Université des Sciences et de la Technologie U.S.T.O.M.B
L1 chimie ING
Année scolaire 2023/2024
Algèbre 1

Fiche 1

Exercice 1.
Parmi les assertions, lesquelles sont vraies, lesquelles sont fausses !

1. Si l'homme est un quadrupède, alors il parle.
2. $(2 < 3)$ et $(2 \text{ divise } 4)$.
3. $(2 < 3)$ ou $(2 \text{ divise } 5)$.
4. non$(2 < 3)$ ou $(2 \text{ divise } 5)$.
5. $$\forall\, x \in \mathbb{R}, \exists\, y \in \mathbb{R} : 2x + y > 0$$
6. $$\exists\, x \in \mathbb{R}, \forall\, y \in \mathbb{R} : 2x + y > 0$$
7. $$\forall\, x \in \mathbb{R}, \forall\, y \in \mathbb{R} : 2x + y > 0$$
8. $$\forall\, x \in \mathbb{R}, \exists\, y \in \mathbb{R} : (2x + y > 0 \text{ ou } 2x + y = 0).$$
9. $$\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} : (2x + y > 0 \text{ et } 2x + y = 0).$$

Exercice 2.
Compléter avec $\forall$, $\exists$ pour que les énoncés suivants soient vrais.

1. $$\ldots x \in \mathbb{R}, (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$
2. $$\ldots x \in \mathbb{R}, x^2 - x - 2 = 0$$

Exercice 3.
Soient P, Q, R trois propositions logiques. A l'aide d'un tableau de vérité, prouver que :

— $$\overline{P \wedge Q} \Longleftrightarrow (\overline{P} \vee \overline{Q})$$

— $$(P \vee Q) \wedge R \Longleftrightarrow (P \wedge R) \vee (Q \wedge R)$$

— $$[(P \Longrightarrow Q) \wedge (Q \Longrightarrow R)]) \Longrightarrow (P \Longrightarrow R)$$

Exercice 4.
Soit a, b, c des réels. Écrire la négation des propositions suivantes :

1. $a \leq -2$ ou $a \geq 3$;
2. $a \leq 5$ et $a > -1$;

Exercice 5.
Montrer par récurrence les formules suivantes :

1. $$\sum_{k=1}^{n} 2^k = 2^{n+1} - 1$$

2. $$1 + 2 + 3 + \ldots + n = \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

3. $$1^2 + 2^2 + 3^2 \ldots + n^2 = \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

4. $$1^3 + 2^3 + 3^3 \ldots + n^3 = \sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

Exercice 6.
Soit n un entier naturel non nul. Montrer que si n^2 est pair, alors n est pair.
Exercice 7.
Démontrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un rationnel.