

Partie B : Probabilités

Fiche de TD n°04 : Analyse Combinatoire et Algèbre des événements

1 Analyse Combinatoire

Exercice 1 – Séquence de contrôles non destructifs

Un laboratoire dispose de 4 techniques de CND : Ultrasons (U), Radiographie (R), Courants de Foucault (C), Magnétoscopie (M).

Pour chaque pièce à contrôler, on applique successivement **3 essais** (la même technique peut être répétée). Combien de séquences d'essais différentes peut-on programmer ?

Exercice 2 – Planning d'inspection

5 experts différents (E1, E2, E3, E4, E5) doivent inspecter une ligne de production sur 5 jours consécutifs (un expert par jour, aucun ne revient). L'ordre des visites est important. Combien de plannings différents sont possibles ?

Exercice 3 – Désignation d'un acier inoxydable (permutation avec répétition)

Un nouvel acier inoxydable est désigné par le code formé avec les ****9 lettres**** du mot **INOXDUPLEX**

Lettres : I, N, O, X, D, U, P, L, E, X

On constate que :

- la lettre **X** apparaît **2 fois**,
- la lettre **P** apparaît **2 fois**,
- toutes les autres lettres apparaissent une seule fois.

En utilisant **toutes** les lettres, combien de codes différents (mots distincts) peut-on former ?

Exercice 4 – Comité de validation

Dans un bureau d'études, on dispose de 10 ingénieurs spécialisés :

- 4 en métaux,
- 3 en polymères,
- 3 en céramiques.

On doit constituer une commission de **4 ingénieurs** avec la contrainte suivante : **au moins un spécialiste de chaque domaine** (métaux, polymères et céramiques).

Combien de commissions différentes peut-on former ?

Exercice 5 – Jetons

Un sac contient 5 jetons blancs et 8 jetons noirs. On suppose que les jetons sont discernables (numérotés par exemple) et on effectue un tirage de 6 jetons de ce sac.

1. On suppose que les jetons sont tirés successivement en remettant à chaque fois le jeton tiré.
 - (a) Donner le nombre de résultats possibles.
 - (b) Combien de ces résultats amènent :
 - i. exactement 1 jeton noir ?
 - ii. au moins 1 jeton noir ?
 - iii. au plus un jeton noir ?
 - iv. 2 fois plus de jetons noirs que de jetons blancs ?
2. Mêmes questions en supposant que les jetons sont tirés successivement sans remise.
3. Mêmes questions en supposant que les jetons sont tirés simultanément.

2 Algèbre des évènements

Exercice 1

Soit Ω l'univers et A, B, C des événements. Exprime à l'aide de $A, B, C, \cup, \cap, -$:

1. Seul A se réalise.
2. A et B se réalisent, mais pas C .
3. Les trois événements se réalisent.
4. Au moins l'un des trois se réalise.
5. Au moins deux se réalisent.
6. Aucun ne se réalise.
7. Au plus un se réalise.
8. Exactement deux se réalisent.

Exercice 2

On lance un dé tétraédrique numéroté 1 à 4.

- a) Définir l'univers Ω .
- b) Écrire les événements A “obtenir un nombre pair”, B “obtenir 3 ou 4”.
- c) Donner $A \cap B, A \cup B, \bar{A}$.

Exercice 3

Soit $\Omega = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, d, e, f\}$, $C = \{c, e, g, h\}$.

Donnez, puis calculez le nombre d'éléments pour :

1. $A \cap B$
2. $A \cup C$
3. $B \cap C$
4. $\bar{A}$
5. $A \cup B \cup C$
6. $(A \cup C) \cap \bar{B}$
7. Les éléments appartenant à exactement deux ensembles parmi A, B, C

Exercice 4

Soit E un ensemble de n éléments.

1. Combien de sous-ensembles de taille k existe-t-il ?
2. Pour deux sous-ensembles disjoints A et B : exprimer le cardinal de $A \cup B$
3. Pour A et B non disjoints : calculer $|A \cup B|$

Exercice 5

Dans une classe de 25 élèves : 10 font du foot, 15 du basket, 5 font les deux.

1. Écrire l'ensemble des élèves ne faisant qu'un sport
2. Ceux qui font au moins un sport
3. Ceux qui ne font aucun sport
4. Calculer les cardinaux