

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université des Sciences et de Technologie d'Oran
Mohamed Boudiaf

FACULTE DE Génie Electrique
DEPARTEMENT d'Electrotechnique

MEMOIRE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE
MAGISTER

SPECIALITE : ELECTROTECHNIQUE

OPTION : COMPATIBILITE ELECTROMAGNETIQUE.

Présenter par :

MEKKI Mohammed

Sujet du mémoire

**MODELISATION DES CABLES TORSADES DANS LES VEHICULES
ELECTRIQUES PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS 2D,
APPLICATIONS AU CALCUL DES PARAMETRES LINEIQUES
INDUCTIFS ET CAPACITIFS.**

SOUTENUE LE :

DEVANT LE JURY COMPOSE DE :

Président :	M T. BOUTHIBA	Professeur	(USTO-MB)
Rapporteur :	M A.TAIEB BRAHIMI	Professeur	(USTO-MB)
Co-Rapporteur :	M L. PICHON	Directeur de recherche au CNRS	(LGE Paris)
Examineurs :	M A. BENDIABDALLAH	Professeur	(USTO-MB)
	M L. KOTNI	Maître de conférences .A	(USTO-MB)

Remerciements

Ce mémoire s'est déroulé au sein du Département d'Electrotechnique, Faculté de Génie Electrique Université des Sciences et de la Technologie d'Oran (USTO Mohamed BOUDIAF) dans le cadre du projet CEM.

Je remercie en premier lieu mon encadreur, Monsieur A. TAIEB BRAHIMI, Professeur à l'USTO-MB, pour avoir dirigé ce travail de mémoire. Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à leur égard pour la confiance qu'il m'a accordé. Comme je le remercie pour sa disponibilité, ces conseils et ces encouragements qui m'ont permis de bien mener ce travail.

Je tiens à exprimer ma gratitude à mon Co-encadreur, Monsieur L. PICHON, Directeur de Recherche au Centre National de Recherche Scientifique (CNRS), rattaché au laboratoire LGE Paris, pour son précieux aide qu'il ma apporté.

Je remercie les membres du jury :

Monsieur, T. BOUTHIBA Professeur à l'USTO-MB, qui a accepté de juger ce travail et de m'avoir fait l'honneur de présider le jury.

Messieurs A. BENDIABDALLAH, Professeur à l'USTO-MB, et Monsieur L. KOTNI, Maître de conférences A à l'USTO-MB, pour m'avoir fait l'honneur d'être les examinateurs de ce travail.

Je voudrais remercier Monsieur M. DAHMANE, Maître de conférences à l'Université de Boumerdès (Mohamed BOUGERA ex INH), pour son soutien.

Je souhaiterais adresser mes remerciements à tous mes collègues de la deuxième promotion de Magister CEM. J'ai été véritablement heureux de passer ces années avec vous.

Enfin, mes derniers remerciements vont vers ma famille, sans qui je ne serai jamais arrivé là aujourd'hui.

SOMMAIRE

Introduction générale.....	5
----------------------------	---

Chapitre I : Généralités et rappels bibliographiques sur les lignes de transmission

1.1 Historique.....	6
1.2 Définition.....	6
1.3 Environnement électromagnétique des réseaux filaires.....	7
1.3.1 Sources de bruit naturel.....	8
1.3.1.1 Champ magnétique au sol et orages magnétiques.....	8
1.3.1.2 Champ électrique de beau temps.....	9
1.3.1.3 La foudre	10
1.3.2 Sources de bruit industriel.....	11
1.3.2.1 Sources de bruit externe.....	11
1.3.2.1.1 Effet couronne des lignes hautes tension.....	11
1.3.2.1.2 Interférences radioélectriques.....	12
1.3.2.1.3 Appareils électriques domestiques.....	12
1.3.2.2 Sources de bruit interne.....	13
1.4 Définition des couplages dans les réseaux filaires.....	13
1.4.1 Couplage par impédance commune.....	14
1.4.2 Couplage conducteur à plan de masse.....	15
1.4.3 Couplage d'un champ électrique avec un conducteur.....	15
1.4.4 Couplage d'un champ magnétique avec une boucle.....	16
1.4.5 Couplage par diaphonie.....	18
1.4.5.1 Diaphonie inductive.....	18
1.4.5.2 Diaphonie capacitive.....	19
1.4.5.2.1 Influence de la diaphonie capacitive	19
1.5 Importance du torsadage des conducteurs	20
1.6 Conclusion	21

Chapitre II : Modélisation de la ligne de transmission par les équations de télégraphiste

2.1 Introduction.....	22
2.2 Equations des télégraphistes.....	22
2.3 Applications du modèle de ligne	24
2.3.1 Paramètres primaires ou paramètres linéiques (par unité de longueur).....	24
2.3.2 Paramètres secondaires.....	24
2.4 Propagation d'un signal électrique dans une ligne de transmission.....	27
2.5 Méthode MTL : Multiconductor Transmission Line	28
2.6 Réduction de la diaphonie par adaptation et alimentation particulières des lignes.....	30

2.6.1 Adaptation des lignes multifilaires	30
2.6.1.1 Impédance caractéristique d'une Ligne Multiconducteurs (LMC)	31
2.6.1.2 Adaptation d'une LMC par reseau d'adaptation en π	31
2.6.1.2.1 Formulation générale	31
2.6.1.2.2 Application au cas d'une ligne a deux conducteurs	32
2.6.1.2.3 Application au cas d'une ligne a quatre conducteurs.....	35
2.7 Conclusion.....	37

Chapitre III. Méthodes de calcul des paramètres du circuit électrique équivalent

3.1 Introduction.....	38
3.2 Identification des paramètres des lignes de transmission	38
3.2.1 Méthode analytique	38
3.2.1.1 Résistance linéique	39
3.2.1.2 Inductance linéique	40
3.2.1.2.1 Inductance interne.....	41
3.2.1.2.2 Inductance extérieure L_e	42
3.2.1.3 Capacité linéique	43
3.2.1.4 Conductance linéique.....	44
3.2.2 Utilisation des équations de maxwell	45
3.2.2.1 Calcul des éléments inductifs	47
3.2.2.1.1 Mise en équations par le model magnétostatique	47
3.2.2.2 Calcul des éléments capacitifs.....	50
3.2.2.2.1 Mise en équations par le model l'électrostatique.....	50
3.2.2.3 Calcul des éléments qui dépendent de la fréquence.....	50
3.2.2.3.1 Mise en équations par le model magnétodynamique	50
a) Modèle général	51
b) Modèle linéaire exprimé en termes de potentiel vecteur	52
c) Modèle bidimensionnel exprimé en termes de potentiel vecteur	52
3.3 La méthode de vector fitting	53
3.3.1 Plans itératifs pour résoudre des problèmes rationnels de moindre- carrés (LS)	53
3.3.2 La méthodologie de Vector Fitting.....	54
3.3.3 Comment Vector Fitting fits.....	56
3.4 Conclusion.....	57

Chapitre IV : Identification des paramètres électriques par la méthode des éléments finis

4.1. Introduction	58
4.2 Méthode de calcul	59
4.3 Calculs des paramètres électriques pour chaque position θ	60
4.3.1 Méthode des éléments finis.....	61

4.3.2 Calcul des capacités propres et mutuelles.....	62
4.3.3 Calcul des inductances linéiques et mutuelles.....	66
4.4 Le circuit électrique équivalent	70
4.5 Utilisation des S-paramètres	71
4.6 Application	73
4.7 Conclusion.....	74

Chapitre V : L'analyse des performances fréquentielles du câble torsadé

5.1. Introduction	75
5.2 Calcul de l'inductance interne qui dépend de la fréquence Z_w	75
5.2.1 Extraction des paramètres de Z_w par la méthode de " <i>vector fitting</i> ".....	77
5.3 Application.....	80
Conclusion générale.....	82
Bibliographies.....	83
Annexe.....	86

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Existe-t-il un terme à l'évolution des systèmes électriques dans un véhicule? Rétroviseurs, l'ouverture des portes sans clef, la transmission, le multimédia, la liste n'étant pas exhaustive. Derrière tous ces systèmes se cachent des moteurs, des capteurs, des calculateurs et surtout une grande quantité de câbles dédiés à l'alimentation de tous ces organes et à la communication entre eux. En effet, ces câbles sont très sensibles aux perturbations électromagnétiques. Du fait de l'environnement varié dans lequel ils sont utilisés, des problèmes de Compatibilité Electromagnétique (CEM) viennent en effet dégrader la qualité des transmissions.

Il y a quelques années, la communauté scientifique a commencé à s'intéresser à la modélisation et à la compréhension des phénomènes de couplage de faisceaux de câbles complexes. Toutefois la modélisation de faisceaux présentant un grand nombre de fils torsadés, ou bien un câblage non uniforme, tels qu'on peut les rencontrer dans les véhicules modernes pose encore un certain nombre de questions de compréhension physiques des phénomènes de propagation et de couplage électromagnétique qui y prennent naissance.

Au sein des véhicules modernes, le réseau d'interconnexions câblées est aujourd'hui considéré par les constructeurs comme un maillon faible. En trente ans, la longueur des câbles embarqués sur une automobile a augmenté, passant de près de deux cents à plus de deux mille mètres ; dans le même temps le nombre de connexions est passé de deux cents à plus de mille huit cents. La fiabilité de ce câblage devient prépondérante et la mise au point des systèmes et de procédures de diagnostic de câblages, pendant ou après la production de véhicules, apparaît urgente. Pour prévoir les niveaux des signaux parasites, et dans le but de les réduire, il est important d'envisager une modélisation fine de ces structures filaires.

Le but de ce travail est de définir un modèle électrique du câble torsadé (TWP) pour une analyse fréquentielle jusqu'à 1 GHz dans l'ordre de prédire la propagation interne dans ce câble. Le câble TWP sera discrétisé en petites sections de ligne de transmission uniforme afin de les analyser par la méthode des éléments finis en utilisant les équations de la magnétostatique, l'électrostatique et la magnétodynamique pour calculer respectivement les inductances, les capacités et l'impédance interne dans le but d'extraire le réseau multiport

équivalent approprié pour l'analyse de circuit. La méthode sera comparée aux références [11] [12] afin de valider les calculs.

Notre mémoire est présenté en cinq chapitres :

Dans le premier chapitre, une brève définition de la compatibilité électromagnétique (CEM) est présentée, ensuite nous allons décrire l'environnement électromagnétique des réseaux filaires afin d'obtenir une idée générale sur les principales sources de bruit. Puis on va ainsi présenter les différents types de couplages dans les réseaux filaires en énonçant les phénomènes mis en œuvre lors de ces couplages tel que le phénomène de diaphonie, qui constitue l'un des perturbateurs les plus pénalisants.

Dans le deuxième chapitre, nous allons présenter un modèle de câble électrique sous forme de circuit électrique basé sur la théorie des lignes de transmission en utilisant les équations des télégraphistes. Après nous présenterons une étude de la réduction de la diaphonie au sein des câbles multiconducteurs. Dans cette partie, nous proposerons une méthode de réduction de la diaphonie basée sur l'adaptation des extrémités d'une ligne, et sur une injection particulière des signaux.

Dans le troisième chapitre et pour identifier les différents paramètres linéiques des modèles des câbles, nous utiliserons les formulations analytiques prenant en compte les caractéristiques physiques et géométriques des composants du câble. D'autres parts, pour identifier ces paramètres nous utiliserons le domaine de l'électromagnétisme où les équations décrivant la physique du problème sont connues sous le nom des équations de Maxwell.

Le quatrième chapitre est dédié au calcul des paramètres électriques (inductances, capacités) d'une paire de fils torsadée (TWP) placé au dessus d'un plan de masse en utilisant la méthode des éléments finis en 2D par la résolution des équations de la magnétostatique et l'électrostatique. Le but de cette étude est d'extraire le réseau multiport équivalent approprié.

Le cinquième et dernier chapitre sera consacré à l'analyse des performances fréquentielles du câble torsadé en utilisant la méthode des éléments finis. Cette analyse sera réalisée en résolvant les équations de la magnétodynamique en tenant compte de l'effet des courants de Foucault. Un calcul de l'impédance interne du câble sera présenté. Nous utiliserons, dans ce calcul, la méthode de " *Vector Fitting* ".

Chapitre I :
Généralités et rappels
bibliographiques sur les lignes de
transmission

1.1 Historique :

La compatibilité électromagnétique ou CEM est une science relativement récente en tant que tel. Pourtant, dès le début des communications radio dans les années 1930, des problèmes d'interférence radio étaient déjà apparus. En 1933, Création du C.I.S.P.R. (Comité International Spécial des Perturbations Radioélectriques) par la C.E.I. (Commission Electrotechnique Internationale), il développe des normes pour éviter les interférences. Durant la deuxième guerre mondiale l'utilisation des appareils électroniques s'est accélérée (radio, navigation, radar), les interférences se multiplient entre la radio et les systèmes de navigation aérienne. Le C.I.S.P.R. continue son activité de recherche et propose des techniques de mesures des perturbations et recommande des valeurs limites d'émission. L'augmentation la plus significative des problèmes d'interférences est apparue avec l'invention des composants électroniques à haute densité, tels que le transistor bipolaire dans les années 1950, le circuit intégré dans les années 1960, et les puces à microprocesseur dans les années 1970. Par ailleurs, le spectre fréquentiel utilisé devient beaucoup plus large, afin de subvenir aux besoins croissants de transmissions d'information. L'*American Federal Communications Commission* (F.C.C.) a publié en 1979 des normes limitant les émissions électromagnétiques de tous les appareils électroniques car ceux ci devenaient plus sensibles aux interférences. Les valeurs limites définies par la FCC correspondent dans l'ensemble à celles recommandées par le CISPR. A partir du premier janvier 1996 tout produit mis sur le marché européen doit satisfaire aux exigences des normes CEM d'émission et d'immunité.

1.2 Définition :

La compatibilité électromagnétique (CEM) est un domaine dont le but est de rendre compatible le fonctionnement d'un équipement électronique sensible dans un environnement électromagnétique perturbé.

Un système électromagnétiquement compatible doit respecter trois critères :

- Il ne produit aucune interférence avec d'autres systèmes.
- Il n'est pas susceptible aux émissions des autres systèmes.
- Il ne produit aucune interférence avec lui-même.

Le champ d'action de la CEM est vaste :

- Phénomènes physiques (foudre, décharges électrostatiques, rayonnement, courants conduits).

- Domaine d'application (télécommunications, équipement spatial et militaire, contrôle commande, instrumentation, électronique de puissance).
- Gamme de fréquence (de quelques Hz à quelques dizaines de GHz).

1.3 Environnement électromagnétique des réseaux filaires :

L'environnement électromagnétique à prendre en compte pour traiter de la compatibilité électromagnétique est très vaste [1] et ne présente pas de limites absolument fixées. En effet, les systèmes et les technologies évoluant, les amplitudes et bandes spectrales à considérer ne sont plus les mêmes qu'autrefois. De ce fait, afin de caractériser la vulnérabilité des systèmes, des sources de bruit autrefois inexistantes ou négligeables doivent à présent être prises en compte.

Ces sources de bruit sont généralement divisées en deux catégories [2] : le bruit naturel, provenant par exemple d'orages lointains, des courants d'origine cosmique, et le bruit industriel, lié aux activités humaines. Nous énonçons ici ces principales sources de bruit.

1.3.1 Sources de bruit naturel

Même si nous n'y sommes pas directement sensibles, nous sommes soumis à des champs électriques et magnétiques naturels permanents. Ceux-ci sont perturbés ou régénérés par des flux de particules solaires ou cosmiques, et plus près de nous par l'activité orageuse.

1.3.1.1 Champ magnétique au sol et orages magnétiques

Le champ magnétique terrestre est, jusqu'à quatre rayons terrestres du globe, assimilable à celui que créerait un dipôle magnétique [3] placé à l'intérieur du globe (Fig.I.1). Ses pôles magnétiques passent actuellement par un point situé au Canada (pôle Sud magnétique) et par un autre situé dans l'une des régions les plus occidentales de l'océan Arctique, la Terre de Marie Byrd (pôle Nord magnétique).

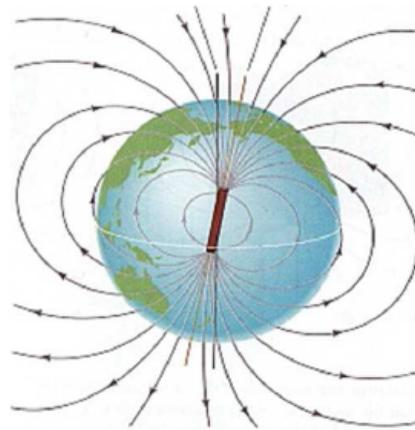


Fig. I.1 Le champ géomagnétique, assimilable à celui d'un dipôle

La valeur de l'induction magnétique terrestre relevée à la surface du globe est maximale au niveau des pôles, où elle atteint des valeurs allant jusque 0.067 mT, et décroît en se rapprochant de l'équateur, où elle avoisine les 0.030 mT.

1.3.1.2 Champ électrique de beau temps :

La basse atmosphère terrestre est conductrice, et ce à cause de l'effet conjugué des rayonnements cosmiques, des rayons X et UV solaires, mais aussi de la décomposition des matériaux radioactifs présents à la surface de la Terre [4].

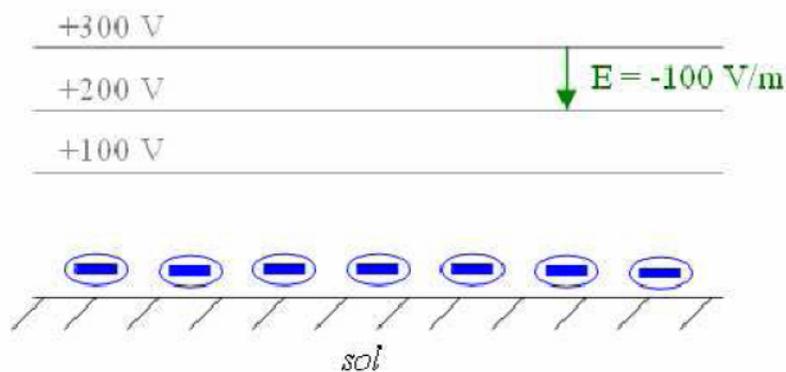


Fig. I.2 Le champ électrique de beau temps

Selon la hauteur où on se situe, l'heure, la saison, l'activité solaire et d'autres paramètres, la participation en particules ionisées de chacun de ces phénomènes varie, et dans le même temps fait évoluer la conductivité de l'air. Il est néanmoins possible de déterminer une valeur de la résistance de l'atmosphère, en effectuant l'intégration de cette conductivité entre le sol et l'ionosphère (environ 100 km) [4].

Ainsi, en supposant une couche électriquement chargée à environ 100 km d'altitude, la connaissance de la résistance de l'air se concrétise par une densité de courant entre cette couche fictive et la Terre. Cette densité de courant est accompagnée d'un champ électrique, décroissant avec l'altitude et dirigé vers le sol (Fig. I.2), de l'ordre de 100 V/m au sol.

La dénomination de ce champ électrique provient du phénomène qui lui est complémentaiement associé. En effet, pour définir ce courant et l'existence du champ électrique terrestre, il a été supposé l'existence d'une couche électriquement chargée à 100 km d'altitude. Or, l'existence d'un tel courant tendrait à décharger rapidement cette couche fictive s'il n'existait un mécanisme pour la régénérer. Ce mécanisme de recharge n'est autre que l'ensemble de l'activité orageuse terrestre.

1.3.1.3 La foudre :

La foudre est définie comme une décharge électrique d'une longueur de plusieurs kilomètres associée à une impulsion de courant transitoire de très forte amplitude. La source la plus commune de la foudre est la séparation des charges dans les nuages d'orage, les cumulo-nimbus.

La distribution des charges dans un nuage d'orage est présentée dans la figure 1.3. La partie supérieure, constituée de glace, est chargée positivement (région *P*), tandis que la partie inférieure constituée de gouttelettes d'eau est chargée négativement (région *N*).

Souvent, un îlot de charges positives (région *P*) est enserré dans cette masse de charges négatives. A l'approche d'un nuage orageux, le champ électrique atmosphérique au sol qui est de l'ordre d'une centaine de volts par mètre par beau temps commence par s'inverser, puis croît dans de fortes proportions. Lorsqu'il atteint 10 à 20 kV/m, une décharge au sol est imminente [5] [6].

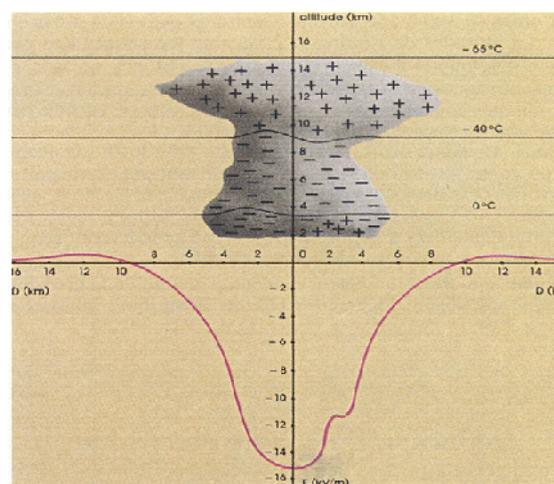


Fig. I.3 Le champ électrique au sol sous un nuage

1.3.2 Sources de bruit industriel :

L'activité humaine de son côté, et plus particulièrement l'activité industrielle, crée des nuisances et des pollutions. Désormais, en de nombreux endroits, le bruit d'origine industrielle prédomine sur le bruit d'origine naturelle, notamment aux fréquences supérieures à quelques kHz, et plus particulièrement en milieu urbain ou fortement industrialisé. Tous les équipements électriques ou électroniques sont, à des degrés divers, des sources de perturbations. En se plaçant dans le contexte des télécommunications filaires, ces perturbateurs sont classifiés en deux catégories : les sources externes, comme les interférences dues aux lignes de transport d'énergie ou les émetteurs de radiodiffusion, et les sources internes, générées au sein même des câbles de télécommunications.

1.3.2.1 Sources de bruit externe :

Alors que le champ magnétique est généré par le passage du courant, le champ électrique provient de l'accumulation de charges électriques, exprimée par la tension. Dans l'environnement électromagnétique artificiel quotidien, il apparaît que les réseaux électriques à haute tension constituent la principale source de champ électrique sur la boucle locale, les appareils électriques domestiques constituant les principales sources de champ magnétique dans les installations terminales chez le client. Ces deux contributeurs sont détaillés ci dessous, en donnant quelques valeurs caractéristiques et comparatives des champs électriques et magnétiques qui leur sont associés. Nous citons également les bruits radioélectriques, omniprésents, mais qui n'ont que peu d'impact dans le contexte de cette étude.

1.3.2.1.1 Effet couronne des lignes hautes tension :

L'effet couronne [7] est un phénomène que nous connaissons par le grésillement caractéristique des lignes à haute tension. Il se caractérise en fait par des décharges électriques au niveau des lignes, créant des parasites à large bande dont le spectre s'étend de 150 kHz jusque 30 MHz. L'effet couronne apparaît lorsque le champ électrique local dépasse les 2600 V/m, dans des conditions atmosphériques normales. Le tableau 1 donne quelques valeurs du champ électromagnétique moyen généré par les lignes à différent niveau de tension.

Nature des lignes	Champ Electrique (V/m)	Induction magnétique ($\mu\text{T/m}$)
400 kV - sous la ligne - à 100m de l'axe	5000 200	30 1.2
20 kV - sous la ligne - à 100m de l'axe	250 Négligeable	6 Négligeable
230 V - sous la ligne - à 100m de l'axe	9 Négligeable	0.4 négligeable

Tableau 1 champ électromagnétique moyen généré par des différent niveaux de tension

1.3.2.1.2 Interférences radioélectriques :

Innombrables émetteurs radioélectriques sont installés à travers le globe, à partir des systèmes de télécommande des jouets jusqu'aux radars les plus sophistiqués, en passant par les émetteurs de radiodiffusion.

La majorité des lignes du réseau sont composées de cuivre, ce qui les conduises à se comporter comme de vrais antennes vis-à-vis de ces perturbateurs électromagnétiques. L'impact principal de ces perturbations radioélectriques survient sur les lignes aériennes.

Dans le cadre des télécommunications, ce sont les émetteurs de radiodiffusion, qui jouent un rôle prépondérant sur la transmission des signaux, de par les bandes fréquentielles qu'ils occupent : de 560 kHz à 1.6 MHz. Quoique, ces signaux sont continus, ce qui permet de limiter leur impact sur la transmission [4].

1.3.2.1.3 Appareils électriques domestiques :

Les installations domestiques d'aujourd'hui sont doté par une infinité d'appareils électriques qui se révèlent être de véritables sources de perturbations. Le tableau 2 donne les valeurs moyennes mesurées des champs électriques et magnétiques engendré par quelques types de ces appareils [4].

Appareil domestique	Champ électrique (V/m)	Induction magnétique ($\mu\text{T/m}$)
Rasoir	Négligeable	500
Microordinateur	Négligeable	1.4
Grille-pain	40	0.8
Télévision	60	2
Chaîne stéréo	90	1
Réfrigérateur	90	0.3

Tableau 1 champ électromagnétique moyen généré par quelques appareils domestiques

1.3.2.2 Sources de bruit interne :

La liste des bruits environnants les câbles de transmissions qui vient d'être dressée est loin d'être exhaustive et se révèle néanmoins très riche en perturbateurs. Pourtant, au sein même des câbles, de nouvelles sources de bruit doivent être considérées.

Nous ne citerons ici que le bruit électronique et reviendrons après sur le phénomène de diaphonie.

Le bruit électronique est composé du bruit thermique, lié au mouvement des électrons au sein du support de transmission qu'est le fil de cuivre, et du bruit de quantification qui naît de la conversion analogique / numérique des signaux.

Le bruit thermique dépend de la résistance du matériau et de la température. Dans le cas de la paire cuivrée, celui-ci peut être considéré comme un bruit blanc pour les fréquences supérieures à 50Hz, dont la Densité Spectrale de Puissance (DSP) est comprise entre -140 et -170 dBm/Hz [4].

1.4 Définition des couplages dans les réseaux filaires :

Dans cette partie, nous exposons les différents types de couplages [8] se produisant entre des sources, quelles qu'elles soient, et les systèmes électroniques. Nous énonçons les phénomènes mis en œuvre dans les cas de couplages avec les lignes filaires [9], qui concernent les câbles de transmissions.

La conversion des signaux issus de sources en signaux parasites pour les systèmes électroniques est réalisée selon six modes de couplage :

- couplage par impédance commune,
- couplage conducteur / plan de masse,
- couplage du champ électrique sur un conducteur,
- couplage du champ magnétique sur une boucle,
- diaphonie inductive,
- diaphonie capacitive.

Cette classification permet de comprendre les mécanismes mis en œuvre ainsi que les actions à entreprendre pour améliorer la CEM des câbles à conducteurs cuivrés, en fonction de la prédominance d'un mode de parasitage sur un autre.

Cependant, le couplage des perturbations fait souvent, si ce n'est tout le temps, intervenir plusieurs modes simultanés, ce qui rend d'autant plus complexe l'étude de leur réduction.

1.4.1 Couplage par impédance commune :

L'impédance d'un conducteur électrique n'est pas nulle. Tout courant, utile ou parasite, qui parcourt un conducteur génère une différence de potentiel entre ses extrémités. Ce phénomène est appelé couplage par impédance commune (Fig. I.4).

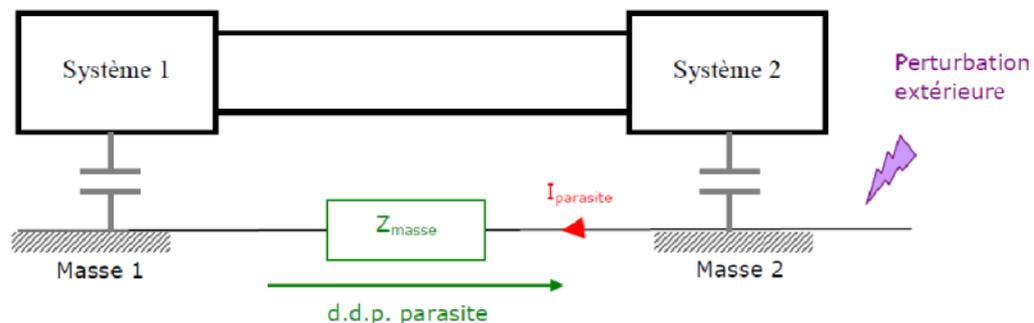


Fig. I.4 Couplage par impédance commune

Dans le cas de lignes filaires, toute perturbation engendrant un courant parasite au niveau de la masse, et du fait de la non nullité de l'impédance de celle-ci, crée une différence de potentiel à ses extrémités. Par conséquent, en se référant à la [figure I.5](#), la masse à laquelle est relié le *systeme 1* n'est donc plus la même que celle à laquelle est connecté le *systeme 2*, et un courant de mode commun est engendré entre les conducteurs de cuivre et la masse.

Afin de diminuer ce type de couplage, il est nécessaire de réduire l'impédance commune, mais également de réduire les courants parasites qui y circulent.

Une solution consiste à réaliser un maillage serré des masses, en connectant régulièrement à la terre le conducteur de référence (écran pour les câbles télécom, fil de terre pour les réseaux électriques).

1.4.2 Couplage conducteur à plan de masse :

La capacité entre deux conducteurs voisins n'est jamais nulle. Sous l'action d'une perturbation extérieure, une différence de potentiel peut être engendrée entre ces deux conducteurs, donnant naissance à un courant de mode commun entre les deux systèmes. Ce phénomène est appelé couplage conducteur à plan de masse.

Dans le cas d'une ligne bifilaire, représentée sur la figure I.5, un courant parasite de mode commun apparaîtra au niveau de la capacité existant entre le conducteur cuivré et la masse.

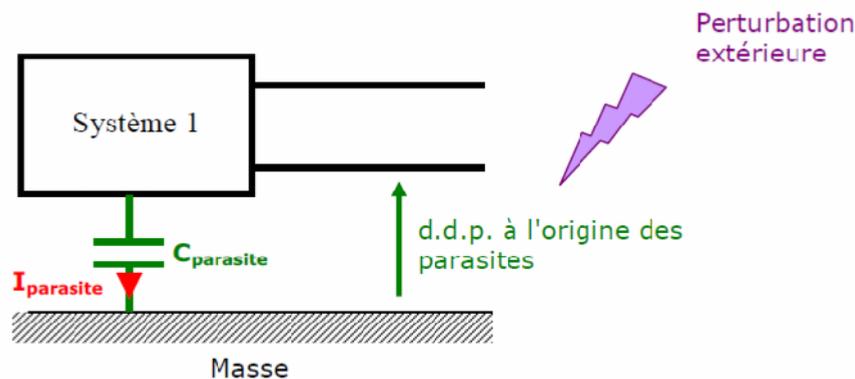


Fig. I.5 Couplage conducteur à plan de masse

Pour réduire ce couplage conducteur à plan de masse, les solutions consistent à diminuer les capacités mises en jeu entre les circuits sensibles et la masse, mais également à réduire les variations brutales de tensions entre les conducteurs de cuivre et la terre.

1.4.3 Couplage d'un champ électrique avec un conducteur :

Un champ électrique variable engendre sur les conducteurs parallèles à ses lignes de champ un courant électrique. Ce phénomène est appelé couplage champ à câble (Fig. I.6).

Dans le cas du réseau filaire cuivré, les lignes aériennes se comportent comme de véritables antennes vis-à-vis des multiples champs électriques aux alentours, qui y induisent des courants parasites de mode commun. Ainsi le réseau électrique domestique présente un

comportement identique face aux perturbateurs électromagnétiques présents dans les habitations.

Afin de réduire ce type de couplage, il est nécessaire de réduire l'effet d'antenne du câble victime ou ainsi de réduire le champ électrique coupable. Une solution consiste à blinder les conducteurs, d'où l'utilisation systématique de câbles écrantés (feuillage en aluminium) pour les câbles de télécommunication.

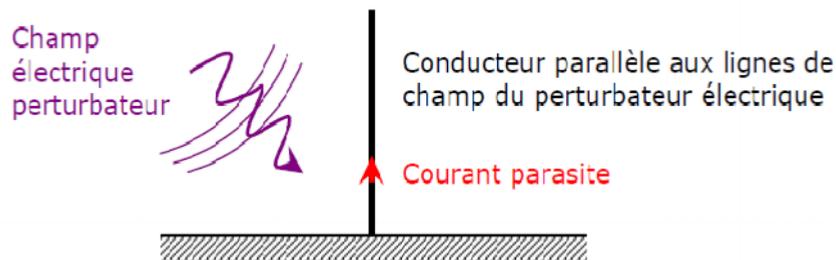


Fig. I.6 Couplage d'un champ électrique avec un conducteur

1.4.4 Couplage d'un champ magnétique avec une boucle

Un champ magnétique variable traversant une boucle y induit un flux magnétique variable dont toute variation crée une différence de potentiel. Ce phénomène est appelé couplage champ à boucle.

Dans le cas d'une ligne monofilaire, un courant de mode commun peut être induit par un champ magnétique externe dans la boucle formée par le câble, le plan de terre et les impédances de connexion des équipements à la terre (Fig. I.7).

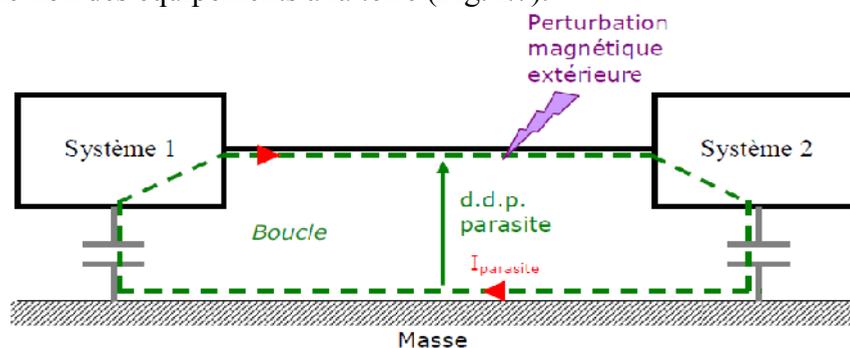


Fig. I.7 Couplage d'un champ magnétique avec la boucle formée par un conducteur et la terre

Pour réduire le couplage champ à boucle, il est nécessaire soit de réduire la surface de la boucle victime pour diminuer l'effet d'antenne, soit de réduire le champ magnétique coupable. Il est possible de s'affranchir de ce dernier en blindant les câbles. De plus, la réduction de la boucle s'effectue en rapprochant les conducteurs, notamment en câblant les conducteurs par

paire et en utilisant ainsi une transmission différentielle des signaux, comme représenté dans la figure I.8. C'est le mode de transmission adopté dans les réseaux de télécommunications.

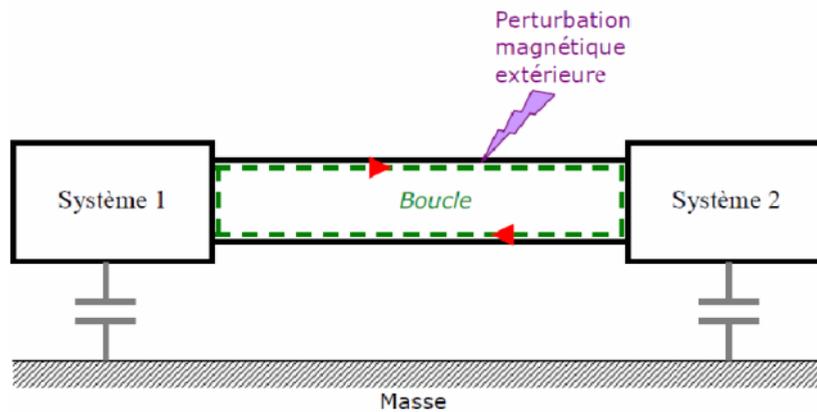


Fig. I.8 Couplage d'un champ magnétique avec la boucle formée par deux conducteurs

D'autre part, torsader les paires permet de diminuer la surface de la boucle entre deux conducteurs, mais également d'alterner le sens des boucles par rapport au champ incident. Ceci a pour conséquence, sur une paire parfaite, d'annuler les courants parasites sur les conducteurs. La figure I.9 présente le processus mis en œuvre.

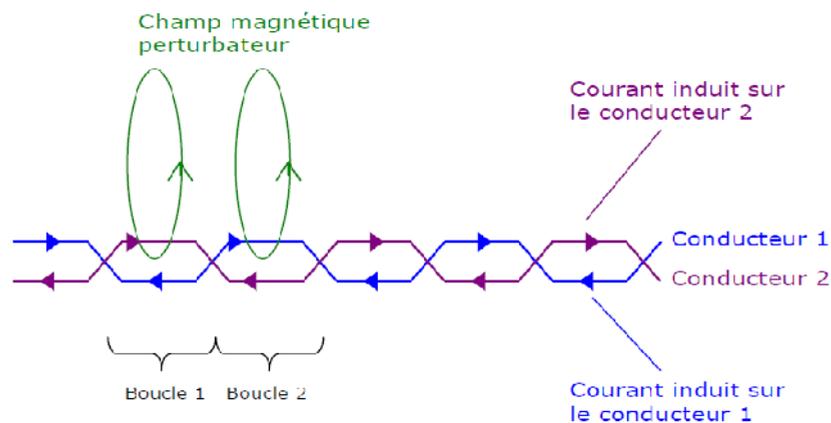


Fig. I.9 Effet des torsades sur les courants induits

Si l'on considère que la paire constituée des conducteurs 1 et 2 est parfaitement symétrique, alors le champ magnétique perturbateur engendrera des courants de même intensité mais de sens opposé sur le conducteur 1 dans les boucles 1 et 2. Ainsi, les effets du champ magnétique sur le conducteur 1 s'annulent entre les boucles 1 et 2. Il en est de même sur les autres couples de boucles, mais également sur le conducteur 2. Le courant parasite

résultant sur la paire est par conséquent quasiment nul. Ceci explique ainsi le fait que les paires téléphoniques sont torsadées.

1.4.5 Couplage par diaphonie :

La diaphonie est un mode de couplage qui se rapproche du couplage champ à câble. Et, selon qu'elle a pour origine une variation de tension ou une variation de courant, elle est nommée diaphonie inductive ou diaphonie capacitive.

1.4.5.1 Diaphonie inductive :

Le courant dans un fil génère autour de ce fil un champ électromagnétique qui, à faible distance, peut être approximé comme un champ purement magnétique. Ce champ, s'il est variable, génère à son tour une différence de potentiel dans les boucles voisines. Ce phénomène est appelé couplage par diaphonie inductive.

Dans le cas d'une ligne multifilaire (Fig. I.10), un courant circulant sur l'une des lignes va générer un champ magnétique engendrant à son tour une différence de potentiel (d.d.p.) sur les conducteurs voisins, reliés à la terre par une impédance Z . Cette d.d.p. est proportionnelle à la mutuelle inductance M existant entre les deux conducteurs.

Afin de réduire le couplage par diaphonie inductive, il faut donc diminuer la mutuelle inductance entre les circuits coupable et victime ou encore limiter les variations rapides de courant dans le circuit coupable.

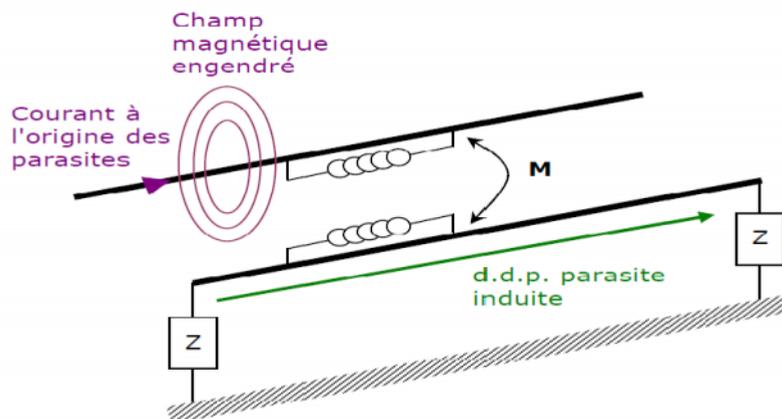


Fig. I.10 Diaphonie inductive

1.4.5.2 Diaphonie capacitive :

La différence de potentiel entre un conducteur et son environnement génère autour de ce conducteur un champ électromagnétique qui, à faible distance, peut être approximé comme

électrique. Ce champ, s'il est variable, peut se coupler dans une autre structure filaire qui lui est parallèle et générer à son tour un courant, injecté sur les conducteurs proches. Ce phénomène est appelé couplage par diaphonie capacitive (Fig. I.11).

La diaphonie capacitive est nulle en continu. Comme la diaphonie inductive, elle demeure très faible tant que la fréquence de la d.d.p. coupable reste dans la gamme des fréquences industrielles. Aux fréquences élevées, la diaphonie capacitive est équivalente en énergie à la diaphonie inductive.

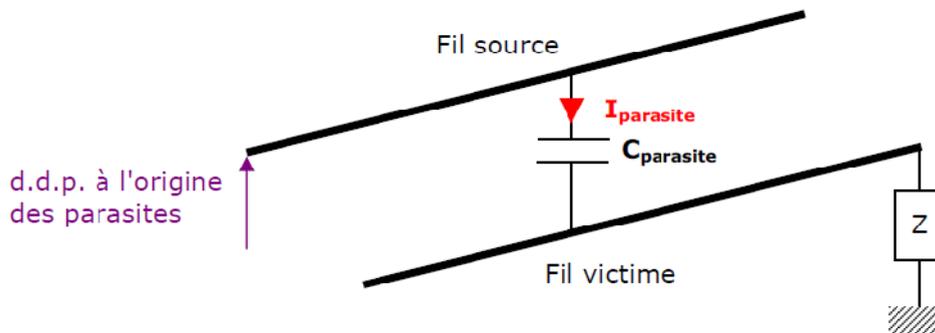


Fig. I.11 Couplage par diaphonie capacitive

1.4.5.2.1 Influence de la diaphonie capacitive :

L'influence de la diaphonie capacitive du câble peut être mise en évidence simplement dans un modèle de liaison entre une cellule élémentaire de commutation et une charge R-L, avec et sans capacité. Ces deux configurations sont représentées sur la figure I.12 suivante :

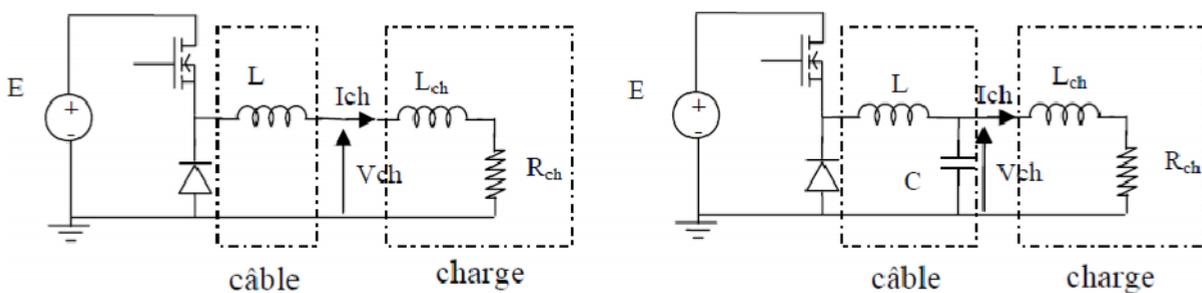


Fig. I.12 Liaison purement inductive ou inductive + capacitive

Si la capacité qui est introduite dans le modèle du câble a une valeur suffisamment importante, elle est à l'origine de surtensions et de surintensités imposées à la charge (Fig. I.13)

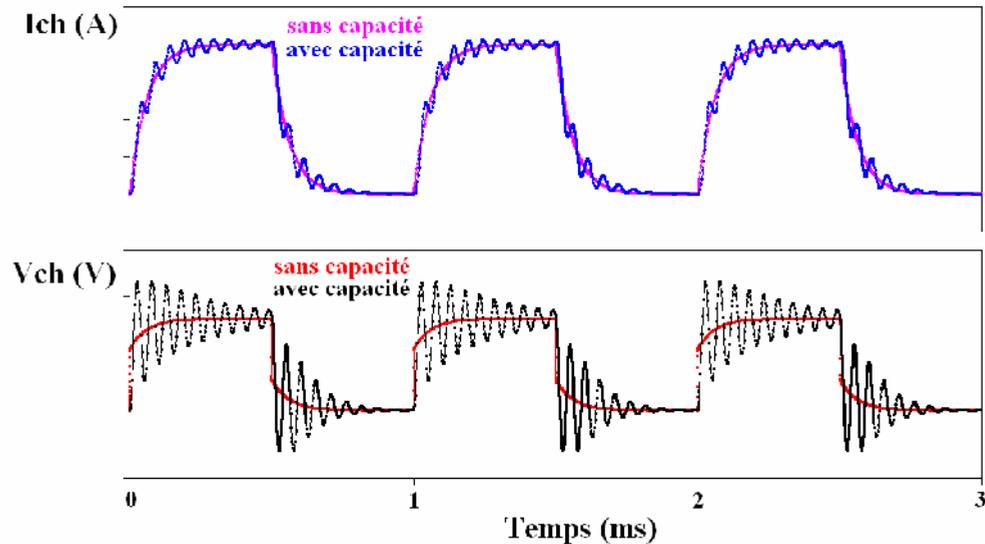


Fig. I.13 Influence de la nature capacitive du câble

Réduire le couplage par diaphonie capacitive implique de diminuer la capacité entre les conducteurs coupable et victime ou encore de diminuer les variations brutales de d.d.p. du circuit coupable.

1.5 Importance du torsadage des conducteurs :

La théorie des lignes de transmission suppose que les lignes soient uniformes. Mais la plupart des câbles employés est constituée de paires torsadées. Aussi, la hauteur des conducteurs par rapport au plan de référence varie et les paramètres impédance et admittance changent en effet.

Pour tenir compte des torsades tout en gardant la théorie des lignes de transmission, une méthode consiste à modéliser une ligne torsadée par une succession de lignes uniformes.

Cette méthode de modélisation a été développée et publiée dans un premier temps en 1979 par Clayton R. Paul [10] où ils ont supposé que la ligne torsadée est constituée d'une cascade de cellules élémentaires de longueur L_s , situées dans un plan vertical. Chaque cellule correspond à une demi-torsade et est formée de deux conducteurs parallèles et uniformes afin d'inverser leurs indices. La figure I.14 représente le principe de cette approche.

D'autres chercheurs ont adopté cette technique telle que l'équipe de *France Télécom divisions Recherche et Développement* pour la caractérisation et la réduction de la diaphonie dans une quarte de câble de télécommunications de type xDSL [4].

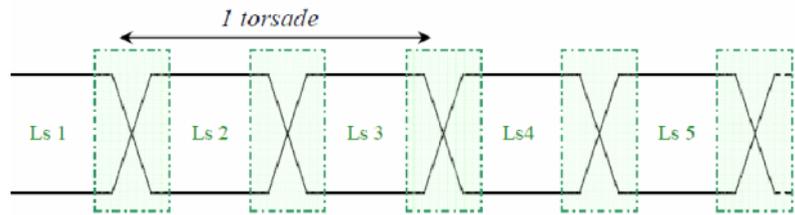


Fig. I.14 Modélisation d'une ligne torsadée par une succession de lignes uniformes

En 2005 et 2007 C.Buccella, M.Feliziani, G.Manzi et F.Maradie ont publié des travaux dans ce contexte [11] [12]. Afin d'effectuer une bonne analyse, l'idée de base, qui nous intéresse plus particulièrement dans de ce travail, est de discrétiser une demi torsade $P/2$ à des morceaux minime S_i de ligne de transmission pour avoir une bonne précision des calculs (figure I.15).

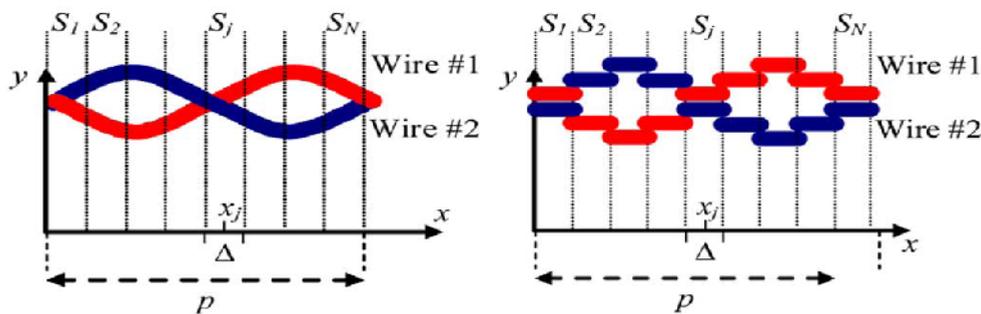


Fig. I.15 Modélisation d'une demi torsadée par une succession de lignes uniformes

1.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons donné une brève définition de la compatibilité électromagnétique (CEM) ensuite nous avons décrit l'environnement électromagnétique des réseaux filaires afin d'obtenir une idée générale sur les principales sources de bruit.

Nous avons aussi présenté les différents types de couplages dans les réseaux filaires en énonçant les phénomènes mis en œuvre lors de ces couplages tel que le phénomène de diaphonie, qui constitue l'un des perturbateurs les plus pénalisants.

En suite nous avons présenté l'importance du torsadage des câbles qui représente un remède considérable à ces problèmes de couplages. Nous avons montré qu'il est impératif d'étudier plus en détail ce mode et de le modéliser. Le développement de cette méthode et son application sur un câble bifilaire sera présenter dans le prochain chapitre.

Chapitre II :
**Modélisation de la ligne de
transmission par les équations de
télégraphiste**

2.1 Introduction :

La théorie des lignes de transmission permet l'étude des phénomènes de propagation dans les câbles. Cette méthode est basée sur la résolution de deux équations différentielles, les équations des télégraphistes, liant tension et courant en une position sur le conducteur.

Les équations des lignes de transmission peuvent être obtenues de trois façons différentes : à partir de formes intégrales ou différentielles des équations de Maxwell ou à partir d'un schéma de ligne équivalent.

Ce principe permet donc de déterminer, de façon approchée, les tensions et courants induits sur les conducteurs filaires ne comportant ni coude ni discontinuité géométrique. Elle s'applique particulièrement aux structures filaires simples, en garantissant des temps de calculs relativement faibles.

La théorie des lignes de transmission est le formalisme le plus utilisé pour le calcul du couplage avec un réseau complexe. Elle est par conséquent tout à fait appropriée à l'étude des couplages au sein des câbles multiconducteurs de télécommunications du réseau téléphonique. L'utilisation de cette approche est liée à la connaissance des paramètres linéiques des lignes multifilaires dont l'évaluation peut se faire par rapport à un référentiel constitué soit par le sol, soit par le blindage des câbles. Dans ce qui suit, nous adopterons une résolution du problème par une approche globale qui conduit à l'utilisation du sol comme référentiel.

2.2 Equations des télégraphistes :

Il est préférable de déterminer les équations des télégraphistes à partir d'un schéma de ligne équivalent. Pour ce faire, considérons une ligne composée de deux conducteurs i et j , et un plan de référence. La figure II.1 représente un élément infinitésimal (entre X et $X+dx$) d'une telle ligne [4].

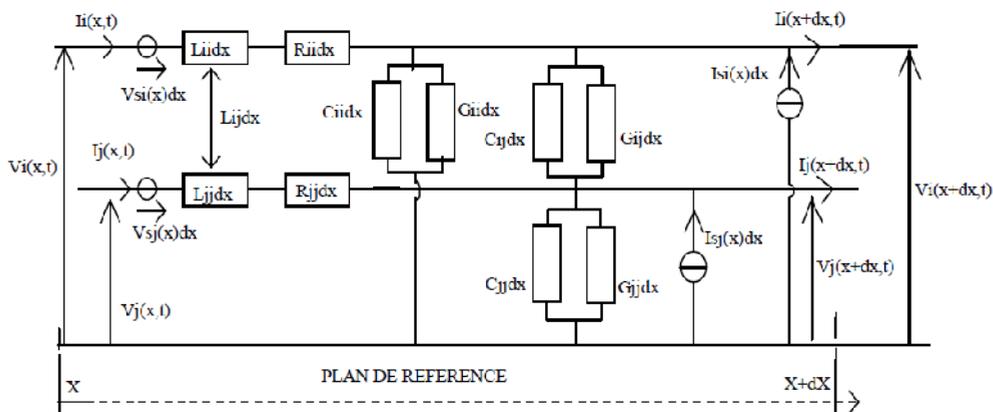


Fig. II.1 Elément infinitésimal d'une ligne composée de deux conducteurs et un plan de référence

Les paramètres linéiques sont définis de la manière suivante :

- **Résistance linéique R** : La résistance d'une ligne homogène est directement proportionnelle à sa longueur. On définit une résistance par unité de longueur que l'on nomme résistance linéique. Cette résistance varie avec la fréquence à cause des effets de peau et de proximité, et également avec la température.
- **Inductance linéique L** : On définit une inductance linéique, qui se décompose en :
 - ✓ Une partie due au champ magnétique à l'intérieur des conducteurs (inductance intérieure) variable avec la fréquence (effets de peau et de proximité).
 - ✓ Une partie due au champ magnétique entre conducteurs (inductance extérieure) et dépendant peu de la fréquence.

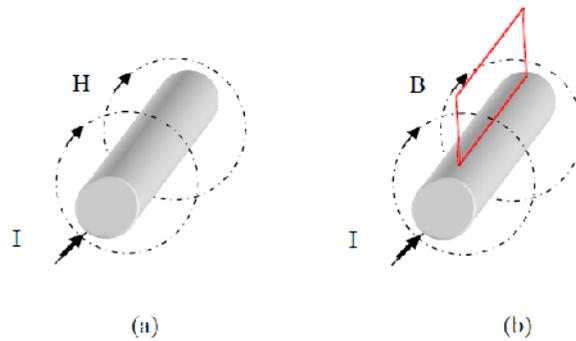


Fig. II.2 Champ magnétique (a) et flux (b) créés par un conducteur

- **Capacité linéique C** : Elle dépend de la permittivité du diélectrique placé entre les conducteurs.

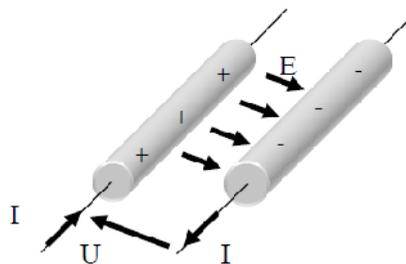


Fig. II.3 Champ électrique entre deux conducteurs

- **Conductance ou perte linéique G** : Pour tenir compte des isolants qui ne sont pas idéaux entre les conducteurs, on introduit une conductance parallèle uniformément répartie.

2.3 Applications du modèle de ligne :

La mise en place des équations des lignes de transmission est basée sur trois hypothèses primordiales suivante [13] :

- La ligne de transmission étudiée est considérée comme une succession en cascade de multipôles. Seuls les couplages de chaque dipôle sur lui-même sont considérés, les couplages entre dipôles sont négligés.
- Le courant varie lentement sur la ligne.
- Les conducteurs et le plan de masse sont supposés de conductivité finie.

Sous ces conditions, et avec un indice de réfraction du sol élevé, la théorie des lignes de transmission donne des résultats valables jusqu'à des fréquences de l'ordre de quelques dizaines de Mégahertz.

2.3.1 Paramètres primaires ou paramètres linéiques (par unité de longueur) :

On définit, à la pulsation ω , l'impédance longitudinale Z et l'admittance transversale Y linéiques par les relations :

$$Z = R + jL\omega \quad \text{II.1}$$

$$Y = G + jC\omega \quad \text{II.2}$$

2.3.2 Paramètres secondaires :

- **Impédance caractéristique (Z_c)** : L'impédance caractéristique est égale à la racine carrée du rapport de l'impédance longitudinale sur l'admittance transversale. Lorsque l'impédance de la source et de la charge sont égales à l'impédance caractéristique de la ligne, il n'y a pas de réflexion d'onde.

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + jL\omega}{G + jC\omega}} \quad \text{II.3}$$

- **Coefficient de réflexion (Γ_0 ou Γ_1)** : On définit ce terme à l'entrée de la ligne (Γ_0) ou la sortie de celle-ci (Γ_1) par les relations :

$$\Gamma_0 = \frac{Z_0 - Z_c}{Z_0 + Z_c} \quad \text{II.4}$$

$$\Gamma_1 = \frac{Z_1 - Z_c}{Z_1 + Z_c} \quad II.5$$

Avec Z_0 : impédance interne de la source, à l'entrée de la ligne.

Z_1 : impédance de charge à l'extrémité de la ligne.

A partir de ce schéma (figure II.1), nous pouvons écrire l'équation des courants et celle des tensions :

- Equation des courants :

$$I(x) = I(x + dx) + (G + jC\omega)dx U(x + dx) \quad II.6$$

Soit

$$\frac{I(x+dx) - I(x)}{dx} = -(G + jC\omega)U(x + dx) \quad II.7$$

Si $dx \rightarrow 0$

$$\frac{dI(x)}{dx} = -(G + jC\omega)U(x) \quad II.8$$

- Equation des tensions :

$$U(x) = U(x + dx) + (R + jL\omega)dx I(x) \quad II.9$$

D'où

$$\frac{U(x+dx) - U(x)}{dx} = - (R + jL\omega)I(x) \quad II.10$$

Si $dx \rightarrow 0$

$$\frac{dU(x)}{dx} = - (R + jL\omega)I(x) \quad II.11$$

En dérivant la relation (I. 11), on obtient :

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} = - (R + jL\omega) \frac{I(x)}{dx} \quad II.12$$

En insérant (I. 8)

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} = (R + jL\omega)(G + jC\omega)U(x) \quad II.13$$

$U(x)$ est solution de :

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} - (R + jL\omega)(G + jC\omega)U(x) = 0 \quad II.14$$

Soit

$$\frac{d^2 U(x)}{dx^2} - \gamma^2 U(x) = 0 \quad II.15$$

En posant

$$\gamma = \sqrt{(R + jL\omega)(G + jC\omega)} = \alpha + j\beta \quad II.16$$

Avec : α : constante d'atténuation ou coefficient d'affaiblissement (Np/m)

β : constante de propagation ou coefficient de phase (rad/m).

De même pour le courant

$$\frac{d^2 I(x)}{dx^2} - \gamma^2 I(x) = 0 \quad II.17$$

Pour définir la ligne bifilaire à partir de sa matrice de transfert, on utilise les notations suivantes :

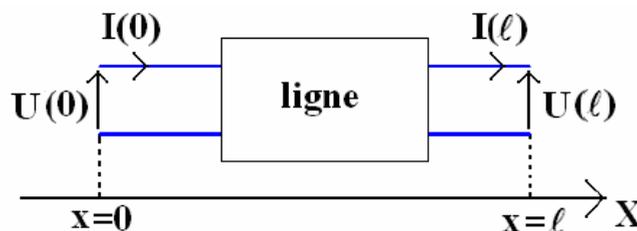


Fig. II.4 Ligne bifilaire

Les solutions des équations (II. 15) et (II. 17), en posant U^+ , U^- , I^+ et I^- solutions particulières, sont

$$U(x) = U^+ e^{-\gamma x} + U^- e^{\gamma x} \quad II.18$$

$$I(x) = I^+ e^{-\gamma x} + I^- e^{\gamma x} \quad II.19$$

Pour les points d'abscisse « $x=0$ » et « $x=l$ », on peut alors écrire :

$$\begin{bmatrix} U(l) \\ I(l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\gamma l} & e^{\gamma l} \\ \frac{1}{Z_c} e^{-\gamma l} & -\frac{1}{Z_c} e^{\gamma l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^+ \\ U^- \end{bmatrix} \quad \text{II.20}$$

$$\begin{bmatrix} U(0) \\ I(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{1}{Z_c} & -\frac{1}{Z_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^+ \\ U^- \end{bmatrix} \quad \text{II.21}$$

Z_c étant l'impédance caractéristique de la ligne.

En insérant (II. 21) dans (II. 20), on obtient la matrice de transfert de la ligne :

$$\begin{bmatrix} U(l) \\ I(l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & -Z_c \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_c} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(0) \\ I(0) \end{bmatrix} \quad \text{II.22}$$

2.4 Propagation d'un signal électrique dans une ligne de transmission [14]:

Une ligne de transmission comprend toujours deux voies. Si la ligne ne fonctionne pas en mode différentiel, la voie de retour est la masse. Matériellement, la ligne est le plus souvent formée par :

- une paire de fils parallèles.
- une paire de fils torsadés.
- un câble coaxial.



Fig.II.5 Les trois principaux type de câbles

Le signal électrique se propage de la source vers la charge à une vitesse V (ou célérité) égale ou inférieure à la vitesse de la lumière c ($c = 300.000 \text{ km/s}$). En pratique, on a toujours : $V < c$ (typiquement 200.000 km/s).

$$\lambda = V.T \quad \text{II.23}$$

Avec :

λ : La longueur d'onde.

V : La célérité.

T : La période.

2.5 Méthode MTL : Multiconductor Transmission Line [13] :

Cette méthode est basée sur les équations différentielles exprimant les tensions et les courants des conducteurs en fonction du temps (t) et de la longueur (x). Dans le cas d'un câble composé de N conducteurs (indiqués de 1 à N) et d'un conducteur de référence (indiqué 0), le système est alors décrit par les équations suivantes :

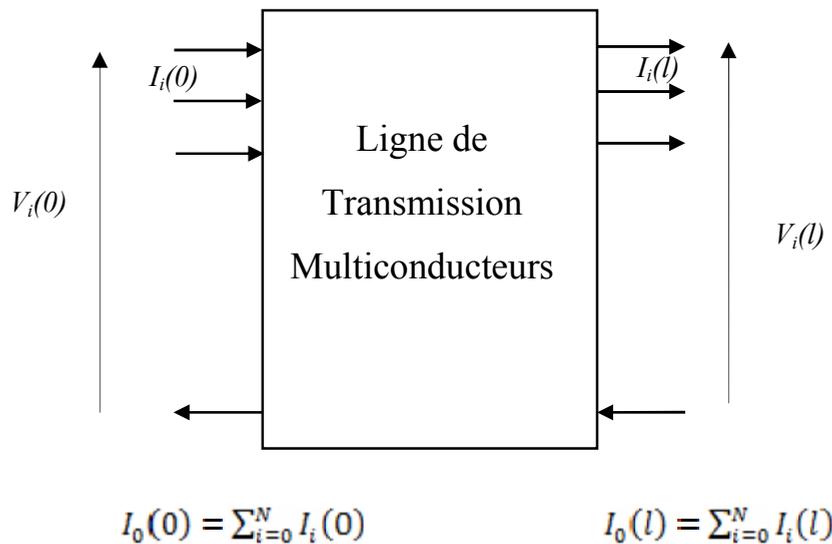


Fig. II.6 Entrées/sorties d'une ligne de transmission multiconducteurs

$$\frac{\partial V(x, t)}{\partial x} = -RI(x, t) - L \frac{\partial I(x, t)}{\partial t} \quad II.24$$

Dans cette équations les termes $[V]$, $[I]$, $[R]$ et $[L]$ sont des matrices définies par :

$$V(x, t) = \begin{bmatrix} V_1(x, t) \\ \vdots \\ V_i(x, t) \\ \vdots \\ V_N(x, t) \end{bmatrix} \quad II.25$$

$$I(x, t) = \begin{bmatrix} I_1(x, t) \\ \vdots \\ I_i(x, t) \\ \vdots \\ I_N(x, t) \end{bmatrix} \quad II.26$$

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & \cdots & L_{1N} \\ L_{21} & L_{22} & \cdots & L_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{N1} & L_{N2} & \cdots & L_{NN} \end{bmatrix} \quad II.27$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_1 + R_0 & R_0 & \cdots & R_0 \\ R_0 & R_2 + R_0 & \cdots & R_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_0 & R_0 & \cdots & R_N + R_0 \end{bmatrix} \quad II.28$$

Dans ces matrices, les termes L_{ij} correspondent aux inductances propres des conducteurs et les termes L_{ij} à leur inductance mutuelle avec chaque autre conducteur. Pour la matrice résistance, R_0 correspond à la résistance du conducteur de référence, et les termes notés « $R_i + R_0$ » à la somme de la résistance du conducteur de référence et du conducteur d'ordre i .

De même, les paramètres transversaux C et G sont utilisés dans la relation :

$$\frac{\partial I(x, t)}{\partial x} = -GV(x, t) - C \frac{\partial V(x, t)}{\partial t} \quad II.29$$

$$[C] = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^N C_{1k} & -C_{12} & \cdots & -C_{1N} \\ -C_{21} & \sum_{k=1}^N C_{2k} & \cdots & -C_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -C_{N1} & -C_{N2} & \cdots & \sum_{k=1}^N C_{Nk} \end{bmatrix} \quad II.30$$

$$[G] = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^N G_{1k} & -G_{12} & \cdots & -G_{1N} \\ -G_{21} & \sum_{k=1}^N G_{2k} & \cdots & -G_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -G_{N1} & -G_{N2} & \cdots & \sum_{k=1}^N G_{Nk} \end{bmatrix} \quad \text{II.31}$$

Dans ces matrices, les termes propres C_{ii} et G_{ii} correspondent aux capacités et conductances entre le conducteur de référence et le conducteur i , et les termes mutuelles C_{ij} et G_{ij} aux capacités et conductances entre le conducteur i et le conducteur j .

2.6 Réduction de la diaphonie par adaptation et alimentation particulières des lignes :

L'étude de la réduction de la diaphonie au sein des câbles multiconducteurs de télécommunications doit permettre d'optimiser les performances des systèmes électriques. Dans cette partie, nous proposons une méthode de réduction de la diaphonie basée sur l'adaptation des extrémités d'une ligne, et sur une injection particulière des signaux.

2.6.1 Adaptation des lignes multifilaires :

Afin de traiter de la réduction de la diaphonie, notre approche consiste à considérer que s'il existe de la diaphonie sur une ligne, il est dans un premier temps nécessaire de limiter sa propagation afin que le phénomène ne s'amplifie pas avec le temps. Pour cela il est donc primordial d'éliminer les réflexions aux extrémités des lignes de transmission, en adaptant celles-ci sur leur impédance caractéristique Z_c .

C'est ce que nous nous proposons de faire en nous basant sur la théorie des lignes de transmission, et notamment sur la notion d'impédance caractéristique de la ligne, que nous formulons ci-après. Notons que des études similaires ont été menées en [15] et [16] dans le cas de lignes coplanaires uniformes couplées.

2.6.1.1 Impédance caractéristique d'une Ligne Multiconducteurs (LMC) :

Considérons une ligne composée de N conducteurs. Afin d'introduire la notion d'impédance caractéristique de cette ligne multifilaire, il est nécessaire de revenir à la théorie des lignes de transmission.

Les matrices $[Z]$ et $[Y]$ y ont été définies comme les matrices impédance et admittance linéiques de la ligne par les formules (II.32) et (II.33) que nous rappelons.

$$[Z] = [R] + j \cdot \omega \cdot [L] \quad \text{II.32}$$

$$[Y] = [G] + j \cdot \omega \cdot [C] \quad \text{II.33}$$

De même, la matrice $[T]$ a été introduite comme matrice de taille $N \times N$ définie telle que diagonalisant la matrice $[YZ]$, c'est-à-dire vérifiant la relation $[T]^{-1}[YZ][T] = [\gamma]$, où $[\gamma]$ représente la matrice diagonale des constantes de propagation.

La définition de ces différents éléments permet d'exprimer la matrice impédance caractéristique $[Z_c]$ de la ligne.

$$[Z_c] = [Y]^{-1} \cdot [T] \cdot [\gamma] \cdot [T]^{-1} \quad \text{II.34}$$

$$[Z_c] = [Z] \cdot [T] \cdot [\gamma]^{-1} \cdot [T]^{-1} \quad \text{II.35}$$

Cette matrice dépend par conséquent des paramètres linéiques de la ligne de transmission qu'elle caractérise, et donc de la fréquence. Connaissant la matrice impédance caractéristique

de la ligne, nous détaillons dans le paragraphe suivant une méthode permettant de déterminer les valeurs des résistances d'un réseau particulier, qui assure l'adaptation de la LMC.

2.6.1.2 Adaptation d'une LMC par réseau d'adaptation en π :

2.6.1.2.1 Formulation générale :

Annuler les réflexions se produisant aux extrémités des lignes conduit à connecter, à chaque extrémité de celles-ci, une terminaison présentant une matrice impédance égale à la matrice impédance caractéristique $[Z_c]$ de la LMC concernée (figure II.7).

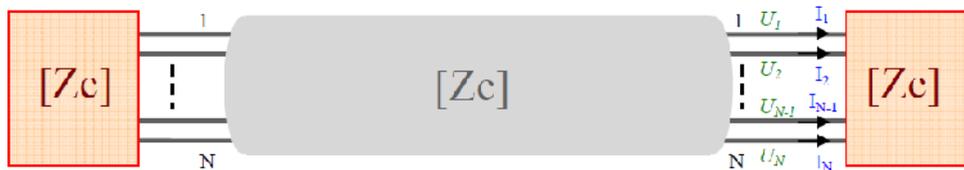


Fig. II.7 Adaptation d'une LMC

En pratique, un tel dispositif est un assemblage de résistances, insérées entre chacun des conducteurs et entre chaque conducteur et le conducteur de référence. Pour une ligne composée de N conducteurs, le réseau d'adaptation est composé de $N \cdot (N + 1) / 2$ résistances. Ces résistances peuvent être arrangées suivant une disposition en T ou en π [8]. Par exemple, pour déterminer la valeur des $N \cdot (N + 1) / 2$ résistances constituant le réseau d'adaptation de type π , il est nécessaire de connaître la matrice impédance caractéristique.

En effet, la matrice $[Z_c]$ est définie par :

$$[U] = [Z_c] \cdot [I] \quad II.36$$

Où les vecteurs $[U]$ et $[I]$ sont définis respectivement comme les tensions et courants naturels de la ligne.

En construisant un réseau en π pour N conducteurs, et en exprimant le rapport entre les vecteurs $[U]$ et $[I]$ en fonction des résistances du réseau en π , nous obtenons côté distant une équation matricielle de la forme :

$$[Y_0] \cdot [U] = [I] \quad II.37$$

Où $[Y_0]$ est une matrice admittance dont les termes sont constitués d'une combinaison des $N \cdot (N + 1) / 2$ résistances du réseau d'adaptation en π .

D'après les équations (II.34) et (II.35) il apparaît qu'en inversant la matrice $[Z_c]$ et en procédant par identification, il est possible de déterminer les valeurs des $N \cdot (N + 1) / 2$ résistances du réseau d'adaptation en π :

$$[Y_0] = [Z_c]^{-1} \quad \text{II.38}$$

Pour illustrer notre propos, cette formulation générale est à présent déclinée pour les cas spécifiques d'une ligne à deux conducteurs, puis à quatre conducteurs.

2.6.1.2.2 Application au cas d'une ligne a deux conducteurs :

Considérons à titre d'exemple le cas d'une ligne composée de deux conducteurs identiques, situés au dessus d'un plan de masse (Figure II.8).

Le réseau d'adaptation d'une ligne à deux conducteurs a pour rôle d'absorber les ondes qui arrivent à l'extrémité où il est connecté et de ne pas créer d'ondes réfléchies, *pour les deux modes de propagation* : le mode commun et le mode différentiel.

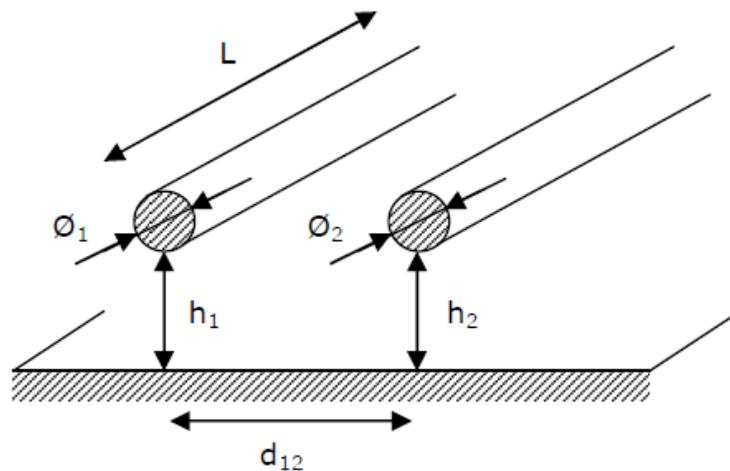


Fig. II.8 Cas d'une ligne à deux conducteurs

Cette ligne est caractérisée par la matrice impédance caractéristique suivante :

$$[Z_c] = \begin{pmatrix} Z_{c11} & Z_{c12} \\ Z_{c12} & Z_{c22} \end{pmatrix} \quad \text{II.39}$$

Dans le cas d'une ligne à deux conducteurs terminée sur un réseau d'adaptation en π et présentant une matrice impédance correspondant à l'impédance caractéristique de la ligne (Figure II.9), plusieurs équations permettent de définir $[Z_c]$.

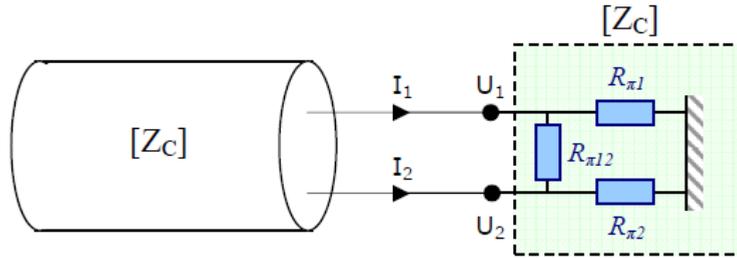


Fig. II.9 Réseau en π d'une ligne à deux conducteurs

La disposition même des résistances du réseau d'adaptation représenté ici est à l'origine du nom de réseau en π .

Par définition même de la matrice $[Z_c]$, la terminaison que nous voulons ajouter à l'extrémité distante des conducteurs doit en effet vérifier l'équation suivante :

$$(U) = [Z_c] \cdot (I) \quad II.40$$

Où $(U) = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$ et $(I) = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$ représentent les tensions et courants naturels sur la ligne.

Le développement de l'équation (II.40) permet de définir les deux équations suivantes :

$$U_1 = Z_{c11} \cdot I_1 + Z_{c12} \cdot I_2 \quad II.41$$

$$U_2 = Z_{c12} \cdot I_1 + Z_{c11} \cdot I_2 \quad II.42$$

En reprenant le schéma de la figure II.9, faisant intervenir les éléments du réseau en π , nous obtenons les équations suivantes:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_{\pi 1}} + \frac{1}{R_{\pi 12}} \right) U_1 - \left(\frac{1}{R_{\pi 1}} \right) U_2 - I_1 = 0 \\ \left(\frac{1}{R_{\pi 1}} \right) U_1 - \left(\frac{1}{R_{\pi 1}} + \frac{1}{R_{\pi 12}} \right) U_2 - I_2 = 0 \end{cases} \quad II.43$$

Nous effectuons volontairement la simplification $R_{\pi 1} = R_{\pi 2}$, qui se justifie par la symétrie de la ligne.

Par analogie avec la formule générale (II.37), nous obtenons donc une matrice Y_0 de la forme:

$$[Y_0] = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{R_{\pi 1}} + \frac{1}{R_{\pi 12}} \right) & -\left(\frac{1}{R_{\pi 1}} \right) \\ -\left(\frac{1}{R_{\pi 1}} \right) & \left(\frac{1}{R_{\pi 1}} + \frac{1}{R_{\pi 12}} \right) \end{pmatrix} \quad (II.44)$$

L'inverse de la matrice $[Z_C]$ est défini comme suit :

$$[Z_c]^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{Z_{c11}}{Z_{c11}^2 - Z_{c12}^2} & \frac{-Z_{c11}}{Z_{c11}^2 - Z_{c12}^2} \\ \frac{-Z_{c11}}{Z_{c11}^2 - Z_{c12}^2} & \frac{Z_{c11}}{Z_{c11}^2 - Z_{c12}^2} \end{pmatrix} \quad II.45$$

Ainsi, par application de la formule (II.38) aux matrices $[Y_0]$ et $[Z_C]^{-1}$ définies en (II.44) et (II.45), nous obtenons les formules:

$$\begin{cases} R_{\pi 1} = \frac{Z_{c11}^2 - Z_{c12}^2}{Z_{c12}} \\ R_{\pi 1} = \frac{Z_{c11}^2 - Z_{c12}^2}{Z_{c11} - Z_{c12}} \end{cases} \quad II.46$$

2.6.1.2.3 Application au cas d'une ligne a quatre conducteurs

Considérons à présent le cas d'une ligne composée de quatre conducteurs identiques (Figure II.10), caractérisés par une matrice impédance caractéristique $[Z_C]$ symétrique :

$$[Z_c] = \begin{pmatrix} Z_{c11} & Z_{c12} & Z_{c13} & Z_{c14} \\ Z_{c12} & Z_{c22} & Z_{c23} & Z_{c24} \\ Z_{c13} & Z_{c23} & Z_{c33} & Z_{c34} \\ Z_{c14} & Z_{c24} & Z_{c34} & Z_{c44} \end{pmatrix} \quad II.47$$

Le réseau d'adaptation de cette ligne à quatre conducteurs a pour rôle d'absorber les ondes qui arrivent à l'extrémité où il est connecté et de ne pas créer d'ondes réfléchies.

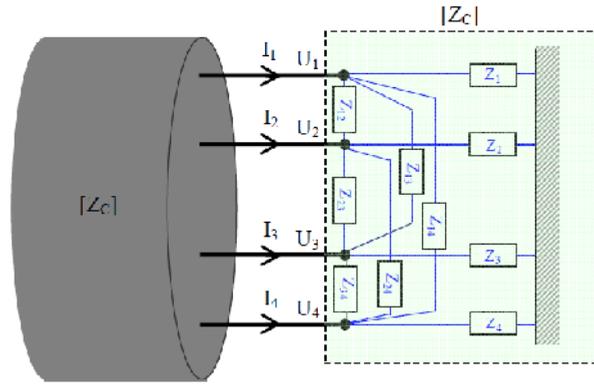


Fig. II.10 Réseau en π d'une ligne à quatre conducteurs

L'équation (II.39) est toujours valable côté distant, avec cette fois $(U) = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{pmatrix}$ et $(I) = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix}$

D'autre part, un calcul analogue à celui effectué dans le cas d'une ligne à deux conducteurs permet de déterminer la matrice Y_0 associée au réseau d'adaptation en π représenté sur la figure II.10.

$$[Y_0] = \begin{pmatrix} \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} & -\frac{1}{Z_2} & -\frac{1}{Z_3} & -\frac{1}{Z_4} \\ -\frac{1}{Z_2} & \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} & -\frac{1}{Z_3} & -\frac{1}{Z_4} \\ -\frac{1}{Z_3} & -\frac{1}{Z_3} & \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} & -\frac{1}{Z_4} \\ -\frac{1}{Z_4} & -\frac{1}{Z_4} & -\frac{1}{Z_4} & \frac{1}{Z_4} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} \end{pmatrix} \quad \text{II.48}$$

Appliquons à présent la formule (II.37), où $[Y_0]$ est définie en (II.48) et $[Z_C]^{-1}$ par inversion de la matrice $[Z_C]$ définie en (II.47). Nous écrivons que $[Z_C]^{-1}$ est composée des éléments Z_{cij} , où i est l'indice de la ligne concernée et j celui de la colonne :

$$[Z_c] = \begin{pmatrix} Z_{c11} & Z_{c12} & Z_{c13} & Z_{c14} \\ Z_{c12} & Z_{c22} & Z_{c23} & Z_{c24} \\ Z_{c13} & Z_{c23} & Z_{c33} & Z_{c34} \\ Z_{c14} & Z_{c24} & Z_{c34} & Z_{c44} \end{pmatrix} \quad \text{II.47}$$

Par identification des éléments composant les matrices (II.47) et (II.48), nous déterminons ainsi la valeur des résistances des réseaux d'adaptation :

$$Z_{12} = \frac{1}{Z_{12}'}, \quad \text{II.50}$$

$$Z_{13} = \frac{1}{Z_{13}'}, \quad \text{II.51}$$

$$Z_{14} = \frac{1}{Z_{14}'}, \quad \text{II.52}$$

$$Z_{23} = \frac{1}{Z_{23}'}, \quad \text{II.53}$$

$$Z_{24} = \frac{1}{Z_{24}'}, \quad \text{II.54}$$

$$Z_{34} = \frac{1}{Z_{34}'}, \quad \text{II.55}$$

$$Z_1 = \frac{1}{Z_{c11}'} + \frac{1}{Z_{c12}'} + \frac{1}{Z_{c13}'} + \frac{1}{Z_{c14}'}, \quad \text{II.56}$$

$$Z_2 = \frac{1}{Z_{c12}'} + \frac{1}{Z_{c22}'} + \frac{1}{Z_{c23}'} + \frac{1}{Z_{c24}'}, \quad \text{II.57}$$

$$Z_3 = \frac{1}{Z_{c13}'} + \frac{1}{Z_{c23}'} + \frac{1}{Z_{c33}'} + \frac{1}{Z_{c34}'}, \quad \text{II.58}$$

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un modèle de câble électrique sous forme de circuit électrique basé sur la théorie des lignes de transmissions en utilisant les équations des télégraphistes.

Dans le prochain chapitre nous allons présenter une modélisation des câbles par la méthode analytique et par la méthode des éléments finis. Dans cette dernière, les formulations en Electrostatique, Magnétostatique, Magnétodynamique nous permettront de calculer les paramètres électriques du câble torsadé.

Chapitre III :
**Méthodes de calcul des paramètres
du circuit électrique équivalent**

3.1 Introduction :

Dans tout problème physique, la mise en équation constitue la phase préliminaire à une bonne prédiction des phénomènes. Pour identifier les différents paramètres linéiques des modèles des câbles, on peut utiliser les formulations analytiques prenant en compte les caractéristiques physiques et géométriques des composants du câble. D'autres part, pour identifier ces paramètres on peut utiliser le domaine de l'électromagnétisme, les équations décrivant la physique du problème sont connues sous le nom d'équations de Maxwell, associées aux lois expérimentales du comportement des milieux, elles apportent la connaissance complète des grandeurs physiques mises en œuvre.

Partant des équations générales de Maxwell, nous souhaitons aboutir au terme de ce chapitre à un système d'équations plus simple à résoudre. Ce système permettra de décrire avec suffisamment de précision les phénomènes magnétostatique, électrostatique, et magnétodynamiques. Pour calculer les éléments qui dépendent de la fréquence nous utiliserons la méthode de *vector fitting*.

3.2 Identification des paramètres des lignes de transmission :

3.2.1 Méthode analytique :

Cette partie regroupe les différentes formulations analytiques utilisées pour calculer les paramètres linéiques des câbles, et établies à partir des phénomènes physiques qui s'y développent.

Les caractéristiques géométriques du câble a deux conducteurs sont représentées sur la figure(III.1).

Le câble est composé de deux conducteurs parallèles. Les deux conducteurs ont un rayon « r » et la distance entre leurs centres est « D » (Figure III.2). Chaque conducteur est parcouru par un courant I , l'un dans le sens aller, l'autre dans le sens retour.

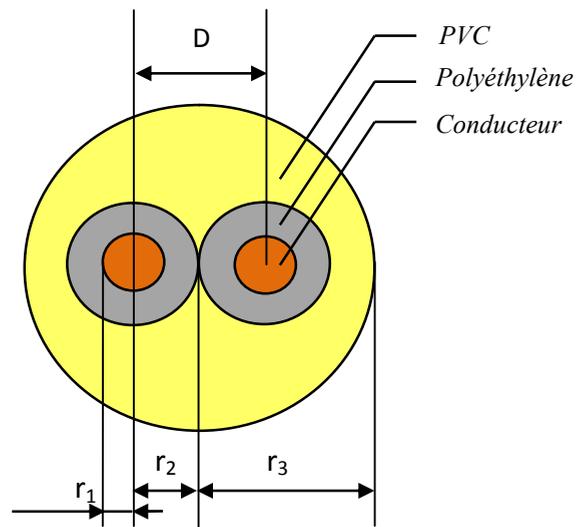


Fig. III.1 Caractéristique géométrique du câble

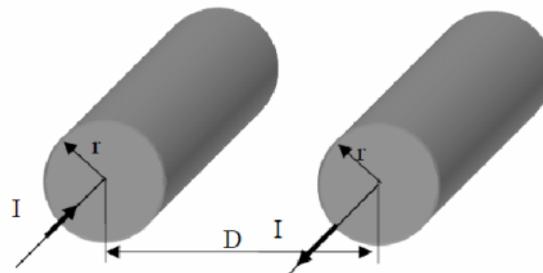


Fig. II.2 Ligne bifilaire

Le calcul de la résistance est effectué à partir de la résistivité du matériau ; l'inductance est déterminée à partir du calcul du champ magnétique, la capacité à partir du champ électrique, et la conductance à partir de l'énergie dissipée dans l'isolant [17].

3.2.1.1 Résistance linéique :

En courant continu, la résistance linéique d'un conducteur de longueur unité, de résistivité ρ et de section S, est définie par la relation :

$$R = \rho / S$$

III.1

En courant alternatif, quand la fréquence du signal véhiculé par le câble augmente, il est nécessaire de prendre en compte les phénomènes tels que les effets de peau et de proximité qui entraînent une variation de la densité de courant dans le conducteur.

On appelle « effet de peau électrique » ou « effet pelliculaire » le phénomène, qui en courant alternatif, tend à concentrer le courant à la périphérie du conducteur. Le courant n'est alors plus uniforme dans la section du conducteur considérée. On détermine l'épaisseur de peau δ en utilisant la relation (III.2). L'apparition de l'effet de peau dans les conducteurs du câble va entraîner l'augmentation de la résistance linéique en fonction de la fréquence.

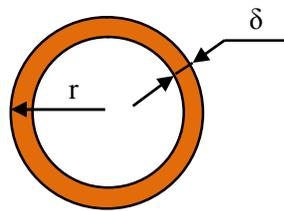


Fig. III.3 La section de l'effet de peau

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi\mu\sigma f}} \quad \text{III.2}$$

Avec :

μ : perméabilité magnétique du milieu

σ : conductivité électrique du matériau

f : fréquence

La résistance par unité de longueur (en Ω/m) de chaque conducteur est donnée par la relation suivante:

$$\delta = \rho \frac{1}{\pi \left| r^2 - \left(r - \frac{1}{\sqrt{\pi\mu\sigma f}} \right)^2 \right|} \quad \text{III.3}$$

3.2.1.2 Inductance linéique :

L'inductance d'un conducteur est définie comme la somme de l'inductance interne et de l'inductance externe [18].

3.2.1.2.1 Inductance interne L_i :

Le champ H_1 en un point M situé dans le conducteur ($O_1M=x$) est donné par le théorème d'Ampère (III.4)

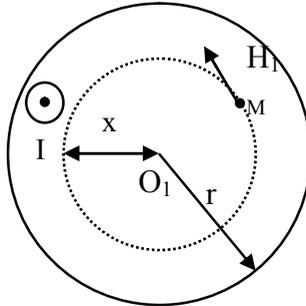


Fig. III.4 Forme pour le calcul de l'inductance interne L_i d'un conducteur seul

En supposant que le courant est uniformément réparti dans la section du conducteur, on a :

$$H_1 = \frac{Ix}{2\pi r^2} \quad \text{III.4}$$

L'énergie emmagasinée dans un tube élémentaire d'épaisseur dx et de longueur unitaire est alors exprimée à partir de la relation :

$$\frac{dW}{dv} = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H_1^2 \quad \text{III.5}$$

$$dW = \frac{1}{2} \mu_0 \mu_r \left(\frac{Ix}{2\pi r^2} \right)^2 2\pi x dx = \mu_0 \mu_r \frac{I^2 x^3 dx}{4\pi r^4} \quad \text{III.6}$$

Soit entre 0 et r :

$$W = \int_0^r dW = \frac{\mu_0 \mu_r I^2}{16\pi} \quad \text{III.7}$$

A partir de l'expression de l'énergie électromagnétique emmagasinée (W) par unité de volume (v) dans un tronçon de longueur unitaire d'un conducteur seul, on obtient :

$$L_i = \frac{2W}{I^2} \quad \text{III.8}$$

Mais cette expression ne prend pas en compte l'effet de peau dans le conducteur. L'étude rigoureuse de ce phénomène est complexe ; il est cependant possible d'utiliser la relation empirique suivante [19]:

$$L_i = \frac{\mu_0 10^{-3}}{8\pi r} \sqrt{\frac{\mu_r}{\sigma f}} \quad \text{III.9}$$

Si on ajoute la prise en compte de l'effet de proximité, on obtient :

$$L_i = \frac{\mu_0 10^{-3}}{8\pi r'} \sqrt{\frac{\mu_r}{\sigma f}} \quad \text{avec } r' = r \sqrt{1 - \left(\frac{2r}{D}\right)^2} \quad \text{III.10}$$

3.2.1.2.2 Inductance extérieure L_e :

Le théorème d'Ampère permet d'exprimer les champs magnétiques H_1 et H_2 , créés par les deux conducteurs en un point M d'abscisse $O_1M=x$ (Figure III.5) à l'aide des relations III.11 et III.12.

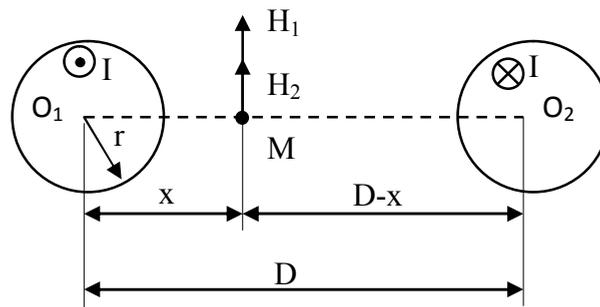


Fig. III .5 Forme pour le calcul de l'inductance externe L_e d'une ligne bifilaire

$$H_1 = \frac{I}{2\pi x} \quad \text{III.11}$$

$$H_2 = \frac{I}{2\pi(D-x)} \quad \text{III.12}$$

En exprimant les inductions magnétiques B_1 et B_2 (en faisant l'hypothèse que la perméabilité magnétique de l'air est celle du vide), on exprime le flux magnétique traversant une section élémentaire de longueur unitaire et de largeur dx comme étant :

$$d\phi_{e1} = b_1 dx \quad \text{III.13}$$

$$d\phi_{e2} = b_2 dx \quad \text{III.14}$$

D'où le flux total :

$$\phi_e = \int_r^{D-r} d\phi_{e1} + \int_r^{D-r} d\phi_{e2} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[\int_r^{D-r} \frac{dx}{x} + \int_r^{D-r} \frac{dx}{D-x} \right] \quad \text{III. 15}$$

Soit :

$$\phi_e = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{D-r}{r}\right) \quad \text{III. 16}$$

D'où

$$L_e = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D-r}{r}\right) \quad \text{III. 17}$$

Si r et D sont du même ordre, l'inductance externe, tenant compte de l'effet de proximité, est définie par la relation :

$$L_e = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{D'-r}{r}\right) \quad \text{avec } D' = \frac{D}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{2r}{D}\right)^2} \quad \text{III. 18}$$

L'inductance linéique totale d'un conducteur est définie par la relation :

$$L = L_i + L_e \quad \text{III. 19}$$

3.2.1.3 Capacité linéique :

Soit la ligne bifilaire décrite sur la Figure III.6. Le calcul des champs électriques E_1 et E_2 créés par les deux conducteurs au point M, défini par $O_1M=x$ en supposant que les charges sont uniformément réparties sur les deux conducteurs, s'effectue à l'aide du théorème de Gauss appliqué aux deux surfaces cylindriques de longueur unitaire, de centres O_1 et O_2 , de rayons respectifs x et $D-x$, et en posant la charge linéique des conducteurs égale à q (Figure I. 20), on obtient :

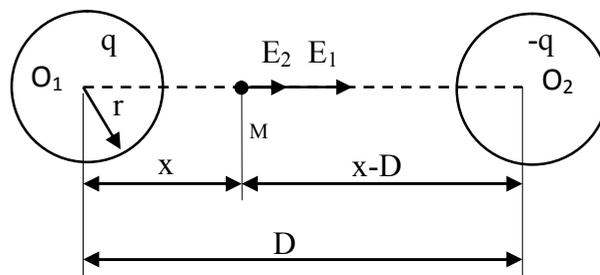


Fig. III.6 Forme pour le calcul de la capacité d'une ligne bifilaire isolée

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r E_1 [2\pi x] = q \quad \text{III. 20}$$

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r E_2 [2\pi(D - x)] = -(-q) \quad \text{III. 21}$$

Le champ électrique total, est alors défini par :

$$E_x = E_1 + E_2 = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{D - x} \right] \quad \text{III. 22}$$

La différence de potentiel entre les deux conducteurs est décrite par la relation :

$$v = \int_r^{D-r} E_x dx = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left[\int_r^{D-r} \frac{dx}{x} + \int_r^{D-r} \frac{dx}{D - x} \right] \quad \text{III. 23}$$

Sachant que la capacité s'exprime par la relation $q = C.v$, on obtient :

$$C = \frac{\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}{\ln\left(\frac{D - r}{r}\right)} \quad \text{III. 24}$$

3.2.1.4 Conductance linéique :

La conductance est le paramètre qui représente les pertes diélectriques dans les isolants (en S/m). Il est difficile de l'exprimer simplement en fonction des caractéristiques géométriques et physiques du câble. Ce paramètre varie avec la fréquence. Il existe une formule analytique (III.25) qui fournit la conductance en fonction de la capacité et de la tangente de perte. Cependant, cette formule n'est valable que si le conducteur se trouve dans un milieu diélectrique homogène.

$$G = C\omega \tan \delta \quad \text{III. 25}$$

Dans notre cas, où une grande partie du milieu entre les câbles et la référence est de l'air, la conductance peut être négligée.

3.2.2 Utilisation des équations de Maxwell :

Les phénomènes électromagnétiques sont entièrement décrits par les équations de Maxwell aux dérivées partielles associées aux lois constitutives des matériaux.

Dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires, où l'on suppose que les courants de déplacement sont négligeables, ces équations s'écrivent : [20]

- **Loi de Faraday**

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{III.26}$$

- **Loi d'Ampère**

$$\text{rot}(\vec{H}) = \vec{J} \quad \text{III.27}$$

- **Loi de Gauss**

$$\text{div}(\vec{D}) = \rho \quad \text{III.28}$$

- **Loi de conservation du flux**

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \quad \text{III.29}$$

- **Les relations constitutives des matériaux**

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} + \vec{B}_r \quad \text{III.30}$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad \text{III.31}$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad \text{III.32}$$

Avec :

$\vec{B}(T)$	Induction magnétique
$\vec{B}_r(T)$	Induction magnétique rémanente
$\vec{D}(C.m^{-2})$	Induction électrique
$\vec{E}(V.m^{-1})$	Champ électrique
$\vec{H}(A.m^{-1})$	Champ magnétique
$\vec{J}(A.m^{-2})$	Densité de courant
$\varepsilon(F.m^{-1})$	Permittivité électrique
$\mu_0(H.m^{-1})$	Perméabilité magnétique du vide = $4\pi \cdot 10^{-7}$
μ_r	Perméabilité relative du matériau magnétique
$\rho(C.m^{-3})$	Densité volumique de charge électrique
$\sigma(\Omega.m)^{-1}$	Conductivité électrique

Pour passer d'un milieu à un autre, électriquement ou magnétiquement différent, il est nécessaire de définir les conditions de passage dans un domaine contenant des surfaces de séparation. Pour cela, on écrit les équations de Maxwell entre deux points très voisins de deux milieux différents [21] comme le montre la figure (III .7) :

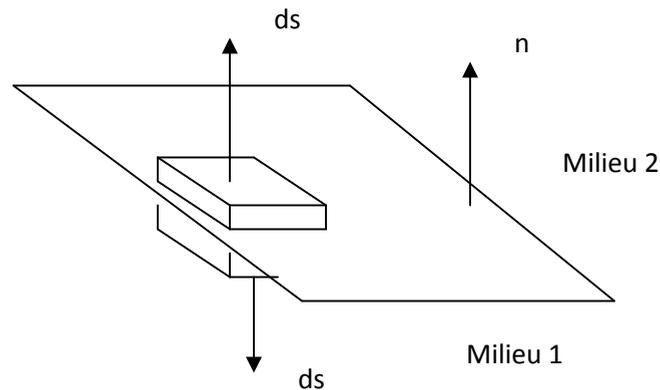
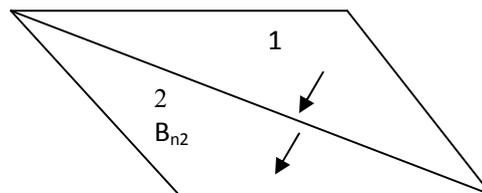


Fig. III .7 Interface entre le milieu 1 et 2 avec propriétés différentes.

En appliquant les équations de Maxwell sous leurs formes intégrales à la surface de séparation des deux milieux, il en résulte :

- Conservation de la composant normale de l'induction magnétique.

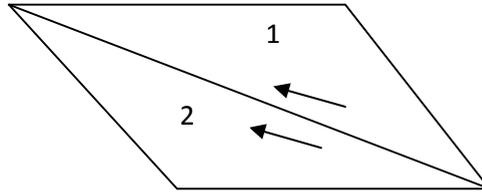
$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{III.33}$$



- discontinuité de la composante normale du champ magnétique si les courants surfaciques existent.

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \times \vec{n} = \vec{k} \quad \text{III.34}$$

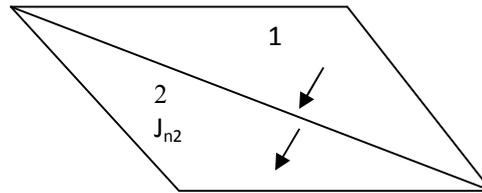
- conservation de la composante tangentielle du champ magnétique si $\vec{k} = 0$.



Où \vec{n} est la normale à l'interface, \vec{k} est la densité surfacique de courant éventuelle sur l'interface.

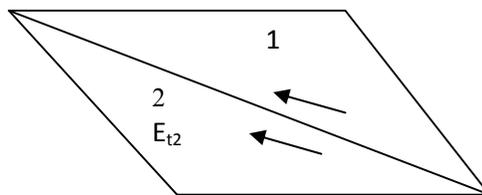
- conservation de la composante normale de la densité de courant.

$$(\vec{J}_2 - \vec{J}_1) \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{III.35}$$



- conservation de la composante tangentielle du champ électrique.

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \wedge \vec{n} = 0 \quad \text{III.36}$$



3.2.2.1 Calcul des éléments inductifs :

3.2.2.1.1 Mise en équations par le model magnétostatique :

Typiquement, un problème magnétostatique est composé des parties suivantes (Figure III.8) :

- des inducteurs parcourus par des courants continus de densité \vec{J} donnée.

- des aimants permanents d'induction rémanente \vec{B}_r donnée.
- des régions composées de matériaux magnétiques saturables ou non saturables.
- une boîte d'air englobant l'ensemble.

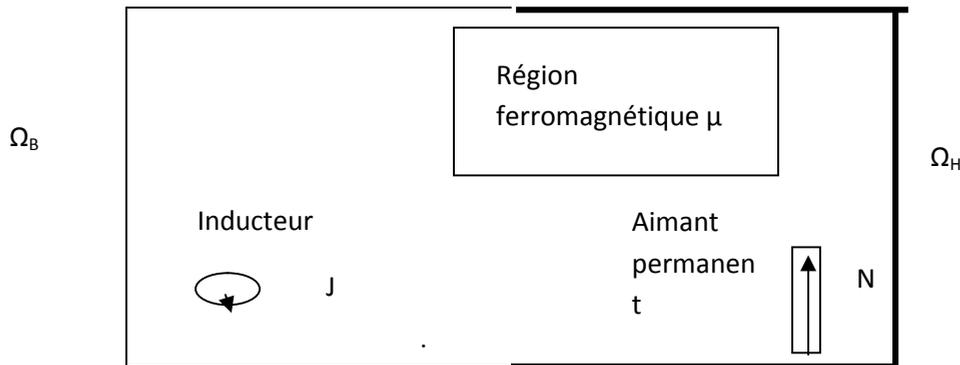


Fig. III.8 Problème général magnétostatique

Pour modéliser ce système, il existe différentes formulations magnétostatique [22][23][24].

a) Formulation magnétostatique en potentiel vecteur magnétique A :

La formulation est tirée des équations de Maxwell en basses fréquences, en négligeant les courants de déplacement, et en supposant que l'aimantation rémanente des tôles est négligeable ($\vec{B}_r = 0$). Ces équations s'écrivent :

$$\text{rot}(\vec{H}) = \vec{J}_s \tag{III.37}$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \tag{III.38}$$

$$\vec{H} = \nu \vec{B} \tag{III.39}$$

où ν : la reluctivité magnétique.

A partir de (III.38) \Rightarrow il existe un potentiel vecteur magnétique, tel que:

$$\vec{B} = \text{rot}(\vec{A}) \tag{III.40}$$

L'équation différentielle d'un système magnétostatique en potentiel vecteur magnétique sera donc :

$$\text{rot}(\nu \text{rot}(\vec{A})) = \vec{J}_s \tag{III.41}$$

Afin d'assurer l'unicité de la solution, des conditions aux limites doivent être connues sur la frontière du domaine d'étude, correspondant à un échange nul d'énergie magnétique. Elles sont relatives soit à la composante tangentielle de \vec{H} soit à la composante normale de \vec{B} .
Figure (III.9)

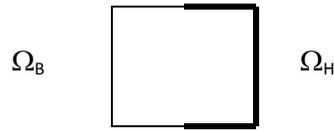


Fig. III.9 Domaine d'étude

$$\text{- sur } \Omega_H \text{ de } \Omega : \vec{n} \times \vec{H} = 0 \quad \text{III.42}$$

$$\text{- sur } \Omega_B \text{ complémentaire de } \Omega_H \text{ dans } \Omega : \vec{n} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{III.43}$$

En terme de potentiel vecteur magnétique, les conditions aux limites deviennent alors :

$$\vec{A} \times \vec{n} = 0 \quad \text{sur } \Omega_H \text{ où : } \vec{B} \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{III.44}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{sur } \Omega_B \text{ où : } \vec{H} \times \vec{n} = 0 \quad \text{III.45}$$

Les conditions aux limites seules n'assurent pas l'unicité du potentiel vecteur magnétique, alors il faut imposer la Jauge de Coulomb. Ce qui conduit à un système d'équations : [24]

$$\vec{rot}(\nu \vec{rot}(\vec{A})) = \vec{J}_s \quad \text{III.46}$$

$$\text{div}(\vec{A}) = 0 \quad \text{III.47}$$

Où: $\text{div}(\vec{A}) = 0$ étant la Jauge de Coulomb.

La résolution de cette équation en potentiel vecteur magnétique exige la connaissance préalable des densités de courant dans les conducteurs.

3.2.2.2 Calcul des éléments capacitifs:

3.2.2.2.1 Mise en équations par le model électrostatique :

Le calcul des capacités se fait en utilisant le model électrostatique. Ce modèle décrit les dispositifs dans les quels le champ électrique, est produit par des charges électriques, dont la répartition et la valeur ne varient pas en fonction du temps, le cas des isolateurs électriques et les problèmes diélectriques (effet capacitif).

Les équations correspondantes s'écrivent :

$$\overline{rot}(\overline{E}) = 0 \quad \text{III.48}$$

$$\overline{div}(\overline{D}) = \rho \quad \text{III.49}$$

$$\overline{D} = \varepsilon \overline{E} \quad \text{III.50}$$

L'équation (III.48) permet de définir un potentiel scalaire électrique tel que :

$$\overline{E} = -\overline{grad} V \quad \text{III.51}$$

Le modèle se ramène alors à l'équation :

$$\overline{div}(\varepsilon \overline{grad} V) = -\rho \quad \text{III.52}$$

En associant à cette équation des conditions aux limites appropriées sur la frontière du domaine d'étude. La résolution de cette équation par la méthode des éléments finis est très simple à mettre en œuvre.

3.2.2.3 Calcul des éléments qui dépend de la fréquence (effet de courant de Foucault):

3.2.2.3.1 Mise en équations par le model magnétodynamique:

Ces modèles s'appliquent aux dispositifs électrotechniques dans les quels les sources de courant ou de tension varient en fonction du temps. Les champs électrique et magnétique sont alors couplés par la présence des courants induits (ou courants de Foucault).

Pour représenter l'état électromagnétique en un point, on doit alors recourir simultanément au potentiel vecteur magnétique \overline{A} et au potentiel scalaire électrique V .

En effet, le système s'écrit

$$\vec{B} = \overline{\text{rot}}(\vec{A}) \quad \text{III.53}$$

$$\overline{\text{rot}}\left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) = \vec{0} \quad \text{III.54}$$

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overline{\text{grad}} V \quad \text{III.55}$$

On obtient alors les équations :

$$\overline{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overline{\text{rot}}(\vec{A})\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overline{\text{grad}} V = \vec{J}_{ex} \quad \text{III.56}$$

$$\text{div}\left(\varepsilon \overline{\text{grad}} V\right) + \text{div}\left(\varepsilon \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) + \rho = 0 \quad \text{III.57}$$

Dans l'équation (III.56), \vec{J}_{ex} représente la densité des courants d'excitation qui alimentent le câble étudié (et qui sont alors supposés produits par un générateur de courant parfait) ; la valeur de ces courants doit être connue afin de pouvoir traiter ce modèle.

Le potentiel vecteur \vec{A} ne peut pas être défini par la seule condition $\vec{B} = \overline{\text{rot}}(\vec{A})$; on doit également fixer sa divergence et ce choix donne naissance aux divers types de modèles étudiés ci-après.

a) Modèle général :

Dans le cas le plus complexe où la densité volumique de charge n'est pas nulle, la fonction V doit être évaluée. Il faut alors découpler les équations (III.56) et (III.57).

La condition de jauge :

$$\text{div} \vec{A} = \sigma \mu V \quad \text{III.58}$$

Conduit au système :

$$\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overline{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overline{\text{rot}}(\vec{A})\right) + \overline{\text{grad}}\left(\frac{1}{\mu} \text{div} \vec{A}\right) = \vec{J}_{ex} \quad \text{III.59}$$

$$\varepsilon \sigma \mu \frac{\partial V}{\partial t} + \text{div}\left(\varepsilon \overline{\text{grad}} V\right) = -\rho \quad \text{III.60}$$

Ce modèle permet de tenir compte des phénomènes électromagnétiques très généraux. Les équations (III.67) et (III.68) sont non linéaires et peuvent poser des problèmes de convergence. Donc ce modèle ne peut pas être résolu avec les techniques actuelles. C'est pourquoi des modèles simplifiés doivent être utilisés.

b) Modèle linéaire exprimé en termes de potentiel vecteur :

Dans ce modèle, on suppose que la perméabilité μ ne dépend pas de l'induction. De plus, on considère que la fonction V est uniformément nulle.

L'utilisation des nombres complexes permet alors de remplacer le terme :

$$\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad \text{par} \quad j \omega \sigma \vec{A}$$

ω : pulsation des sources.

$$j \omega \sigma \vec{A} + \overline{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overline{\text{rot}}(\vec{A}) \right) = \vec{J}_{ex} \quad \text{III.61}$$

$$\text{div} \vec{A} = 0 \quad \text{III.62}$$

Ce modèle peut être utilisé pour des études tridimensionnelles. Il conduit cependant à déterminer trois inconnues $\vec{A}_x, \vec{A}_y, \vec{A}_z$ en chaque point, ce qui entraîne des analyses coûteuses. Lorsque la géométrie le permet, les modèles bidimensionnels peuvent donner d'excellents résultats.

c) Modèle bidimensionnel exprimé en termes de potentiel vecteur :

Dans le cas des câbles, les courants sont généralement perpendiculaires au plan dans lequel on conduit l'étude.

Le potentiel vecteur n'a plus alors qu'une seule composante (orthogonale également au plan de l'étude) et la condition $\text{div} \vec{A}_z = 0$ est naturellement vérifiée.

Le modèle se réduit alors à :

$$\sigma \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial t} + \overline{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overline{\text{rot}}(\vec{A}_z) \right) = \vec{J}_{ex} \quad \text{III.63}$$

Cette relation ne comporte qu'une seule inconnue.

Ce modèle est particulièrement simple et efficace. Son utilisation est donc très répandue.

Pour une perméabilité μ constante, la notation complexe permet d'utiliser l'équation :

$$j\omega\sigma\vec{A}_z + \overline{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overline{\text{rot}}(\vec{A}_z)\right) = \vec{J}_{ex} \quad \text{III.64}$$

Après avoir utilisé ce modèle pour calculer les éléments qui dépend de la fréquence tel que l'impédance interne, il est nécessaire de modéliser cette impédance par un circuit électrique équivalent afin de l'implémenter dans le circuit équivalent finale du câble torsadé. Pour cela nous avons choisi d'utiliser la méthode du **vector fitting** qui donne de bons résultats [31].

3.3 La méthode de **vector fitting** :

Vector Fitting (VF) est une technique itérative pour construire des approximations rationnelles, présenté par Gustavsen et Semlyen [26] [27]. Cette méthode se compose d'un plan itératif de relocalisation de pôle. Dans chaque étape d'itération un problème de moindres-carrés (Last-Squares) linéaire est résolu, pour avoir des approximations plus précises de numérateur et de dénominateur. Les nouvelles estimations des pôles sont basées sur les approximations de l'itération précédente. Notons que l'itération traitée en ce document est liée à l'itération de Sanathanan et de Koerner [28] [29].

3.3.1 Plans itératifs pour résoudre des problèmes rationnels

de moindres-carrés (LS) :

Supposons que nous essayons d'approximer une fonction H par un modèle de la forme :

$$\tilde{H} = \frac{\sum_{i=1}^N \alpha_i f_i(s)}{\sum_{j=1}^D \beta_j g_j(s)} = \frac{p(s, \alpha)}{q(s, \beta)} \quad \text{III.65}$$

Où les f_i et les g_j sont des fonctions de base fixes pour le numérateur et le dénominateur respectivement. En outre, les α_i et les β_j sont des coefficients inconnus. Pour résoudre l'ambiguïté dans la définition, il est possible de choisir le $\alpha_N = 1$ par exemple.

Supposons maintenant que nous avons prélevé H à certains points $(s_k)_{k=1}^n$. Notre but est d'approximer H par une fonction de la forme \tilde{H} dans le sens de LS :

$$\tilde{\chi}(\alpha, \beta) = \sum_{k=1}^n \left| H(s_k) - \tilde{H}(s_k) \right|^2 \quad \text{III.66}$$

Le problème avec cette formulation est que le numérateur et le dénominateur contiennent les variables inconnus α_i et β_j , donc nous tentons d'écrire ce problème de LS comme suite :

$$\hat{\chi}(\alpha, \beta) = \sum_{k=1}^n \left| \sum_{i=1}^N \alpha_i f_i(s_k) - H(s_k) \sum_{j=1}^D \beta_j g_j(s_k) \right|^2 \quad III.67$$

Ce qui est un problème linéaire simple de la forme de LS. Malheureusement cette formulation n'est pas équivalente avec le problème (III.66). La réécriture de (III.66) donne

$$\hat{\chi}(\alpha, \beta) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{|q(s_k, \beta)|^2} |p(s_k, \alpha) - H(s_k) q(s_k, \beta)|^2 \quad III.68$$

Ce qui ressemble à (III.67), excepté le facteur de pondération $\frac{1}{|q(s_k, \beta)|^2}$

Le plan itératif suivant peut être appliqué :

Au début on pose $|q(s, \beta^{(0)})| = 1$, puis on calcul les séquences α^t et β^t en résolvant itérativement :

$$\hat{\chi}(\alpha^t, \beta^{(t)}) = \sum_{k=1}^n \frac{1}{|q(s_k, \beta^{(t-1)})|^2} |p(s_k, \alpha^t) - H(s_k) q(s_k, \beta^{(t)})|^2 \quad III.69$$

Ce qui est un problème de base de LS pour α^t et β^t avec $t = 1, 2, \dots$

3.3.2 La méthodologie de Vector Fitting :

L'algorithme VF effectue l'approximation rationnelle d'une réponse en fréquence exploitées sous la forme:

$$f(s) \approx \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{s - a_i} + d + sh \quad III.70$$

Supposant que nous voulons approximer la fonction $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ par une fonction rationnelle et cette fonction f est connue pour un ensemble fixe de points $(s_k)_{k=1}^n$. Prendre maintenant une fonction arbitraire $\sigma: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ et supposer que les deux $\sigma(s)f(s)$ et $\sigma(s)$ peut être approximé par des fonctions rationnelles en utilisant le même ensemble de pôles $(\bar{a}_i)_{i=1}^D$. Formellement, nous avons :

$$\begin{pmatrix} \sigma(s)f(s) \\ \sigma(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^D \frac{c_i}{s - \bar{a}_i} + d + sh \\ \sum_{i=1}^D \frac{\tilde{c}_i}{s - \bar{a}_i} + 1 \end{pmatrix} \quad III.71$$

Nous pouvons maintenant multiplier le deuxième rang par $f(s)$ et évaluons le système dans chacun des échantillons s_k .

$$\left(\sum_{i=1}^D \frac{c_i}{s - \bar{a}_i} + d + sh \right) = \left(\sum_{i=1}^D \frac{\tilde{c}_i}{s - \bar{a}_i} + 1 \right) f(s) \quad \text{III.72}$$

Si nous supposons les pôles \bar{a}_i fixés à l'avance, nous obtenons un système d'équation linéaire (III.72) dont les inconnus sont (c_i, \tilde{c}_i, d, h) . Dans ce cas il peut être résolu en utilisant la méthode des moindres- carrés (Last-Squares).

Nous procédons maintenant par l'écriture des $\sigma(s)f(s)$ et $\sigma(s)$ en fonction de leurs zéros et pôles.

$$\begin{pmatrix} \sigma(s)f(s) \\ \sigma(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\prod_{i=1}^{D+1} (s - z_i)}{\prod_{i=1}^D (s - \bar{a}_i)} \\ \frac{\prod_{i=1}^D (s - \tilde{z}_i)}{\prod_{i=1}^D (s - \bar{a}_i)} \end{pmatrix} \quad \text{III.73}$$

Divisant le premier rang par le deuxième, nous obtenons une approximation pour $f(s)$ de la forme :

$$f(s) = \frac{\prod_{i=1}^{D+1} (s - z_i)}{\prod_{i=1}^D (s - \tilde{z}_i)} \quad \text{III.74}$$

Notons que les zéros de $\sigma(s)$ sont devenus les pôles de notre approximation.

Le procédé ci-dessus peut être appliqué en mode itérative : les pôles trouvés dans la dernière itération peuvent être insérés dans l'équation (III.73) en tant que conjectures pour les pôles réels $(\bar{a}_i)_{i=1}^D$. Finalement, nous voulons que ce procédé converge. Par conséquent, les pôles \bar{a}_i calculés deviennent assez proches des pôles de la fonction f . Dans ce cas σ sera approximativement égale à 1 et nous aurons trouvé une approximation de f .

3.3.3 Méthode d'approximation du *Vector Fitting*:

On fixe le D (le degré du dénominateur), on fixe aussi les $(\bar{a}_i)_{i=1}^D$ (les pôles initiaux) et le $N = D + 2$, puis on Choisir la base suivante pour la première itération :

$$\begin{cases} f_i(s) = g_i(s) = \frac{1}{s - a_i} & \text{for } i = 1, \dots, D \\ f_{D+1}(s) = g_{D+1}(s) = 1 & \text{et } f_{D+2}(s) = s \end{cases} \quad III.75$$

Notons d'abord ce qui suit:

$$[f_1, \dots, f_{D+2}] = \frac{\mathbb{C}_{D+1}[s]}{\prod_{i=1}^D (s - a_i)} \quad III.76$$

$$[g_1, \dots, g_{D+2}] = \frac{\mathbb{C}_D[s]}{\prod_{i=1}^D (s - a_i)} \quad III.77$$

Où $\mathbb{C}_k[s]$ dénotent les polynômes de s dont le degré égal ou inférieur à k . Si un polynôme $p(s) \in \mathbb{C}_k[s]$, il est toujours possible de factoriser p complètement, c'est-à-dire $p(s) \in \prod_{i=1}^k (s - x_i)$ pour certain $x_i \in \mathbb{C}$.

Maintenant en utilisant la fonction de base (III.75) nous pouvons poursuivre la méthode itérative proposée dans (3.3.1). La première itération produit deux ensembles de coefficients $\alpha_i^{(1)}$ et $\beta_i^{(1)}$. En utilisant les relations (III.76) et (III.77) nous pouvons récrire p et q comme :

$$p(s, \alpha^{(1)}) = \frac{\prod_{i=1}^{D+1} (s - z_i^{(p,1)})}{\prod_{i=1}^D (s - a_i)} \quad q(s, \beta^{(1)}) = \frac{\prod_{i=1}^D (s - z_i^{(q,1)})}{\prod_{i=1}^D (s - a_i)} \quad III.78$$

La deuxième itération (en utilisant $q(s, \beta^{(1)})$ comme facteur de pondération, comme dans (3.3.1)) produit $p(s, \alpha^{(2)})$ et $q(s, \beta^{(2)})$. (III.78) peut être appliqué à ces nouvelles fonctions (remplacer juste le 1 par 2). La réécriture de l'équation (III.69) montre ce qui suit :

$$\sum_{k=1}^n \left| \frac{\prod_{i=1}^D (s_k - a_i)}{\prod_{j=1}^D (s_k - z_j^{(q,1)})} \right|^2 \left| \frac{\prod_{i=1}^{D+1} (s_k - z_i^{(p,2)})}{\prod_{i=1}^D (s_k - a_i)} - H(s_k) \frac{\prod_{j=1}^D (s_k - z_j^{(q,2)})}{\prod_{i=1}^D (s_k - a_i)} \right|^2 \quad III.79$$

Après simplification de (III.79) on trouve :

$$\sum_{k=1}^n \left| \frac{\prod_{i=1}^{D+1} (s_k - z_i^{(p,2)})}{\prod_{j=1}^D (s_k - z_j^{(q,1)})} - H(s_k) \frac{\prod_{j=1}^D (s_k - z_j^{(q,2)})}{\prod_{j=1}^D (s_k - z_j^{(q,1)})} \right|^2 \quad III.80$$

En utilisant les relations (III.76) et (III.77) avec a_i remplacé par $z_j^{(q,1)}$ nous voyons que le problème de LS que nous résolvons dans la deuxième itération est exactement celui résolu dans la technique *vector Fitting*.

$$\sum_{k=1}^n \left| \sum_{i=1}^D \frac{c_i}{(s_k - z_j^{(q,1)})} + d + h s_k - H(s_k) \sum_{j=1}^D \frac{d_j}{(s_k - z_j^{(q,1)})} - H(s_k) \gamma \right|^2 \quad \text{III.81}$$

Où γ choisi égal 1

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux méthodes de calcul des paramètres électriques des câbles, la première est une méthode analytique, la deuxième est une méthode numérique basé sur les équations de Maxwell. Nous avons aussi présenté la méthode de *vector fitting*.

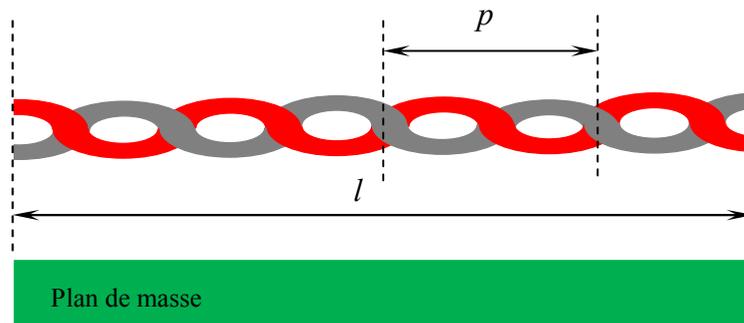
Dans le prochain chapitre on va calculer les paramètres électriques du câble torsadé en utilisant la méthode des éléments finis en électrostatique, magnétostatique et magnétodynamique.

Chapitre IV :

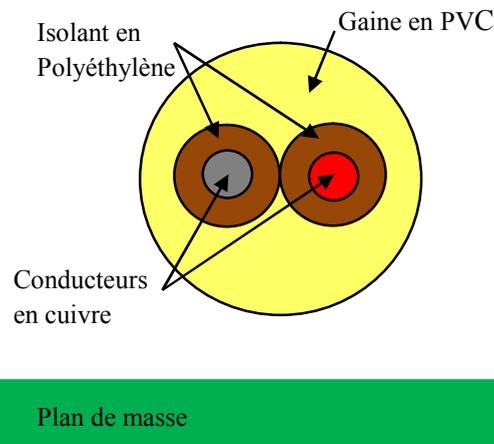
**Identification des paramètres
électriques par la méthode des
éléments finis**

4.1. Introduction :

Le calcul des paramètres électriques d'une paire de fils torsadée (TWP) placé au dessus de plan de masse est présenté dans cette partie (voir *figure.IV a et b*). La ligne TWP est discrétisé en petites sections de ligne de transmission uniforme afin de les analyser par la méthode des éléments finis on utilisant les équations de la magnétostatique et l'électrostatique pour calculer respectivement les inductances et les capacités dans le but d'extraire le réseau multiport équivalent approprié pour l'analyse de circuit. La méthode est comparée aux références [12] afin de valider les calculs.



(a)



(a)

Fig. IV.1 Câble torsadé (a) et coupe transversal (b)

4.2 Méthode de calcul :

Le TWP est composé de deux fils de cuivre isolés et torsadés ensemble à l'intérieur d'une gaine diélectrique, comme le montre schématiquement la *figure IV.1*. Les fils sont torsadés pour atténuer le couplage électromagnétique produits par des sources externes et les circuits électriques.

Pour analyser une ligne de transmission non-uniforme par la théorie des lignes de transmission, l'idée de base réside dans la discrétisation de la ligne non-uniforme en petites sections de ligne uniforme [11]. Prenons un segment du câble torsadé de longueur égale à un pas de torsade p qui est discrétisée en N sections de longueur $\Delta = P / N$. Chaque section est supposée être une section uniforme d'une ligne de transmission qui peut être modélisée par un circuit électrique équivalent. La procédure de discrétisation est représentée schématiquement sur la figure IV.2.

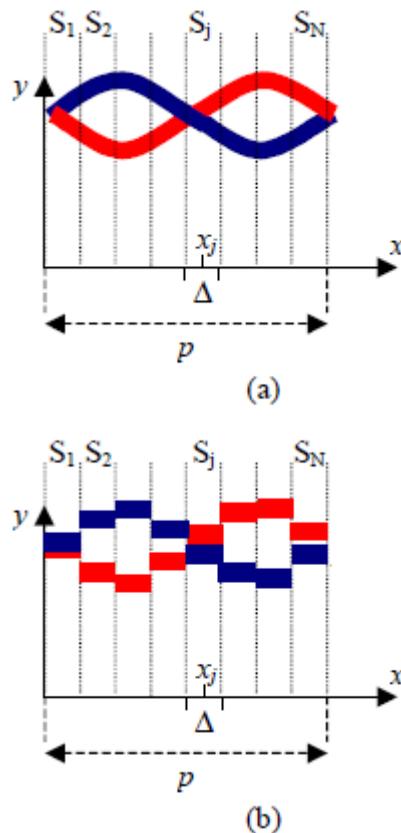


Fig. IV.2 Pas p du câble torsadé (a) et la discrétisation en sections uniformes de la ligne de transmission de longueur $\Delta = P / N$. (b)

Les sections transversales de la ligne de transmission sont différentes les unes aux autres en raison de la différence de distance des fils par rapport à la terre. La *figure IV.3* montre, par exemple, trois sections transversales du câble.

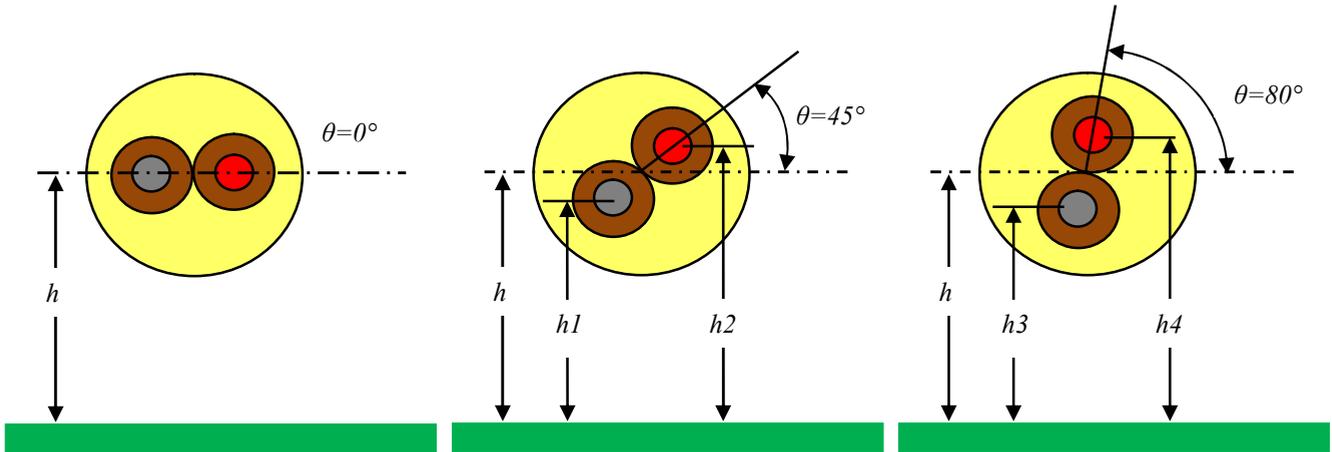


Fig. IV.3 Sections transversales du câble pour les portions S_1 et S_2

4.3 Calculs des paramètres électriques pour chaque position θ :

Les performances du câble 22AWG à paires torsadé non blindées ont été examinées. Les caractéristiques électro-géométriques de la ligne TWP sont les suivantes :

- Diamètre des fils de cuivre: 0,643 mm.
- Diamètre extérieur de l'isolant en polyéthylène: 1,46 mm.
- Diamètre extérieur de la gaine de PVC: 4 mm.
- Hauteur du sol $h = 17$ mm.

Afin de calculer les inductances et les capacités pour toute section transversale, l'approche du champ est obligatoire. Ici, les paramètres électriques externes sont calculés par la méthode des éléments finis (MFE) solution des équations de l'électrostatique et de la magnétostatique afin de calculer respectivement les capacités et les inductances.

4.3.1 Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis est la plus utilisée pour modéliser les phénomènes électromagnétiques. Cette méthode est basée sur la résolution numérique des équations de Maxwell, ce qui permet de connaître différentes grandeurs électromagnétiques à chaque élément du maillage.

Nous définissons une surface d'air dans laquelle se trouvent les deux conducteurs et qui permet de fixer les limites spatiales de l'étude. Pour cela, nous imposons sur chaque côté de cette surface des conditions aux limites.

La seconde étape consistant à mailler le système étudié pour l'air, l'intérieur des conducteurs, le PVC et le polyéthylène afin de disposer d'une bonne précision. Ces deux étapes mènent alors à une structure représentée sur la Figure IV.4

Sachant que :

- La conductivité du cuivre : $5.8e+007$ S/m
- La permittivité et la perméabilité du cuivre : $\epsilon_r = 1$, $\mu_r=1$
- La permittivité et la perméabilité du polyéthylène : $\epsilon_r = 2.5$, $\mu_r=1$
- La permittivité et la perméabilité du PVC : $\epsilon_r = 3.5$, $\mu_r=1$
- La permittivité De l'air : $\epsilon_r = 1,0006$

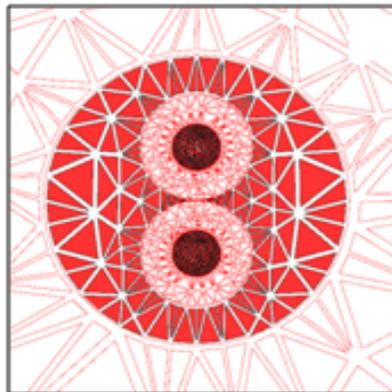


Fig. IV.4 Structure maillée du câble bifilaire pour $\theta = 90^\circ$

4.3.2 Calcul des capacités propres et mutuelles:

Comme nous l'avons déjà mentionné au chapitre précédent, le calcul des capacités est réalisé en utilisant le modèle électrostatique. Pour ce faire on applique une différence de potentiel de 1 volt entre les deux conducteurs.

Après résolution du problème, l'énergie stockée dans le système est donnée par la relation suivante :

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} D_i E_j d\Omega \quad IV.2$$

W_{ij} : Energie stockée dans le champ électrique.

D_i : Densité du flux électrique associé dans le cas où le conducteur « i » est alimenté par 1v

E_j : Champ électrique associé dans le cas où le conducteur « j » est alimenté par 1v

Donc la capacité entre deux conducteurs « i » et « j » est donnée par la relation suivante :

$$C = \frac{2W_{ij}}{V^2} \quad \text{avec } V=1 \quad IV.3$$

La substitution de (IV.3) dans (IV.2) donne :

$$C = \int_{\Omega} D_i E_j d\Omega \quad IV.4$$

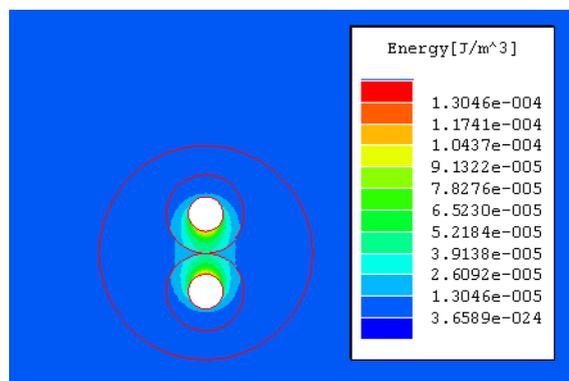
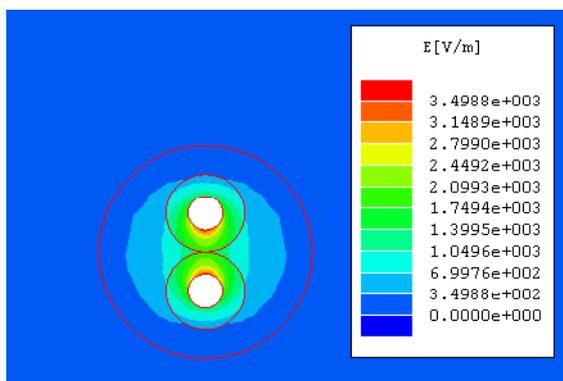
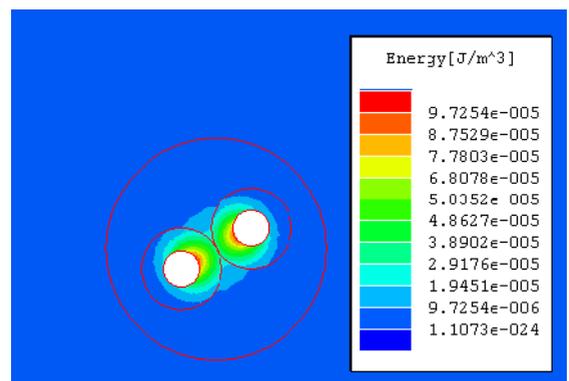
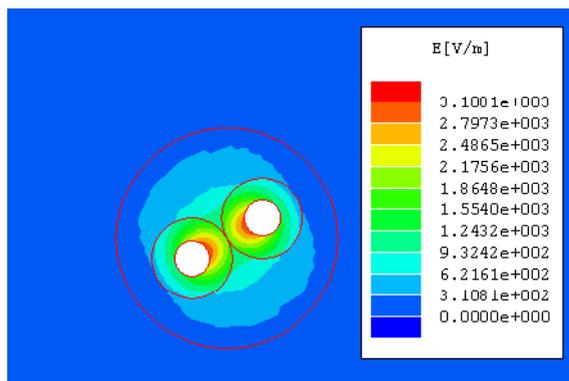
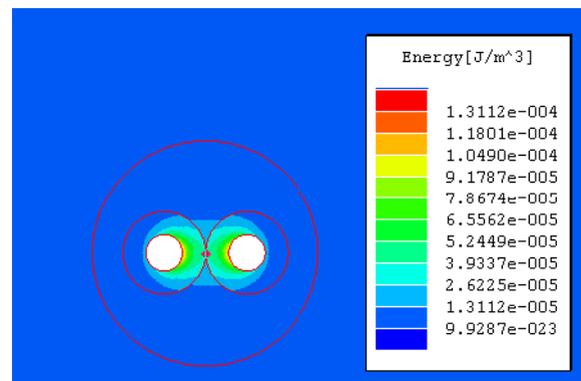
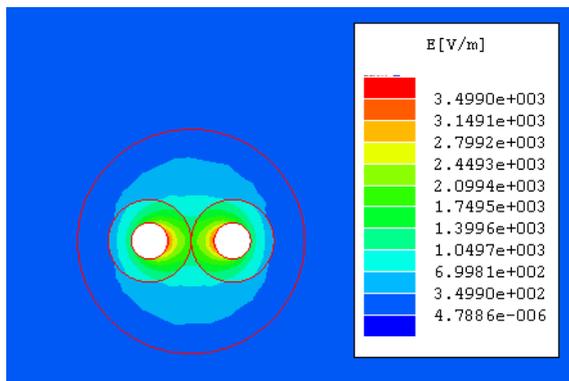


Fig. IV.5 Distribution du champ électrique E pour différentes positions θ°

Fig. IV.6 Distribution de l'énergie pour différentes positions θ°

Il est possible aussi de visualiser, pour chaque position θ , la distribution du champ électrique et de l'énergie stockée respectivement. Les figures IV.5 et IV.6 montrent la distribution du champ E et de l'énergie W pour trois positions de θ .

Nous avons effectué un calcul pour dix positions correspondant à un angle θ variant de 0° à 90° . Le tableau IV.1 donne les valeurs des capacités linéiques du câble pour les dix positions de θ . En ce qui concerne les valeurs des capacités pour les positions correspondant à θ variant de 90° à 360° , elles sont déduites directement du tableau IV.1 en raison de la symétrie du domaine d'étude.

θ	C_{11} [F/m]	C_{12} [F/m]	C_{22} [F/m]
0°	8.50200E-12	4.13500E-11	8.50529E-12
10°	8.45110E-12	4.13580E-11	8.55800E-12
20°	8.39770E-12	4.13560E-11	8.60830E-12
30°	8.36310E-12	4.14800E-11	8.66280E-12
40°	8.31710E-12	4.14980E-11	8.66890E-12
50°	8.19150E-12	3.90850E-11	8.67450E-12
60°	8.16250E-12	3.91010E-11	8.70670E-12
70°	8.13540E-12	3.90770E-11	8.72830E-12
80°	8.12020E-12	3.89380E-11	8.72925E-12
90°	8.11050E-12	3.89380E-11	8.73040E-12

Tab.IV.1. résultats de calcul des capacités par MEF

Nous avons tracé la variation des capacités linéique du câble en fonction de l'angle θ . La figure IV.7(a) montre cette évolution et nous remarquons une diminution de la capacité C_{11} en fonction de θ . Cette diminution est due à l'augmentation de la distance entre le câble et la terre. Le même phénomène est observé sur le deuxième conducteur, mais cette fois nous remarquons une augmentation de la capacité C_{22} en fonction de θ .

θ	C_{11} [F/m]	C_{12} [F/m]	C_{22} [F/m]
0°	8.40940E-12	3.83600E-11	8.40940E-12
10°	8.35640E-12	3.83590E-11	8.46250E-12
20°	8.30710E-12	3.83540E-11	8.51120E-12
30°	8.25420E-12	3.83520E-11	8.56500E-12
40°	8.21010E-12	3.83120E-11	8.61060E-12
50°	8.17700E-12	3.83550E-11	8.64510E-12
60°	8.14240E-12	3.83180E-11	8.68010E-12
70°	8.12920E-12	3.83230E-11	8.69370E-12
80°	8.11290E-12	3.83340E-11	8.71140E-12
90°	8.10660E-12	3.83020E-11	8.71620E-12

Tab.IV.2. Résultat de la référence [11]

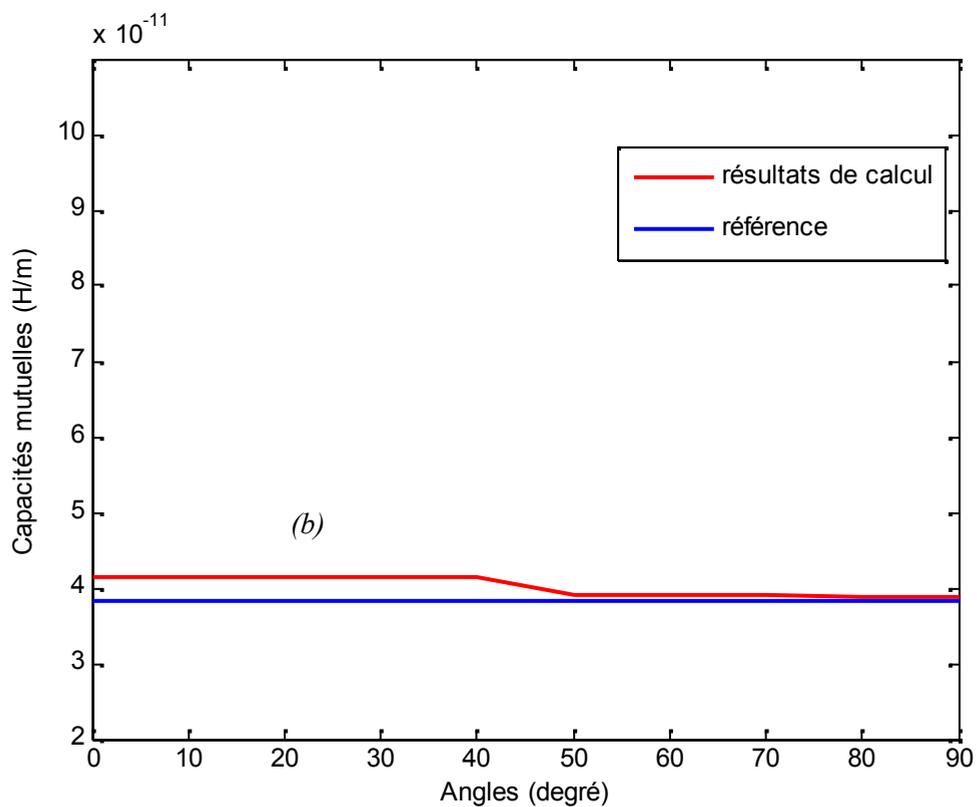
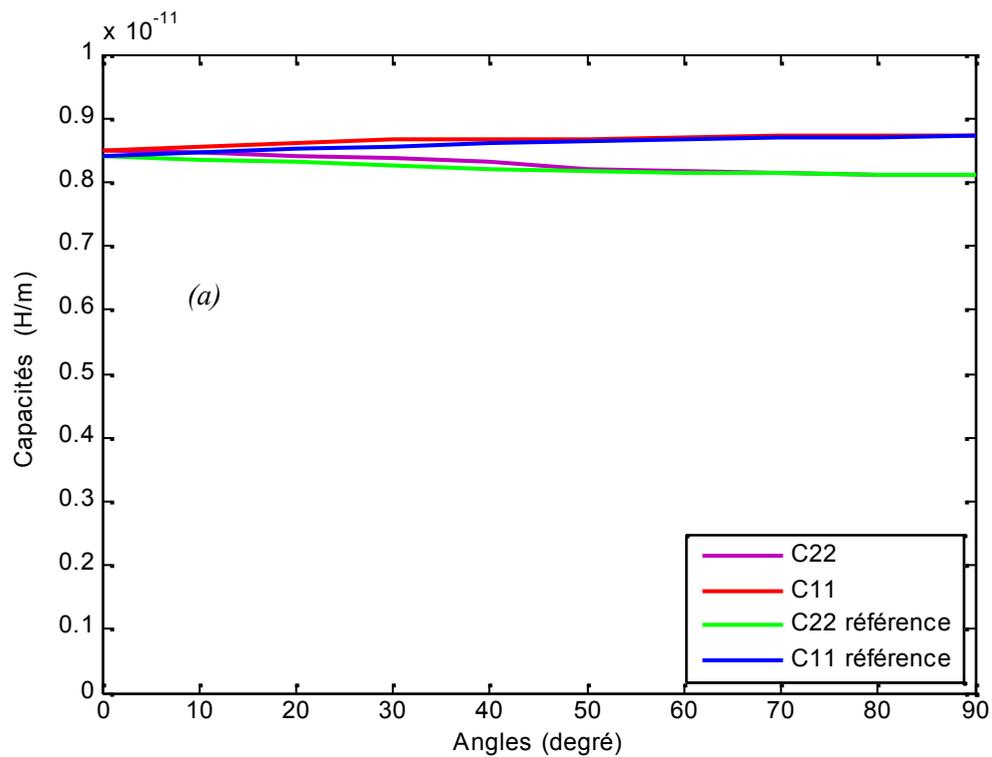


Fig. IV.7 Comparaison entre les résultats de calcul par MEF et la référence [11]
 a) Capacités propres, b) Capacités mutuelles.

4.3.3 Calcul des inductances linéiques et mutuelles:

Comme nous l'avons déjà mentionné au chapitre précédent, le calcul des inductances est réalisé en utilisant le modèle magnétostatique. Pour ce faire nous appliquons un courant de 1 Ampère dans les conducteurs.

Après résolution du problème, l'énergie stockée dans le système est donnée par la relation suivante

$$W_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 \quad IV.6$$

Où :

W_m : Energie stockée dans le champ magnétique.

L : L'inductance.

I : Le courant circulant dans le circuit.

Donc :

$$L = \frac{2 \cdot W_m}{I^2} \quad IV.7$$

L'énergie stockée dans le système est donnée par:

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot \int_{\Omega} B_i H_j d\Omega \quad IV.8$$

I : Le courant dans le conducteur « i ».

B : La densité du flux magnétique dans le conducteur « i » à 1 A.

H : Le champ magnétique dans le conducteur « j » à 1 A

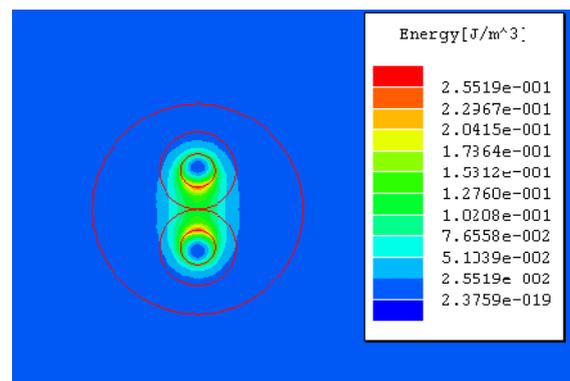
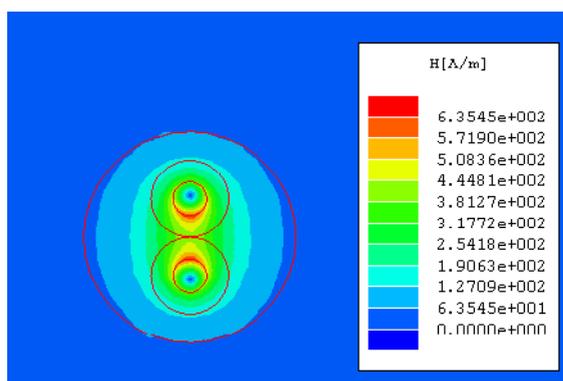
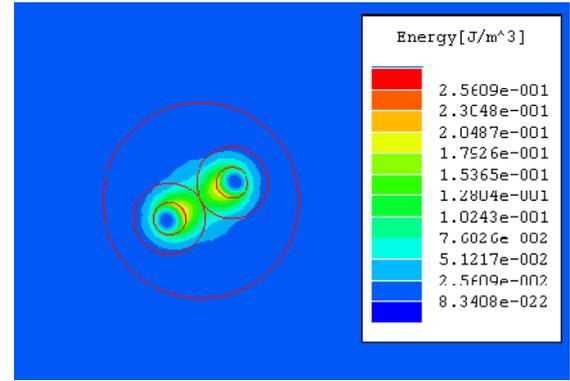
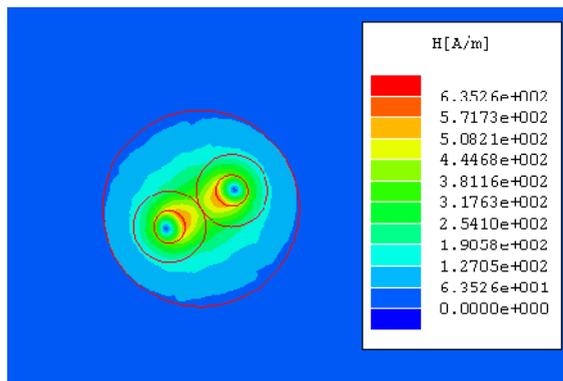
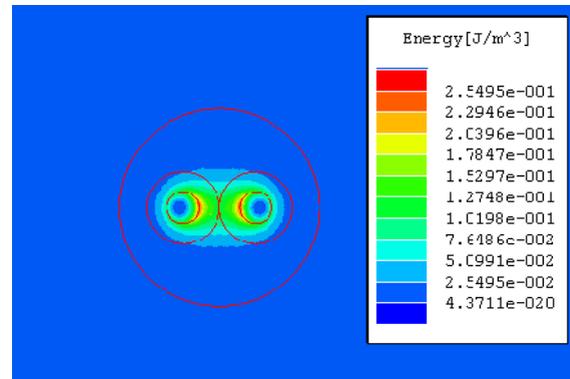
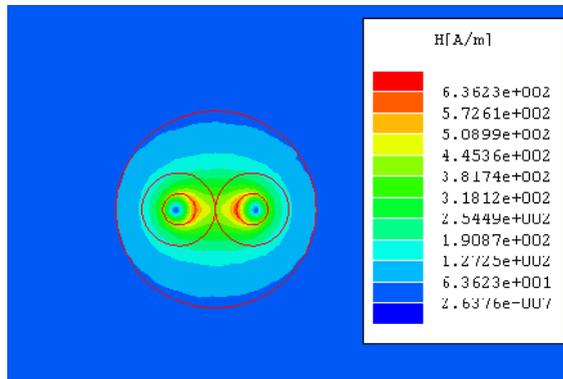


Fig. IV.8 Distribution du champ magnétique H pour différentes positions θ°

Fig. IV.9 Distribution de l'énergie pour différentes positions θ°

Il est possible aussi de visualiser, pour chaque position θ , la distribution du champ magnétique et de l'énergie stockée. Les figures IV.8 et IV.9 montrent la distribution du champ H et de l'énergie W pour trois positions de θ .

Nous avons effectué un calcul pour dix positions correspondant à un angle θ variant de 0° à 90° . Le tableau IV.3 donne les valeurs des inductances linéiques du câble pour les dix positions de θ . En ce qui concerne les valeurs des inductances pour les positions correspondant à θ variant de 90° à 360° , elles sont déduites directement du tableau IV.3 en raison de la symétrie du domaine d'étude.

θ	$L_{11}[\text{H/m}]$	$L_{12}[\text{H/m}]$	$L_{22}[\text{H/m}]$
0°	9.90750E-07	6.38030E-07	9.90710E-07
10°	9.92140E-07	6.37930E-07	9.88910E-07
20°	9.93860E-07	6.38030E-07	9.87460E-07
30°	9.93830E-07	6.37530E-07	9.84890E-07
40°	9.95020E-07	6.37410E-07	9.83010E-07
50°	9.96020E-07	6.37350E-07	9.81640E-07
60°	9.96740E-07	6.37250E-07	9.80550E-07
70°	9.97840E-07	6.37260E-07	9.80070E-07
80°	9.98620E-07	6.37270E-07	9.80021E-07
90°	9.99820E-07	6.37780E-07	9.81170E-07

Tabl. IV.3 résultats de calcul des inductances par MEF

Nous avons tracé la variation des inductances linéique du câble en fonction de l'angle θ . La figure IV.10(a) montre cette évolution et nous remarquons une augmentation de l'inductance L_{11} en fonction de θ . Cette augmentation est due à l'augmentation de la distance entre le câble et la terre. Le même phénomène est observé sur le deuxième conducteur, mais cette fois nous remarquons une diminution de l'inductance L_{22} en fonction de θ .

θ	$L_{11}[\text{H/m}]$	$L_{12}[\text{H/m}]$	$L_{22}[\text{H/m}]$
0°	9.92530E-07	6.39580E-07	9.92530E-07
10°	9.94150E-07	6.39570E-07	9.90890E-07
20°	9.95720E-07	6.39550E-07	9.89290E-07
30°	9.97180E-07	6.39520E-07	9.87790E-07
40°	9.98490E-07	6.39490E-07	9.86420E-07
50°	9.99620E-07	6.39460E-07	9.85230E-07
60°	1.00050E-06	6.39420E-07	9.84260E-07
70°	1.00120E-06	6.39390E-07	9.83550E-07
80°	1.00160E-06	6.39370E-07	9.83110E-07
90°	1.00170E-06	6.39370E-07	9.82960E-07

Tab.IV.4 résultat de la référence [11]

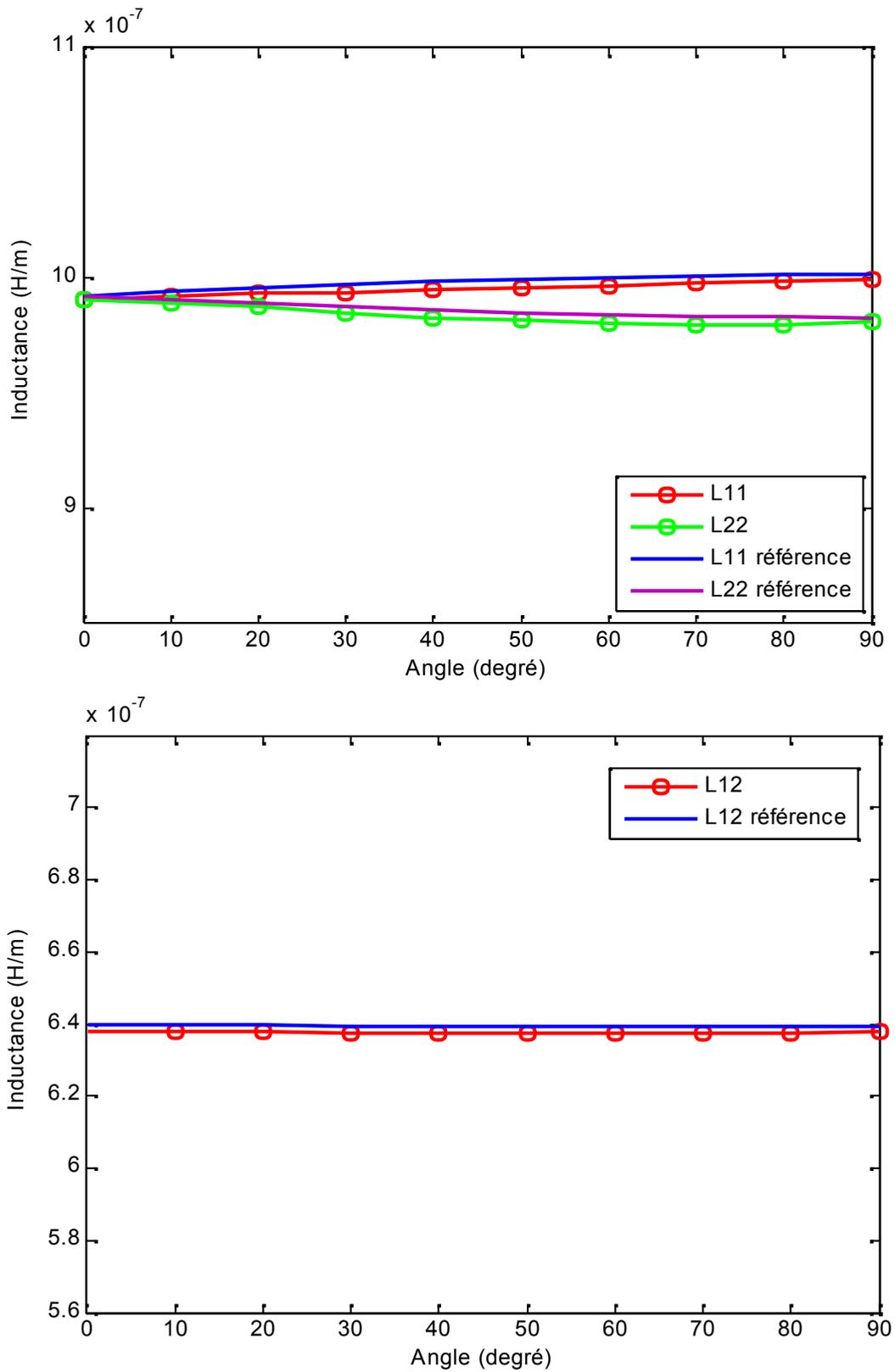


Fig. IV.10 Comparaison entre les résultats de calcul par MEF et la référence [11]
 a) Inductances propres, b) Inductances mutuelles.

4.4 Le circuit électrique équivalent :

Le calcul des inductances et capacités pour les sections S_j du câble torsadé de longueur Δ étant réalisé, l'effet des courants de Foucault est négligé dans ce chapitre, on adopte le circuit équivalent en π de la *figure.IV.11(a)*, où [11]:

- L_{1J} et L_{2J} sont les inductances externes, par unité de longueur (PUL), du conducteur#1 et conducteur#2 calculée pour toutes les positions θ .
- k_{12j} sont les coefficients de couplage mutuel inductances entre L_{1J} et L_{2J} .
- C_{1j} et C_{2j} sont les capacités par unité de longueur.
- C_{12j} sont les capacités mutuelles par unité de longueur.
- $I_1(x_j)$ et $I_2(x_j)$ sont les courants circulant dans les conducteurs # 1 et # 2 à la ligne d'axe X_j .

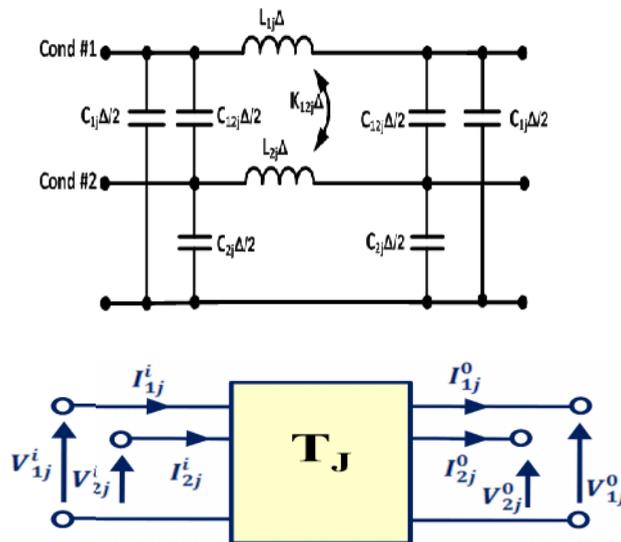


Fig. IV.11 a) Circuit électrique équivalent de la $j^{\text{ème}}$ section transversale de longueur Δ
 b) Le réseau multiport équivalent.

Ce circuit est un réseau multiport (voir *figure IV.11(b)*), où :

- T_j : représente la chaîne de matrice de la section S_j du TWP de longueur Δ .
- $V_{1j}^i, V_{2j}^i, I_{1j}^i, I_{2j}^i$ et $V_{1j}^o, V_{2j}^o, I_{1j}^o, I_{2j}^o$: sont les grandeurs électriques à l'entrée et à la sortie du réseau multiport.

Une section de longueur p du câble torsadé peut donc être modélisée par une série en cascade de réseaux multiport $T_1, T_2, \dots, T_j, \dots, T_N$, comme indiqué sur la *figure IV.12(a)* ou par l'unique réseau multiports caractérisés par la chaîne $T_p = T_1 T_2 \dots T_N$. Finalement, le câble torsadé de longueur $l = Mp$ (M un nombre entier) peut être analysé par le circuit équivalent multiport de la *figure IV.12(a)* ou la *figure IV.12(b)*.

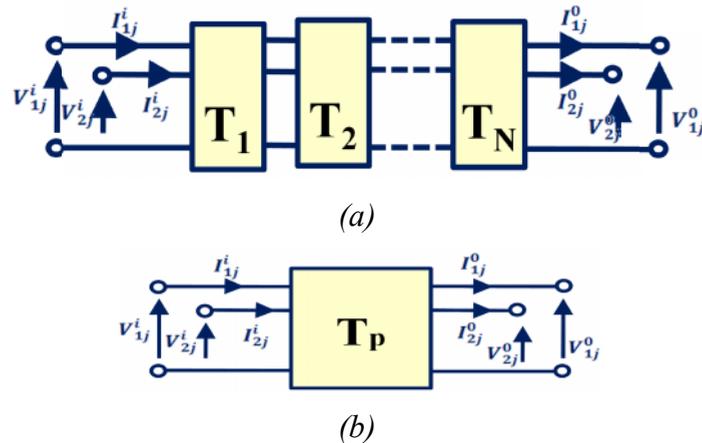


Fig. IV.11 Série en cascade de N réseau multiport (a) et le résultant de réseau multiports pour un TWP de longueur p (b).

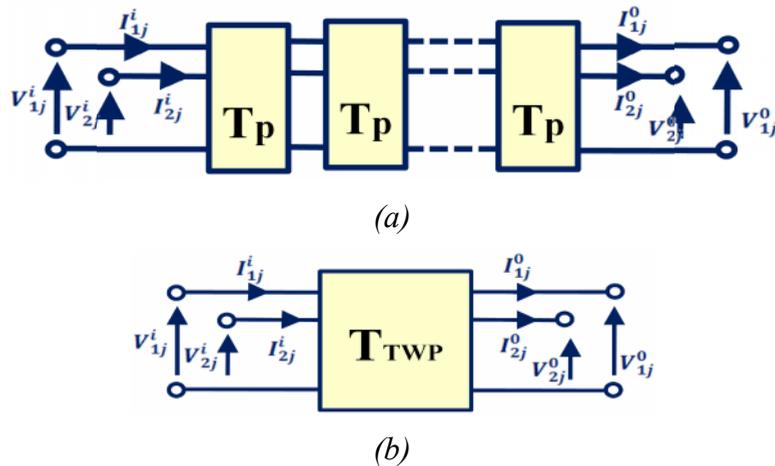


Fig. IV.12 Série en cascade des réseaux multiports équivalents au TWP de longueur $l = Mp$ (a) ou d'un réseau multiport unique (b).

4.5 Utilisation des S-paramètres :

Les S-paramètres sont souvent utilisés dans le domaine des radios fréquences et des micros ondes. Ils permettent, par analogie avec les lignes de transmission, de définir un quadripôle en termes de transmission et de réflexion [18] [30].

Le principe de cette méthode est le suivant : soit un quadripôle parcouru par des ondes directes (entrantes) et des ondes inverses (sortantes).

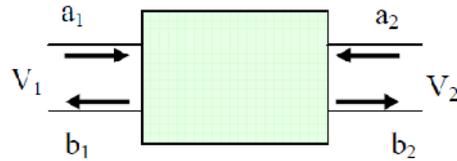


Fig.IV.13 Conventions utilisées pour le quadripôle

Le quadripôle est alors défini par la relation :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad IV.9$$

Les termes de cette matrice S sont :

- S_{11} : coefficient de réflexion d'entrée.
- S_{21} : coefficient de transmission.
- S_{22} : coefficient de réflexion de sortie.
- S_{12} : coefficient de transmission inverse de la ligne.

Ces paramètres sont déterminés à partir des équations suivantes:

$$S_{11} = b_1 / a_1 \quad IV.10$$

$$S_{12} = b_1 / a_2 \quad IV.11$$

$$S_{21} = b_2 / a_1 \quad IV.12$$

$$S_{22} = b_2 / a_2 \quad IV.13$$

Les S-paramètres sont généralement simulés et mesurés avec une impédance égale à 50 Ω pour la source et la charge (voire *figure IV.14*), ce qui donne très peu de chances d'apparition des oscillations [30].



Fig.IV.14 Conventions utilisées pour le quadripôle

4.6 Application :

Les paramètres électriques calculés ont été introduits dans le circuit électrique équivalent de la figure IV.11 et une simulation a été effectuée et nous avons tracé le coefficient de réflexion d'entrée S_{11} de 10-300 MHz comme le montre la figure IV.15.

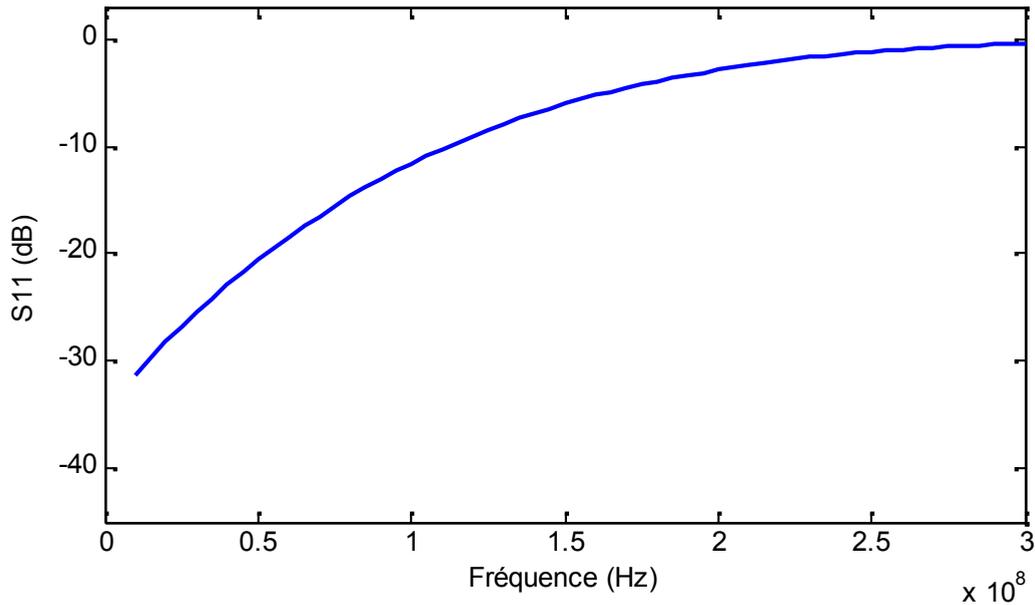


Fig.IV.15 coefficient de réflexion d'entrée S_{11} pour le TWP

Pour valider notre résultat nous l'avons comparé avec celui de l'article de référence [12] et nous avons trouvé que les résultats sont satisfaisants (voir figure IV.16).

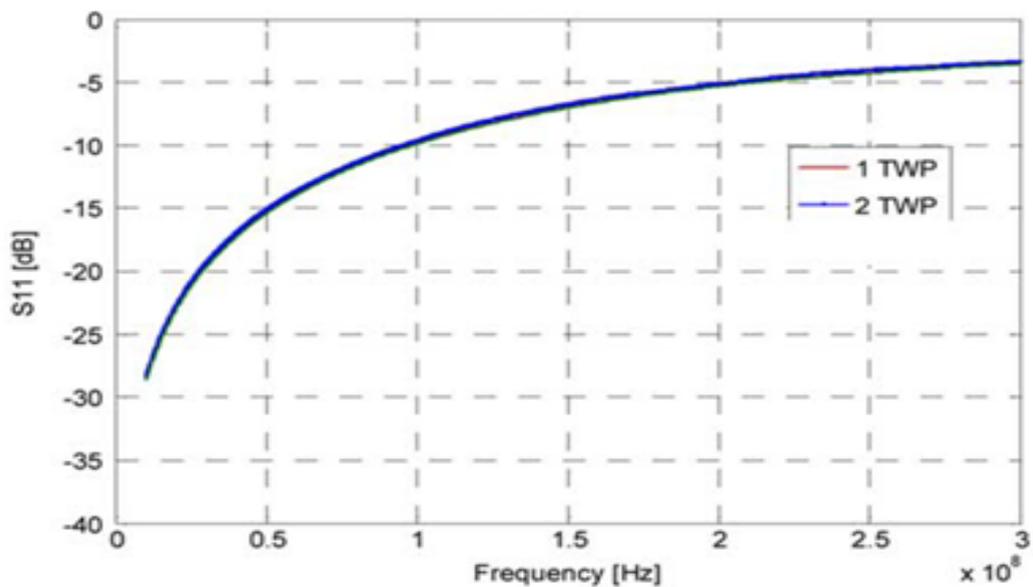


Fig.IV.16 résultat de référence [12]

4.7 Conclusion :

A partir du résultat obtenu on remarque que l'amplitude du coefficient de réflexion S_{11} à connue un changement considérable de -31,8 dB à 10 MHz jusqu'au -0,6 dB à 300 MHz.

Pour avoir des résultats plus proches de la réalité on va prendre en considération, dans le prochain chapitre, l'effet des courants de Foucault et cela est obtenu par l'introduction de l'impédance interne Z_w du câble en fonction de la fréquence

Chapitre V :

**Analyse des performances
fréquentiels du câble torsadé**

5.1 Introduction :

L'analyse des performances fréquentiels du câble torsadé présentée dans ce chapitre. En utilisant la même méthode appliquée que dans le quatrième chapitre où La ligne TWP est discrétisé en petites sections de ligne de transmission uniforme afin de les analyser par la méthode des éléments finis en employant les équations de la magnétodynamique et en tenant compte de l'effet de courant de Foucault pour calculer l'impédance interne qui dépend de la fréquence, puis nous avons approché cette impédance par une série de fractions rationnelles qui font apparaître les paramètres de circuit équivalent (figure.V.4) en utilisant la méthode de "vector fitting"

5.2 Calcul de l'impédance interne qui dépend de la fréquence Z_w :

Dans cette partie nous avons calculé l'impédance interne Z_w du câble en fonction de la fréquence en prenant en considération l'effet de courant de Foucault et en résolvant par la méthode des éléments fini la relation (V.1) du problème magnétodynamique développée dans le chapitre III (figure V.1) :

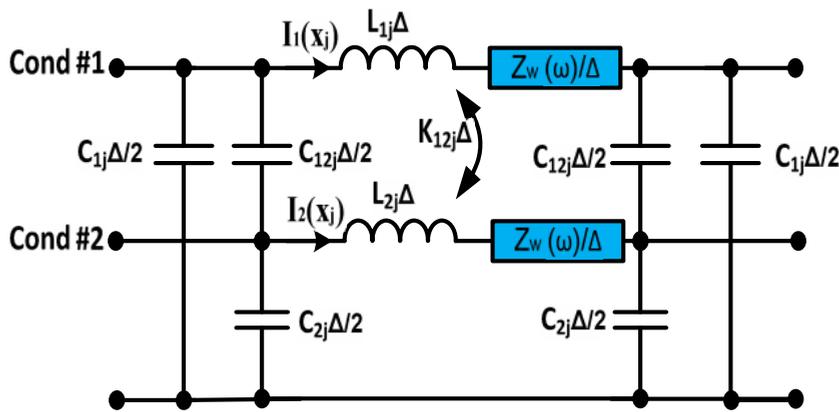


Fig. V.1 Circuit électrique équivalent de la $j^{ème}$ section transversale de longueur Δ

$$j\omega\sigma\vec{A}_z + \text{rot}\left(\frac{1}{\mu}\text{rot}(\vec{A}_z)\right) = \vec{J}_{ex} \tag{V.1}$$

A_z : Potentiel vecteur magnétique.

ω : La fréquence angulaire.

La seconde étape consistant à mailler le système étudié de manière automatique pour l'air, et de manière manuelle pour l'intérieur des conducteurs afin d'obtenir une bonne précision (figure V.2).

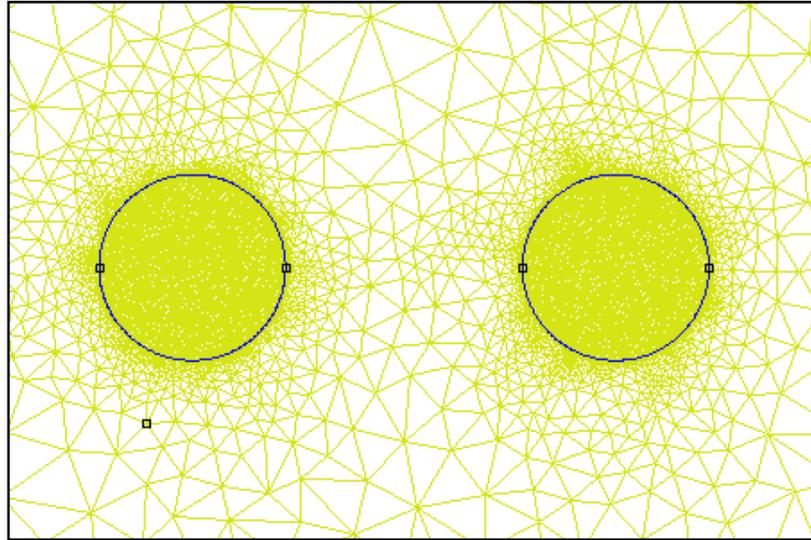


Fig.V.2 Structure maillée du câble bifilaire pour $\theta = 0^\circ$

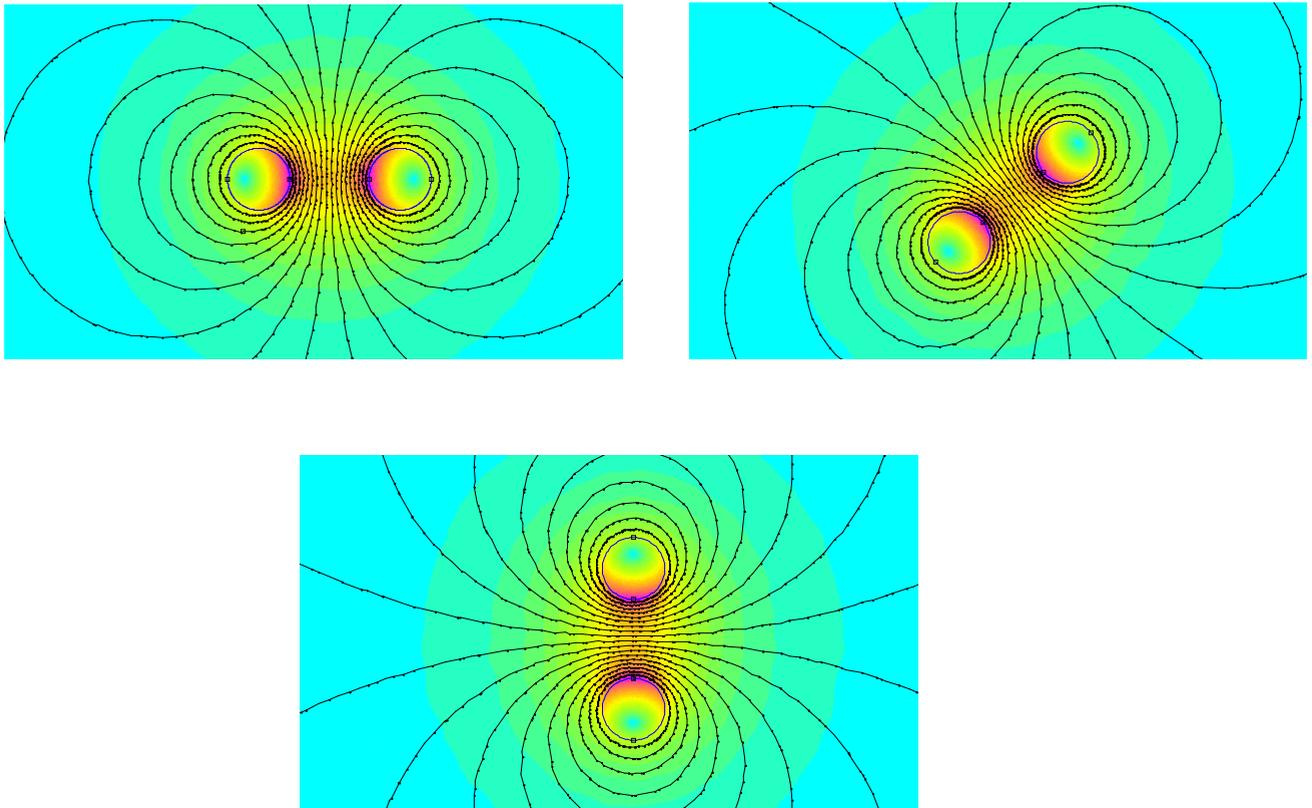


Fig.V.3 Distribution du champ magnétique H pour différentes positions θ°

5.2.1 Extraction des paramètres de Z_w par la méthode de "vector fitting":

Après avoir calculé l'impédance par la méthode des éléments finis, nous avons approché cette impédance par une série de fractions rationnelles qui font apparaître les paramètres de circuits en utilisant la méthode de "vector fitting" où l'impédance est donnée par la relation suivante [31]:

$$Z_{pul}(s) \approx R_0 + \sum_{q=1}^Q \frac{R_q}{j\omega - P_q} + sL_0 \quad \text{avec } s = j\omega \quad V.2$$

Par analogie avec la fonction de l'algorithme de *vector fitting* exploitée sous la forme:

$$f(s) \approx k_0 + \sum_{m=1}^N \frac{c_m}{s - a_m} + d + sh \quad V.3$$

Avec

$$\begin{aligned} k_0 &= R_0 \\ c_m &= R_q \\ a_m &= P_q \\ h &= L_0 \\ d &= 0 \end{aligned}$$

On peut récrire cette relation de la façon suivante :

$$Z_{pul}(j\omega) = \bar{R}_0 + j\omega L_0 + \sum_{q=1}^Q \frac{j\omega}{j\omega - P_q} \bar{R}_q \quad V.4$$

Où les paramètres du circuit équivalent qui modélise l'impédance $Z_{pul}(j\omega)$ (figure V.4) sont donnés par les équations suivantes [31] :

$$\bar{R}_0 = R_0 - \sum_{q=1}^Q \frac{1}{P_q} R_q \quad V.5$$

$$\bar{R}_q = \frac{1}{P_q} R_q \quad V.6$$

$$\bar{L}_q = -\frac{1}{P_q} \bar{R}_q \quad V.7$$

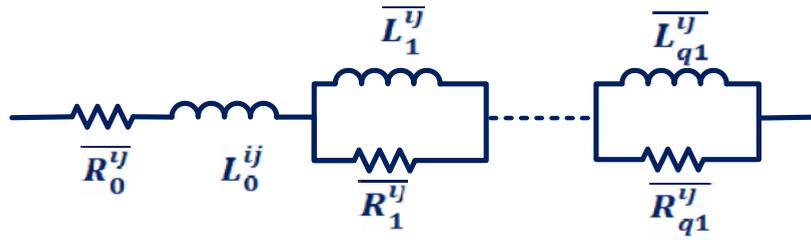


Fig.V.4 circuit équivalent $Z_{pul}(j\omega)$

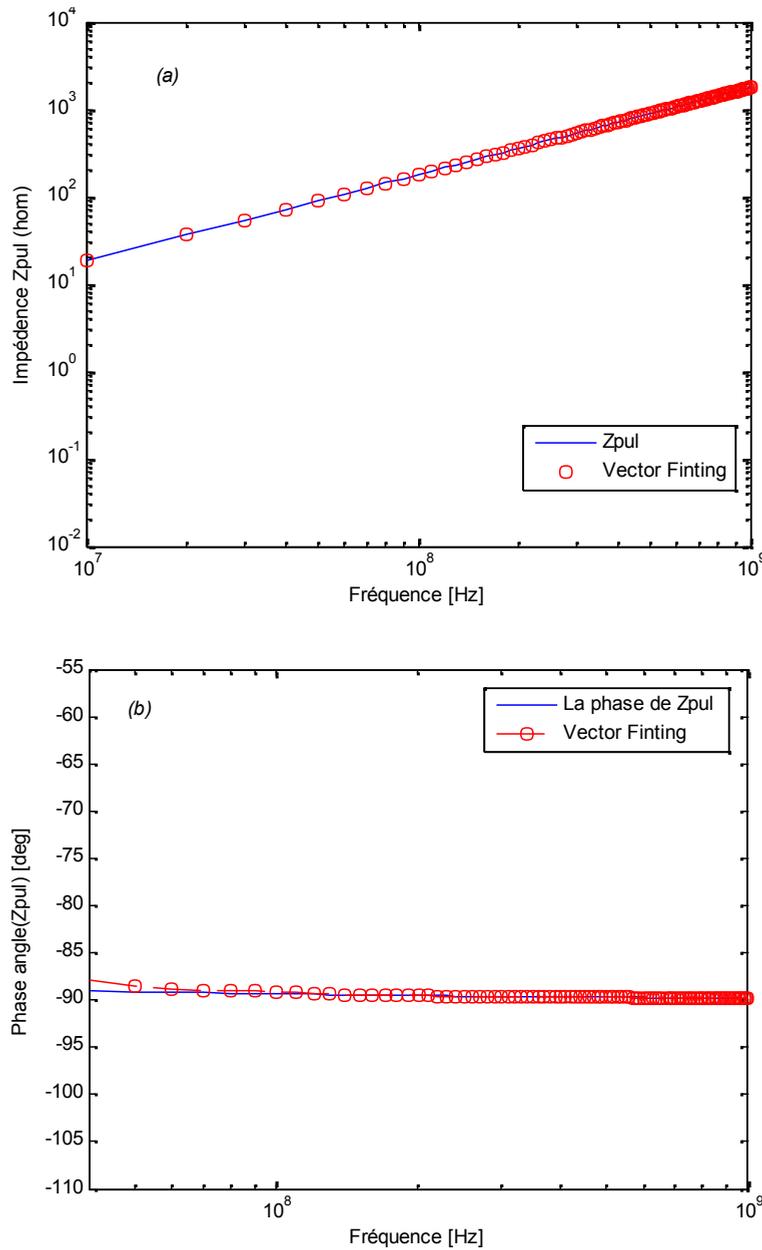


Fig.V.5 l'impédance et la phase avec leurs approximation pour le câble #1 et la position $\theta=0$

Après avoir calculé les paramètres du circuit équivalent de l'impédance interne du câble pour chaque position θ nous avons abouti aux résultats de la figure V.5. Cette figure montre que l'impédance est proportionnelle à la fréquence, cela est dû au phénomène des courants de Foucault.

L'approximation rationnelle de l'impédance Z_{pul} dans la plage fréquentielle entre 40 MHz et 1 GHz, en utilisant la méthode de *vector fitting*, a donné de bons résultats (voir la figure V.5) où nous avons bien réussi à extraire les différents paramètres électriques du circuit équivalent de la figure V.4.

Ces paramètres sont donnés ci-dessous pour le câble #1 et la position $\theta = 0^0$. Les paramètres pour les autres positions θ seront présentés à l'annexe.

$$\bar{R}_0 = 1.080432521367620e+002 \ \Omega / m \quad , \quad L_0 = -6.268284332969000e-007 \ H / m$$

$$\bar{R}_q = \begin{bmatrix} 4.201298183256311e+004 \\ -9.366889441452462e+003 \\ 3.958890919599000e+003 \\ -2.298016665774747e+003 \\ 1.572362634238604e+003 \\ -1.155404788079926e+003 \\ 8.702837465448279e+002 \\ -6.599317356179830e+002 \\ 5.004560450873772e+002 \\ -3.773659467698174e+002 \\ 2.816130828496139e+002 \\ -2.118772513699034e+002 \\ 1.767995381957413e+002 \\ -1.904710188500723e+002 \end{bmatrix} \Omega / m \quad , \quad \bar{L}_q = \begin{bmatrix} 6.236844642616382e-007 \\ -5.186721414837917e-007 \\ 4.630286790511784e-007 \\ -4.658089625323987e-007 \\ 5.102401809742674e-007 \\ -5.827217815888798e-007 \\ 6.785763403040805e-007 \\ -8.020800216678194e-007 \\ 9.651088103764205e-007 \\ -1.187184990098901e-006 \\ 1.511718838733835e-006 \\ -2.107658547588627e-006 \\ 3.890099812004765e-006 \\ -1.563859803949000e-005 \end{bmatrix} H / m$$

5.3 Application :

Les paramètres électriques calculés ont été introduits dans le circuit électrique équivalent de la figure V.1 et une simulation a été effectuée où nous avons tracé le coefficient de réflexion d'entrée S_{11} de 40 MHz à 1 GHz. Les autres paramètres du circuit ont été calculés au quatrième chapitre.

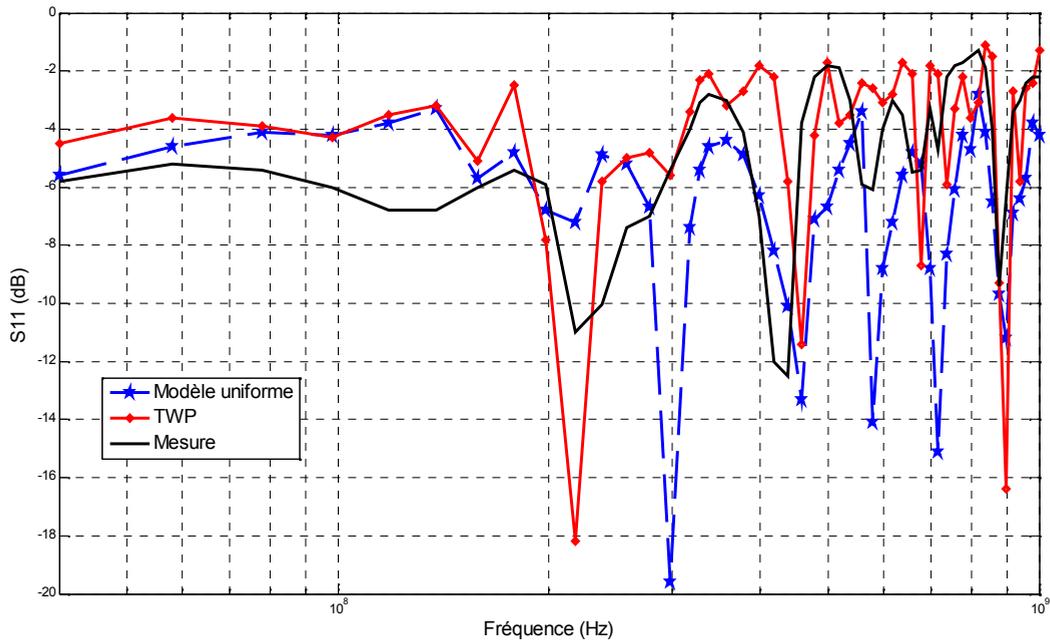


Fig.V.6 coefficient de réflexion d'entrée S_{11} pour le TWP

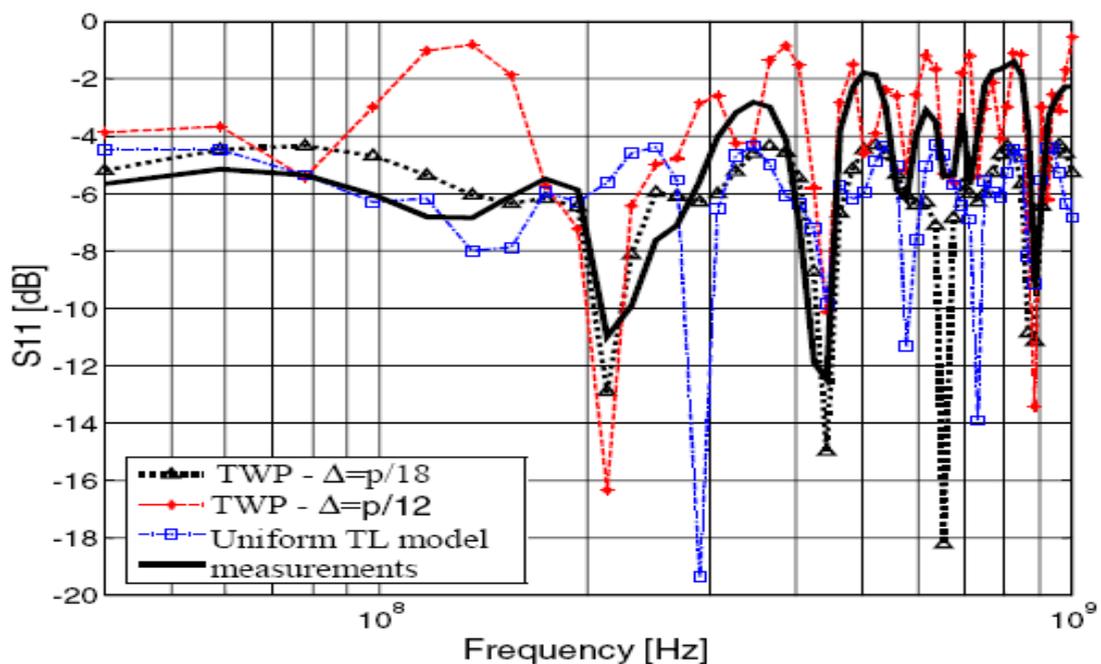


Fig.V.7 résultat de la littérature [11]

Afin de montrer l'influence du torsadage des câbles électriques sur la propagation fréquentielle, les résultats trouvés par le modèle de circuit électrique équivalent du câble nonuniforme ont été comparés aux résultats obtenus dans le cas d'un câble uniforme pour une position $\theta = 0^0$. Le coefficient de réflexion d'entrée S_{11} est représenté dans la figure V.6.

Les résultats montrent visiblement l'importance de l'utilisation des câbles torsadés, spécialement en haute fréquence, où nous remarquons que le câble uniforme présente des oscillations avec des amplitudes importantes. En revanche, ces oscillations sont visiblement réduites dans le cas de l'utilisation des câbles torsadés.

Pour valider notre résultat nous avons fait une comparaison avec les résultats de la littérature [11] [25]. D'après cette comparaison, les résultats trouvés sont satisfaisants.

Conclusion Générale

CONCLUSION GÉNÉRALE

Le but de cette étude consistait à calculer les paramètres linéiques de câbles torsadés par la méthode des éléments finis en 2D.

En premier temps nous avons étudié le câble torsadé par la méthode de discrétisation pour extraire les paramètres linéiques du câble. Pour cela, nous avons utilisé la méthode des éléments finis solution des modèles électrostatique et magnétostatique. En suite nous avons défini un réseau multiport basé sur les paramètres linéiques pour analyser et simuler les performances du câble.

La simulation du coefficient de réflexion d'entrée S_{11} nous a permis de remarquer que son amplitude a connue un changement considérable de -31,8 dB à 10 MHz jusqu'à -0,6 dB à 300 MHz.

En deuxième partie, et en tenant compte de l'effet de courant de Foucault, nous avons utilisé la même approche de discrétisation qui a été appliquée dans la phase précédente pour obtenir l'impédance du câble. Pour cela, nous avons utilisé la méthode des éléments finis 2D solution du modèle magnétodynamique. Par ailleurs, nous avons utilisé la méthode du "*vector fitting*" pour approximer cette impédance par une série de fractions rationnelles. Cette approche nous a permis de compléter le réseau multiport par les paramètres représentant l'impédance du câble.

La simulation du coefficient de réflexion d'entrée S_{11} a montré l'importance de l'utilisation des câbles torsadés, spécialement en haute fréquence. Nous avons remarqué que le câble uniforme présentait des oscillations avec des amplitudes importantes. En revanche, ces dernières sont visiblement réduites dans le cas de l'utilisation des câbles torsadés.

Dans cette étude nous avons montré l'importance de l'utilisation des câbles torsadés pour avoir une bonne transmission des signaux. Nous avons montré aussi que les câbles torsadés pouvaient réduire l'émissions des perturbations et évitant ainsi un disfonctionnement des autres équipements.

Bibliographie

Bibliographie

- [1] **L. LE POULENNEC et al.** "Caractérisation de l'environnement électromagnétique du réseau de France télécom en vue du déploiement des systèmes hauts débits" *Congrès CEM 98*, pp. D5-13 – D5.18, Brest, 1998.
- [2] **P. DEGAUQUE, J. HAMELIN** "Compatibilité électromagnétique: bruits et perturbations radioélectriques" *Dunod - Collection technique et scientifique des télécommunications*, 1990.
- [3] **N. MANDEA** "Comment et pourquoi étudier le champ magnétique terrestre" *Institut de Physique du Globe de Paris*, Rapport, 1998.
- [4] **S. ROBLOT** "Caractérisation des couplages électromagnétiques dans les réseaux filaires cuivre en vue d'optimiser les transmissions à haut débit", *Thèse de Doctorat de l'Université de Limoges*, Octobre 2007.
- [5] **J. RIBEIRO** "Etude des risques de défaillances d'un réseau de télécommunications soumis aux effets directs ou indirects de la foudre" *Thèse de l'Université de Clermont Ferrand*, 2005
- [6] **E. PETRACHE, F. RACHIDI, M. PAOLONE, C. A. NUCCI, V. A. RAKOV, M. A. UMAN** "Lightning induced disturbances in buried cables–Part 1 : Theory" *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 47, No. 3, 2005.
- [7] **C. GARY** "L'effet couronne" *Les techniques de l'ingénieur*, réf. D6403, 1974.
- [8] **A. CHAROY** "Compatibilité électromagnétique : sources, couplages et effets" *Dunod*, 1992.
- [9] **M. VAUTIER** "Etude des phénomènes de couplage électromagnétique dans les faisceaux de câbles multifilaires de télécommunications" *Thèse de l'Université de Clermont-Ferrand*, 1993.
- [10] **C.R. PAUL** "Prediction of crosstalk involving twisted pairs of wires Part II: A simplified low frequency prediction model" *IEEE Trans on Electromagnetic Compatibility*, vol. EMC - 21, 1979.
- [11] **C. BUCCELLA, M. FELIZIANI, F. MARADEI, AND G. MANZI** "Prediction of voltage and current propagation in twisted wire pairs (TWPs) by a circuit model" *IEEE Int. Symp. On Elecromag. Compat.*, Chicago, IL, Aug. 8–12, 2005, vol. 1, pp. 51–55.
- [12] **C. BUCCELLA, M. FELIZIANI, AND G. MANZI** "Three-Dimensional FEM Approach to Model Twisted Wire Pair Cables" *IEEE Transactions On Magnetism*, VOL. 43, NO. 4, APRIL 2007

- [13] **C.R. PAUL** "Analysis of Multiconductor Transmission Lines" *John Wiley & Sons*, New-York, 1994.
- [14] **G.PINSON** "Ligne de transmission" *Physique Appliquée ISBN 2-9520781-0-6*
<http://www.syscope.net/elec/>
- [15] **T. CIAMULSKI, W.K. GWAREK** "A study of feeding options aimed at cancelling crosstalk in multiconductor transmission lines" *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, pp. 1631-1634, 2004.
- [16] **T. CIAMULSKI, W.K. GWAREK** "On eliminating crosstalk within multiconductor transmission lines" *IEEE microwave wireless components letters*, vol. 14, No. 6, pp. 298-300, 2004.
- [17] **R. BONNEFILLE** "Réseaux électriques linéaires à constantes réparties" *Techniques de l'ingénieur*, article D-69.
- [18] **Y.WEENS** "Modélisation des câbles d'énergie soumis aux contraintes générées par les convertisseurs électroniques de puissance" *Thèse de l'Université des Sciences et Technologies de Lille*, décembre 2006.
- [19] **G. METZGER, J.P. VABRE** "Electronique des impulsions, Circuit à constantes réparties" *Edition : MASSON & Cie*, 1966.
- [20] **L.L. ROUVE** "Prise en compte des comportement magnétique des tôles FeSi en modélisation électrotechnique" *Thèse de Doctorat de l' I.N.P.G* 1996
- [21] **F. DELINCE** "Modélisation des régimes transitoires dans des systèmes comportant des matériaux magnétiques non-linéaire" *Thèse de Doctorat de l'Université de Liège* Septembre 1994
- [22] **F. HAMOU, N.BRAIKIA** "Calcul des paramètres du schéma équivalent de la machine asynchrone par la méthode des éléments fins" *Mémoire d'Ingénieur d'Etat en Electrotechnique de l'USTO*, 2002/2003.
- [23] **B.BELHOUCINE** "Phénomènes électromagnétiques internes et externes aux structures électrotechniques" *Thèse de Doctorat de l' I.N.P.G*, Novembre 1993.
- [24] **J.L COULOMB** "Analyse tridimensionnelle des champs électriques et magnétiques par la méthode des éléments finis" *Thèse de Doctorat de l' I.N.P.G*, Juin 1980.
- [25] **M. MEKKI, A. TAIEB BRAHIMI, L. PICHON** "calcul des paramètres électromagnétique d'un câble torsade et étude de propagation fréquentielle" *Colloque National sur l'Inductique : Application de l'Induction Electromagnétique. Université A. MIRA – Bejaïa, le 03 et le 04 Mai 2011.*

- [26] **B.GUSTAVSEN, A.SEMLYEN** "Rational approximation of frequency domain responses by Vector Fitting" *IEEE transactions on power delivery*, 14(3):1052-1061, 1999.
- [27] **A. SEMLYEN, B. GUSTAVSEN** "Vector Fitting by pole relocation for the state equation approximation of nonrational transfer matrices" *Circuits and systems: Analog and Digital signal processing*, 19(6):549-566, 2000.
- [28] **C. K. SANATHANAN, J. KOERNER** "Transfer function synthesis as a ratio of two complex polynomials" *IEEE transaction on Automatic Control*, 8:56-58, January 1963.
- [29] **L. De Tommasi** "Identification of Broadband Passive Macromodels of Electromagnetic Distributed Structures" *Thèse de Doctorat de l'Université de Napoli FEDERICO II*, 2006.
- [30] **HEWLETT PACKARD** "S-parameter Techniques for Faster, More Accurate Network Design. Test & Measurement" *Copyright Hewlett-Packard Company, 1997. 3000 Hanover Street, Palo Alto California, USA.*
- [31] **K.M. COPERICH, J. MORSEY, V.I. OKHMATOVSKI, A.C. CANGELLARIS AND A. E. RUEHLI** "Systematic development of transmission line models for interconnects with frequency-dependent losses" *IEEE Trans. Microw. Th. Tech.*, vol. 49, no. 10, pp. 1677-1685, Oct 2001.

Annexe

Les paramètres du circuit équivalent de l'impédance Z_{pul} de la figure V.4 sont donnés ci-dessous pour chaque position θ .

Primo : Câble 1

- **Position $\theta=10^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 0.7418320593669341e+002 \text{ } \Omega/m \quad , \quad L_0 = -7.754733607766504e-007 \text{ } H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 6.81148755585714 \\ -1.25931851019405 \\ 0.39707767366237 \\ -0.16627751992754 \\ 0.08894435791495 \\ -0.06045740858143 \\ 0.05239431565416 \\ -0.06239769157151 \\ 0.18854279568772 \\ -0.20777618886011 \\ 0.07163528481310 \\ -0.02424822295415 \\ 0.01441654071993 \\ -0.01334293949786 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-005 * \begin{bmatrix} 0.08518942939689 \\ -0.06060336978046 \\ 0.04171874628054 \\ -0.03153910674226 \\ 0.02847028774483 \\ -0.03199186080621 \\ 0.04582344010708 \\ -0.09123359283497 \\ 0.47115015492470 \\ -0.62222318618101 \\ 0.31779014450574 \\ -0.20530683788758 \\ 0.27419699245071 \\ -0.94303861642845 \end{bmatrix} H/m$$

- **Position $\theta=20^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 1.168760163851111e+002 \text{ } \Omega/m \quad , \quad L_0 = -7.089800468592729e-007 \text{ } H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 5.57890774617221 \\ -1.10071191649432 \\ 0.39671413817040 \\ -0.20128588437297 \\ 0.12753791542907 \\ -0.09239183782919 \\ 0.07222343217396 \\ -0.05856454863142 \\ 0.04772087073321 \\ -0.03810146923262 \\ 0.02948082456153 \\ -0.02262801712134 \\ 0.01910659261611 \\ -0.02065782000627 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004 * \begin{bmatrix} 0.00746242887814 \\ -0.00563067370948 \\ 0.00439821701446 \\ -0.00395590750284 \\ 0.00409652530272 \\ -0.00469947388089 \\ 0.00576439354930 \\ -0.00735147459983 \\ 0.00952758745213 \\ -0.01237994372599 \\ 0.01627413948107 \\ -0.02305447966291 \\ 0.04295409769215 \\ -0.17332106810496 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=30^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 0.6083861404896015e+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -1.196233730456553e-006 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+005 * \begin{bmatrix} 1.67475306574353 \\ -0.43608536799213 \\ 0.03682882571435 \\ -0.01094461022081 \\ 0.00525639816516 \\ -0.00332962935181 \\ 0.00267733154238 \\ -0.00301070419965 \\ 0.00741942705076 \\ -0.01379800044937 \\ 0.01198773713403 \\ -0.02369542178744 \\ 0.02083186424901 \\ -0.00160190783212 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004 * \begin{bmatrix} 0.01966772329435 \\ -0.01275588724635 \\ 0.00330011995041 \\ -0.00196059633923 \\ 0.00165643222145 \\ -0.00178347634180 \\ 0.00245306253385 \\ -0.00484884834097 \\ 0.02192727280130 \\ -0.05813688159043 \\ 0.06970515711054 \\ -0.27965701406536 \\ 0.27555589969812 \\ -0.07577651182667 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=40^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 1.014458349489942e+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -5.029698523038591e-007 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 2.42949407756891 \\ -0.50434901245818 \\ 0.19714760437081 \\ -0.10864434473037 \\ 0.07475400388175 \\ -0.06014615591400 \\ 0.05549006277960 \\ -0.06030316763179 \\ 0.08559171439393 \\ -0.14899068309599 \\ 0.13082151175760 \\ -0.05067875250023 \\ 0.02748592548423 \\ -0.02441885050557 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004 * \begin{bmatrix} 0.00387582114285 \\ -0.00301732659794 \\ 0.00252697807514 \\ -0.00247651609097 \\ 0.00282944742978 \\ -0.00369720535428 \\ 0.00553188632332 \\ -0.00983582519547 \\ 0.02308826184851 \\ -0.06280950600740 \\ 0.07258406352460 \\ -0.04877182214577 \\ 0.05841484741610 \\ -0.19374128670456 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=50^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 1.245857425232098e+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -7.984177469260882e-007 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 7.19109773185044 \\ -1.29138324418415 \\ 0.41458736710466 \\ -0.19070625083381 \\ 0.11378580536713 \\ -0.08054663410967 \\ 0.06327902281540 \\ -0.05256732781803 \\ 0.04435348613845 \\ -0.03676788436323 \\ 0.02943837939668 \\ -0.02324813116810 \\ 0.02009089161766 \\ -0.02200030574632 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004 * \begin{bmatrix} 0.00880921418797 \\ -0.00619039264834 \\ 0.00439510669906 \\ -0.00364113074673 \\ 0.00359712259593 \\ -0.00407732578945 \\ 0.00507429597979 \\ -0.00668039627931 \\ 0.00901252752223 \\ -0.01219277441530 \\ 0.01659782552170 \\ -0.02418435132402 \\ 0.04611051038020 \\ -0.18871573419024 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=60^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 1.397668690503342e+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -6.429472381567308e-007 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 4.61019519289861 \\ -0.81691978445039 \\ 0.25986113286483 \\ -0.11855172122374 \\ 0.07010791513884 \\ -0.04975068898177 \\ 0.04038937569035 \\ -0.03651231286172 \\ 0.03647500623203 \\ -0.04210309115453 \\ 0.07566902500412 \\ -0.15167076588361 \\ 0.11817497976467 \\ -0.03248454483902 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004 * \begin{bmatrix} 0.00607729143356 \\ -0.00420166077407 \\ 0.00295719606054 \\ -0.00244733419645 \\ 0.00243324543625 \\ -0.00283002182486 \\ 0.00375165028864 \\ -0.00557766493973 \\ 0.00932047002637 \\ -0.01861828178599 \\ 0.06216827179500 \\ -0.20371791711906 \\ 0.21225195384333 \\ -0.20968891890393 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=70^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 1.220063487884036e+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -8.055806259344774e-007 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 7.37341064101069 \\ -1.25269629165114 \\ 0.38482696338339 \\ -0.17526427748246 \\ 0.10668435843382 \\ -0.07840052440754 \\ 0.06434709749729 \\ -0.05556357855276 \\ 0.04787921999937 \\ -0.03958232088433 \\ 0.03103887783672 \\ -0.02384498866544 \\ 0.02008166525365 \\ -0.02162931483650 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004 * \begin{bmatrix} 0.00878562834680 \\ -0.00594038911238 \\ 0.00409010947118 \\ -0.00338443281790 \\ 0.00343019591315 \\ -0.00404817132219 \\ 0.00526288044107 \\ -0.00717492308753 \\ 0.00981514616632 \\ -0.01313693927469 \\ 0.01740809737055 \\ -0.02458792446091 \\ 0.04559596690377 \\ -0.18319662927951 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=80^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 0.7729883031710051e+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -1.407485638215312e-006 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+005 * \begin{bmatrix} 2.36359897557415 \\ -0.14642340358807 \\ 0.03074996080766 \\ -0.01189965842394 \\ 0.00691124064555 \\ -0.00547541982643 \\ 0.00588173298073 \\ -0.01051856563359 \\ 0.03038724715446 \\ -0.02623688282197 \\ 0.00447088060400 \\ -0.00216791733047 \\ 0.00143816740832 \\ -0.00138303786736 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004 * \begin{bmatrix} 0.01512847582568 \\ -0.00579815013120 \\ 0.00308160332521 \\ -0.00228224778351 \\ 0.00229642758643 \\ -0.00304869835490 \\ 0.00545122885135 \\ -0.01632155883648 \\ 0.07012386075480 \\ -0.06925411827161 \\ 0.02075044223347 \\ -0.01900148795631 \\ 0.02810480466109 \\ -0.10019560651251 \end{bmatrix} H/m$$

- **Position $\theta=90^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 0.1208295124596225e+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -1.050161983237823e-007 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 1.24166754341228 \\ -0.16793244221023 \\ 0.04309612338713 \\ -0.01749864751036 \\ 0.00998516841859 \\ -0.00712929011840 \\ 0.00579472322872 \\ -0.00498962306413 \\ 0.00431808507067 \\ -0.00362665587285 \\ 0.00291352726273 \\ -0.00229255206050 \\ 0.00196527103421 \\ -0.00213690684814 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004 * \begin{bmatrix} 0.01218724102716 \\ -0.00711528555916 \\ 0.00427822915130 \\ -0.00322636772533 \\ 0.00310564482170 \\ -0.00359242332852 \\ 0.00465239664768 \\ -0.00635609720594 \\ 0.00878373422073 \\ -0.01201466499792 \\ 0.01637610526030 \\ -0.02372979564748 \\ 0.04480570446658 \\ -0.18176348845765 \end{bmatrix} H/m$$

Secundo : Câble 2

- **Position $\theta=0^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 1.222956423969736e+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -6.631702029669339e-007 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 4.82273488686427 \\ -1.01570744123878 \\ 0.38982435315752 \\ -0.20272868709152 \\ 0.12779938985197 \\ -0.09172308176813 \\ 0.07173261012760 \\ -0.05869255595030 \\ 0.04826500485839 \\ -0.03869147223511 \\ 0.02998001669212 \\ -0.02312498681541 \\ 0.01974491987517 \\ -0.02157199968259 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004 * \begin{bmatrix} 0.00680329037467 \\ -0.00538342180503 \\ 0.00440435655405 \\ -0.00402106743234 \\ 0.00413026436509 \\ -0.00469904526149 \\ 0.00577882045708 \\ -0.00744434300386 \\ 0.00973128543994 \\ -0.01268374121188 \\ 0.01669984725618 \\ -0.02380764109680 \\ 0.04494762753198 \\ -0.18379961002419 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=10^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 0.6052355653655468e002 \text{ } \Omega/m \quad , \quad L_0 = -5.953681673539880e-007 \text{ } H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+005 * \begin{bmatrix} 0.36540452170133 \\ -2.01089035385175 \\ 1.94149657603574 \\ -0.06776371668470 \\ 0.04918129170381 \\ -0.06509790153942 \\ 0.04134477863677 \\ -0.00716717638977 \\ 0.00324782822268 \\ -0.00201908279886 \\ 0.00144974677266 \\ -0.00111162389380 \\ 0.00094104028452 \\ -0.00103311541394 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004 * \begin{bmatrix} 0.00841774390849 \\ -0.16128097074522 \\ 0.16261257069822 \\ -0.01127156789837 \\ 0.01458215778545 \\ -0.02710558864965 \\ 0.02085814010938 \\ -0.00610272451493 \\ 0.00470272930455 \\ -0.00505625042940 \\ 0.00648236681542 \\ -0.00950002828850 \\ 0.01807029497152 \\ -0.07381147897167 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=20^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 1.299420159851070e+002 \text{ } \Omega/m \quad , \quad L_0 = -6.825210387446686e-007 \text{ } H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 5.22020826345969 \\ -1.01730765920530 \\ 0.35735205860382 \\ -0.17633237910300 \\ 0.11039710132703 \\ -0.08105756623259 \\ 0.06584526130034 \\ -0.05647017710466 \\ 0.04885682155032 \\ -0.04091958459406 \\ 0.03253588742014 \\ -0.02524045347119 \\ 0.02139415973662 \\ -0.02308106863087 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004 * \begin{bmatrix} 0.00702056976438 \\ -0.00522774965284 \\ 0.00398901213687 \\ -0.00351027346784 \\ 0.00362263982520 \\ -0.00425144916187 \\ 0.00546350922046 \\ -0.00740680569457 \\ 0.01019511259014 \\ -0.01383511164371 \\ 0.01856743808834 \\ -0.02643254112521 \\ 0.04927142128080 \\ -0.19835441147848 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=30^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 1.161385991707139e+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -6.162078586947119e-007 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 4.18337975770347 \\ -0.84267417981745 \\ 0.28335054680627 \\ -0.12567926677083 \\ 0.07174881233391 \\ -0.05124277614806 \\ 0.04515018661823 \\ -0.05162698524741 \\ 0.10421268498181 \\ -0.19151536382476 \\ 0.13952934198813 \\ -0.03469729391265 \\ 0.02113651466038 \\ -0.02077855716627 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004* \begin{bmatrix} 0.00592845929127 \\ -0.00443603423519 \\ 0.00320805440873 \\ -0.00256740845516 \\ 0.00247764680035 \\ -0.00292961223310 \\ 0.00427602489510 \\ -0.00820356042134 \\ 0.02842775942162 \\ -0.07423848847522 \\ 0.06792172716811 \\ -0.03246677585177 \\ 0.04495632004452 \\ -0.16812840249624 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=40^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 1.161385991707139e+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -6.162078586947119e-007 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 4.18337975770347 \\ -0.84267417981745 \\ 0.28335054680627 \\ -0.12567926677083 \\ 0.07174881233391 \\ -0.05124277614806 \\ 0.04515018661823 \\ -0.05162698524741 \\ 0.10421268498181 \\ -0.19151536382476 \\ 0.13952934198813 \\ -0.03469729391265 \\ 0.02113651466038 \\ -0.02077855716627 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004* \begin{bmatrix} 0.00592845929127 \\ -0.00443603423519 \\ 0.00320805440873 \\ -0.00256740845516 \\ 0.00247764680035 \\ -0.00292961223310 \\ 0.00427602489510 \\ -0.00820356042134 \\ 0.02842775942162 \\ -0.07423848847522 \\ 0.06792172716811 \\ -0.03246677585177 \\ 0.04495632004452 \\ -0.16812840249624 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=50^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 1.161385991707139e+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -6.162078586947119e-007 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 4.18337975770347 \\ -0.84267417981745 \\ 0.28335054680627 \\ -0.12567926677083 \\ 0.07174881233391 \\ -0.05124277614806 \\ 0.04515018661823 \\ -0.05162698524741 \\ 0.10421268498181 \\ -0.19151536382476 \\ 0.13952934198813 \\ -0.03469729391265 \\ 0.02113651466038 \\ -0.02077855716627 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004* \begin{bmatrix} 0.00592845929127 \\ -0.00443603423519 \\ 0.00320805440873 \\ -0.00256740845516 \\ 0.00247764680035 \\ -0.00292961223310 \\ 0.00427602489510 \\ -0.00820356042134 \\ 0.02842775942162 \\ -0.07423848847522 \\ 0.06792172716811 \\ -0.03246677585177 \\ 0.04495632004452 \\ -0.16812840249624 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=60^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 3.371771604308597e+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -6.394297745819709e-007 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 4.56987740941828 \\ -0.81359473377598 \\ 0.25960366357471 \\ -0.11845439678622 \\ 0.06981132372933 \\ -0.04908463394478 \\ 0.03905316386213 \\ -0.03387368529921 \\ 0.03111081269984 \\ -0.02989681616229 \\ 0.03145093771845 \\ -0.04640088477682 \\ 0.93593975086055 \\ -0.93963404210768 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-003* \begin{bmatrix} 0.00060256435217 \\ -0.00041787204168 \\ 0.00029463973437 \\ -0.00024357472858 \\ 0.00024094753773 \\ -0.00027701505103 \\ 0.00035869970371 \\ -0.00050923317135 \\ 0.00077694319949 \\ -0.00127863718162 \\ 0.00245631515436 \\ -0.00766623855440 \\ 0.47535427853459 \\ -0.51468907660680 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=70^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 1.222878620870542e+002 \text{ } \Omega/m \quad , \quad L_0 = -8.057585820937963e-007 \text{ } H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 7.37716253148704 \\ -1.25286245800753 \\ 0.38474686484081 \\ -0.17518567813604 \\ 0.10661745276843 \\ -0.07833598283989 \\ 0.06427485170536 \\ -0.05547953483680 \\ 0.04779555275674 \\ -0.03952466767743 \\ 0.03102243381593 \\ -0.02386164644016 \\ 0.02011704806392 \\ -0.02167855385076 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004* \begin{bmatrix} 0.00878773689599 \\ -0.00594026442749 \\ 0.00408893375061 \\ -0.00338278865083 \\ 0.00342800796064 \\ -0.00404486850069 \\ 0.00525713635096 \\ -0.00716476191208 \\ 0.00980044279264 \\ -0.01312404434324 \\ 0.01741055614457 \\ -0.02462345454667 \\ 0.04571003789698 \\ -0.18375210186136 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=80^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 1.473715929962636e+002 \text{ } \Omega/m \quad , \quad L_0 = -9.917280146855662e-007 \text{ } H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+005 * \begin{bmatrix} 1.14266025889195 \\ -0.14513812178661 \\ 0.03588358985939 \\ -0.01412796472353 \\ 0.00787101975437 \\ -0.00561551031286 \\ 0.00475621277380 \\ -0.00449450890872 \\ 0.00443166110417 \\ -0.00421772793940 \\ 0.00365631784342 \\ -0.00293323739184 \\ 0.00248630043509 \\ -0.00264465768445 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-004* \begin{bmatrix} 0.01106283570649 \\ -0.00620358740823 \\ 0.00362144732913 \\ -0.00266621999353 \\ 0.00253285533591 \\ -0.00297303441392 \\ 0.00408654848508 \\ -0.00623089095485 \\ 0.00988892105689 \\ -0.01522696869218 \\ 0.02200026949762 \\ -0.03191954456935 \\ 0.05892355013880 \\ -0.23297827986575 \end{bmatrix} H/m$$

• **Position $\theta=90^\circ$:**

$$\bar{R}_0 = 0.2503931251419272+002 \ \Omega/m \quad , \quad L_0 = -1.408438096046783e-007 \ H/m$$

$$\bar{R}_q = 1.0e+004 * \begin{bmatrix} 2.29041432571634 \\ -0.17237764824991 \\ 0.03684484917313 \\ -0.01399910545968 \\ 0.00768648754055 \\ -0.00531316200743 \\ 0.00420966724421 \\ -0.00360061858448 \\ 0.00320790496173 \\ -0.00291830802058 \\ 0.00270092456363 \\ -0.00263127417001 \\ 0.00300416429821 \\ -0.00415841675328 \end{bmatrix} \Omega/m \quad , \quad \bar{L}_q = 1.0e-005 * \begin{bmatrix} 0.01577380943026 \\ -0.00668399418461 \\ 0.00356967148114 \\ -0.00257229064596 \\ 0.00241139284593 \\ -0.00273294609213 \\ 0.00350312667641 \\ -0.00485168126285 \\ 0.00708122977431 \\ -0.01080672663276 \\ 0.01752851977166 \\ -0.03261044892454 \\ 0.08604515484969 \\ -0.47749878969631 \end{bmatrix} H/m$$