

Partie A : Statistiques

Fiche de TD n°03 : Séries statistiques à deux variables

Exercice 1 : Tableau à double entrée

On classe 60 pièces en acier selon :

- **Type de traitement thermique** : T1, T2, T3
- **Niveau de défauts** : Faible, Moyen, Élevé

Traitement	Faible	Moyen	Élevé	Total
T1	12	8	2	22
T2	6	10	4	20
T3	3	9	6	18
Total	21	27	12	60

- Compléter le tableau des fréquences conjointes.
- Calculer les fréquences marginales (ligne et colonne).
- Calculer les fréquences conditionnelles :
 - $f(\text{Élevé}|\text{T1})$
 - $f(\text{T3}|\text{Faible})$
- Interpréter : quel traitement minimise les défauts élevés ?

Exercice 2 : Mesures sur un gaz parfait (linéarité parfaite)

On étudie la relation entre la **température** T (en K) et la **pression** P (en bar) d'un gaz parfait confiné dans un volume fixe (loi : $P = kT$ avec $k \approx 0,08314$) :

Échantillon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T (K)	300	310	320	330	340	350	360	370	380	390
P (bar)	24.94	25.77	26.60	27.44	28.27	29.10	29.93	30.76	31.60	32.42

TABLE 1 – Données expérimentales température-pression (gaz parfait)

- Calculer la **covariance** entre T et P . (Attendu : covariance positive élevée)
- Regrouper en classes (ex. : $T : [300-330[, [330-360[, [360-390[$; $P : [25-27[, [27-30[, [30-33[$) et calculer les **fréquences marginales** et **conditionnelles**.
- Tracer le **nuage de points** et la **droite de régression linéaire** par moindres carrés. (La droite passera **parfaitement** par tous les points!)
- Interpréter : Quelle est la relation physique observée ?

Exercice 3 : Porosité et Densité

On étudie 12 échantillons de céramique poreuse :

Porosité (%)	Densité (g/cm ³)
2.0	3.80
2.5	3.75
3.0	3.70
3.0	3.70
3.5	3.65
4.0	3.60
4.5	3.55
5.0	3.50
2.0	3.82
2.5	3.78
3.5	3.62
4.0	3.58

1. Calculer les moyennes $\bar{x}$, $\bar{y}$, et la covariance $\text{Cov}(X, Y)$.
2. Établir la droite de régression $y = ax + b$.
3. Quelle est la densité prédite pour une porosité de 3,2 % ?
4. Tracer le nuage de points et la droite.

Exercice 4 : Régression et Prédiction

On mesure la **dureté Brinell (HB)** et la **résistance à la fatigue (MPa)** de 8 échantillons d'acier trempé :

HB	Fatigue (MPa)
180	420
190	440
200	460
210	475
220	490
230	505
240	515
250	530

1. Calculer la covariance et la droite de régression $y = ax + b$.
2. Tracer le nuage de points et la droite.
3. Prédire la résistance à la fatigue pour $\text{HB} = 215$.
4. Calculer le coefficient de corrélation linéaire r (facultatif).
5. Interpréter la force de la relation.