

Fiche TD n°02 : A STATISTIQUES – Corrigé

USTO-MB / Faculté de Chmie – 2025-2026

Module : Probabilités & Statistiques – LMD S3

Exercice n°1

1. La moyenne est 6.745 bonnes réponses

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^9 x_i n_i = \frac{2 \times 2 + 3 \times 6 + 4 \times 6 + 5 \times 9 + 6 \times 14 + 7 \times 19 + 8 \times 11 + 9 \times 8 + 10 \times 5}{80}$$

$$\bar{x} = 6.475$$

On calcule la variance en utilisant la formule

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^9 n_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

$$s^2 = \frac{1}{80} (2 \cdot 2^2 + 6 \cdot 3^2 + 6 \cdot 4^2 + 9 \cdot 5^2 + 14 \cdot 6^2 + 19 \cdot 7^2 + 11 \cdot 8^2 + 8 \cdot 9^2 + 5 \cdot 10^2) - 6.475^2$$

$$s^2 = 3.924375$$

La variance est donc 3.92.

2. Le mode est la valeur la plus fréquente, dans ce cas c'est 7.
3. Diagramme en bâtons

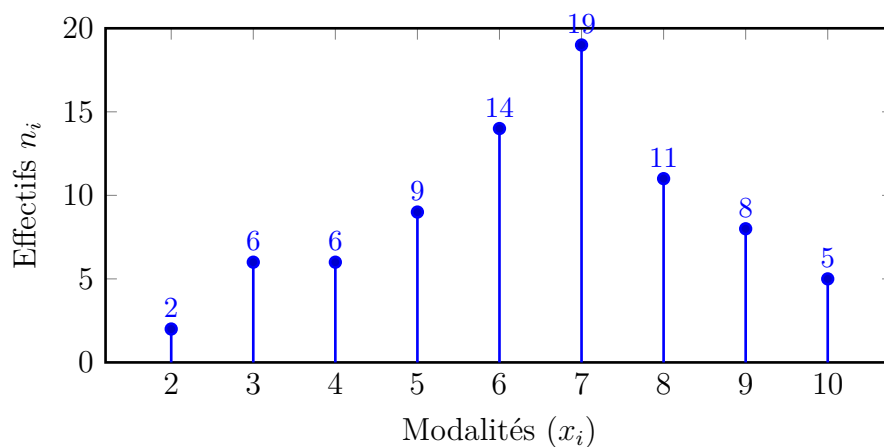


FIGURE 1 – Diagramme en bâtons – effectifs Ex.1

Exercice n°2

1. La moyenne est calculée en prenant les centres des classes 122.5, 127.5, 132.5 et 137.5 :

$$\bar{x} = \frac{122.5 \times 2 + 127.5 \times 6 + 132.5 \times 8 + 137.5 \times 4}{20} = 131cm$$

La taille moyenne des enfants est donc 131 cm.

2. La classe modale est $[130, 135[$.
3. Histogramme des effectifs

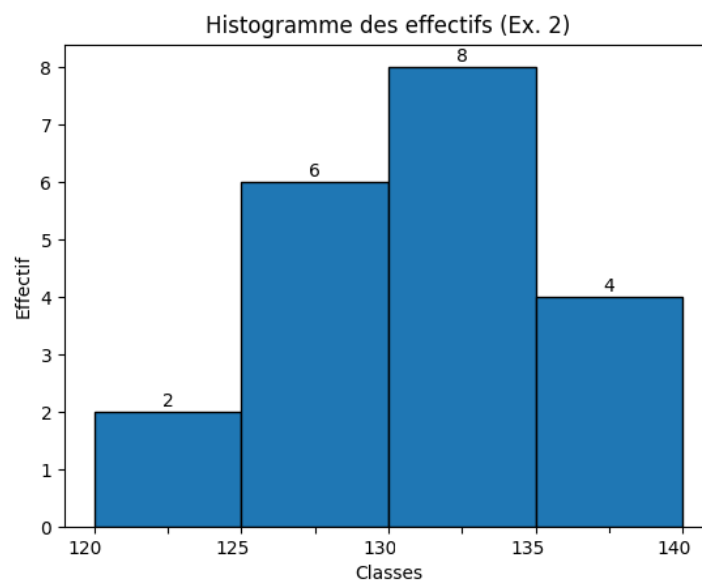


FIGURE 2 – Histogramme des effectifs (Ex.2)

Exercice n°3

1. La classe modale est $[90, 100[$
2. Milieux de classes

$$\begin{aligned}c_1 &= \frac{70 + 80}{2} = 75, \\c_2 &= \frac{80 + 90}{2} = 85, \\c_3 &= \frac{90 + 100}{2} = 95, \\c_4 &= \frac{100 + 110}{2} = 105, \\c_5 &= \frac{110 + 120}{2} = 115.\end{aligned}$$

Total des effectifs

$$N = 5 + 20 + 26 + 8 + 1 = 60.$$

Pour la moyenne

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum n_i c_i = \frac{5 \cdot 75 + 20 \cdot 85 + 26 \cdot 95 + 8 \cdot 105 + 1 \cdot 115}{60} = 93.33.$$

Pour la variance

$$\frac{1}{N} \sum n_i c_i^2 = \frac{5 \cdot 75^2 + 20 \cdot 85^2 + 26 \cdot 95^2 + 8 \cdot 105^2 + 1 \cdot 115^2}{60} = 8816.67.$$

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum n_i c_i^2 - \bar{x}^2 = 8816.67 - (93.33)^2 = 8816.67 - 8710.89 = 105.78.$$

Écart-type

$$s = \sqrt{s^2} \approx 10.29.$$

3. Histogramme des fréquences

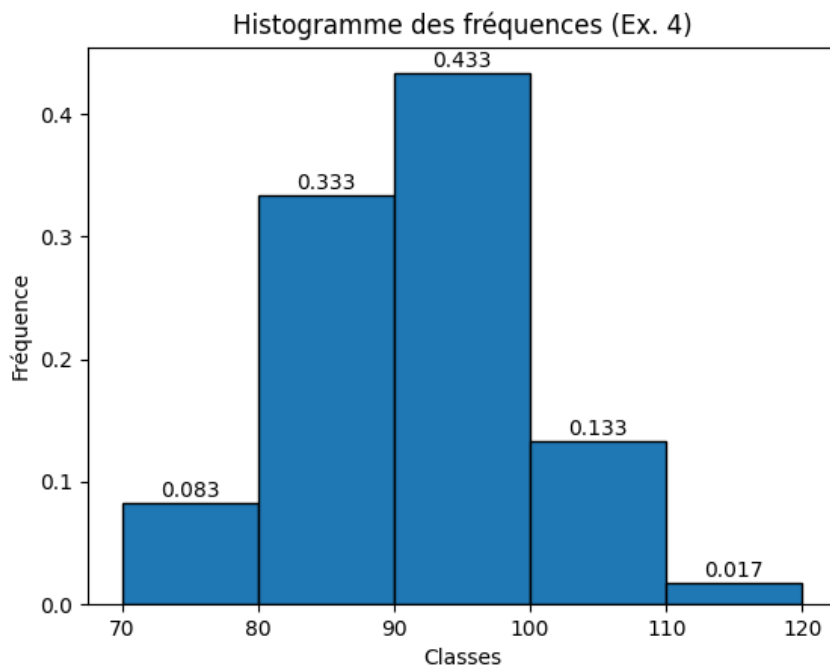


FIGURE 3 – Histogramme des fréquences (Ex.3)

Exercice n°4

1. Polygone des fréquences

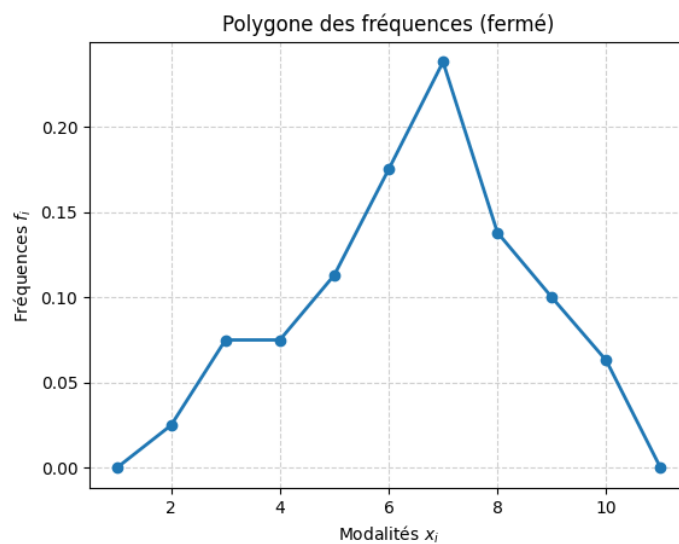


FIGURE 4

2. Courbe des fréquences cumulées

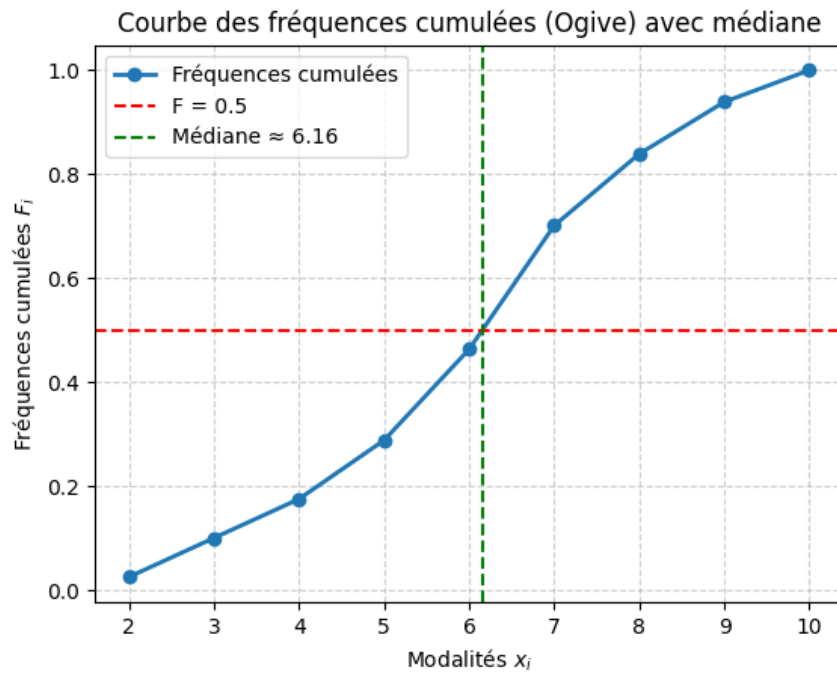


FIGURE 5

3. Lecture de la médiane : 6.16 bonnes réponses

4. Calcul de la moyenne

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^9 x_i n_i = \frac{2 \cdot 2 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 9 + 6 \cdot 14 + 7 \cdot 19 + 8 \cdot 11 + 9 \cdot 8 + 10 \cdot 5}{80} = \frac{526}{80} = 6.575$$

La moyenne est donc 6.6 bonnes réponses.

Calcul de la variance (forme développée)

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^9 n_i x_i^2 - \bar{x}^2$$

$$\sum n_i x_i^2 = 2 \cdot 2^2 + 6 \cdot 3^2 + 6 \cdot 4^2 + 9 \cdot 5^2 + 14 \cdot 6^2 + 19 \cdot 7^2 + 11 \cdot 8^2 + 8 \cdot 9^2 + 5 \cdot 10^2 = 3696$$

$$s^2 = \frac{3696}{80} - (6.575)^2 = 46.2 - 43.230625 = 2.969375$$

Écart-type

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{2.969375} \approx 1.723$$

Exercice n°5

1. La classe modale est $[25000, 30000[$
2. On prend le centre pour représenter chaque classe :

Pour la moyenne :

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^8 c_i n_i$$

$$\begin{aligned} c_1 &= 12500, & c_2 &= 17500, & c_3 &= 22500, & c_4 &= 27500, \\ c_5 &= 32500, & c_6 &= 37500, & c_7 &= 42500, & c_8 &= 47500. \end{aligned}$$

$$N = 2 + 8 + 14 + 21 + 16 + 12 + 5 + 2 = 80.$$

$$\sum_{i=1}^8 n_i c_i = 2 \cdot 12500 + 8 \cdot 17500 + 14 \cdot 22500 + 21 \cdot 27500 + 16 \cdot 32500 + 12 \cdot 37500 + 5 \cdot 42500 + 2 \cdot 47500 = 2\,335\,000.$$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^8 n_i c_i = \frac{2\,335\,000}{80} = 29\,187,5 \text{ DA.}$$

Pour la variance :

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^8 n_i c_i^2 - \bar{x}^2$$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^8 n_i c_i^2 = \frac{2 \cdot 12500^2 + 8 \cdot 17500^2 + 14 \cdot 22500^2 + 21 \cdot 27500^2 + 16 \cdot 32500^2 + 12 \cdot 37500^2 + 5 \cdot 42500^2 + 2 \cdot 47500^2}{80} = 913\,125\,000.$$

$$s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^8 n_i c_i^2 - \bar{x}^2 = 913\,125\,000 - (29\,187,5)^2 = 913\,125\,000 - 851\,910\,156,25 = 61\,214\,843,75.$$

Écart-type

$$s = \sqrt{s^2} \approx \sqrt{61\,214\,843,75} \approx 7\,823,99.$$

3. La courbe des fréquences cumulées

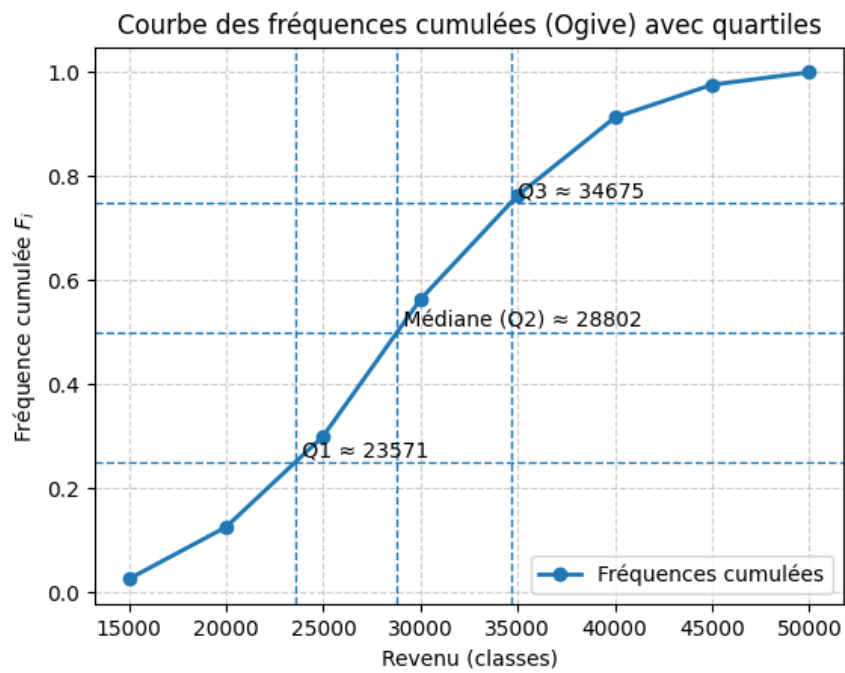


FIGURE 6

On peut lire les quartiles : $Q_1 = 23571$ DA, $Q_2 = 28802$ DA et $Q_3 = 36475$ DA.