

Questions de Cours (4 Pts)

- 1- Donner la relation du coefficient de la compressibilité et expliquer comment savoir si le fluide est compressible ou pas ?
- 2- Ecrire l'équation de continuité entre deux point 1 et 2 dans une conduite circulaire et exprimer V_1 en fonction de V_2 , d_1 et d_2 .

Exercice 1 (4 Pts)

- 1- Déterminer le poids volumique (ϖ) de l'essence sachant que sa densité $d = 0,7$
- 2- Calculer le poids d'un volume $V = 4$ litres d'huile d'olive ayant une densité $d = 0,918$
- 3- Calculer le poids, la masse volumique et la densité d'une huile qui pèse 5080 kg dans un volume de 6 m^3 .

Exercice 2 (6 Pts)

On considère un récipient avec 2 tuyaux contenant de l'eau (ρ_e) et de l'huile (ρ_h) selon le schéma (figure 2).

- 1- Exprimer h_3 en fonction de h_1 , h_2 , ρ_e et ρ_h .

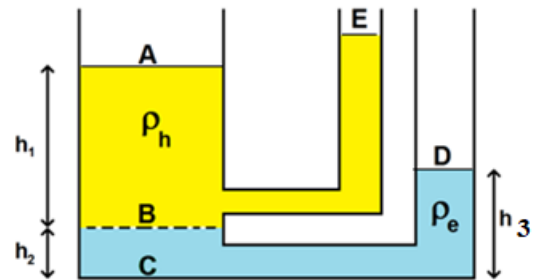


Figure 2

Exercice 3 (6 Pts)

Un fluide parfait incompressible s'écoule dans une conduite de section principale S_A et d'un diamètre subit un étranglement en B où sa section est S_B . On désigne $\alpha = S_A/S_B$ le rapport des deux sections.

- 1- Ecrire l'équation de continuité. En déduire l'expression de la vitesse V_B en fonction de V_A et α
- 2- Ecrire la relation de Bernoulli entre les deux points A et B. En déduire l'expression de la différence de pression ($P_A - P_B$) en fonction de ρ , V_A et α
- 3- Calculer la vitesse V_A pour $\alpha = 2$ et $h = 10 \text{ mm}$
- 4- Calculer le débit volumique de l'écoulement si le diamètre $D_A = 50 \text{ mm}$

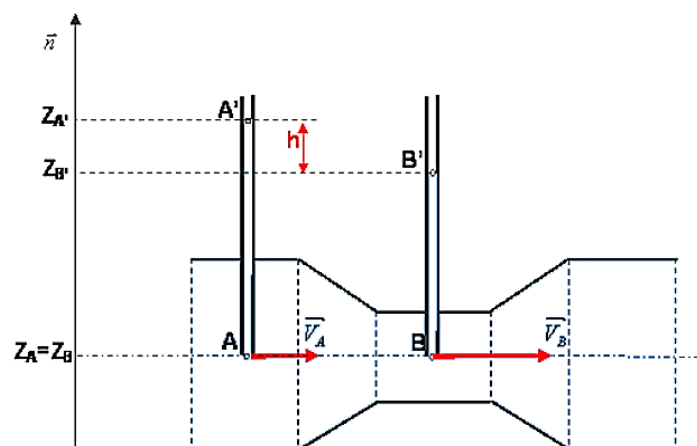


Figure 3

NB : Test entre Exercice 2 et 3.

BON COURAGE

Mr BENTATA

SOLUTION

Réponses aux questions de cours :

1- La relation du coefficient de compressibilité :

$$\beta = - \frac{dV}{V \cdot dP} \quad (1)$$

Le fluide est compressible si $\beta > 0$. le fluide est incompressible quand $\beta = 0$ (1)

2- Equation de continuité entre deux points 1 et 2 :

$$Q_v = S_1 V_1 = S_2 V_2 = \frac{\pi d_1^2}{4} V_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} V_2 \Leftrightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2} \Leftrightarrow V_1 = V_2 \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^2 \quad (2)$$

Exercice 1 :

1- Calcul du Poids volumique de l'essence ($d_{ess} = 0,7$) :

$$\rho_{ess} = \rho_{eau} \cdot d_{ess} = 1000 \cdot 0,7 = 700 \text{ Kg/m}^3 \quad (0,5)$$

$$\bar{\omega}_{ess} = \rho g = 700 \cdot 9,81 = 6860 \text{ N/m}^3 \quad (0,5)$$

2- Calcul du Poids de l'huile d'olive ($V = 4\text{l} = 0,004 \text{ m}^3$, $d = 0,918$) :

$$\rho_{ho} = \rho_{eau} \cdot d_{ho} = 1000 \cdot 0,918 = 918 \text{ Kg/m}^3 \quad (0,5)$$

$$\rho_{ho} = \frac{m}{V} = \frac{G/g}{V} \Leftrightarrow G = \rho_{ho} \cdot V \cdot g = 918 \cdot 0,004 \cdot 9,81 = 360,22 \text{ N} \quad (1)$$

3- Calcul du poids, la masse volumique et la densité d'une huile ($m = 5080 \text{ Kg}$, $V = 6 \text{ m}^3$) :

$$G = m \cdot g = 5080 \cdot 9,81 = 46636,4 \text{ N} \quad (0,5)$$

$$\rho_h = \frac{m}{V} = \frac{5080}{6} = 846,66 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \quad (0,5)$$

$$d = \frac{\rho_h}{\rho_{eau}} = \frac{846,66}{1000} = 0,84666 \quad (0,5)$$

Exercice 2 :

1- Expression de h_3 en fonction de h_1 , h_2 , ρ_h et ρ_e :

En appliquant l'équation fondamentale de l'hydrostatique au fond du récipient, on peut écrire :

$$P_C = P_A + \rho_h \cdot g \cdot h_1 + \rho_e \cdot g \cdot h_2 \quad (0,5)$$

$$P_C = P_D + \rho_e \cdot g \cdot h_3 \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow P_A + \rho_h \cdot g \cdot h_1 + \rho_e \cdot g \cdot h_2 = P_D + \rho_e \cdot g \cdot h_3 \quad (I) \quad (1)$$

Vu que les tuyaux du récipient sont ouverts, les deux pressions P_A et P_D sont égales à la pression atmosphérique P_{atm} . (0,5)

L'équation (I) devient donc :

$$P_{atm} + g \cdot (\rho_h \cdot h_1 + \rho_e \cdot h_2) = P_{atm} + g \cdot (\rho_e \cdot h_3) \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow (\rho_h \cdot h_1 + \rho_e \cdot h_2) = \rho_e \cdot h_3 \quad (1)$$

$$\Rightarrow h_3 = \frac{\rho_h \cdot h_1 + \rho_e \cdot h_2}{\rho_e} \quad (2)$$

Exercice 3 :

- 1- Equation de continuité, V_B en fonction de V_A et α :

$$S_A \cdot V_A = S_B \cdot V_B \Leftrightarrow V_B = V_A \cdot \frac{S_A}{S_B} \Leftrightarrow V_B = V_A \cdot \alpha \quad (0,5)$$

- 2- Relation de Bernoulli entre les des deux points A et B, en déduire $(P_A - P_B)$ en fonction de ρ , V_A et α :

En appliquant le théorème de Bernoulli entre les deux points A et B, on a :

$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow P_A + \frac{1}{2}\rho V_A^2 + \rho g Z_A = P_B + \frac{1}{2}\rho V_B^2 + \rho g Z_B \quad (I) \quad (0,5)$$

Vu que les deux points A et B se trouve dans le même plan horizontal, donc : $Z_A = Z_B$. De plus nous avons $V_B = \alpha V_A$ (réponse 1) (0,5)

L'équation (I) devient donc :

$$(P_A - P_B) = \frac{1}{2}\rho(\alpha V_A)^2 - \frac{1}{2}\rho V_A^2 \quad (0,5)$$

$$(P_A - P_B) = \frac{1}{2}\rho V_A^2(\alpha^2 - 1) \quad (0,5)$$

- 3- Calcul de la vitesse V_A pour $\alpha = 2$ et $h = 10 \text{ mm} = 0,01 \text{ m}$:

$$V_A = \sqrt{\frac{(P_A - P_B)}{\frac{1}{2}\rho(\alpha^2 - 1)}} \quad (0,5)$$

Dans la partie statique, on peut écrire : $(P_A - P_B) = \rho g h$, donc : (0,5)

$$V_A = \sqrt{\frac{\rho g h}{\frac{1}{2}\rho(\alpha^2 - 1)}} = \sqrt{\frac{2gh}{\alpha^2 - 1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9.81 \cdot 0,01}{2^2 - 1}} = 0,256 \text{ m/s} \quad (1)$$

- 4- Calcul du débit volumique pour $D_A = 50 \text{ mm} = 0,05 \text{ m}$:

$$Q_v = S_A \cdot V_A = \frac{\pi D_A^2}{4} \cdot V_A = \frac{\pi (0,05)^2}{4} (0,256) = 0,0005 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 0,5 \frac{\text{l}}{\text{s}} \quad (1)$$