

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université des Sciences et de la Technologie d'Oran **Université Amar Thelidji de Laghouat**
Faculté de Génie Électrique **Faculté des sciences et sciences de l'ingénieur**
Département d'Électrotechnique **Département de Génie Électrique**



École Doctorale en Génie Électrique

MÉMOIRE

En vue de l'obtention du diplôme de

Magister en Électrotechnique

Option : Haute Tension et Environnement

Présenté par :

DJEKIDEL Rabah

Thème :

**Application de la méthode des charges fictives sur
les équipements haute tension pour le calcul du
champ électrique**

Soutenue publiquement le 11/10/2010 devant la commission d'examen composée de :

| | | |
|-----------------|----------------------|----------------------------|
| Président : | Mr.HADI HOCINE | Professeur (USTO) |
| Rapporteur : | Mr.MAHI DJILALI | Professeur (Univ-Laghouat) |
| Co-rapporteur : | Melle.ROGTI FATIHA | MC-B (Univ-Laghouat) |
| Examineurs : | Mr.FLAZI SAMIR | Professeur (USTO) |
| | Mr.ZEGNINI BOUBAKEUR | MC-A (Univ-Laghouat) |

DEDICACE

*Je dédie ce modeste travail,
à la mémoire de mon cher père,
a ma chère mère
a ma femme et mes enfants (Malak Safa, Ahmed ayoub, Med A/ziz)
a mes frères et sœurs,
et à mes amis.*

REMERCIEMENTS

*Je tiens à remercier et exprimer ma gratitude à Monsieur **Djillali MAHI**, Professeur à l'Université Amar Thelidji de Laghouat, qui assure la direction de mon travail pour son aide et ces précieux conseils et Melle **ROGTI Fatiha** co-rapporteur de mémoire.*

*Mes plus vifs remerciements vont aux membres du jury. A Monsieur **HADI Hocine**, Professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran (USTO), de m'avoir fait l'honneur de présider ce jury. A Messieurs **FLAZI Samir**, **ZEGNINI Boubakeur**, d'avoir accepter de juger ce travail et m'avoir fait l'honneur de participer au jury de ce mémoire.*

Enfin, je remercie aussi tous ceux qui ont participé de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

ملخص:

الهدف من هذه الرسالة حساب الحقل الكهربائي الناتج عن الخطوط الكهربائية الهوائية الثلاثية الطور العالية الجهد لعدة تشكيلات هندسية للموصلات الطور بوجود وعدم وجود كابل الحماية باستعمال طريقة الشحن الفعالة ، الخطوة الأولى في هذه الدراسة كانت لفهم فلسفة الطرق العددية لحساب المجالات الكهربائية في مجال الجهد العالي ، تم إنشاء برنامج حساب أدى إلى نتائج مرضية. ثم تم التطرق إلى التأثير المباشر لخطوط الجهد العالي على البيئة و كانت خطوط أنابيب الغاز الموجود في المنطقة المجاورة كمثال حيث تم حساب التيارات المتحرصة و منه تم التنبؤ لتحديد الموقع الأمثل لإنشاء خط الأنابيب و قد سمح تحليل النتائج إلى استخراج عدد من الملاحظات .

كلمات مفتاحية: طريقة الشحن الفعالة , الخطوط الكهربائية الهوائية الثلاثية الطور , الجهد العالي, الحقل الكهربائي, خطوط أنابيب الزيت والغاز المدفونة .

RESUME:

L'objectif du mémoire porte sur le calcul du champ électrique au voisinage des lignes électriques aériennes triphasées haute tension pour différents configurations avec et sans câble de garde a l'aide de la méthode des charges fictives. Le premier pas de ce travail a été de comprendre la philosophie des méthodes numériques du calcul des champs électriques dans le domaine de la haute tension. Un code de calcul a été devloppé. Il a permis d'obtenir des résultats. Jugés très satisfaisants. Dans une dernière étape, ce projet s'est intéressé a l'influence directe de la ligne haute tension en service sur l'environnement immédiat .l'exemple d'une conduite de gaz situé aux alentours est étudié. Les résultats de calcul du courant induit permettent de prédire l'emplacement optimal du pipeline. L'analyse des résultats obtenus a permis l'extraction d'un certain nombre d'observations.

Mots-clés : la méthode des charges fictives, lignes électriques aeriennes triphasés, haute tension, champ électrique, les pipelines métalliques enterrées.

ABSTRACT

The aim of the memory on the calculation of the electric field in the vicinity of overhead power lines three phase high voltage for different configurations with and without cable guard using the method of charge simulation. The first step of this work was to understand the philosophy of numerical methods of calculating electric fields in the high voltage. A computer code has been developed. It helped to achieve results. Considered very satisfactory.

In a final step, this project has focused the direct influence of the high voltage line running on the immediate environment. Example of a gas pipeline located in the vicinity is studied. The results of calculating the induced current can predict the optimal location of the pipeline. The analysis of results has allowed the extraction of a number of observations.

Keywords: charge simulation method, overhead power lines of three phase, high voltage, electric field, buried metallic pipelines.

Sommaire

SOMMAIRE

| | |
|---|-----------|
| INTRODUCTION GENERALE..... | 01 |
| CHAPITRE I : ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE | |
| I.1. INTRODUCTION..... | 04 |
| I.2. la formulation de maxwell pour l'électromagnétisme..... | 04 |
| I.3. Les équations fondamentales de l'électrostatique..... | 05 |
| I.3.1. Équations du potentiel et du champ électrique..... | 06 |
| I.3.1.1. Définition du champ électrique..... | 06 |
| I.3.1.2. Flux et divergence, Théorème de Gauss..... | 06 |
| I.3.1.3. Circulation et Rotationnel, potentiel V | 07 |
| I.3.2. Equations de Poisson et Laplace..... | 07 |
| I.3.3. Topographie du champ électrostatique..... | 08 |
| I.3.3.1. Les lignes de champs..... | 08 |
| I.3.3.2. Représentation des équipotentiels sur des lignes de champ électrique | 08 |
| I.3.4. Conducteurs en équilibre électrostatique..... | 09 |
| I.3.4.1. Conducteur..... | 09 |
| I.3.4.2. Notion d'équilibre électrostatique..... | 10 |
| I.3.4.3. Champ électrique à l'intérieur d'un conducteur..... | 10 |
| I.3.4.4. Potentiel électrique | 10 |
| I.3.4.5. Champ au voisinage d'un conducteur..... | 10 |
| I.4. Effet de pointe | 11 |
| I.5. Notion d'écran ou de blindage électrostatique..... | 12 |
| I.6. Milieux diélectriques..... | 13 |
| I.6.1. Création d'une polarisation..... | 13 |
| I.6.2. Mécanismes de polarisation d'un diélectrique..... | 14 |
| I.6.2.1. Polarisation électronique..... | 14 |
| I.6.2.2. Polarisation ionique..... | 14 |
| I.6.2.3. Polarisation dipolaire ou d'orientation..... | 15 |
| I.6.2.4. Polarisation interrassiale..... | 15 |
| I.6.3. Susceptibilité électrique χ | 15 |
| I.6.4. La Constante diélectrique, permittivité ϵ | 15 |
| I.6.5. Induction électrique \vec{D} | 16 |
| I.6.6. Rigidité diélectrique..... | 18 |
| I.6.7. Equation de Laplace et milieux diélectrique..... | 18 |

| | |
|---|----|
| I.6.8. Conditions aux limites..... | 18 |
| I.6.9. Conditions d'interfaces..... | 19 |
| I.7. Méthodes numériques de calcul du champ électrique..... | 19 |
| I.7.1. Introduction..... | 19 |
| I.7.2. La Méthode des Différences Finies (M.D.F) | 20 |
| I.7.2.1. Principe..... | 20 |
| I.7.2.2. Maillage de la géométrie..... | 20 |
| I.7.2.3. Transformation de l'équation différentielle..... | 20 |
| I.7.3 La Méthode des Éléments Finis (M.E.F) | 22 |
| I.7.3.1. Le principe | 22 |
| I.7.3.2. Découpage en éléments finis..... | 23 |
| I.7.3.3. Approximation..... | 23 |
| I.7.4 La Méthode des éléments finis de frontière (M.E.F.F)..... | 24 |
| I.7.4.1. Le principe | 24 |
| I.7.4.2. Formulation indirecte de la M.E.F.F..... | 25 |
| I.7.4.4. Formulation directe de la M.E.F..... | 25 |
| I.8. Influence de la haute tension sur l'environnement | 25 |
| I.8.1. Nature des champs électromagnétiques | 27 |
| I.8.1.1. Champ électrique | 27 |
| I.8.1.2. Champ magnétique | 27 |
| I.8.2. Effets des champs électromagnétiques sur la santé | 28 |
| I.8.2.1. Effets à court terme | 28 |
| I.8.2.2. Effets à long terme | 29 |
| I.9. CONCLUSION..... | 30 |

CHAPITRE II : LA METHODE DES CHARGES FICTIVES (La Méthode de Simulation des Charges)

| | |
|---|----|
| II.1. INTRODUCTION | 31 |
| II.2. Principe de la méthode des charges fictives..... | 31 |
| II.2.1. Equation de base..... | 32 |
| II.2.2. Détermination des valeurs des charges fictives..... | 34 |
| II.2.3. Types de charges de simulation utilisée..... | 37 |
| II.3. La détermination des coefficients de potentiel et de champ électrique..... | 37 |
| II.3.1. Calcul des coefficients potentiels et champs pour une simulation par charges ponctuelles..... | 38 |

| | |
|--|----|
| II.3.2. Calcul des coefficients potentiels et champs pour une simulation par charges linéique de longueur infinie..... | 39 |
| II.3.3. Calcul des coefficients potentiels et champs pour une simulation par charges annulaires..... | 41 |
| II.3.4. Calcul des coefficients potentiels et champs pour une simulation par charges linéique de longueur finie..... | 43 |
| II.4. Calcul du champ électrique..... | 44 |
| II.4.1. Le champ bidimensionnel..... | 44 |
| II.4.2. Le Champ tridimensionnel à symétrie axiale..... | 45 |
| II.4.2.1. Pour les charges annulaires | 46 |
| II.4.2.2. Pour les charges des lignes droites..... | 46 |
| II.4.3. Le Champ tridimensionnel sans symétrie axiale..... | 47 |
| II.5. Méthode des charges fictives avec des charges complexes | 48 |
| II.6. Calcul du champ électrique dans un arrangement de deux diélectriques..... | 50 |
| II.7. CONCLUSION..... | 53 |

CHAPITRE III : LE CALCUL DU CHAMP ELECTRIQUE PAR LA METHODE DES CHARGES FICTIVES

| | |
|---|----|
| III.1. INTRODUCTION..... | 54 |
| III.2. Simplification de la géométrie de la ligne électrique..... | 54 |
| III.2.1. Ligne électrique avec flèche | 55 |
| III.2.2. Ligne électrique sans flèche | 56 |
| III.2.3. Application de la méthode des charges fictives pour les lignes triphasées aériennes..... | 57 |
| III.2.4. Calcul du champ électrique de la ligne électrique aérienne triphasée étudiée - Présentation et discussion des résultats obtenus..... | 60 |
| III.2.4.1. Ligne électrique aérienne triphasée en nappe horizontale | 60 |
| III.2.4.1.1. Ligne électrique en nappe horizontale sans câble garde | 60 |
| III.2.4.1.3. Les facteurs affectant le champ électrique. | 64 |
| III.2.4.1.4. Ligne électrique en nappe horizontale avec un câble de garde..... | 67 |
| III.2.4.1.5. Ligne électrique en nappe horizontale avec deux câbles de garde... | 71 |
| III.2.4.2. Ligne électrique aérienne triphasée en drapeau..... | 76 |
| III.2.4.2.1. Ligne électrique en drapeau sans câble de garde | 76 |
| III.2.4.2.2. Ligne électrique en drapeau avec un câble de garde..... | 79 |
| III.2.4.3. Ligne électrique à deux conducteurs par phase | 84 |

| | |
|--|-----|
| III.3. Influence du champ électrique d'une ligne Haute Tension sur un pipeline..... | 88 |
| III.3.1. Les interférences électromagnétiques entre les lignes de transport HT et les pipelines..... | 88 |
| III.3.1.1. Le couplage électrostatique ou capacitif | 89 |
| III.3.1.2. Le couplage électromagnétique ou inductif..... | 89 |
| III.3.1.1. Le couplage ohmique ou résistif..... | 90 |
| III.3.2. Calcul du champ électrique - Présentation et discussion des résultats obtenus..... | 90 |
| III.4. Conclusions | 98 |
| CONCLUSION GENERALE | 99 |
| ANNEXE 1 | 101 |
| ANNEXE 2 | 103 |
| ANNEXE 3 | 106 |
| ANNEXE 4 | 110 |
| BIBLIOGRAPHIE | 117 |

Liste des symboles

| Symbole | Grandeur | Unité |
|--------------|---|-------------|
| \vec{E} | Champ électrique | $V.m^{-1}$ |
| \vec{D} | Densité de flux électrique | $C.m^{-2}$ |
| \vec{H} | Intensité du champ magnétique | $A.m^{-1}$ |
| \vec{B} | Densité de flux magnétique | T |
| \vec{J} | Densité volumique du courant | $A.m^{-2}$ |
| ρ_V | Densité volumique de charge | $C.m^{-3}$ |
| ϵ_0 | Permittivité diélectrique du vide | $F.m^{-1}$ |
| ϵ | Permittivité électrique absolue | $F.m^{-1}$ |
| ϵ_r | Permittivité relative | |
| μ | Perméabilité magnétique | $H.m^{-1}$ |
| σ | Conductivité électrique | $S.m^{-1}$ |
| V | Potentiel scalaire électrique | V |
| H.T | Haute Tension | |
| <i>Div</i> | Divergence | |
| M.D.F | Méthode des Différences Finies | |
| M.E.F | Méthode des Éléments Finis | |
| M.E.F.F | Méthode des Éléments Finis de Frontière | |
| M.C.F | Méthode des charges fictives | |
| P_{ij} | Coefficient de potentiel | $(V.m/A.s)$ |
| q_j | Charge fictive discrète | $A.s$ |
| q_i | Charge de contour | $A.s$ |
| N_i | Fonctions d'interpolation | |
| <i>rot</i> | Rotationnel | |
| f_i | Coefficient de champ électrique | $(V/A.s)$ |
| G | Fonction de Green | |
| <i>grad</i> | Gradient | |
| <i>lap</i> | Laplacien | |
| W_n | Fonctions de projection | |

Table des figures

| | |
|---|----|
| Figure.I.1: Surfaces équipotentiels et ligne de champ dans le cas d'une charge ponctuelle | 09 |
| Figure.I.2: Densité de charge surfacique différente pour des sphères conductrices au même potentiel | 12 |
| Figure.I.3: Schéma d'un dipôle | 13 |
| Figure.I.4: Représentation schématique de la polarisation diélectrique | 14 |
| Figure.I.5: Représentation schématique de quatre types de polarisation..... | 17 |
| Figure.I.6: Maillage carré..... | 21 |
| Figure.I.7: Point central et ses voisins..... | 21 |
| Figure.II.1: Trois points de charges dans un espace libre..... | 32 |
| Figure.II.2: Organigramme du calcul du champ électrique utilisant la méthode des charges fictives..... | 35 |
| Figure.II.3: Exemple de représentation des points de charge fictive et de contour..... | 36 |
| Figure.II.4: Répartition des charges sur une électrode courbée..... | 36 |
| Figure.II.5: Disposition de la charge ponctuelle q_j et de son image q_j' | 38 |
| Figure.II.6: Disposition de la charge linéique de Longueur infinie q_j et de son image q_j' | 40 |
| Figure.II.7: Disposition de la charge annulaire q_j et de son image q_j' | 41 |
| Figure.II.8: Disposition de la charge linéique de longueur finie q_j et de son image q_j' | 43 |
| Figure.II.9: Disposition des charges fictives pour le calcul du champ entre un conducteur en ruban et un plan..... | 45 |
| Figure.II.10: Arrangement des charges fictives pour le calcul d'un champ tridimensionnel à symétrie axiale..... | 46 |

| | |
|--|----|
| Figure.II.11: Arrangement des charges fictives pour le calcul du champ entre trois électrodes..... | 48 |
| Figure.II.12: Champ alternatif triphasé..... | 49 |
| Figure.II.13: Position des charges fictives | 51 |
| Figure.III.1: Les dimensions d'une ligne électrique aérienne | 55 |
| Figure.III.2: calcul de la hauteur moyenne d'une ligne électrique aérienne | 56 |
| Figure.III.3: Distribution des charges linéiques dans la section du conducteur électrique..... | 57 |
| Figure.III.4: Organigramme de calcul du champ électrique d'une ligne électrique | 59 |
| Figure.III.5: Géométrie d'une ligne triphasée HT en nappe horizontale sans câble de garde..... | 60 |
| Figure.III.6: Champ électrique au niveau de la flèche d'une ligne en nappe horizontale sans câble de garde..... | 61 |
| Figure.III.7: Champ électrique au voisinage du pylône d'une ligne en nappe horizontale sans câble de garde..... | 62 |
| Figure.III.8: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale parallèle au sol sans câble de garde..... | 63 |
| Figure.III.9: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale sans câble de garde | 63 |
| Figure.III.10: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale sans câble de garde suivant la normale Z | 64 |
| Figure.III.11: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale sans câble de garde pour différents niveaux de tension..... | 65 |
| Figure.III.12: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale 380 KV sans câble de garde pour différentes distances de séparation..... | 65 |
| Figure.III.13: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale 380 KV sans câble de garde pour différentes hauteurs du sol..... | 66 |

| | |
|--|----|
| Figure.III.14: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale 380 KV sans câble de garde pour différents points de calcul..... | 66 |
| Figure.III.15: Géométrie d'une ligne triphasés H T en nappe horizontale avec un câble de garde..... | 67 |
| Figure.III.16: Champ électrique au niveau de la flèche d'une ligne en nappe horizontale avec un câble de garde..... | 68 |
| Figure.III.17: Champ électrique au voisinage du pylône d'une ligne en nappe horizontale avec un câble de garde..... | 69 |
| Figure.III.18: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale parallèle au sol avec un câble de garde | 69 |
| Figure.III.19: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale avec un câble de garde..... | 70 |
| Figure.III.20: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale avec câble de garde suivant la normale Z..... | 70 |
| Figure.III.21 géométrie d'une ligne triphasés H T en nappe horizontale avec deux câbles de garde..... | 71 |
| Figure.III.22: Champ électrique au niveau de la flèche d'une ligne en nappe avec deux câbles de garde..... | 72 |
| Figure.III.23: Champ électrique en voisinage du pylône d'une ligne en nappe horizontale avec deux câbles de garde..... | 73 |
| Figure.III.24: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale parallèle au sol avec deux câbles de garde..... | 73 |
| Figure.III.25: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale avec deux câbles de garde..... | 74 |
| Figure.III.26: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale avec deux câble de garde suivant la normale Z..... | 74 |
| Figure.III.27: géométrie d'une ligne triphasés H T en nappe horizontale avec deux câbles de garde..... | 75 |

| | |
|---|----|
| Figure.III.28: Comparaison du champ électrique d'une ligne en nappe horizontale parallèle au sol avec deux câbles de garde | 75 |
| Figure.III.29: géométrie d'une ligne triphasés H T en drapeau sans câble de garde..... | 76 |
| Figure.III.30: Champ électrique au niveau de la flèche d'une ligne en drapeau sans câble de garde..... | 77 |
| Figure.III.31: Champ électrique en voisinage du pylône d'une ligne en drapeau sans câble de garde. | 77 |
| Figure.III.32: Champ électrique d'une ligne en drapeau parallèle au sol sans câble de garde..... | 78 |
| Figure.III.33: Champ électrique d'une ligne en drapeau sans câble de garde..... | 78 |
| Figure.III.34: Champ électrique d'une ligne en drapeau sans câble de garde Suivant la normale Z | 79 |
| Figure.III.35: géométrie d'une ligne triphasés H T en drapeau avec un câble de garde..... | 80 |
| Figure.III.36: Champ électrique au niveau de la flèche d'une ligne en drapeau avec un câble de garde | 81 |
| Figure.III.37: Champ électrique au voisinage du pylône d'une ligne en drapeau avec un câble de garde..... | 81 |
| Figure.III.38: Champ électrique d'une ligne en drapeau parallèle au sol avec un câble de garde..... | 82 |
| Figure.III.39: Champ électrique d'une ligne en drapeau avec un câble de garde..... | 82 |
| Figure.III.40: Champ électrique d'une ligne en drapeau avec câble de garde Suivant la normale Z | 83 |
| Figure.III.41: Configuration d'une ligne triphasés H T en nappe horizontale..... | 84 |
| Figure.III.42: Configuration d'une ligne triphasés H T en nappe verticale..... | 85 |
| Figure.III.43: Champ électrique au niveau de la flèche de deux configurations.. | 86 |

| | |
|---|----|
| Figure.III.44: Champ électrique au voisinage du pylône de deux configurations | 87 |
| Figure.III.45: Champ électrique d'une ligne parallèle au sol de deux configurations..... | 87 |
| Figure.III.46: le couplage capacitif..... | 89 |
| Figure.III.47: le couplage inductif..... | 90 |
| Figure.III.48: Configuration des lignes en nappe horizontale..... | 91 |
| Figure.III.49: Configuration des lignes en nappe verticale..... | 92 |
| Figure.III.50: Configuration des lignes en drapeau..... | 92 |
| Figure.III.51: Champ électrique d'une ligne nappe horizontale parallèle au sol en présence du pipeline. | 93 |
| Figure.III.52: Champ électrique d'une ligne nappe verticale parallèle au sol en présence du pipeline. | 94 |
| Figure.III.53: Champ électrique d'une ligne en drapeau parallèle au sol en présence du pipeline. | 94 |
| Figure.III.54: le courant induit sur le pipeline pour configuration horizontale... | 95 |
| Figure.III.55: le courant induit sur le pipeline pour configuration verticale..... | 95 |
| Figure.III.56: le courant induit sur le pipeline pour configuration drapeau. | 96 |
| Figure.III.57: Comparaison des courants induits le sur le pipeline pour les trois configurations..... | 96 |

Table des tableaux

| | |
|--|----|
| Tableau.I.1: Principaux domaines d'application de la haute tension dans Réseaux électriques | 26 |
| Tableau.I.2: Ordres de grandeur des champs électromagnétiques des lignes aériennes [EDF]..... | 28 |
| Tableau.I.3: Le seuil de perception du champ magnétique [OMS] | 29 |
| Tableau.III.2: valeurs du champ électrique pour configuration drapeau | 80 |
| Tableau.III.3: valeurs du champ électrique pour la ligne électrique ... | 85 |

Introduction générale

INTRODUCTION

L'étude des champs électriques est importante dans l'engineering haute tension. En effet, plus la tension est élevée, plus les distances d'isolation nécessaires sont importantes et le matériel est encombrant, donc cher ! Il faut utiliser au mieux les systèmes d'isolation afin de réduire la taille des appareils, mais sans pour autant en diminuer la qualité. Un champ trop élevé signifie inéluctablement une durée de vie courte et un manque de fiabilité [1], donc il est très utile de connaître complètement la distribution du potentiel et du champ électrique.

Les champs électriques auxquels on est confronté en pratique des hautes tensions sont des champs électriques non homogènes apparaissant dans des espaces tridimensionnels, comprenant un milieu diélectrique homogène ou hétérogène. Ces champs électriques peuvent être classés suivant la fréquence de la haute tension qui les génère [2]:

- Stationnaires pour les hautes tensions continues,
- Quasi-stationnaires pour les hautes tensions à fréquence industrielle de 50 ou 60 Hz,
- Transitoires pour les hautes tensions de choc.

Les méthodes du calcul des champs électriques statiques sont applicables aux champs stationnaires et quasi-stationnaires avec une bonne approximation. Pour le calcul des champs électrique transitoire, on recourt aux potentiels retardés.

L'intérêt pratique de l'étude des champs électriques en haute tension réside simplement dans le fait que les champs électriques élevés constituent:

- Une contrainte pour le matériel électrique.
- Un danger pour le personnel d'exploitation des postes, des lignes et des laboratoires a haute tension.
- Pour les isolations (par exemple: diélectriques des condensateurs) ou les systèmes d'isolations (comme: pylônes, isolateurs et parafoudres) sont déterminantes pour la fiabilité et la durée de vie du matériau considéré.

Il résulte que la mesure ou le calcul du champ électrique avec une bonne précision a une grande importance pratique dans le domaine des hautes tensions.

Le calcul du champ électrique nécessite la solution de l'équation de Laplace ou de Poisson avec des conditions aux limites suffisantes. Ceci peut être utilisé par des méthodes analytiques ou numériques.

Les méthodes permettant de déterminer la valeur des champs électriques font appel soit à l'expérience et à la mesure directe ou simulée, soit au calcul analytique ou numérique. Ces méthodes sont:

Méthodes expérimentales

Pour déterminer le champ électrique, on peut utiliser deux méthodes expérimentales, les deux faisant appel à la mesure des équipotentiels:

- La méthode de mesure directe de la tension, au moyen de voltmètre électrostatique (sondes de champ)
- La méthode de mesure par compensation (méthode de zéro).

Méthodes analogiques

Les méthodes analogiques sont :

- La cuve électrolytique; des électrodes ayant la forme de l'objet sont immergées dans un liquide semi-conducteur. L'objet est mis sous tension, la cuve à la terre et les champs sont relevés au moyen de sondes.
- Le réseau de résistances
- Les méthodes graphiques, une alternative aux méthodes pratiques analogiques, par lesquelles on trace un ensemble de lignes orthogonales.

Méthodes analytiques

Le calcul du champ électrique par les méthodes analytiques conduit à une solution exacte, mais en réalité ces méthodes sont applicables seulement à des structures à géométrie suffisamment simple. Ces méthodes sont essentiellement:

- La séparation des variables,
- Les transformations conformes.

Méthodes numériques

Les méthodes numériques ont grâce au développement des ordinateurs, ont abouti à la résolution approchée mais garde une bonne précision dans la majorité des cas posés en pratique pour le calcul des champs électriques à deux dimensions, et à symétrie axiale. Ces derniers temps quelques réussites ont été enregistrées aussi dans le domaine du calcul des champs à trois dimensions.

Dans ce dernier cas, il n'existe pas de difficulté de principe, mais on rencontre le problème de taille de mémoire et du temps du calcul pour l'ordinateur.

Les principales méthodes numériques du calcul des champs électriques dans le domaine des hautes tensions sont:

- La méthode des différences finies.
- La méthode des éléments finis.
- La Méthode des éléments finis de frontière.
- La méthode des chargrs fictives.

La méthode décrite dans travail est la méthode des charges fictives qui est basée sur des concepts des charges discrètes. Cette méthode certainement la plus favorisée en ce qui concerne le problème des champs électriques, est très simple, elle est applicable à n'importe quel système de géométrie complexe, et contient plusieurs matériaux diélectriques. Dans cette méthode il n'existe pas un problème de singularité et le champ électrique peut être expliqué sans résoudre la différentiation numérique du potentiel, encore il n'exige pas la présence de contour fermé. L'intérêt spécial de cette méthode est sa facilité d'application au cas tridimensionnel sans symétrie axiale.

Il est bien clair, qu'on est en face d'un problème qui consiste à déterminer les valeurs des champs électriques par une méthode simple, applicable à n'importe quel système de géométrie complexe, et garde une bonne précision.

Notre travail consiste à développer un code de calcul basé sur la méthode des charges fictives et l'appliquer pour le calcul du champ électrostatique dans les équipements haute tension (H T), présents dans les réseaux aériens de transport de l'énergie électrique.

Ce mémoire est divisé en trois parties:

Dans la première partie de l'étude, nous avons fait une mise au point bibliographique sur les problèmes rencontrés les équations locales de maxwell pour le potentiel et le champ électrique dans le vide, puis dans le diélectrique, et un rappel sur les principales méthodes numériques utilisées dans les répartitions électrostatiques et en fin un rappel sur les effets des champs électromagnétiques sur la santé.

La deuxième partie est consacrée à la description de la méthode des charges fictives et le calcul des coefficients du potentiel et du champ électrique pour la simulation des différentes charges électriques.

Enfin, la troisième partie est consacrée à l'application, de la méthode sur les lignes triphasées aériennes haute tension pour le calcul du champ électrique et leurs effet capacitif sur les canalisations enterrées à l'aide d'un code de calcul et nous terminerons notre travail par une conclusion générale.

Chapitre I

Étude bibliographique

I.1 Introduction

La haute tension est un domaine très important dans les pays industriels, actuellement la haute tension est utilisée pour une large variété d'applications couvrant les systèmes d'alimentation, les lignes et les postes aériens de transport d'énergie électrique à de hauts niveaux de tension, dans l'industrie, la médecine et des laboratoires de recherche. Ces applications sont devenues indispensables à la civilisation moderne.

L'étude de la haute tension aboutit à la conception et à la réalisation de produits, appareils et systèmes aptes à générer et à supporter des champs électriques élevés, et à concevoir les appareils résistant aux contraintes subies lors de son utilisation en H T. Les équipements haute tension utilisées sont supposés opérer de façon fiable et stable, nécessitent une conception soignée de son isolation et de champ électrostatique quelles que soient les conditions environnementales, il est très important, en ingénierie de la haute tension de connaître complètement la distribution du potentiel et du champ électrique, qu' est une procédure fondamentale, nécessaire dans de nombreuses applications dans la conception, la maintenance et le fonctionnement des équipements électriques et électroniques.

Pour un simple système physique, il est généralement possible de trouver une solution analytique, dans plusieurs cas, la géométrie des systèmes physiques en haute tension étant trop complexe, comme la forme irrégulière des diélectriques et des isolateurs des lignes et de postes du réseau de transport d'énergie électrique, la proximité de surfaces métalliques aux formes complexes, les lignes de transmission, donc la solution analytique est difficile, si non impossible.

Alors, pour surmonter cette difficulté, les méthodes numériques doivent être employées. Les méthodes numériques communément employées dans des applications pratiques en ingénierie sont normalement basées sur des formulations différentielles ou intégrales des problèmes aux limites d'intérêt, et comprennent la méthode des éléments finis (M.E.F). La méthode des différences finies (M.D.F), la méthode des éléments finis de frontière (M.D.F.F), la méthode des charges fictives (M.C.F).

I.2 La formulation de Maxwell pour l'électromagnétisme

Les équations qui gouvernent la répartition du potentiel et du champ électrique, dans un milieu donné, dérivent des équations de J.C.Maxwell (1873). Celles-ci sont formées par quatre équations aux dérivées partielles qui lient les phénomènes magnétiques caractérisés par

le champ magnétique $H(A/m)$ et l'induction magnétique $B(Wb/m^2)$ aux phénomènes électriques caractérisés par le champ électrique $E(V/m)$ et l'induction électrique $D(C/m^2)$, tous ces champs sont des grandeurs vectorielles.

Ces quatre équations vectorielles aux dérivées partielles deux de couplage (I .1) et (I .2) et deux de conservation (I .3) et (I .4) sous intégrale ou locale sont [3] :

| | | Forme locale | Forme intégrale |
|----------------------------------|--|---|-----------------|
| Équation de Maxwell-Faraday | $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ | $e = -\frac{\partial \phi}{\partial t}$ | (I .1) |
| Équation de Maxwell-Ampère | $\text{rot} \vec{H} = \vec{J}_C + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ | $\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^n I_i$ | (I .2) |
| Équation de Maxwell-Gauss | $\text{div} \vec{D} = \rho_V$ | $\iint_S \vec{D} d\vec{S} = Q_{\text{int}}$ | (I .3) |
| Équation de conservation du flux | $\text{div} \vec{B} = 0$ | $\iint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$ | (I .4) |

Avec:

$$\phi = \iint_S \vec{B} d\vec{S} ; e = \text{fem induite}$$

\vec{J}_C : La densité de courant (A/m^2).

ρ_V : La densité volumique de charges (C/m^3).

On peut écrire ces équations sous forme différentielle. On passe de la forme différentielle à la forme intégrale en utilisant les théorèmes de Stokes et d'Ostrogradski.

On remarque dans la deuxième équation de Maxwell l'existence de deux sortes de courants

\vec{J}_C et $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ Ceux-ci représentent respectivement les courants de conduction $\vec{J}_C = \sigma \vec{E}$ et le

courant de déplacement ($\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$), la somme des deux courants $\vec{J}_C + \vec{J}_d$ constitue le courant total \vec{J}_t .

I. 3 Les équations fondamentales de l'électrostatique

L'électrostatique qui est l'étude des effets électriques créés par des charges immobiles (au repos), et des forces qu'elles exercent entre elles, c'est-à-dire de leurs interactions, la charge est une propriété de la matière qui lui fait produire et subir des effets électriques et

magnétiques, pour les applications électrostatiques, les valeurs et les positions ne varient pas en fonction du temps. Les termes qui dépendent du temps, dans les équations de Maxwell s'annulent, et les champs électriques et magnétiques ne sont plus reliés. Cela donne naissance à des modèles plus simples [3].

I.3.1 Équations du potentiel et du champ électrique

I.3.1.1 Définition du champ électrique

Dans les états stationnaires, le champ électrique est appelé champ électrostatique. La notion du champ électrique à deux sens:

Au sens qualitatif: c'est la région de l'espace où il existe un état électrique susceptible de se traduire par des forces.

Au sens quantitatif: c'est le vecteur, dont la grandeur est égale au quotient de la force s'exerçant sur une quantité d'électricité par cette quantité (\vec{F}_e/q), ce rapport est un invariant, et dont la direction est celle de la force [2].

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q} \quad (\text{I.5})$$

L'unité de champ électrique est le volt/mètre [V/m].

I.3.1.2 Flux et divergence, Théorème de Gauss

L'équation de Maxwell-Gauss est la même dans tout type de régime. Les propriétés associées s'appliquent donc au champ électrique stationnaire. Rappelons que cette équation s'écrit :

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{I.6})$$

Cette équation relie le champ électrique à ses sources, ainsi le flux de E à travers toute surface fermée s'écrit :

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad (\text{I.7})$$

Le flux de E à travers toute surface fermée est égal au quotient par ϵ_0 de la charge totale contenue dans le volume Q_{int} délimité par cette surface S .

La constante ϵ_0 , appelée permittivité du vide s'exprime en $F.m^{-1}$ et vaut:

$$\epsilon_0 = 8.854.10^{-12} (F.m^{-1})$$

I.3.1.3 Circulation et Rotationnel, potentiel V

En régime stationnaire (c'est-à-dire indépendants du temps), l'équation de Maxwell-Faraday s'écrit :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = \vec{0} \quad (\text{I.8})$$

Il en résulte que le rotationnel du champ \vec{E} est égal à zéro.

Comme le rotationnel d'un gradient est toujours identiquement nul, il est possible ici d'identifier le champ \vec{E} au gradient d'une fonction scalaire V que l'on appelle potentiel [3].

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V \quad (\text{I.9})$$

On dit que le champ électrique E dérive du potentiel scalaire V .

Le signe négatif étant ici purement conventionnel indique que le champ électrique est dirigé vers les potentiels décroissants.

En outre, le théorème de Stokes transforme ces propriétés locales en propriétés intégrales, ainsi, tout champ électrique stationnaire est à circulation conservative, sa circulation le long d'un contour fermé est toujours nulle.

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (\text{I.10})$$

Tout champ E stationnaire est à circulation conservative.

De même:

$$\forall C \int_{2c}^1 \vec{E} \cdot d\vec{r} = V_1 - V_2 \quad (\text{I.11})$$

La circulation d'un champ électrique stationnaire le long de tout contour allant d'un point 1 à un point 2 est égale à la différence de potentiel entre le premier et le deuxième point.

I.3.2 Equations de Poisson et Laplace

En remplaçant le champ électrostatique dans la forme locale du théorème de Gauss par le gradient du potentiel électrostatique, nous obtenons :

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} = \text{div} (-\overrightarrow{\text{grad}} V) = \frac{\rho}{\epsilon} \Rightarrow \Delta V + \frac{\rho}{\epsilon} = 0 \quad (\text{I.12})$$

Où:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{Le nouvel opérateur } \Delta \equiv \text{div } \overrightarrow{\text{grad}} \text{ est appelé laplacien scalaire.}$$

Cette équation, appelée équation de Poisson, constitue en fait une équation locale qui gouverne la répartition du potentiel dans un milieu de permittivité ε avec une densité de charge volumique de charge ρ .

Si aucune charge n'est présente dans le milieu la densité volumique de charge $\rho = 0$.

Avec ces hypothèses on obtient l'équation de Laplace :

$$\Delta V = 0 \quad (\text{I.13})$$

Qui gouverne la répartition du potentiel dans les matériaux isolants généralement utilisés dans les appareillages H. T à savoir la porcelaine, le verre et l'air.

On peut noter que cette équation gouverne aussi la répartition du potentiel dans les matériaux conducteurs tels que les électrodes car ceux-ci sont des volumes équipotentiels [4].

I.3.3 Topographie du champ électrostatique

Le concept de lignes de champ (également appelées lignes de force) est très utile pour se faire une représentation spatiale d'un champ de vecteurs.

I.3.3.1 Les lignes de champs

Le champ électrique peut être visualisé à l'aide de lignes de champ, une ligne de champ est une courbe tangente en chaque point au vecteur champ électrostatique [5].

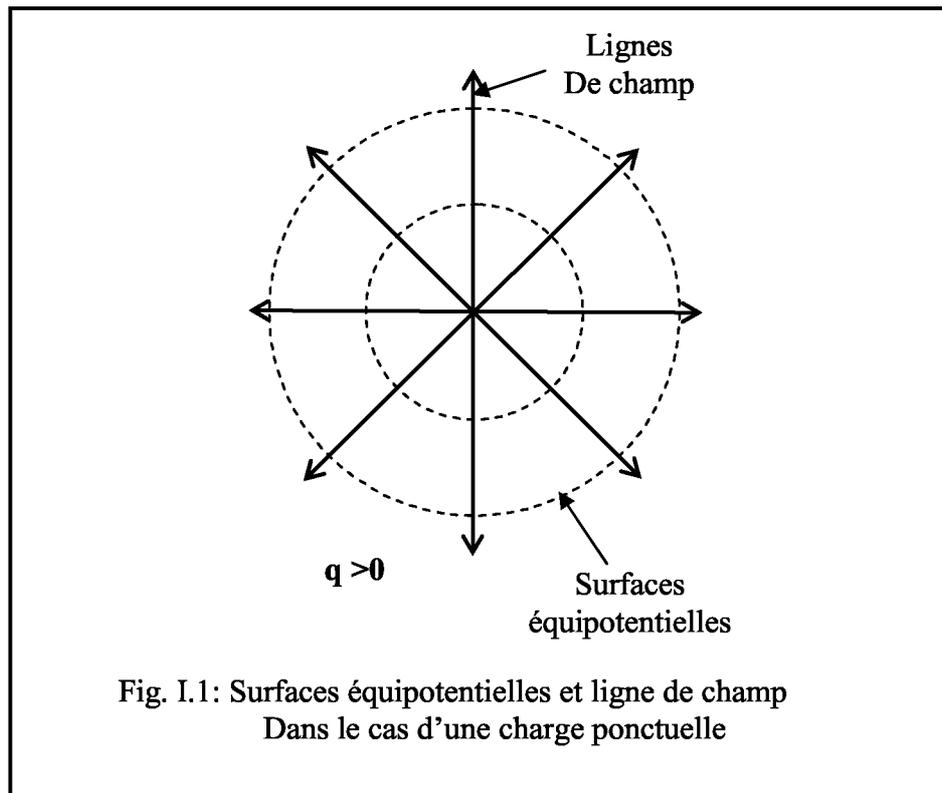
- Deux lignes de champ ne peuvent se croiser qu'en un point où le champ est nul.
- Les lignes de champ sont orientées dans le sens des potentiels décroissant.
- Les lignes de champ divergent depuis un point où le potentiel est maximum et convergent vers les zones où le potentiel est minimum.

I.3.3.2 Représentation des équipotentiels sur des lignes de champ électrique

On appelle équipotentielle la surface reliant l'ensemble des points ayant la même valeur du potentiel électrostatique.

- Les lignes de champs sont normales aux surfaces équipotentielles et sont dirigées dans le sens des potentiels décroissants.
- Les surfaces équipotentielles entourent les charges de la distribution.
- Plus les surfaces équipotentielles sont resserrées plus le champ est intense.
- Le potentiel n'admet pas d'extrema en dehors des charges.
- Le champ électrique est toujours perpendiculaire à la surface équipotentielle.

Les équipotentiels et les lignes de champ forment un système de surface et de courbes orthogonales [5].



I.3.4 Conducteurs en équilibre électrostatique

I.3.4.1 Conducteur

Un conducteur est un milieu contenant des charges libres (électrons libres ou de conduction dans un métal) susceptibles de se déplacer facilement sous l'effet d'un champ électrique et générer un courant électrique par la loi d'ohm généralisée.

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (I.14)$$

Où:

σ : conductivité électrique (S/m).

J : est la densité de charges libres (A/m²).

E : désigne le champ électrique (V/m).

On rencontre des conducteurs à l'état solide, liquide et gazeux.

- Solide : les métaux, tels que le cuivre, l'aluminium, etc... Sont des conducteurs pour lesquels les porteurs de charge sont des électrons délocalisés dans le réseau cationique. Cependant ces électrons sont faiblement liés au réseau, c'est pourquoi il faut fournir une énergie pour les extraire du métal.

- Liquide: les solutions électrolytiques peuvent transporter le courant électrique grâce aux ions solvatés.

Le processus de conduction est assuré grâce au mouvement de ces ions et/ou au transfert de charges entre ions. En général, plus les ions sont petits, meilleure est la conduction.

- Gaz ionisé: lorsque l'on ionise un gaz, on crée des ions, des électrons et des protons susceptibles de transporter un courant électrique. On parle alors de plasma [6].

I.3.4.2 Notion d'équilibre électrostatique

On considère qu'un conducteur est à l'équilibre électrostatique lorsque la répartition des charges qu'il contient est indépendante du temps c à d aucune charge électrique ne se déplace plus à l'intérieur du conducteur. Cela ne signifie que la vitesse moyenne des charges, et en particulier des charges libres, est nulle. Il n'y a donc pas de courant électrique [5].

I.3.4.3 Champ électrique à l'intérieur d'un conducteur

À l'équilibre, un conducteur n'est le siège d'aucun courant électrique macroscopique. Par conséquent au sein du conducteur il ne règne aucun champ électrique. Retenons donc qu'à l'intérieur d'un conducteur à l'équilibre, on a :

$$(I = 0) \Rightarrow \vec{E}_{\text{int}} = \vec{0} \quad (\text{I.15})$$

I.3.4.4 Potentiel électrique:

D'après la définition du potentiel électrique, on a à l'intérieur d'un conducteur à l'équilibre :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V = \vec{0} \Rightarrow V_{\text{int}} = Cte \quad (\text{I.16})$$

On en déduit donc que Le potentiel électrique V est constant dans le volume du conducteur à l'équilibre. Autrement dit, le conducteur à l'équilibre est un volume équipotentiel.

I.3.4.5 Champ au voisinage d'un conducteur

À partir de Maxwell-Gauss

$$\text{div } \vec{E}_{\text{int}} = \frac{\rho_{\text{int}}}{\varepsilon} \quad (\text{I.17})$$

Le champ électrique externe situé au voisinage immédiat d'un conducteur est perpendiculaire à la surface. Ceci est dû au fait que la surface est une équipotentielle et que les lignes de champ sont perpendiculaires aux équipotentielles.

Ce champ électrique est lié très directement à la densité de charge surfacique locale.

Pour déterminer ce champ, il suffit de considérer une surface fermée, dont deux faces parallèles S sont situées de part et d'autre de la surface du métal et dont les autres éléments sont perpendiculaires à cette surface.

Puisque le champ électrique interne est nul et si nous appelons E_{ext} le champ électrique externe immédiat, nous avons:

$$\vec{E}_{ext} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{ext} \quad (I.18)$$

Cette relation constitue le théorème de Coulomb.

On peut résumer les propriétés d'un conducteur électrique à l'équilibre statique:

-Le champ électrique est nul à l'intérieur du conducteur, de même sa composante tangentielle à la surface

-Le conducteur est à un potentiel constant et sa surface est donc une surface équipotentielle.

-La densité de charge est nulle à l'intérieur du conducteur, toute la charge électrique (manque ou excès d'électrons) se trouve sur la surface.

-Le champ électrique externe au voisinage immédiat du conducteur est normal à la surface et vaut σ/ϵ_0 .

I.4. Effet de pointe

L'effet de pointe (ou pouvoir de pointe) décrit le fait que, à proximité d'une pointe, la densité surfacique de charge est très élevée. En vertu du théorème de Coulomb, cela signifie que le champ électrostatique est toujours très intense au voisinage d'une pointe [7].

$$\rho_s = \frac{q}{S} \quad (I.19)$$

ρ_s : La densité surfacique des charges

En Pointe:

$$S = 0 \Rightarrow \rho_s = \frac{q}{S} \propto E \quad (I.20)$$

On peut aborder ce phénomène à l'aide de deux sphères chargées de rayons différents (Figure (I.2)) reliées par un fil conducteur et placées loin l'une de l'autre. On peut donc considérer que chaque sphère est hors d'influence de l'autre mais qu'elle partage le même potentiel V . L'égalité entre les deux potentiels électriques à la surface des sphères, conduit à ce calcul facile qui donne:

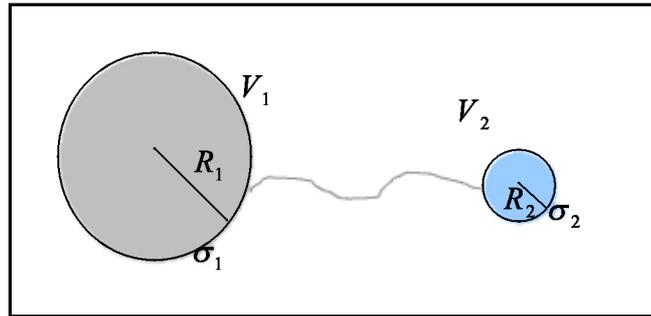


Fig. I.2 : densité de charge surfacique différente pour
Des sphères conductrices au même potentiel

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{4\pi R_1^2 \sigma_1}{4\pi\epsilon_0 R_1} = \frac{\sigma_1 R_1}{\epsilon_0} \\ V_2 &= \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{4\pi R_2^2 \sigma_2}{4\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{\sigma_2 R_2}{\epsilon_0} \end{aligned} \right\} \quad (I.21)$$

Et comme $V_1 = V_2$ on obtient à l'expression simplifiée: $\sigma_1 \cdot R_1 = \sigma_2 \cdot R_2$ (I.22)

Le pouvoir de pointe explique qu'en haute tension tous les appareils ont de grands rayons et sont munis d'anneaux de répartition du champ. En H.T, on doit éviter les pointes à la surface des conducteurs. Par contre, quand on désire un champ élevé on utilise un conducteur pointu.

Quelques applications du pouvoir de pointe [8]:

- Parafoudre : Le champ élevé de la pointe attire la foudre pour écouler le courant vers la terre.
- Charger des particules : des flèches placées sur les ailes de l'avion neutralisent la charge se trouvant sur la surface de l'avion acquise par frottement avec l'air.
- Les Séparateurs électrostatiques et les filtres électrostatiques.

I.5 Notion d'écran ou de blindage électrostatique (la cage de Faraday)

Un conducteur à l'équilibre a un champ nul : de ce fait, s'il possède une cavité, celle-ci se trouve automatiquement isolée (du point de vue électrostatique) du monde extérieur. On définit par écran électrostatique parfait tout conducteur creux maintenu à un potentiel constant, Les applications de ce principe sont multiples :

- la protection contre la foudre, un paratonnerre est en général complété par un réseau de câbles entourant l'édifice à protéger, reliés à la terre.
- Tout conducteur transportant un courant faible est entouré d'une gaine métallique (appelée blindage) reliée au sol. Cette gaine est parfois simplement le châssis de l'appareil.

I.6 Milieux diélectriques

Un milieu est diélectrique s'il ne contient pas de charges électriques susceptibles de se déplacer de façon macroscopique. Autrement dit, c'est un milieu qui ne peut pas conduire le courant électrique. A ce titre, on l'appelle parfois isolant électrique.

Malgré l'impossibilité des milieux diélectriques de conduire le courant, ils présentent de nombreuses caractéristiques électriques. En effet les atomes qui constituent le matériau peuvent présenter des dipôles électrostatiques (charges opposées et séparées d'une distance d (Figure (I.3)), qui sont susceptibles d'interagir avec un champ électrique. Cette interaction se traduit par la création d'une polarisation reliée à ce champ électrique, au niveau microscopique, par une polarisabilité, et au niveau macroscopique, par la susceptibilité électrique.

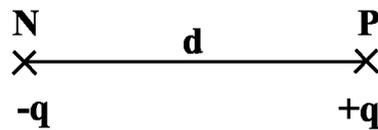


Fig.I.3: Schéma d'un dipôle

Le rôle des matériaux diélectriques, du point de vue du génie électrique, est celui d'exercer une fonction isolante dans tout matériel soumis au potentiel électrique [9].

On compte parmi ces milieux diélectriques quelques solides usuels:

Le verre, utilisé pour faire des isolateurs de lignes haute tension, la céramique, très utilisée pour les matériels H T des postes électriques, la plupart des plastiques, le polypropylène, utilisé en particulier dans les condensateurs.

I.6.1 Création d'une polarisation

Tous les phénomènes dans les diélectriques soumis à un champ électrique dépendent de la fréquence du champ, de la température et de la structure du diélectrique. En soumettant le matériau diélectrique à un champ électrique de tels dipôles peuvent être créés, s'ils existaient déjà, cela peut avoir comme effet de tous les aligner dans le même sens. D'un point de vue microscopique, on peut relier l'amplitude de l'onde au dipôle créé via la notion de polarisabilité, qui est une caractéristique propre à chaque atome. Il est cependant impossible de mesurer de telles grandeurs microscopiques. On préfère utiliser une grandeur macroscopique, la polarisation, qui vaut la somme de tous les dipôles du matériau. En conséquence, le champ à l'intérieur du diélectrique est non nul et le potentiel électrostatique n'est pas constant. Cette polarisation vient donc de différents effets physiques.

I.6.2 Mécanismes de polarisation d'un diélectrique

Il existe quatre types de polarisation: électronique, ionique, dipolaire et inter faciale [10] Chacun de ces types de polarisation est caractérisé par une polarisabilité. Figure (I.5).

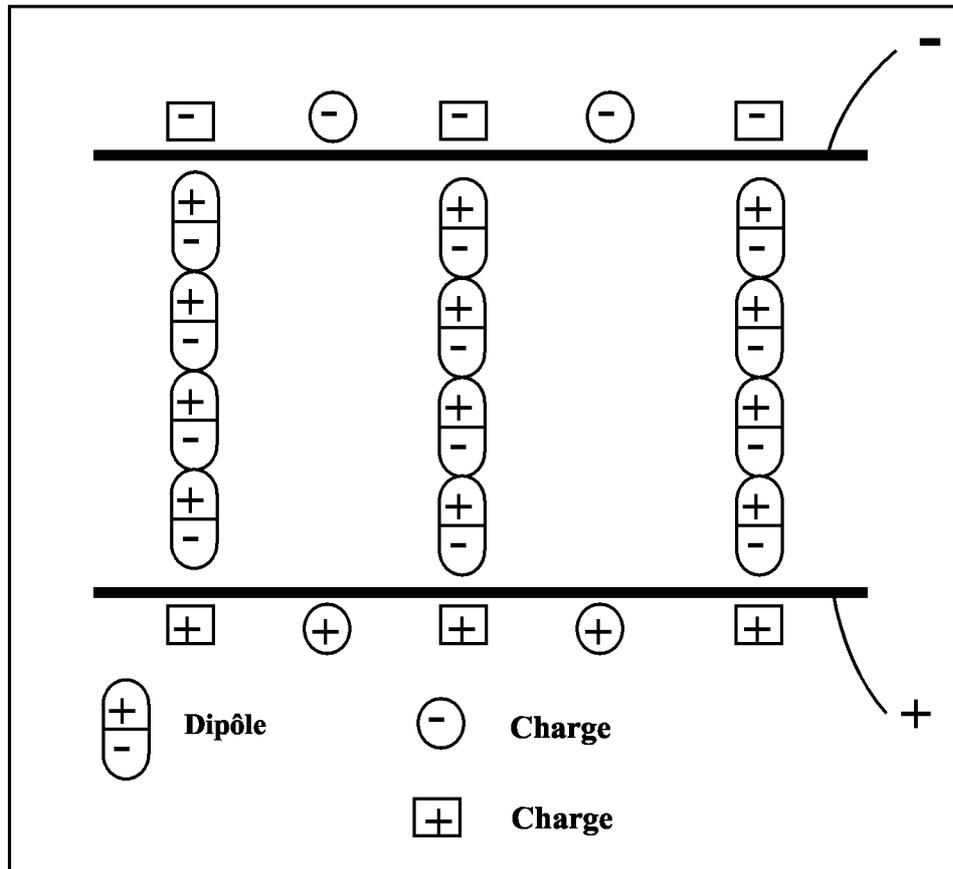


Fig.I.4: Représentation schématique de la polarisation diélectrique.

I.6.2.1 Polarisation électronique

Est présente dans tous les diélectriques, sans exception, elle résulte des déplacements des électrons par rapport au noyau d'un atome, c'est la déformation de la nuage électronique fait apparaître une polarisation dont le temps d'établissement est très court 10^{-14} à 10^{-16} s .

I.6.2.2 Polarisation ionique (ou atomique)

L'application d'un champ externe produit un déplacement mutuel des ions (des atomes liés par des liaisons ioniques) constituant la molécule, ce type de polarisation s'établit en environ 10^{-10} à 10^{-13} s , donc plus lentement que la polarisation électronique. La polarisation ionique, de même que la polarisation électronique, créent des dipôles induits; elle ne

provoque pas de pertes d'énergie et disparaît avec la suppression du champ appliqué. C'est donc une polarisation élastique.

I.6.2.3 Polarisation dipolaire ou d'orientation

Étudiée par Debye, elle consiste dans l'orientation de molécules polaires sous l'action du champ électrique. C'est à dire celles qui possèdent un moment dipolaire permanent, la structure de ces molécules est asymétrique, elle dépend de la température et apparaît dans les gaz, les liquides et les corps amorphes très visqueux. Dans certains corps (par exemple la cellulose), certains groupements moléculaires peuvent s'orienter, sans affecter le corps de la molécule. La relaxation des dipôles s'accompagne d'une dissipation d'énergie, ainsi sous l'influence d'un champ alternatif, il apparaît des pertes diélectriques. Sa durée d'établissement est environ 10^{-9} à 10^{-3} s.

I.6.2.4 Polarisation interfaciale (ou du type Maxwell-Wagner)

Apparaît dans les diélectriques non homogènes, elle résulte d'une accumulation de charge aux interfaces des deux milieux, par différence de conduction et de permittivité isolant/isolant ou isolant/conducteur ($\epsilon_1/\epsilon_2 \neq \sigma_1/\sigma_2$), ce type de polarisation s'établit en environ 10^{-5} à 10^{+3} s.

I.6.3 Susceptibilité électrique χ

En électromagnétisme, la susceptibilité électrique χ est une grandeur caractérisant la polarisation créée par un champ électrique.

La polarisation \vec{P} est souvent proportionnelle au champ électrique \vec{E} qui l'a créée (ce cas est dit linéaire) :

$$\vec{P} = \epsilon_0 \cdot \chi \cdot \vec{E} \quad (\text{I.23})$$

Avec ϵ_0 la constante diélectrique et χ la susceptibilité électrique du matériau, qui est un nombre complexe sans dimension.

La plupart des diélectriques ou isolants utilisés en électrotechnique sont homogènes, linéaires et isotropes [9].

I.6.4 La Constante diélectrique, permittivité ϵ

C'est une grandeur macroscopique, essentielle de l'électrostatique, est une propriété physique traduit la capacité d'un milieu à se polariser sous l'influence d'un champ électrique autrement dit à s'opposer au passage d'un courant électrique. Plus le matériau limite le passage d'un courant électrique et plus sa constante diélectrique est élevée. Au niveau

microscopique, la constante diélectrique est liée à la polarisabilité électrique des molécules ou les atomes constituant le milieu.

I.6.5 Induction électrique \vec{D}

Pour décrire ce qui se passe dans un diélectrique plongé dans un champ appliqué plus la réaction du milieu, on introduit un vecteur d'induction électrique \vec{D} dépendant de \vec{E} appliqué et \vec{P} induite.

L'induction électrique \vec{D} représentant l'addition des contributions internes et externes sous l'action d'un champ électrique, pour un matériau homogène et isotrope. On définit la relation:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 (1 + \chi) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{I.24})$$

Où :

\vec{P} : est la polarisation électrique (C/m²)

\vec{D} : est l'induction électrique (C/m²)

ϵ_0 : désigne la permittivité absolue du vide qui vaut ($\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m)

On déduit que:

$$\epsilon_r = 1 + \chi \quad (\text{I.25})$$

ϵ_r : Permittivité relative par rapport au vide ($\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0$).

Plus le matériau est diélectrique plus χ et ϵ_r sont élevés.

On définit parfois une constante diélectrique $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ est appelé permittivité du matériau.

On peut également écrire, d'après les équations (I.23) et (I.25), la polarisation:

$$\vec{P} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \vec{E} = (\epsilon - \epsilon_0) \vec{E} \quad (\text{I.26})$$

Le vecteur \vec{D} est parfois aussi appelé vecteur excitation ou déplacement électrique.

Dans le vide, et approximativement dans l'air, la polarisation P est nulle, il en résulte donc [5] :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (\text{I.27})$$

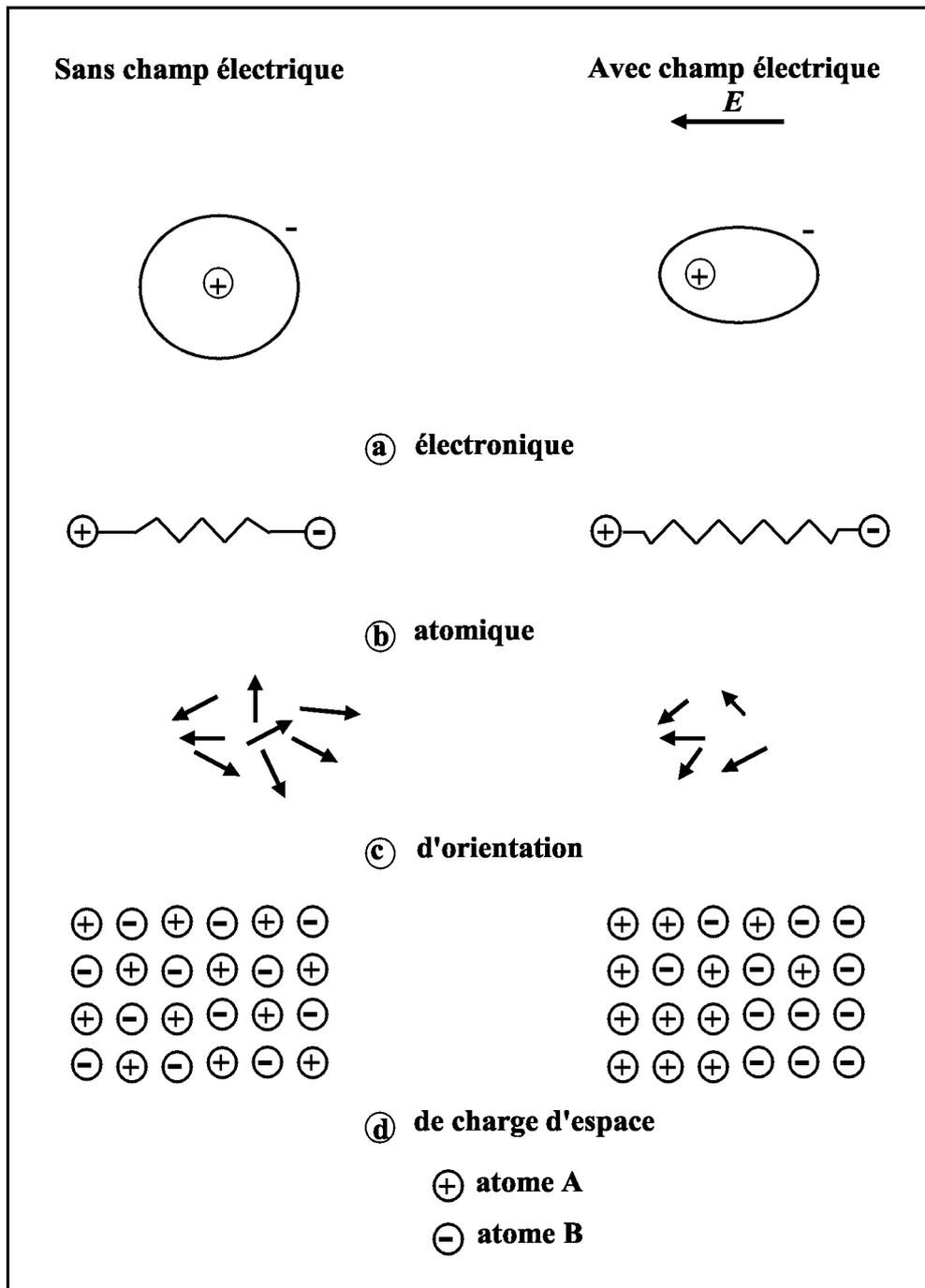


Fig.I.5: Représentation schématique de quatre types de polarisation

I.6.6 Rigidité diélectrique

La rigidité diélectrique d'un milieu diélectrique représente la valeur maximum du champ électrique que le milieu peut supporter avant le déclenchement d'un arc électrique (donc d'un court-circuit). On utilise aussi l'expression champ disruptif. Pour un condensateur, quand cette valeur est dépassée, l'élément est détruit. La valeur maximale de la tension électrique appliquée aux bornes, est appelée tension de claquage du condensateur. Si le champ électrique dépasse la rigidité diélectrique du matériau, on parle de claquage, et le matériau peut voir ses propriétés physiques modifiées

I.6.7 Equation de laplace et milieux diélectrique

En régime statique $\overrightarrow{rot} \cdot \vec{E} = 0$, ce qui implique que le champ moyen dérive d'un potentiel scalaire $\vec{E} = -gradV$ même en présence d'un diélectrique, le potentiel scalaire total se décompose ainsi en un terme dû aux charges d'excitation et un terme dû aux charges de polarisation.

$$V_{tot} = V_{exc} + V_{pol} \quad (I.28)$$

Par ailleurs:

$$divE = -\frac{1}{\epsilon_0}(\rho_{exc} + \rho_{pol}) \quad (I.29)$$

Ce qui conduit à l'équation de poisson pour le potentiel total:

$$\Delta V_{tot} = \Delta V_{exc} + \Delta V_{pol} \quad (I.30)$$

Dans un milieu uniformément polarisé, la densité volumique de charges de polarisation est nulle et le potentiel de polarisation obéit à l'équation de laplace. La résolution est évidemment analogue au cas des milieux conducteurs, seuls les conditions aux limites sont changées [7].

I.6.8 Conditions aux limites

En électrostatique les grandeurs soumises à des conditions aux limites sont au nombre de trois, il s'agit du champ électrique, du déplacement électrique et du potentiel scalaire électrostatique, les conditions aux limites servent en fait à déterminer une solution unique de ces équations différentielles précédemment définies.

Ces conditions sont principalement de deux types : la condition de Dirichlet et la condition de Neumann. La condition de Dirichlet impose la valeur du potentiel (potentiel V

connu sur toute la frontière, $V = V_0$) comme par exemple les surfaces des conducteurs, les surfaces équipotentielles, ou les limites infinies du domaine d'étude.

La condition de Neumann impose la valeur de la dérivée normale du potentiel $\left(E = -\frac{\partial V}{\partial n} = C \right)$ tels les plans de symétrie ou les surfaces à flux imposé. Les conditions de Dirichlet et de Neumann sont dites homogènes si les valeurs imposées sont nulles. Elles sont dites non homogènes dans le cas contraire.

I.6.9 Conditions d'interfaces

L'équation (I .13) a été obtenue en émettant l'hypothèse que la permittivité absolue ε est constante sur tout le domaine d'étude. Cette équation n'est donc valable que pour des milieux homogènes et isotropes. Dans le cas où plusieurs milieux coexistent, ce qui est généralement le cas dans les problèmes H T, l'équation (I .13) n'est plus vraie dans l'ensemble du domaine d'étude. Il faut alors chercher une solution dans chaque milieu et lier les différentes solutions par des conditions d'interfaces.

À la frontière de deux milieux de propriétés différentes, les équations dites d'interfaces, en l'absence de charges et de courants superficiels, s'écrivent :

$$V_1 = V_2 \quad (\text{I .31})$$

Qui traduit l'égalité des valeurs du potentiel vue des deux régions,

$$\vec{D}_1 \cdot \vec{n}_1 = \vec{D}_2 \cdot \vec{n}_2 \quad (\text{I .32})$$

Qui traduit la conservation de la composante normale du déplacement électrique \vec{D} et où n_1 et n_2 représentent les normales à la frontière, dirigées vers l'extérieur des milieux 1 et 2 respectivement.

$$\vec{E}_1 \times \vec{n}_1 = \vec{E}_2 \times \vec{n}_2 \quad (\text{I .33})$$

Qui traduit la conservation de la composante tangentielle du champ électrique à travers l'interface [4].

I.7 Méthodes numériques de calcul du champ électrique

I.7.1 Introduction

Si les équations aux dérivées partielles décrivant le comportement électrostatique des dispositifs électrotechniques en haute tension sont simples, les équations pouvant se résoudre analytiquement (méthode des images, transformations conformes, séparation des variables),

dans certains cas particuliers la complexité géométrique de ces dispositifs et les éventuelles non linéarités, il faut recourir à des techniques des méthodes numériques pour résoudre ces équations.

Nous allons rappeler quelques méthodes numériques qui permettent de résoudre les équations différentielles, nous présenterons, en particulier, la méthode des différences finies (M.D.F), la méthode des éléments finis (M.E.F), la méthode des éléments finis de frontière (M.E.F.F).

1.7.2 La Méthode des Différences Finies (M.D.F)

I.7.2.1 Principe

La méthode des différences finies a été historiquement la première méthode connue pour calculer sur ordinateur, la solution d'une équation différentielle. Elle consiste à remplacer, dans les équations aux dérivées partielles et dans les conditions aux limites, les dérivées par un système d'équations algébriques des différences finies calculées sur les noeuds d'un maillage. Dans le calcul du potentiel et du champ électrique, ces équations sont linéaires et la solution de chaque valeur sur le noeud est obtenue par itération où inversion de matrice [4].

I.7.2.2 Maillage de la géométrie

Le maillage consiste à décomposer le domaine d'étude en une grille rectangulaire uniforme dont chaque noeud est à équidistance de son voisin suivant les axes x et y .

L'utilisation d'un maillage régulier permet d'avoir, en tout point, la même forme pour les équations. Le plus simple de ces maillages réguliers est le maillage carré, (Figure (I.6)), Il existe d'autres maillages réguliers comme le maillage en triangles, équilatéraux et en hexagones équi-angulaires.

Une illustration de cette présentation est donnée en prenant l'équation de Laplace (I .13) en 2 dimensions définie dans le domaine donné.

I.7.2.3 Transformation de l'équation différentielle

Dans le cas du maillage carré, on peut extraire un point central et ses quatre voisins numérotés de 1 à 4 (Figure (I.7)), chacune des branches de l'étoile a une longueur égale à $\Delta x = \Delta y = h$.

En un point quelconque du segment $[P_1 - P_3]$, le potentiel V peut être exprimé en fonction du potentiel au point central et de ses dérivées successives. On utilise pour cela le développement en série de Taylor au voisinage du point central ($x = x_0$) [11].

$$V = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{(x - x_0)^n}{n!} \frac{\partial^n V}{\partial x^n} \Big|_{x_0} \right) \quad (I.34)$$

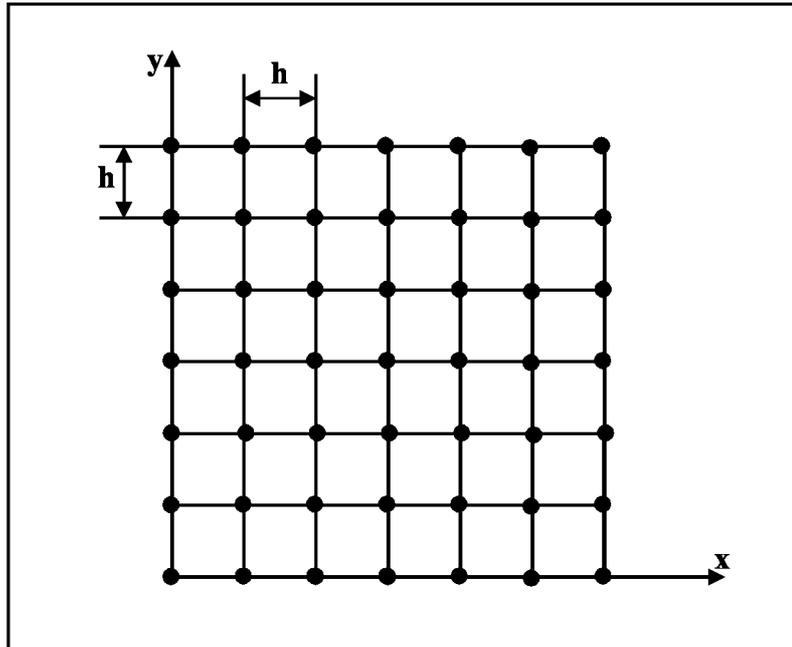


Fig.I.6: Maillage carré

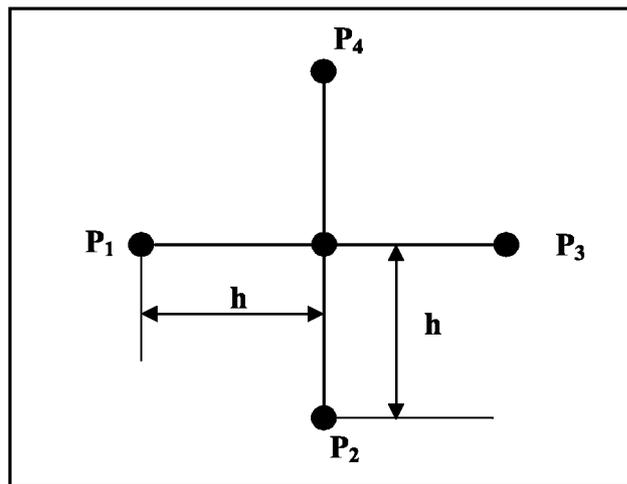


Fig.I.7: Point central et ses voisins

Pour le point P_1 on a : $x = x_0 - h$ et:

$$V_1 = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left((-1)^n \frac{h^n}{n!} \frac{\partial^n V}{\partial x^n} \Big|_{x_0} \right) \quad (I.35)$$

Pour le point P_3 on a : $x = x_0 + h$ et:

$$V_3 = V_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{h^n}{n!} \frac{\partial^n V}{\partial x^n} \Big|_{x_0} \right) \quad (\text{I.36})$$

En prenant h suffisamment petit (Δx tend vers 0), on peut négliger les termes d'ordre supérieur à deux. Soit :

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= V_0 - h \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \\ V_3 &= V_0 + h \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.37})$$

En faisant la somme membre à membre de ces deux équations on aura :

$$\frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = V_1 + V_3 - 2V_0 \quad (\text{I.38})$$

Le même raisonnement, sur le segment $[P_2 - P_4]$, conduit à:

$$\frac{h^2}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = V_2 + V_4 - 2V_0 \quad (\text{I.39})$$

Si on cherche à résoudre l'équation de Laplace qui s'exprime en coordonnées cartésiennes par:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{I.40})$$

Alors, on remplace les différentes dérivées en utilisant les expressions (I.38) et (I.39)

Ce qui conduit à:

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 - 4V_0 = 0 \quad (\text{I.41})$$

On obtient ainsi un système d'équations algébrique qui peut s'écrire sous forme matricielle :

$$[A]\{X\} = \{B\} \quad (\text{I.42})$$

Où $\{X\}$ est le vecteur formé par les inconnues en potentiel de tous les points intérieurs au domaine et $\{B\}$ le vecteur des conditions aux limites. La résolution du système (I.41) permet ainsi d'évaluer le potentiel en chacun des noeuds. [4].

I.7.3 La Méthode des Éléments Finis (M.E.F)

I.7.3.1 Le principe

La méthode des éléments finis a d'abord été appliquée en mécanique des structures plus tard elle a été adaptée à l'électromagnétisme, l'idée de la méthode est de chercher une solution approchée à une équation différentielle. La complexité des géométries fait qu'il est très difficile, le plus souvent impossible, de trouver une approximation de la solution dans tout un

domaine d'étude. Pour contourner cette difficulté on subdivise le domaine en sous domaines, appelés éléments finis (appelé maillage), sur lesquels il est plus facile de faire l'approximation. [11].

I.7.3.2 Découpage en éléments finis

La division du domaine en éléments finis constitue la première étape d'une résolution par éléments finis. C'est une étape très importante puisque le choix de la forme de l'élément de maillage est primordial dans la précision des résultats obtenus, chaque élément est représenté par des points, appelés noeuds géométriques. Le découpage doit faire une partition du domaine d'étude. Les éléments finis utilisés, pour discrétiser le domaine, sont généralement regroupés par familles topologiques.

-des segments linéaires pour les problèmes à une dimension

-des triangles, des rectangles, des quadrilatères arbitraires pour les problèmes à deux dimensions.

-des tétraèdres, des hexaèdres, des cubes, des prismes pour des problèmes à trois dimensions.

A chaque élément, on associe aussi des noeuds d'interpolations où l'inconnue sera calculée. Quand les noeuds géométriques sont confondus avec les noeuds d'interpolations, les éléments sont dits iso paramétriques.

I.7.3.3 Approximation

Sur chacun des éléments issus de la subdivision, la fonction qui modélise le phénomène est définie par une fonction interpolation polynomiale.

Ces fonctions d'interpolation permettent alors de donner une approximation du potentiel V .

$$V = \sum_{i=1}^{N_e} N_i V_i \quad (\text{I.43})$$

Avec N_e le nombre de noeud d'interpolation, N_i les fonctions d'interpolation et V_i les valeurs nodales du potentiel. L'ordre du polynôme dépend du type d'élément, pour un élément quadratique à une dimension, décrit par l'abscisse curviligne $\mu \in [-1,1]$, les fonctions d'interpolations sont connues [11] :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_1(\mu) = \frac{1}{2}\mu(\mu-1) \\ N_2(\mu) = 1-\mu^2 \\ N_3(\mu) = \frac{1}{2}\mu(\mu+1) \end{array} \right. \quad (\text{I.44})$$

Pour illustrer le principe de la M.E.F, on reprend l'exemple de l'équation de Laplace (I.13) et cherchons une approximation \tilde{V} de V qui minimise la quantité R telle que :

$$R = \left(\Delta \tilde{V} + \frac{\rho}{\varepsilon} \right) \quad (\text{I.45})$$

Parmi toutes les méthodes qui permettent d'annuler une grandeur dans un domaine D , la méthode des résidus pondérés est bien connue et souvent utilisée. [4].

On choisit un ensemble de fonctions linéairement indépendantes W_n appelées fonctions de projection, et on annule toutes les intégrales (I.45) sur chacun des éléments finis.

$$I_n = \int_{\Omega} W_n R d\Omega \quad (\text{I.46})$$

On obtient ainsi une formulation intégrale de la méthode des éléments finis. La méthode des résidus pondérés conduit à des sous méthodes (collocation par point, collocation par sous domaine, Galerkinge, moindre carrée), selon le choix des fonctions de pondération.

Parmi toutes ces méthodes, la méthode de Galerkinge est la plus utilisée. Elle consiste à prendre les mêmes expressions pour les fonctions de projections et les fonctions d'interpolations.

$$N_i(\mu) = W_i(\mu) \quad (\text{I.47})$$

Pour chaque élément, on annule les n intégrales I_n (I.45) qui correspondent aux n fonctions de projections. On obtient un ensemble de n équation à n inconnues. Ce système peut s'écrire sous une forme matricielle.

$$[A_e] \{V_e\} = \{b_e\} \quad (\text{I.48})$$

$[A_e]$ Est la matrice associée à l'élément considéré. Ses coefficients sont fonctions des coordonnées des noeuds de l'élément. Les composantes de $\{V_e\}$ sont les inconnues du potentiel aux noeuds du même élément. Le vecteur $\{b_e\}$ tient compte des éventuelles conditions aux limites présentes sur certains noeuds de l'élément considéré. En écrivant (I.47) pour tous les éléments constituant le maillage, on obtient un système d'équations algébriques dont la solution fournit la distribution du potentiel dans le domaine étudié.

I.7.4 La Méthode des éléments finis de frontière (M.E.F.F)

I.7.4.1 Le Principe

Le principe de cette méthode permet d'exprimer la solution d'une équation aux dérivées partielles sous la forme d'une intégrale prise sur la frontière du domaine d'étude. Avec l'application de la technique des éléments finis sur le contour du domaine. Cette méthode fait

l'objet de nombreux développements et est très utilisée pour la résolution des problèmes tridimensionnels.

En général, dans les problèmes de calcul de potentiel et de champ électrique, nous trouvons deux formulations différentes pour la M.E.F.F, la formulation indirecte et la formulation directe. Pour la formulation directe, on évalue directement le potentiel et le champ électrique normal alors que pour la formulation indirecte, la distribution de charges est évaluée dans un premier temps et on en déduit ensuite le potentiel et le champ électrique, Ces deux méthodes utilisent les fonctions de Green.

I.7.4.2 Formulation indirecte de la M.E.F.F

Une expression par formulation indirecte peut être obtenue si les conditions aux frontières peuvent s'exprimer sous forme de potentiel de simple couche en tout point. Pour la formulation indirecte, on part de l'équation suivante pour un point P appartenant à l'électrode de potentiel connu V_s est :

$$V_s(p) = \int_s \frac{\rho_s(M)}{\varepsilon_0} G dS \quad (\text{I.49})$$

Où: ρ_s est la distribution de charges surfaciques en un point M d'une interface, et G la fonction de Green [12].

I.7.4.4 Formulation directe de la M.E.F.F

Résoudre l'équation (I.13) revient à inverser l'opérateur laplacien. Cette inversion se fait en utilisant la méthode de l'identité de Green. On transforme l'équation de Laplace en équation intégrale qui lie la valeur du potentiel $V(P)$ en un point P à l'intérieur du domaine Ω à la valeur du potentiel V et sa dérivée normale $\frac{\partial V}{\partial n}$ sur l'ensemble des points de sa frontière $\partial\Omega$.

I.8 Influence de la haute tension sur l'environnement

Les lignes à haute tension sont les plus grosses lignes du réseau de distribution d'électricité. Ce sont ces lignes, aériennes ou souterraines, qui servent au transport et à la répartition de l'énergie électrique produite dans les centrales de production d'énergie électrique. Elles transportent l'énergie électrique à des tensions élevées.

Bien que l'électricité soit essentielle à notre qualité de vie, la société à commencer à s'interroger sur les effets potentiels liés a sa présence dans notre environnement.

Les lignes dites à très haute tension, 225 ou 400 kV, sont vivement critiquées par les associations de protection de l'environnement et dans les médias, en raison de [13]:

- L'impact sur les paysages et la création de tranchées de déboisement.
- L'impact sur le tourisme, l'habitat, les nuisances sonores (grésillement continu par temps Humide).
- Les conséquences sur l'avifaune en migration.
- Les aspects sanitaires provoquées par les champs électromagnétiques (évoqués ci-dessous).

Les associations écologistes demandent de :

- suspendre l'ensemble des projets d'extension de lignes THT.
- enfouir les lignes THT existantes.
- mener des études épidémiologiques à proximité des lignes THT.
- réduire les besoins électriques.

Les lignes à haute tension sont très dangereuses. Le contact direct des conducteurs sous tension présente un risque d'électrocution. Un but important de conception aérienne de ligne à haute tension est de maintenir un dégagement proportionné entre les conducteurs et le sol afin d'empêcher un contact dangereux avec la ligne. Cela dépend en grande partie de la tension présente dans la ligne.

| Réseaux électriques | Application |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"> - tension alternative - tension continue | <ul style="list-style-type: none"> - lignes aériennes - câbles - isolateurs - transformateurs de mesure de tension - transformateurs de mesure de courant - sectionneurs - disjoncteurs - parafoudres - mises à la terre - condensateurs - transformateurs de puissance - alternateurs - appareillage SF6 - compatibilité électromagnétique (CEM) |

Tableau I.1 : Principaux domaines d'application de la haute tension dans Réseaux électriques [1]

I.8.1 Nature des champs électromagnétiques

En effet, nous sommes tous exposés à un ensemble complexe de champs électromagnétiques (CEM) qui sont omniprésents dans notre environnement, créés par des sources naturelles et artificielles. Les champs électromagnétiques naturels sont souvent des champs statiques et les champs électromagnétiques artificiels sont pour la plupart alternatifs.

Cette exposition devient de plus en plus importante à mesure que la technologie progresse et que les nouvelles applications se multiplient, cette exposition résulte principalement du transport et de l'utilisation de l'énergie électrique aux fréquences de 50 et 60 Hz.

Les champs électromagnétiques se composent de deux champs, qui en basses fréquences sont partiellement découplés : le champ électrique E et le champ magnétique H

I.8.1.1 Champ électrique

Le champ électrique se crée dès qu'il existe une différence de tension dans un fil conducteur. Il faut savoir que le champ électrique est lié à la tension. Il est créé par la présence de charges électriques et se mesure en volts par mètre (V/m). Plus la tension d'alimentation d'un appareil est grande, plus le champ électrique qui en résulte est intense.

L'intensité du champ électrique peut être considérablement réduite par la présence d'objets faisant écran: arbres, clôtures, structure d'un bâtiment, etc. Des valeurs communes de champ électrique naturel sont de l'ordre de 100 – 200 (V.m⁻¹), mais elles peuvent monter jusqu'à 10 (kV.m⁻¹) pendant des orages [14].

I.8.1.2 Champ magnétique

Le champ magnétique est généré par le passage de courant et le champ électrique provient de l'accumulation de charge électrique, dans l'environnement quotidien. Les réseaux de haute tension constituent la principale source de champ électrique, et les appareils industriels et domestiques constituent la principale source de champ magnétique.

Le champ magnétique 50/60 Hz des réseaux électriques est proportionnel au courant parcourant les conducteurs mais il décroît rapidement de manière inversement proportionnelle à la distance des conducteurs. Le champ magnétique des réseaux électriques décroît aussi rapidement lorsque l'on s'éloigne des lignes. Contrairement au champ électrique, l'intensité du champ magnétique n'est pas atténuée par les arbres, les clôtures ou la structure des bâtiments. En effet, le champ magnétique traverse assez facilement la matière. L'intensité du champ magnétique s'exprime en teslas, le champ magnétique domestique ambiant varie

habituellement de 0,1 à 0,2 μT , alors que le maximum produit par une ligne à haute tension varie de 10 à 30 μT , le champ magnétique terrestre est d'environ 50 (μT) [14].

Le tableau I.2 donne les ordres des grandeurs du champ électrique et du champ magnétique [EDF].

I.8.2 Effets des champs électromagnétiques sur la santé

I.8.2.1 Effets à court terme

Pour les champs électromagnétiques à la fréquence industrielle 50 ou 60 Hz. Lorsque le corps humain est exposé aux champs électriques, les champs électriques externes induisent à la surface du corps exposé une charge superficielle. Ce phénomène se traduit à l'intérieur du corps par l'apparition de courants, nécessaires pour déplacer les charges électriques à la surface du corps. Lorsque le corps humain est exposé aux champs magnétiques alternatifs, l'interaction physique champs magnétiques 50 Hz et corps humain crée des champs électriques induits, et provoque un courant induit à l'intérieur du corps humain. [14].

| Champs Lignes aériennes | Champ électrique (V/m) | Induction magnétique (μT) |
|----------------------------|--|---|
| 400 kV | (1) – 5000 (3) – 200 | (1) – 30 (2) – 12 (3) – 1,2 |
| 225 kV | (1) – 3000 (2) – 400 (3) – 40 | (1) – 20 (2) – 3 (3) – 0,3 |
| 90 kV | (1) – 1000 (2) – 100 (3) – 10 | (1) – 10 (2) – 1 (3) – 0,1 |
| 20 kV | (1) – 250 (2) – 10 (3) – Négligeable | (1) – 6 (2) – 0,2 (3) – Négligeable |
| 230 V | (1) – 9 (2) – 0,3 (3) – Négligeable | (1) – 0,4 (2) – Négligeable (3) – Négligeable |

(1) – sous la ligne ; (2) – à 30 m de l'axe ; (3) – à 100 m de l'axe

Tableau I.2 : Ordres de grandeur des champs électromagnétiques des lignes aériennes [EDF] [14].

L'exposition à un champ électrique peut amener les sujets exposés à percevoir ce champ, du fait de la vibration des poils provoqués par la charge électrique alternative induite à la surface du corps. La plupart des gens sont capables de percevoir des champs électriques de 50/60 Hz d'intensité supérieure à 20 kV.m^{-1} et seule une infime minorité peut percevoir des champs d'intensité inférieure à 5 kV.m^{-1} . Les courants induits par des champs magnétiques alternatifs sont de faible intensité et ne sont pas perceptibles. Par contre, l'exposition à des champs magnétiques intenses peut provoquer des perceptions immédiates. Les seuils de perception en fonction de la densité de courant induit, et en fonction de champs magnétiques retenus par l'OMS se trouvent dans le tableau I.3. L'exposition à des champs électriques et magnétiques combinés de 60 Hz (9 kV.m^{-1} , $20 \text{ }\mu\text{T}$) provoque une légère modification de la fonction cardiaque. Au repos, le rythme cardiaque était légèrement mais significativement réduit (de 3 à 5 battements par minute) pendant ou immédiatement après l'exposition. Mais cette réaction n'était pas observée lors de l'exposition à des champs plus forts (12 kV.m^{-1} , $30 \text{ }\mu\text{T}$) ou plus faible (6 kV.m^{-1} , $10 \text{ }\mu\text{T}$).

| Champ magnétique (50/60HZ) (mT) | Densité de courant induit (mA/m ²) | Le seuil de perception |
|---------------------------------|--|--|
| 0.5 – 5 | 1 – 10 | Effets biologiques mineurs |
| 5 – 50 | 10 – 100 | Effets bien établis sur le système nerveux et la vision. |
| 50– 500 | 100 – 1000 | Stimulation des tissus excitables et des dommages possibles sur la santé |
| > 500 | > 1000 | Fibrillation ventriculaire et des extrasystoles – Effets aigus |

Tableau I.3: Le seuil de perception du champ magnétique [14]

I.8.2.2 Effets à long terme

Environ 30 ans, les effets à long terme des champs électromagnétiques sur la santé font l'objet de nombreuses recherches. La question posée de manière récurrente est : Le champ électromagnétique est-il un agent cancérigène ? Les études menées jusqu'à présent peuvent se classer en deux catégories principales : études épidémiologiques chez l'homme, et études d'exposition de longue durée chez l'animal. [14].

Les études épidémiologiques chez l'homme sont effectuées sur des groupes de personnes qui, par leur travail ou par leur habitude de vie, sont exposés à des niveaux similaires de

champ. Les taux de cancer de ces groupes sont comparés entre eux, ou avec un groupe de référence (le témoin). L'intérêt de ces études est d'analyser des populations dans les conditions de vie réelles. En revanche, dans ce type d'étude, il est impossible de maîtriser l'exposition aux champs électromagnétiques sur une longue période. De plus, il est également impossible de séparer les effets reproductibles aux seuls champs, des effets de tout autre facteur auxquels la population est exposée dans la vie courante, comme des facteurs familiaux (hérédité génétique...), l'habitude de vie (régime alimentaire, tabagisme, ...) et d'autres facteurs liés à l'environnement (pollution, utilisation de produits chimiques ...). Les études de longue durée chez l'animal sont effectuées sur des animaux en laboratoire. Dans ce cas, on peut contrôler parfaitement les niveaux d'exposition, et minimiser tout autre par le facteur de perturbation qui pourrait jouer un rôle dans le développement de cancers. Cependant, il est impossible de transposer directement à l'homme les résultats obtenus chez les animaux, mais ces études nous donnent des idées sur l'interaction entre la matière vivante et les champs électromagnétiques.

I.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelés le modèle de Maxwell, les différentes formulations et les équations qui en résultent. dans le cas du régime statique, ainsi l'ensemble des équations et des conditions qui gouvernent les répartitions du potentiel et du champ électrique pour l'équipements haute tension, et on a exposé les principales méthodes numériques de résolution, la méthode des différences finies fait une approximation des opérateurs d'une équation différentielle par des différences finies calculées aux noeuds d'un maillage, la méthode des éléments finis utilise une approximation par morceau de la fonction inconnue pour résoudre une équation différentielle, pour les deux méthodes, la répartition du potentiel se calcule directement. Cependant, elles présentent l'inconvénient d'utiliser un nombre d'inconnues élevé lorsqu'il s'agit de travailler sur des configurations de formes complexes en deux ou trois dimensions, la méthode des éléments finis de frontière semble présenter des avantages importants par rapport aux précédentes. En effet, la solution de l'équation différentielle est présentée comme la somme de solutions élémentaires la recherche de la solution étant ramenée sur les frontières, le nombre d'inconnues est considérablement réduit, aussi on a fait dans ce chapitre une étude sur les effets des champs électromagnétiques sur l'environnement et sur la santé.

Chapitre II

La méthode des charges fictives

II.1 Introduction

La méthode des charges fictives est basée sur des notions des charges discrètes, elle est certainement la plus utilisée et la plus indiquée pour traiter du problème des champs électriques. Elle a été utilisée en hautes tensions avec succès dans beaucoup des problèmes du champ. Elle est très simple et applicable à n'importe quel système qui inclut un ou plusieurs milieux homogènes. L'avantage spécial de cette méthode est sa facilité d'application au champ tridimensionnel sans symétrie axiale, et des problèmes des charges d'espaces.

Cette méthode comporte deux phases : d'abord le potentiel des frontières (les conditions aux limites) sont posés comme des solutions particulières des équations de Laplace (ou de Poisson). Dans la première phase consiste à remplacer la distribution des charges électriques surfaciques des électrodes par des charges fictives discrètes placées à l'intérieur des électrodes. L'emplacement et la grandeur de ces charges fictives seront déterminés de manière à ce que leur effet intégré satisfasse aux conditions aux limites du potentiel connu sur la surface des électrodes, les grandeurs de ces charges peuvent être calculées par la résolution d'un système linéaire. La deuxième phase de la méthode consiste alors à trouver la solution unique de l'équation de Laplace (ou de Poisson) dans l'espace environnant.

La nature discrète de la méthode des charges fictives impose l'introduction d'un nombre assez élevé de charges pour atteindre une précision raisonnable, c'est pourquoi l'utilisation de l'ordinateur s'avère nécessaire [3].

II.2 Principe de la méthode des charges fictives

Le principe de base de la méthode de simulation de charge est très simple. Si plusieurs charges discrètes de n'importe quel type (charge ponctuelle, charge linéique de longueur infinie ou finie, charge annulaire) sont présentes dans une région, le potentiel électrostatique à un point quelconque c peut être trouvé par l'addition des potentiels résultant des différentes charges. Soit q_j un certain nombre de n de charges, le potentiel V à un point quelconque c est dans l'espace, par exemple, sur la figure (II.1), qui montre trois charges de point q_1 , q_2 et q_3 dans l'espace libre.

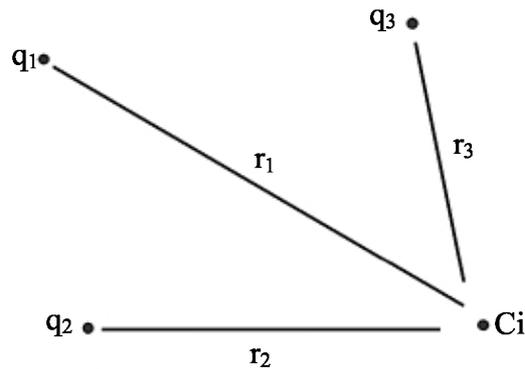


Fig. II.1 : Trois points de charges dans un espace libre [15].

En appliquant le principe de superposition, une relation peut être trouvée entre le potentiel V_i au point C_i et le nombre des charges fictives.

$$\begin{aligned}
 V_i &= \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 r_2} + \frac{q_3}{4\pi\epsilon_0 r_3} \\
 &= P_{i1}q_1 + P_{i2}q_2 + P_{i3}q_3 \\
 &= \sum_{j=1}^3 P_{ij} q_j
 \end{aligned}
 \tag{II .1}$$

Où :

P_{i1}, P_{i2} et P_{i3} , ce sont des coefficients de potentiel..

II.2.1 Équation de base

Pour le calcul du champ électrique, les charges distribuées sur les surfaces du conducteur sont remplacées par des charges fictives arrangées à l'intérieur du conducteur. Dans le but de déterminer la grandeur de ces charges, on choisit n points sur les surfaces du conducteur (points contours), et on applique le principe de superposition, tel que le potentiel V_i du point P_i dû à toutes les charges fictives q_j introduites sera donné par:

$$V_i = \sum_{j=1}^n P_{ij} q_j
 \tag{II .2}$$

Où:

q_j : La charge fictive.

P_{ij} : Le coefficient de potentiel dépendant des types de charges et de la distance entre les points i et j .

V_i : Le potentiel du point i .

n : Est le nombre total de charges fictives

L'expression de l'intensité du champ électrique est calculée par la superposition des grandeurs vectorielles de différents composants. Par exemple, dans une système de coordonnées cartésiennes, la composante E_x du champ électrique d'un point i est donnée par :

$$E_i = \sum_{j=1}^n F_{ij} \cdot q_j \quad (\text{II.3})$$

$F(i, j)$: Le coefficient de champ est exprimé par:

$$F_{ij} = -\frac{\partial P_{ij}}{\partial x} \quad (\text{II.4})$$

On peut alors exprimer les relations qui relient tous les potentiels connus $V_i (i = 1, \dots, n)$ à toutes les charges fictives $q_j (j = 1, \dots, n)$, d'autre façon Pour déterminer la matrice des charges fictives, on est obligé de connaître le potentiel dans le point P_i . Pour cette raison on peut ramener le point P_i sur le contour du conducteur pour avoir le même potentiel puisque ce dernier est connu. Dans le cas général, la détermination de la distribution des charges fictives se base sur l'expérience de l'utilisateur de cette méthode [16], finalement nous obtenons un système de n équations linéaires pour n charges connues sous forme matricielle, c'est-à-dire:

$$\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdot & \cdot & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \cdot & \cdot & P_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ P_{ni} & P_{n2} & \cdot & \cdot & P_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ V_n \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

Ce système peut être résolu par les méthodes classiques (ex : élimination de Gauss). La solution permet de déterminer les valeurs des charges q_j en fonction des valeurs imposées du potentiel V_i [3].

II.2.2 Détermination des valeurs des charges fictives

La position des charges est choisie d'une manière arbitraire, mais après une certaine expérience on arrive à réaliser dès le premier essai une configuration qui ne sera pas trop éloignée de l'optimum auquel on essaie d'arriver. L'application de l'équation (II .2) pour un nombre de point d'un contour choisis dont le potentiel V_i est connue, nous permettons d'établir la forme matricielle suivante (II .6). On détermine les valeurs de ces charges fictives avec :

$$[q_j] = [P_{ij}]^{-1} \cdot [V_{ci}] \quad (\text{II .6})$$

Les valeurs V_{ci} du potentiel sont des valeurs connues aux points i situés sur les contours des électrodes, ainsi il est nécessaire de vérifier si l'ensemble de charges calculées satisfasse aux conditions aux limites.

Après avoir déterminer les valeurs des charges fictives, après la résolution du système matricielle (II .6) par une méthode directe ou itérative [17], on choisit alors n autres points de vérification P_{vi} situés aux frontières d'électrodes, et on calcule les potentiels V_{vi} donnés par les charges q_j .

$$[V_{vi}] = [P_{ij}] \cdot [q_j] \quad (\text{II .7})$$

On change l'arrangement spatial des n charges fictive, on calcule a nouveau les valeurs des charges q_j et on répète la vérification jusqu'à ce que toutes les différences soient petites. L'écart entre le potentiel calculé V_{vi} et le potentiel réel V auquel est soumise l'électrode active au point P_{ci} représentera la précision du calcul [16].

$$\varepsilon = \left| \frac{V - V_{vi}}{V} \right| \cdot 100 \quad (\text{II .8})$$

La simulation est acceptable si cette valeur est inférieure à la précision du calcul souhaitée sinon il faudra redistribuer les charges et refaire tous les calculs.

Les étapes de la méthode des charges fictives sont résumées dans l'organigramme suivant [16] :

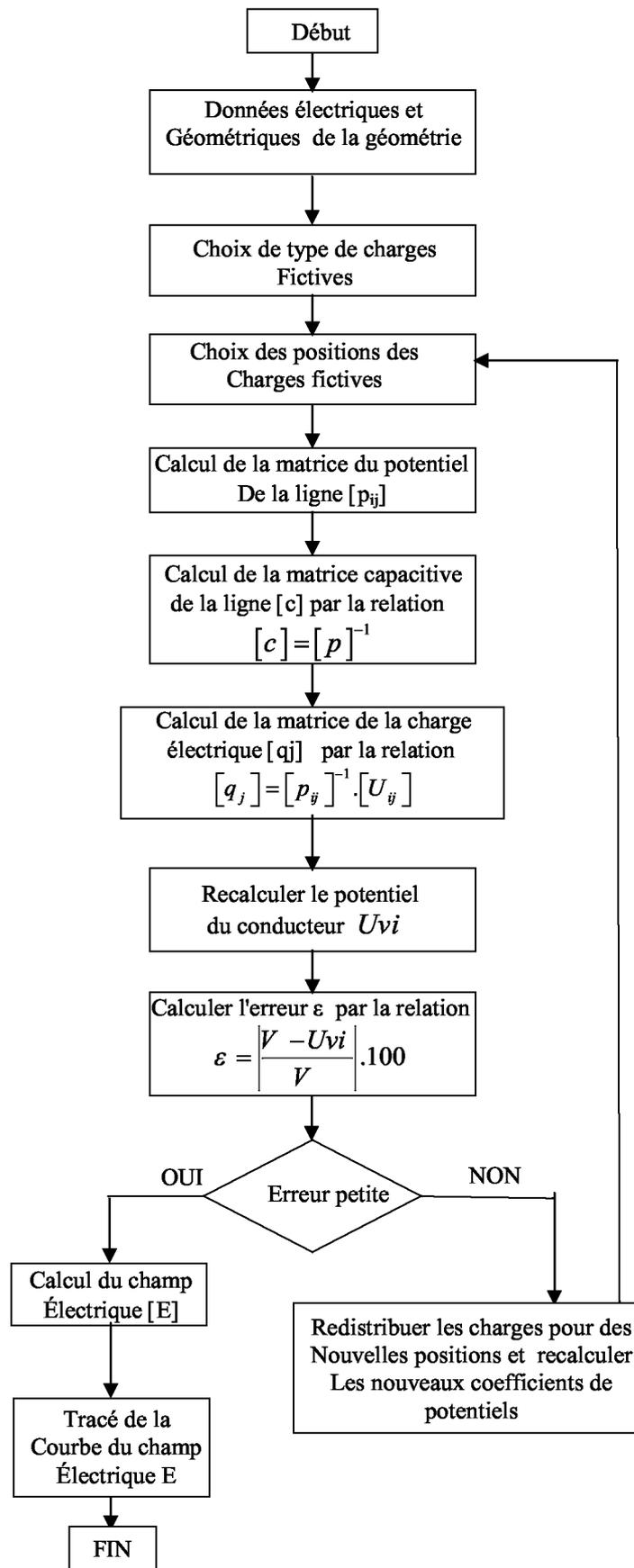


Fig II.2 : Organigramme du calcul du champ électrique utilisant La méthode des charges fictives [16]

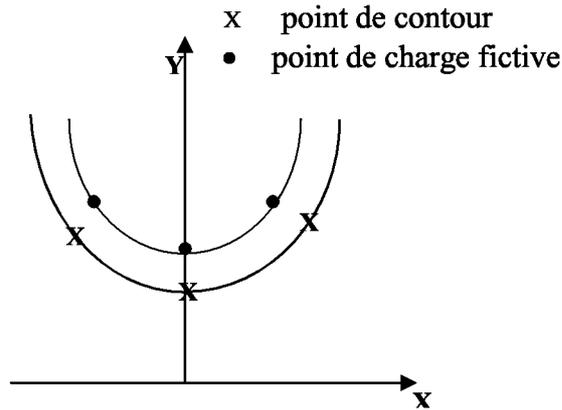


Fig. II.3 Exemple de représentation des points de charge fictive et de contour [17]

Dans le cas général, la détermination de la distribution des charges fictives se base sur l'expérience de l'utilisateur de cette méthode. Néanmoins, il existe certaines relations empiriques permettant d'optimiser ces emplacements dans certains cas de figures simples dans le cas d'une électrode courbée [17], on définit un facteur F dit facteur de distribution.

Ce facteur est égal au quotient de la distance entre un point de contour et la charge correspondante, à la distance entre deux points de contours successifs (fig.II.4).

Tel que : $F = (a_2/a_1)$, la valeur de ce facteur doit être comprise entre (1 et 2).

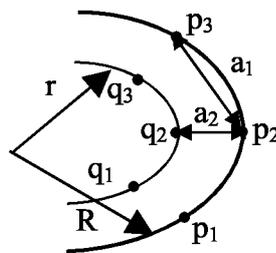


Fig.II.4 Répartition des charges sur une électrode courbée[17].

Le rayon de courbure de l'arc du cercle où doivent être placées les charges fictives est donné par la relation suivante :

$$r = R \left[\sqrt{1 + (F \cdot a_1 / R)^2} - (F \cdot a_1 / R) \right] \tag{II .9}$$

II.2.3 Types de charges de simulation utilisée

La méthode des charges fictives permet de simuler un problème bi et tridimensionnel en adoptant pour chaque cas des dispositions spatiales appropriées des charges fictives. Le choix du type de charges dans l'utilisation de la méthode des charges fictives est un facteur très important, de manière générale, les types de charges les plus couramment utilisés sont les charges ponctuelles, les lignes chargées de longueur infinie ou finie et les charges en anneaux.

- Les charges linéiques de longueur infinie sont utilisées pour l'arrangement d'un champ bidimensionnel.
- Le champ triphasé est simulé par des charges linéiques infinies avec des grandeurs complexes inconnues placées à l'intérieur des conducteurs.
- Pour le cas de disposition tridimensionnelle a symétrie axiale, on utilise des charges annulaires centrées sur l'axe de symétrie combinées avec des charges ponctuelles ou/ et des charges linéiques de longueur finie disposées le long de l'axe de symétrie.
- Pour le cas d'un champ tridimensionnel de forme arbitraire. On utilise des charges annulaires à densité de charges variables sur la circonférence combinées avec des charges linéiques de longueur finie disposées parallèlement aux axes des électrodes.
- Plus récemment, une variété d'autres configurations de charges ont été utilisées. Ces nouveaux types de charge de simulation incluent des cylindres elliptiques, des charges sphéroïdales, des disques chargés, charge de feuille plate et des charges volumique [15].

II.3 La détermination des coefficients de potentiel et de champ électrique

Dans le but d'utiliser les différents types de charge de simulation, il est essentiel de déterminer les coefficients de champ et de potentiel associés à chaque type de charge. En général, les coefficients de potentiel et de champ des charges ponctuelles où des lignes chargées sont donnés par une simple expression analytique qui nécessite un temps de calcul minimum. Pour des configurations de charges plus compliquées, les différents coefficients doivent être déterminés numériquement.

Le calcul des coefficients potentiels et champs créés par chacune de quatre formes de charges est exposé dans les annexes [A.1] à [A.4] [18].

II.3.1 Calcul des coefficients potentiels et champs pour une simulation par charges ponctuelles

Dans la plupart des problèmes qui concernent la résolution par la méthode des charges fictives il existe un plan de symétrie (généralement la surface de la terre dont potentiel est fixé à zéro), dont on tient compte par l'introduction des charges images [3].

On suppose une charge ponctuelle fictive q_j , comme montre la figure (II.5), située à une distance Z_j par rapport au plan $x y$ qui se trouve au potentiel zéro [19].

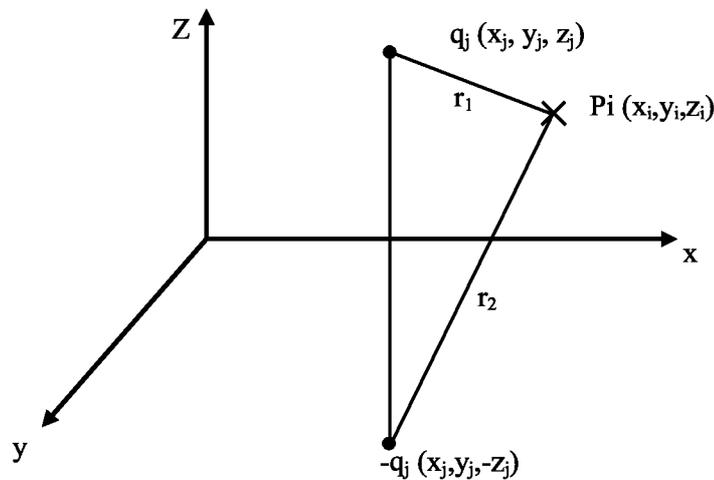


Fig.II.5: Disposition de la charge ponctuelle q_j et de son image q_j .

Le potentiel au point P_i dû à la charge fictive q_j :

$$U_{\text{fictif}} = -\int_{\infty}^{r_1} E_r dr = \frac{q_j}{4\pi\epsilon r_1} \quad (\text{II .10})$$

Où: r_1 est la distance entre les points q_j et P_i .

L'existence d'un point neutre $z = 0$ est prise en considération par l'introduction de la charge d'image $q_{j^*} = -q_j$, la contribution de cette charge au potentiel:

$$u_{\text{image}} = \frac{-q_j}{4\pi\epsilon r_2} \quad (\text{II .11})$$

Où: r_2 est la distance entre les points q_{j^*} et P_i .

Comme par la méthode de superposition on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{i \text{ total}} = u_{i \text{ fictif}} + u_{i \text{ image}} \\ = \frac{q_j}{4\pi\epsilon r_1} - \frac{q_j}{4\pi\epsilon r_2} \\ = \frac{q_j}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] \end{array} \right. \quad (\text{II.12})$$

Le coefficient de potentiel respectif sera [19] :

$$P_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] \quad (\text{Vm/As}) \quad (\text{II.13})$$

Avec:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2} \\ r_2 = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z + z_j)^2} \end{array} \right. \quad (\text{II.14})$$

L'équation (II.13) peut être écrite sous la forme:

$$P_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{\sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z + z_j)^2}} \right] \quad (\text{II.15})$$

Dans ce cas les expressions des coefficients des champs suivant les trois directions sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{x,ij} = -\frac{\partial P_{ij}}{\partial x} = \frac{q_j}{4\pi\epsilon} \left[\frac{x - x_j}{\sqrt{r_1^3}} - \frac{x - x_j}{\sqrt{r_2^3}} \right] \\ F_{y,ij} = -\frac{\partial P_{ij}}{\partial y} = \frac{q_j}{4\pi\epsilon} \left[\frac{y - y_j}{\sqrt{r_1^3}} - \frac{y - y_j}{\sqrt{r_2^3}} \right] \\ F_{z,ij} = -\frac{\partial P_{ij}}{\partial z} = \frac{q_j}{4\pi\epsilon} \left[\frac{z - z_j}{\sqrt{r_1^3}} - \frac{z - z_j}{\sqrt{r_2^3}} \right] \end{array} \right. \quad (\text{II.16})$$

II.3.2 Calcul des coefficients potentiels et champs pour une simulation par charges linéique de longueur infinie

La figure (II.6) représente la charge linéique infinie de coordonnée (x_j, y_j) et son point contour $P_i(x_i, y_i)$ [19].

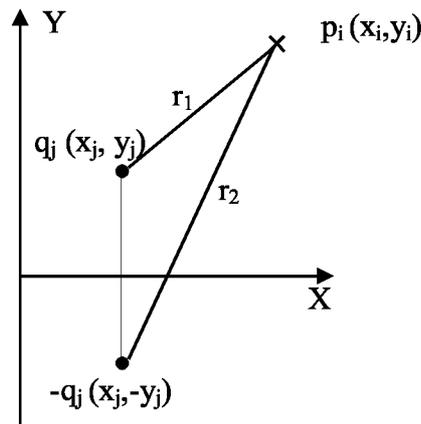


Fig II.6:Disposition de la charge linéique de Longueur infinie q_j et de son image q_j .

Dans le cas des charges fictives linéiques de longueur infinie, le coefficient potentiel qui correspond au point P_i et a la charge et a son image q_j , sera égal à:

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1} \tag{II .17}$$

Où: r_2 et r_1 sont les distances entre la charge image et le point P_i et respectivement la charge fictive et le point P_i . [3]

$$\left\{ \begin{aligned} r_1 &= \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} \\ r_2 &= \sqrt{(x - x_j)^2 + (y + y_j)^2} \end{aligned} \right\} \tag{II .18}$$

Les expressions des coefficients de champ sont de la forme:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[\frac{(x - x_j)}{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} - \frac{(x - x_j)}{(x - x_j)^2 + (y + y_j)^2} \right] \\ F_y &= \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[\frac{(y - y_j)}{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} - \frac{(y + y_j)}{(x - x_j)^2 + (y + y_j)^2} \right] \end{aligned} \right\} \tag{II .19}$$

II.3.3 Calcul des coefficients potentiels et champs pour une simulation par charges annulaires

La charge annulaire c'est une charge qui est utilisée pour modéliser des formes sphériques ou cylindrique. Les caractéristiques de ce type de charge sont représentées dans la figure (II.7), où r_j est le rayon de cette charge, $p_i(r_i, z_i)$ est le point contour.

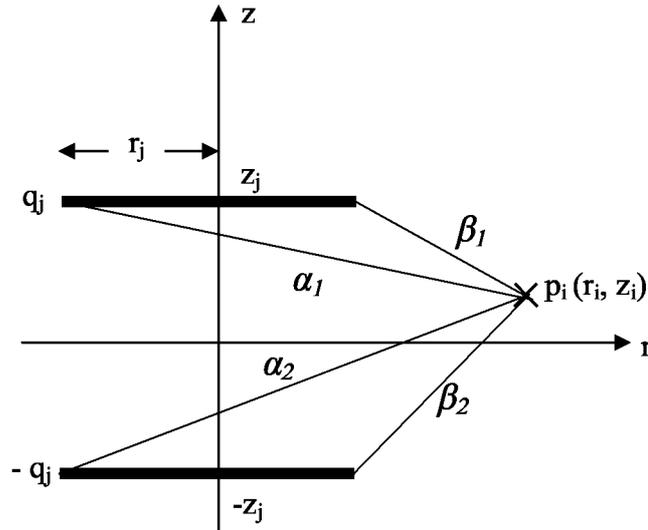


Fig II.7:Disposition de la charge annulaire q_j et de son image q_j .

Le potentiel total au point P_i dû à la charge fictive annulaire disposée au dessus du plan $z = 0$ est alors égal la somme des contributions dues aux charges fictives et à l'image de celle-ci, le coefficient potentiel correspondant est égal à [3] :

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi^2 \cdot \epsilon} \left[\frac{K(k_1)}{\alpha_1} - \frac{K(k_2)}{\alpha_2} \right] \quad (Vm/As) \quad (II .20)$$

Avec:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \sqrt{(r+r_j)^2 + (z-z_j)^2} \\ \alpha_2 = \sqrt{(r+r_j)^2 + (z+z_j)^2} \end{cases} \quad (II .21)$$

Les distances sont exprimées en fonction des coordonnées des points P_i et de la charge fictive est de son image q_j .

$K(k)$: Est l'intégrale elliptique complète du premier ordre avec:

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}} \quad (\text{II .22})$$

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{2 \cdot \sqrt{r_j \cdot r}}{\alpha_1} \\ k_2 &= \frac{2 \cdot \sqrt{r_j \cdot r}}{\alpha_2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II .23})$$

Les coefficients des champs suivant les axes r et z sont donnés par les expressions [19] :

$$E_r = -\frac{\partial P_{ij}}{\partial r} = \sum_{j=1}^n \frac{-q_j}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{\pi r} \cdot \left\{ \frac{\left[r_j^2 - r^2 + (z - z_j)^2 \right] \cdot E(k_1) - \beta_1^2 \cdot K(k_1)}{\alpha_1 \cdot \beta_1^2} \right. \\ \left. - \frac{\left[r_j^2 - r^2 + (z + z_j)^2 \right] \cdot E(k_2) - \beta_2^2 \cdot K(k_2)}{\alpha_2 \cdot \beta_2^2} \right\} \quad (\text{II .24})$$

$$E_z = -\frac{\partial P_{ij}}{\partial z} = \sum_{j=1}^n \frac{-q_j}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \left\{ \frac{(z - z_j) \cdot E(k_1)}{\alpha_1 \cdot \beta_1^2} + \frac{(z + z_j) \cdot E(k_2)}{\alpha_2 \cdot \beta_2^2} \right\} \quad (\text{II .25})$$

Où: β_1 et β_2 sont calculés par les formules suivantes :

$$\left\{ \begin{aligned} \beta_1 &= \sqrt{(r - r_j)^2 + (z - z_j)^2} \\ \beta_2 &= \sqrt{(r - r_j)^2 + (z + z_j)^2} \end{aligned} \right. \quad (\text{II .26})$$

Avec $E(k)$ l'intégrale elliptique complète du second ordre.

$$E(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} \, d\theta \quad (\text{II .27})$$

Ces intégrales elliptiques sont calculées par la méthode directe et par la moyenne de Gauss mais peuvent aussi être calculé à l'ordinateur en utilisant leur développement en série (algorithme).

II.3.4 Calcul des coefficients potentiels et champs pour une simulation par charges linéique de longueur finie

Ce type de charge est représenté dans la figure (II.8), où le point P de coordonnée (r, z) est le point contour et les deux ordonnées z₁ et z₂ sont les deux extrémités du segment désignant la charge linéique finie chargé d'une densité linéique de charges λ .

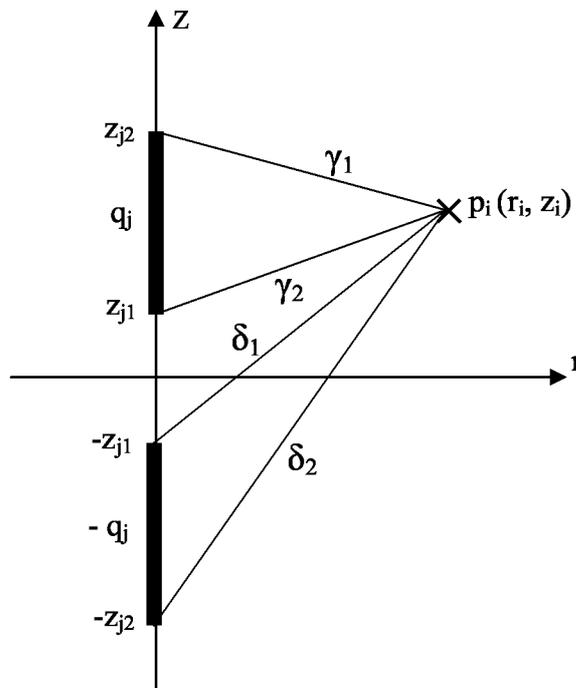


Fig. II.8:Disposition de la charge linéique de longueur finie q_j et de son image q_j .

Le coefficient de potentiel d'un segment uniformément chargé :

$$p_{ij} = \frac{1}{(z_{j2} - z_{j1})} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\ln \frac{(z_{j2} - z + \gamma_1)(z_{j1} + z + \gamma_2)}{(z_{j1} - z + \delta_1)(z_{j2} + z + \delta_2)} \right] \quad (II .28)$$

Avec:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 &= \sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2} \\ \gamma_2 &= \sqrt{r^2 + (z_{j1} + z)^2} \\ \delta_1 &= \sqrt{r^2 + (z_{j1} - z)^2} \\ \delta_2 &= \sqrt{r^2 + (z_{j2} + z)^2} \end{aligned} \right\} \quad (II .29)$$

Les coefficients des champs suivant les axes r et z sont donnés par les expressions [19] :

$$F_r = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_j}{(z_{j2} - z_{j1})} \left[\frac{(z_{j2} - z)}{r\gamma_1} - \frac{(z_{j1} - z)}{r\delta_1} + \frac{(z_{j1} + z)}{r\gamma_2} - \frac{(z_{j2} + z)}{r\delta_2} \right] \quad (\text{II .30})$$

$$F_z = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_j}{(z_{j2} - z_{j1})} \left[\frac{1}{\gamma_1} - \frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\delta_2} \right] \quad (\text{II .31})$$

II.4 Calcul du champ électrique

On peut calculer le champ électrique en un point quelconque P_e de l'espace environnant, par une distribution de charges fictives qui simule d'une manière satisfaisante.

Le potentiel connu sur les électrodes. Par exemple pour le cas de symétrie axiale, les composantes radiales et axiales du champ électrique peuvent être déduites du potentiel au point P_e .

$$\left. \begin{aligned} E_{re} &= -\frac{\partial V_e}{\partial r} \\ E_{ze} &= -\frac{\partial V_e}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (\text{II .32})$$

Connaissant le champ électrique en un certain nombre de points de l'espace situé entre les électrodes, il est possible de tracer les lignes de champ électrique [3].

II.4.1 Le champ bidimensionnel

Les champs à deux dimensions sont produits par des conducteurs dont la longueur est beaucoup plus grande que les autres dimensions (par exemple conducteur cylindrique en faisceaux).

Les champs bidimensionnels électrostatiques sont calculés par l'utilisation des charges linéiques de longueur infinie qui sont disposées perpendiculairement au plan xy [20].

Les coefficients de potentiel des charges linéiques sont définis par l'expression:

$$P_j = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{\sqrt{(y + y_j)^2 + (x - x_j)^2}}{\sqrt{(y - y_j)^2 + (x - x_j)^2}} \quad (\text{II .33})$$

Avec ϵ la permittivité et la notation de la figure (II.9), cette expression inclut également les parties des images pour la représentation de plan neutre, puisque les charges linéiques sont de longueur infinie, les quantités à déterminer sont des charges par unité de longueur λ_j . Après

la vérification des conditions aux limites, les composantes de l'intensité du champ en tout point (x, y) peut être calculé au moyen des relations suivantes:

$$E_x = \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{2\pi\epsilon} \left[\frac{x-x_j}{(y-y_j)^2 + (x-x_j)^2} - \frac{x-x_j}{(y+y_j)^2 + (x-x_j)^2} \right] \quad (\text{II .34})$$

$$E_y = \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{2\pi\epsilon} \left[\frac{y-y_j}{(y-y_j)^2 + (x-x_j)^2} - \frac{y+y_j}{(y+y_j)^2 + (x-x_j)^2} \right] \quad (\text{II .35})$$

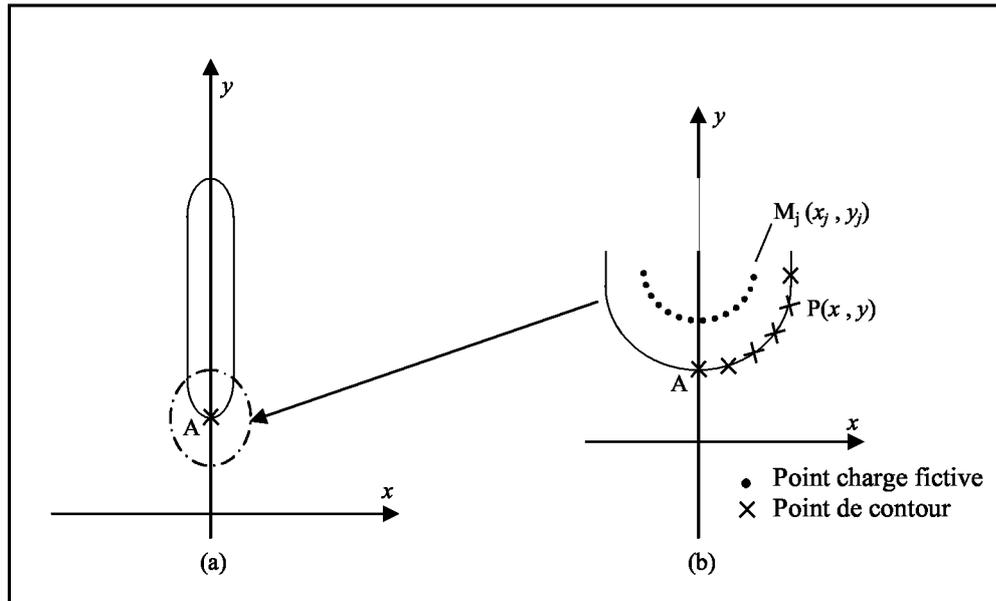


Fig. II.9:Disposition des charges fictives pour le calcul du champ entre un conducteur en ruban et un plan [2].

II.4.2 Le Champ tridimensionnel à symétrie axiale

Pour le champ à symétrie axiale, l'application de charges en anneaux centrées a l'axe de symétrie est un moyen de discrétisation très efficace. Des charges des lignes droites de longueur finie, localisées le long de l'axe de symétrie est aussi utilisé. Les deux types de charge ont une densité de charge constante. Cette technique de simulation de charge est illustrée par un arrangement des anneaux et des charges de ligne droite montrée dans la figure (II.10), pour le calcul du champ électrique dans un arrangement de sphère- plan [21].

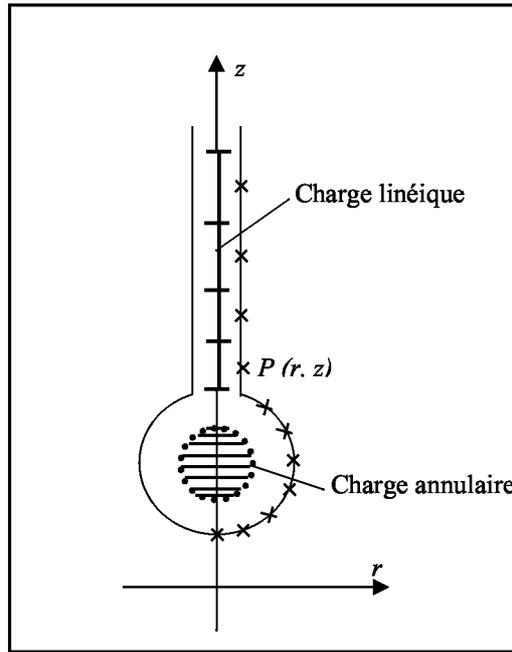


Fig.II.10: Arrangement des charges fictives pour le calcul d'un champ tridimensionnel à symétrie axiale [2].

En utilisant les notations de la figure (II.10). Les formes finales des équations des coefficients de potentiels et des champs électriques sont montrées ci-dessous.

II.4.2.1 pour les charges annulaires

$$E_r = \sum_{j=1}^n \frac{-q_j}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{1}{\pi r} \cdot \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{r_j^2 - r^2 + (z - z_j)^2}{\alpha_1 \cdot \beta_1^2} \right] E(k_1) - \beta_1^2 \cdot K(k_1) \\ - \left[\frac{r_j^2 - r^2 + (z + z_j)^2}{\alpha_2 \cdot \beta_2^2} \right] E(k_2) - \beta_2^2 \cdot K(k_2) \end{array} \right\} \quad (II.36)$$

$$E_z = \sum_{j=1}^n \frac{-q_j}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \left\{ \left[\frac{(z - z_j) \cdot E(k_1)}{\alpha_1 \cdot \beta_1^2} + \frac{(z + z_j) \cdot E(k_2)}{\alpha_2 \cdot \beta_2^2} \right] \right\} \quad (II.37)$$

Avec $K(k)$ l'intégrale elliptique complète du premier ordre et $E(k)$ du second ordre.

II.4.2.2 pour les charges des lignes droites:

$$E_r = \sum_{j=1}^n \frac{q_j}{4\pi\epsilon (z_{j2} - z_{j1})} \cdot \left[\frac{z_{j2} - z}{r \cdot \gamma_1} - \frac{z_{j1} - z}{r \cdot \delta_1} + \frac{z_{j1} + z}{r \cdot \gamma_2} - \frac{z_{j2} + z}{r \cdot \delta_2} \right] \quad (II.38)$$

$$E_z = \sum_{j=1}^n \frac{q_j}{4\pi\epsilon(z_{j2} - z_{j1})} \left[\frac{1}{\gamma_1} - \frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\delta_2} \right] \quad (\text{II .39})$$

II.4.3 Le Champ tridimensionnel sans symétrie axiale

La méthode des charges fictives peut être appliquée avec un grand avantage pour le calcul du champ tridimensionnel sans symétrie axiale, le principe de cette méthode est expliqué par un simple exemple (figure (II.11)) qui montre un champ tridimensionnel de forme arbitraire entre deux électrodes a pointes arrondis et un troisième électrode d'amorçage [21].

La symétrie axiale originale du champ de deux tiges disparaît à cause de la présence de l'électrode d'amorçage, on peut voir la disposition des charges fictives annulaires à l'intérieur de la demi-sphere de tige, et la partie conique de l'électrode d'amorçage.

Les charges annulaires sont arrangées dans une façon similaire à que celle utilisée pour la géométrie avec la symétrie axiale, on peut voir la distribution des charges fictives annulaire a densité variable, la distribution des charges sur les anneaux est inconnue en premier lieu, pour cette raison la distribution est divisée en deux partie

Une partie constante et plusieurs harmoniques sinusoïdales avec valeurs maximales λ_μ inconnues, similaire à une analyse de fourier.

Cette distribution des charges est en fonction de l'angle de rotation (α) de la charge annulaire comme montre la figure, elle est donnée par:

$$\lambda(\alpha) = \sum_{\mu=0}^{n_H} \lambda_\mu \cos(\mu\alpha) \quad (\text{II .40})$$

n_H : désigne le nombre d'harmoniques

$\lambda(\alpha)$: la densité de la charge annulaire.

λ_μ : sont les composantes harmoniques.

Le coefficient de potentiel des charges anneaux périodiquement variable dus à l'harmonique μ en tout point (r, y, z) d'un système de coordonnées cylindriques sans charges image est donné comme suivant:

$$P_{j\mu} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sqrt{\frac{r_j}{r}} \cdot Q_{\mu-\frac{1}{2}} \left(\frac{D^2}{2rr_j} \right) \cos(\mu y) \quad (\text{II .41})$$

Avec:

$$D^2 + (z - z_j)^2 + r_j^2 + r^2 \quad (\text{II .42})$$

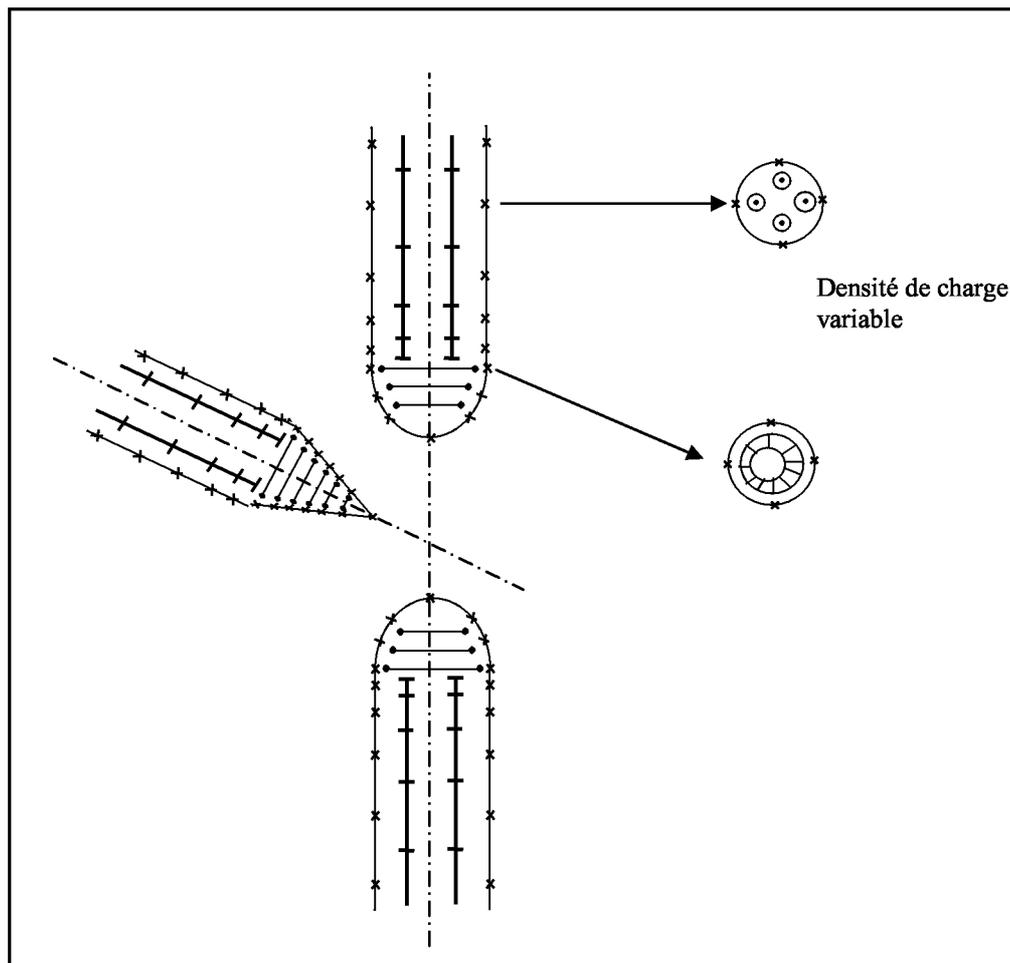


Fig.II.11: Arrangement des charges fictives pour le calcul du champ entre trois électrodes [21].

Et $Q_{\mu-\frac{1}{2}}$ comme la fonction de Legendre de deuxième espèce d'ordre $\left(\mu - \frac{1}{2}\right)$.

Les composantes d'intensité de champ sont obtenus par la dérivation de la fonction de potentiel par rapport à r, y et z .

II.5 Méthode des charges fictives avec des charges complexes

Afin de calculer le champ pour une tension sinusoïdale appliquée, l'intensité du champ instantané est simplement dépendant de la tension appliquée à cet instant du temps. Ainsi, la méthode des charges fictives peut être utilisée pour calculer les champs en courant alternatif pour des systèmes triphasés. Il a été montré que la distribution du champ de la tension sinusoïdale appliquée peut être calculé de manière efficace par l'utilisation de charges

complexes fictives. Ceci est permis parce que les charges fictives changent aussi sinusoïdale avec la même fréquence angulaire que celle de la tension appliquée [22].

Ainsi, par l'utilisation de charges fictives complexes, l'équation (II .2) est modifié comme suit pour point i de l'espace:

$$V_i^* = \sum_{j=1}^n P_{ij} q_j^* \quad (\text{II .43})$$

Au point contour i sur la surface d'électrode. L'équation (II .43) constitue simultanément des équations linéaires pour des charges complexes inconnues q_j^* avec des coefficients réels.

Pour expliquer la technique ci-dessus d'une manière détaillée, prenons comme exemple le cas de la figure suivante.

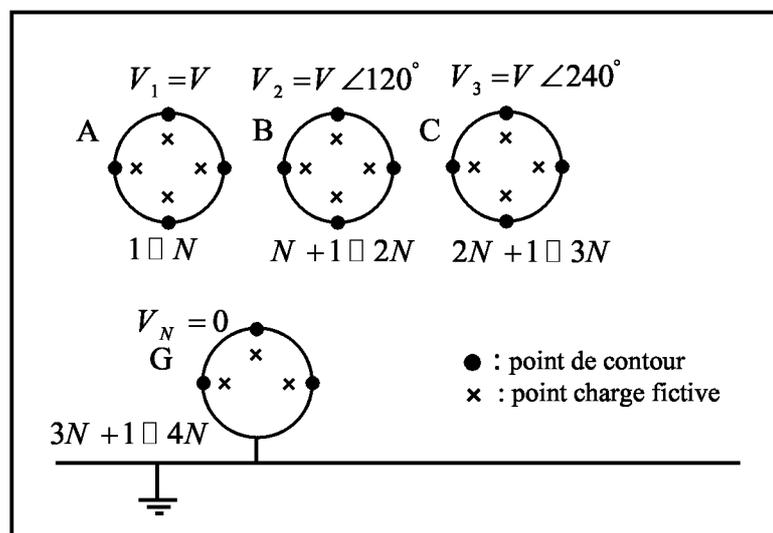


Fig.II.12: Champ alternatif triphasé[22].

La figure ci-dessus montre quatre conducteurs dont trois sont alimentés à partir d'une phase de trois source de tension alternative, tandis que le quatrième est à la terre. Soit V la tension de phase de trois sources $V = V_{ph}$. En plus le nombre N présente le nombre de charges fictives complexes et de points de contour, respectivement, pour chaque conducteur.

Les charges et les points de contour sont numérotées comme suit:

Pour le conducteur A de (1..... N)

Pour le conducteur B de ($N+1$ $2N$)

Pour le conducteur C de ($2N+1$ $3N$)

Pour le conducteur G de ($3N+1$ $4N$)

Ensuite, l'application de l'équation (II .43) à tous ces points du contour donne les équations suivantes:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{pour } A : \quad V_1 &= \sum_{j=1}^{4N} P_{ij} \cdot q_j^* = V, i = 1 \dots N \\
 \text{pour } B : \quad V_2 &= \sum_{j=1}^{4N} P_{ij} \cdot q_j^* = V \exp\left(\frac{2\pi j}{3}\right), i = N + 1 \dots 2N \\
 \text{pour } C : \quad V_3 &= \sum_{j=1}^{4N} P_{ij} \cdot q_j^* = V \exp\left(\frac{4\pi j}{3}\right), i = 2N + 1 \dots 3N \\
 \text{pour } G : \quad V_n &= \sum_{j=1}^{4N} P_{ij} \cdot q_j^* = 0, i = 3N + 1 \dots 4N
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{II .44})$$

II.6 Calcul du champ électrique dans un arrangement de deux diélectriques

Le calcul du champ électrique pour des problèmes ayant plus d'un diélectrique devient plus compliqué. Ceci est dû au fait que, sous l'influence d'une tension appliquée, une charge nette apparaît à la surface du diélectrique sous l'effet du réalignement des dipôles à l'intérieur de celui-ci. Alors, en plus des électrodes, chaque interface diélectrique-diélectrique doit être simulée par des charges discrètes, ici, il est important de noter que la frontière diélectrique ne correspond pas à une surface équipotentielle. En outre, il doit être possible de calculer le champ électrique sur les deux côtés de la frontière diélectrique. Ceci est nécessaire pour la formation d'un système d'équations. [15].

La figure (II.13), montre un simple exemple d'un dispositif conducteur-diélectrique-air avec un petit nombre de charge discrète est choisi d'expliquer la méthode. Pour simuler l'électrode, il existe n_E points de contour et points de charges, dont n_{ED} d'entre eux sont disponibles sur le côté du diélectrique (No.1) et $n_E - n_{ED}$ sont sur le côté de l'air (No.2,3).

Ces charges n_E sont valables pour le calcul des potentiels et des intensités de champ dans les deux milieux, c'est à dire pour le diélectrique et pour l'air. A l'interface diélectrique-air, il y a n_B points de contour (No.4,5) avec n_B points de charge dans l'air (No.4,5) valable pour le diélectrique et n_B points de charges dans le diélectrique (No.6,7) valable pour l'air.

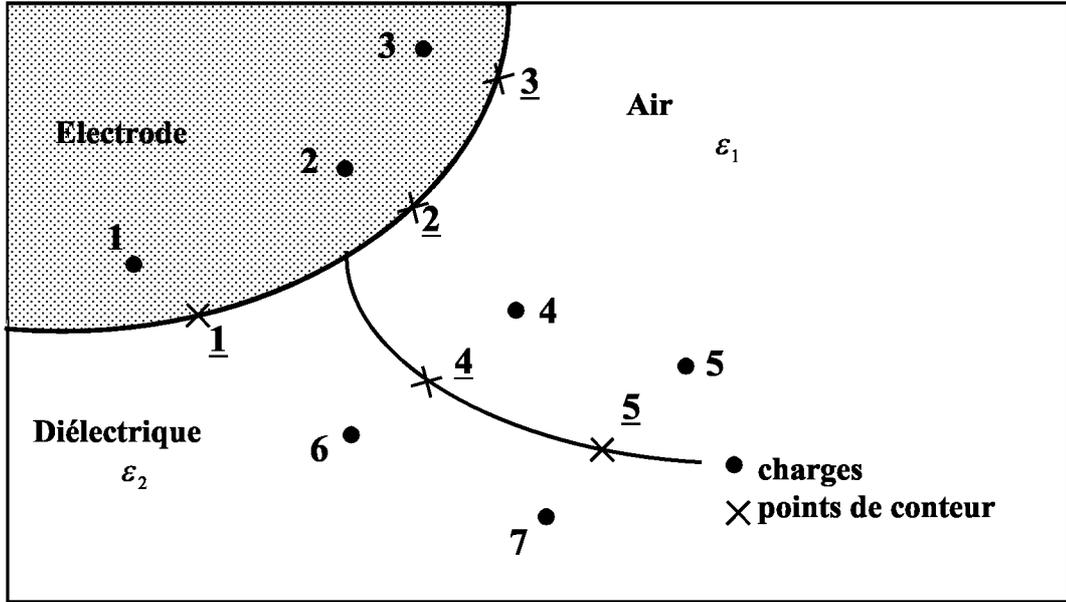


Fig.II.13: Position des charges fictives [3].

Il existe au total $n_C = n_E + n_B (= 5)$ nombre de points du contour, et $n_q = n_E + 2.n_B (= 7)$ nombre des points de charge fictive. [19].

Dans le but de déterminer les charges de simulation, un système d'équations est obtenu en imposant les conditions aux frontières suivantes :

- 1- Sur chaque électrode, le potentiel doit être égal au potentiel connu du conducteur.
- 2- À l'interface diélectrique-diélectrique, le potentiel et sa dérivée normale doivent être continus au travers de celle-ci.

Le potentiel des points du contour de l'électrode du côté du diélectrique (No.1) égal à V_c :

$$\sum_{j=1}^{n_E} P_{ij} \cdot q_j + \sum_{j=n_E+1}^{n_E+n_B} P_{ij} \cdot q_j = V_c \tag{II .47}$$

(1..3) (4..5)

- Il est également V_c sur le côté de l'air (No.2.3):

$$\sum_{j=1}^{n_E} P_{ij} \cdot q_j + \sum_{j=n_E+n_B+1}^{n_E+2.n_B} P_{ij} \cdot q_j = V_c \tag{II .48}$$

(1..3) (6..7)

- le potentiel des points de contour sur la frontière diélectrique est inconnue, mais pour chaque point, il doit être le même dans l'air (V_A) et dans le diélectrique (V_D). Ainsi pour la frontière air-diélectrique ($V_A = V_D$).

$$\sum_{j=1}^{n_E} P_{ij} \cdot q_j + \sum_{j=n_E+n_B+1}^{n_E+2n_B} P_{ij} \cdot q_j = \sum_{j=1}^{n_E} P_{ij} \cdot q_j + \sum_{j=n_E+1}^{n_E+n_B} P_{ij} \cdot q_j \quad (\text{II .49})$$

(1..3) (6..7) (1..3) (4..5)

Après la simplification on obtient:

$$-\sum_{j=n_E+1}^{n_E+n_B} P_{ij} \cdot q_j + \sum_{j=n_E+n_B+1}^{n_E+2n_B} P_{ij} \cdot q_j = 0 \quad (\text{II .50})$$

(4..5) (6..7)

- De condition de continuité de normale n de densité de flux D :

$D_{n1} = D_{n2}$ Car $\sigma_{libre} = 0$ Sur l'interface, donc

$$\varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2} \quad (\text{II .51})$$

ε_1 et ε_2 : Respectivement sont les permittivités de l'air et diélectrique.

$$\varepsilon_1 \cdot \left(\sum_{j=1}^{n_E} P_{ij} \cdot q_j + \sum_{j=n_E+1}^{n_E+n_B} P_{ij} \cdot q_j \right) = \varepsilon_2 \cdot \left(\sum_{j=1}^{n_E} P_{ij} \cdot q_j + \sum_{j=n_E+n_B+1}^{n_E+2n_B} P_{ij} \cdot q_j \right) \quad (\text{II .52})$$

(1..3) (4..5) (1..3) (6..7)

Posons: $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$

- Puis aux points de contour de la frontière diélectrique, l'intensité du champ normal de l'air doit être ε_r fois plus grande que dans le diélectrique.

$$\varepsilon_r \left(\sum_{j=1}^{n_E} f_{ij} \cdot q_j + \sum_{j=n_E+1}^{n_E+n_B} f_{ij} \cdot q_j \right) = \sum_{j=1}^{n_E} f_{ij} \cdot q_j + \sum_{j=n_E+n_B+1}^{n_E+2n_B} f_{ij} \cdot q_j \quad (\text{II .53})$$

(1..3) (4..5) (1..3) (6..7)

f_{ij} : Ce sont les coefficients de champ dans la direction normale perpendiculaire à la surface du diélectrique au point de contour.

D'où:

$$(\varepsilon_r - 1) \cdot \sum_{j=1}^{n_E} f_{ij} \cdot q_j + \varepsilon_r \cdot \sum_{j=n_E+1}^{n_E+n_B} f_{ij} \cdot q_j - \sum_{j=n_E+n_B+1}^{n_E+2n_B} f_{ij} \cdot q_j = 0 \quad (\text{II .54})$$

(1..3) (4..5) (6..7)

$$(\varepsilon_r - 1) \cdot \sum_{j=1}^3 f_{ij} \cdot q_j + \varepsilon_r \cdot \sum_{j=4}^5 f_{ij} \cdot q_j - \sum_{j=6}^7 f_{ij} \cdot q_j = 0 \quad (\text{II .55})$$

II.7 Conclusion

La méthode des charges fictives est l'une des méthodes élégantes d'équation intégrale pour le calcul numérique de la distribution de champ électrique et du potentiel dans des objets diélectriques ou conducteurs à partir d'un ensemble de charges fictives dans les systèmes à haute tension. Une méthode numérique simple par son expression, utilise les équivalences physiques pour chercher la solution d'une équation aux dérivées partielles, la méthode des charges équivalentes simule les charges superficielles inconnues par des charges fictives. La solution de l'équation différentielle en un point est la superposition de l'effet des charges fictives, ils utilisent généralement quatre types de distributions de charges, des segments de droite, des lignes infinies et des anneaux chargés, et des charges ponctuelles. La position des charges est déterminée en fonction des paramètres des éléments de frontières correspondants. Il est non seulement utile dans les 2-D et axisymétriques systèmes, mais également efficace en calculant les champs à trois dimensions. La mise en oeuvre de la méthode nécessite par ailleurs le choix d'un ensemble de points de référence situés sur les frontières des régions. Ces derniers appelés points de contour sont des points vérifiant des conditions aux limites où des conditions d'interface.

Chapitre III

Le calcul du champ électrique par la méthode des charges fictives

III.1 Introduction

Les influences des champs électriques produits par les équipements à haute tension tel que les lignes aériennes H T sur l'environnement sont bien connues et analysées dans plusieurs travaux de recherche [6,16,23,24].

L'évaluation précise des champs électriques est très importante. Il devient un souci important dans les dernières années. Les méthodes comportent en principe le calcul analytique et expérimental, ainsi que le calcul numérique. Comme l'augmentation continue de population humaine et avec la tendance de se concentrer dans les grandes villes, à créé une demande sans précédent de l'énergie électrique et accéléré la concentration des lignes de transport H T près où sur les zones très peuplées [25].

La plus part de travaux de calcul et mesure des champs électriques et magnétiques créés par les lignes de transport d'énergie électrique, supposent que les lignes sont horizontales, droites et parallèles à un sol plat, et le fléchissement dû au poids de la ligne est négligé. Il est connu que le champ électrique généré par une ligne électrique dans l'espace dépend de la distance des conducteurs par rapport au point de calcul, du niveau de tension, de la distance mutuelle des conducteurs et de la hauteur des conducteurs par rapport au sol.

Dans le chapitre précédent, nous avons donné les formules générales permettant de calculer le champ électrique E et le potentiel V créés par des charges fictives discrètes. Dans cette partie, nous nous proposons de déterminer effectivement ces grandeurs.

Ce calcul est basé sur la méthode des charges fictives. Notre calcul du champ électrique est effectué pour une ligne électrique triphasée aérienne haute tension de 380kV, en supposant dans le premier cas que la ligne électrique est caténaire, et en deuxième cas la ligne électrique est parallèle au sol plat, pour une configuration nappe et drapeau.

III.2 Simplification de la géométrie de la ligne électrique

La forme géométrique la plus juste d'un conducteur suspendu entre deux pylônes peut être décrite en sachant les paramètres tels que la distance entre les deux points de suspension, la flèche S , la hauteur minimale h (à la mi-portée) et la hauteur maximale H , comme elle représente la figure (III.1). [16].

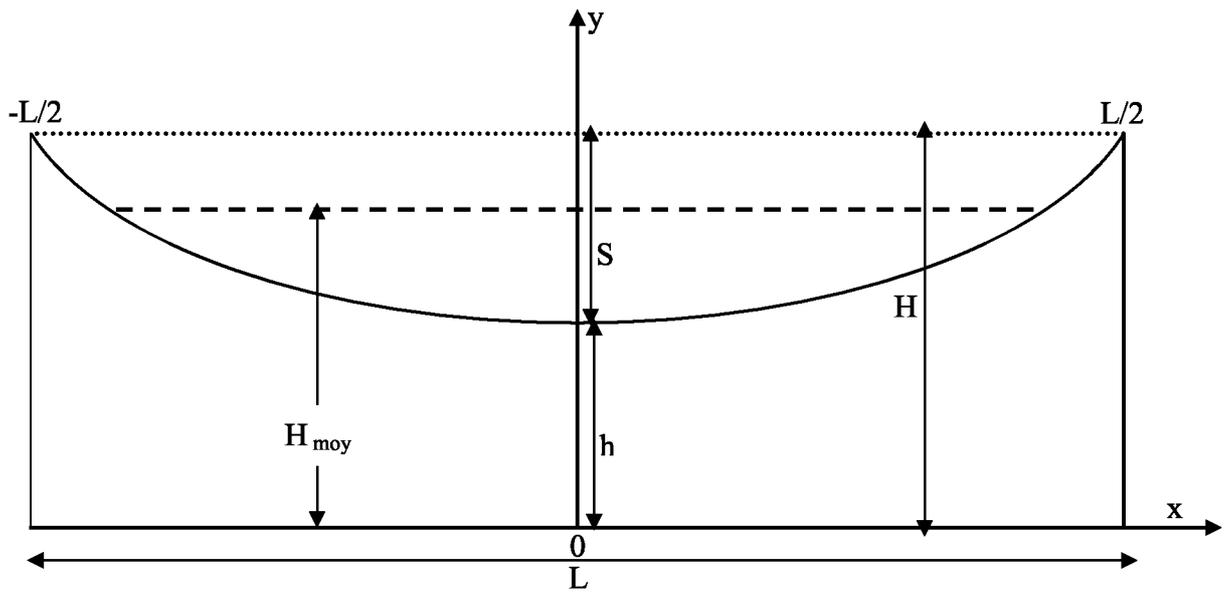


Fig. III.1: Les dimensions d'une ligne électrique aérienne [26].

III.2.1 Ligne électrique aérienne avec flèche

Ce calcul prend en considération les effets caténaux de la ligne, la symétrie se trouve à mi-distance entre les pylônes, la courbe dessinée par la ligne est supposée de forme parabolique, soit, du type : $y = a - b.x^2$ [27].

En $x = 0\text{m}$, $y = h$

En $x = \frac{L}{2}$, $y = h+S$

Nous obtenons : $a = h$, $b = -S \cdot \left(\frac{2}{L}\right)^2$.

L'équation de cette parabole est :

$$y = h + S \left(\frac{2.x}{L}\right)^2 \quad (\text{III .1})$$

Où:

S : la flèche de la ligne.

L : la longueur de la ligne.

h : la hauteur au niveau de la flèche.

III.2.2 Ligne électrique aérienne sans flèche

Certains calculs supposent que les lignes sont horizontales, droites et parallèles à un sol plat, et le fléchissement dû au poids de la ligne est négligé. On introduit en tenant en compte une hauteur moyenne entre la hauteur maximale et la hauteur minimale de la ligne.

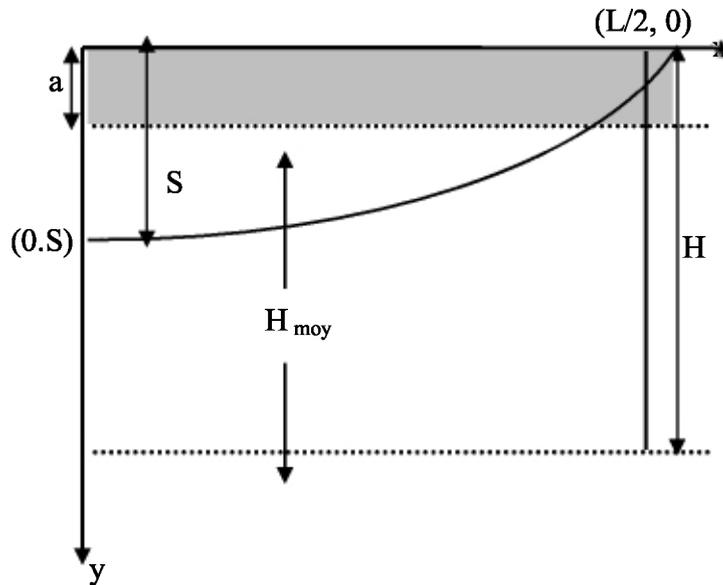


Fig. III.2: calcul de la hauteur moyenne d'une ligne électrique aérienne [27].

En $x = 0$ m, $y = S$ (flèche maximale) ;

En $x = \frac{L}{2}$, $y = 0$

Nous obtenons : $a = S$, $b = -S \cdot \left(\frac{2}{L}\right)^2$.

L'équation de cette parabole est :

$$y = S \cdot \left[1 - \left(\frac{x}{(L/2)} \right)^2 \right] \tag{III .2}$$

La position moyenne est estimée en égalant les aires sous-tendues par la parabole équivalente et la droite horizontale constituant notre ligne conformément à la figure précédente [27].

Nous calculons alors l'intégrale:

$$\int_0^{L/2} y(x) dx \tag{III .3}$$

Cette intégrale doit être égale à la surface du rectangle, d'où :

$$\left(\frac{L}{2}\right)a = \int_0^{L/2} S \cdot \left[1 - \left(\frac{x}{(L/2)}\right)^2\right] dx \quad (\text{III .4})$$

Ce qui donne : $a = \left(\frac{2}{3}\right)s$

Nous devons diminuer toutes les hauteurs maximales de $\left(\frac{2}{3}\right)s$.

La hauteur moyenne définie par la relation suivante [27] :

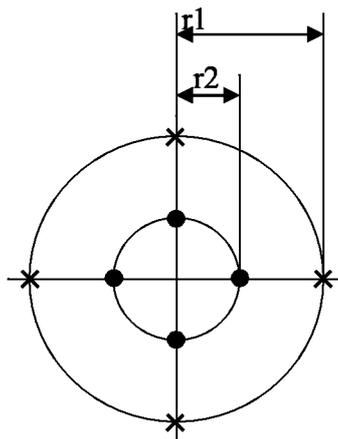
$$H_{\text{moy}} = H - \left(\frac{2}{3}\right)s \quad (\text{III .5})$$

H: la hauteur maximale

S : la flèche de la ligne

III.2.3 Application de la méthode des charges fictives pour les Lignes triphasées aériennes

L'exemple étudié est un arrangement de deux dimensions, les lignes de transmission alternatives de 380 kV, les lignes L1, L2 et L3 sont des conducteurs constitués de faisceaux de charges linéiques infinies, tandis que les câbles de garde sont des fils métalliques ayant un seul faisceau de charges linéiques, et porté au potentiel $V=0\text{v}$ [6].



● Charge fictive.

× Point contour

Fig. III.3: Distribution des charges linéiques dans la section du conducteur électrique [16].

Pour ce calcul on utilise les charges linéiques infinies, la distribution des charges dans la section du conducteur est montrée par la figure suivante [16].

r_1 : Rayon réel du conducteur.

r_2 : Rayon fictif formé par les charges fictives.

Les formes générales des coordonnées des points contours et des charges fictives sont données par les formules suivantes [20] :

$$x_k = x_{con} + R \cdot \cos \frac{\pi}{n-1} \cdot (k-1) \quad (\text{III } .3)$$

$$y_k = H_{con} + R \cdot \sin \frac{\pi}{n-1} \cdot (k-1) \quad (\text{III } .4)$$

$$\text{Avec: } R = \begin{cases} r_1 & \text{si } k = i \\ r_2 & \text{si } k = j \end{cases}$$

n : le nombre des charges fictives

La procédure d'application de la méthode des charges fictives pour le calcul du champ électrique pour une ligne électrique à haute tension est la suivante :

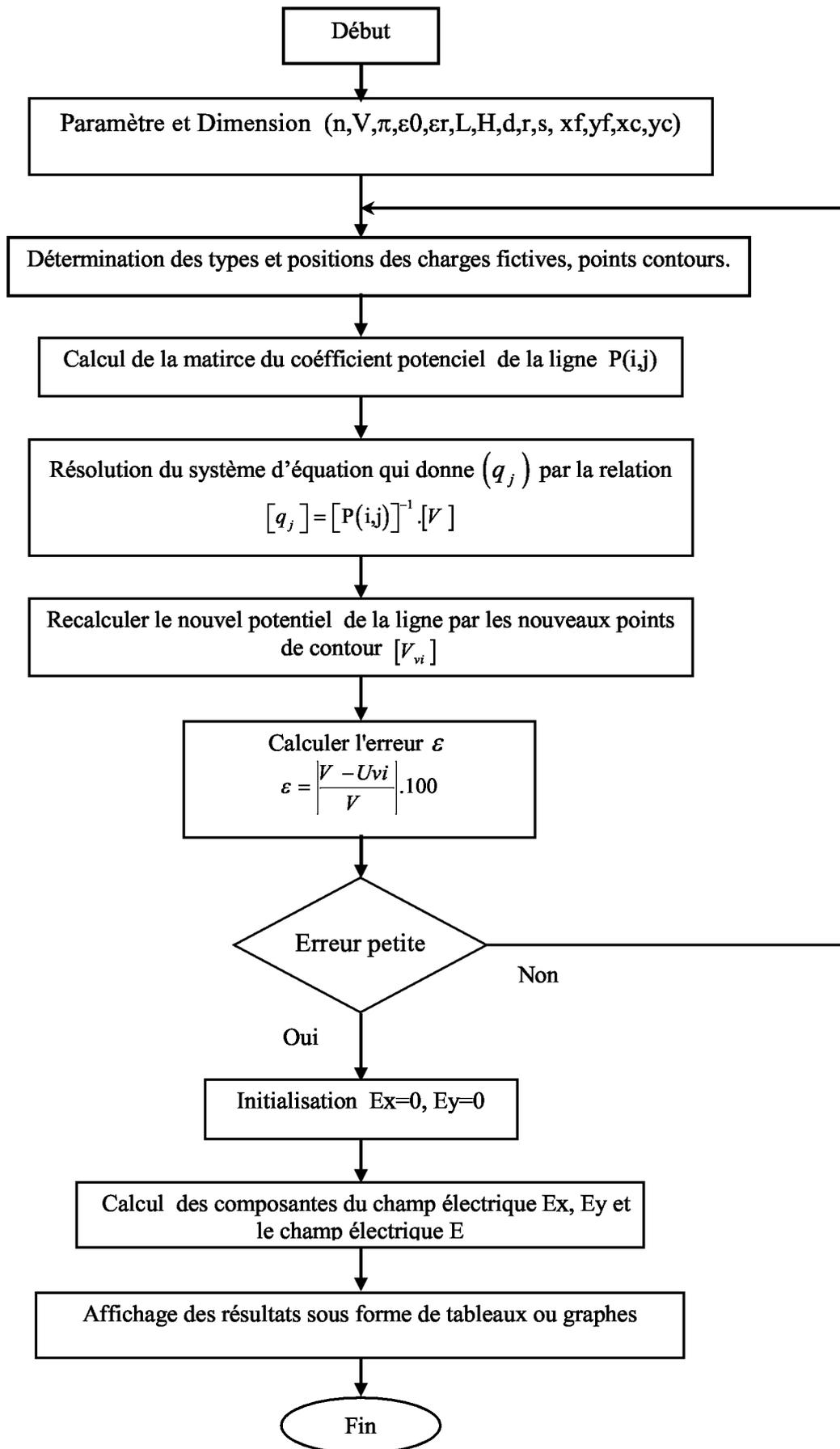


Fig. III.4: Organigramme de calcul du champ électrique d'une ligne électrique[7]

III.2.4 Calcul du champ électrique de la ligne électrique aérienne triphasée étudiée

- Présentation et discussion des résultats obtenus.

On considère une ligne électrique aérienne triphasée à haute tension ayant l'arrangement et les coordonnées géométriques montrés dans les figures présentées ci dessous, la tension de ligne est de 380 kV. Nous avons procédé dans le cadre de ce travail à des calculs effectués sur une ligne électrique aérienne en nappe (sans et avec câble de garde) puis sur une ligne électrique aérienne en drapeau (sans et avec câble de garde) et une ligne électrique a double conducteurs par phase en nappe. Le calcul du champ électrique dans notre étude est effectué à une hauteur de 2 m à partir du sol.

III.2.4.1 Ligne électrique aérienne triphasée en nappe horizontale

C'est un type d'armement des conducteurs de la ligne électrique où les conducteurs sont disposés sur un même plan horizontal c'est-à-dire même hauteur par rapport à la terre. Il est très utilisé pour les lignes de transport d'énergie électrique.

III.2.4.1.1 Ligne électrique en nappe horizontale sans câble de garde

Pour une ligne électrique caténaire en nappe horizontale, les distances de calcul entre les conducteurs de phase et sol, les abscisses du conducteur sont indiquées sur la figure (III.5).

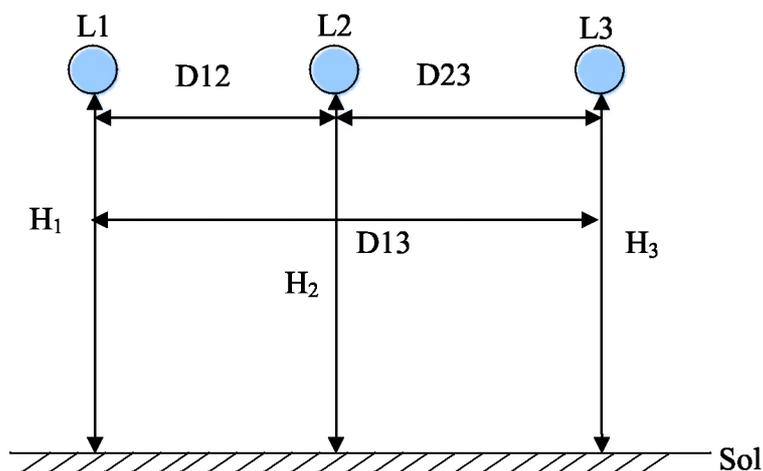


Fig. III.5: Géométrie d'une ligne triphasés HT en Nappe horizontale sans câble de garde.

Où :

Hauteur des conducteurs:

Hauteur des conducteurs : $H_1 = 25\text{m}$, $H_2 = 25\text{m}$, $H_3 = 25\text{m}$.

Espacement entre conducteur : $D_{12} = 10\text{m}$, $D_{23} = 10\text{m}$, $D_{13} = 20\text{m}$.

Rayon des conducteurs:

Rayon du conducteur de phase = 3cm

La flèche moyenne du conducteur = 4m

Pour ce type de ligne nous avons calculé le champ électrique pour n'importe quelle distance de la ligne et le long de la portée. On utilise la mesure des erreurs pour estimer la précision de la méthode des charges fictives, pour une tension complexe de 380kV . Nous avons trouvé les résultats suivants.

- Au niveau de la flèche

La valeur calculée pour le potentiel électrique est $V = 380\text{KV}$ et l'erreur relative obtenue $\text{Err} = 5.6636 \cdot 10^{-4}$, On remarque que l'erreur relative est très faible, alors on peut déduire que la méthode du calcul présente une bonne précision, en ce qui concerne le champ électrique au niveau de la flèche, la figure (III.6) montre que le champ électrique augmente lorsque la distance latérale diminue, puis il atteint un maximum à une distance située entre le conducteur latérale et le centrale, en fin il se réduit lentement jusqu' au point de symétrie d'où il croit de nouveau, l'intensité maximale du champ électrique $E_{\text{max}} = 6.189\text{ (KV/m)}$.

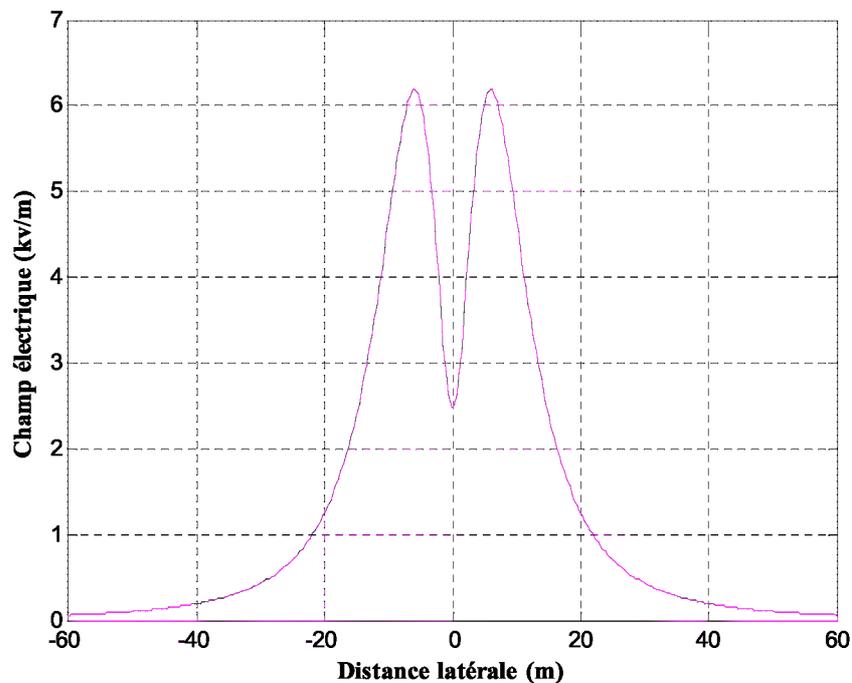


Fig. III.6: Champ électrique au niveau de la flèche
D'une ligne en nappe horizontale sans câble de garde.

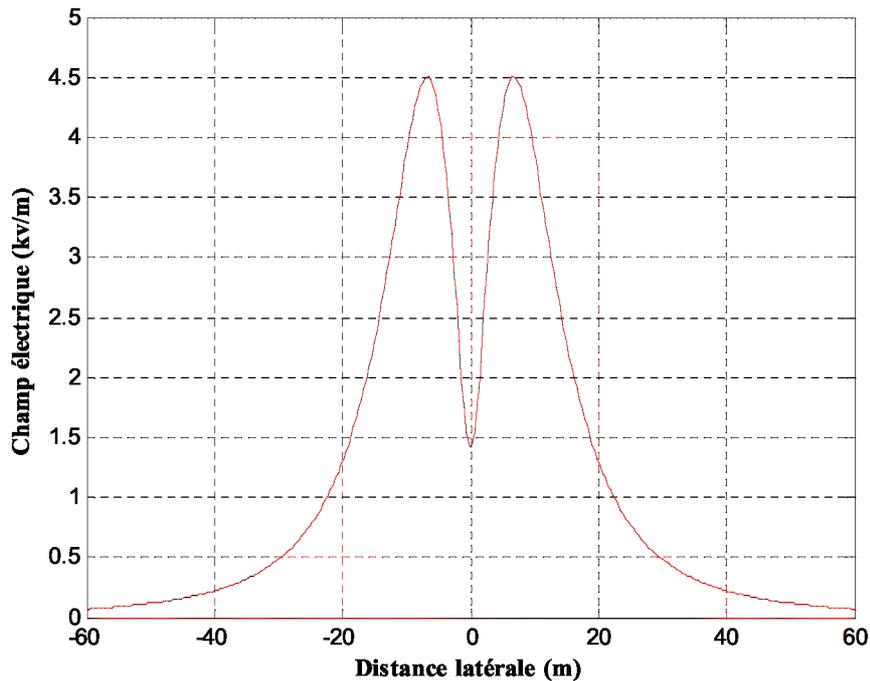


Fig. III.7: Champ électrique au voisinage du pylône d'une ligne en nappe horizontale sans câble de garde.

- Au pied du pylône

On constate que les valeurs obtenues pour les potentiels sont confondues avec les valeurs exactes pour la majorité des points $V=380$ KV , l'erreur relative est $err = 2.4398 \cdot 10^{-4}$, une valeur qui est négligeable. Au voisinage du pylône (figure (III.7)), le champ électrique prend une valeur inférieure à celle au niveau de la flèche $E_{max} = 4.507$ (K.V/m), ce champ décroît rapidement si on s'éloigne de la ligne, à une distance de 60 mètres, la valeur est environ dix fois plus faible que la valeur maximale rencontrée sous la ligne. Notons que la méthode des charges fictives n'est pas valable à l'intérieur du conducteur.

A noter que les valeurs de crête maximum du champ électrique prescrites par les recommandations IRPA (association internationale pour la protection contre les radiations) et CENELEC (comité européen pour la standardisation en électrotechnique) sont respectivement 5.0 et 10.0 (kV/m) [23].

- Ligne électrique parallèle au sol

Dans le cas où le fléchissement dû au poids de la ligne est négligé, on peut supposer que les conducteurs sont parallèles au sol et passant par le centre de gravité de la parabole formée entre deux pylônes. Notre calcul pour le calcul du champ électrique sera effectué en utilisant

la hauteur moyenne (H_{moy}), les résultats obtenus concernant l'allure du champ électrique sont illustrés par la courbe de la figure (III.8).

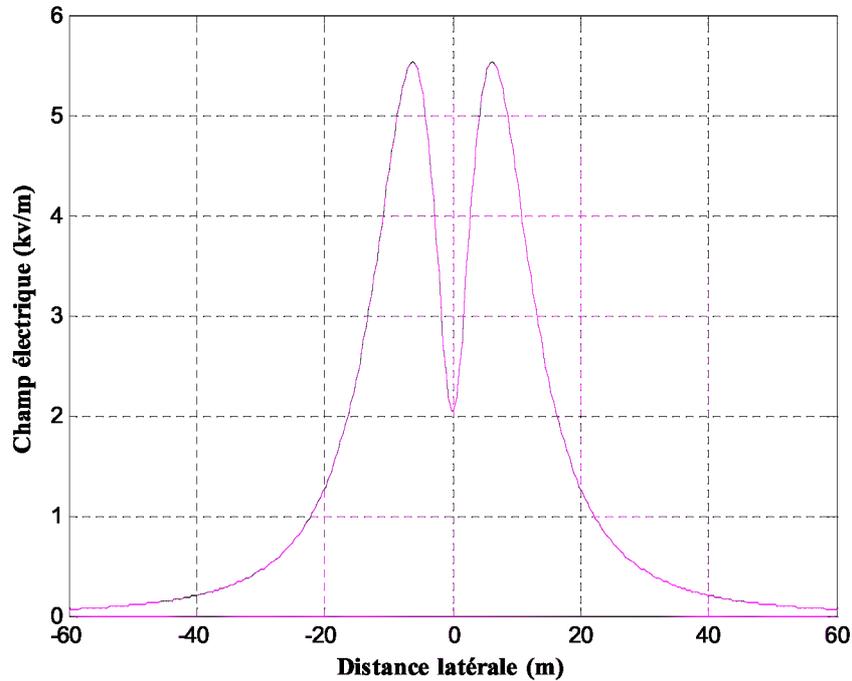


Fig. III.8: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale parallèle au sol

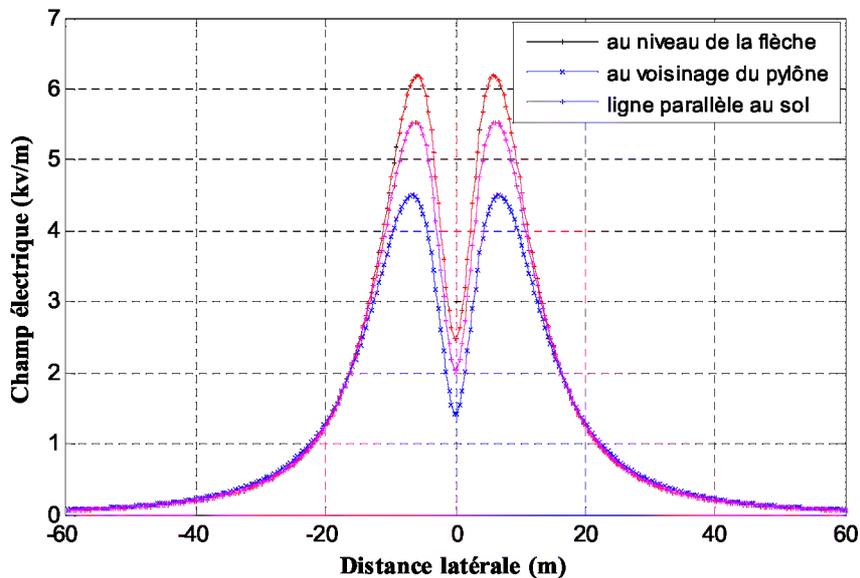


Fig. III.9: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale sans câble de garde

Les valeurs de potentiels sont confondues avec les valeurs exactes pour la majorité des points $V=380$ KV, l'erreur relative maximale est $err = 2.4829 \cdot 10^{-4}$, une valeur qui est négligeable, le champ électrique est maximale à un point situé entre les lignes latéraux et la

ligne centrale $E_{\max} = 5.541$ (K.V/m), ce champ décroît de manière continue pour atteindre théoriquement 0 à un point situé très loin du conducteur.

On constate que cette valeur est constante le long de la portée par la négligence de l'effet de la flèche, en comparaison, on constate que la flèche joue un rôle très important dans le calcul du champ électrique.

On peut aussi tracer la variation du champ électrique suivant la normale Z , de la figure (III.10), on voit que le champ électrique suivant la normale Z décrit d'une façon presque hyperbolique [7], le champ électrique en un point le long du normal augmente avec l'altitude, il passe par un maximum, puis diminue lentement avec l'altitude.

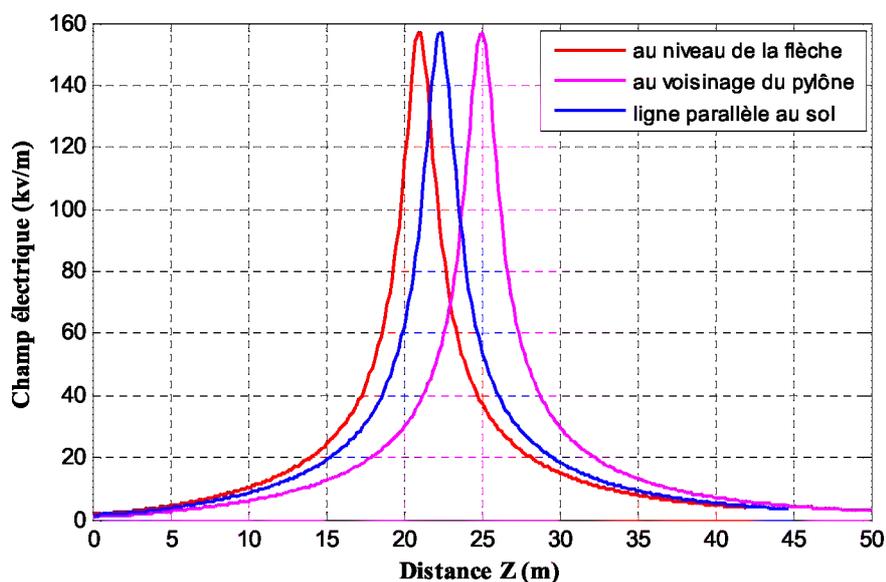


Fig. III.10: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale sans câble de garde Suivant la normale Z

III.2.4.1.3. Les facteurs affectant le champ électrique

Il y a de nombreux facteurs qui affectent les valeurs des champs électriques produits par une ligne électrique aérienne haute tension, il dépend principalement de la géométrie de la ligne électrique, c'est-à-dire la disposition des phases (nappe, drapeau ...), le champ électrique dépend directement du niveau de tension, plus la tension électrique est grande, plus le champ électrique est intense (figure (III .11), il dépend de la distance mutuelle des conducteurs.

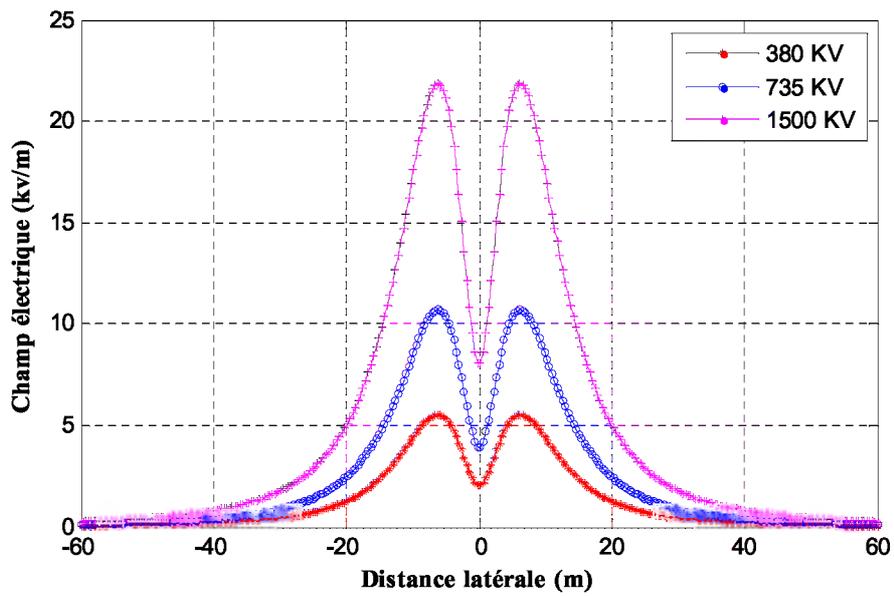


Fig. III.11: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale sans câble de garde Pour différents niveaux de tension

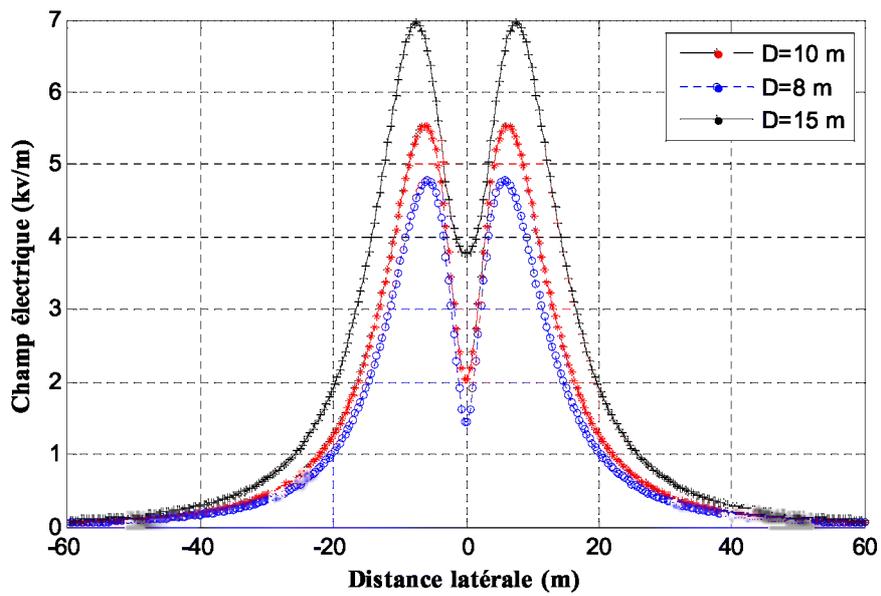


Fig. III.12: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale 380 KV sans câble de garde pour différents distances de séparation

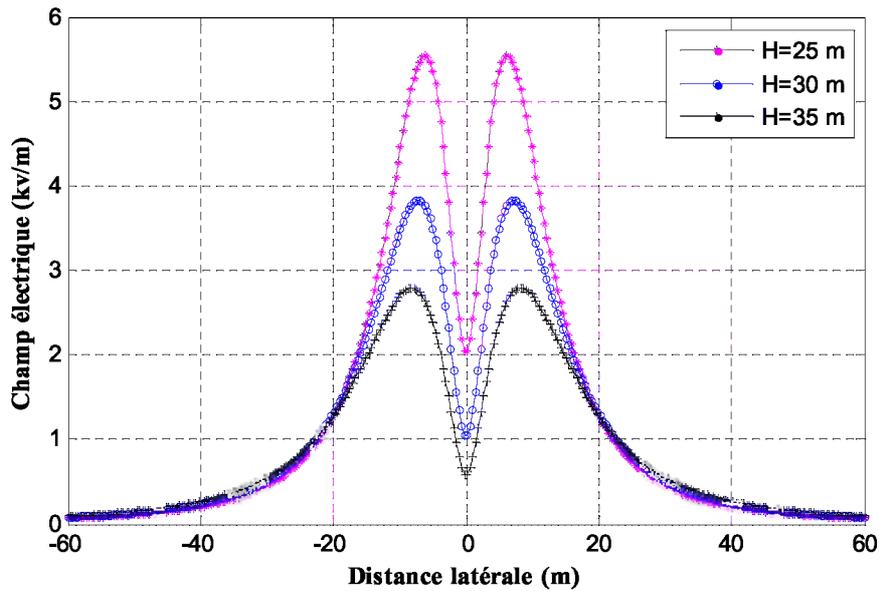


Fig. III.13: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale 380 KV sans câble de garde pour différents hauteurs du sol.

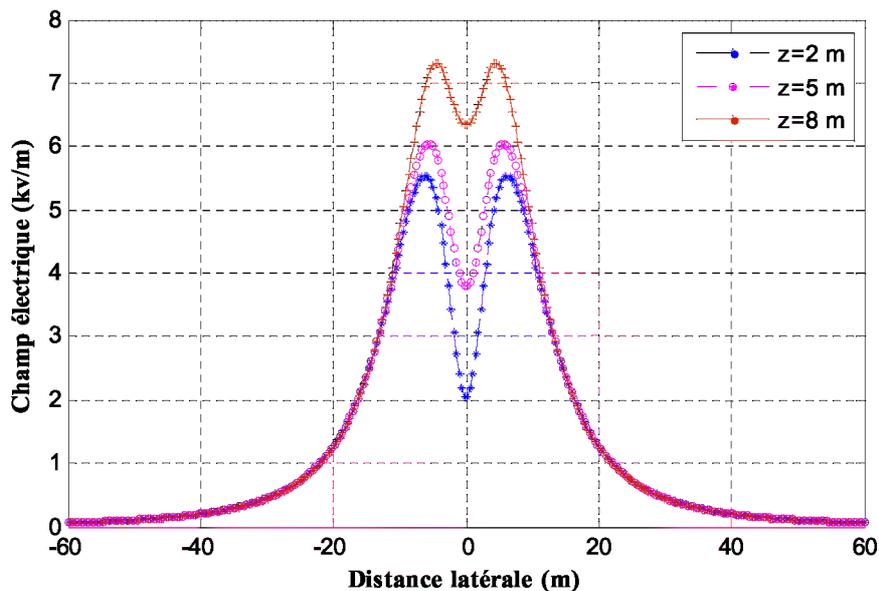


Fig. III.14: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale 380 KV sans câble de garde pour différents points de calcul.

L'augmentation de l'espace entre les conducteurs augmente les valeurs du champ électrique (figure (III .12), pour tous les types de configuration, et de l' hauteur des conducteurs par rapport au sol. L'augmentation de l' hauteur diminue les valeurs du champ électrique (figure (III .13), aussi de la distance des conducteurs par rapport au point de calcul du champ électrique (figure (III .14).

III.2.4.1.4 Ligne électrique en nappe horizontale avec un câble de garde

Dans le cas d'une ligne triphasée avec câble de garde on tiendra compte de ce dernier dans la formation de la matrice des coefficients de potentiel, la distribution des charges suit la même procédure précédente et le potentiel du câble de garde sera évidemment pris égal à zéro. Les distances de calcul entre les conducteurs de phase, le câble de garde et sol et leurs abscisses sont indiquées sur la figure présentée ci dessous. La géométrie du câble de garde:

Hauteur du câble de garde: $H_4 = 30\text{m}$

Espacement entre conducteur et câble de garde: $D_{14} = 10\text{m}$, $D_{34} = 10\text{m}$

Rayon du câble de garde $= 1.5\text{cm}$

La flèche moyenne du câble de garde $= 4\text{m}$

Les câbles de garde ne transportent pas le courant. Généralement ils sont placés au-dessus des conducteurs de phase. Sert à protéger ces derniers contre les coups de foudre directs en attirant les coups de foudre, et en évitant le foudroiement des conducteurs.

Alors notre ligne est une ligne en nappe horizontale avec câble garde, d'où nous aurons les résultats suivants :

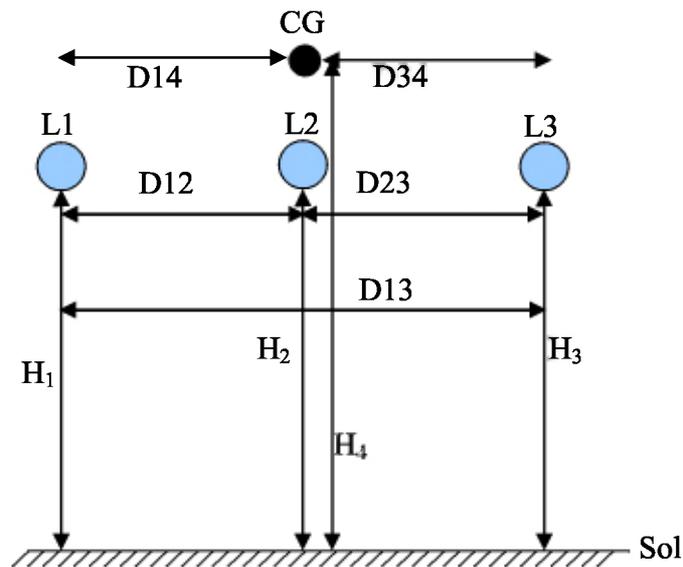


Fig. III.15: Géométrie d'une ligne triphasés H T en Nappe horizontale avec un câble de garde

- au niveau de la flèche

On constate que les valeurs obtenues pour le potentiel $V = 380\text{KV}$ sont très précis, on a évalué l'erreur relative du potentiel électrique $\text{err} = 1.062 \cdot 10^{-4}$, on remarque que l'erreur relative est très faible, cela se traduit par la précision optimale des résultats obtenus.

L'existence d'un câble de garde disposé à une distance H juste au dessus du conducteur de phase centrale augmente légèrement le champ électrique [28], la figure (III.16) montre l'allure du champ électrique a 2 m du sol. Les résultats montrent que l'intensité du champ maximale $E_{\max} = 6.251$ (K.V/m) est supérieure à celle de la même configuration sans câble de garde.

- Au pied du pylône

Dans ce cas, à partir de la simulation du champ électrique, on constate que les valeurs obtenues du potentiel électrique sont confondues avec la valeur exacte dans la majorité des points $V = 380$ KV, on a calculé l'erreur relative du potentiel pour estimer les résultats $\text{err} = 8.4357 \cdot 10^{-5}$, la valeur est considérée très négligeable. On remarque pour la figure (III.17), que la valeur du champ électrique vaut environ $E_{\max} = 4.563$ (K.V/m) au niveau du pylône et croit le long de la portée où il atteint une valeur maximale de 6.251 (K.V/m) à la mi portée de la ligne, donc on remarque que le champ électrique au niveau du sol n'est pas constant le long de la portée par l'effet de la flèche.

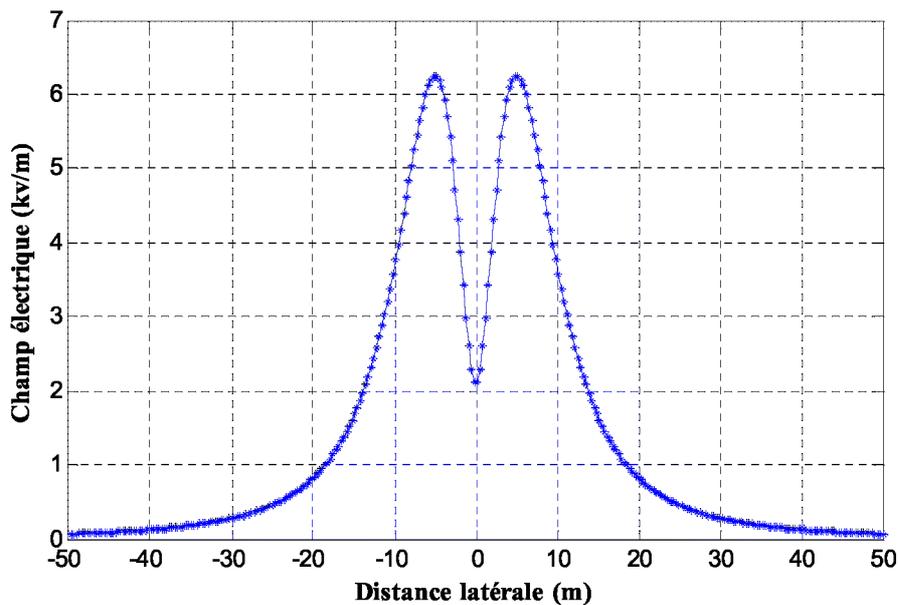


Fig. III.16: Champ électrique au niveau de la flèche d'une ligne
En nappe horizontale avec un câble de garde

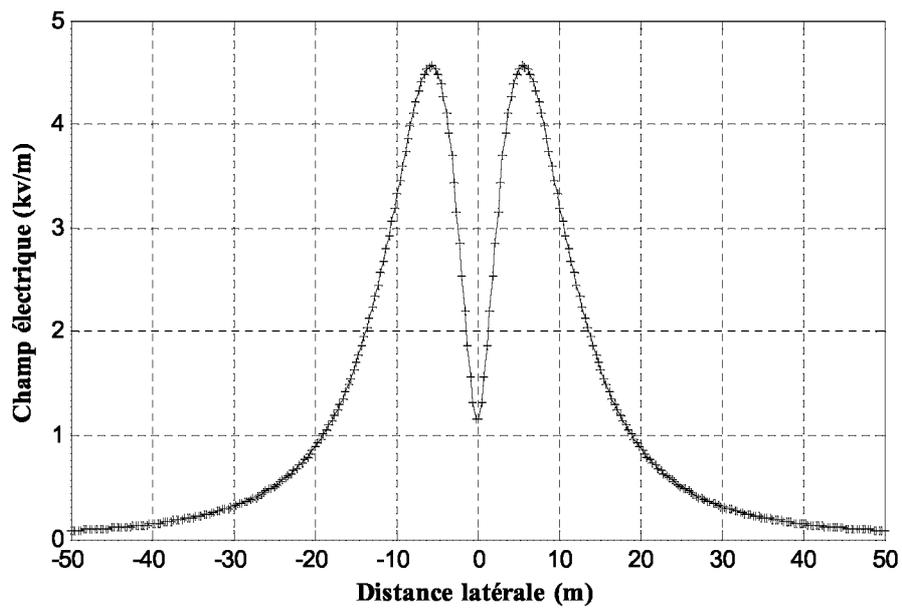


Fig. III.17: Champ électrique au voisinage du pylône d'une ligne
En nappe horizontale avec un câble de garde

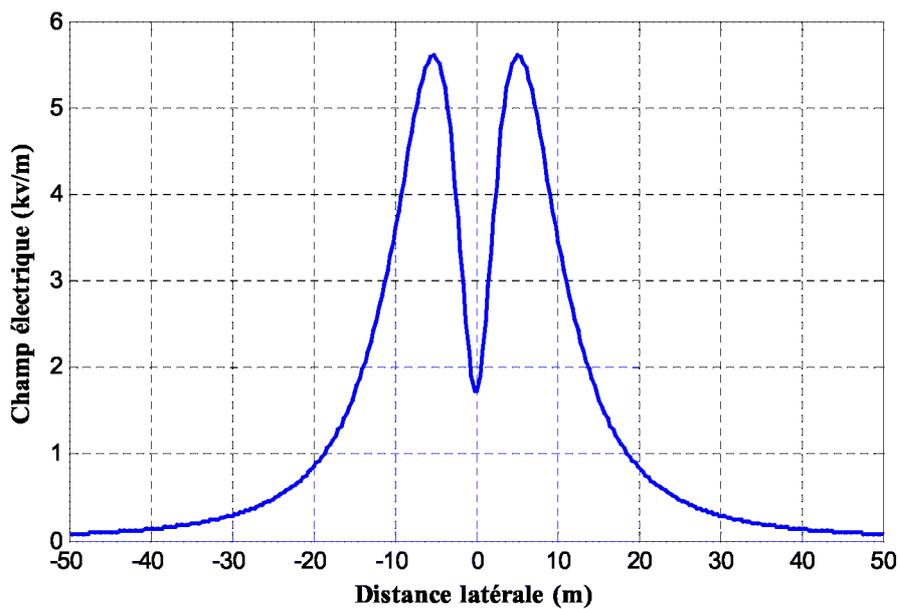


Fig. III.18: Champ électrique d'une ligne
En nappe horizontale parallèle au sol avec un câble de garde

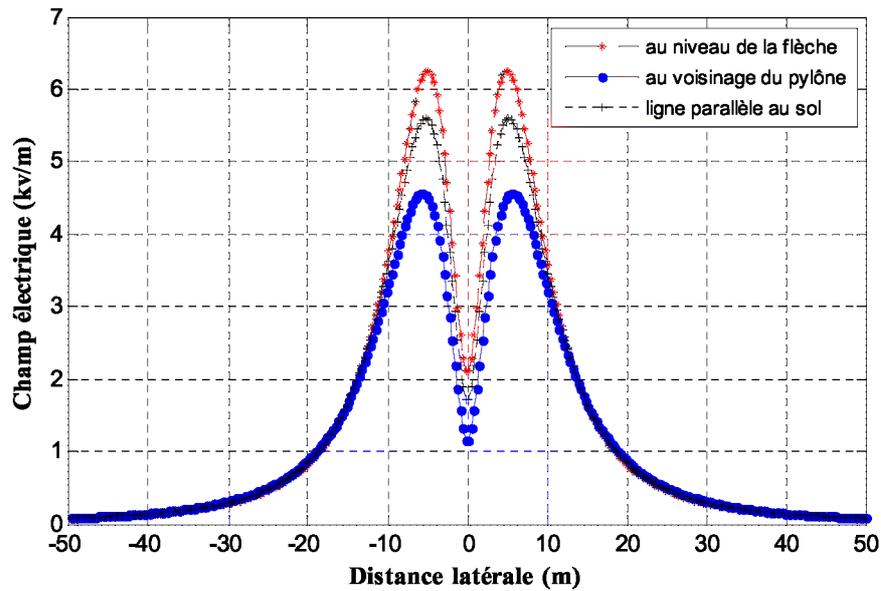


Fig. III.19: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale avec un câble de garde

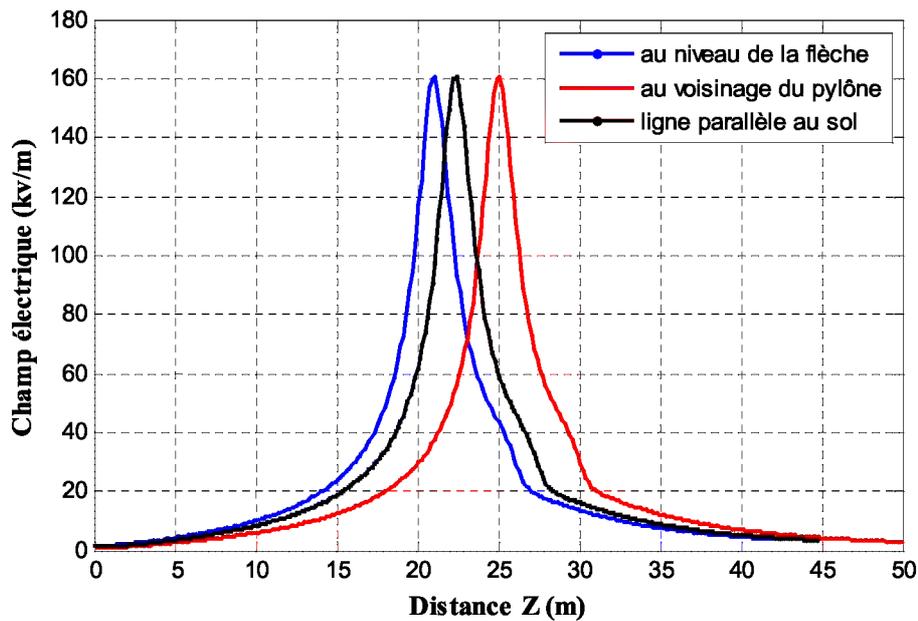


Fig. III.20: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale avec câble de garde
Suivant la normale Z

- Ligne électrique parallèle au sol

Dans le cas où le fléchissement dû au poids de la ligne est négligé, La valeur du potentiel électrique calculé $V = 380 \text{ KV}$, l'erreur relative calculé du potentiel $\text{err} = 7.9814 \cdot 10^{-5}$, on constate sur la figure (III .18) que la valeur du champ électrique de crête maximum $E_{\text{max}} = 5.601 \text{ (K.V/m)}$.

III.2.4.1.5 Ligne électrique en nappe horizontale avec deux câbles de garde

La géométrie de la ligne triphasée avec deux câbles de garde est montrée dans la figure (III.21).

Hauteur des câbles de gardes : $H_4 = H_5 = 30\text{m}$

Espacement entre les câbles de garde: $D_{45} = 10\text{m}$

Rayon du câble de garde = 1.5cm

La flèche moyenne du câble de garde = 4m

Les deux câbles de garde sont disposés à une distance ($H_4 = H_5$) du sol, et latéralement au dessus du conducteur de la phase centrale d'une distance symétrique par rapport au centre, le calcul a donné les résultats suivants.

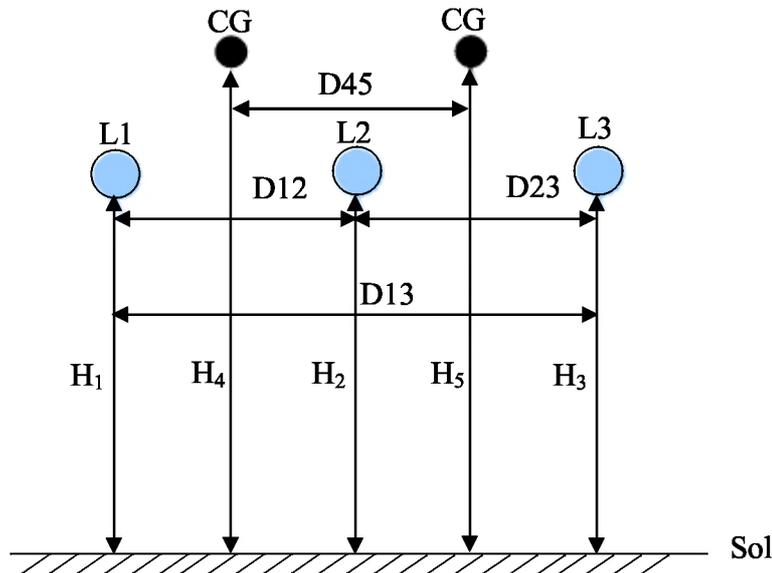


Fig. III.21: Géométrie d'une ligne triphasée H T
En nappe horizontale avec deux câbles de garde

- Au niveau de la flèche

La valeur du potentiel calculée vaut $V = 380\text{KV}$, ces valeurs obtenues sont confondues avec les valeurs exactes pour la majorité des points, aussi bien pour les conducteurs de phases que ceux de gardes. L'erreur relative du potentiel trouvé $\text{err} = 4.3326 \cdot 10^{-5}$, une valeur qui est négligeable.

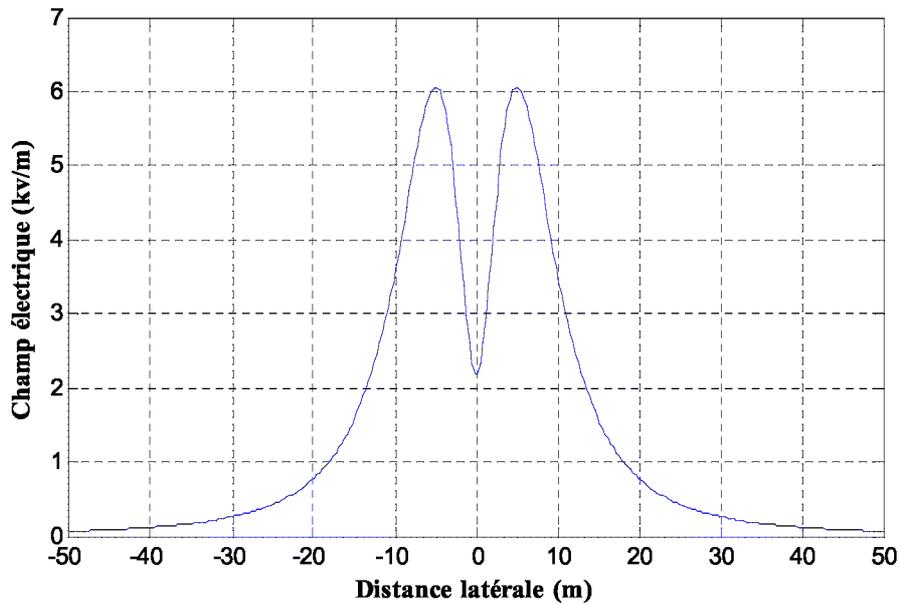


Fig. III.22: Champ électrique au niveau de la flèche d'une ligne
En nappe avec deux câbles de garde

Pour cette configuration, nous remarquons que la distribution du champ est presque similaire à la configuration précédente, la disposition des câbles de garde diminue légèrement les valeurs du champ électrique le long de la portée, la valeur maximale obtenue $E_{\max} = 6.06$ (K.V/m)

- Au pied du pylône

La valeur du potentiel calculée $V = 380$ KV reste presque confondue avec la valeur exacte l'erreur relative du potentiel reste négligé $\text{err} = 5.9766 \cdot 10^{-5}$, la valeur maximale du champ électrique au voisinage du pylône $E_{\max} = 4.412$ (K.V/m), d'après la figure (III.23), une valeur inférieure à celle au niveau de la flèche.

- Ligne électrique parallèle au sol

La figure (III.24) montre l'induction du champ électrique pour la configuration d'une ligne. En nappe horizontale parallèle au sol avec deux câbles de garde, la valeur du potentiel calculée $V = 380$ KV, l'erreur relative du potentiel $\text{err} = 1.8914 \cdot 10^{-5}$, une valeur très négligée, la valeur maximale du champ électrique $E_{\max} = 5.425$ (K.V/m).

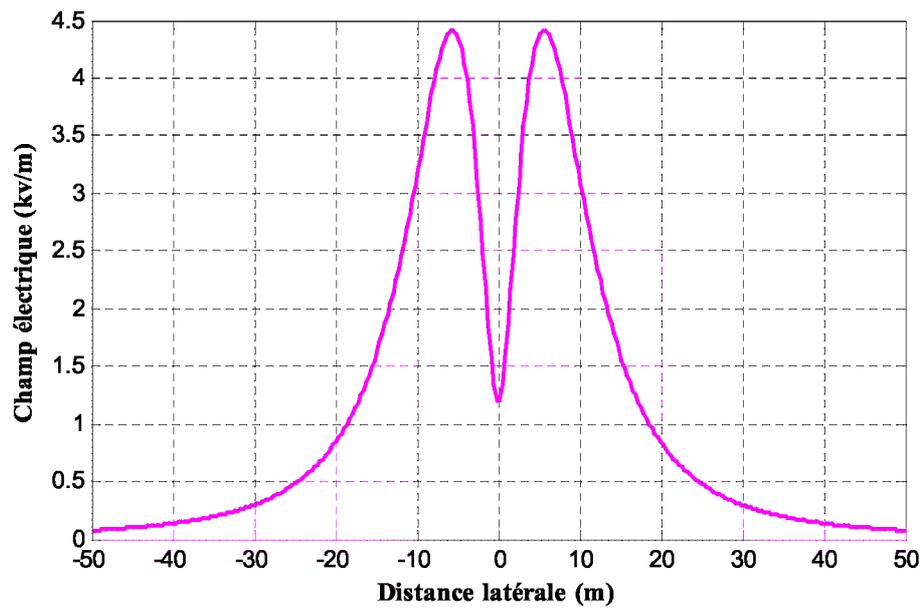


Fig. III.23: Champ électrique au voisinage du pylône d'une ligne
En nappe horizontale avec deux câbles de garde

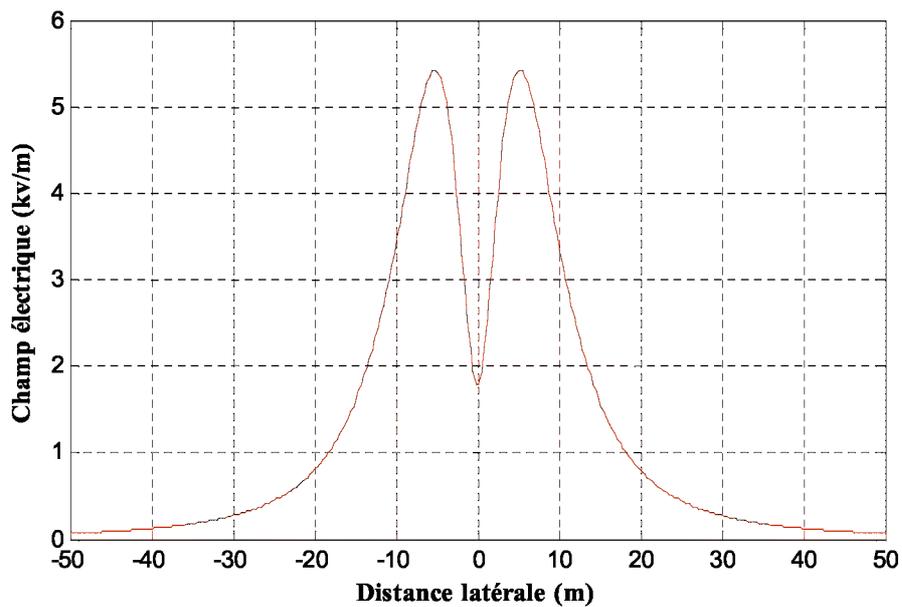


Fig. III.24: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale parallèle au sol avec deux
câbles de garde

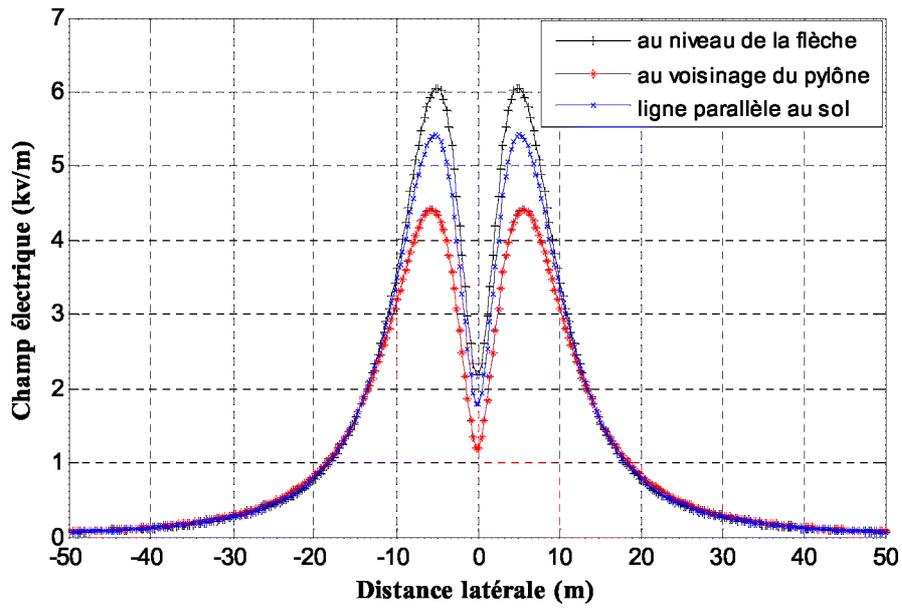


Fig. III.25: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale avec deux câbles de garde

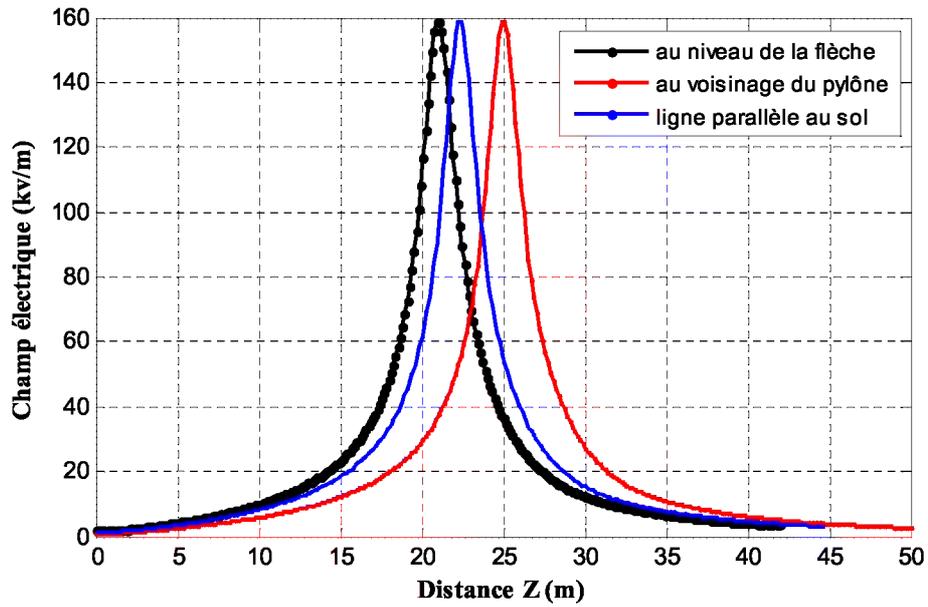


Fig. III.26: Champ électrique d'une ligne en nappe horizontale avec deux câbles de garde
Suivant la normale Z

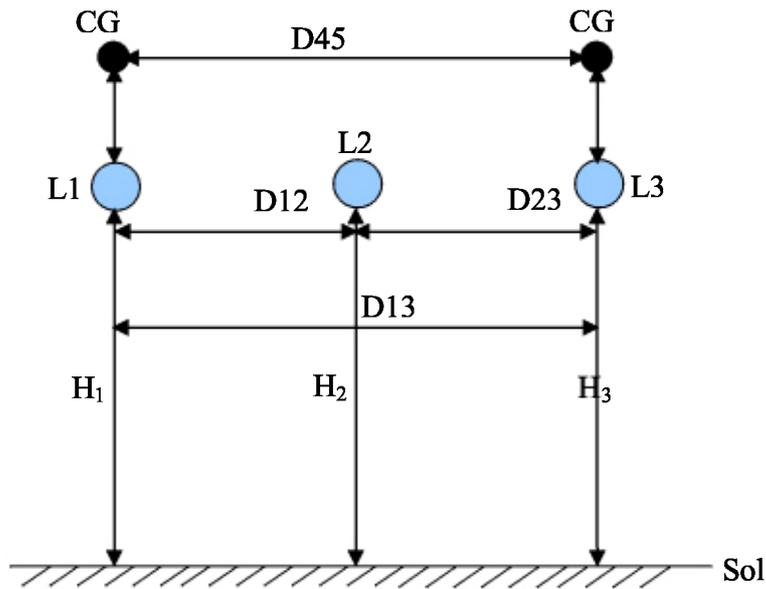


Fig. III.27: Géométrie d'une ligne triphasés
En nappe horizontale avec deux câbles de garde

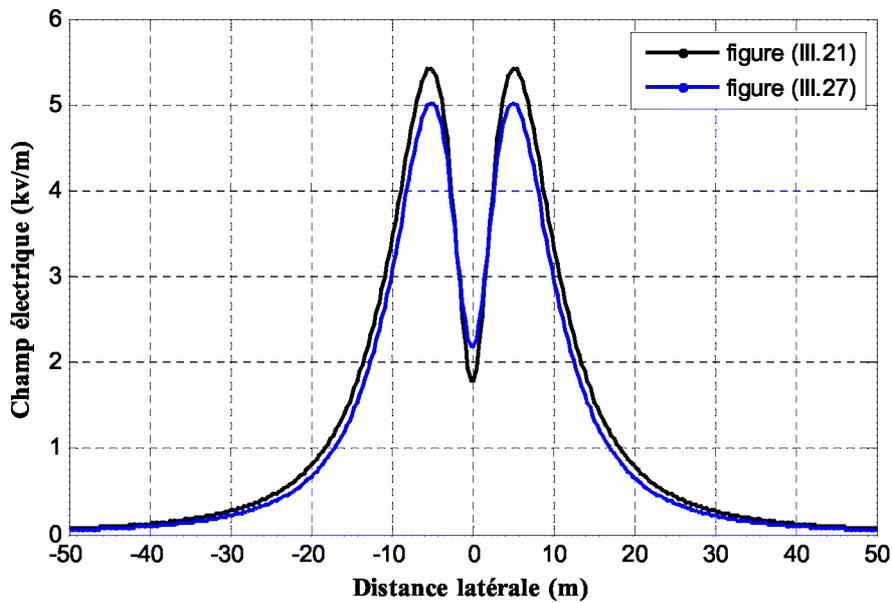


Fig. III.28: comparaison du champ électrique d'une ligne en nappe horizontale
Parallèle au sol avec deux câbles de garde

D'après la figure (III.28) de comparaison, on peut remarquer que la disposition des câbles des gardes utilisée dans la figure (III.27) permet de diminuer plus le champ électrique par rapport à la disposition de la figure (III.21).

III.2 .4 .2 Ligne électrique aérienne triphasée en drapeau

C'est un type d'armement des conducteurs de la ligne électrique où les conducteurs sont situés l'un au-dessous de l'autre d'un seul côté c'est-à-dire par étage par rapport à la terre sous forme d'un drapeau.

III.2 .4 .2.1 Ligne électrique en drapeau sans câble de garde

Il s'agit d'une ligne électrique 380 kV en drapeau, les distances de calcul entre les conducteurs de phase et sol, les abscisses du conducteur sont indiquées sur la figure (III.29) [27].

Hauteur des conducteurs: $H_1 = 30\text{m}$, $H_2 = 39\text{m}$, $H_3 = 48\text{m}$.

Longueur du bras des conducteurs du plan de symétrie du pylône : $D_1 = 7.4\text{m}$, $D_2 = 7\text{m}$, $D_3 = 6.7\text{m}$, le rayon du conducteur = 3cm , la flèche moyenne du conducteur = 4m

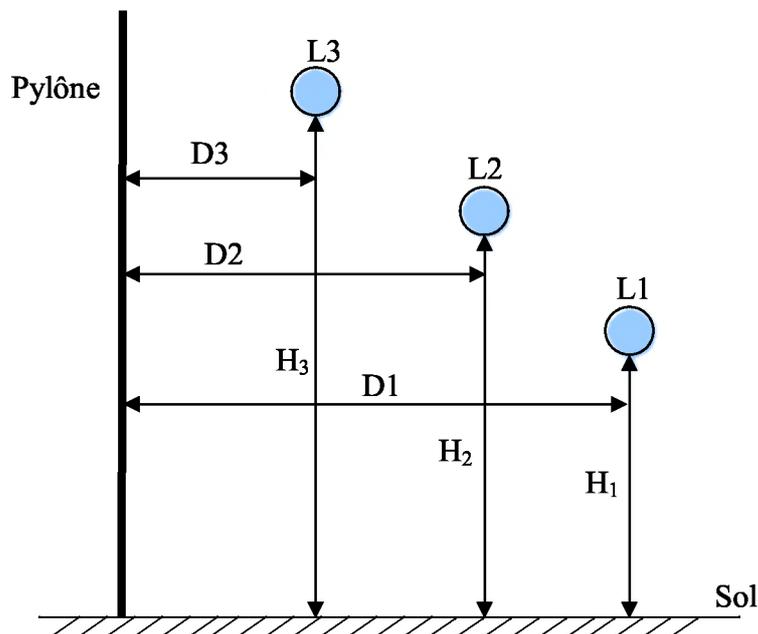


Fig. III.29: géométrie d'une ligne triphasés H T
En drapeau sans câble de garde

Pour ce type de ligne nous avons calculer le champ électrique pour n'importe quelle distance au-dessus de la ligne et le long de cette ligne, pour une tension de 380kV. Et nous avons trouvé les résultats suivants :

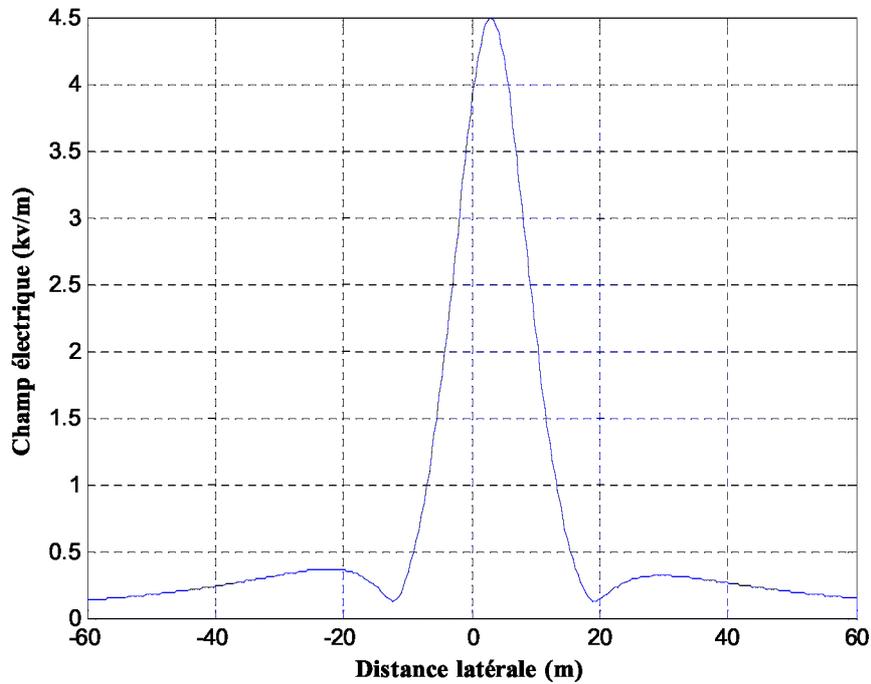


Fig. III.30: Champ électrique au niveau de la flèche d'une ligne en drapeau sans câble de garde

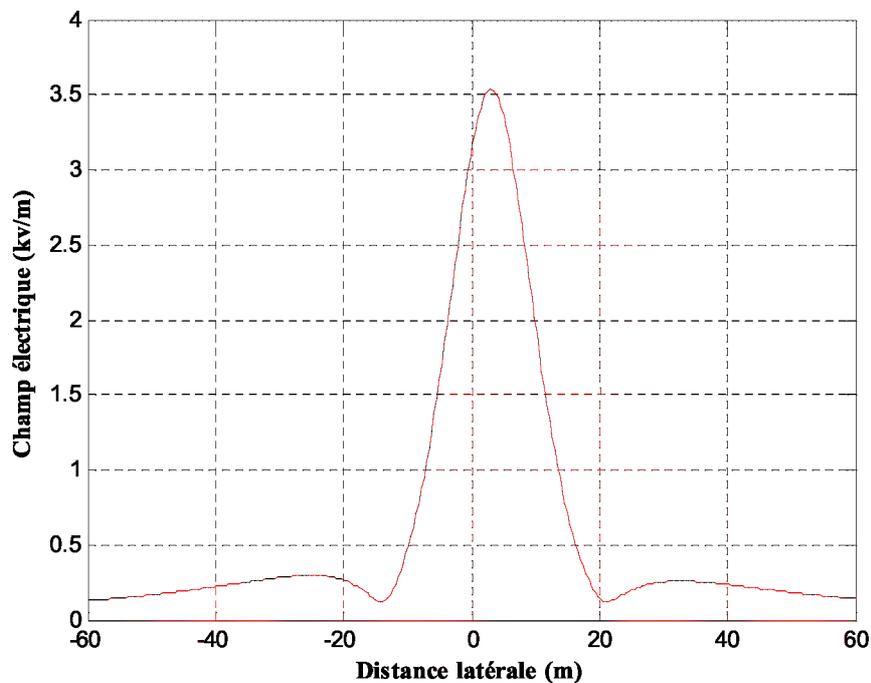


Fig. III.31: Champ électrique au voisinage du pylône d'une ligne en drapeau sans câble de garde

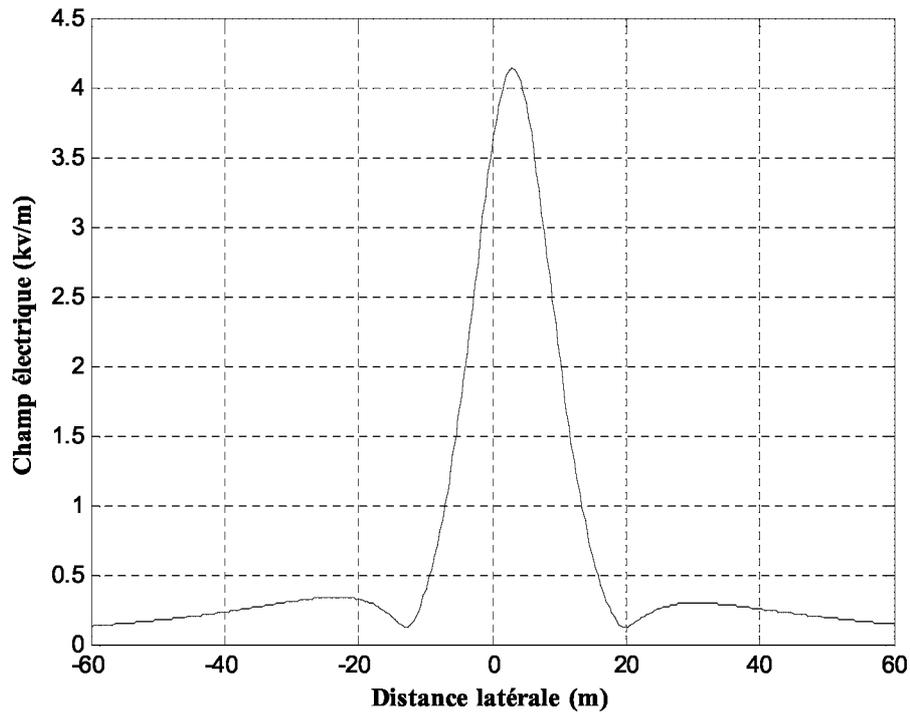


Fig. III.32: Champ électrique d'une ligne en drapeau parallèle au sol sans câble de garde

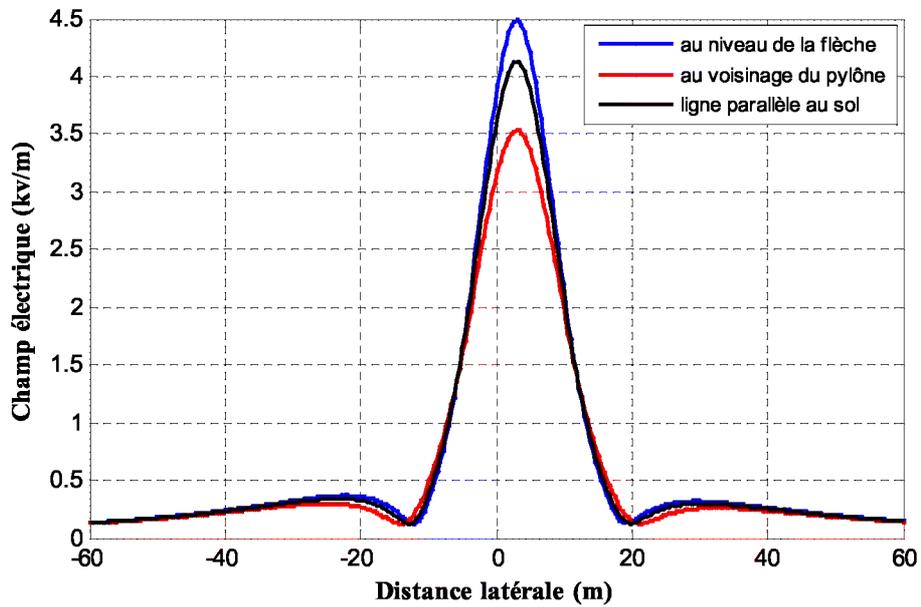


Fig. III.33: Champ électrique d'une ligne en drapeau sans câble de garde

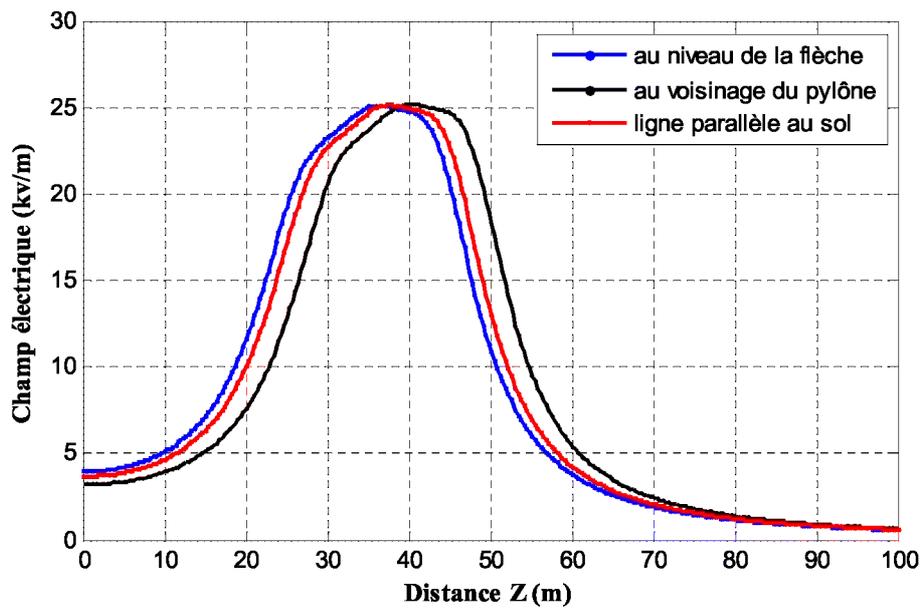


Fig. III.34: Champ électrique d'une ligne en drapeau sans câble de garde
Suivant la normale Z

III.2.4.2.2 Ligne électrique en drapeau avec un câble de garde

La géométrie du câble de garde :

Hauteur du câble de garde : $H_4 = 55.5\text{m}$

Longueur du bras du câble de garde du plan de symétrie du pylône: $D_4 = 3\text{m}$

Rayon du câble de garde = 1.5cm

La flèche moyenne du câble de garde = 4m

Les résultats obtenus pour cette géométrie sont donnés dans les figures montrées ci-dessous et sont rempli dans le tableau (III.1).

A partir de ce calcul, on constate que les valeurs obtenues pour le potentiel électrique V aux frontières sont très précises, pour l'erreur relative nous obtenons des valeurs qui sont très négligeables ce qui traduit la précision optimale de ces résultats.

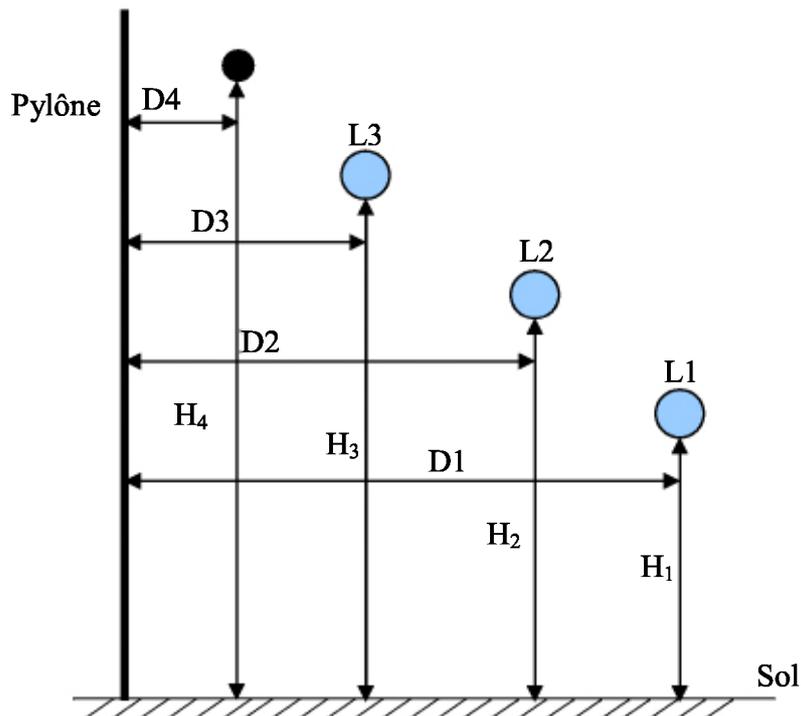


Fig. III.35: géométrie d'une ligne triphasés H T
En drapeau avec un câble de garde

| La valeur du potentiel calculée | | L'erreur relative du potentiel | Champ électrique au pied du pylône | Champ électrique au niveau de la flèche | Champ électrique d'une ligne parallèle au sol |
|---------------------------------|--------|--------------------------------|------------------------------------|---|---|
| I | 380 KV | $2.1939.10^{-4}$ | 3.512 (K.V/m) | | |
| | | $1.6765.10^{-4}$ | | 4.489 (K.V/m) | |
| | | $3.5285.10^{-4}$ | | | 4.132(K.V/m) |
| II | 380 KV | $1.4066.10^{-4}$ | 3.755 (K.V/m) | | |
| | | $3.5172.10^{-4}$ | | 4.723 (K.V/m) | |
| | | $2.4509.10^{-4}$ | | | 4.36 (K.V/m) |

Tableau (III.1): valeurs du champ électrique pour configuration drapeau

I: ligne électrique en drapeau sans câble de garde.

II: ligne électrique en drapeau avec câble de garde

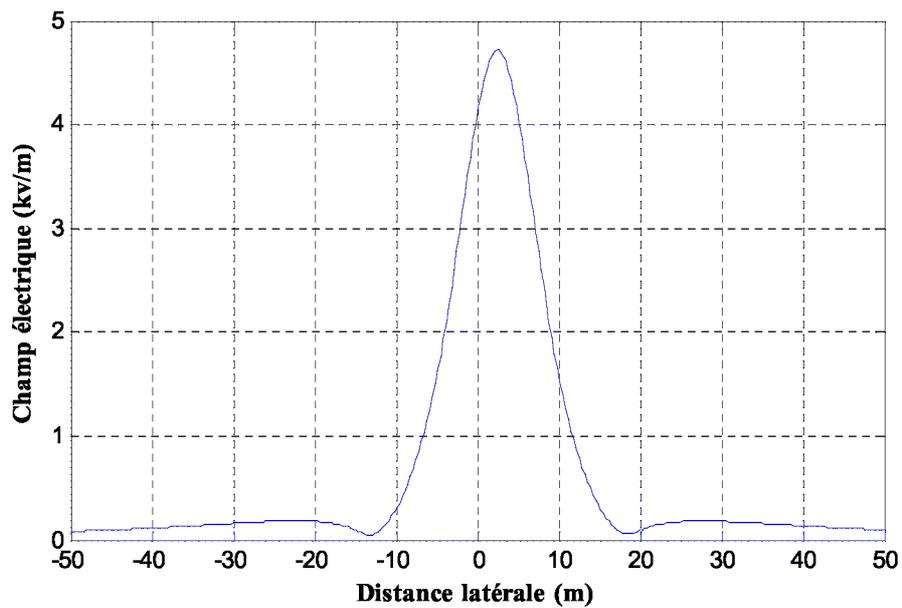


Fig. III.36: Champ électrique au niveau de la flèche d'une ligne en drapeau avec un câble de garde

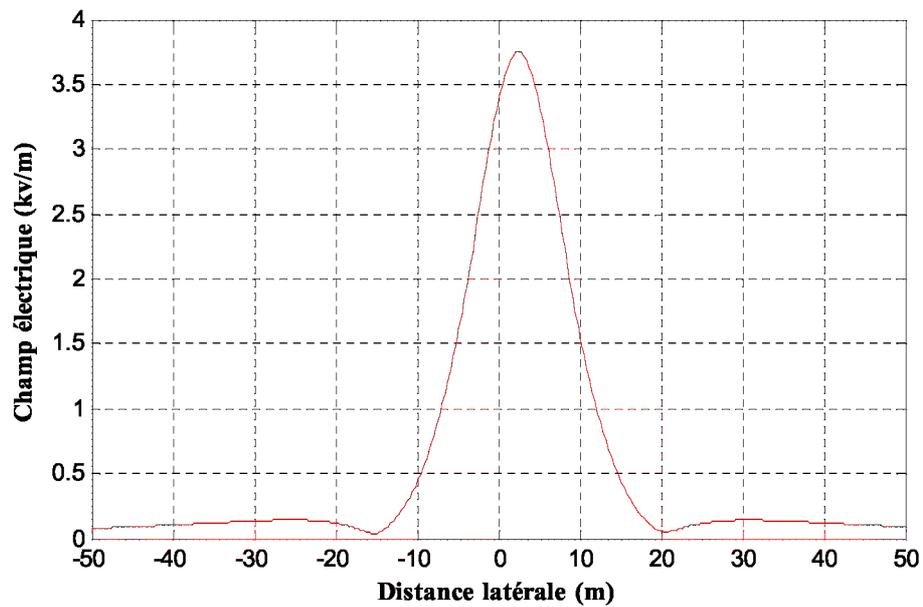


Fig. III.37: Champ électrique au voisinage du pylône d'une ligne en drapeau avec un câble de garde

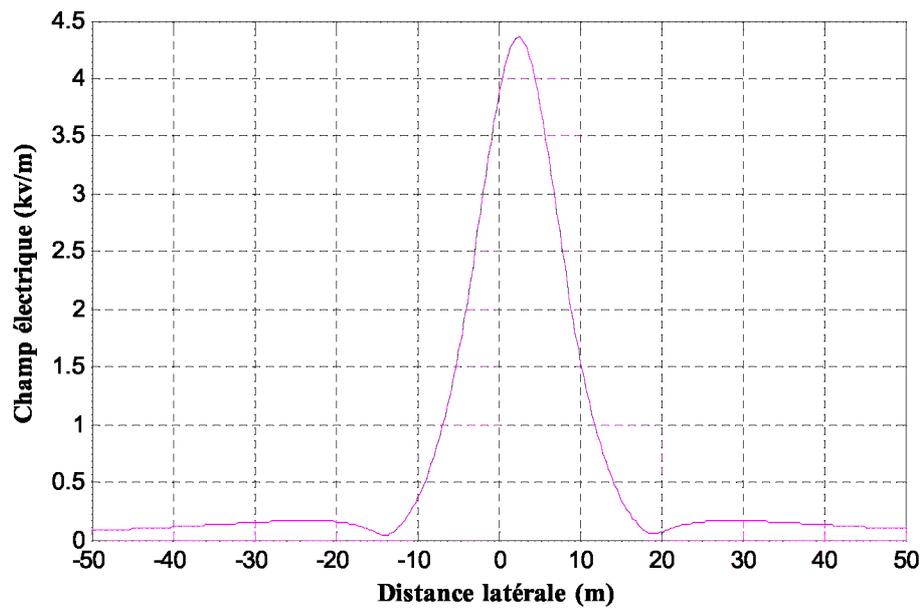


Fig. III.38: Champ électrique d'une ligne en drapeau parallèle au sol avec un câble de garde

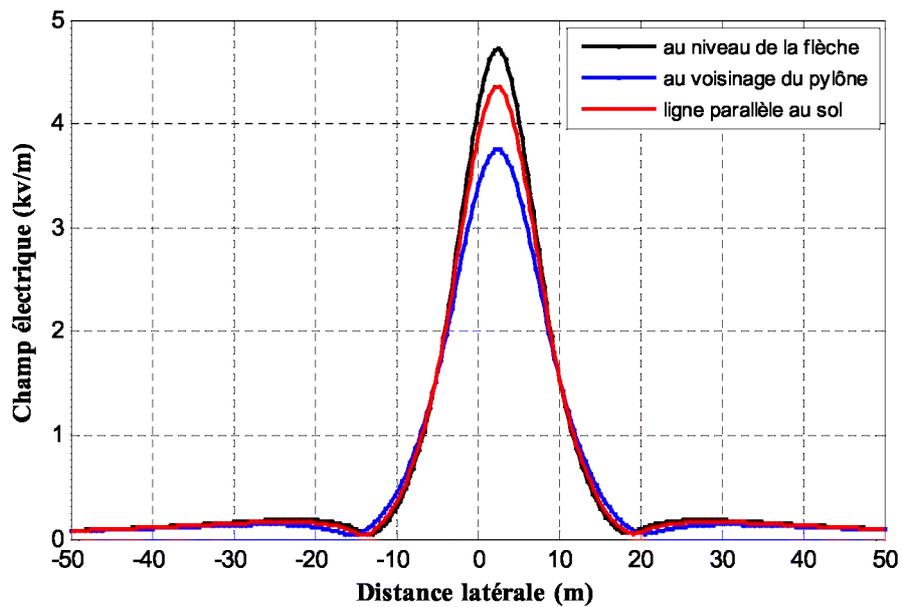


Fig. III.39: Champ électrique d'une ligne en drapeau avec un câble de garde

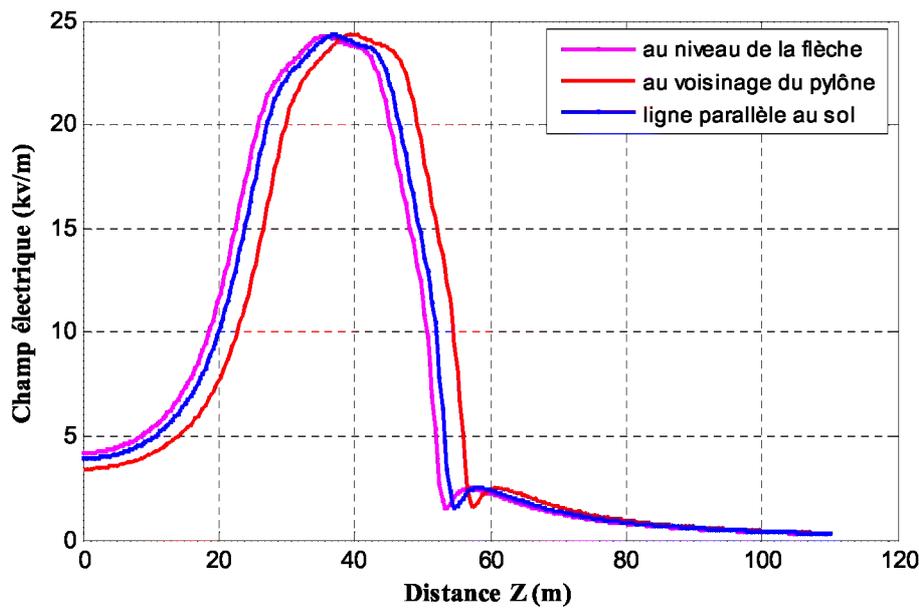


Fig. III.40: Champ électrique d'une ligne en drapeau avec câble de garde
Suivant la normale Z

On remarque pour la figure (III.31), le champ électrique d'une ligne en drapeau sans câble de garde au pied du pylône vaut environ 3.512 (K.V/m), cette valeur croit le long de la portée où il atteint une valeur maximale de 4.489 (K.V/m) à la mi portée pour une flèche de 4m suivant la figure (III.30), pour le cas d'une ligne parallèle au sol (voir figure (III.32)), le champ électrique est maximale 4.132 (K.V/m). Tandis que, le champ électrique d'une ligne en drapeau avec câble de garde, la figure (III.37) montre que la valeur du champ change de 3.755 (K.V/m) au voisinage du pylône à 4.723 (K.V/m) pour la mi portée de la ligne suivant la figure (III.36). Pour ligne parallèle au sol la valeur du champ électrique est 4.36 (K.V/m) et reste constante le long de la portée. On constate que la disposition du câble de garde augmente légèrement le champ électrique.

Suivant la normal Z (figures (III.34) et (III.40)), le champ électrique en un point augmente avec l'hauteur, il passe par un maximum, en fin le champ diminue avec l'altitude pour atteindre théoriquement 0 à une hauteur situé au dessus du conducteur.

III.2.4.3 Ligne électrique à deux conducteurs par phase

On considère une ligne électrique aérienne triphasée à haute tension ayant l'arrangement et les coordonnées géométriques, rapportées au pylône de suspension, chaque phase de la

ligne (L1, L2, L3,) est constituée d'un faisceau de deux conducteurs séparés par 50 cm. Le rayon d'un conducteur est de 3 cm, et pour le câble de garde 1.5 cm.

On peut supposer dans le premier cas que les conducteurs sont d'une forme caténaire (la courbe dessinée par la ligne est supposée de forme parabolique) et en deuxième cas sont parallèles au sol et passent par le centre de gravité de la parabole formée entre deux pylônes de suspension. Les distances de calcul entre les conducteurs de phase, le câble de garde et sol sont indiquées sur les figures montrées ci-dessous. La tension de ligne (phase-phase) est de 380 KV.

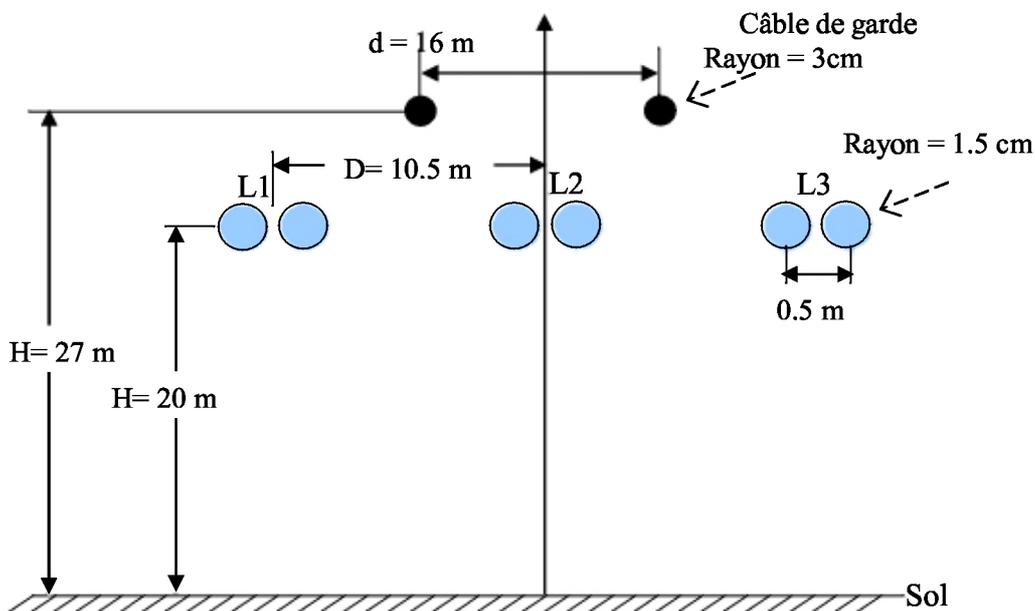


Fig. III .41: configuration d'une ligne triphasés H T
En nappe horizontale

On calcule l'induction du champ électrique à 2 m au dessus du sol et dans l'origine des axes. Les valeurs calculées sont données dans le tableau (III.2).

Les résultats obtenus concernant l'allure du champ électrique sont illustrés par les courbes des figures suivantes.

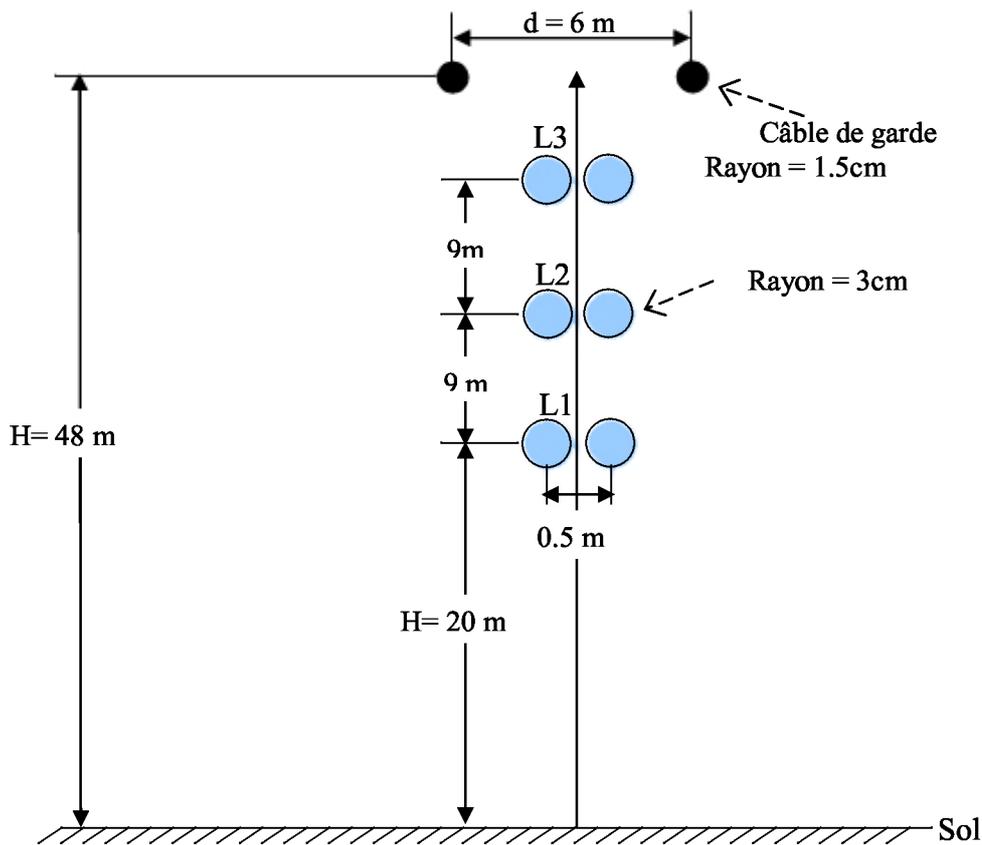


Fig. III.42: configuration d'une ligne triphasés H T
En nappe verticale

| La valeur du potentiel calculée | | L'erreur relative du potentiel | Champ électrique au pied du pylône | Champ électrique au niveau de la flèche | Champ électrique d'une ligne parallèle au sol |
|---------------------------------|--------|--------------------------------|------------------------------------|---|---|
| I | 380 KV | $1.4931 \cdot 10^{-4}$ | 8.613 (K.V/m) | | |
| | | $2.1135 \cdot 10^{-4}$ | | 12.79 (K.V/m) | |
| | | $8.1288 \cdot 10^{-5}$ | | | 11.1(K.V/m) |
| II | 380 KV | $8.2121 \cdot 10^{-5}$ | 9.439 (K.V/m) | | |
| | | $4.919 \cdot 10^{-5}$ | | 13.37 (K.V/m) | |
| | | $2.5342 \cdot 10^{-5}$ | | | 11.81 (K.V/m) |

Tableau (III.2): valeurs du champ électrique pour la ligne électrique

I: ligne électrique en configuration nappe horizontale.

II: ligne électrique en configuration nappe verticale

On remarque que les valeurs du champ électrique pour la ligne électrique à deux conducteurs par phase sont légèrement élevées par rapport aux valeurs d'une ligne à simple conducteur. La configuration en nappe verticale présente un champ électrique peu élevé par rapport à la configuration en nappe horizontale.

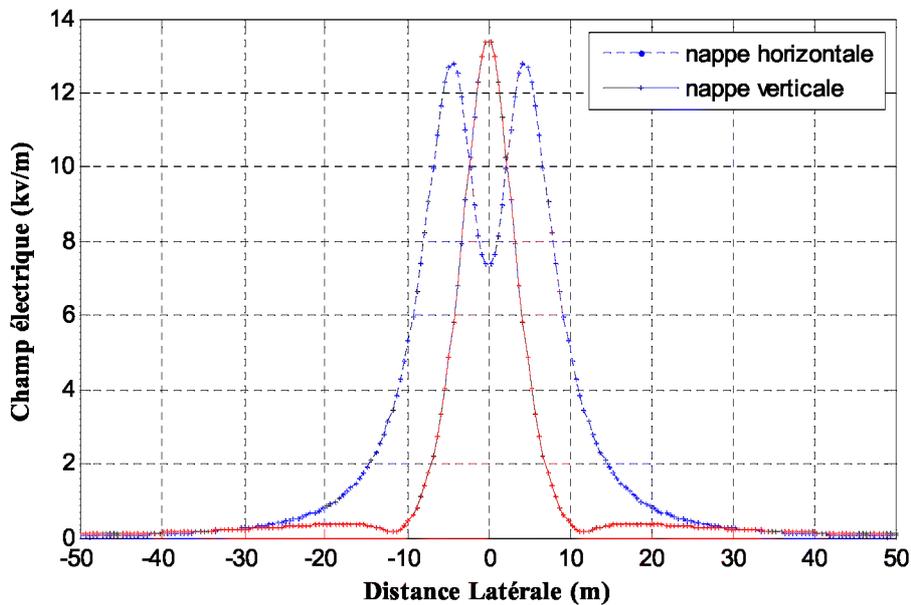


Fig. III.43: Champ électrique au niveau de la flèche de deux configurations

La figure (III.43), montre l'induction du champ électrique au niveau de la flèche pour les deux configurations de la ligne électrique, les deux courbes présentent une symétrie par rapport au centre, en nappe verticale au niveau de la flèche la valeur du champ électrique est maximale au centre $E_{\max} = 13.37$ (K.V/m), puis se réduit progressivement. En nappe horizontale le champ a moins de valeur au centre, et augmente jusqu'à une valeur maximale $E_{\max} = 12.79$ (K.V/m), puis il se réduit progressivement à mesure qu'on s'éloigne de la centre la valeur devient négligeable à environ 60 mètres du centre.

La figure (III.44), nous montre la courbe de variation de l'induction du champ électrique au voisinage du pylône en fonction de la distance d'éloignement pour les deux configurations de la ligne électrique, l'allure du champ électrique est identique au profil précédent, en nappe verticale, la valeur maximale du champ électrique est au point centre.

En nappe horizontale le champ est maximale au coté latéral du centre, le champ électrique décroît proportionnellement à la distance qui nous éloigne du centre, où le champ électrique à une valeur relativement faible d'environ 60 mètre.

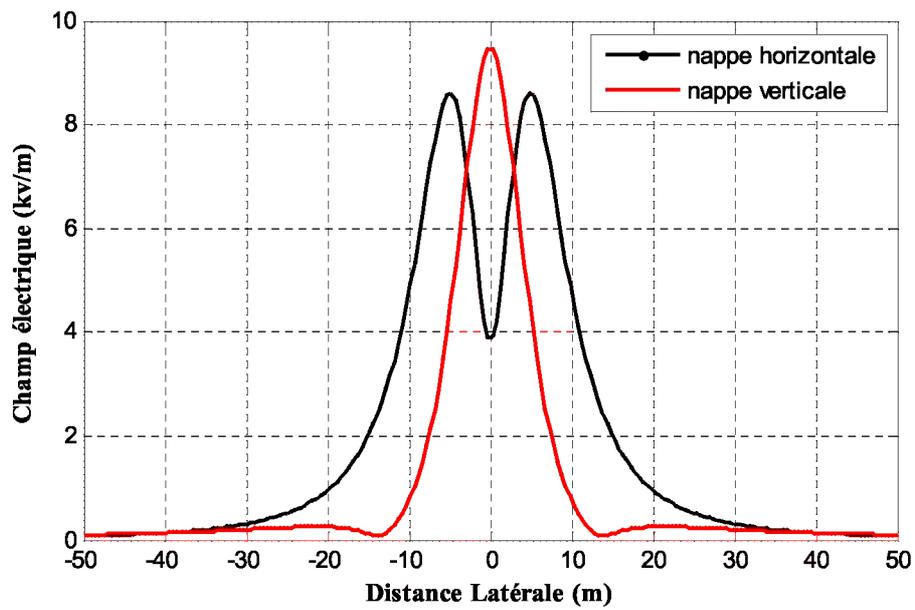


Fig. III.44: Champ électrique au voisinage du pylône de deux configurations

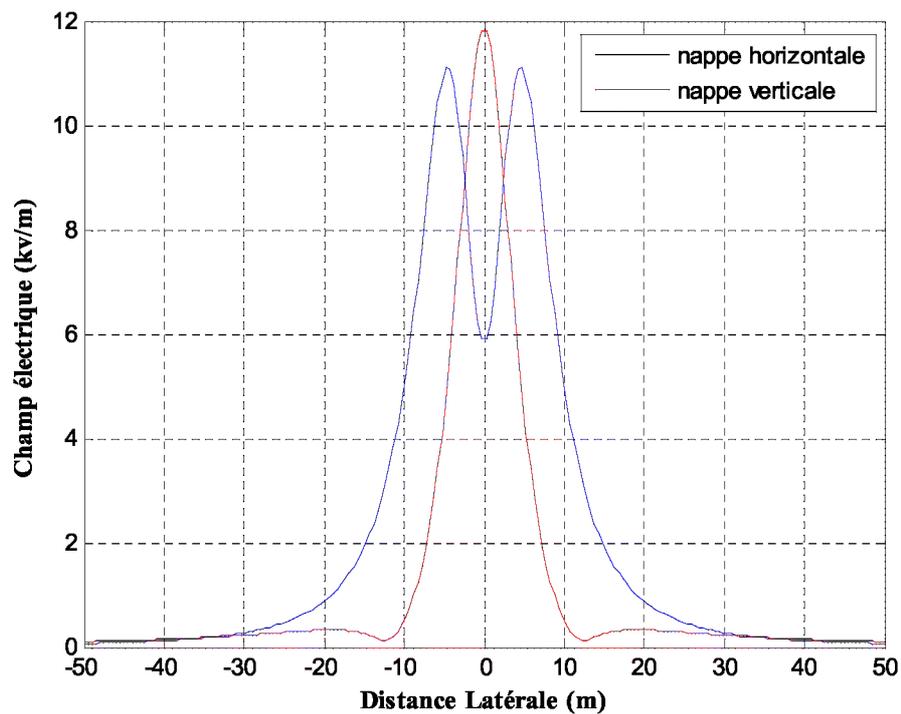


Fig. III.45: Champ électrique d'une ligne parallèle au sol de deux configurations

III.3 Influence du champ électrique d'une ligne Haute Tension sur un pipeline

Les lignes de transmission à haute tension sont considérées comme l'une des principales sources de champ électromagnétique. Le cas d'interférence électromagnétique entre les lignes de transmission à haute tension et pipelines métalliques enterrées transportant des produits pétroliers a été un sujet de préoccupation majeur et d'un grand intérêt depuis le début des années 60 principalement pour les raisons suivantes [29].

- Le coût croissant sans cesse de droits de moyens, adaptés pour les lignes électriques et des pipelines, ainsi que des réglementations environnementales récentes, visant à protéger la nature et la faune.
- L'augmentation rapide de la consommation d'énergie, en particulier dans les pays occidentaux, ce qui a conduit à l'adoption des charges plus élevées.

La présence d'une ligne à haute tension (HT) parallèle et à proximité d'un pipeline peut être source d'influences électriques dangereuses pour cette canalisation enterrée, cette interférence électromagnétique est présente aussi bien dans des conditions de fonctionnement normal d'une stabilité ainsi que lors des fautes sur la ligne électrique de transmission [30].

Cela peut être causé par un déséquilibre et une défaillance d'une ligne aérienne HT dans le réseau de transport.

Ces influences électriques peuvent représenter un risque de choc électrique pour la sécurité de l'opérateur et le personnel public, ils peuvent aussi menacer l'intégrité de l'équipement de protection cathodique, le revêtement du pipeline, et la canalisation d'acier, L'étude et l'évaluation des interférences électromagnétiques à une importance vitale et nécessaire pour assurer une sécurité active pour les personnels et les biens [29].

Dans le présent travail, on évalue les courants induits en raison de couplage capacitif entre les lignes électriques et un pipeline partageant le même couloir.

III.3.1 Les interférences électromagnétiques entre les lignes de transport HT et les pipelines

Lorsque des canalisations enterrés en acier sont installées à proximité de lignes aériennes de transport électrique, les interférences électromagnétiques entre les systèmes électriques de transport de la haute tension HT et les pipelines enterrés peuvent exister, la source de perturbations est la ligne électrique, le récepteur est le pipeline métallique, le mécanisme de couplage à trois façons [31], le couplage capacitif, inductif et ohmique.

III.3.1.1 Le couplage électrostatique ou capacitif

Ce couplage produit dans le voisinage immédiat des lignes électriques aérienne haute tension lorsque le pipeline est posé sur une fondation qui est très bien isolé du sol [32].

Le couplage capacitif résulte du champ électrique de la ligne à haute tension, il induit des charges électriques dans la canalisation métallique voisine . Il s'agit d'une forme de couplage capacitif fonctionnant à travers la capacité entre les lignes électriques aériennes et le pipeline, en série avec la capacité entre le pipeline et la terre adjacente suivant les indications du schéma (III .46). Ce potentiel n'est pas normalement induit sur un pipeline enterré depuis la capacité entre le pipeline et la terre est négligeable autrement dit tout pipeline connecté a la terre rend ce trouble négligeable [29].

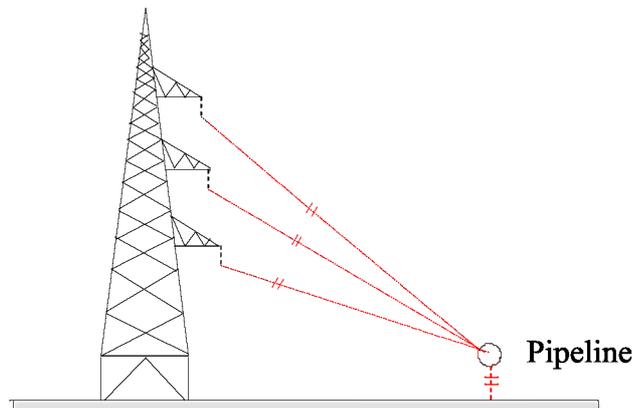


Fig. III.46: le couplage capacitif [31]

III.3.1.2 Le couplage électromagnétique ou inductif

L'effet inductif est peut-être le plus important de tous les trois couplages. L'interférence inductive est le résultat du champ magnétique produit par les courants des lignes de transmission [29], (Voir figure. (III .47)), les canalisations souterraines qui sont parallèles ou à proximité des lignes électriques sont soumises à des tensions induites. La tension est due à n'importe quel déséquilibre de phase dans les lignes. L'influence inductive est un problème le plus sévère dans le cas de défaut. La force induite électromotrice cause des courants de circulation sur le pipeline et des tensions entre le pipeline et la terre environnante [30].

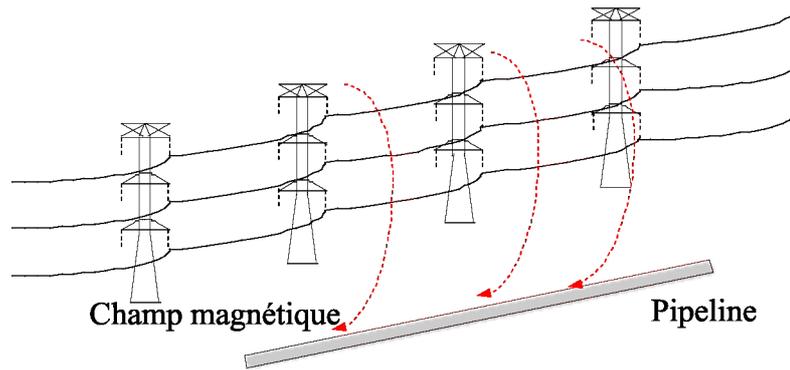


Fig. III.47: le couplage inductif [31]

III.3.1.3 Le couplage ohmique ou résistif

Ce couplage produit lorsque la foudre frappe une structure de transmission, où quand il y a un défaut phase terre, le courant traversant l'électrode de terre, une tension importante est créée autour de la terre du pylône [29].

III.3.2 Calcul du champ électrique - Présentation et discussion des résultats obtenus.

La méthode des charges fictives (MCF) a été utilisée pour calculer le champ électrique d'une ligne électrique de transmission pour n'importe quelle configuration, les conducteurs de phase sont considérés comme des charges de longueur infinie d'un nombre n . Pour les charges de surface sur le pipeline, ils sont modélisés comme des charges de longueur infinie d'un nombre n_p maintenu à l'intérieur de la périphérie de la canalisation. Les images des charges de simulation sont également considérées comme à l'égard du plan de masse dans cette étude, le pipeline change la distribution des charges électriques sur les lignes électriques et la surface du sol, même le pipeline lui-même sera électriquement chargé.

Il est bon de noter qu'en présence du pipeline le principe de la méthode des charges fictives ne change pas, ce qui se passe c'est que les charges simulant le pipeline n_p sont introduit dans le calcul du potentiel et du champ électrique.

Le champ électrique au niveau du sol sous une ligne de transmission à haute tension est approximativement uniforme et les lignes de champ sont verticales au niveau du sol, mais en présence d'un pipeline métallique, le champ électrique au niveau du sol est fortement perturbé, en raison des charges extérieures accumulées sur le pipeline.

La densité de courant induite locale J par le champ électrique normale

$$J = \omega \cdot \epsilon_0 \cdot E_n \quad (\text{III} . 14)$$

Le courant totale sur toute la surface S du pipeline est exprimé par la formule [33] :

$$i = 2\pi f \varepsilon_0 \int_S E_n dS \quad (\text{III .15})$$

Où : $\omega = 2\pi f$ est la fréquence angulaire de la tension appliquée.

Les paramètres de la configuration des lignes en nappe horizontale.

En cas de parallélisme parfait entre les lignes électriques et le pipeline, pour le calcul, dans cette configuration horizontale des lignes, les paramètres sont donnés comme suivant:

- Distance horizontale entre les conducteurs de phase est de 10 mètres
- Distance verticale entre les conducteurs de phase et le sol est de 25 mètres
- Distance horizontale entre le conducteur milieu et le pipeline est de 20 mètres
- Le pipeline est trouvé à une hauteur de 1 mètre au dessus du sol, le diamètre du pipeline $D = 1$ mètres, la ligne électrique aérienne est portée à une tension complexe de 400 kV.

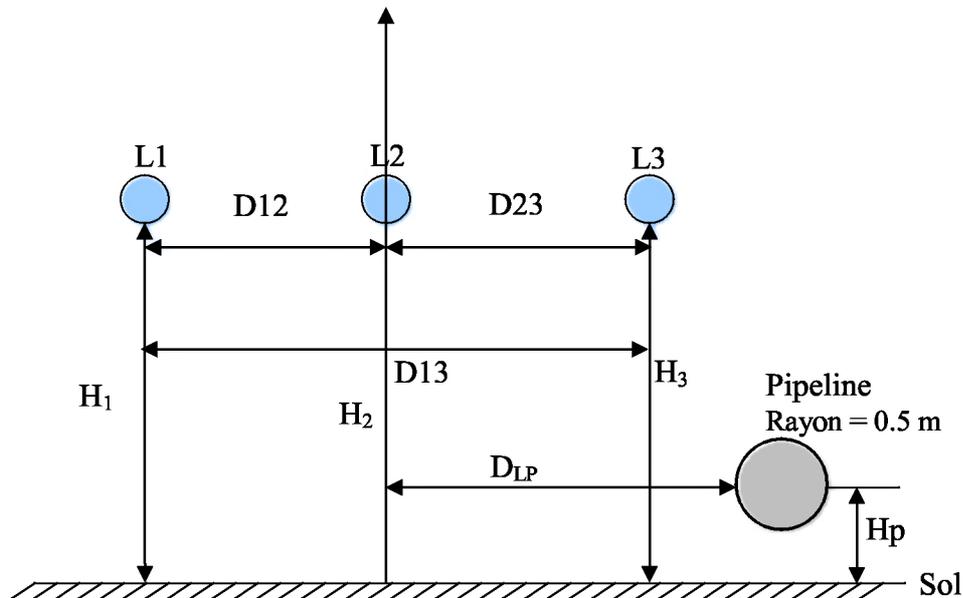


Fig. III.48: la configuration des lignes en nappe horizontale

Pour le calcul, dans la configuration verticale des lignes électriques les conducteurs de phase sont maintenus à une hauteur par rapport au sol respectivement :

$$H_1=20 \text{ m}, H_2=25 \text{ m}, H_3=30$$

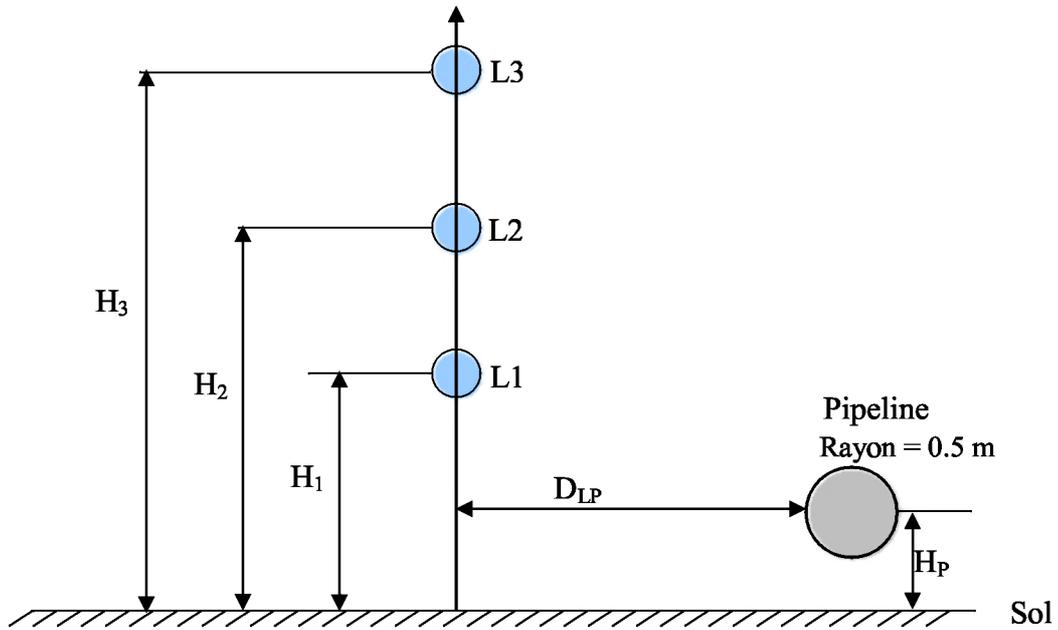


Fig. III.49: la configuration des lignes en nappe verticale

Pour le calcul, dans la configuration drapeau des lignes électriques les conducteurs de phase sont maintenus à une hauteur par rapport au sol respectivement :

$H_1=20$ m, $H_2=27$ m, $H_3=32$

- Distance horizontale de séparation entre les conducteurs de phase est de 1 mètre

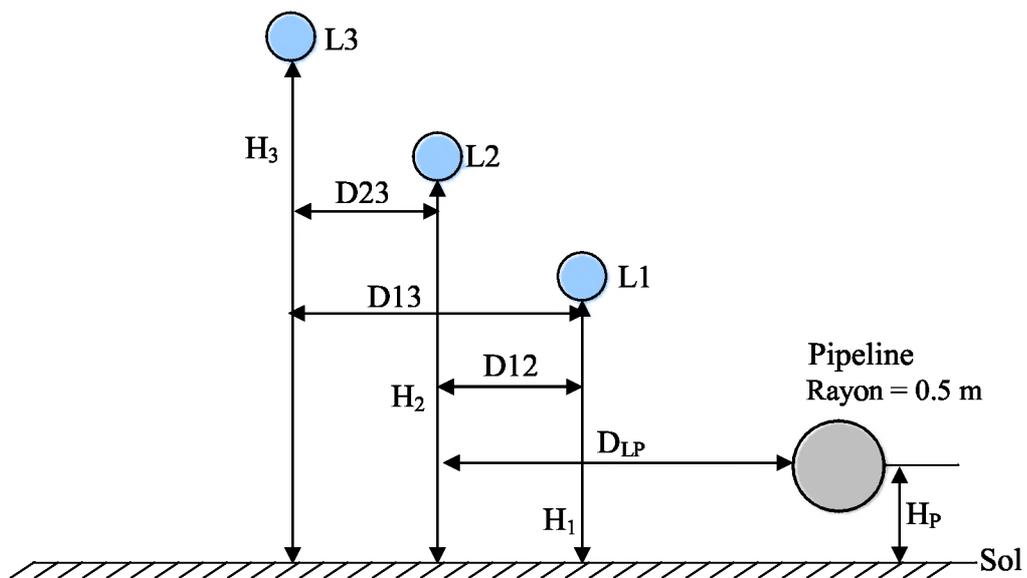


Fig. III.50: la configuration des lignes en drapeau

D'après la figure. (III.51), on remarque que la présence d'un pipeline déforme le champ électrique, la déformation a eu lieu à la position où le pipeline est situé. Le champ devient très intense au niveau du pipeline.

Le courant induit induite sur le pipeline situé à différentes distances du point milieu de la ligne a été calculé. Les résultats donnant le potentiel de la ligne électrique aérienne haute tension, montrent que les valeurs obtenues pour le potentiel électrique V sont confondu avec la valeur exacte pour la majorité des points de frontière sauf quelques points qui présentent un potentiel $V = 399.99(V)$. L'erreur relative de simulation du potentiel est très négligée.

Pour la configuration en nappe horizontale. On peut voir sur la figure. (III.54) que le courant induit croit progressivement à mesure qu'on s'éloigne du centre de la ligne de transmission jusqu'à une valeur maximale puis se réduit. On peut aussi observer que le courant induit devient presque négligeable à une distance critique plus de 50 m.

Le champ électrique change de point en point, et le courant induit sur le pipeline change en conséquence et ce changement suit le modèle de la distribution de champ électrique sous la ligne de HT.

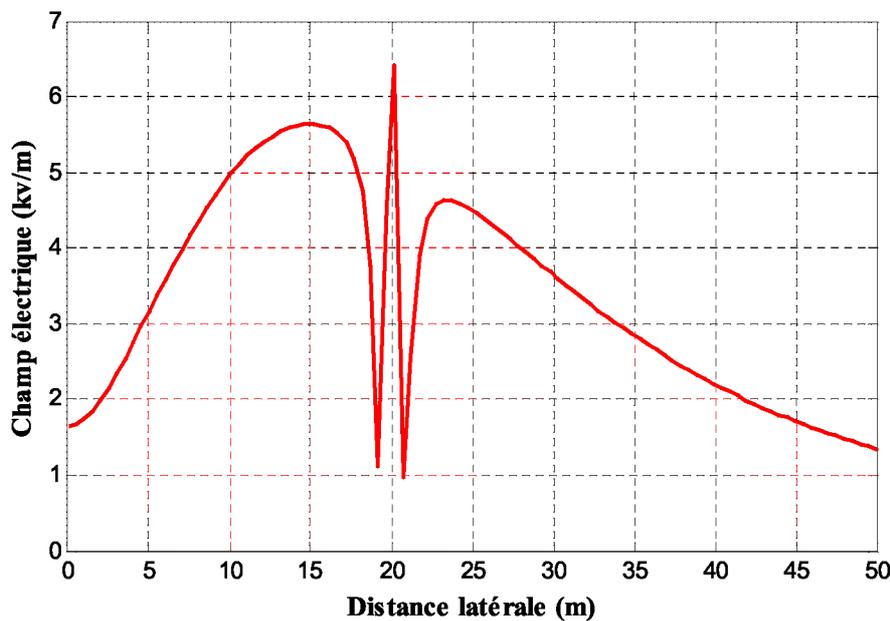


Fig. III.51: Champ électrique d'une ligne nappe horizontale parallèle au sol en présence du pipeline

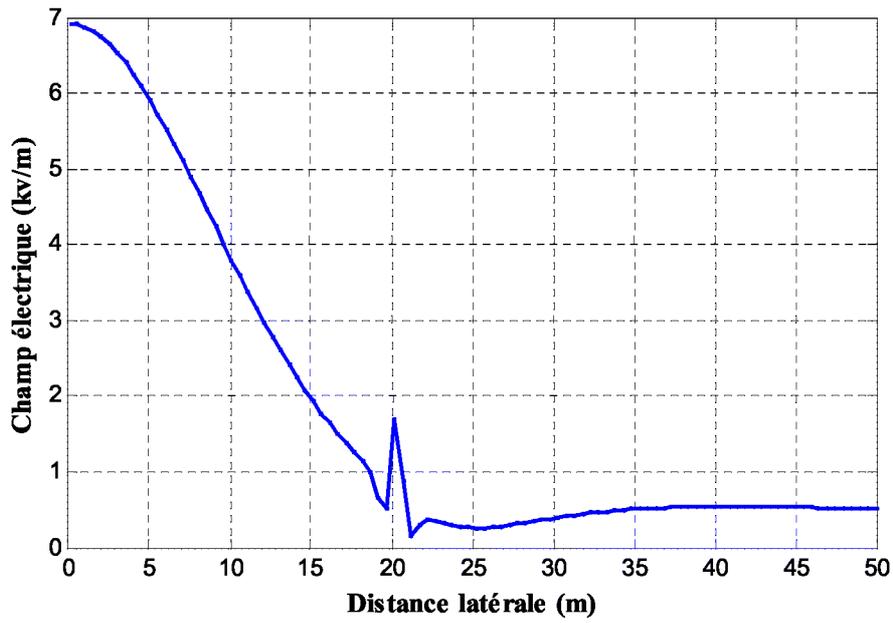


Fig. III.52: Champ électrique d'une ligne nappe verticale parallèle au sol en présence du pipeline

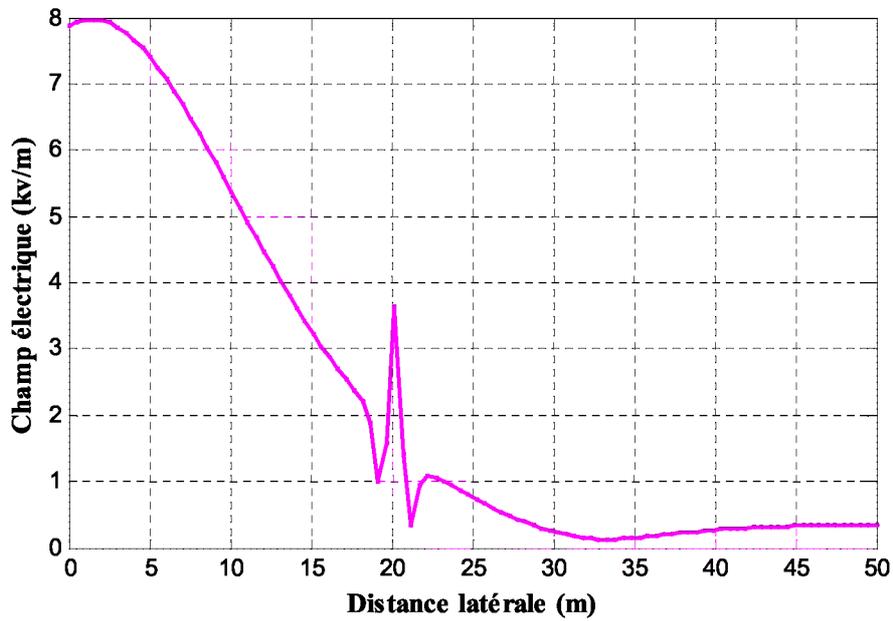


Fig. III.53: Champ électrique d'une ligne drapeau parallèle au sol en présence du Pipeline

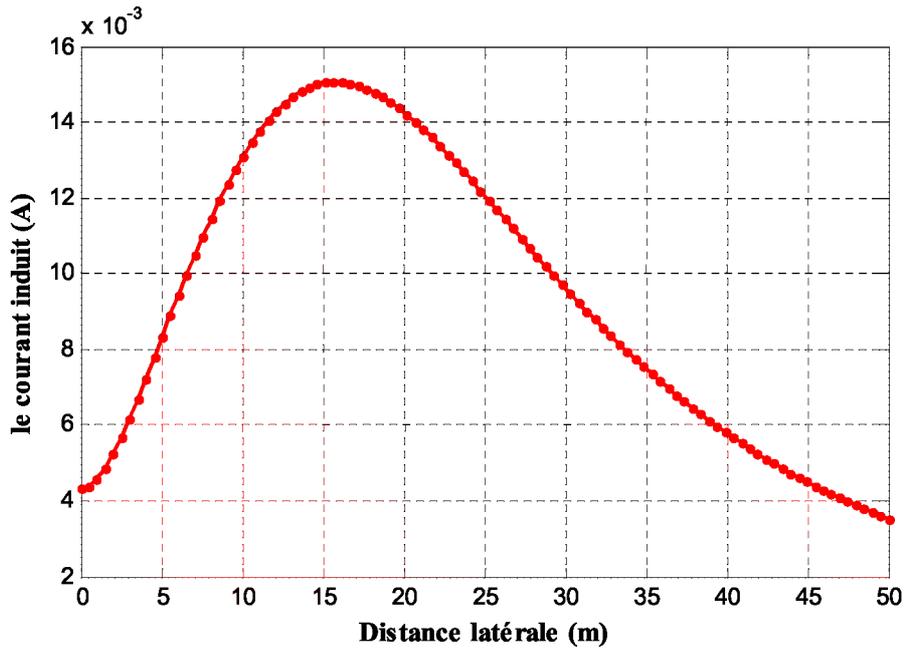


Fig. III.54: le courant induit sur le pipeline pour configuration nappe horizontale

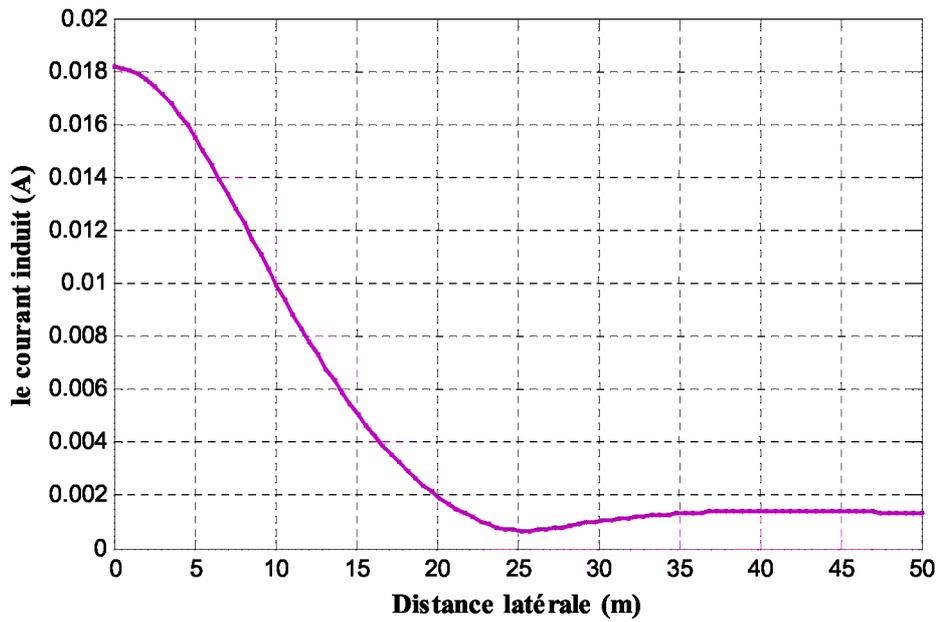


Fig. III.55: le courant induit sur le pipeline pour configuration nappe verticale

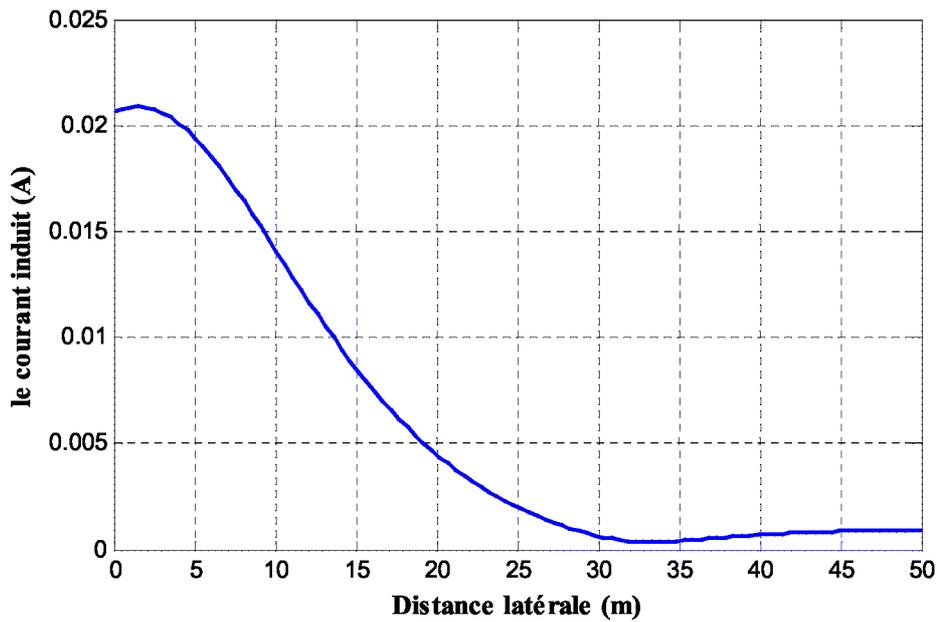


Fig. III.56: le courant induit sur le pipeline pour configuration drapeau

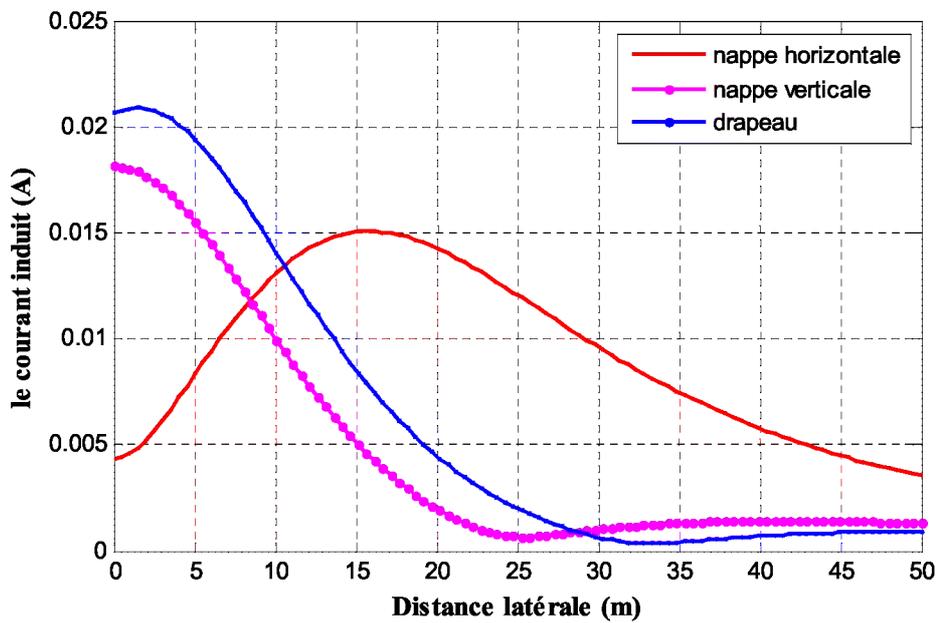


Fig. III.57: comparaison des courants induits sur
Le pipeline pour les trois configurations

Pour la configuration en nappe verticale représentée sur la figure (III.55), le courant induit décroît progressivement à mesure qu'on s'éloigne du centre de la ligne de transmission.

On constate aussi que le courant induit devient presque négligeable à une distance critique de 25 m, et au-delà duquel le courant induit augmente à nouveau.

Pour la configuration en drapeau (voir figure III.56), la représentation est identique pour la configuration en nappe verticale, la distance critique est de 33 m.

Ainsi selon le droit de passage disponible, on peut également penser à choisir une configuration appropriée de phase et par conséquent l'endroit du pipeline. Il est suggéré que le pipeline pourrait être situé à proximité de la distance critique afin que le courant induit serait proche de zéro.

Une comparaison des courants induits dus aux différentes configurations précédentes pour une tension complexe de 400 kV a été faite et est représentée sur la figure (III.57). On peut observer que le courant induit sur le pipeline est plus élevé pour la configuration drapeau lorsque le pipeline est posé à proximité du point centre du droit de passage. Cependant, comme la position du pipeline est éloigné du centre de droit de passage, les configurations en nappe verticale et en drapeau donnent un courant induit beaucoup plus faible que la configuration en nappe horizontale.

D'après la position d'enfouissement du pipeline, une telle configuration des conducteurs de phase est toujours préférée chaque fois qu'un pipeline métallique doit être exécuté dans le même couloir que celui de la ligne de transport d'énergie

Les effets de la ligne de transport d'énergie sur une canalisation adjacente sont une fonction d'un certain nombre de variables [34], le courant induit est significativement très dépendante de la configuration et la géométrie de la ligne électrique incluent l'hauteur de la distance de séparation des phases, le courant induit dépend aussi de caractéristiques du pipeline, y compris la longueur du pipeline, la distance de séparation entre le pipeline et la ligne électrique et la profondeur d'enterrement, le diamètre de pipeline, résistance de revêtement de pipeline..

Pour atténuer le courant induit sur le pipeline, la protection cathodique permet de protéger les structures métalliques contre la corrosion [35]. Aussi de nombreuses mises à la terre à faible résistance installées à proximité du pipeline sont efficaces pour réduire le courant induit sur le pipeline.

III.4 Conclusions

Le présent chapitre a été consacré à la présentation des différents résultats obtenus par l'application de la méthode des charges fictives au calcul des champs électriques générées par les lignes électriques aériennes triphasées hautes tensions pour différentes configurations. Ce cas d'étude faisait partie des objectifs initiaux de notre travail. Nous avons remarqué sur les différentes figures obtenues, la variation du champ électrique E en fonction de la distance d'éloignement que le champ électrique possède une distribution symétrique, aussi le champ électrique généré par une ligne électrique H T est très élevée au niveau de la flèche par rapport au champ électrique calculé au niveau du pylône, cela prouve que les recherches qui utilisent la hauteur moyenne doivent être critiquées car elles supposent que les conducteurs de ligne sont directement des fils horizontaux. Cette prétention a comme conséquence de ne pas vraiment avoir de bons résultats proches du cas réel.

Nous avons remarqué que la présence du pipeline engendre la déformation de champ électrique, les résultats trouvés pour le courant induit dus à un couplage capacitif ont montré que la meilleure implantation du pipeline sera proche de la distance critique. Nos résultats sont tout de même comparables avec ceux trouvés dans la littérature.

Conclusion générale

Conclusion générale

Dans un premier temps, nous avons réalisé une étude bibliographique sur les équations de Maxwell qui régissent le comportement d'un modèle électrostatique, ensuite nous avons présenté les méthodes numériques les plus utilisées pour le calcul du champ électrique. L'étude bibliographique fait le point sur les effets des champs électromagnétiques sur la santé à la fréquence industrielle

Dans un deuxième temps, nous avons mis en œuvre le principe de la méthode des charges fictive et au calcul des coefficients de potentiel et de champ électrique pour différentes charges de simulation et exemples d'application pour cette méthode.

Enfin, le dernier chapitre est consacré à l'application de la méthode des charges fictive pour le calcul du champ électrique au voisinage des lignes électriques triphasées aériennes haute tension de différentes configuration avec et sans câble de garde, et leurs effets capacitifs sur les canalisations enterrées. Le dimensionnement et les paramètres de la ligne électrique ont été prises à partir des travaux [16,29].

La méthode des charges fictives est une méthode intéressante pour le calcul du potentiel et du champ électrique en tous points de l'espace du domaine étudié. Le programme de simulation nous a permis de modifier les donnée suivantes : Le choix du nombre de charges fictives, les dimensions du conducteur, les conditions aux limites, les positions des charges fictives et les points contours. Après l'exécution, le programme établi sous environnement MATLAB, nous donne les valeurs du vecteur des charges fictives (les valeurs qui vérifient les conditions aux limites) et la solution au point choisi à l'extérieur du conducteur. Le programme nous donne aussi les valeurs du potentiel et du champ électrique E au point contour. La comparaison faite entre les résultats des potentiels calculés avec ceux imposés aux points contours, fait remarquer que les résultats du potentiel calculé aux frontières sont confondus avec les valeurs exactes avec une faible erreur de simulation, ce qui signifie que le remplacement des charges surfaciques par des charges fictives discrètes se fait avec une bonne précision. Il est bon de noter que le temps d'exécution est proportionnel avec le nombre des charges fictives.

En s'appuyant sur les résultats obtenus, on tire la conclusion suivante:

L'obtention des positions optimales des charges fictives reste encore le problème majeur de cette méthode de calcul. L'influence de la géométrie de la caténaire est largement remarquée pour le calcul du champ électrique, surtout au voisinage du mi portée où on remarque que le

champ électrique devient très important. La flèche joue un rôle inévitable dans le calcul du champ électrique, c'est pour cette raison que nous avons pensé introduire toujours la géométrie de la caténaire.

Dans une dernière étape, ce projet s'est intéressé à l'influence directe de la ligne haute tension en service sur l'environnement immédiat, l'exemple d'une conduite de gaz situé aux alentours est étudié. Les résultats de calcul du courant induit permettent de prédire l'emplacement optimal du pipeline.

La nature discrète de la méthode des charges fictives impose l'introduction d'un nombre assez élevé de charges pour atteindre une précision raisonnable. C'est pourquoi l'utilisation de l'ordinateur s'avère nécessaire.

En perspective, on suggère que cette étude pourrait être élargie au régime quasi statique, le but est d'étudier l'influence de différents paramètres (pression, température, altitude) sur le calcul du champ électrique étant donné que les grandeurs des champs électriques et magnétiques seront couplés par la présence des courants induits, et dépendent des paramètres constitutifs de la ligne qui concernent les caractéristiques électriques (permittivité) et les caractéristiques magnétiques (Perméabilité) du milieu.

ANNEXE

la plupart des systèmes physiques peuvent être simulés en utilisant des configurations de base de charge, des expressions pour le potentiel P et les coefficients du champ F sont donnés ici pour différents types de charges.

ANNEXE 1

Calcul des coefficients potentiels et champs pour la charge ponctuelle

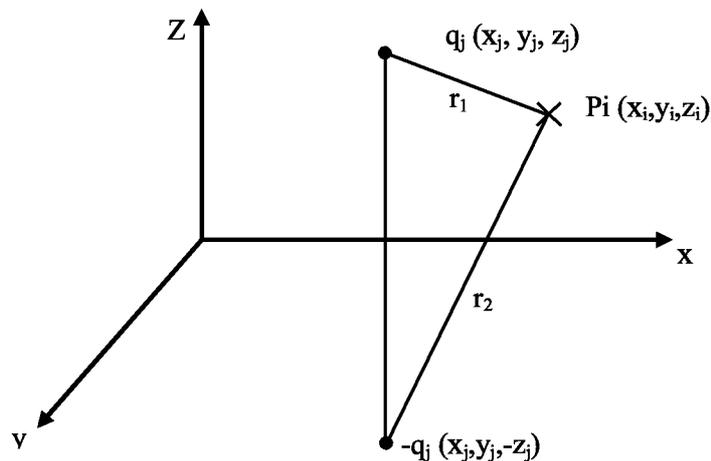


Figure.1.1: la charge ponctuelle q_j et de son image q_j .

A) L'expression de coefficient du potentiel

Les distances entre le point P_i (x_i, y_i, z_i) de la charge de contour et de la charge fictive q_j et son image ($-q_j$) sont :

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2} \\ r_2 &= \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z + z_j)^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

L'intensité du champ en tout point P_i (x_i, y_i, z_i) est :

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{q_j}{4\pi\epsilon r^2} \\ V &= -\int_{r_2}^{r_1} E dr = -\int_{r_2}^{r_1} \frac{q_j}{4\pi\epsilon r^2} dr = \frac{q_j}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

Mettre $q_j = 1$, l'expression du coefficient de potentiel :

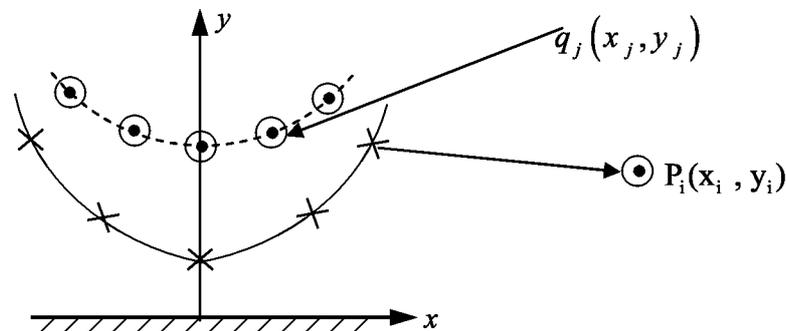
$$P_{ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right] \quad (1.3)$$

B) Les expressions des coefficients du champ électrique

$$F_{x,ij} = -\frac{\partial p_{ij}}{\partial x} = \frac{q_j}{4\pi\epsilon} \left[\frac{x-x_j}{\sqrt{r_1^3}} - \frac{x-x_j}{\sqrt{r_2^3}} \right] \quad (1.4)$$

$$F_{y,ij} = -\frac{\partial p_{ij}}{\partial y} = \frac{q_j}{4\pi\epsilon} \left[\frac{y-y_j}{\sqrt{r_1^3}} - \frac{y-y_j}{\sqrt{r_2^3}} \right] \quad (1.5)$$

$$F_{z,ij} = -\frac{\partial p_{ij}}{\partial z} = \frac{q_j}{4\pi\epsilon} \left[\frac{z-z_j}{\sqrt{r_1^3}} - \frac{z-z_j}{\sqrt{r_2^3}} \right] \quad (1.6)$$

ANNEXE 2**Calcul des coefficients potentiels et champs pour la charge linéique infinie**Figure.2.1: présentation des charges linéiques infinies q_j sur une courbure.**A) L'expression de coefficient du potentiel**

L'intensité du champ en tout point $P_i(x_i, y_i)$ à une instante (t) à la distance de l'unité de la charge q_j :

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon.t} \quad (2.1)$$

Les distances entre le point $P_i(x_i, y_i)$ de contour et la charge fictive q_j est son image $-(q_j)$ sont :

$$\left. \begin{aligned} a &= \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2} \\ b &= \sqrt{(x - x_j)^2 + (y + y_j)^2} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

$$V = -\int_b^a E dt = -\int_b^a \frac{dt}{2\pi\epsilon t} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{b}{a} \quad (2.3)$$

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \cdot \ln \frac{\sqrt{(x - x_j)^2 + (y + y_j)^2}}{\sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2}} \quad (2.4)$$

B) Les expressions des coefficients du champ électrique:

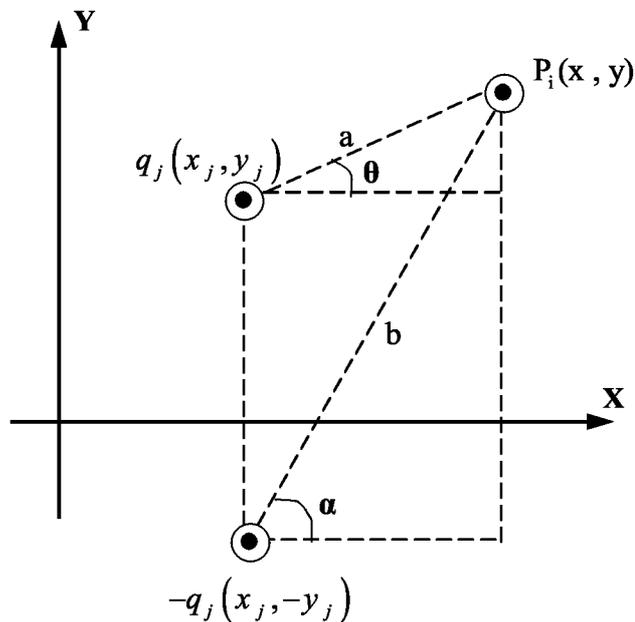


Figure.2.2: la charge linéique infinie q_j et de son image q_j .

L'intensité du champ électrique: $E = \frac{q}{2\pi\epsilon t}$

$$\left. \begin{aligned} E_x &= \frac{q}{2\pi\epsilon a} \cos\varphi - \frac{q}{2\pi\epsilon b} \cos\alpha \\ \text{Comme } q_j &= -q_j = q. \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

$$E_x = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left[\frac{x-x_j}{a^2} - \frac{x-x_j}{b^2} \right]$$

$$\text{On a } \cos\varphi = \frac{x-x_j}{a} \text{ et } \cos\alpha = \frac{x-x_j}{b}$$

D'où:

$$E_x = \frac{q}{2\pi\epsilon} \left[\frac{(x-x_j)}{(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2} - \frac{(x-x_j)}{(x-x_j)^2 + (y+y_j)^2} \right] \quad (2.6)$$

Posant $q = 1$, on obtient le coefficient d'intensité de champ dans le direction du plan x soit :

$$F_x = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[\frac{(x-x_j)}{(x-x_j)^2+(y-y_j)^2} - \frac{(x-x_j)}{(x-x_j)^2+(y+y_j)^2} \right] \quad (2.7)$$

De même:

$$F_y = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[\frac{(y-y_j)}{(x-x_j)^2+(y-y_j)^2} - \frac{(y+y_j)}{(x-x_j)^2+(y+y_j)^2} \right] \quad (2.8)$$

Or, puisque les charges sont de longueur infinie, considérant alors une charge par unité de longueur et de mettre la charge de λ_j , nous obtenons les composantes intensité du champ, à tout point Pi (xi, yi) :

$$E_x = \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{2\pi\epsilon} \left[\frac{(x-x_j)}{(x-x_j)^2+(y-y_j)^2} - \frac{(x-x_j)}{(x-x_j)^2+(y+y_j)^2} \right] \quad (2.9)$$

$$E_y = \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{2\pi\epsilon} \left[\frac{(y-y_j)}{(x-x_j)^2+(y-y_j)^2} - \frac{(y+y_j)}{(x-x_j)^2+(y+y_j)^2} \right] \quad (2.10)$$

ANNEXE 3**Calcul des coefficients potentiels et champs pour la charge linéique de longueur finie****A) L'expression de coefficient du potentiel**

Le conducteur de la ligne de longueur finie est considéré comme située sur l'axe z.

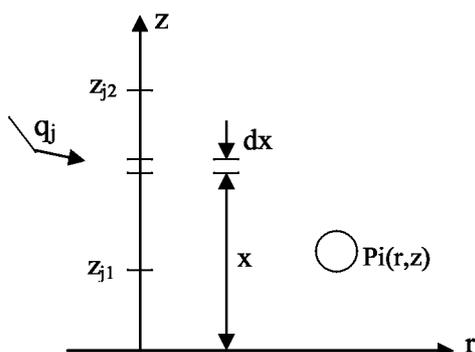


Figure.3.1: la charge linéique finie q_j .

Soit, la charge totale de z_{j1} à z_{j2} est q_j et elle est uniformément répartie. De plus, considérons une charge de longueur dx à l'emplacement $(0, x)$, comme illustré dans la figure (3.1). Le potentiel en tout point $P_i(r_i, z_i)$ en raison de cette petite charge:

$$V_{i\text{fictif}} = \frac{q_j}{z_{j2} - z_{j1}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon \cdot \sqrt{r^2 + (x - z)^2}} \quad (3.1)$$

Le potentiel à $P_i(r_i, z_i)$ en raison de toute la charge en ligne droite à l'étude peut être trouvée en intégrant l'expression ci-dessus de z_{j1} à z_{j2} .

$$V_{i\text{fictif}} = \frac{q_j}{z_{j2} - z_{j1}} \int_{z_{j1}}^{z_{j2}} \frac{dx}{4\pi\epsilon \cdot \sqrt{r^2 + (x - z)^2}} \quad (3.2)$$

$$V_{i\text{fictif}} = \frac{q_j}{z_{j2} - z_{j1}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \ln \left[\frac{r - z + \sqrt{r^2 + (x - z)^2}}{r} \right] \Big|_{z_{j1}}^{z_{j2}} \quad (3.3)$$

$$V_{i\text{fictif}} = \frac{q_j}{(z_{j2} - z_{j1})4\pi\epsilon} \left[\ln \left\{ \frac{z_{j2} - z + \sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}}{r} \right\} - \ln \left\{ \frac{z_{j1} - z + \sqrt{r^2 + (z_{j1} - z)^2}}{r} \right\} \right]$$

(3.4)

$$V_{i\text{ fictif}} = \frac{q_j}{z_{j2} - z_{j1}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\ln \frac{\left\{ (z_{j2} - z) + \sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2} \right\} / r}{\left\{ (z_{j1} - z) + \sqrt{r^2 + (z_{j1} - z)^2} \right\} / r} \right] \quad (3.5)$$

Encore une fois, le potentiel à Pi (ri, zi) dû à la charge image de q_j :

$$V_{i\text{ image}} = -\frac{q_j}{z_{j2} - z_{j1}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\ln \frac{\left\{ (z_{j2} + z) + \sqrt{r^2 + (z_{j2} + z)^2} \right\}}{\left\{ (z_{j1} + z) + \sqrt{r^2 + (z_{j1} + z)^2} \right\}} \right] \quad (3.6)$$

Par conséquent, le potentiel net à Pi (ri, zi) en raison de la charge fictive q_j et son image:

$$V_i = V_{i\text{ fictif}} + V_{i\text{ image}} = \frac{q_j}{z_{j2} - z_{j1}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\ln \frac{(z_{j2} - z + \gamma_1)}{(z_{j1} - z + \delta_1)} - \ln \frac{(z_{j2} + z + \delta_2)}{(z_{j1} + z + \gamma_2)} \right] \quad (3.7)$$

$$V_i = \frac{q_j}{z_{j2} - z_{j1}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\ln \frac{(z_{j2} - z + \gamma_1)(z_{j1} + z + \gamma_2)}{(z_{j1} - z + \delta_1)(z_{j2} + z + \delta_2)} \right] \quad (3.8)$$

Mettons dans l'équation précédente $q_j = 1$, nous obtenons l'expression pour le coefficient du potentiel:

$$p_{ij} = \frac{q_j}{z_{j2} - z_{j1}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\ln \frac{(z_{j2} - z + \gamma_1)(z_{j1} + z + \gamma_2)}{(z_{j1} - z + \delta_1)(z_{j2} + z + \delta_2)} \right] \quad (3.9)$$

Avec:

$$\left(\gamma_1 = \sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}, \gamma_2 = \sqrt{r^2 + (z_{j1} + z)^2}, \delta_1 = \sqrt{r^2 + (z_{j1} - z)^2}, \delta_2 = \sqrt{r^2 + (z_{j2} + z)^2} \right) \quad (3.10)$$

B) Les expressions des coefficients du champ électrique:

Suivant l'axe r: L'intensité du champ le long de l'axe r en tout point Pi (ri, zi) est donné par:

$$E_r = -\frac{\partial V_i}{\partial r} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial r} = \frac{q_j}{z_{j2} - z_{j1}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \ln \frac{z_{j2} - z}{r} + \frac{\sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}}{r} \right\} - \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \ln \frac{z_{j1} - z}{r} + \frac{\sqrt{r^2 + (z_{j1} - z)^2}}{r} \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \ln \frac{z_{j1} + z}{r} + \frac{\sqrt{r^2 + (z_{j1} + z)^2}}{r} \right\} - \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \ln \frac{z_{j2} + z}{r} + \frac{\sqrt{r^2 + (z_{j2} + z)^2}}{r} \right\} \end{aligned} \right] \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\ln \frac{z_{j2} - z}{r} + \frac{\sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}}{r} \right] = \frac{-\frac{z_{j2} - z}{r^2} + \left[\frac{r^2}{\sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}} - \sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2} \right] / r^2}{\frac{z_{j2} - z}{r} + \sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}} \quad (3.13)$$

$$= \left[\frac{-(z_{j2} - z)}{\sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}} \left\{ (z_{j2} - z) + \sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2} \right\} \right] \quad (3.14)$$

$$= -\frac{(z_{j2} - z)}{r\sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}} = -\frac{(z_{j2} - z)}{r\gamma_1} \quad (3.15)$$

De même, de la différenciation d'autres termes,

$$\frac{\partial V_i}{\partial r} = \frac{q_j}{z_{j2} - z_{j1}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[-\frac{(z_{j2} - z)}{r\gamma_1} + \frac{(z_{j1} - z)}{r\delta_1} - \frac{(z_{j1} + z)}{r\gamma_2} + \frac{(z_{j2} + z)}{r\delta_2} \right] \quad (3.16)$$

On combinant (3.11) et (3.16), et de mettre $q_j = 1$, on obtient le coefficient d'intensité du champ dans la direction de l'axe r:

$$F_{r,ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_j}{(z_{j2} - z_{j1})} \left[\frac{(z_{j2} - z)}{r\gamma_1} - \frac{(z_{j1} - z)}{r\delta_1} + \frac{(z_{j1} + z)}{r\gamma_2} - \frac{(z_{j2} + z)}{r\delta_2} \right] \quad (3.17)$$

Suivant l'axe z: L'intensité de champ le long de l'axe z est donné par:

$$E_z = -\frac{\partial V_i}{\partial z} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial z} = \frac{q_j}{z_{j2} - z_{j1}} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \left[\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \ln \frac{z_{j2} - z}{r} + \frac{\sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}}{r} \right\} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \ln \frac{z_{j1} - z}{r} + \frac{\sqrt{r^2 + (z_{j1} - z)^2}}{r} \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \ln \frac{z_{j1} + z}{r} + \frac{\sqrt{r^2 + (z_{j1} + z)^2}}{r} \right\} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \ln \frac{z_{j2} + z}{r} + \frac{\sqrt{r^2 + (z_{j2} + z)^2}}{r} \right\} \end{aligned} \right] \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\left\{ \ln \frac{z_{j2} - z}{r} + \frac{\sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}}{r} \right\} \right] = \frac{-\frac{1}{r} - \frac{1}{r} \frac{(z_{j2} - z)}{\sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}}}{\frac{z_{j2} - z}{r} + \frac{\sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}}{r}} \quad (3.20)$$

$$= \left[-\frac{1}{\sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}} = -\frac{1}{\gamma_1} \right] \quad (3.21)$$

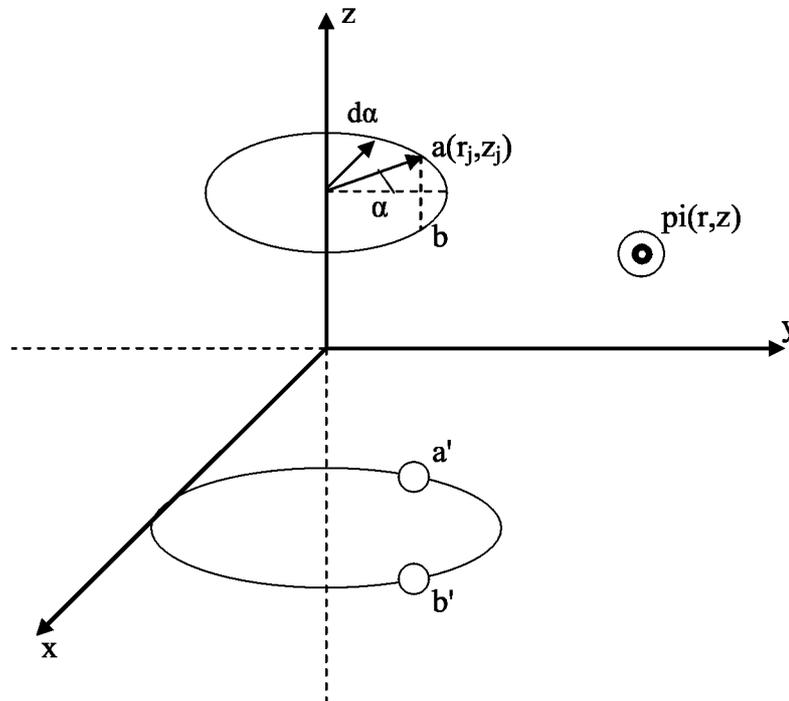
$$= \left[\frac{\frac{1}{r} \frac{-1}{\sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2}} \left\{ \sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2} + (z_{j2} - z) \right\}}{\frac{1}{r} \left\{ (z_{j2} - z) + \sqrt{r^2 + (z_{j2} - z)^2} \right\}} \right] \quad (3.22)$$

De même, en distinguant les autres termes, on obtient:

$$\frac{\partial V_i}{\partial z} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_j}{(z_{j2} - z_{j1})} \left[-\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\delta_1} + \frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{\delta_2} \right] \quad (3.23)$$

Maintenant, la combinaison. (3.18) et (3.23), et la mise de $q_j = 1$, on obtient l'expression de l'intensité du champ coefficient long de la direction z :

$$F_{z,ij} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_j}{(z_{j2} - z_{j1})} \left[\frac{1}{\gamma_1} - \frac{1}{\delta_1} - \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\delta_2} \right] \quad (3.24)$$

ANNEXE 4**Calcul des coefficients potentiels et champs pour la charge annulaire**Figure.4.1: la charge annulaire q_j et de son image q_j' .**A) L'expression de coefficient du potentiel**

Considérons une charge d'anneau totale par unité de longueur $\lambda_j = \frac{q_j}{2\pi_j}$

$$\text{Pour une charge dans un élément } d\alpha : d\alpha = \frac{q_j}{2\pi_j} r_j d\alpha = \frac{q_j}{2\pi} d\alpha \quad (4.1)$$

Ainsi, le total des charges en raison de charges élémentaires est :

$$(a) \text{ et } (b) = 2 \cdot \frac{q_j}{2\pi} d\alpha = \frac{q_j}{\pi} d\alpha = q' \quad (4.2)$$

Par conséquent, le potentiel au point $P_i (r_i, z_i)$ en raison de charges élémentaires en 'a' et 'b'

$$\text{est donné par: } V = \frac{q_j}{\pi} \frac{d\alpha}{4\pi \epsilon d_1} \quad (4.3)$$

Avec (d_1) la distance de (p_i) à (a) :

Compte tenu de l'effet de la charge image, le potentiel à P_i (r_i, z_i) en raison de la paire de

charges élémentaires:
$$V = \frac{q_j}{4\pi^2 \cdot \epsilon} \left[\frac{d\alpha}{d_1} - \frac{d\alpha}{d_2} \right] \quad (4.4)$$

Avec (d_2) la distance de (P_i) à partir de (A') et (B'). L'équation (4.4) est intégrée dans les limites de 0 à π , le potentiel à P_i (r_i, z_i) en raison de la charge anneau dans son ensemble peut être obtenu, à savoir

$$V_i = \frac{q_j}{4\pi^2 \cdot \epsilon} \int_0^\pi \left[\frac{d\alpha}{d_1} - \frac{d\alpha}{d_2} \right] \quad (4.5)$$

Maintenant:

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= \sqrt{(r - r_j \cdot \cos \alpha)^2 + (r_j \cdot \sin \alpha)^2 + (z - z_j)^2} \\ d_1 &= \sqrt{(r^2 - 2rr_j \cos \alpha + r_j^2 \cdot \cos^2 \alpha + r_j^2 \cdot \sin^2 \alpha) + (z - z_j)^2} \\ d_1 &= \sqrt{(r^2 + r_j^2 - 2rr_j \cos \alpha) + (z - z_j)^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.6)$$

Posons : $-\cos \alpha = \cos 2\theta$ On obtient:

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= \sqrt{(r^2 + r_j^2 + 2rr_j \cos 2\theta) + (z - z_j)^2} \\ \cos 2\theta &= (1 - 2 \cdot \sin^2 \theta) \\ d_1 &= \sqrt{(r^2 + r_j^2 + 2rr_j (1 - 2 \cdot \sin^2 \theta)) + (z - z_j)^2} \\ d_1 &= \sqrt{(r + r_j)^2 + (z - z_j)^2 - 4rr_j \sin^2 \theta} \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

$$\text{Avec } \alpha_1 = \sqrt{(r + r_j)^2 + (z - z_j)^2} \quad (4.8)$$

$$\int_0^\pi \frac{d\alpha}{d_1} = \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{-2d\theta}{\sqrt{\alpha_1^2 - 4rr_j \sin^2 \theta}} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\alpha_1 \sqrt{1 - \left(\frac{2\sqrt{rr_j}}{\alpha_1} \right)^2 \sin^2 \theta}} = 2 \frac{K(k_1)}{\alpha_1} \quad (4.9)$$

Où: $K(k_1)$ est l'intégrale elliptique de première espèce:

$$K(k_1) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k_1^2 \sin^2 \theta}} \quad \text{Avec } k_1 = \frac{2\sqrt{rr_j}}{\alpha_1} \quad (4.10)$$

$$\text{De même, il peut être démontré que: } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{d_2} = 2 \frac{K(k_2)}{\alpha_2} \quad (4.11)$$

Où: $K(k_2)$ est l'intégrale elliptique de première espèce

$$\text{Avec } k_2 = \frac{2\sqrt{rr_j}}{\alpha_2} \quad \alpha_2 = \sqrt{(r+r_j)^2 + (z+z_j)^2} \quad (4.12)$$

$$\text{Par conséquent: } V_i = \frac{q_j}{2\pi^2 \cdot \varepsilon} \left[\frac{K(k_1)}{\alpha_1} - \frac{K(k_2)}{\alpha_2} \right] \quad (4.13)$$

Mettant $q_j = 1$ dans l'équation. (4.13), l'expression du coefficient de potentiel:

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi^2 \cdot \varepsilon} \left[\frac{K(k_1)}{\alpha_1} - \frac{K(k_2)}{\alpha_2} \right] \quad (4.14)$$

B) Les expressions des coefficients du champ électrique:

Suivant l'axe r:

$$F_{r,ij} = -\frac{\partial P_{ij}}{\partial r} = -\frac{1}{2\pi^2 \cdot \varepsilon} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{K(k_1)}{\alpha_1} \right] - \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{K(k_2)}{\alpha_2} \right] \right] \quad (4.15)$$

$$\frac{K(k_1)}{\alpha_1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{(r+r_j)^2 + (z-z_j)^2 - 4rr_j \sin^2 \theta}} \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{K(k_1)}{\alpha_1} \right] = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\partial}{\partial r} \sqrt{(r+r_j)^2 + (z-z_j)^2 - 4rr_j \sin^2 \theta} \, d\theta \quad (4.17)$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\frac{1}{2} \frac{(2(r+r_j) - 4r_j \sin^2 \theta)}{\sqrt{\left((r+r_j)^2 + (z-z_j)^2 - 4rr_j \sin^2 \theta \right)^3}} d\theta \quad (4.18)$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{-(r+r_j) + 2r_j \sin^2 \theta}{\sqrt{\left((r+r_j)^2 + (z-z_j)^2 - 4rr_j \sin^2 \theta \right)^3}} d\theta = I \quad (4.19)$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{-(r+r_j)+2r_j \sin^2 \theta}{\sqrt{\left((r+r_j)^2+(z-z_j)^2-4rr_j \sin^2 \theta\right)^3}} \\ &= \frac{A}{\sqrt{\left((r+r_j)^2+(z-z_j)^2-4rr_j \sin^2 \theta\right)}} + \frac{B}{\sqrt{\left((r+r_j)^2+(z-z_j)^2-4rr_j \sin^2 \theta\right)^3}} \end{aligned} \right\} 4.20$$

$$\text{Avec: } A \cdot \left((r+r_j)^2 + (z-z_j)^2 - 4rr_j \sin^2 \theta \right) + B = -(r+r_j) + 2r_j \sin^2 \theta \quad (4.21)$$

Assimiler les coefficients de: $-4Arr_j = 2r_j$, d'ou $A = -\frac{1}{2r}$

Mettre la valeur de A dans l'équation. (4.21), on obtient: $B = \frac{(r_j^2 - r^2) + (z - z_j)^2}{2r}$

$$\left| I = \frac{1}{2r} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\left((r+r_j)^2+(z-z_j)^2-4rr_j \sin^2 \theta\right)}} + \left(\frac{(r_j^2 - r^2) + (z - z_j)^2}{2r} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\left((r+r_j)^2+(z-z_j)^2-4rr_j \sin^2 \theta\right)^3}} \right) \right| \quad (4.22)$$

Nous avons:

$$\left. \begin{aligned} & \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\left((r+r_j)^2+(z-z_j)^2-4rr_j \sin^2 \theta\right)}} \\ &= \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{(\alpha_1^2 - 4rr_j \sin^2 \theta)}} = \frac{1}{\alpha_1} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{(1 - k_1^2 \sin^2 \theta)}} = \frac{K(k_1)}{\alpha_1} \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

Autre fois

$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\left((r+r_j)^2+(z-z_j)^2-4rr_j \sin^2 \theta\right)^3}} = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{(\alpha_1^2 - 4rr_j \sin^2 \theta)^3}} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\alpha_1^3} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{(1-k_1^2 \sin^2 \theta)^3}} = \frac{1}{\alpha_1^3} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\left(\left(1 - \frac{k_1^2}{2}\right) + \frac{k_1^2}{2} \cos 2\theta \right)^3}} \\
&= \frac{1}{\alpha_1^3} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{(a+b \cos 2\theta)^3}} \quad \text{avec : } a = 1 - \frac{k_1^2}{2} \quad \text{et } b = \frac{k_1^2}{2}
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Posons: $2\theta = \beta$ où $d\theta = d\beta/2$ on obtient

$$\frac{1}{2\alpha_1^3} \int_0^\pi \frac{d\beta}{\sqrt{(a+b \cos \beta)^3}} \tag{4.26}$$

$$= \frac{1}{2\alpha_1^3} \left[\left[-\frac{b \sin \beta}{(a^2 - b^2) \left(\frac{3}{2} - 1\right) (a+b \cos \beta)^{3-1}} \right]_0^\pi + \frac{\left(2\frac{3}{2} - 3\right)a}{(a^2 - b^2) \left(\frac{3}{2} - 1\right)} I_{n-1} - \frac{\left(\frac{3}{2} - 2\right) I_{n-2}}{(a^2 - b^2) \left(\frac{3}{2} - 1\right)} \right] \tag{4.27}$$

$$= \frac{1}{2\alpha_1^3} \left[0 + 0 + \frac{I_{n-2}}{(a^2 - b^2)} \right] = \frac{1}{2\alpha_1^3} \left[\frac{1}{1 - k_1^2 + \frac{k_1^4}{4} - \frac{k_1^4}{4}} \int_0^\pi \frac{d\beta}{(a+b \cos \beta)^{3-2}} \right] \tag{4.28}$$

$$= \frac{1}{2\alpha_1^3} \left[\frac{1}{1 - k_1^2} \int_0^\pi \frac{d\beta}{(a+b \cos \beta)^{\frac{1}{2}}} \right] = \frac{1}{2\alpha_1^3} \left[\frac{1}{1 - k_1^2} \int_0^\pi \sqrt{(a+b \cos \beta)} d\beta \right] \tag{4.29}$$

Retour substituant $2\theta = \beta$ c'est à dire $d\beta = 2.d\theta$:

$$= \frac{1}{2\alpha_1^3} \left[\frac{1}{1 - k_1^2} \int_0^{\pi/2} 2\sqrt{(a+b \cos 2\theta)} d\theta \right] \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\alpha_1^3} \frac{1}{1 - k_1^2} \int_0^{\pi/2} \sqrt{\left(1 - \frac{k_1^2}{2}\right) + \frac{k_1^2}{2} (1 - 2\sin^2 \theta)} d\theta \\
&= \frac{1}{\alpha_1^3} \frac{1}{1 - k_1^2} \int_0^{\pi/2} \sqrt{(1 - k_1^2 \sin^2 \theta)} d\theta = \frac{1}{\alpha_1^3} \frac{1}{1 - k_1^2} E(k_1)
\end{aligned} \tag{4.31}$$

$E(k_1)$: Est l'intégrale elliptique de seconde espèce.

$$= \frac{E(k_1)}{\alpha_1^3} \frac{1}{\left(1 - \frac{4rr_j}{\alpha_1^2}\right)} = \frac{E(k_1)}{\alpha_1} \frac{1}{(\alpha_1^2 - 4rr_j)} \quad (4.32)$$

$$= \frac{E(k_1)}{\alpha_1} \frac{1}{\left\{(r+r_j)^2 + (z-z_j)^2 - 4rr_j\right\}} = \frac{E(k_1)}{\alpha_1} \frac{1}{\left\{(r-r_j)^2 + (z-z_j)^2\right\}} = \frac{E(k_1)}{\alpha_1 \beta_1^2} \quad (4.33)$$

avec : $\beta_1 = \sqrt{(r-r_j)^2 + (z-z_j)^2}$, À partir des eqns. (4.23), (4.24) et (4.33):

$$\begin{aligned} I &= \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{K(k_1)}{\alpha_1} \right] = \frac{K(k_1)}{2\alpha_1 r} + \frac{(r_j^2 - r^2) + (z-z_j)^2}{2r} \frac{E(k_1)}{\alpha_1 \beta_1^2} \\ &= \frac{1}{2r} \left[\frac{\left((r_j^2 - r^2) + (z-z_j)^2 \right) E(k_1) - \beta_1^2 K(k_1)}{\alpha_1 \beta_1^2} \right] \end{aligned} \quad (4.34)$$

Par conséquent, de l'équation. (4.15). $F_{r,ij} = -\frac{\partial P_{ij}}{\partial r}$

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{4\pi^2 \varepsilon} \left[\frac{\left((r_j^2 - r^2) + (z-z_j)^2 \right) E(k_1) - \beta_1^2 K(k_1)}{\alpha_1 \beta_1^2} \right] \\ &+ \frac{1}{4\pi^2 \varepsilon} \left[\frac{\left((r_j^2 - r^2) + (z+z_j)^2 \right) E(k_2) - \beta_2^2 K(k_2)}{\alpha_2 \beta_2^2} \right] \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\text{Avec } \beta_2 = \sqrt{(r-r_j)^2 + (z+z_j)^2} \quad (4.36)$$

$E(k_2)$ = intégrale elliptique de seconde espèce.

Suivant l'axe z:

$$F_{z,ij} = -\frac{\partial P_{ij}}{\partial z} = -\frac{1}{2\pi^2 \varepsilon} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{K(k_1)}{\alpha_1} \right] - \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{K(k_2)}{\alpha_2} \right] \right] \quad (4.37)$$

$$= \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{K(k_1)}{\alpha_1} \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\alpha_1} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k_1^2 \sin^2 \theta}} \right] \quad (4.38)$$

$$= \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\alpha_1} \int_0^{\pi/2} \frac{\alpha_1 d\theta}{\sqrt{(r+r_j)^2 + (z-z_j)^2 - 4rr_j \sin^2 \theta}} \right] \quad (4.39)$$

$$= \frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{(r+r_j)^2 + (z-z_j)^2 - 4rr_j \sin^2 \theta}} \right] = \left[\int_0^{\pi/2} \frac{-\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (z-z_j) d\theta}{\sqrt{\left((r+r_j)^2 + (z-z_j)^2 - 4rr_j \sin^2 \theta \right)^3}} \right] \quad (4.40)$$

$$= \frac{(z_j - z)}{\alpha_1^3} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\left(1 - \frac{4rr_j}{\alpha_1^2} \sin^2 \theta \right)^3}} = \frac{(z_j - z)}{\alpha_1^3} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{(1 - k_1^2 \sin^2 \theta)^3}} \quad (4.41)$$

$$= \frac{(z_j - z)}{\alpha_1^3} \cdot \frac{E(k_1)}{1 - k_1^2} = \frac{(z_j - z)}{\alpha_1^3} \cdot \frac{E(k_1)}{\beta_1^2 / \alpha_1^2} = \frac{(z_j - z) E(k_1)}{\alpha_1 \beta_1^2} \quad (4.42)$$

$$= \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{K(k_2)}{\alpha_2} \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\alpha_2} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k_2^2 \sin^2 \theta}} \right] = \frac{\partial}{\partial z} \left[\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{(r+r_j)^2 + (z+z_j)^2 - 4rr_j \sin^2 \theta}} \right] \quad (4.43)$$

$$= \frac{(z_j + z)}{\alpha_2^3} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\left(1 - \frac{4rr_j}{\alpha_2^2} \sin^2 \theta \right)^3}} = \frac{(z_j + z)}{\alpha_2^3} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{(1 - k_2^2 \sin^2 \theta)^3}} \quad (4.44)$$

$$= \frac{(z_j + z)}{\alpha_2^3} \cdot \frac{E(k_2)}{1 - k_2^2} = \frac{(z_j + z)}{\alpha_2^3} \cdot \frac{E(k_2)}{\beta_2^2 / \alpha_2^2} = \frac{(z_j + z) E(k_2)}{\alpha_2 \beta_2^2} \quad (4.45)$$

Ainsi, à partir des Equations. (4.37), (4.42) et (4.45) :

$$F_{z,ij} = -\frac{1}{2\pi^2 \varepsilon} \left[\frac{(z_j - z) E(k_1)}{\alpha_1 \beta_1^2} + \frac{(z_j - z) E(k_2)}{\alpha_2 \beta_2^2} \right] \quad (4.46)$$

Bibliographie

- [1] **Affolter Jean-François:** « haute tension», école d'ingénieurs du canton de Vaud, Yverdon-les-Bains, octobre 2000.
- [2] **Aguet M. et M. Ianoz :** «Haute tension volume22», Édition Dunod, 1987.
- [3] **Nicolas FAURE:** «modélisation électromagnétique en présence d'espace application la l'étude de tubes électronique de types magnétron», thèse de doctorat, université de limoges, 2006.
- [4] **Christophe Volât:** «Modélisation physique et numérique par la méthode des éléments finis des frontières de la distribution du potentiel et du champ électrique le long d'un isolateur standard de poste 735 KV recouvert de glace», thèse de doctorat, l'université du Québec a Chicoutimi, juin 2002.
- [5] **Fred Gardiol:** «électromagnétisme volume 3, presses polytechnique et universitaires romandes Lausanne», 1994.
- [6] **Olivier Gallot:** «Electricité II, Cours Magistraux, université joseph fourier, Grenoble»,
- [7] **Rogti fatiha:** «simulation du champ électrique dans les milieux hétérogènes par la méthode des charges fictives», thèse magister, 2001, université amar telidji Laghouat
- [8] **A.Tilmatine:** «Généralités sur la haute tension», Université Djillali liabes, Sidi Bel Abbès, www.univ-sba.dz.
- [9] **Robert fournié:** «Diélectriques, Bases théoriques, Techniques de l'Ingénieur, traité Génie électrique», D 2300.
- [10] **Orlowska Sabina:** «conception et prédiction des caractéristiques diélectriques des matériaux composites a deux et trois phases par la modélisation et la validation expérimentales», thèse de doctorat, l'école centrale de Lyon ,2003
- [11] **Yeo Zié:** «Modèle numérique de conduction surfacique dans les dispositifs bidimensionnels Prise-en compte de non linéarités», thèse de doctorat, l'école centrale de lyon, ECL 1997.
- [12] **Rasolonjanahary Jean Louis Rafenomanana:** «modélisation par la méthode des équations intégrales de frontière de phénomènes de conduction surfacique sur les isolateurs pollués», thèse de doctorat, L'école centrale de Lyon, 1992.
- [13] **Ligne à haute tension,** lanouettetech.com/Energie/Electricite_Transport.pdf

- [14] **Le ha hoang:** «Contribution à la modélisation tridimensionnelle des interactions champ électromagnétique – corps humain en basses fréquences», thèse de doctorat, ECL 2007 L'école centrale de lyon
- [15] **Nazar H Malik:** «A review of the charge simulation method and its Application», IEEE Transaction on electrical insulation, Vol.24, No.1, 1989, pp. 1-20.11.
- [16] **R. Amiri, H Hadi, M. Marich:** «Influence de la flèche sur la distribution du champ électrique au voisinage des lignes de haute tension», université des sciences et de la technologie d'oran Mohamed Boudiaf, Usto. 2007
- [17] **S.Mouhoubi, M.Oukabi:** «Calcul du champ électrique par la méthode des charges fictives», Proceeding on the 2nd International Conférence on Electrotechnics, ICEL'2000, November 1315, 2000, Oran, Algeria.
- [18] **Sivaji Chakravorti,** Basic Principles of charge simulation method (CSM), <http://www.dlnet.vt.edu>
- [19] **Huang Hong-yu:** «optimal design of high voltage insulator using genetic algorithm and charge simulation method», these de doctorat, Christian university, juin 2008, Taiwan.
- [20] **Yoshinoubu Kato:** «a charge simulation method for the calculation of two-dimensional electrostatic Fields», dépôt de la communauté de l'université de technologie Fukui, 1980, japon
- [21] **Singer H., steinbigler H, Weiss P:** «A charge simulation method for the calculation of high voltage field», IEEE Trans. Pass 93, pp. 1660-1668, septembre-octobre 1974.
- [22] **Tadasu Takuma:** «charge simulation method with complex fictitious charges for calculating capacitive resistive fields», IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-I00, No. 11 November 1981, p 4665-4672.
- [23] **Jean-François Affolter, Fabrizio Conti, François Gaille:** «calcul et analyse du champ électrique a proximité d'une ligne électrique haute tension, eivd 1997», www.docstoc.com
- [24] **Adrian Marincu, Marian Greconici, Sorin Musuroi,** «The Electromagnetic Field around a High Voltage 400 KV Electrical Overhead Lines and the Influence on the Biological Systems», FACTA UNIVERSITATIS, ELEC. ENERG. vol. 18,

No. 1, April 2005.

- [25] **J.C Fernandez, H.L.Soibelzon:** «The surface electric field of centenary high voltage overhead transmission lines», EMC and powers systems, pp.2226, 2002.
- [26] **Said belali** , «calcul mécanique des lignes aériennes», office nationale de l'électricité, octobre - 2008. www.senergie.org/Dr.belali/cours/013.pdf - Maroc
- [27] **Jean-Louis LILJEN,** «Transport et Distribution de l'Énergie Electrique» Manuel de travaux pratiques, Université de Liège Faculté des Sciences Appliquées, Année académique 1999/2000.
- [28] **M. brahami, A. tilmatine, F. meghnefi et H.sayah:** «Prédétermination des grandeurs liées aux conséquences de l'effet de couronne sur les lignes haute tension», Volume 49, Number 1, 2008, ACTA electrotehnica
- [29] **H. Shwehdi and U. M. Johar:** «transmission Line EMF Interference with Buried Pipeline: Essential & Cautions», October 2003 Electrical Engineering Department at King Fahd University of Petroleum & Minerals Dhahran, Saudi Arabia
- [30] **Abhishek Gupta:** «a Study on High Voltage AC Power Transmission Line Electric and Magnetic Field Coupling with Nearby Metallic Pipelines», these de magister Indian Institute of Science August 2006, India.
- [31] **Jose-r-daconti:** «electrical risk in transmission line pipeline shared rights of way», power technology October 2004
- [32] **A. H. Al-Badi, M. A. Salam:** «Computation of the Capacitive Coupling in Conductors Installed nearby AC Power Lines», IEEE PES Transmission and Distribution Conference and Exposition Latin America, 2006, Venezuela.
- [33] **Pol pirote,** «réseaux d'énergie électrique et environnement, effet de couronne et champs, une introduction » septembre 2001. www.tdee.ulg.ac.be/userfiles/file/documenta.pdf
- [34] **Akihiro Ametani, Naotsugu Uchida, Hiroshi Isogai:** «EMTP Simulations of Induced Voltages to an Underground Gas Pipeline and Its Countermeasures», Session 36, Paper 2, Page 2, 15th PSCC, Liege, 22-26 August 2005
- [35] **M.Saied:** «The capacitive coupling between EHV Lines and nearby pipelines», IEEE transactions on power delivery, Vol. 19, No. 3, July 2004.