

Les équations de Lagrange & Systèmes libres à un degré de liberté

Exercice N°1 :

Un mouvement vibratoire est caractérisé par le déplacement suivant :

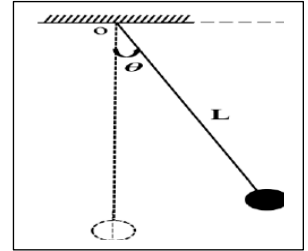
$$x(t) = 5 \cos \left(25t + \frac{\pi}{3} \right)$$

Où x en centimètres, t en secondes et la phase en radians.

- 1- Déterminer l'amplitude maximale.
- 2- Donner la pulsation propre, la fréquence et la période du mouvement.
- 3- Exprimer la phase initiale (déphasage à l'origine).
- 4- Calculer le déplacement, la vitesse et l'accélération aux instants t=0s et t=0.5s.

Exercice N°2 :

1- Déterminer l'équation de mouvement d'un pendule simple de la Figure ci-contre, constitué d'une masse m et fils de longueur l de masse négligeable pour des faibles oscillations par la méthode de Lagrange.



2- Quel est le nombre de degré de liberté. Justifier

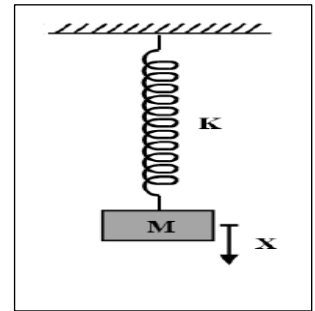
Exercice N°3 :

Un système mécanique est constitué d'un ressort de constante de raideur k relié à une masse ponctuelle M, oscille autour de sa position d'équilibre.

Données numériques :

$$M = 1.14 \cdot 10^{-26} \text{ kg}, K = 456 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, 1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$$

1. Déterminer l'énergie cinétique et potentielle ainsi que le Lagrangien du système.
2. Donner l'équation de mouvement et sa solution.
3. Calculer la pulsation propre ω_0 , la période propre T_0 et la fréquence propre f_0 .



Exercice n°04:

Dans la figure ci-contre, M et R représentent respectivement la masse et le rayon d'une poulie homogène de moment d'inertie $J = J = \frac{1}{2} MR^2$. A la poulie sont fixés un ressort de raideur k et un corps de masse m par un fil non élastique de masse négligeable. On néglige aussi la masse du ressort et le frottement autour de l'axe de la poulie. Si x est le déplacement vertical de la masse m.

Trouvez l'équation du mouvement et la pulsation propre du système.

