

Systèmes Forcés à un Degré de Liberté

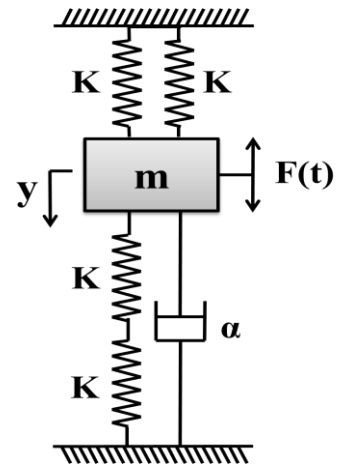
Exercice 1

Un système mécanique est constitué de masse $m=0.5 \text{ kg}$ et d'amortisseur de coefficient de frottement $\alpha = 2 \text{ kg/s}$ relié à des ressorts de même constante de raideur $K=20 \text{ N/m}$.

Le système est soumis à une excitation extérieure de mouvement

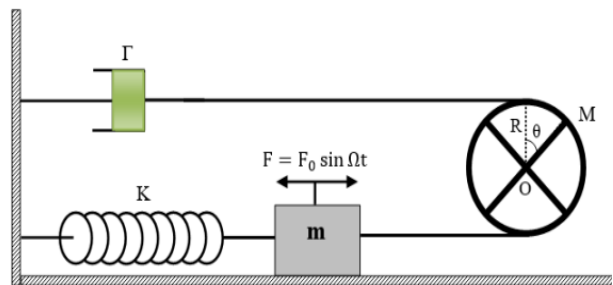
$$F(t) = F_0 \cos(\Omega t).$$

- 1- Calculer la constante de raideur équivalente K_{eq} .
- 2- Trouver l'énergie cinétique E_c , l'énergie potentielle E_p , et la fonction de dissipation E_D .
- 3- Trouvez le Lagrangien puis l'équation du mouvement.
- 4- Trouvez sa solution en régime permanent (Préciser son amplitude A et sa phase φ).
- 5- Donnez la condition de résonance et la pulsation de résonance Ω_R .



Exercice 2

Dans le système de la figure ci-contre, le disque de masse M et de rayon R peut tourner librement autour de son axe fixe. La masse m sur le plan horizontal est reliée à un ressort de raideur K et au disque par un fil inextensible et non glissant. Un amortisseur de coefficient Γ est également attaché au disque. Une excitation sinusoïdale $F(t) = F_0 \sin \Omega t$ est appliquée sur la masse m .



- 1- Ecrire l'équation différentielle en X pour ce système et donner sa solution (On cherche une solution de forme $X = A \sin(\Omega t - \Phi)$).
- 2- En déduire la fréquence de résonance Ω_R .
- 3- Représenter graphiquement la variation de l'amplitude A en fonction de Ω .
- 4- Si On enlève l'amortisseur, Que ce passe-t-il lorsque la valeur de $\Omega = \Omega_R$?

Systèmes Forcés à un Degré de Liberté

Exercice 3

Le système de la figure ci-dessous est constitué d'une tige de longueur L et de masse négligeable liée rigidement au centre O d'un disque circulaire homogène de masse M et de rayon R .

L'extrémité inférieure de la tige est reliée à un ressort de constante de raideur K et un amortisseur de coefficient de frottement visqueux α . Le système est soumis à une force extérieure $F_{\text{ext}} = F_0 \cos \Omega t$, tel que $\overline{OA} = a$.

On donne $J_{\text{disque}/O} = \frac{1}{2}MR^2$

A l'équilibre, la tige est verticale. Lorsque cette tige est écartée de la position d'équilibre puis lâchée sans vitesse initiale, le système effectue des oscillations de petite amplitude.

- 1- Calculer le Lagrangien du système.
- 2- Etablir l'équation différentielle du mouvement.
- 3- Trouver sa solution en régime permanent.

