TD N°3 : Gaz réels

Exercice I :

Des mesures du volume massique ($\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$) du dioxygène O_2 pour différentes valeurs de la température et de la pression fournissent les résultats suivants:

T(K) \ P (bar)	200	225	250	275	300
1,00000	0,51813	0,58346	0,64871	0,71389	0,77904
20,0000	0,024395	0,028051	0,031597	0,035073	0,038502

1. Comparer ces résultats expérimentaux avec ceux que l'on obtiendrait pour la pression avec une équation d'état approchée.
2. Donner l'écart relatif entre la valeur théorique et la valeur expérimentale.

Données : La masse molaire du dioxygène est : $M = 31,999 \text{ g/mol}$.

Gaz parfait ($R = 8,314 \text{ J/mol.K}$).

Équation de Van der Waals avec : $a = 0,170 \text{ Pa.m}^6 \cdot \text{mol}^{-2}$ et $b = 5,10 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}$.

Exercice II :

1. Calculer les coefficients thermo-élastiques (α , β et χ_T) pour un gaz parfait et pour un gaz réel de van der Waals :

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P ; \quad \beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V ; \quad \chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

Exercice III:

La différentielle dp de l'Azote à l'état gazeux, entre une pression 0 et 40 atmosphère, est donnée par l'expression suivante pour une mole

$$dP = -\frac{RT}{V^2} \left(1 + \frac{2A}{V} \right) dV + \frac{R}{V} \left(1 + \frac{A}{V} \right) dT$$

1. A partir de cette équation différentielle de la pression, déterminer l'équation d'état de ce gaz dans l'intervalle de pression considéré.
2. En utilisant l'équation trouvée précédemment, écrire le facteur de compressibilité ($Z = \frac{PV}{RT}$) sous la forme suivante : $(1 + \frac{A}{V})$.

Exercice IV : (Traité au niveau du cours)

Un gaz réel CO_2 obéit à l'équation de Berthelot :

$$\left(P + \frac{a}{TV^2} \right) (V - b) = RT$$

Avec : $a = 5,75 \cdot 10^4 \text{ S.I}$, $b = 9,73 \cdot 10^{-4} \text{ S.I}$, $R = 189 \text{ S.I}$ (P et V en unités S/I)

Pour une certaine température T_c (Température critique, l'isotherme correspondante dans le diagramme (P,V) admet en un point C une tangente horizontale avec un point d'inflexion.

1. En déduire la température T_C , la pression P_C et le volume V_c en fonction de a ; b et R .
2. Ecrire l'équation réduite de ce gaz en introduisant les coordonnées réduites P_r , V_r et T_r .

EXERCICES POUR ETUDIANTS

Exercice I :

Une mole de gaz de Van der Waals a pour équation d'état : $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$

Les coefficients thermo-élastiques pour un gaz quelconque sont :

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \quad \beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \quad X_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

1. Montrer la relation suivante : $\frac{X_T \cdot \beta}{\alpha} = \frac{1}{P}$ sachant que : $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right) \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right) \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right) = 1$
2. Déterminer les paramètres d'état du point critique (P_c , V_c et T_c).

Exercice II :

Considérons la détente d'une mole de CO_2 de 1 à 2 litres à 200 K. Calculer ΔU et ΔH lors de cette détente :

1. Le gaz étant considéré comme parfait
2. Le gaz obéissant à l'équation de Van der Waals : $\left(P + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = RT$
 V_m : Volume molaire ; $a = 3,592 \text{ L}^2 \cdot \text{atm} \cdot \text{mol}^{-2}$; $b = 0,04267 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$

Exercice III:

On considère une mole d'azote, obéissant à l'équation d'état de Van der Waals, occupe initialement le volume $V_1 = 25\text{L}$ à la température $T_1 = 300\text{K}$ et on le comprime jusqu'au volume $V_2 = 12,5\text{L}$ tels que PV est constante.

Avec : $a=0,13 \text{ SI}$ et $b=3,8 \cdot 10^{-5} \text{ SI}$, $U = C_V T - a/V_m$.

1. Calculer la pression initiale et finale du gaz.
2. Calculer le travail W et la quantité de chaleur Q échangés par le gaz avec l'extérieur au cours de cette compression.