^{2}+3.035\times10^{31}\,s+1.589\times10^{31}}$$

La configuration de simulation du système multivariable (DSA) est donnée par le schéma Simulink de la figure IV.37.

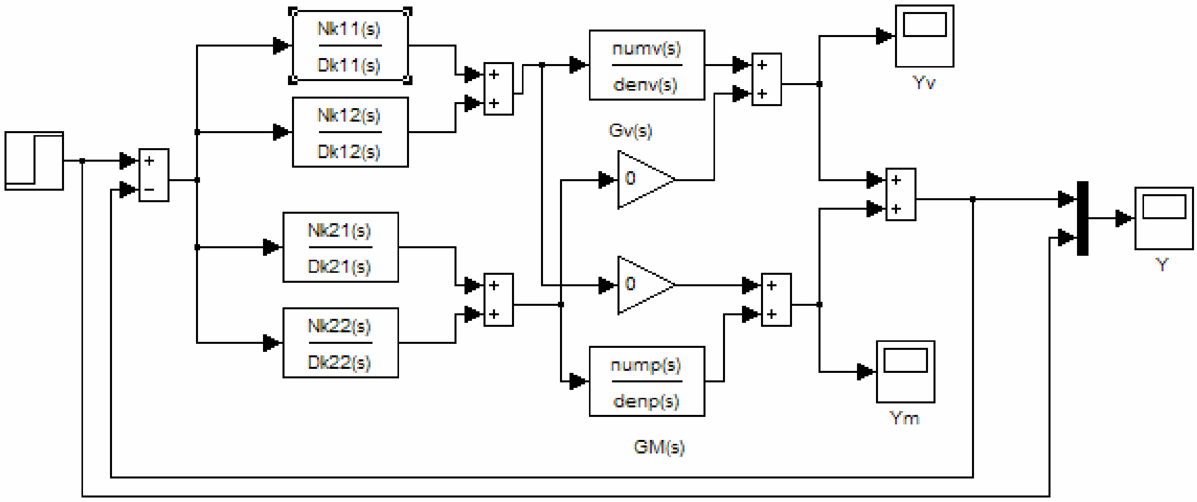


Figure IV-37. Schéma Simulink du système DSA

Il reste à étudier les résultats de simulation du système DSA, VCM et PZT Celles-ci sont présentées sur les figures suivantes :

La réponse indicielle du système DSA est donnée par la figure IV.38 Avec $D = 2.3257\%$ t_r à 5% = $0.00005314s$ et une erreur statique nulle.

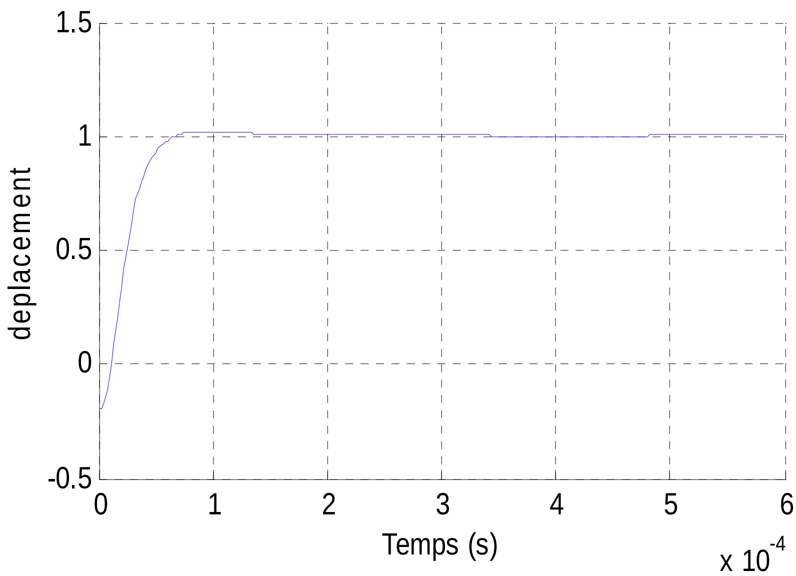


Figure IV-38. Réponse du système corrigé DSA
(Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

Les réponses du DSA, VCM et PZT sont présentées sur la figure suivante :

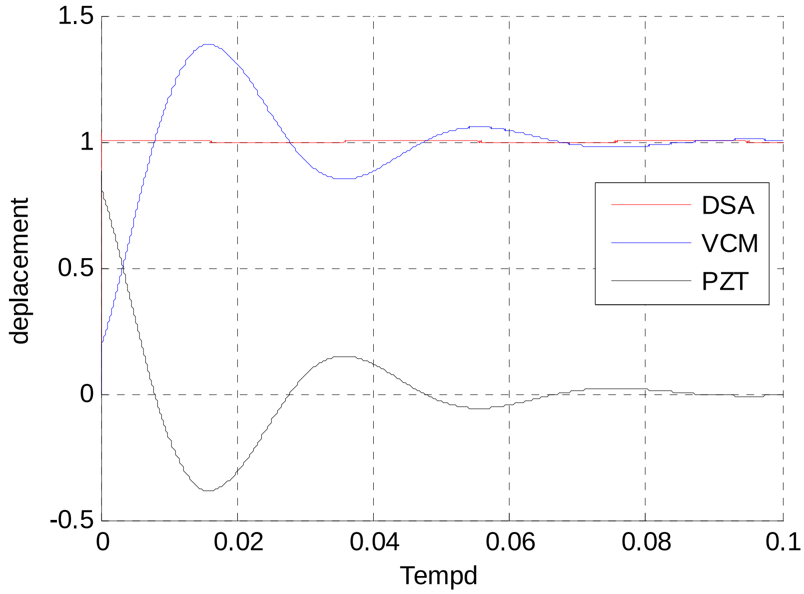


Figure IV-39. Les réponses du DSA, VCM et PZT
(Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

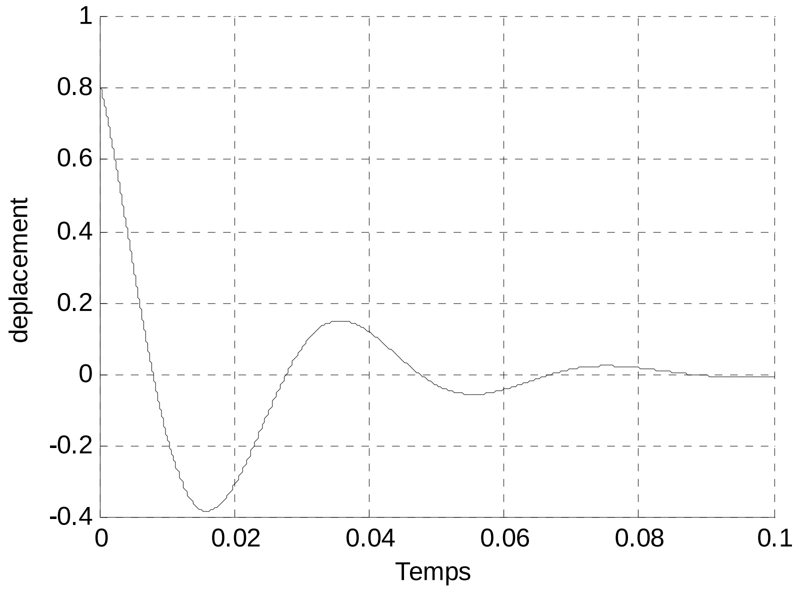


Figure IV-40. La réponse du système corrigé PZT dans DSA
(Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

Afin de tester la robustesse de la loi de commande on va introduire:

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s à la sortir du VCM, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.41

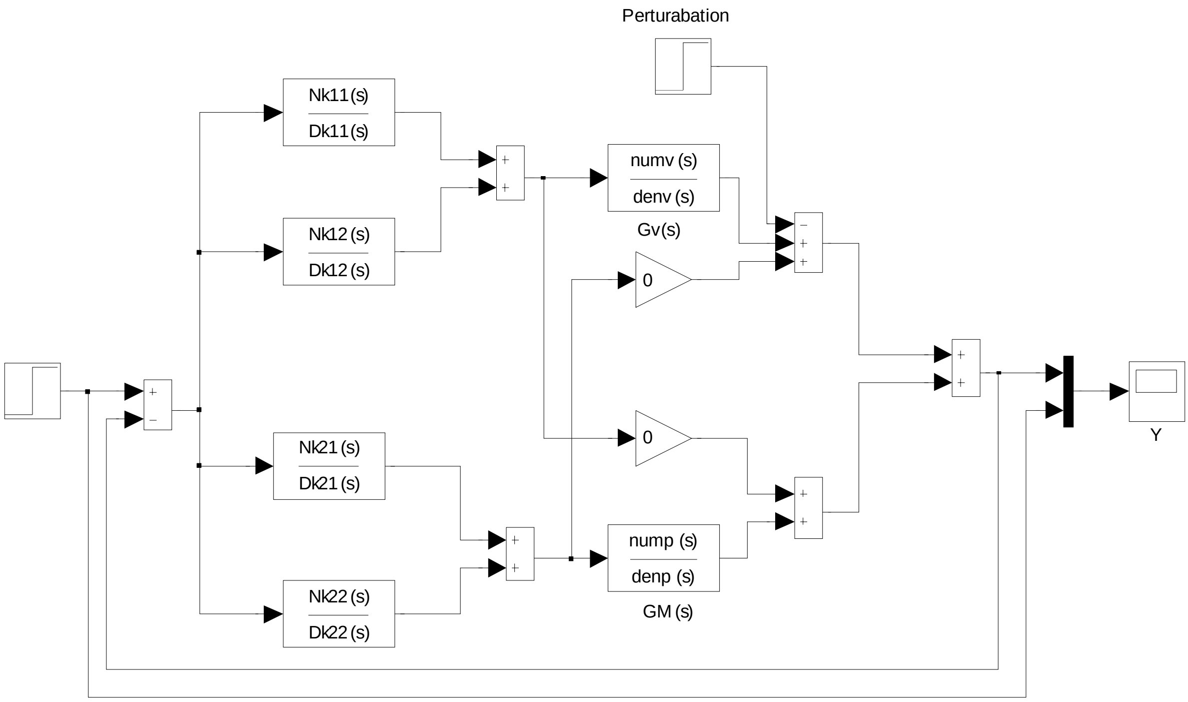


Figure IV-41. Schéma Simulink du système DSA corrigé perturbé à la sortir du VCM (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.42 :

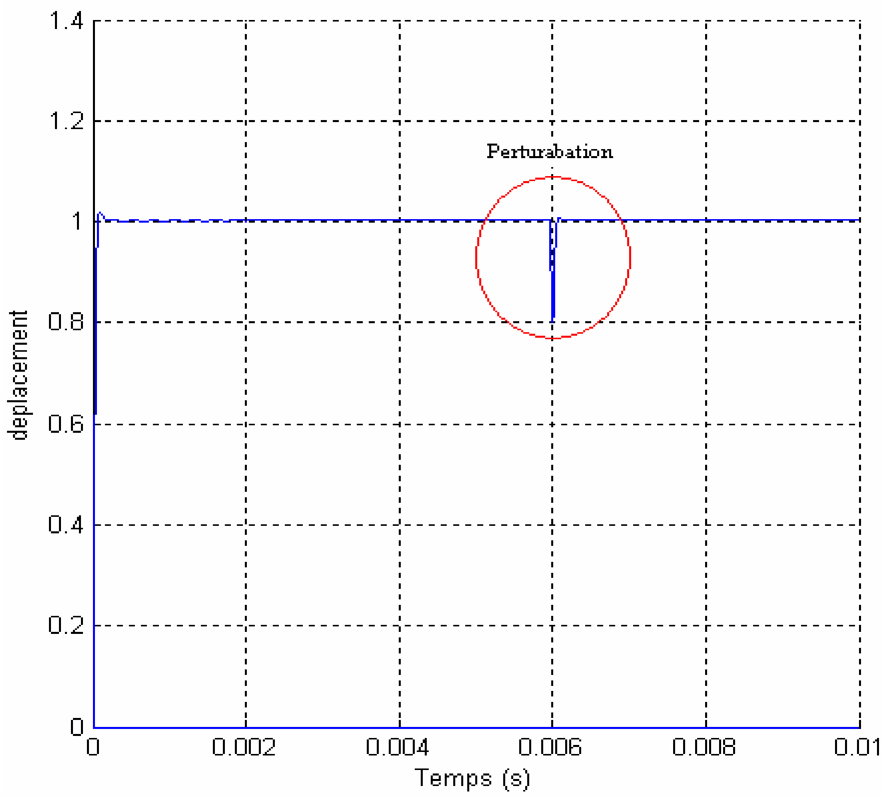


Figure IV-42. Réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé avec une perturbation à la sortir du VCM (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s a la sortir du PZT, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.43 :

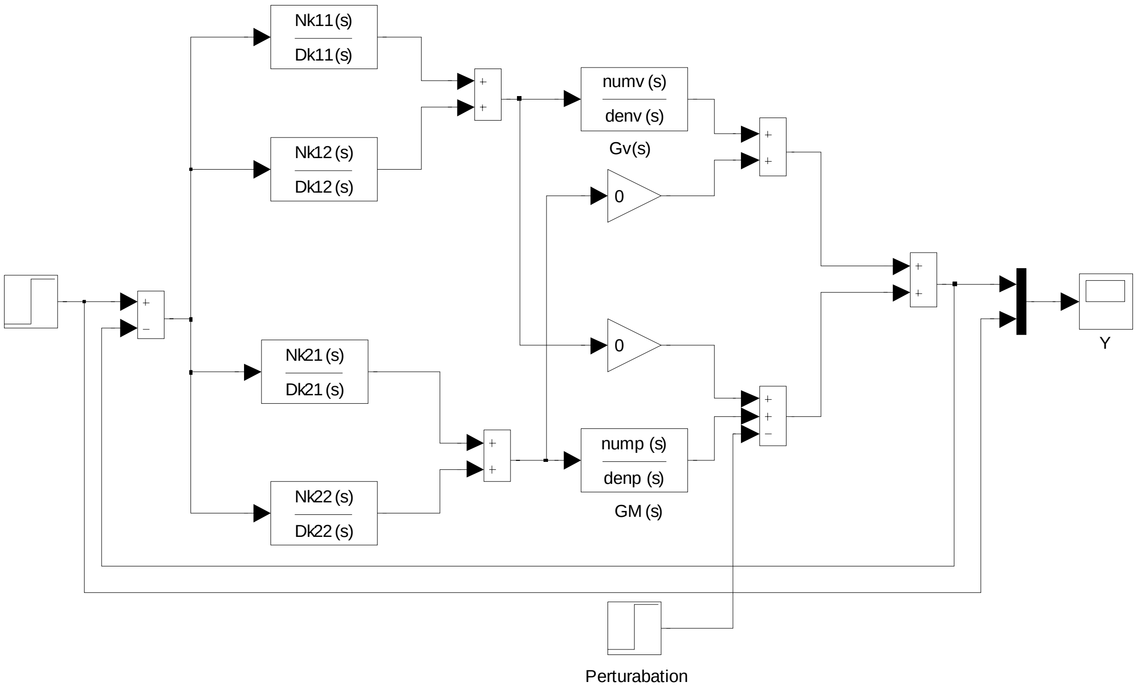


Figure IV-43. Schéma Simulink du système DSA corrigé perturbé à la sortir du PZT (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.44 :

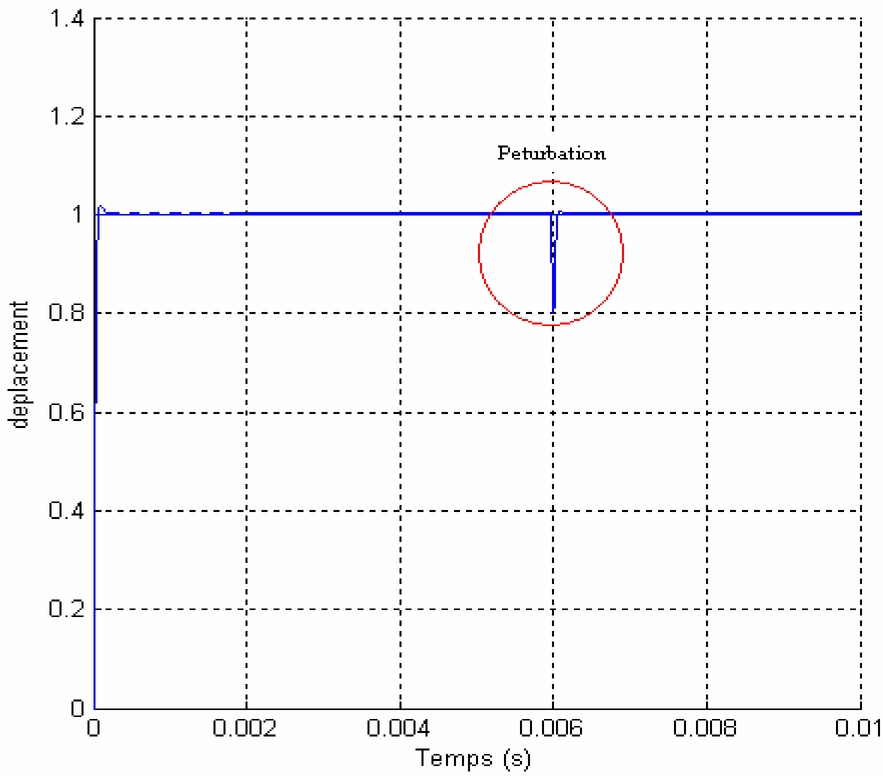


Figure IV-44. Réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé avec une perturbation à la sortir du PZT (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati)

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s a la sortir du DSA, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.45 :

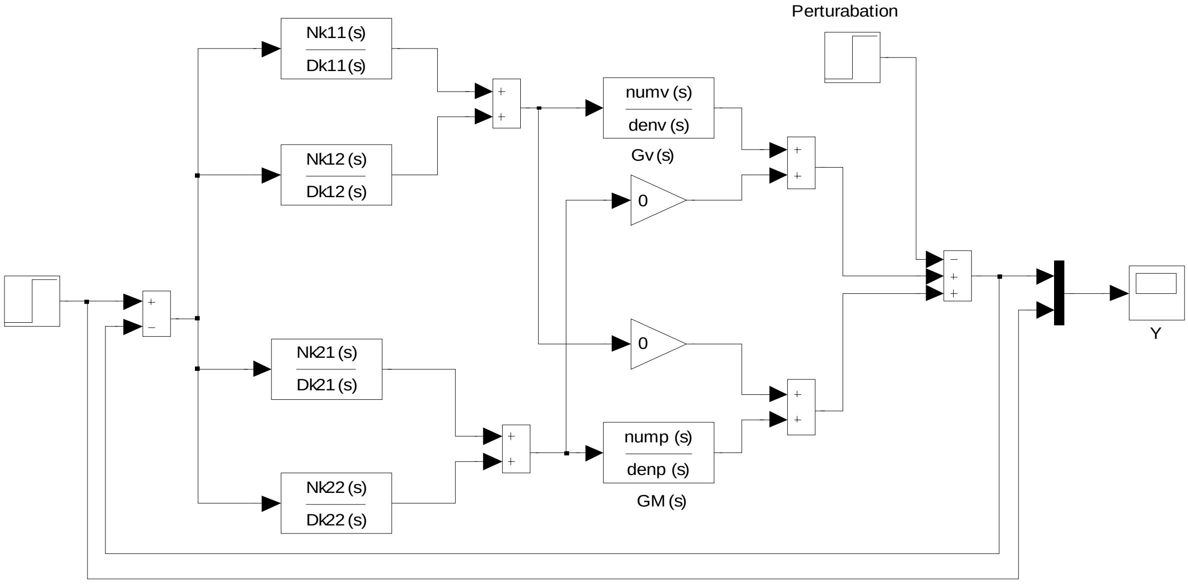


Figure IV-45 : Schéma Simulink du système DSA corrigé perturbé à la sortir du DSA (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati)

. la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.46 :

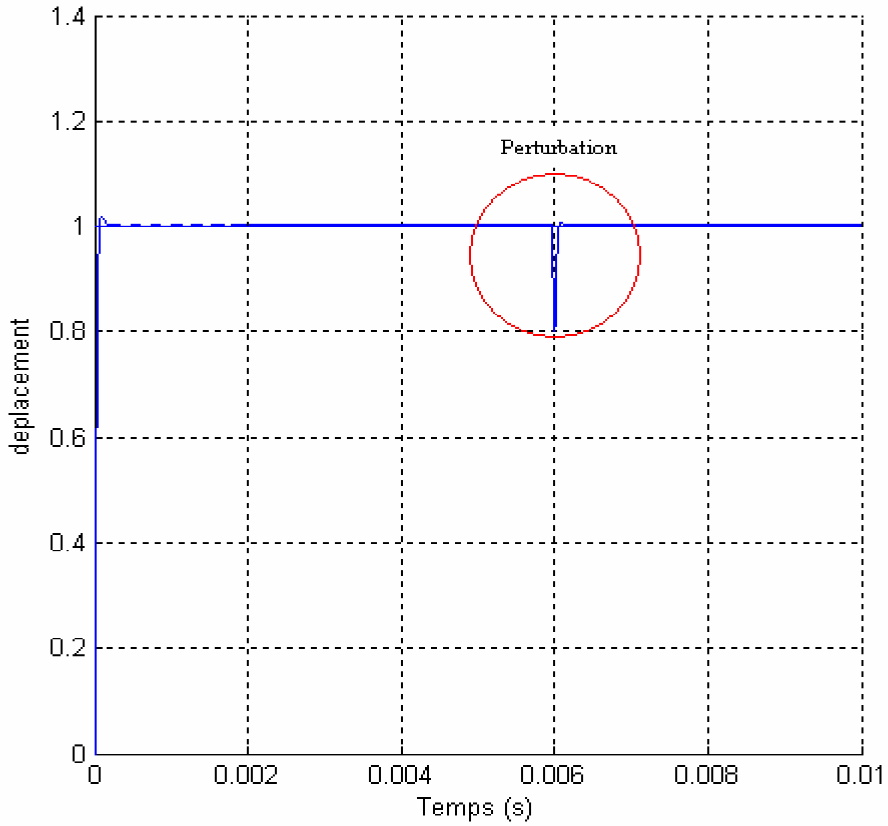


Figure IV-46. Réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé avec une perturbation à la sortir du DSA (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

D'après les figures IV.42, IV.44 et IV.46, nous remarquons que le déplacement du bras diminue jusqu'à $0.8\mu m$ avant la réaction du correcteur en rejetant cette perturbation et en réglant le déplacement à son état d'équilibre. On constate que le système reste stable et garde presque les mêmes performances donc une invariance vis-à-vis à la perturbation donc le rejet de perturbation est fait avec succès par le correcteur multivariable DSA.

Les correcteurs trouvés sont de l'ordre élevé d'où la difficulté de le synthétiser. Dans notre cas, les correcteurs obtenus sont d'ordre 7 d'où la nécessité de réduction d'ordre de ces correcteurs tout en conservant leurs principales caractéristiques. La problématique exposée ici consiste à chercher des correcteurs équivalents ayant un ordre réduit et devront assurer les mêmes performances que les correcteurs initiaux.

En fait, la réduction d'ordre d'un système consiste à supprimer les modes peu observables et/ou peu commandables.

Après réduction sous Matlab en utilisant les commandes balreal et *modred*, on obtient la matrice de transfert du correcteur réduit :

$$K(s) = \begin{pmatrix} K_{11red}(s) & K_{12red}(s) \\ K_{21red}(s) & K_{22red}(s) \end{pmatrix}$$

Avec :

$$K_{11red}(s) = \frac{1.096\times10^{6}\,\mathrm{s}^{2} + 6.151\times10^{8}\,\mathrm{s} + 1.725\times10^{11}}{\mathrm{s}^{3} + 1.197\times10^{5}\,\mathrm{s}^{2} + 6.678\times10^{9}\,\mathrm{s} + 4.196\times10^{9}}$$

$$K_{22red}(s) = \frac{1.7\times10^{7}\,\mathrm{s}^{2} + 9.74\times10^{9}\,\mathrm{s} + 1.505\times10^{15}}{\mathrm{s}^{3} + 3.928\times10^{6}\,\mathrm{s}^{2} + 1.939\times101^{1}\,\mathrm{s} + 6.091\times10^{11}}$$

On note que les coefficients des numérateurs des deux correcteurs $K_{12red}(s)$ et $K_{21red}(s)$ ont des valeurs très faibles à cause de l'absence du couplage entre les deux systèmes donc :

$$K_{12red}(s) = 0 \text{ et } K_{21red}(s) = 0$$

Sur les figures suivantes, on présente les tracés de Bode des quatre correcteurs complets comparés aux tracés des correcteurs réduits.

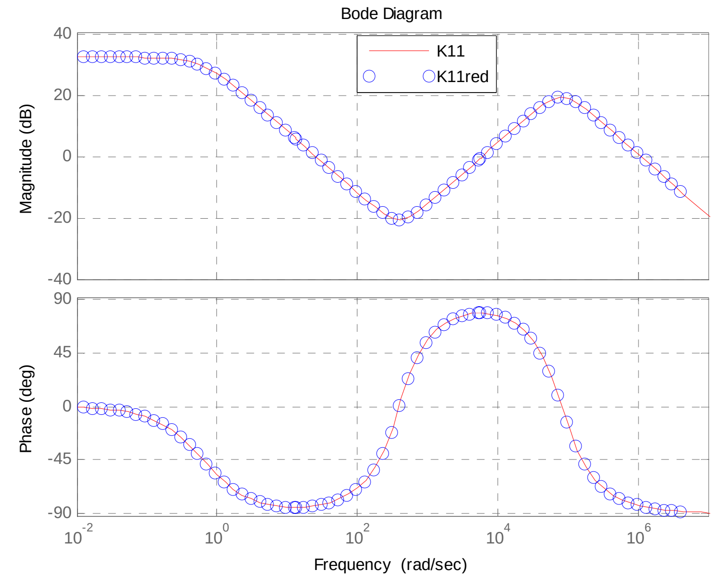


Figure IV-47. Tracé de Bode des correcteurs $K_{11red}(s)$ et $K_{11}(s)$ complets et réduits (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

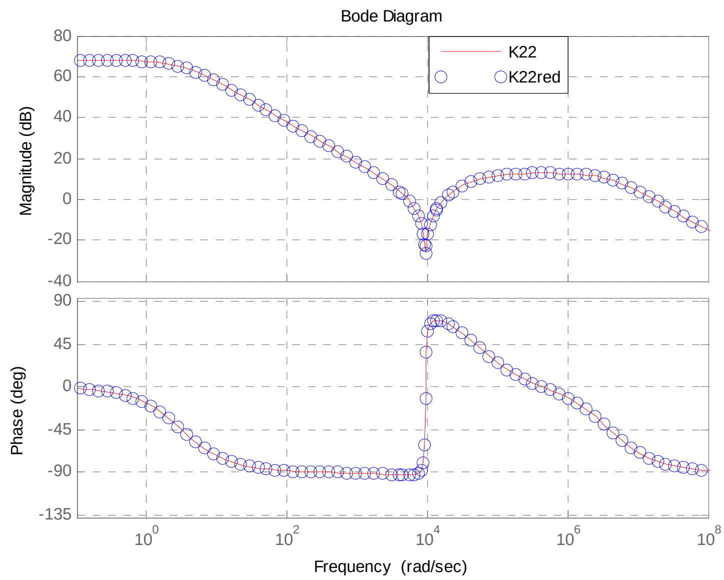


Figure IV-48. Tracé de Bode des correcteurs $K_{22red}(s)$ et $K_{22}(s)$ complets et réduits (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

Il apparaît que ces réductions d'ordre ne modifient pratiquement pas les comportements entrée/sortie des correcteurs.

Le schéma Simulink après réduction du contrôleur est donné par de la figure IV.49 :

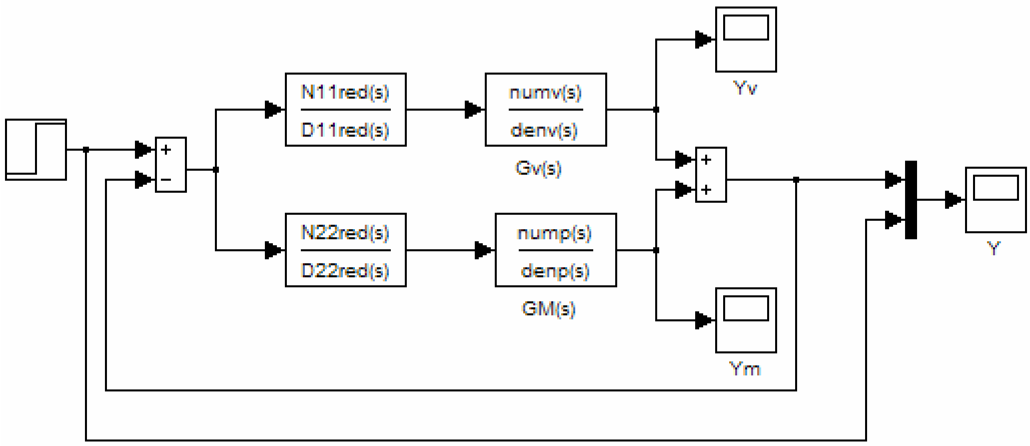


Figure IV-49. Schéma Simulink du système DSA après réduction
(Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

Les résultats de simulation du système DSA, VCM et PZT Celles-ci sont présentées sur les figures suivantes :

La réponse indicielle du système DSA après réduction des contrôleurs donne $D = 1.9373\%$ et t_r à $5\% = 0.00005141s$ et une erreur statique nulle.

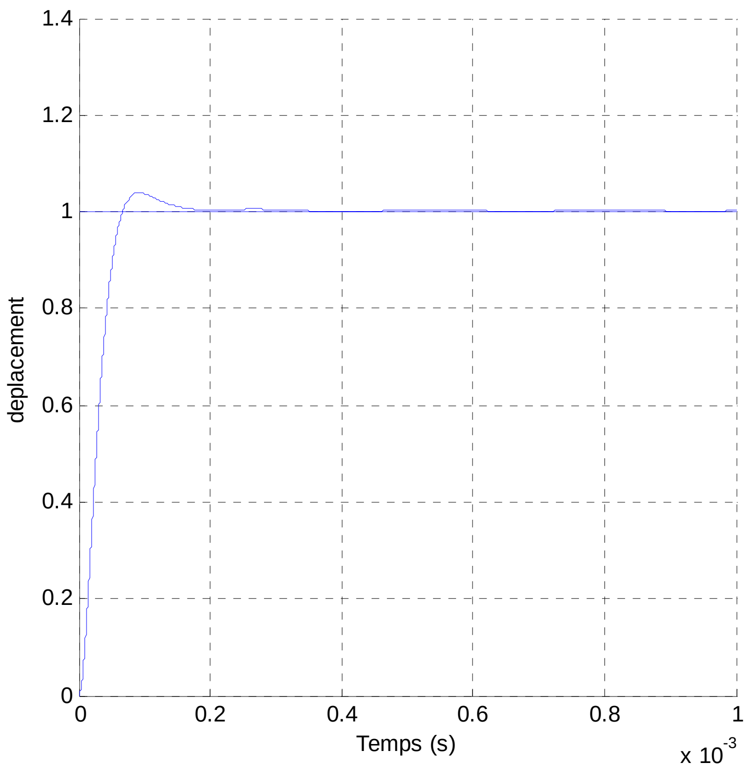


Figure IV-50. Réponse du système corrigé DSA après réduction des contrôleurs.
(Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

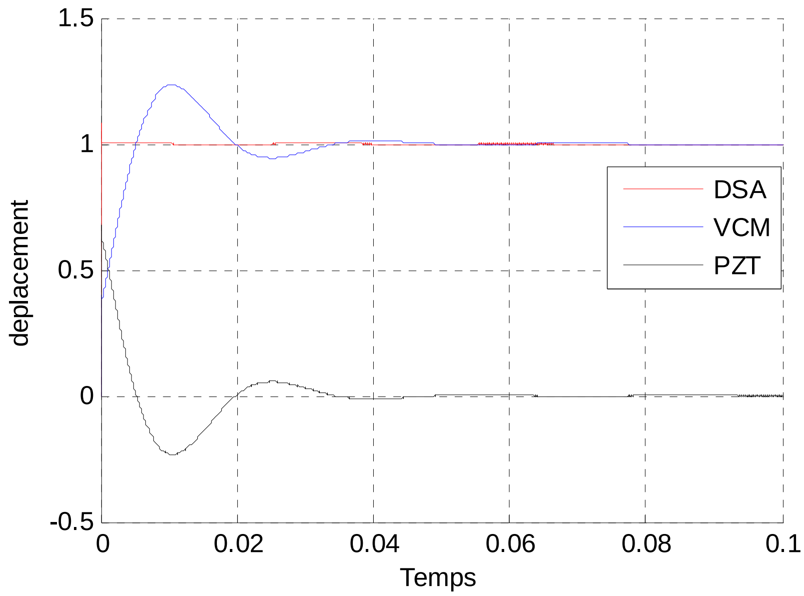


Figure IV-51. Les réponses du DSA, VCM et PZT DSA après réduction des contrôleurs. (Résolution du problème *H*∞ par l'équation de Riccati).

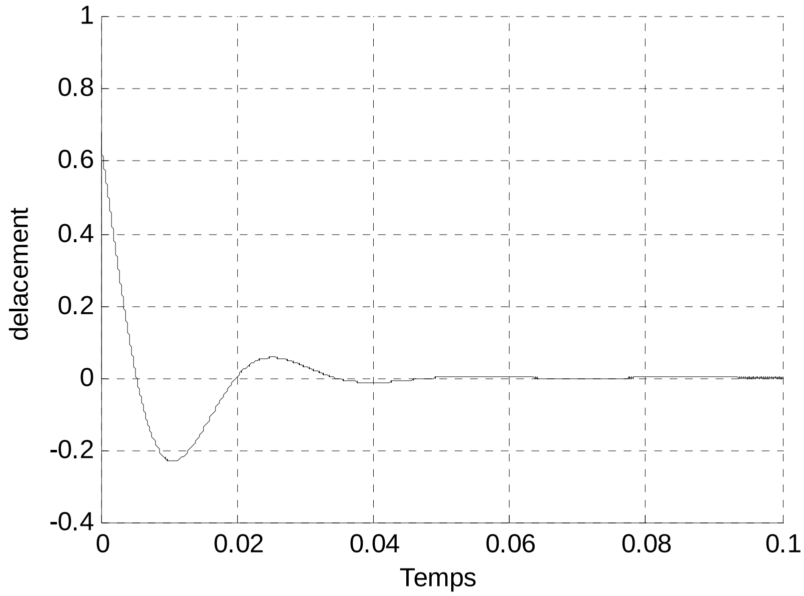


Figure IV-52. La réponse du système corrigé PZT dans DSA après réduction des contrôleurs. (Résolution du problème *H*∞ par l'équation de Riccati).

D'après les résultats de simulation Il apparaît aussi que la réduction d'ordre des correcteurs ne modifie pas les réponses du DSA, VCM et PZT.

Les contrôleurs discrétisé sont donnés par les deux fonctions de transfert suivant :

$$K_{11redd}(s) = \frac{0.007017z + 0.007007}{z^2 - 1.99z + 0.9955}$$

$$K_{22redd}d(s) = \frac{0.002026z + 0.002026}{z^2 - 2z + 1}$$

Pour tester la robustesse de la loi de commande après la réduction d'ordre des correcteurs on va introduire:

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s a la sortir du VCM, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.53 :

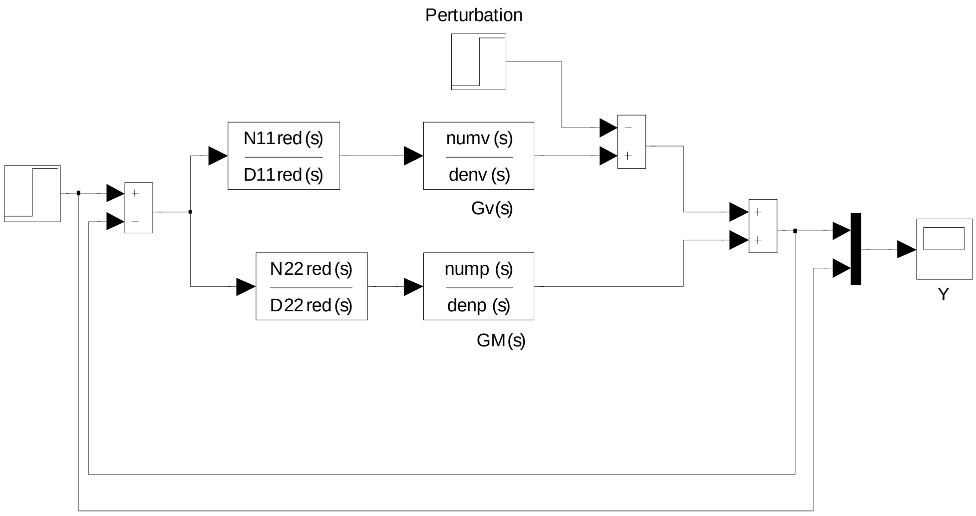


Figure IV-53. Schéma Simulink du système DSA corrigé après la réduction d'ordre des correcteurs perturbé à la sortir du VCM (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.54:

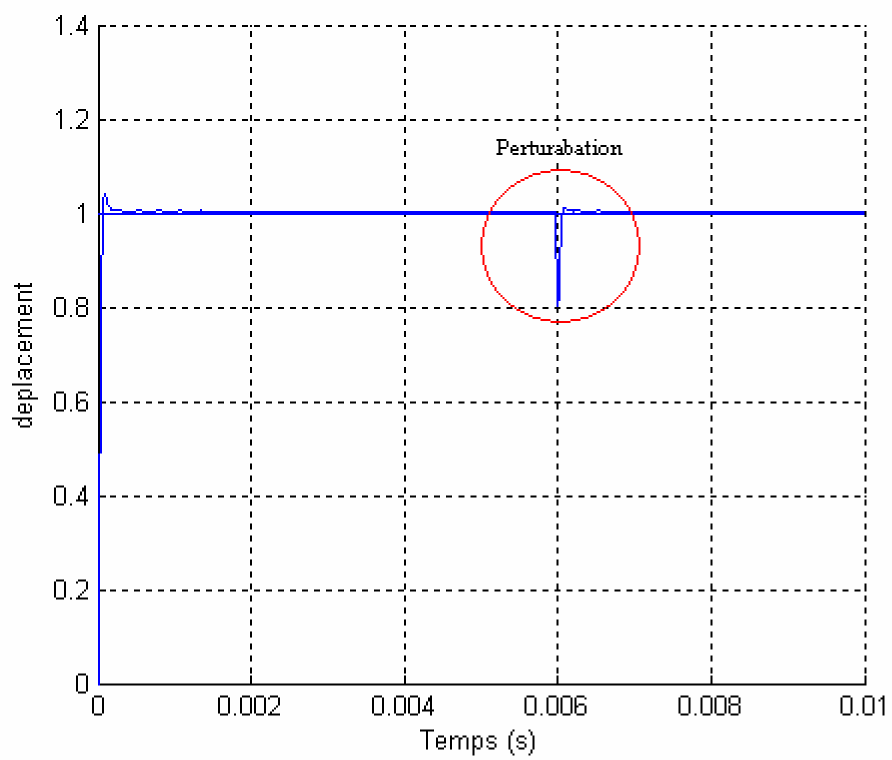


Figure IV-54. la réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé près la réduction d'ordre des correcteurs avec une perturbation à la sortir du VCM (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s a la sortir du PZT, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.55 :

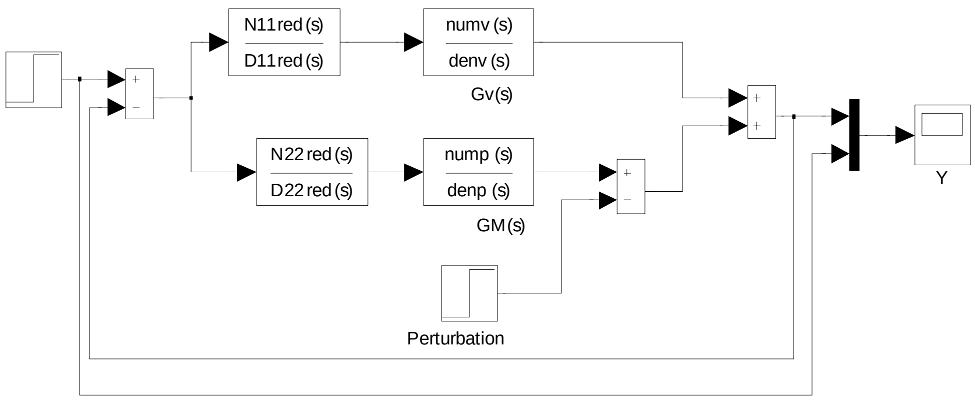


Figure IV-55. Schéma Simulink du système DSA corrigé après la réduction d'ordre des correcteurs perturbé à la sortir du PZT (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.56.

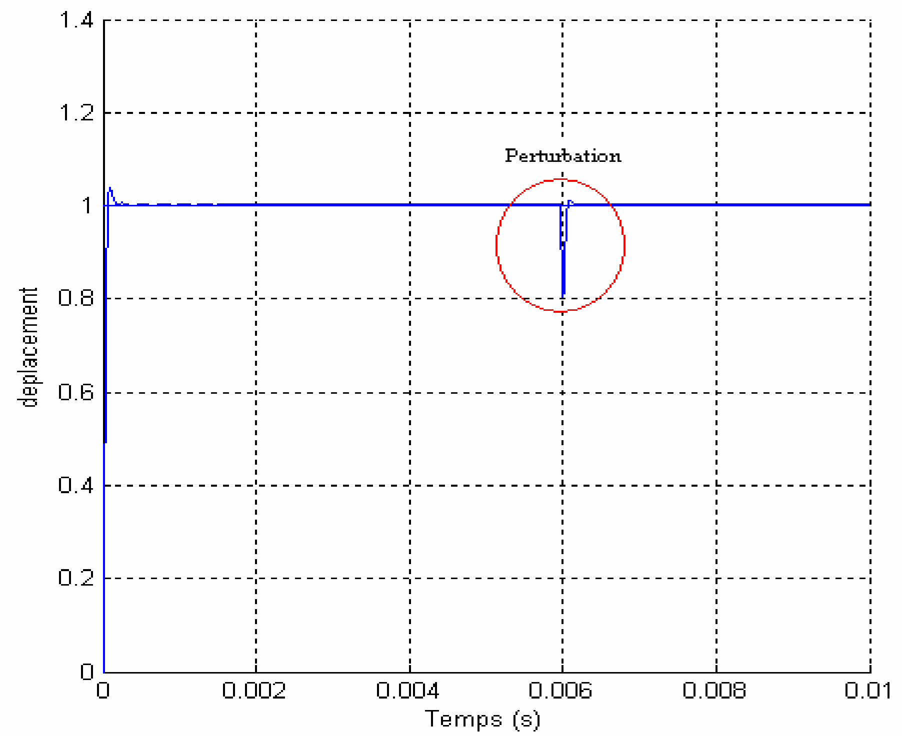


Figure IV-56. La réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé près la réduction d'ordre des correcteurs avec une perturbation à la sortir du PZT (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s a la sortir du DSA, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.57 :

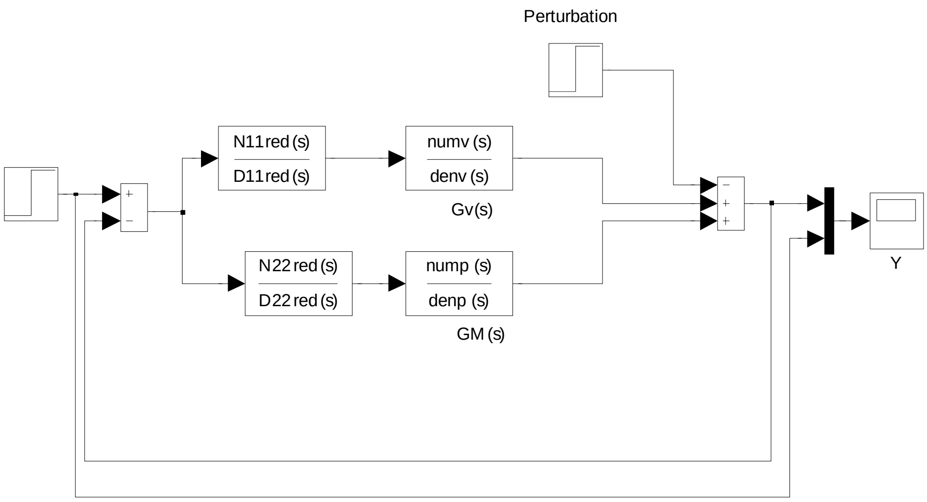


Figure IV-57 : Schéma Simulink du système DSA corrigé après la réduction d'ordre des correcteurs perturbé à la sortir du DSA (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.58.

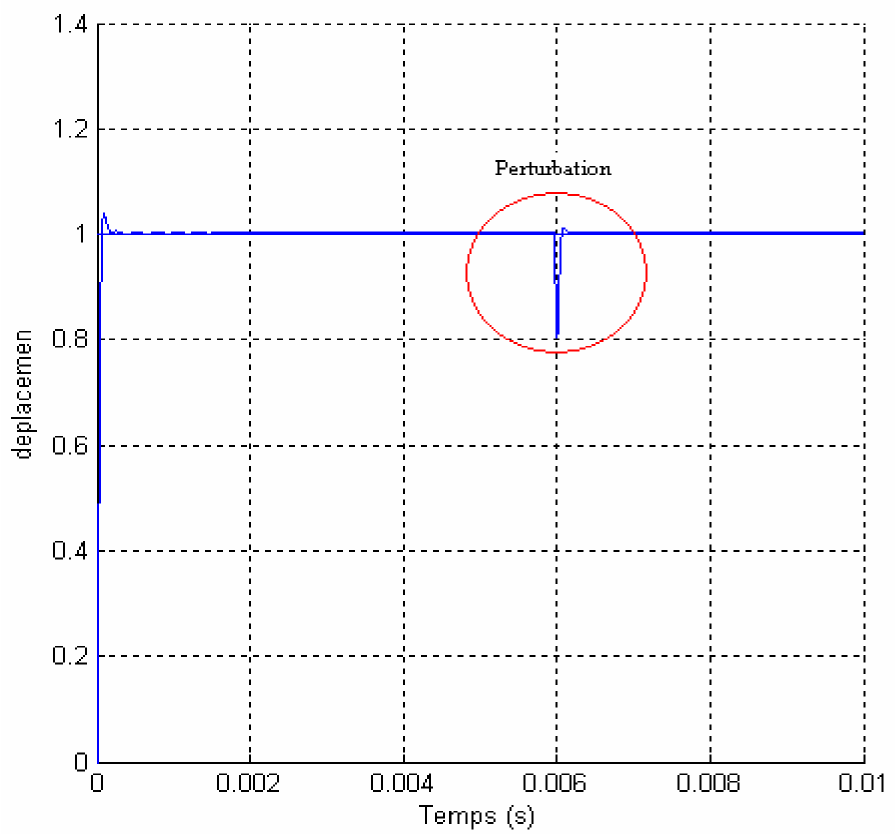


Figure IV-58. la réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé après la réduction d'ordre des correcteurs avec une perturbation à la sortir du DSA (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

D'après les figures IV.54, IV.56 et IV.58, nous remarquons que le déplacement du bras diminue jusqu'à $0.8\mu m$ avant la réaction du correcteur en rejetant cette perturbation et en réglant le déplacement à son état d'équilibre.on constate que le système reste stable et garde presque les mêmes performances donc une invariance vis-à-vis à la perturbation donc Le rejet de perturbation est fait avec succès après la réduction d'ordre des correcteurs.

IV.4.2. Résolution du problème $H\infty$ standard de l'approche de deux actionneurs DSA Par LMI

Le choix des matrices de pondérations après le calcul Sous Matlab :

$$W_1(s) = \begin{pmatrix} \dfrac{0.5s + 6283}{s + 0.6283} & 0 \\ 0 & \dfrac{0.5882s + 3.142\times 10^4}{s + 3.142} \end{pmatrix}$$

$$W_2(s) = \begin{pmatrix} \dfrac{9.898\times 10^{-5} s + 0.39}{0.00025s + 1} & 0 \\ 0 & \dfrac{1.645\times 10^{-6} s + 0.051}{3.185\times 10^{-5} s + 1} \end{pmatrix}$$

$$W_3(s) = \begin{pmatrix} 0.0026 & 0 \\ 0 & 0.008 \end{pmatrix}$$

La matrice de transfert du correcteur $H\infty$ obtenu pour une valeur optimale de $\gamma = 1.007$ est donnée par:

$$K(s) = \begin{pmatrix} K_{11}(s) & K_{12}(s) \\ K_{21}(s) & K_{22}(s) \end{pmatrix}$$

Avec :

$$K_{11}(s) = \frac{2.451 s^7 + 3.447\times 10^8 s^6 + 4.968\times 10^{13} s^5 + 1.422\times 10^{18} s^4 + 6.052\times 10^{21} s^3}{s^7 + 1.407\times 10^8 s^6 + 2.318\times 10^{13} s^5 + 9.969\times 10^{17} s^4 + 1.408\times 10^{22} s^3}$$
$$\frac{+ 5.08\times 10^{24} s^2 + 2.105\times 10^{27} s + 4.467\times 10^{27}}{+ 4.184\times 10^{25} s^2 + 1.088\times 10^{26} s + 4.18\times 10^{25}}$$

$$K_{12}(s) = \frac{- 4.141\times 10^{5-} s^7 - 9.518 s^6 + 2.956\times 10^4 s^5 + 5.216\times 10^9 s^4 - 2.943\times 10^{13} s^3}{s^7 + 1.407\times 10^8 s^6 + 2.318\times 10^{13} s^5 + 9.969\times 10^{17} s^4 + 1.408\times 10^{22} s^3}$$
$$\frac{- 1.938\times 10^{17} s^2 + 8.908\times 10^{18} s - 1.343\times 10^{22}}{+ 4.184\times 10^{25} s^2 + 1.088\times 10^{26} s + 4.18\times 10^{25}}$$

$$K_{21}(s)=\frac{-0.0002399\,s^7-35.01s^6-1.258\times10^6\,s^5-1.567\times10^{10}\,s^4-1.405\times10^{14}\,s^3}{s^7+1.407\times10^8\,s^6+2.318\times10^{13}\,s^5+9.969\times10^{17}\,s^4+1.408\times10^{22}\,s^3}$$
$$\frac{-1.064\times10^{18}\,s^2-2.262\times10^{21}\,s-1.247\times10^{22}}{+4.184\times10^{25}\,s^2+1.088\times10^{26}\,s+4.18\times10^{25}}$$

$$K_{22}(s)=\frac{6.038\times10^9\,s^7+2.129\times10^9\,s^6+1.24\times10^{14}\,s^5+2.196\times10^{18}\,s^4+1.797\times10^{22}\,s^3}{s^7+1.407\times10^8\,s^6+2.318\times10^{13}\,s^5+9.969\times10^{17}\,s^4+1.408\times10^{22}\,s^3}$$
$$\frac{1.75\times10^{26}\,s^2+5.235\times10^{29}\,s+2.454\times10^{29}}{+4.184\times10^{25}\,s^2+1.088\times10^{24}\,s+4.18\times10^{25}}$$

La réponse indicielle du système DSA est donnée par la figure IV.59 Avec $D = 2.2177\%$ t_r à 5%= $0.0000542s$ et une erreur statique nulle.

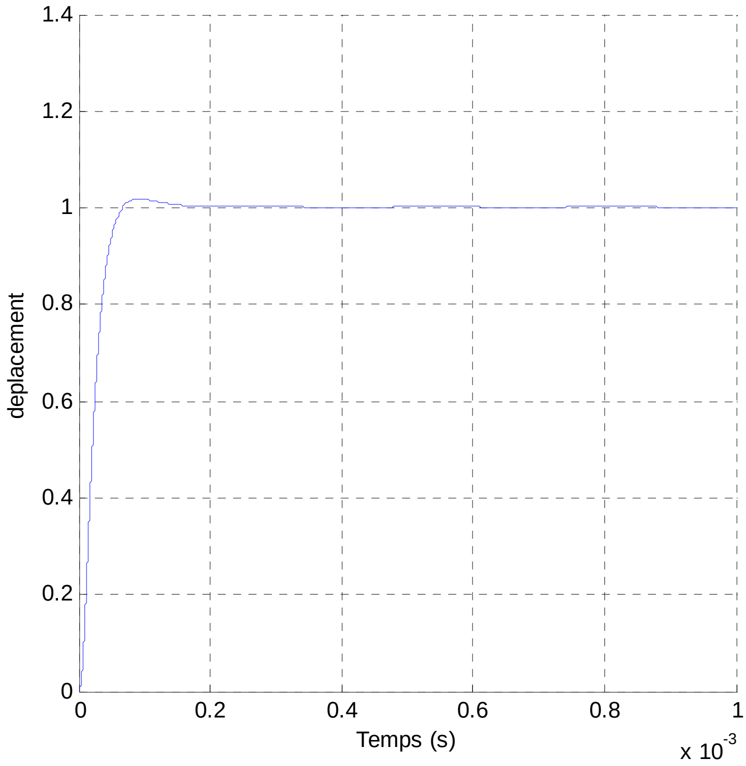


Figure IV-59. Réponse du système corrigé DSA
(Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

Les réponses du DSA, VCM et PZT sont présentées sur la figure suivante :

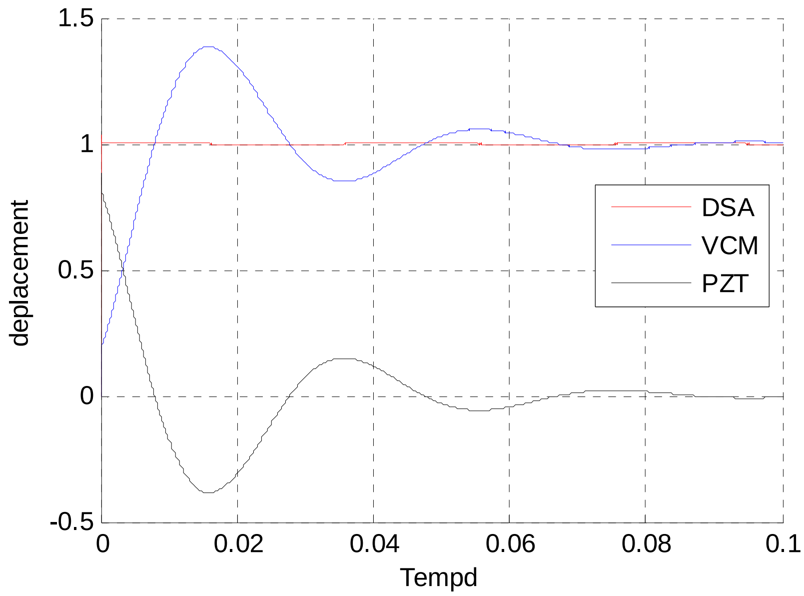


Figure IV-60. Les réponses du DSA, VCM et PZT
(Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

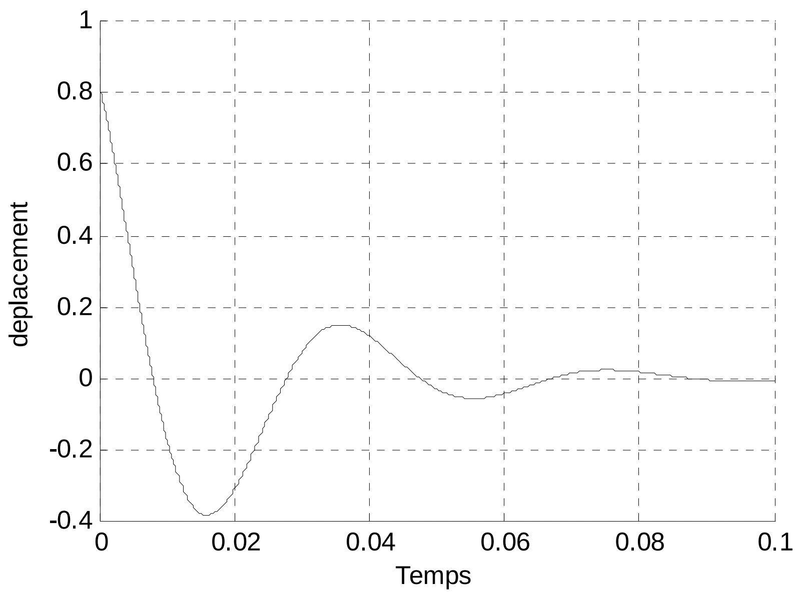


Figure IV-61. La réponse du système corrigé PZT dans DSA
(Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

Afin de tester la robustesse de la loi de commande obtenue par la résolution du problème $H\infty$ par LMI on va étudier l'influence d une perturbation sur la stabilité et les performances. Pour cela On va introduire:

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s a la sortir du VCM, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.62:

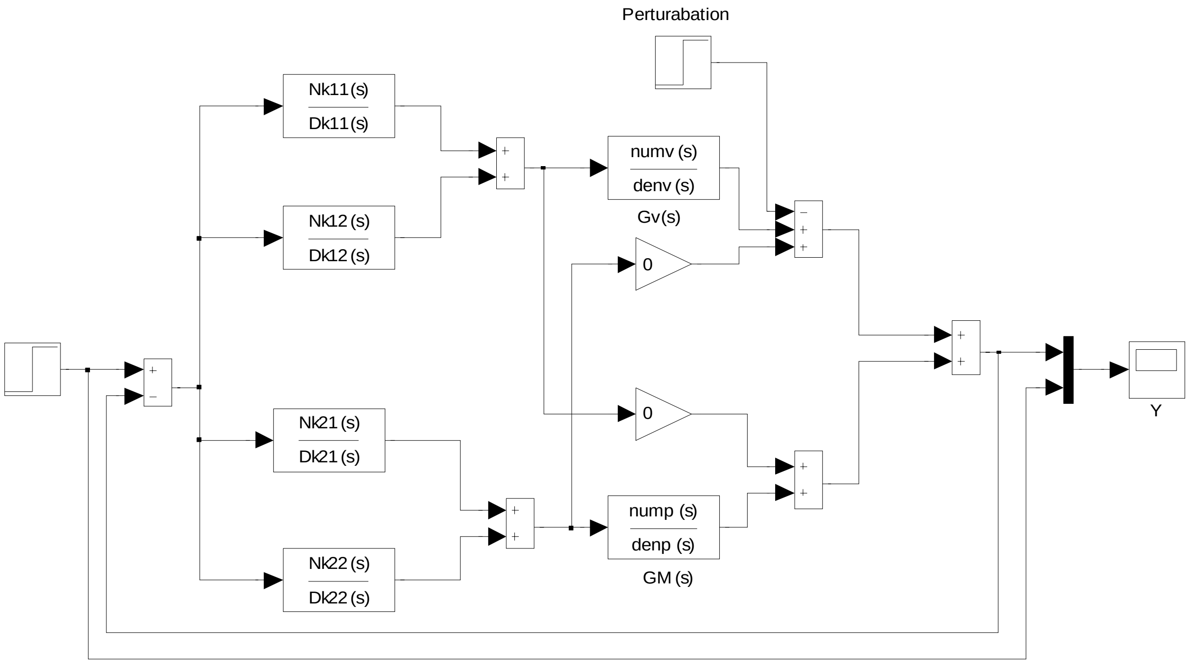


Figure IV-62. Schéma Simulink du système DSA corrigé perturbé à la sortir du VCM (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.63

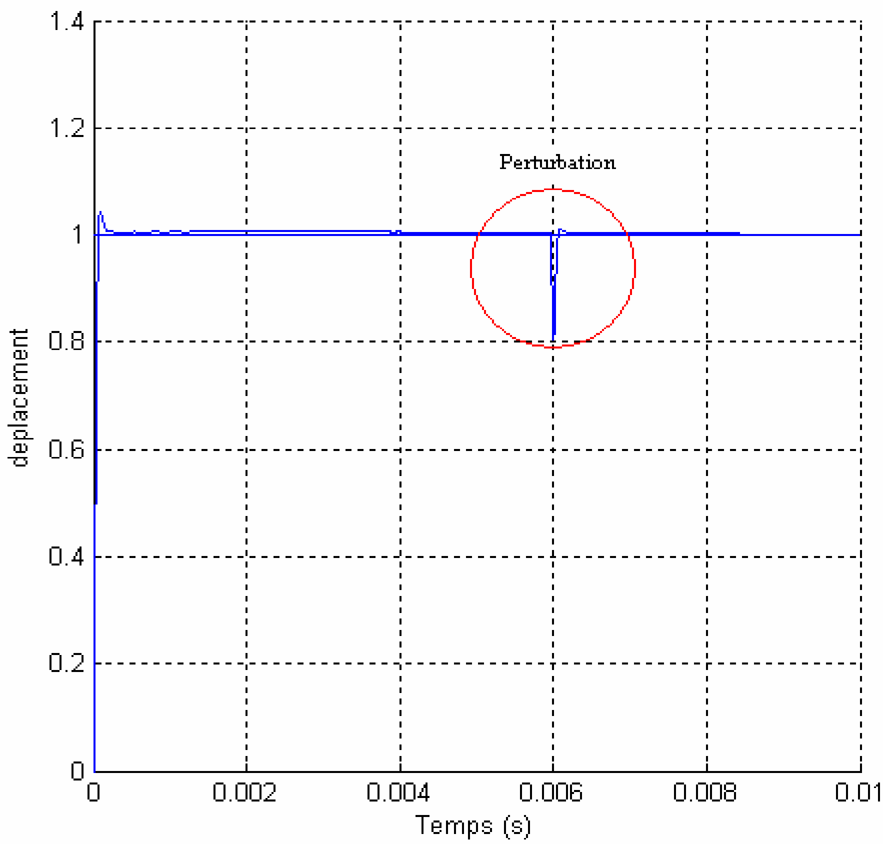


Figure IV-63. Réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé avec une perturbation à la sortir du VCM
(Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s à la sortir du PZT, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.64

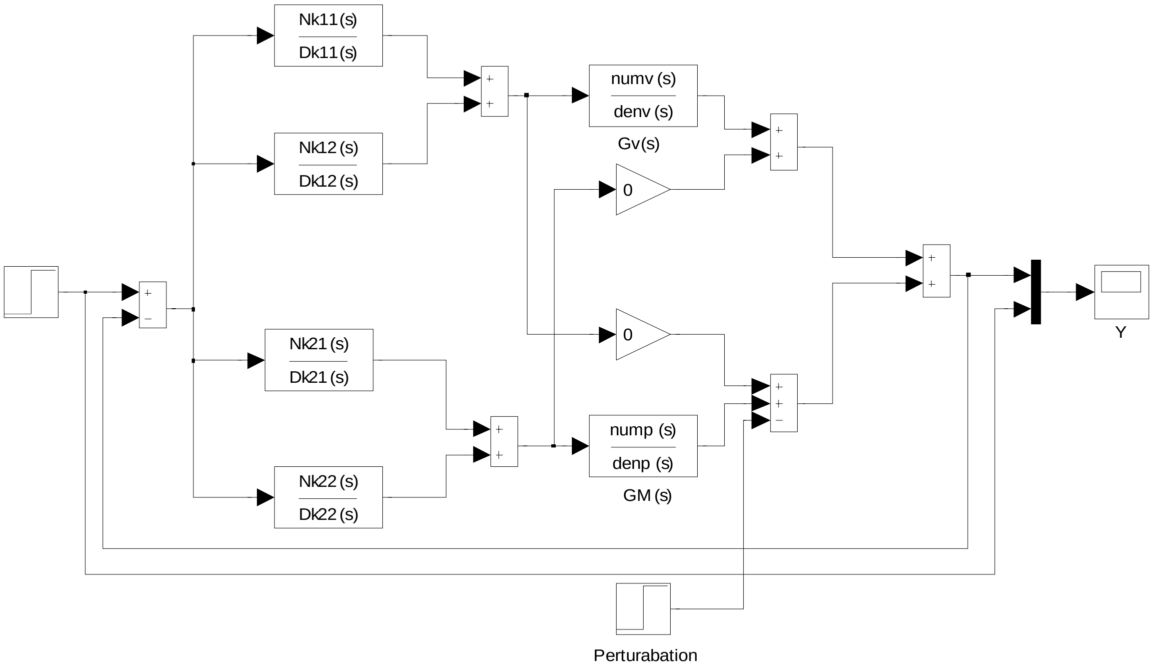


Figure IV-64. Schéma Simulink du système DSA corrigé perturbé à la sortir du PZT (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.65 :

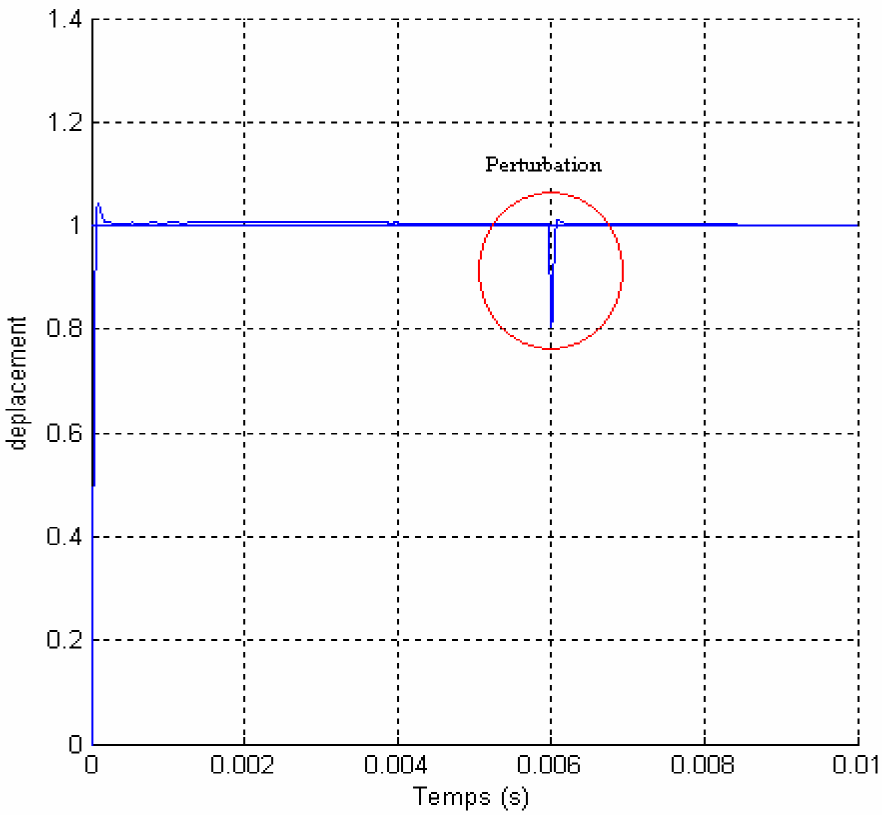


Figure IV-65. Réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé avec une perturbation à la sortir du PZT (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s a la sortir du DSA, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.66 :

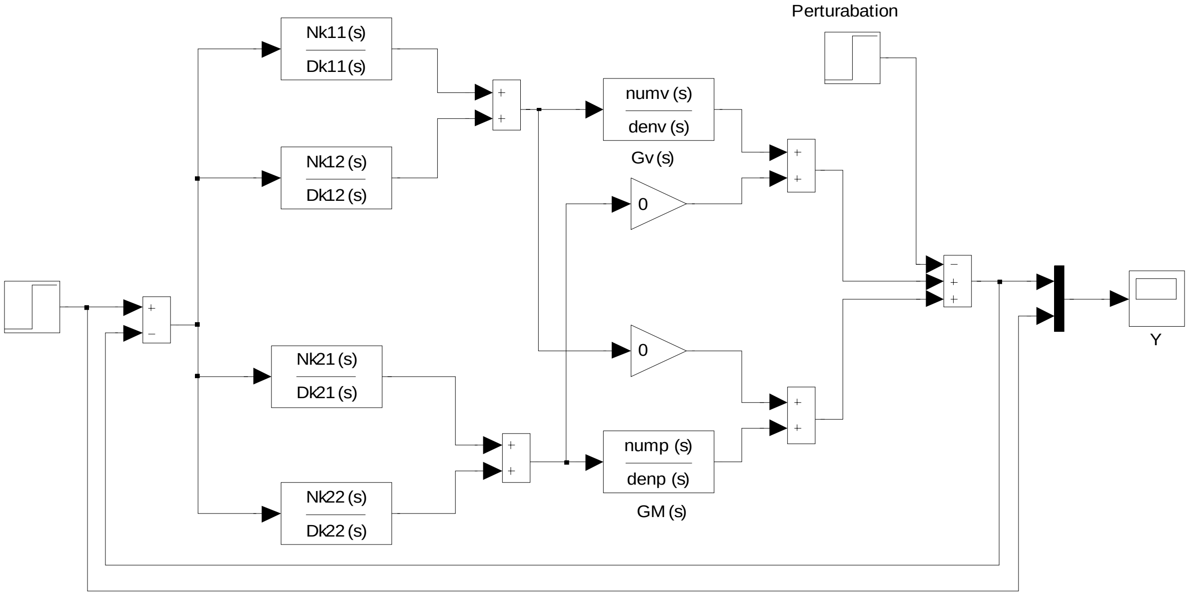


Figure IV-66. Schéma Simulink du système DSA corrigé perturbé à la sortir du DSA (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.67 :

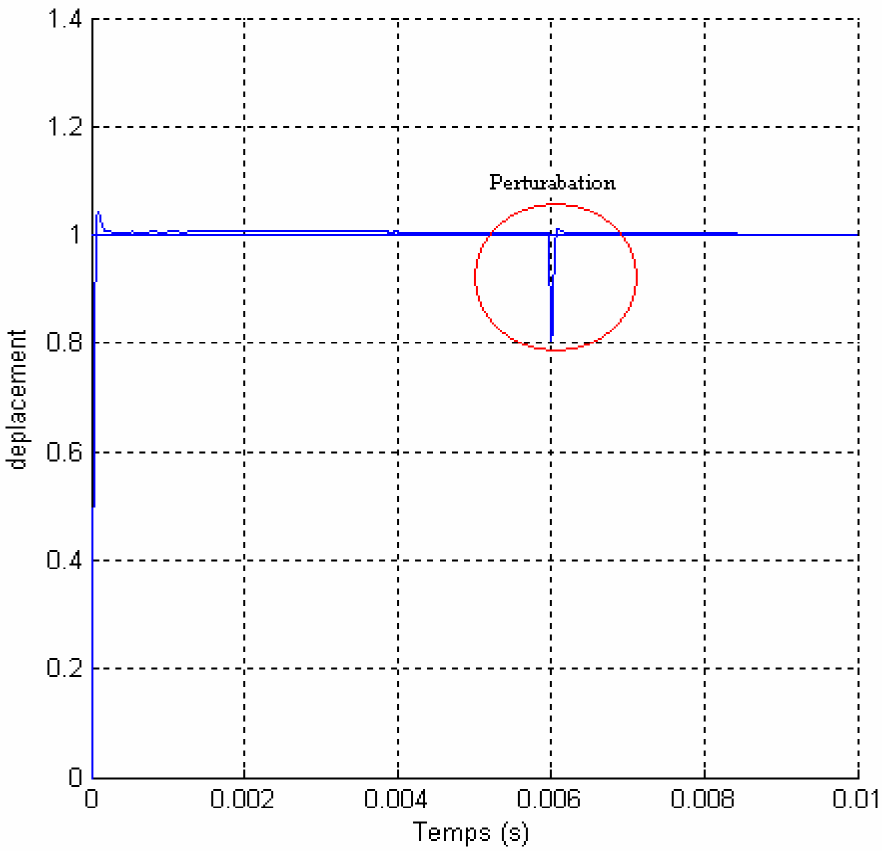


Figure IV-67. Réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé avec une perturbation à la sortir du DSA (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

D'après les figures IV.63, IV.65 et IV.67, nous remarquons que le déplacement du bras diminue jusqu'à $0.8\mu m$ avant la réaction du correcteur en rejetant cette perturbation et en réglant le déplacement à son état d'équilibre. On constate que le système reste stable et garde presque les mêmes performances donc une invariance vis-à-vis. Le rejet de perturbation est fait avec succès par le correcteur multivariable DSA.

Les correcteurs trouvés sont de l'ordre élevé. Après réduction sous Matlab en utilisant les commandes balreal et *modred*, on obtient la matrice de transfert du correcteur réduit :

$$K(s)=\begin{pmatrix} K_{11red}(s) & K_{12red}(s) \\ K_{21red}(s) & K_{22red}(s) \end{pmatrix}$$

Avec :

$$K_{11red}(s)=\frac{2.451\,\mathrm{s}^2+2309\,\mathrm{s}+1.084\times10^6}{\mathrm{s}^2+2.165\times10^4\,\mathrm{s}+1.015\times10^4}$$

$$K_{22red}(s)=\frac{6.038\times10^{-9}\,\mathrm{s}^3+2.129\times10^9\,\mathrm{s}^2+1.278\times10^{12}\,\mathrm{s}+1.887\times10^{17}}{\mathrm{s}^3+1.406\times108\,\mathrm{s}^2+1.507\times10^{13}\,\mathrm{s}+3.215\times10^{13}}$$

Les coefficients des numérateurs des deux correcteurs $K_{12red}(s)$ et $K_{21red}(s)$ ont des valeurs très faibles à cause de l'absence du couplage entre les deux systèmes donc :

$$K_{12red}(s)=0 \text{ et } K_{21red}(s)=0$$

Sur les figures IV.68, IV.69 on présente les tracés de Bode des quatre correcteurs complets comparés aux tracés des correcteurs réduits.

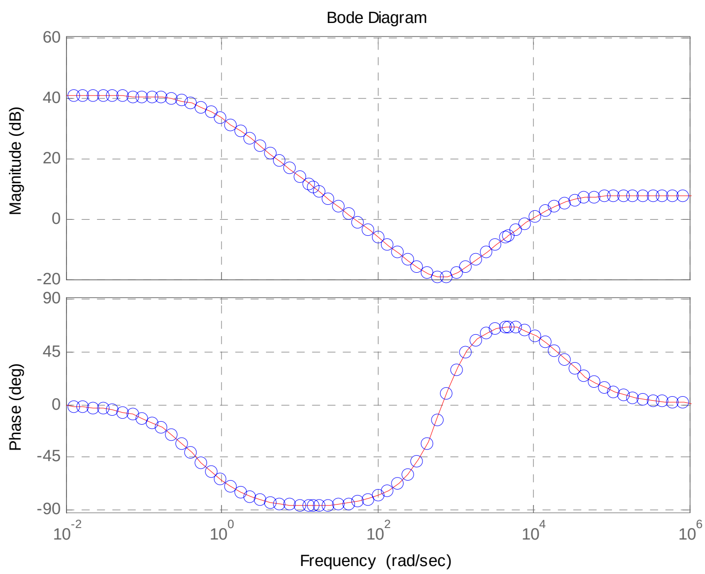


Figure IV-68: Tracé de Bode des correcteurs $K_{11red}(s)$ et $K_{11}(s)$ complets et réduits. (Résolution du problème $H\infty$ par LMI)

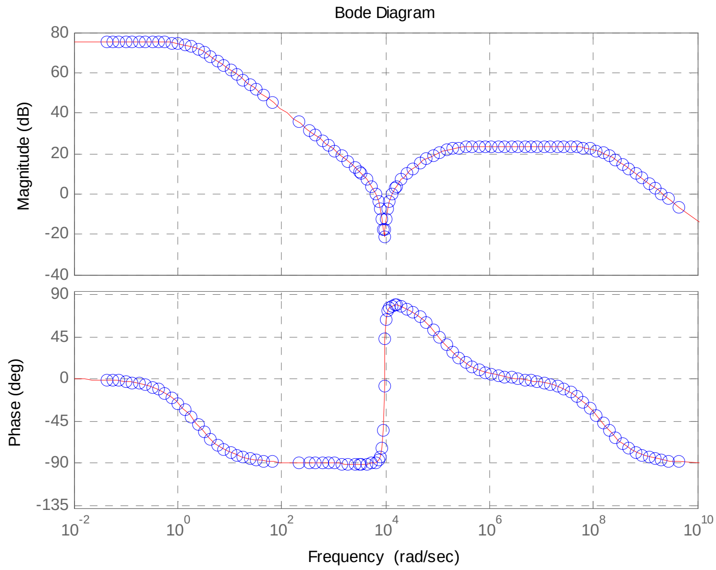


Figure IV-69. Tracé de Bode des correcteurs $K_{22red}(s)$ et $K_{22}(s)$ complets et réduits (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

Il apparaît que ces réductions d'ordre ne modifient pratiquement pas les comportements entrée/sortie des correcteurs.

La réponse indicielle du système DSA après réduction des contrôleurs donne $D = 3.5656\%$ et t_r à $5\% = 0.00005855s$ et une erreur statique nulle.

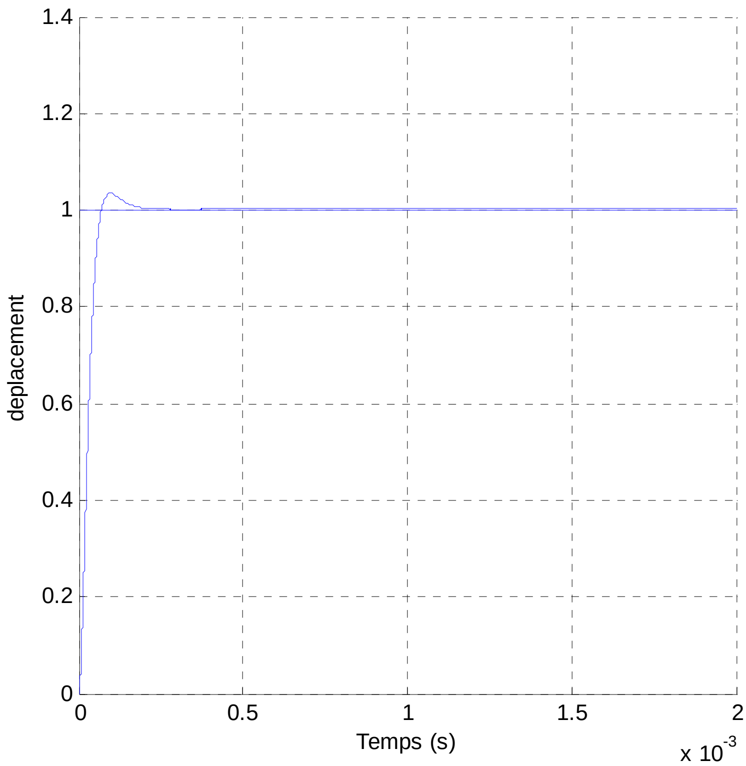


Figure IV-70. Réponse du système corrigé DSA après réduction des contrôleurs. (Résolution du problème $H\infty$ par LMI)

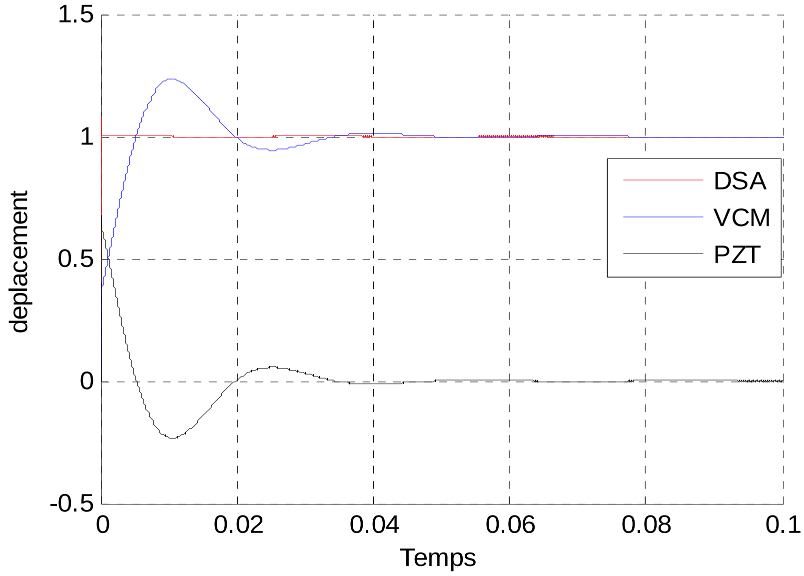


Figure IV-71. Les réponses du DSA, VCM et PZT DSA après réduction des contrôleurs. (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

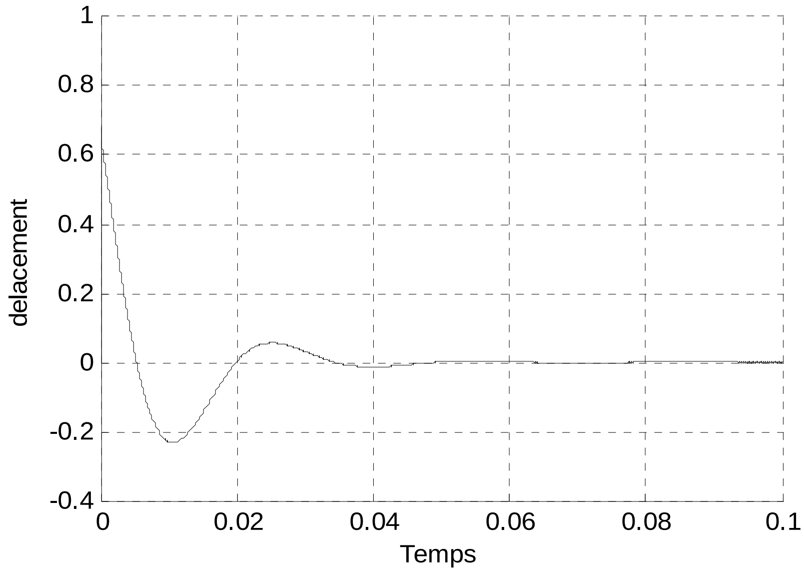


Figure IV-72. La réponse du système corrigé PZT dans DSA après réduction des contrôleurs (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

Il apparaît aussi que la réduction d'ordre des correcteurs ne modifie pas les réponses du DSA, VCM et PZT.

Les contrôleurs discrétisé sont donnés par les deux fonctions de transfert suivant :

$$K_{22redd}d(s) = \frac{2.451\,z^2 - 4.885\,z + 2.434}{z^2 - 1.842\,z + 0.8417}$$

$$K_{22redd}(s) = \frac{6.539\,z^2 - 12.94\,z + 6.458}{z^3 - 1.426\,z^2 + 0.4258\,z}$$

Pour tester la robustesse de la loi de commande après la réduction d'ordre des correcteurs on va introduire:

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s a la sortir du VCM, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.73

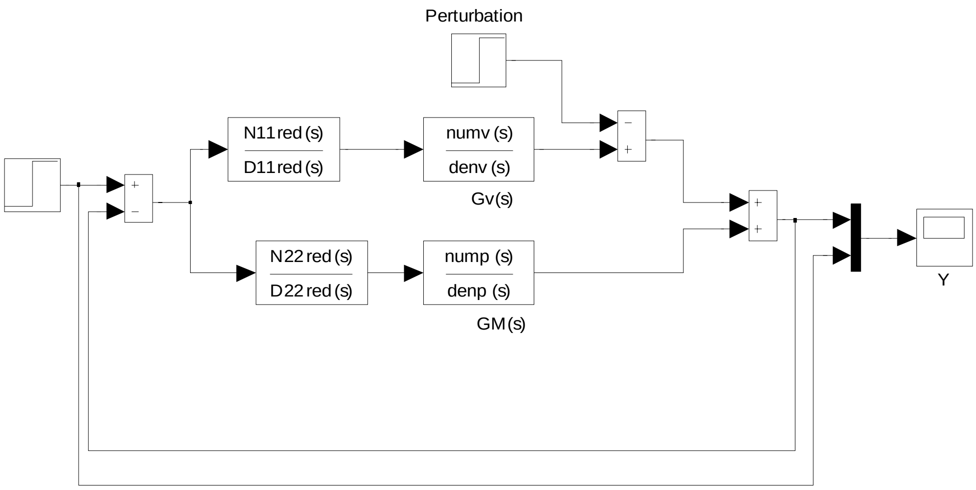


Figure IV-73. Schéma Simulink du système DSA corrigé après la réduction d'ordre des correcteurs perturbé à la sortir du VCM (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.74 :

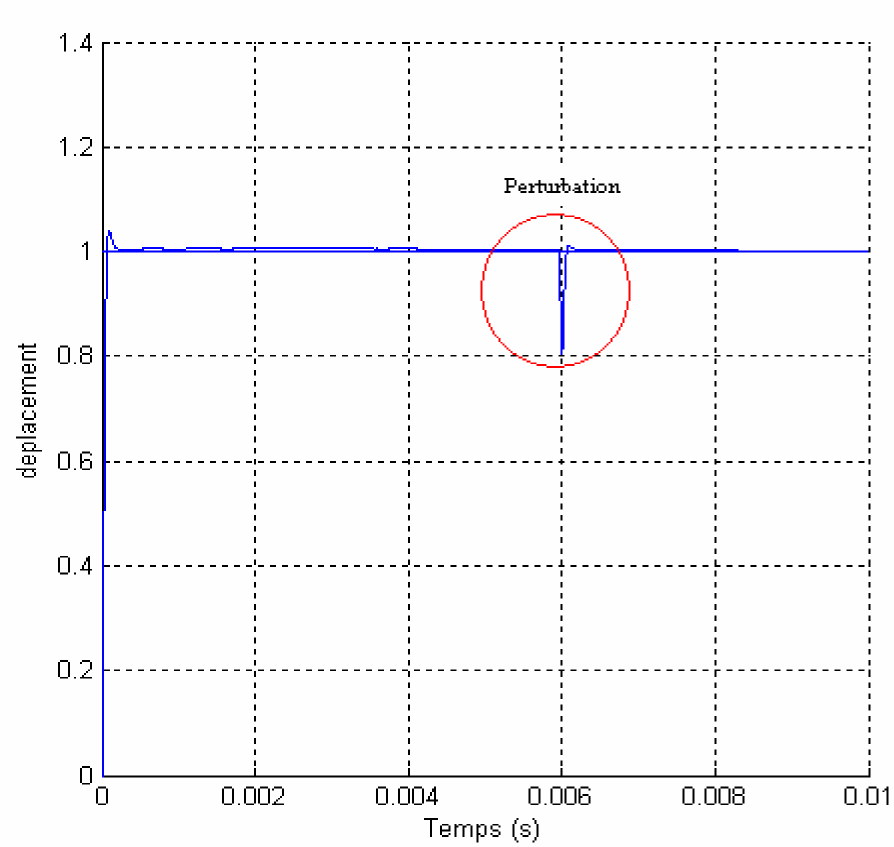


Figure IV-74. La réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé après la réduction d'ordre des correcteurs avec une perturbation à la sortir du VCM (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s a la sortir du PZT, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.75

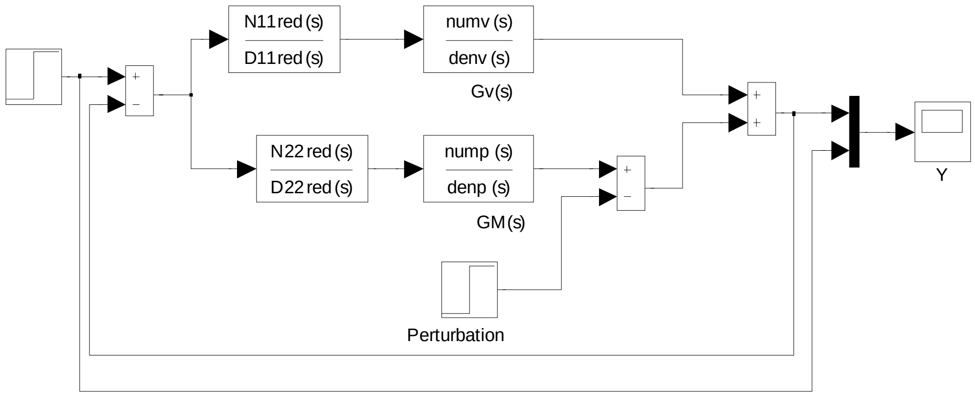


Figure IV-75. Schéma Simulink du système DSA corrigé après la réduction d'ordre des correcteurs perturbé à la sortir du PZT (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.76 :

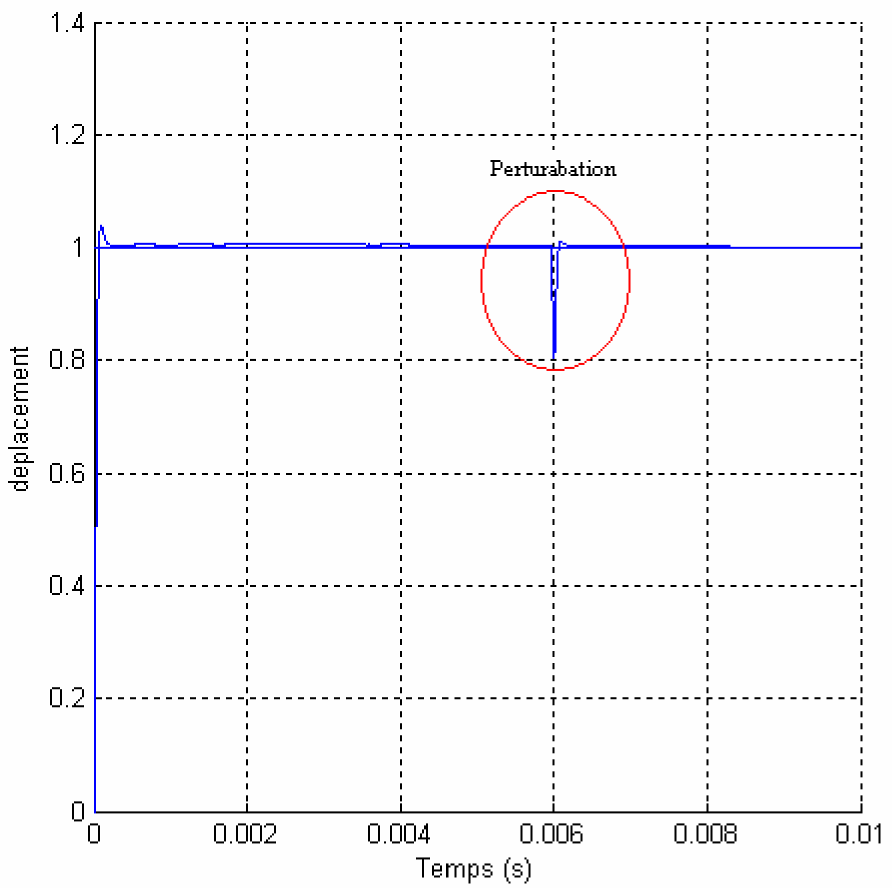


Figure IV-76. la réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé après la réduction d'ordre des correcteurs avec une perturbation à la sortir du PZT (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t=0.006s a la sortir du DSA, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.77

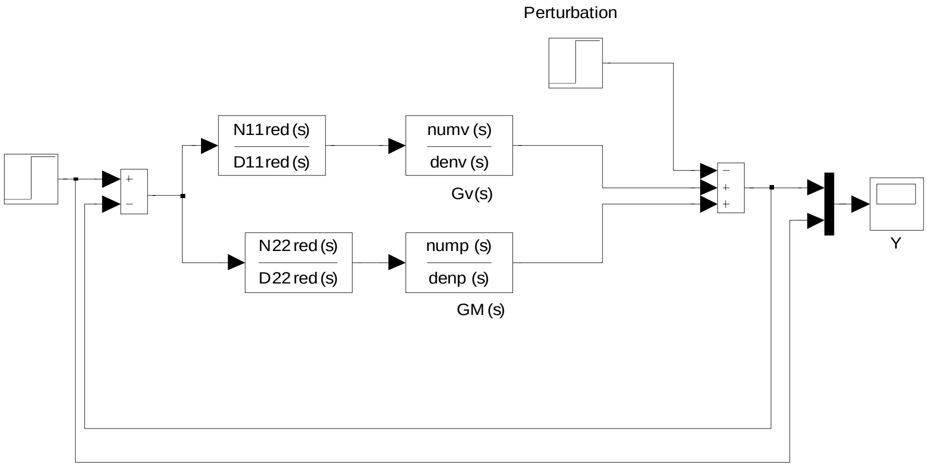


Figure IV-77. Schéma Simulink du système DSA corrigé après la réduction d'ordre des correcteurs perturbé à la sortir du DSA (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.78

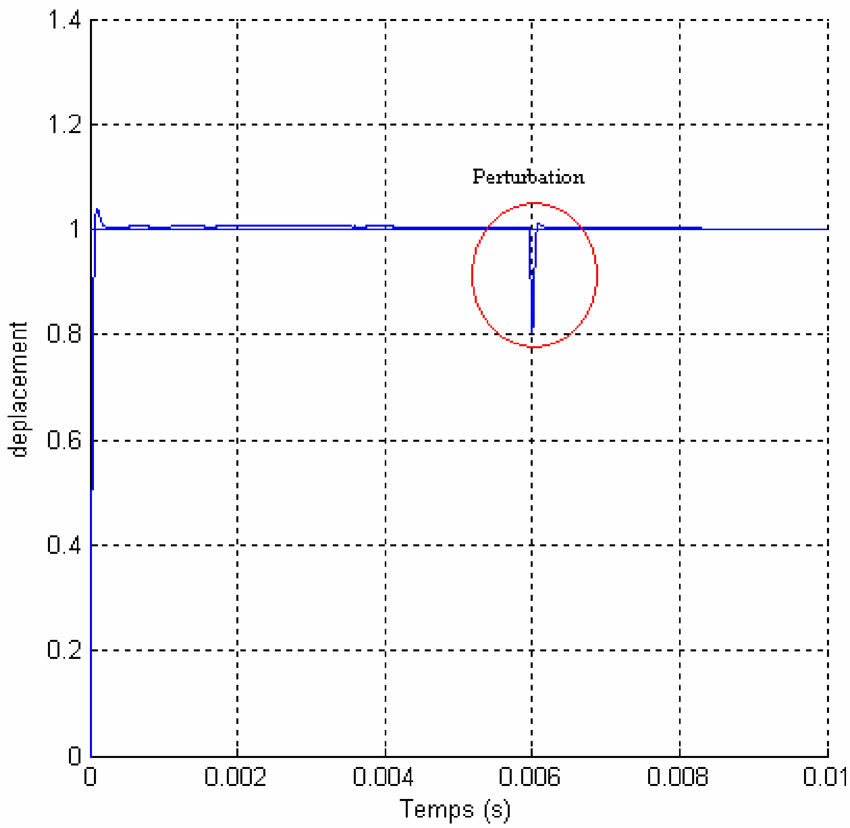


Figure IV-78. la réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé après la réduction d'ordre des correcteurs avec une perturbation à la sortir du DSA (Résolution du problème $H\infty$ par LMI).

D'après les figures IV.74, IV.76 et IV.78, nous remarquons que le déplacement du bras diminue jusqu'à $0.8\mu m$ avant la réaction du correcteur en rejetant cette perturbation et en réglant le déplacement à son état d'équilibre. on constate que le système reste stable et garde presque les mêmes performances donc une invariance vis-à-vis à la perturbation Le rejet de perturbation est fait avec succès après la réduction d'ordre des correcteurs.

IV.4.3. Commande *LQG* de l'approche de deux actionneurs DSA

Pour cette partie, on a choisi plusieurs matrices de pondérations pour la commande par LQG

- **1er Cas** :

Pour :

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6103500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 273700 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} 67108864 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 65536 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 10^{-12} & 0 \\ 0 & 10^{-12} \end{bmatrix}.$$

La simulation sous MATLAB et SIMULINK donne les résultats suivants :

La réponse indicielle est présentée sur la figure IV.79 Avec $D = 10.9699\%$ et un temps de réponse t_r à $5\% = 0.0022s$ et une erreur statique nulle.

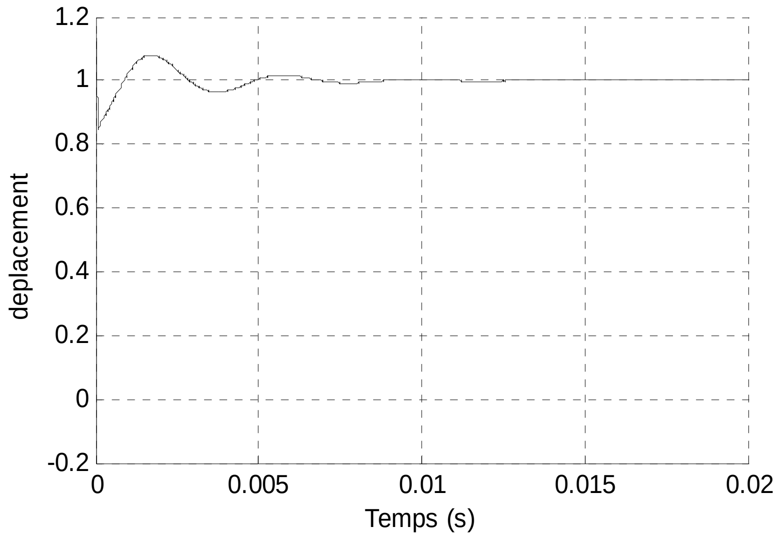


Figure IV-79. Réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé par *LQG* 1er Cas.

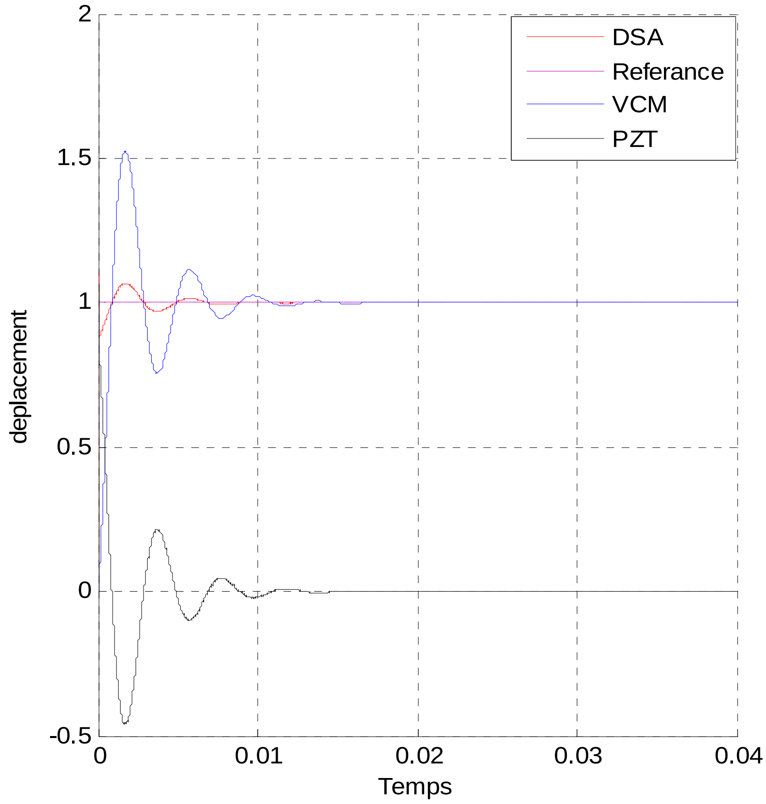


Figure IV-80. Les réponses du DSA, VCM et PZT corrigé par *LQG* 1er Cas.

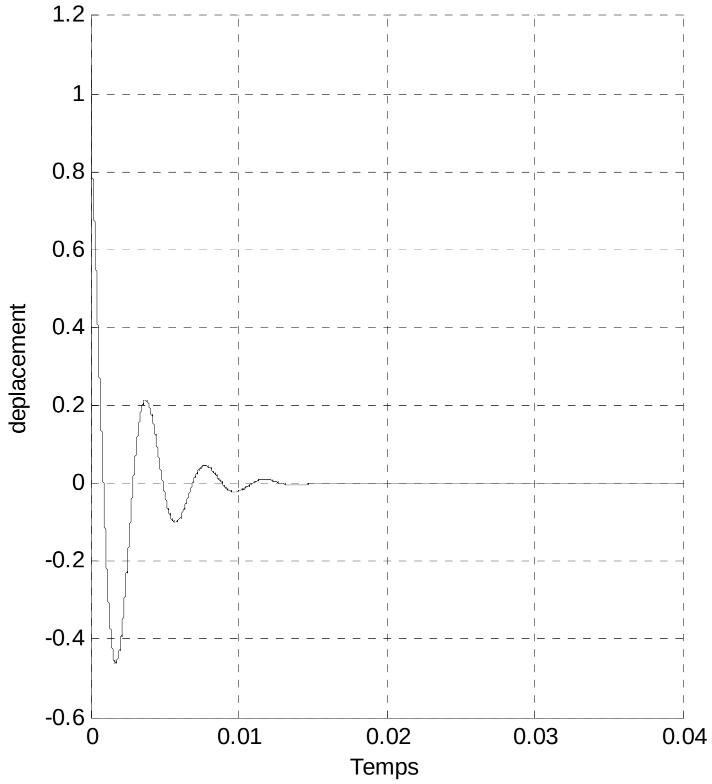


Figure IV-81. La réponse du système corrigé PZT dans DSA corrigé par *LQG* 1er Cas.

- **2ème cas :**

Pour :

$$Q=\begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 6.1035\times10^{9} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$R=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$W=\begin{bmatrix}67108864 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 16384 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$V=\begin{bmatrix}10^{-12} & 0\\ 0 & 10^{-12}\end{bmatrix}$$

La simulation donne La réponse indicielle est présentée sur la figure IV.82 Avec $D = 20.9196\%$ et un temps de réponse t_r à 5%= $1.7162 \times 10^{-4} s$ et une erreur statique nulle.

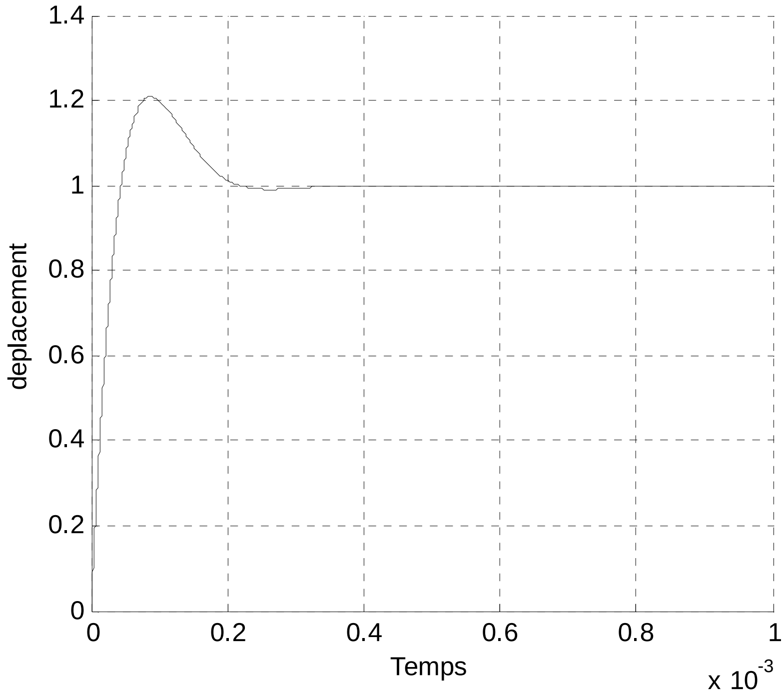


Figure IV-82. Réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé par LQG $2^{ème}$ Cas.

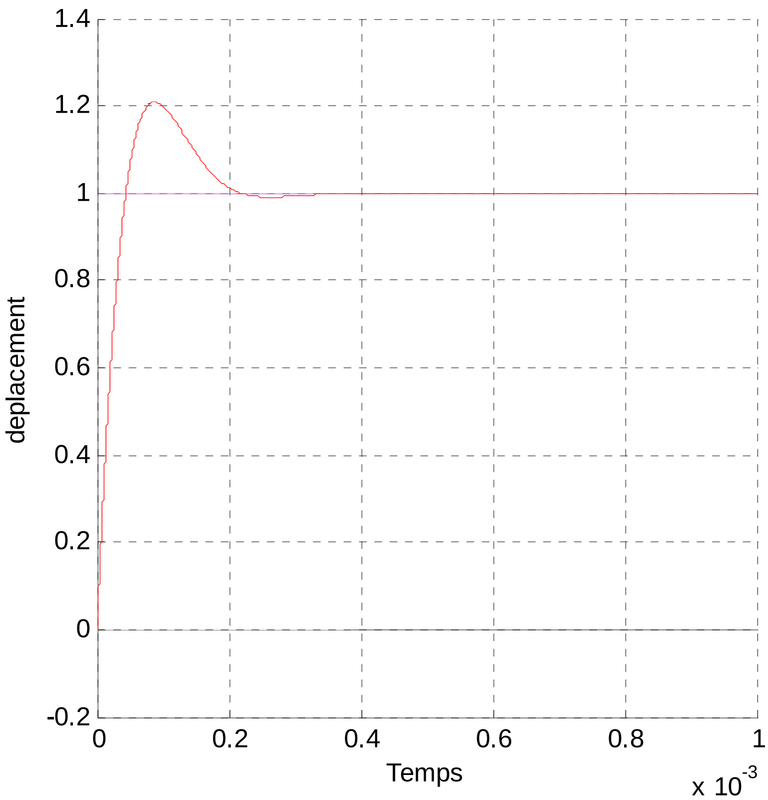


Figure IV-83. Les réponses du DSA, VCM et PZT corrigé par LQG $2^{ème}$ Cas.

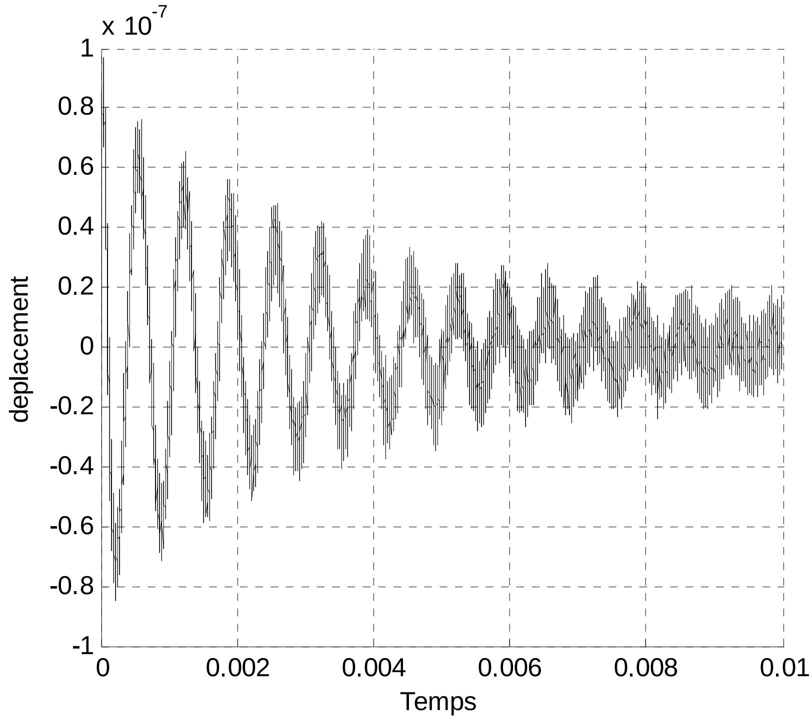


Figure IV-84. La réponse du système corrigé PZT dans DSA corrigé par LQG $2^{\text{ème}}$ Cas.

- **3ème Cas :**

Pour :

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6.1035\times10^{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} 67109000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 10^{-12} & 0 \\ 0 & 10^{-12} \end{bmatrix}$$

La simulation donne $D = 21.5337\%$ et un temps de réponse t_r à 5%= $3.0873\times10^{-5}s$ et une erreur statique nulle.

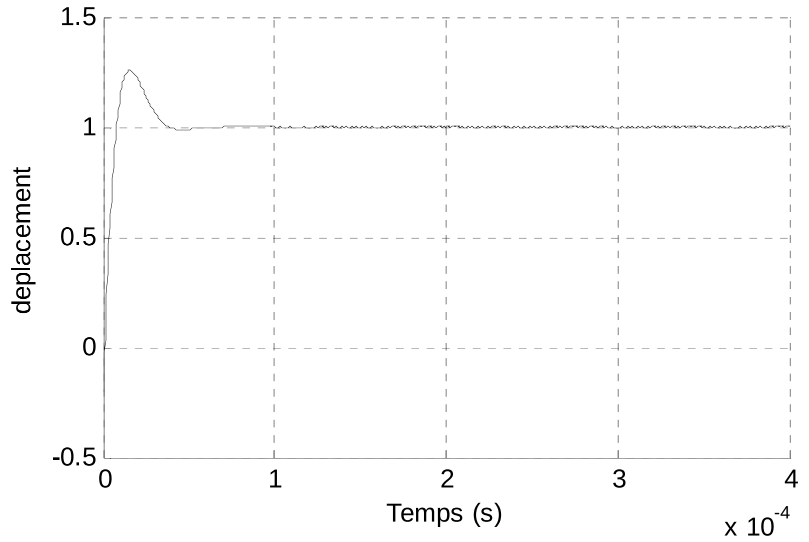


Figure IV-85. Réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé par LQG 3ème Cas.

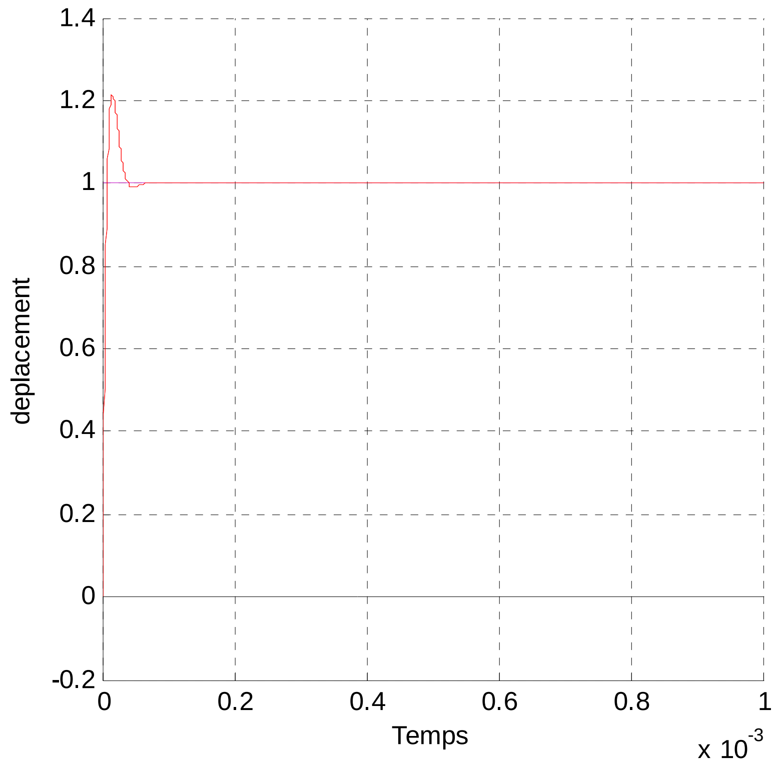


Figure IV-86.Les réponses du DSA, VCM et PZT corrigé par LQG 3ème Cas.

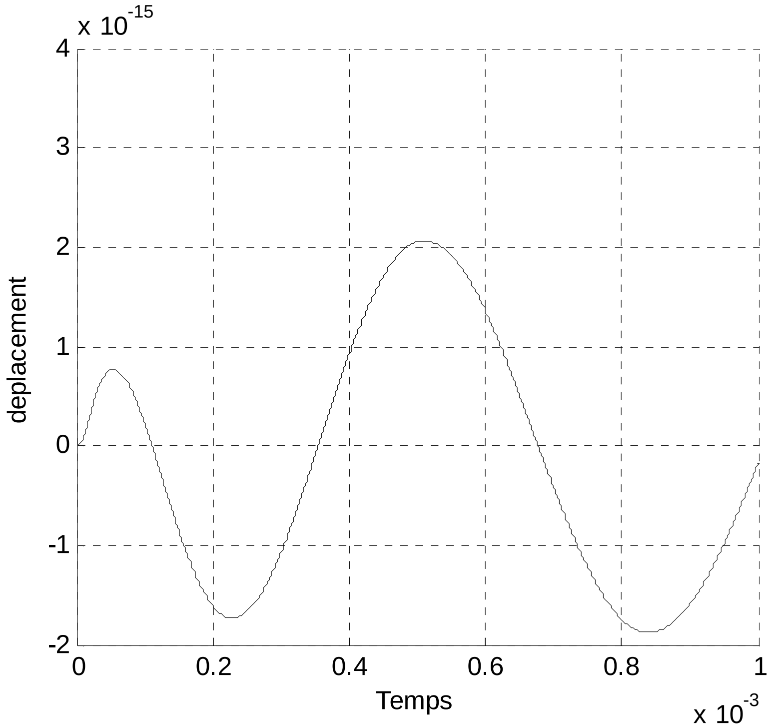


Figure IV-87. La réponse du système corrigé PZT dans DSA corrigé par LQG $3^{ème}$ Cas.

D'après les figures de réponses indicibles on remarque que le choix des matrices de pondérations dans le $3^{ème}$ donne des meilleures améliorations par apport aux autre cas ($D = 21.5337\%$ et un temps de réponse t_r à 5% $=3.0873\times10^{-5}s$).

La matrice de transfert du correcteur LQG multivariable dans les trois cas est donnée par:

$$K(s) = \begin{pmatrix} K_{11}(s) & K_{12}(s) \\ K_{21}(s) & K_{22}(s) \end{pmatrix}.$$

Avec :

$$K_{11}(s) = \frac{2.048\times10^{11}\,\mathrm{s}^3 + 2.912\times10^{16}\,\mathrm{s}^2 + 1.184\times10^{21}\,\mathrm{s} + 3.025\times10^{25}}{\mathrm{s}^4 + 1.156\times10^{7}\,\mathrm{s}^3 + 6.68\times10^{13}\,\mathrm{s}^2 + 2.893\times10^{18}\,\mathrm{s} + 9.91\times10^{22}}$$

$$K_{12}(s) = \frac{9.313\times10^{-9}\,\mathrm{s}^3 + 0.01563\,\mathrm{s}^2 + 1536\,\mathrm{s} + 6.711\times10^{7}}{\mathrm{s}^4 + 1.156\times10^{7}\,\mathrm{s}^3 + 6.68\times10^{13}\,\mathrm{s}^2 + 2.893\times10^{18}\,\mathrm{s} + 9.91\times10^{22}}$$

$$K_{21}(s) = 0$$

$$K_{22}(s) = \frac{7.451\times10^{-9}\,\mathrm{s}^3 + 0.09375\,\mathrm{s}^2 + 548352\,\mathrm{s} - 1.285\times10^{10}}{\mathrm{s}^4 + 1.156\times10^{7}\,\mathrm{s}^3 + 6.68\times10^{13}\,\mathrm{s}^2 + 2.893\times10^{18}\,\mathrm{s} + 9.91\times10^{22}}$$

Les contrôleurs discrétisé sont donnés par les fonctions de transfert suivant :

$$K_{11}(z) = \frac{305.3\,z^3 - 497.2\,z^2 + + 216.2z + - 2.0071\times10^{-15}}{z^4 - 1.629\,z^3 + 0.7081z^2 - 5.087\times10^{-17}\,z + 7.814\times10^{-34}}$$

$$K_{12}(z) = \frac{3.322\times10^{-16}\,z^3 - 4.394\times10^{-16}\,z^2 + 1.61\times10^{-16}\,z + 4.898\times10^{-33}}{z^4 - 1.629z^3 + 0.7081\,z^2 - 1.868\times10^{-17}\,z}$$

$$K_{21}(z) = 0$$

$$K_{22}(z) = \frac{4.955\times10^{-14}\,z^3 - 5.983\times10^{-14}\,z^2 - 1.775\times10^{-14}\,z + 2.925\times10^{-34}}{z^4 - 1.629\,z^3 + 0.7081\,z^2 + - 1.868\times10^{-17}\,z}$$

pour tester la robustesse de la loi de commande obtenue par *LQG* on va étudier l'influence d une perturbation comme dans le cas de la résolution du problème *H*∞. Pour cela On va introduire:

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t= 0.0002s a la sortir du VCM, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink de la figure IV.88:

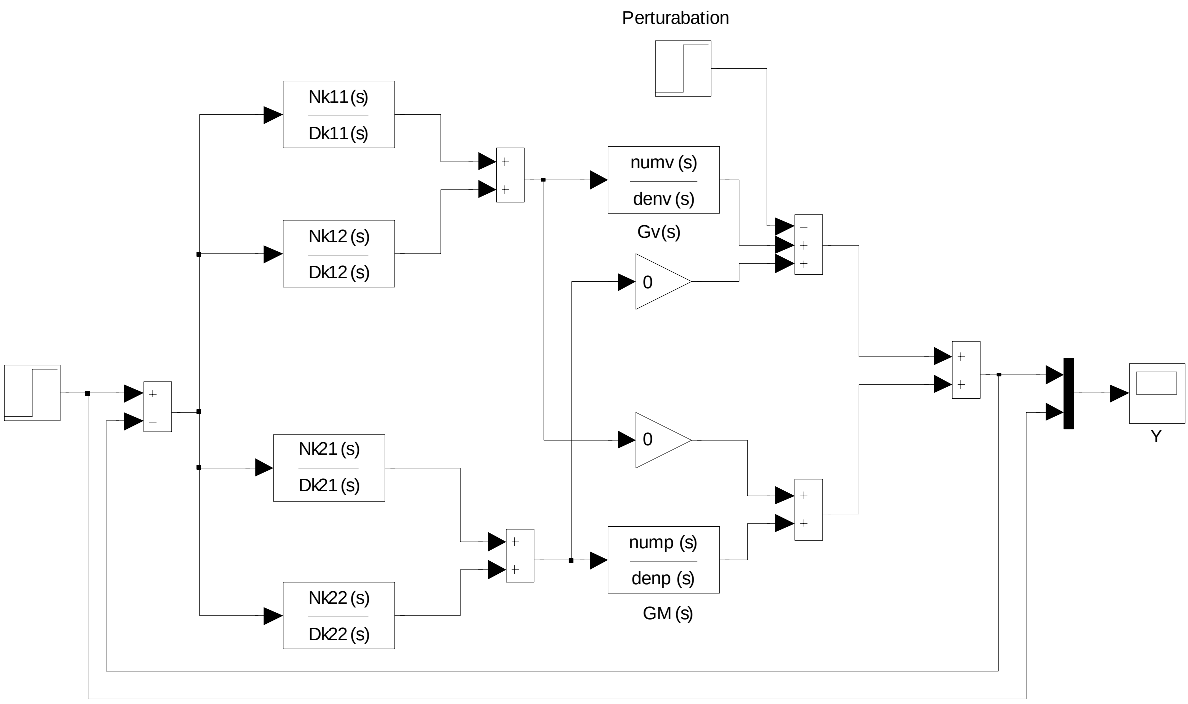


Figure IV-88. Schéma Simulink du système DSA corrigé par *LQG* perturbé à la sortir du VCM

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.89

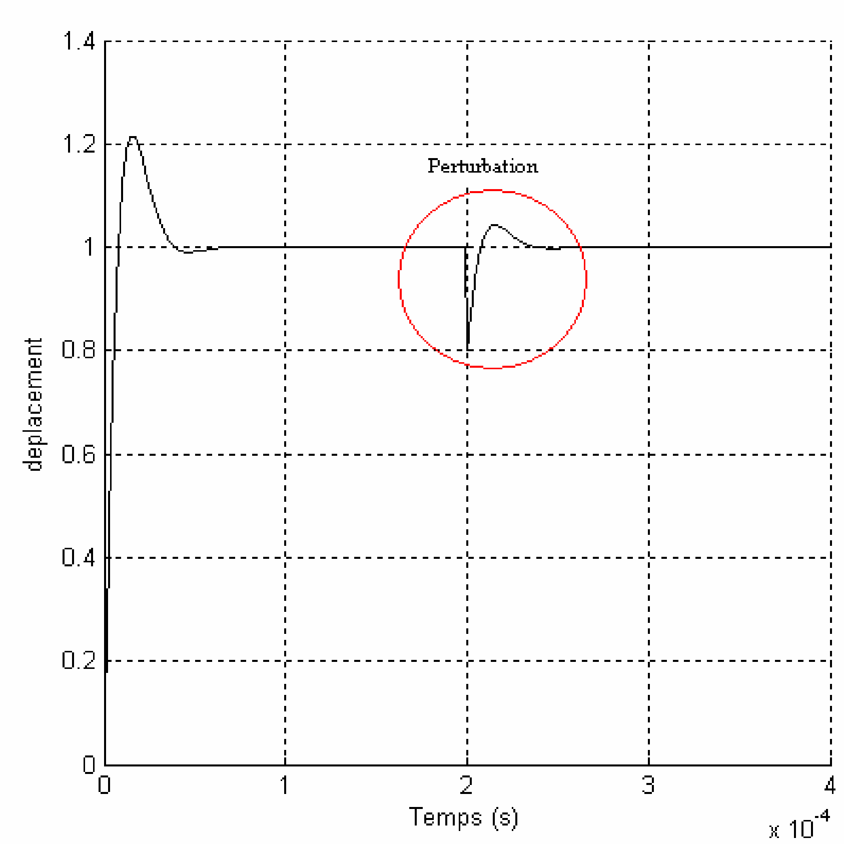


Figure IV-89. Réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé par *LQG* avec une perturbation à la sortir du VCM

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t= 0.0002s à la sortir du PZT, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink suivant

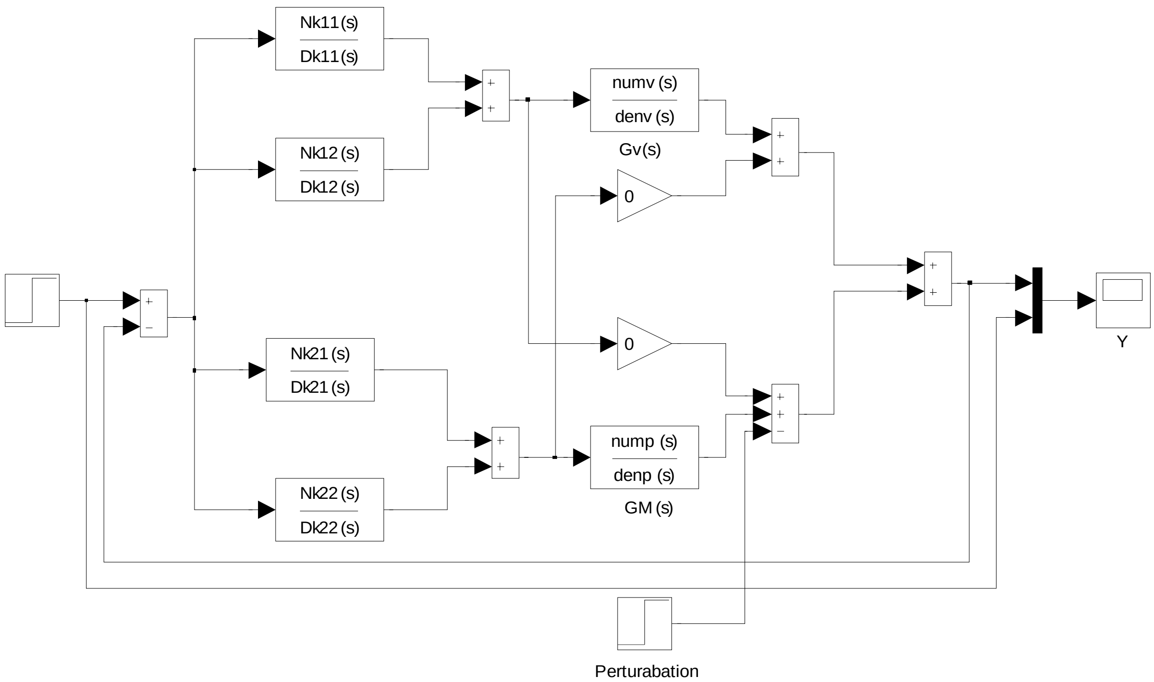


Figure IV-90. Schéma Simulink du système DSA corrigé par par *LQG* perturbé à la sortir du PZT

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.91 :

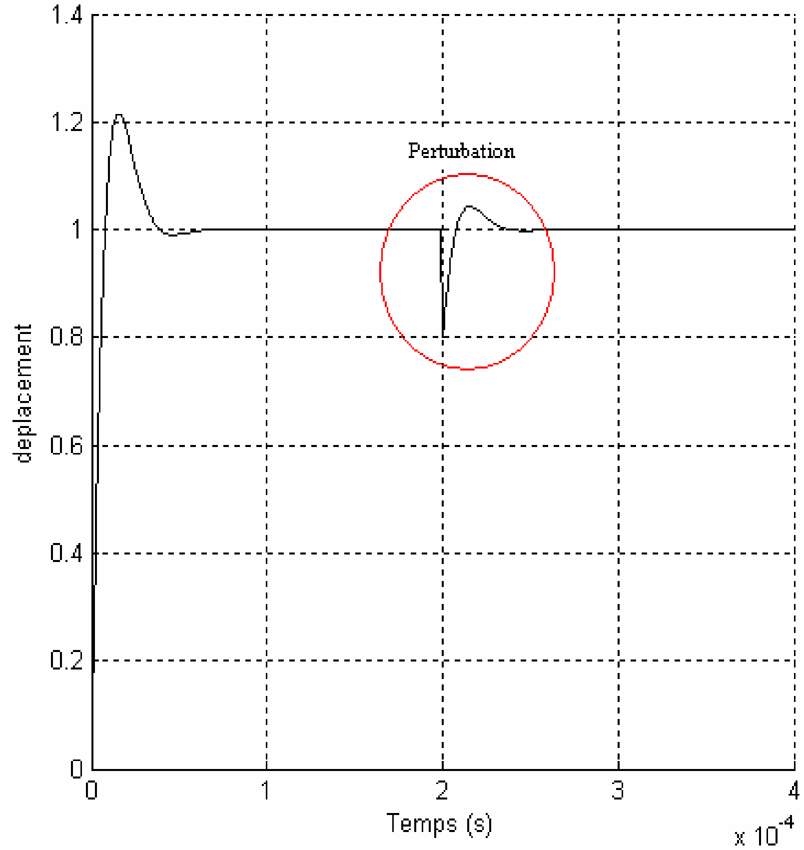


Figure IV-91. Réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé par *LQG* avec une perturbation à la sortir du PZT.

- une perturbation de type échelon d'amplitude A=0.2 a t= 0.0002s a la sortir du DSA, la configuration de simulation est donnée sur le schéma simulink suivant

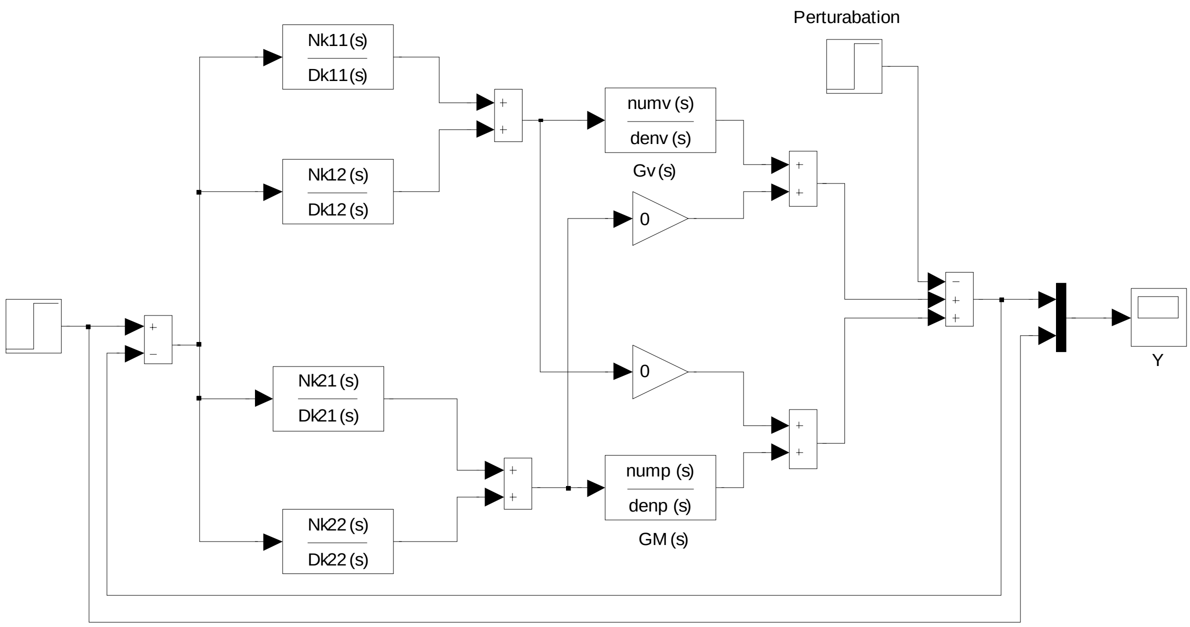


Figure IV-92. Schéma Simulink du système DSA corrigé par *LQG* perturbé à la sortir du DSA

Après simulation, la réponse indicielle perturbée est présentée sur la figure IV.93:

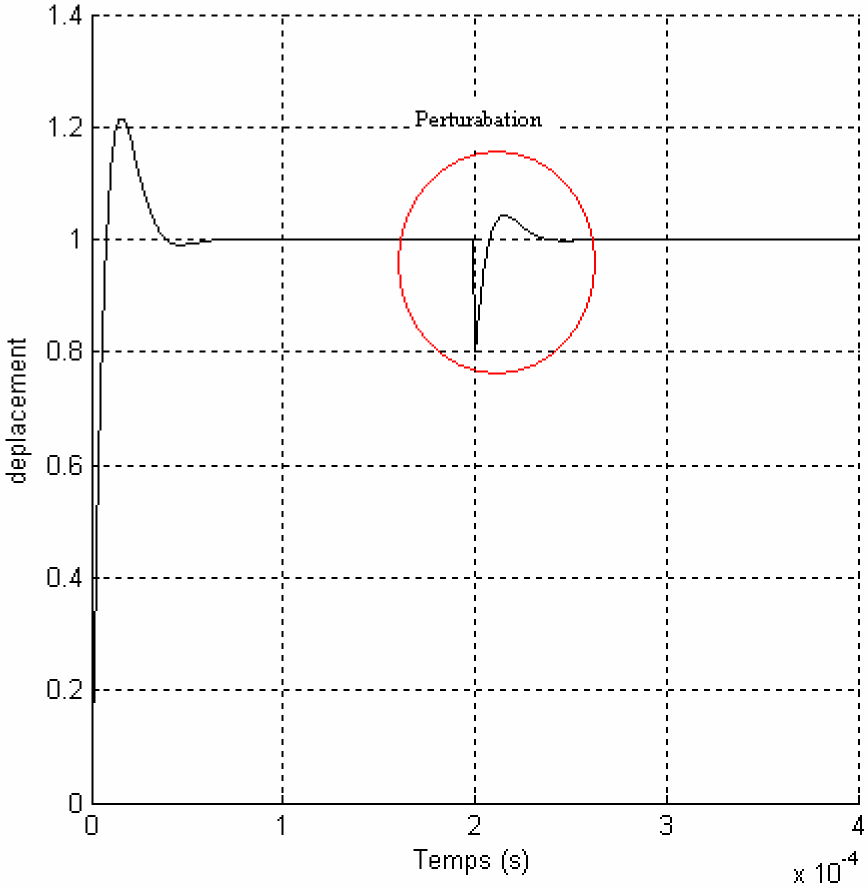


Figure IV-93. Réponse indicielle en boucle fermée du système DSA corrigé par *LQG* avec une perturbation à la sortir du DSA

D'après les figures IV.89, IV.891 et IV.93, nous remarquons que le déplacement du bras diminue jusqu'à $0.8\mu m$ avant la réaction du correcteur en rejetant cette perturbation. On constate que le système reste stable donc une invariance vis-à-vis au perturbation. Le rejet de perturbation est fait avec succès par le correcteur *LQG*.

IV.5. Comparaison des résultats

Comparer les résultats de simulation obtenus (classique et moderne) revient à comparer l'erreur statique, le temps de montée, le temps de réponse le dépassement...etc. on va s'intéressé en particulier au temps de réponse et au dépassement car notre objectif à atteindre est l'amélioration des caractéristiques dynamique d'un disque dur.

IV.5.1. Comparaison des résultats de l'approche d'un seul actionneur SSA

A partir des réponses du système SSA obtenues après la simulation des correcteurs, La stabilité est assurée et les erreurs statiques négligeable d'ordre 0 sauf dans la synthèse par *LQG* qui présente une erreur statique considérable non nulle.

On peut résumer les résultats obtenus dans les tableaux récapitulatifs suivants :

	Temps de réponse (*ms*)				
	PID	*AV*	*LQG*	*H∞ RIC*	*H∞LMI*
SSA	1.26	0.983	0.542	0.6	0.601

Table IV-1. Temps de réponse obtenus par l'approche d'un seul actionneur (SSA).

	Dépassement %				
	PID	*AV*	*LQG*	*H∞ RIC*	*H∞LMI*
SSA	31.5	28.1	20.8	28.5	27.3

Table IV-2. Dépassement s obtenus par l'approche d'un seul actionneur (SSA).

A partir des résultats des deux tableaux présenté ci dessus on constate que les temps de réponses obtenus par les contrôleurs modernes (*LQG, H∞ RIC et H∞ LMI*) sont meilleurs (d'ordre 0.542 *ms* pour *LQG* jusqu'à 0.6 *ms* pour *H∞*) et le dépassement (d'ordre 20.8 % pour *LQG* jusqu'à 27.3 % pour *H∞ LMI*) sont meilleurs que ceux obtenues par la commande classique (*PID* et *AV*).

On peut dire que le système SSA répond d'une façon rapide et précis en utilisant des contrôleurs moderne mieux qu'en utilisant des contrôleurs classique, et que la synthèse par *H∞ RIC et H∞ LMI* donne des résultats plus performants par rapport a la synthèse par *LQG* qui présente une erreur statique considérable non nulle.

IV.5.2. Comparaison des résultats de l'approche de deux actionneurs DSA

On prend maintenant les figures montrant les réponses du système DSA commandé par les lois de commande classique et robuste respectivement : La stabilité est assurée, l'erreur statique négligeable.

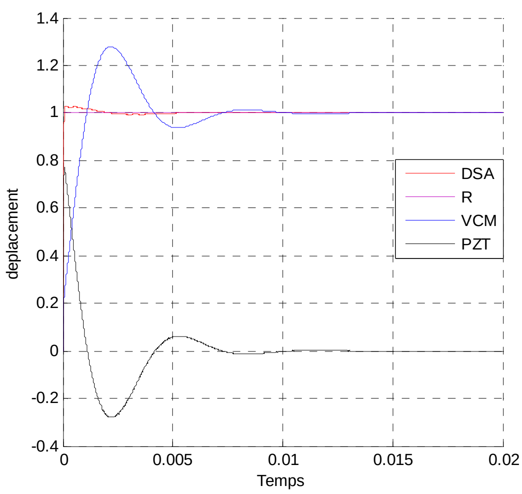


Figure IV-94.a. Les réponses du DSA, VCM et PZT (PID + $H\infty$).

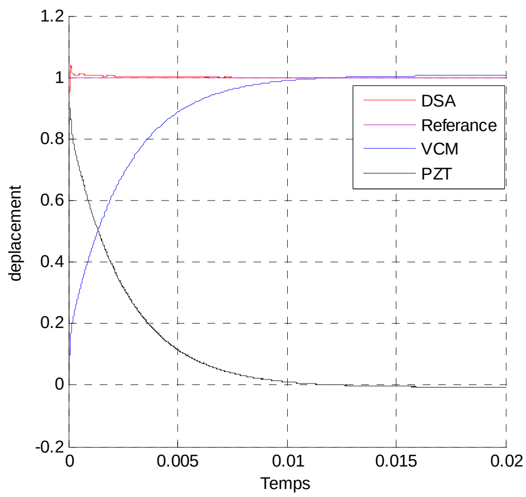


Figure IV-94.b. Les réponses du DSA VCM et PZT (AV + $H\infty$).

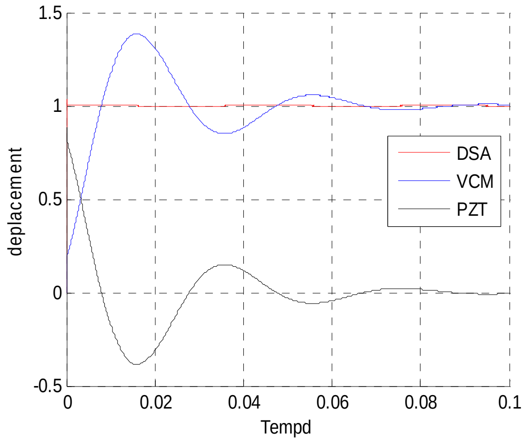


Figure IV-94.c. Les réponses du DSA, VCM et PZT (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

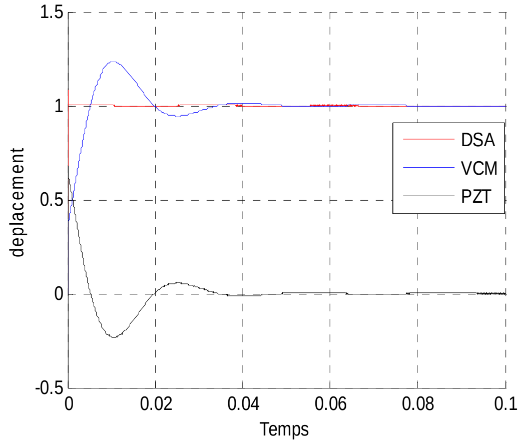


Figure IV-94.d. Les réponses du DSA, VCM et PZT après réduction des contrôleurs (Résolution du problème $H\infty$ par l'équation de Riccati).

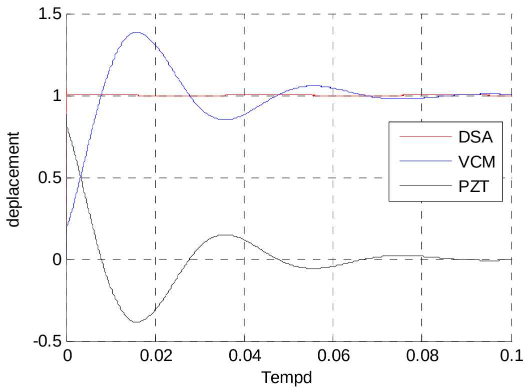


Figure IV-94.e. Les réponses du DSA, VCM et PZT (Résolution du problème $H\infty$ par LMI),

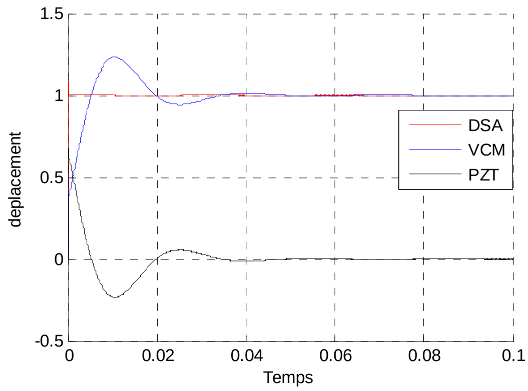


Figure IV-94.f. Les réponses du DSA, VCM et PZT après réduction des contrôleurs. (Résolution du problème $H\infty$ par LMI)

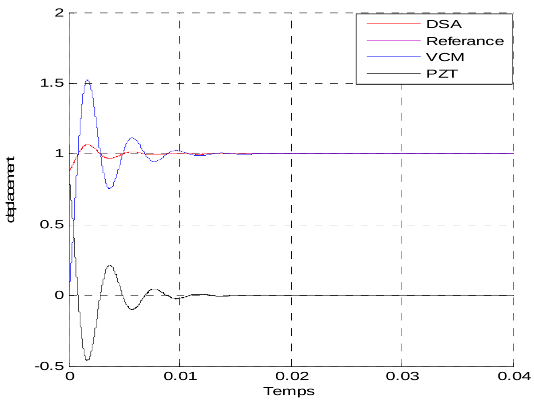


Figure IV-94.g.Les réponses du DSA, VCM et PZT corrigé par LQG .

Figure IV-94. Les réponses du DSA, VCM et PZT.

Dans chaque figure (Figure IV. 94 a jusqu'à Figure IV. 94.g), la position du système DSA stabilise et suit la consigne de référence (un échelon de $1\mu m$). Les mouvements de l'actionneur VCM et de l'actionneur PZT s'opposent en direction, cette opposition nous a permet d'amélioré les performances dynamique du système de lecture/écriture dans un disque dur (le temps de réponse le dépassement). Ainsi On constate que le mouvement de l'actionneur PZT répond plus rapidement que de l'actionneur VCM qui se déplace vers le zéro, tandis que l'actionneur VCM se déplace lentement en opposition de mouvement de l'actionneur PZT pour suivre la consigne d'entré (un échelon de $1\mu m$). On observe également que ni la sortie du micro-actionneur PZT (la sortie de l'actionneur PZT ne dépasse pas $1\mu m$) ni celui de la VCM dépasse sa limite.

Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux suivants :

	Temps de réponse (ms)						
	(PID+ $H\infty$)	(AV+ $H\infty$)	*LQG*	*H∞ RIC*	*H∞RICr*	*H∞LMI*	*H∞LMIr*
DSA	0.05497	0.059744	0.030873	0.05314	0.05141	0.0542	0.05855

Table IV-3. Temps de réponse obtenus par l'approche de deux actionneurs (DSA).

	Dépassement %						
	(PID+ $H\infty$)	(AV+ $H\infty$)	*LQG*	*H∞ RIC*	*H∞RICr*	*H∞LMI*	*H∞LMIr*
DSA	2.921	3.9447	21.5337	2.3257	1.9373	2.2177	3.5656

Table IV-4. Dépassement s obtenus par l'approche de deux actionneurs (DSA).

On constate que les résultats obtenus par le régulateur $H\infty$ et le régulateur mixte ((PID+ $H\infty$) et (AV+ $H\infty$)) sont meilleurs que ceux apportés par les lois de commande *LQG*. Ainsi on compare les résultats obtenus par les méthodes de synthèse *H∞ LMI* et *Riccati* on observe que les deux méthodes de résolution nous a donné presque les mêmes performances et que la synthèse mixte ((PID+ $H\infty$) et (AV+ $H\infty$)) donne des performances proches aux performances obtenus par la synthèse *H∞ LMI* et *Riccati*.

IV.5.3. Comparaison des résultats obtenus pas les deux approches SSA et DSA:

On résume les résultats de cette comparaison dans les tableaux suivant :

	Temps de réponse (ms)				
	PID	AV	*LQG*	*H∞ RIC*	*H∞ LMI*
SSA	1.26	0.983	0.542	0.6	0.601
DSA	0.05497	0.059744	0.030873	0.05314	0.0542

Table IV-5. Temps de réponse obtenus par l'approche SSA et DSA.

	Dépassement %				
	PID	AV	*LQG*	*H∞ RIC*	*H∞ LMI*
SSA	31.5	28.1	20.8	28.5	27.3
DSA	2.921	3.9447	21.5337	2.3257	2.2177

Table IV-6. Dépassements obtenus par l'approche SSA et DSA.

Les résultats des tableaux montrent que des meilleures performances dynamiques sont obtenues par la conception du DSA par rapport à la conception SSA : Les temps de réponses et les dépassements obtenus par la conception du DSA sont bien améliorées que ceux obtenues par la conception SSA.

IV.5.4 Comparaison des résultats obtenus par les travaux publier dans [37]

Dans [37]" Modeling and Control of a dual Stage Actuator Hard Disk Drive ", ont utilisé différents techniques de synthèses pour améliorer les performances dynamique du bras porte tête de lecture/écriture du disque dur comme $H\infty$ et SDM (sensitivity decoupling method).

Les réponses du système VCM et PZT obtenus par $H\infty$ et SDM avec un échelon de $0.1\mu m$ sont données par la figure suivante:

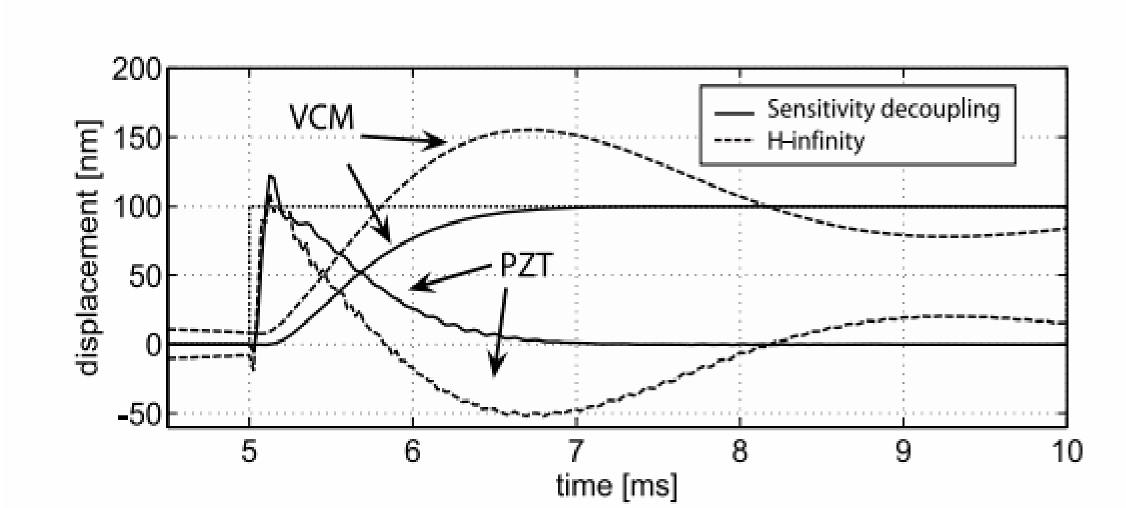


Figure IV-95.a Les réponses du DSA, VCM et PZT corrigé par $H\infty$ et SDM dans [37].

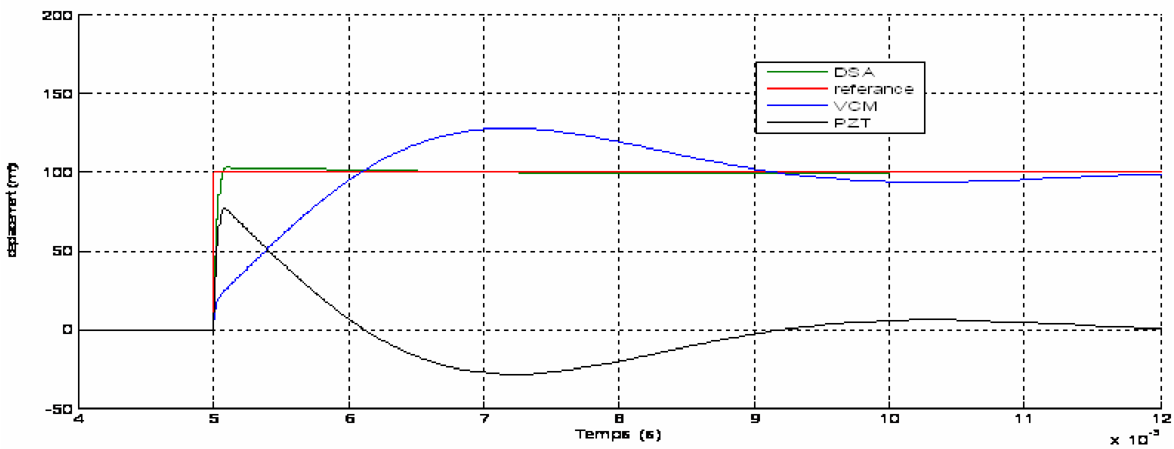


Figure IV-95.b Les réponses du DSA, VCM et PZT corrigé par $H\infty$ dans notre travail.

Figure IV-95. Les réponses du DSA, VCM et PZT obtenues par notre travail et les travaux publier dans [37].

Dans la figure IV-95, les mouvements de l'actionneur VCM et de l'actionneur PZT s'opposent en direction, ou on observe que la sortie du micro-actionneur PZT obtenu par les travaux publier dans [37] dépasse sa limite (la sortie de l'actionneur PZT dépasse $100nm$) par contre la sortie de l'actionneur PZT obtenue dans notre travail ne dépasse pas $100nm$) qui se déplace vers le zéro, On constate aussi que l'actionneur VCM se déplace lentement en opposition de mouvement de l'actionneur PZT pour suivre la consigne d'entré un échelon de $100nm$ et que le mouvement du VCM obtenu dans [37] dépasse $150nm$ par contre que le mouvement du VCM obtenu dans notre travail ne dépasse pas $150nm$ ce qui preuve que les réponses obtenues dans notre travail répondent plus rapidement que les réponses obtenues dans [37].

Les résultats obtenus sont donnés par les tableaux suivants :

	Temps de réponse a10% (ms)	
	SDM	*H∞*
DSA	0.175	0.275

Table IV-7. Temps de réponse obtenus par *SDM* et *H∞* dans [37].

	Dépassement %	
	SDM	*H∞*
DSA	22	20

Table IV-8. Dépassement obtenu par SDM et H∞ dans [37].

Les résultats obtenus dans notre travail avec un échelon de $0.1\mu m$ sont donnés par les tableaux suivants :

	Temps de réponse a 10% (ms)	
	H∞ RIC	*H∞ LMI*
DSA	0.0513	0.0514

Table IV-9. Temps de réponse obtenus par *H∞ RIC* et *H∞ LMI* dans notre travail.

	Dépassement %	
	H∞ RIC	*H∞ LMI*
DSA	3.92	3 .88

Table IV-10. Dépassement obtenu par *H∞ RIC* et *H∞ LMI* dans notre travail.

Si on compare nos résultats obtenus dans ce mémoire avec celle obtenus dans [37] on peut tirer :

- les mouvements de l'actionneur VCM et de l'actionneur PZT s'opposent en direction.
- la position du système DSA stabilise et suit la consigne de référence.
- les dépassements obtenus dans [37] sont inférieurs aux dépassements obtenus dans notre

travail.

- Les Temps de réponse obtenus dans notre travail sont meilleurs que ceux obtenus dans [37].

- Les réponses obtenues dans notre travail répondent plus rapidement que les réponses obtenues dans [37].

IV.6. Conclusion

Ce dernier chapitre nous a permis de synthétiser et d'appliquer des lois de commande robuste sur le système de positionnement du bras porte tête de lecture/écriture du disque dur pour cela deux applications ont été présentées :

- La première approche consiste à asservir l'actionneur VCM qui est utilisé pour positionner le bras porte tête de lecture/écriture du disque dur à l'aide des contrôleurs classiques et modernes qui est l'approche d'un seul actionneur (single stage actuator).

- La seconde, consiste à asservir les deux actionneurs VCM+PZT (système MIMO) a fin de corriger l'erreur du premier actionneur VCM pour permettre un positionnement global très rapide et avec une grande précision.

D'une manière générale, les résultats de simulation obtenus montrent l'efficacité de la loi de commande robuste et l'association de l'actionneur piézoélectrique dans le système du positionnement de la tête de lecture/écriture du disque dur donne des bonnes performances dynamiques du disque dur, un temps de réponse minimal et un dépassement minimal.

Conclusion générale:

Nous avons abordé dans ce travail, quelques aspects de la commande robuste pour le contrôle du système qui provoque le déplacement du bras porte tête de lecture / écriture d'un disque dur, dans le cadre de l'amélioration des performances dynamiques d'un disque dur en faisant intervenir les techniques de synthèse moderne, tel que la synthèse $H\infty$ et la synthèse *LQG*.

Afin d'effectuer cette étude, il était nécessaire de consacrer le premier chapitre a la présentation d'un bref historique concernant l'évolution de la technologie des disques dur, une description générale et le principe de fonctionnement du disque dur. Et l'état de l'art des principaux travaux concernant l'amélioration des caractéristiques dynamiques d'un disque dur.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté la modélisation du système qui provoque le déplacement du bras porte tête de lecture / écriture d'un disque dur et la modélisation de l'actionneur PZT qui est utilisé pour le but de corriger l'erreur du première actionneur pour permettre un positionnement global très rapide et avec une grand précision et on a déterminé le modèle mathématique correspondant a chaque actionneur.

Le troisième chapitre, concerne la stratégie de contrôle classique utilisé dans notre travail. Nous avons trouvé des lois de commande classiques et les appliquer au système SSA. Par la suite nous avons aussi synthétisé des contrôleurs classiques pour système DSA. Nous avons remarqué que les correcteurs classiques na pas résolu le problème de l instabilité Il y toujours une oscillation à haute fréquence ce qui est dû à la structure de réglage choisie de l'actionneur PZT. Finalement ce problème a été réglé par l utilisation d'un contrôleur mixte : un correcteur classique pour commander le VCM et un correcteur $H\infty$ pour commander le PZT ce qui nous a donné des performances dynamiques meilleures que ceux obtenues par l'approche d'un seul actionneur SSA.

Puisque la popularité de la commande robuste, particulièrement l'approche $H\infty$ occupe aujourd'hui une grande partie dans le milieu de recherche et industriel, on a essayé d'appliquer cette technique sur notre processus qui représente un exemple concret de ce qui existe dans l'industrie de l informatique, à savoir les DVD, les CDROM,...etc.

Dans Le quatrième chapitre de ce travail nous avons présenté différents correcteurs robuste et les résultats obtenus en simulation. Pour ceci nous avons synthétisé dans un premier lieu des lois de commande robuste *LQG* et $H\infty$ et nous avons appliqué à notre processus l'approche d'un seul actionneur SSA. Dans un deuxième temps nous avons aussi synthétisé des contrôleurs robustes pour contrôler le système DSA. Les résultats de simulation réalisés montrent un comportement très satisfaisant de la commande robuste $H\infty$.ils sont meilleurs que ceux apportés par les lois de commande classiques et *LQG*, ce qui justifie la robustesse de la commande $H\infty$. Malheureusement, les éléments de la matrice de transfert du contrôleur $H\infty$ sont d'ordre élevé, ce qui nécessite une réduction d'ordre. Le comportement entrée/sortie des correcteurs réduits est proche de celui des correcteurs initiaux et les résultats obtenus par la suite avec les correcteurs réduits sont satisfaisants et montrent l'efficacité du réglage robuste.

L’objectif de l'asservissement de position de la tête de lecture /écriture vers la piste souhaitée pour le but d’améliorer les caractéristique dynamique d’un disque a été atteindre avec un temps de réponse minimal avec une grand précisions pour garantir un temps de réponse minimal.

De nombreux points restent en perspective dans le cadre de ce travail, on signale :

- Analyser la robustesse de la loi de commande. pour cela on parle de la robustesse en stabilité et en performance, on fait appel à la théorie de la μ analyse pour vérifier la robustesse vis-à-vis les variations paramétriques du modèle.

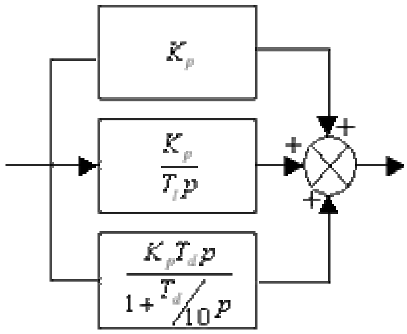
- L'utilisation de la μ synthèse pour la commande du système DSA.

- L'utilisation de la logique flou et les algorithmes génétiques comme des technique d'intelligence artificielle pour résoudre notre problème.

Annexe A

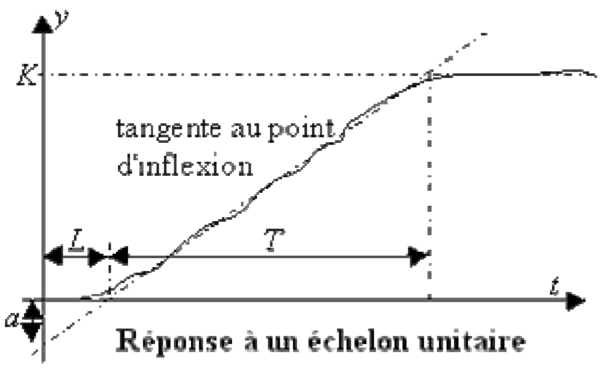
Rappel sur les méthodes de Ziegler-Nichols

Ces méthodes fournissent des réglages pour des correcteurs de type PID (pouvant ne comporter qu'une action Proportionnelle, une action Proportionnelle et une action Intégrale ou les 3 actions simultanément), dont la structure est la suivante :



- ***Méthode de Ziegler Nichols temporelle***

Elle est adaptée aux systèmes stables en boucle ouverte, qui ont une réponse apériodique. La réponse à un échelon unitaire du système physique doit être enregistrée. Différentes caractéristiques de la réponse obtenue sont mesurées :



Réponse à un échelon unitaire

Le modèle approché utilisée par Ziegler Nichols comporte une constante de temps et un retard pur ou bien un retard pur et un intégrateur :

$$H(p)=\frac{ke^{-L\alpha}}{1+Tp} \text{ Ou } H(p)=\frac{ae^{-L\alpha}}{Lp} \tag{A.1}$$

Si le système physique comporte un intégrateur, les mesures de α et de L demeurent disponibles sur le début de la réponse.

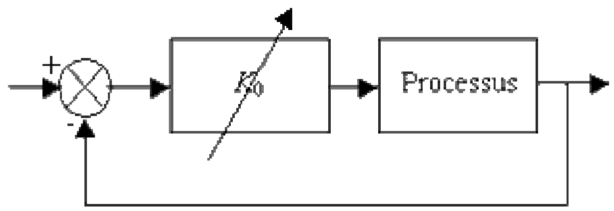
Les réglages suggérés par la méthode temporelle de Ziegler Nichols sont récapitulés dans le tableau suivant :

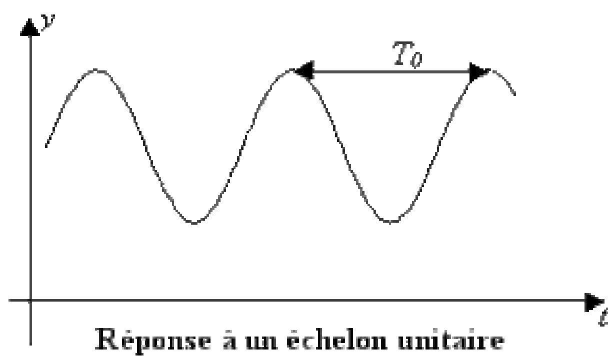
	K_p	T_i	T_d
correcteur P	$1/\alpha$	-	-
correcteur PI	$0{,}9/\alpha$	$3L$	-
correcteur PID	$1{,}2/\alpha$	$2L$	$L/2$

Concernant le raffinement des réglages, augmenter K_p ou diminuer T_i augment les oscillations de la sortie.

- ***Méthode de Ziegler Nichols fréquentielle***

Cette méthode convient particulièrement bien aux systèmes instables en boucle ouverte pour lesquels la méthode temporelle n'est pas envisageable. L'expérimentation se fait sur le système bouclé avec un simple gain proportionnel qui doit être stable. Le principe est de modifier la valeur du gain par essai-erreur jusqu'à atteindre la limite de stabilité (phénomène de pompage). Il reste à relever le gain limite K_0 obtenu et à mesurer la période T_0 des oscillations de la réponse obtenue.





Les réglages suggérés par la méthode fréquentielle de Ziegler Nichols sont récapitulés dans le tableau suivant :

	K_p	T_i	T_d
correcteur P	$0{,}5\ K_0$	-	-
correcteur PI	$0{,}45\ K_0$	$0{,}8\ T_0$	-
correcteur PID	$0{,}6\ K_0$	$0{,}5\ T_0$	$0{,}125\ T_0$

Annexe B

Inégalité matricielle affine

Une LMI est une inégalité matricielle de la forme :

$$F(\zeta) = F_0 + \sum_{i=1}^{m} \zeta_i F_I > 0 \qquad \text{(B.1)}$$

Où :

$\zeta \in R^m$ est un vecteur de variables réelles.

$F_i = F_i^T \in R^{n+m}, i = 1,....,m$ sont des matrices symétriques fixées.

Une question intéressante est de savoir s'il existe un vecteur de variables ζ tel que l'inégalité matricielle $F(\zeta) > 0$ soit vérifiée. C'est un problème de faisabilité.
On note qu'un système de plusieurs LMIs $F^{(k)}(\zeta) > 0$ avec $k = 1,....,n$ est équivalent à une seule LMI de la forme : $diag(F^{(1)}(\zeta),...,F^{(n)}(\zeta)) > 0$ par exemple :

$$\begin{cases} F^{(1)}(\zeta) > 0 \\ F^{(2)}(\zeta) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} F^{(1)}(\zeta) & 0 \\ 0 & F^{(2)}(\zeta) \end{bmatrix} > 0 \qquad \text{(B.2)}$$

En général, les variables dans un problème de LMI sont constitués par des matrices de dimension appropriée. Beaucoup de problèmes de commande des systèmes dynamiques peuvent être reformulés comme problèmes de LMI.

Exemple de LMI : Prenant un exemple classique de l'automatique, la stabilité de Lyapunov pour un système linéaire : $\dot{x} = Ax$

il s'agit de trouver une matrice réelle $P = P^T > 0$ de même dimension que A telle que $A^T P + PA < 0$.
Considérons à titre d'exemple, le cas où A est une matrice 2x2.

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}$$

La variable est donnée par la matrice P qui dépend de 3 paramètres ζ_i, $i = 1...3$ et qui peut s'écrire :

$$P = \begin{bmatrix} \zeta_1 & \zeta_2 \\ \zeta_2 & \zeta_3 \end{bmatrix}$$

La condition de positivité de P s'écrit :

$$\zeta_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \zeta_2 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} > 0$$

L'inégalité de Lyapunov se réécrit comme suit :

$$\zeta_1 \underbrace{\begin{bmatrix} 2a_1 & a_2 \\ a_3 & 0 \end{bmatrix}}_{F_1} + \zeta_2 \underbrace{\begin{bmatrix} a_2 + a_3 + a_1 + a_4 \\ a_1 + a_4 + a_2 + a_3 \end{bmatrix}}_{F_2} + \zeta_3 \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & a_2 \\ a_3 & 2a_4 \end{bmatrix}}_{F_3} < 0$$

Il existe deux genres de problème LMI :

- Problème de faisabilité LMI : Tester s'il existe un jeu de réels $\zeta_1,...,\zeta_n$ qui rend la LMI $F(\zeta) > 0$ satisfaite. Par exemple dans la théorie de commande robuste tester l'existence du correcteur pour un niveau de performance donné.

- Problème d'optimisation LMI : Minimise $c_1\zeta_1 + ... + c_n\zeta_n$ sur toutes les variables $\zeta_i, i = 1...n$ qui satisfait la LMI $F(\zeta) > 0$ Par exemple dans la théorie de commande robuste tester l'existence du correcteur qui assure un minimum de niveau de performance.

Les Inégalités Matricielles Affines prennent une place de plus importante dans les méthodes modernes de l'automatique.
Le succès des LMI vient du développement des méthodes dites du point intérieur (interior point methods) qui permettent de résoudre de manière efficace ces problèmes . Il est également lié au fait que de nombreux problèmes, notamment de l'automatique, peuvent être formulé sous forme de LMI.

Annexe C

Les Lemmes de LMI

Lemme .1 :(Lemme réel borné)

Un système dynamique continu linéaire de matrices d'état A, B, C et D a une norme $H\infty$ inférieure à γ ($\gamma > 0$) si et seulement s'il existe une matrice $\bar{\varphi} = \bar{\varphi}^T > 0$ vérifiant :

$$\begin{pmatrix} A^T\bar{\varphi} + \bar{\varphi}A + C^TC & \bar{\varphi}B + C^TD \\ B^T\bar{\varphi} + D^TC & D^TD - \gamma^2 I \end{pmatrix} < 0 \qquad \text{(C.1)}$$

Lemme .2 :(lemme de Schur)

La LMI :

$$\begin{bmatrix} W & L \\ L^T & V \end{bmatrix} < 0 \qquad \text{(C.2)}$$

Où $W = W^T$ et $V = V^T$ est équivalente à :

$$V < 0$$

et

$$W - LV^{-1}L^T < 0$$

Lemme .4 (Lemme d'élimination)

Soient :

- P, Φ et H des matrices avec H symétrique.
- Les matrices N_P et N_Φ des matrices de rang plein satisfaisant :

$$\operatorname{Im} \mathrm{N_P} = KerP \text{ et } \operatorname{Im} N_\Phi = Ker\Phi \qquad \text{(C.3)}$$

- N_P engendre le noyau de l'application linéaire associée à la matrice P.
- N_Φ engendre le noyau de l'application linéaire associée à la matrice Φ.

Il existe une matrice J (Correcteur) telle que l'inégalité suivante :

$$H + \Phi^T JP + P^T J^T \Phi < 0$$

est vérifiée si et seulement si les inégalités suivantes sont vérifiées :

$$N_P^T H N_P < 0 \text{ et } N_\Phi^T H N_\Phi < 0 \qquad \text{(C.4).}$$

Lemme .5

Soient les matrice H_{X_f} et T_{X_f} définies dans 1.37 et 1.40 respectivement et soit aussi une matrice $X_f = X_f^T > 0$.

L'inégalité :

$$N_{Px_f}^T H_{X_f} N_{P_{X_f}} < 0$$

si et seulement si :

$$N_P^T T_{X_f} N_P < 0$$

Lemme .6

Soit X_f une matrice de dimension $(n+n_k)\times(n+n_k)$ définie positive, X et Y des matrices de dimension $n\times n$ définies dans 1.42.

Les inégalités :

$$N_P^T T_{X_f} N_P < 0 \text{ et } N_\Phi^T H_{X_f} N_\Phi < 0$$

sont équivalentes aux inégalités matricielles suivantes :

$$\begin{aligned}
&\begin{pmatrix} N_C & 0 \\ 0 & I_{nw} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} AY + YA^T & YC_1^T & B_1 \\ C_1 Y & -\gamma I_{ne} & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I_{nw} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_C & 0 \\ 0 & I_{nw} \end{pmatrix} < 0 \\
&\begin{pmatrix} N_o & 0 \\ 0 & I_{ne} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} AX + XA^T & XB_1 & C_1^T \\ B_1^T X & -\gamma I_{nw} & D_{11}^T \\ C_1 & D_{11} & -\gamma I_{ne} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_o & 0 \\ 0 & I_{ne} \end{pmatrix} < 0
\end{aligned} \qquad \text{(C.5)}$$

Où N_o et N_c sont des matrices de rang plein avec :

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} N_o &= Ker\begin{pmatrix} C_2 & D_{21} \end{pmatrix} \\ \operatorname{Im} N_c &= Ker\begin{pmatrix} B_2^T & D_{12}^T \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Lemme .7

Soient X et Y deux matrices symétriques définies positives. Il existe des matrices X_2 , Y_2 et des matrices symétriques X_3 , Y_3 satisfaisant :

$$\begin{pmatrix} X & X_2 \\ X_2^T & X_3 \end{pmatrix} > 0 \text{ et } \begin{pmatrix} X & X_2 \\ X_2^T & X_3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} Y & Y_2 \\ Y_2^T & Y_3 \end{pmatrix}$$

si et seulement si

$$\begin{pmatrix} X & I_n \\ I_n & Y \end{pmatrix} \geq 0 \text{ et } rang \begin{pmatrix} X & I_n \\ I_n & Y \end{pmatrix} \leq n + n_K \qquad \text{(C.6)}$$

Bibliographie

[1] A. Al Mamun, G. GuoXiao, C. Bi, "Hard Disk Drive Mechatronics and Control", CRC Press Taylor & Francis Group, 2007.

[2] B.- M. Chen, T.-H. Lee, K. Peng, V. Venkataramanan," Hard Disk Drive Servo Systems ", 2nd Edition. SPRINGER, New York, 2006.

[3] R. Nagamune, X. Huangz, R. Horowitz, "Robust Control Synthesis Techniques for Multirate and Multi-sensing Track-following Servo Systems in Hard Disk Drives" University of California, Berkeley, CA 94720-1740.

[4] K. Mori, T. Munemoto, H. Otsuki, Y. Yamaguchi, K. Akagi:" A dual-stage magnetic disk drive actuator using a piezoelectric device for a high track density ", IEEE Trans. Magn. 27, 5298–5300 (1991).

[5] S.J.Schroeck, W.C.Messner, R.J.McNab " On compensator design for linear time-invariant dual input single output systems ", IEEE/ASME Trans.Mechatron. 6, 50–57 (2001).

[6] T. Semba, T. Hirano, L.-S. Fan " Dual-stage servo controller for HDD using MEMS actuator", IEEE Trans. Magn. 35, 2271–2273 (1999).

[7] T. Suzuki, T. Usui, M. Sasaki, F. Fujisawa, T. Yoshida, H. Hirai " Comparison of robust track-following control systems for a dual stage hard disk drive " Proc. of International Conference on Micromechatronics for Information and Precision Equipment, ed. by B. Bhushan, K. Ohno (Word Scientific, Singapore 1997)

[8] X. Hu, W. Guo, T. Huang, B.M. Chen " Discrete time LQG/LTR dual-stage controller design and implementation for high track density HDDs ", , Proc. Of American Automatic Control Conference, ed. by TS 19 (IEEE, Piscataway 1999) 4111–4115.

[9] S.-M. Suh, C. C. Chung, S.-H. Lee, " Design and analysis of dual-stage servo system for high track density HDDs ", Microsyst. Technol. 8,161–168 (2002).

[10] X. Huang, R. Nagamune, R. Horowitz, Y. Li, " Design and analysis of a dual-stage disk drive servo system using an instrumented suspension ", Proc. Am. Control Conf. TS18 , 535–540 (2004).

[11] M. Rotunno, A. Raymond, E. Frank "Comparison and Design of Servo Controllers for Dual-Stage Actuators in Hard Disk Drives" IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS, VOL. 39, NO. 5, SEPTEMBER 2003

[12] U. Boettcher, M. Rotunno, A. Raymond, E. Frank, " Modeling and Control of a Dual Stage actuator Hard Disk Drive" JSME-IIP/ASME-ISPSJoint Conference on Mechatronics 2009

[13] K. Ohno, M. Hirata, R. Horowitz, "A Comparative Study of the Use of the Generalized

Hold Function for HDDs " IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS, VOL. 10, NO. 1, FEBRUARY 2005

[14] S.-H. Lee, S.-E. Baek, Y.-H. Kim " Design of a dual stage actuator control system with discrete-time sliding mode for hard disk drives ", Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.

[15] M. Sasaki, T. Suzuki, E. Ida, F. Fujisawa, M. Kobayashi, H. Hirai, " Track-following control of a dual-stage hard disk drive using a neuro-control system ", Eng. Appl. Artif. Intell. 11, 707–716 (1998)

[16] G. F. Franklin, J. D. Powell, M. L. Workman, "Digital Control of Dynamic Systems", THIRD EDITION, ADDISON-WESLEY California

[17] R. Oboe, R. Antonello, P. Capretta, " Realization of an adaptive voltage driver for voice coil motor ", Microsyst Technol (2005) 11: 663–675.

[18] A.Collazos. " Identification et commanded'un actuateur piézoélectrique" [En ligne] http://lawww.epfl.ch/webdav/site/la/users/139973/public/repports/Collazos.Rapport.pdf

[19] M. GROSSARD, " Contribution à la conception optimale et la commande de systèmes mécatroniques flexibles à actionnement piézoélectrique intégré - Application en microrobotique ", Thèse en vue de l'obtention du titre de doctorat en AUTOMATIQUE de L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ 2008.

[20] Y. Li and R. Horowitz, " Mechatronics of electrostatic microactuators for computer disk drive dual-stage servo systems ",IEEE Trans.Mechatron., vol. 6, pp. 111–121, 2001.

[21] D. C. Hu, B. C. Chang," Multivariable Controller design for hard Disk Drive Dual Stage Actuator Servo Systems", Inernational Conference on Mechatronics Proceeding of the 2005 IEEE

[22] Y. H. Kim, S. H. Lee, " An Approach to Dual-Stage Servo Design in Computer Disk Drives". IEEE Trans. ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY, VOL. 12, NO. 1, JANUARY 2004

[23] C. Pascal et S. LE Ballois," Automatique, Systèmes linéaires et continus", DUNOD, Paris, 1998.

[24] A.Rachid, " Systèmes de régulation ", MASSON, Paris, 1996.

[25] D. Gilles et F. Stéphane , " Commande H∞ et μ-analyse ", GERMES, Paris, 1999.

[26] K. Zhou, K. Glover et J. Doyle, " Robust and optimal control ", PRINTICE HALL, New Jersey, 1996.

[27] JACQUES BERNUSSOU, " Commande robuste : développement et applications ", HERMES, Paris, 1996.

[28] A. DANIEL, C.CHRISTELLE, A. PIERRE, G. MICHEL et F.GILLES "Robustesse et commande optimale",CEPADUES, Toulouse,1999.

[29] S.SIGURD et P.LAN, " Multivariable feedback control ", WILEY, England, 2003.

[30] G. SCORLETTI, ‘Introduction à la commande multivariable des systèmes méthodes de synthèse fréquentielle H∞’, [En ligne] disponible ‘www.greyc.ensicaen.fr/EA/Gerard_S/ENSI_comrob.html’.

[31] P. ALBERTOS et A. SALA , " Multivariable control systems : an engineering approach ", SPRINGER, London, 2004.

[32] S. BOYD, L. El GHAOUI, E. FERON et V. BALAKRISHNAN, " Linear matrix inequalities in System and Control Theory " SIAM, Philadelphia, 1994.

[33] G.SCORLETTI, V.FROMION et S.FONT " Automatique fréquentielle : des critères graphiques à l’optimisation LMI ", [En ligne] disponible ‘www.greyc.unicaen.fr/~scorlett/Gerard_S/JESA_pleniere_2002.pdf ’.

[34] G. SCORLETTI, "Introduction à l’optimisation LMI pour l’Automatique ", [Enligne] disponible ‘www.greyc.ensicaen.fr/EquipeAuto/Gerard S/DEA opti.html’.

[35] D. Xue, Y. Quan Chen, P. Derek Atherton " Linear Feedback Control Analysis and Design with MATLAB", SIAM, Philadelphia, 2007.

[36] C. MatthewTurner, G. Declan Bates" Mathematical Methods for Robust and Nonlinear Control ", SPRINGER, New York, 2007.

[37] B. Uwe, A. Raymond, T. Frank . " Modeling and Control of a dual Stage Actuator Hard Disk Drive " Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, Volume 4, Issue 1, pp. 107-118 (2010).