

Corrigé de l'Epreuve Terminale
 (Durée 90 minutes)

Exercice 1

- 1- Une expérience est dite *aléatoire* lorsqu'il est impossible de définir exactement le résultat à apparaître dans le futur avant de la réaliser. ----- 01,00
- 2- L'*ensemble fondamental* d'une expérience est l'ensemble de tous les résultats possibles.----- 01,00
- 3- Un *évènement* est tout sous-ensemble de l'ensemble fondamental.----- 01,00
- 4- Si Ω est un ensemble fondamental et E est un évènement dans Ω , alors sous certaine hypothèse, la *probabilité* de E a pour expression

$$P(E) = \frac{\text{Card}(E)}{\text{Card}(\Omega)} \text{ ----- } 01,00$$

Exercice 2

E_i : "On tire une boule blanche au $i^{\text{ème}}$ tirage" ; $i = 1, 2, 3$.

1- $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = ?$

$$\begin{aligned} P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) &= 1 - P(\overline{E_1} \cap \overline{E_2} \cap \overline{E_3}) \\ &= 1 - P(\overline{E_1})P(\overline{E_2}|\overline{E_1})P(\overline{E_3}|\overline{E_1} \cap \overline{E_2}) \quad \text{----- } 01,00 \\ &= 1 - \frac{6}{10} \frac{5}{10} \frac{4}{10} = 0,88 \quad \text{----- } 01,00 \end{aligned}$$

2- $P((E_1 \cap \overline{E_2} \cap \overline{E_3}) \cup (\overline{E_1} \cap E_2 \cap \overline{E_3}) \cup (\overline{E_1} \cap \overline{E_2} \cap E_3)) = ?$

$$\begin{aligned} P((E_1 \cap \overline{E_2} \cap \overline{E_3}) \cup (\overline{E_1} \cap E_2 \cap \overline{E_3}) \cup (\overline{E_1} \cap \overline{E_2} \cap E_3)) &= P(E_1 \cap \overline{E_2} \cap \overline{E_3}) + P(\overline{E_1} \cap E_2 \cap \overline{E_3}) \\ &\quad + P(\overline{E_1} \cap \overline{E_2} \cap E_3) \quad \text{----- } 01,00 \\ &= P(E_1)P(\overline{E_2}|\overline{E_1})P(\overline{E_3}|\overline{E_1} \cap \overline{E_2}) + \\ &\quad P(\overline{E_1})P(E_2|\overline{E_1})P(\overline{E_3}|\overline{E_1} \cap E_2) + \\ &\quad P(\overline{E_1})P(\overline{E_2}|\overline{E_1})P(E_3|\overline{E_1} \cap \overline{E_2}) \quad \text{----- } 01,00 \\ &= \frac{4}{10} \frac{7}{10} \frac{6}{10} + \frac{6}{10} \frac{5}{10} \frac{6}{10} + \frac{6}{10} \frac{5}{10} \frac{6}{10} \quad \text{----- } 01,00 \\ &= 0,528 \end{aligned}$$

3- $P(\overline{(E_1 \cap E_2 \cap E_3) \cup (\overline{E_1} \cap \overline{E_2} \cap \overline{E_3})}) = ?$

$$\begin{aligned}
 P\left(\overline{(E_1 \cap E_2 \cap E_3)} \cup \overline{(\overline{E_1} \cap \overline{E_2} \cap \overline{E_3})}\right) &= 1 - P\left((E_1 \cap E_2 \cap E_3) \cup (\overline{E_1} \cap \overline{E_2} \cap \overline{E_3})\right) \\
 &= 1 - P(E_1 \cap E_2 \cap E_3) - P(\overline{E_1} \cap \overline{E_2} \cap \overline{E_3}) \\
 &= 1 - P(E_1)P(E_2|E_1)P(E_3|E_1 \cap E_2) \\
 &\quad - P(\overline{E_1})P(\overline{E_2}|\overline{E_1})P(\overline{E_3}|\overline{E_1} \cap \overline{E_2}) \\
 &= 1 - \frac{4}{10} \frac{3}{10} \frac{2}{10} - \frac{6}{10} \frac{5}{10} \frac{4}{10} = 0,856
 \end{aligned}$$

Exercice 3

R : “Le signataire appartient à la classe à haut risque” ;

A : “Le signataire a eu un accident dans l’année qui suit l’établissement de son contrat”.

$$P(R) = 0,3; P(A|R) = 0,4; P(A|\overline{R}) = 0,2.$$

1- $P(A) = ?$

$$\begin{aligned}
 P(A) &= P(A|R)P(R) + P(A|\overline{R})P(\overline{R}) \\
 &= 0,4 \times 0,3 + 0,2 \times 0,7 = 0,26
 \end{aligned}$$

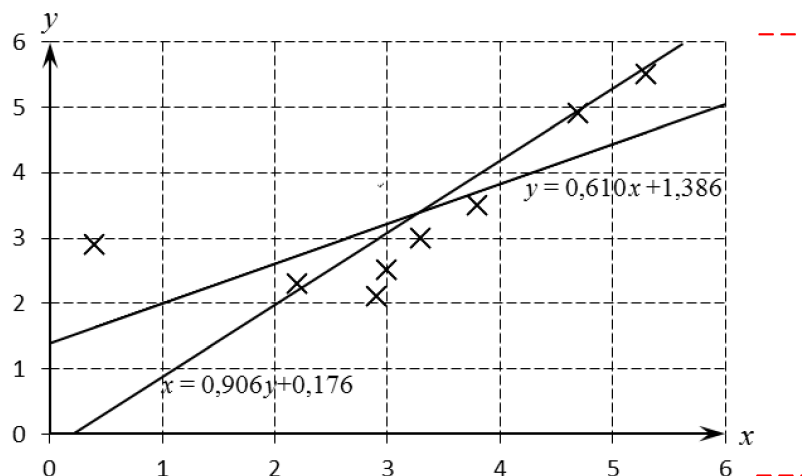
2- $P(\overline{R}|A) = ?$

$$\begin{aligned}
 P(\overline{R}|A) &= \frac{P(A|\overline{R})P(\overline{R})}{P(A)} \\
 &= \frac{0,2 \times 0,7}{0,26} \approx 0,538
 \end{aligned}$$

Exercice 4

x	5,3	2,9	0,4	4,7	3	3,3	3,8	2,2
y	5,5	2,1	2,9	4,9	2,5	3	3,5	2,3
f	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

1- Tracé du nuage de points dans un plan x - y



2- Droite de régression de y en fonction de x

$$y = a x + b$$

où

$$a = \frac{\text{cov}(X, Y)}{V_X} \text{ et } b = \bar{Y} - a \bar{X}$$

Soit donc

$$\begin{aligned}\bar{X} &= \sum_i f_i x_i \\ &= \frac{1}{8} 5,3 + \frac{1}{8} 2,9 + \frac{1}{8} 0,4 + \frac{1}{8} 4,7 + \frac{1}{8} 3 + \frac{1}{8} 3,3 + \frac{1}{8} 3,8 + \frac{1}{8} 2,2 \\ &= 3,200 \\ \bar{Y} &= \sum_i f_i y_i \\ &= \frac{1}{8} 5,5 + \frac{1}{8} 2,1 + \frac{1}{8} 2,9 + \frac{1}{8} 4,9 + \frac{1}{8} 2,5 + \frac{1}{8} 3 + \frac{1}{8} 3,5 + \frac{1}{8} 2,3 \\ &\approx 3,338\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_X &= \sum_i f_i x_i^2 - \bar{X}^2 \\ &\approx 2,000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}V_Y &= \sum_i f_i y_i^2 - \bar{Y}^2 \\ &= 1,345\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{cov}(X, Y) &= \sum_i f_i x_i y_i - \bar{X} \bar{Y} \\ &\approx 1,217\end{aligned}$$

$$y = 0,610 x + 1,386$$

3- Droite de régression de x en fonction de y

$$x = a y + b$$

où

$$a = \frac{\text{cov}(X, Y)}{V_Y} \text{ et } b = \bar{X} - a \bar{Y}$$

$$x = 0,906 y + 0,176$$

4- Coefficient de corrélation de X et Y

$$\rho(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{V_X} \sqrt{V_Y}}$$

$$\rho(X, Y) = 0,742$$