

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed BOUDIAF



Faculté d'Architecture et de Génie Civil

Département d'Hydraulique

Polycopié

Hydraulique Fluviale

Dr. BELHADRI MAZOURI ep.KOUADRI HABBAZ

Préface

Depuis très longtemps, les rivières ont émerveillé l'homme qui a essayé de les maîtriser pour les utiliser à diverses fins (l'irrigation, l'adduction d'eau potable, la production d'énergie hydroélectrique, le transport fluvial) tout en étant souvent incapable de les maîtriser.

Ce polycopié résulte de plusieurs années d'enseignements. Il regroupe l'essentiel des connaissances sur les écoulements à surfaces libres et s'adresse aux étudiants Master d'hydraulique.

L'objectif de ce cours d'hydraulique fluviale est de fournir les bases nécessaires à la compréhension des écoulements à surface libre. Cette compréhension joue un rôle primordial pour assurer une gestion responsable et concevoir des aménagements qui permettent de tirer profit des cours d'eau tout en préservant l'environnement des impacts négatifs.

Dans ce cours polycopié, l'étudiant sera confronté à la modélisation des écoulements à surface libre, en allant de l'écoulement uniforme aux écoulements graduellement et brusquement variés avec le ressaut hydraulique. Il apprendra à déterminer l'influence que peuvent avoir des singularités locales sur le niveau d'eau.

Afin de consolider les connaissances des étudiants, Chaque notion d'hydraulique est ponctuée par une série d'exercices permettant d'illustrer les concepts présentés.

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| Liste des figures | i |
| Liste des tableaux | ii |
| Chapitre I Généralités sur l'hydraulique fluviale | 1 |
| I.1 Introduction | 1 |
| I.2 Classification des écoulements à surface libre | 1 |
| I.2.1 Ecoulement Permanent (stationnaire) ou non-permanent (transitoire) | 1 |
| I.2.2 Ecoulement permanent uniforme ou non-uniforme (varié) | 2 |
| I.3 Régime d'écoulement | 2 |
| I.4 Notion de canal | 3 |
| I.4.1 Canaux artificiels | 3 |
| I.4.2 Canaux naturels | 3 |
| I.5 Eléments géométriques et hydrauliques d'un canal | 6 |
| I.5.1 La Section transversale | 7 |
| I.5.2 La surface mouillée (A) | 7 |
| I.5.3 Le périmètre mouillé (P) | 7 |
| I.5.4 Le rayon hydraulique | 7 |
| I.5.5 La largeur au miroir | 7 |
| I.5.6 La profondeur hydraulique D_h | 7 |
| I.5.7 Débit – vitesses dans une section du canal | 8 |
| I.5.8 Répartition de la pression | 8 |
| I.6 Exercices | 9 |
| Chapitre II Ecoulement permanent uniforme | 10 |
| II.1 Introduction | 10 |
| II.2 Définitions et hypothèses de l'écoulement uniforme | 10 |
| II.3 Equation d'écoulement | 11 |
| II.4 Notions de rugosité | 14 |

| | |
|---|-----------|
| II.5 Sections composés ou hétérogènes | 17 |
| II.5.1 Section composée | 17 |
| II.5.2 Sections hétérogènes | 17 |
| II.6 Calcul de l'écoulement uniforme | 19 |
| II.6.1 Calcul du débit | 19 |
| II.6.2 Calcul de la profondeur normale (uniforme) | 20 |
| II.7 Profil de débit maximale ou forme de section la plus avantageuse | 23 |
| II.7.1 Forme trapézoïdale | 24 |
| II.7.2 Forme rectangulaire | 25 |
| II.7.3 Section demi circulaire | 26 |
| II.8 Exercices | 28 |
| Chapitre III Notion d'énergie spécifique et régime critique | 30 |
| III.1 Définition de l'énergie spécifique | 30 |
| III.2 Variation de l'énergie spécifique | 31 |
| III.2.1 Variation de Q en fonction de h pour une charge spécifique E donnée | 31 |
| III.2.2 Variation de E en fonction de h pour un débit Q donné | 33 |
| III.3 Régime critique | 35 |
| III.3.1 Définition | 35 |
| III.3.2 Formule du régime critique | 35 |
| III.3.2.1 Section quelconque | 36 |
| III.3.2.2 Section trapézoïdale | 36 |
| III.3.2.3 Section rectangulaire | 37 |
| III.4 Régime fluvial et régime torrentiel | 38 |
| III.5 Exercices | 40 |
| Chapitre IV Ecoulement non uniforme graduellement varié -Courbes de remous | 41 |
| IV.1 Définition | 41 |
| IV.2 Modélisation de l'écoulement graduellement t varié | 41 |
| IV.2.1 Variation de l'énergie | 41 |
| IV.2.2 Equation fondamentale de l'écoulement graduellement varié | 43 |

| | |
|--|-----------|
| IV.3 Etude de la surface libre pour une pente positive | 45 |
| IV.3.1 Classification des courbes de remous | 45 |
| IV.3.2 Méthode de calcul des courbes de remous | 49 |
| IV.5 Exercices | 50 |
| Chapitre V Ecoulement brusquement varié (ressaut hydraulique) | 51 |
| V.1 Définition du ressaut hydraulique | 51 |
| V.2 Ressaut hydraulique classique | 52 |
| V.3 Classification de ressaut | 52 |
| V.4 Profondeurs conjuguées | 54 |
| V.5 Hauteur du ressaut | 55 |
| V.6 Longueurs caractéristiques du ressaut | 55 |
| V.4.1 Longueur du rouleau | 55 |
| V.4.2 Longueur du ressaut | 56 |
| V.7 Perte d'énergie dans le ressaut hydraulique | 56 |
| V.8 Rendement du ressaut | 58 |
| V.9 Bassin d'amortissement | 58 |
| V.10 Application du ressaut hydraulique | 59 |
| V.11 Exercices | 60 |
| Bibliographie | 61 |

Liste des figures

| | | |
|--------------|--|----|
| Figure I.1 | Eléments géométriques de la section | 6 |
| Figure II.1 | Ecoulement uniforme dans un canal prismatique | 11 |
| Figure II.2 | Forces exercées dans un écoulement à surface libre | 12 |
| Figure II.3 | Section composée | 17 |
| Figure II.4 | Section hétérogène | 18 |
| Figure II.5 | Forme trapézoïdale | 24 |
| Figure II.6 | Forme rectangulaire | 25 |
| Figure II.7 | Section demi circulaire | 26 |
| Figure III.1 | Energie spécifique | 30 |
| Figure III.2 | Section mouillée | 32 |
| Figure III.3 | Variation de Q en fonction de h pour une charge spécifique E constante | 33 |
| Figure III.4 | Variation de E en fonction de h pour un débit Q donné | 35 |
| Figure IV.1 | Diagramme d'énergie pour un écoulement non uniforme | 42 |
| Figure IV.2 | Evolution de l'énergie en fonction de la profondeur pour une faible pente. | 42 |
| Figure IV.3 | Evolution de l'énergie en fonction de la profondeur pour une pente forte | 43 |
| Figure IV.4 | Ecoulement non permanent graduellement varié | 44 |
| Figure IV.5 | Courbes de remous pour une faible pente (type M) | 47 |
| Figure IV.6 | Courbes de remous pour une faible pente (type S) | 47 |
| Figure IV.7 | Courbes de remous en régime critique | 49 |
| Figure V.1 | Ressaut hydraulique | 51 |
| Figure V.2 | Ressaut hydraulique au pied d'un barrage-déversoir | 52 |
| Figure V.3 | Classification des ressauts | 53 |
| Figure V.4 | Dissipation d'énergie | 56 |
| Figure V.5 | Schéma de principe d'un bassin d'amortissement | 59 |

Liste des tableaux

| | | |
|---------------|---|----|
| Tableau II.1 | Vitesse maximale admissible d'écoulement | 14 |
| Tableau II.2 | Coefficient Strickler | 15 |
| Tableau II.3 | Valeurs du coefficient n de Manning pour les cours d'eau naturels et canaux artificiels | 16 |
| Tableau III.1 | Régimes d'écoulements | 39 |
| Tableau IV.1 | Variation de l'énergie en fonction de la profondeur pour une faible pente. | 42 |
| Tableau IV.2 | Variation de l'énergie en fonction de la profondeur pour une pente forte. | 43 |

Chapitre I Généralités sur l'hydraulique fluviale

I.1 Introduction

L'hydraulique fluviale concerne les rivières ou les rivières torrentielles. En hydraulique fluviale, nous pouvons considérer indépendamment la phase liquide et la phase solide, certes en tenant compte de l'évolution de la topographie due au transport solide (coefficient de rugosité).

L'écoulement de l'eau dans un lit ouvert (rivière) qui a lieu sous l'action des forces de gravités est appelé écoulement à surface libre. C'est-à-dire le courant est en contact avec l'air sous pression atmosphérique. Lorsqu'on choisit une telle approche à la notion du lit ouvert, on peut y rapporter les cas de l'écoulement de l'eau dans les tuyaux au remplissage plein mais non en charge ou partiel de ces derniers.

I.2 Classification des écoulements à surface libre

Les écoulements sont définis selon la variabilité des caractéristiques hydrauliques en fonction du temps et de l'espace.

I.2.1 Ecoulement Permanent (stationnaire) ou non-permanent (transitoire)

Le régime permanent désigne un écoulement dont les caractéristiques ne varient pas dans le temps.

Le régime stationnaire désigne un écoulement dont les caractéristiques ne varient pas dans le temps sur le laps de temps considéré.

En réalité un tel écoulement n'existe pas mais selon la longueur de rivière et le laps de temps considérés, il est très souvent valide de faire l'hypothèse de permanence du régime.

Le régime est dit non-permanent ou transitoire lorsque les paramètres de l'écoulement varient dans le temps.

1.2.2 Écoulement permanent uniforme ou non-uniforme (varié)

Un écoulement permanent est en outre uniforme quand les caractéristiques géométriques du canal sont constantes tout au long du tronçon considéré. Dès que l'une des caractéristiques de l'écoulement en régime permanent présente une variation dans l'étendue du tronçon étudié, le régime est dit varié ou non uniforme.

On distingue le régime graduellement varié, pour lequel les caractéristiques de l'écoulement varient lentement dans l'espace, du régime rapidement varié, pour lequel elles varient rapidement.

I.3 Régime d'écoulement

Les écoulements à surface libre, de même que les écoulements en charge, sont caractérisés par le nombre de Reynolds, qui exprime l'action des forces de viscosité.

Un écoulement est dit laminaire (ou tranquille) lorsque les filets liquides qui le composent sont tous droits et parallèles entre eux. Inversement, un écoulement est dit turbulent lorsque les filets d'eau ont tendance à s'entrechoquer dans des tourbillons de distribution aléatoire, générant une agitation interne. Ces deux régimes sont séparés par un régime de transition pour différencier les régimes d'écoulement entre eux, Reynolds a développé un nombre adimensionnel qui est le Nombre de Reynolds.

Le nombre de Reynolds en rivière s'écrit :

$$R_e = \frac{4 V R}{\nu} \quad (I.1)$$

où ν est la viscosité cinématique (10^{-6} m²/s à 20°C), V est la vitesse moyenne dans la section (m/s) et R est le rayon hydraulique.

Les expériences avec différents canaux artificiels montrent que l'écoulement est turbulent dès que le nombre de Reynolds atteint des valeurs de 2000.

Selon Basu (2019), il existe trois catégories d'écoulement : $Re < 2000$ (2300): laminaire; $2000 < Re < 4000$: transitionnel; et $Re > 4000$: écoulement turbulent

Les écoulements sont également fonction du paramètre sans dimensions qui traduit

l'influence de la pesanteur et que l'on appelle nombre de Froude.

Par définition, un écoulement dont le nombre de Froude est inférieur à 1 est dit fluvial, sinon il est dit torrentiel. Lors d'un écoulement en régime fluvial, c'est l'aval qui pilote l'écoulement, lors d'un écoulement en régime torrentiel, c'est l'amont seul qui influence l'écoulement. Au nombre de Froude critique égale 1 correspond un tirant d'eau particulier h_c appelé hauteur d'eau critique.

I.4 Notion de canal

Un canal est une conduite dans laquelle l'eau circule en présentant une surface libre. La position de cette surface libre n'est pas fixée à priori, et la géométrie de l'écoulement n'est donc pas connue. A la surface libre la pression est égale à la pression atmosphérique.

Un canal dont la section ne varie pas et dont la pente longitudinale et la rugosité restent constantes, la hauteur d'eau pouvant cependant varier, ce canal est alors appelé canal prismatique; sinon on l'appelle canal non prismatique.

On distingue deux catégories de canaux : les canaux naturels (rivières) et les canaux artificiels.

I.4.1 Canaux artificiels

Un canal artificiel est un cours d'eau réalisé par l'homme. On distingue les canaux découverts (canaux de navigation, d'adduction et d'évacuation, d'irrigation et de drainage) et les canaux couverts (tunnels hydrauliques, aqueducs, drains, égouts).

I.4.2 Canaux naturels

Les canaux naturels sont les cours d'eau qui existent naturellement.

On distingue les rivières et les torrents :

a- Les rivières

Les rivières ont une pente inférieure à 1%

b- Les rivières torrentielles

Les rivières torrentielles ont une pente comprise entre 1 et 6 %

c- Les torrents

Les torrents ont une pente supérieure à 6 %.

L'hydraulique fluviale concerne les rivières et les rivières torrentielles et l'hydraulique torrentielle, qui n'est pas l'objet de ce cours, étudie les torrents.

I.4.2.1 Classification des rivières

Les rivières peuvent être classées :

Selon le régime de l'écoulement

Ce classement est basé sur la distribution annuelle du débit dans la rivière, lorsque l'écoulement a lieu toute l'année, ce type de cours d'eau est appelé pérenne.

Lorsque l'écoulement n'est pas permanent la rivière est appelée intermittente ou saisonnière. Les rivières sont dites éphémères quand l'écoulement n'a lieu qu'en réponse directe à des précipitations.

Selon le régime hydrologique

Ce classement prend en compte l'origine des débits d'écoulement. Quand la principale origine de l'eau est due à la fonte des glaciers, le régime hydrologique est appelé glaciaire par contre quand l'origine des débits est les pluies, le régime hydrologique est pluvial.

D'autres rivières peuvent présenter des régimes mixtes, glaciaire-nival ou nivo-pluvial

□ **Selon le régime d'écoulement**

Les écoulements peuvent être de type fluvial (subcritique) ou torrentiel (supercritique) l'écoulement fluvial se distingue par une surface d'eau plus calme que l'écoulement en régime torrentiel. Les torrents ont des pentes élevées par contre les fleuves ont des pentes faibles.

□ **Selon le substrat**

Les cours d'eau peuvent être classés en fonction du matériau qui compose leurs lits. On distingue le lit rocheux et le lit alluvial.

□ **Selon l'influence humaine**

Les cours d'eau selon le niveau d'intervention humaine qu'ils ont subi.

Il existe des rivières à l'état naturel, Les rivières peuvent être complètement régularisées,

I.4.2.2 Morphologie fluviale

Les cours d'eau sont classés selon trois types de morphologie.

1. Les torrents
2. Les rivières en tresses
3. Les rivières à méandres

I.3.2.3 L'écosystème fluvial

Les systèmes fluviaux sont complexes. Des sédiments de différentes tailles peuvent coexister sur la même section.

Des régions avec des vitesses d'écoulement différentes. De plus, de la végétation est toujours présente sur les rivières, dans son lit et sur ses berges.

Cette végétation conditionne l'écoulement mais inversement, l'écoulement est aussi déterminant pour le type de végétation qui va occuper l'espace fluvial.

Outre la végétation, il existe aussi la faune, de toutes tailles exerçant aussi un rôle sur les écoulements.

I.5 Eléments géométriques et hydrauliques d'un canal

Nous allons définir les grandeurs géométriques (fig. I 1) les plus utilisées permettant de caractériser l'écoulement.

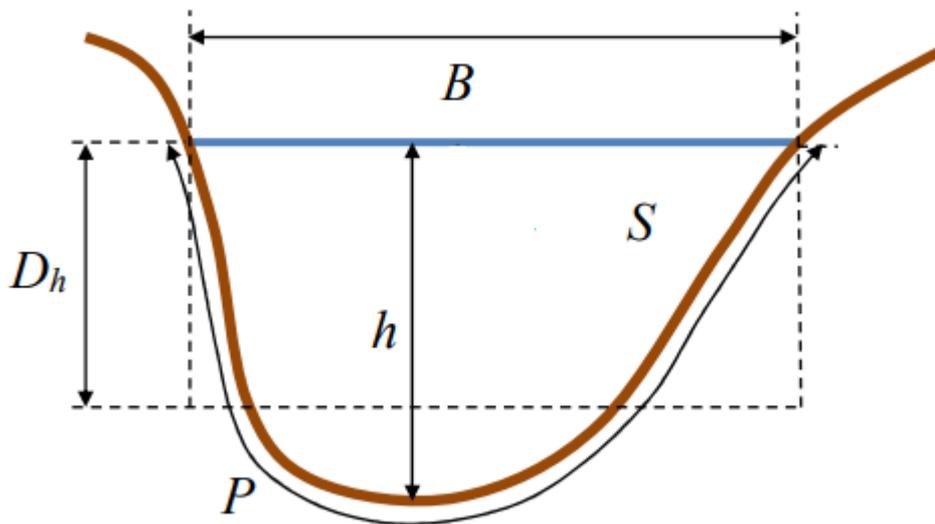


Fig. I.1 Eléments géométriques de la section

I.5.1 La Section transversale

Elle est la section perpendiculaire à l'axe de la rivière. L'ensemble de plusieurs sections transversales, unies par la pente longitudinale, définit la forme simplifiée d'une rivière. Certaines sections sont composées d'un lit mineur et d'un lit majeur.

I.5.2 La surface mouillée (A)

La surface mouillée est la portion de la section occupée par le fluide dans la section du canal.

Un canal dont la section, la pente et la rugosité ne varient pas suivant le sens de l'écoulement est appelé canal prismatique.

I.5.3 Le périmètre mouillé (P) est formé par la longueur de la ligne de contact entre la surface mouillée et les parois de la section (la largeur de la surface libre n'entre pas en compte).

I.5.4 Le rayon hydraulique

Le rayon hydraulique est donné par l'équation (I.2):

$$R = \frac{A}{P} \quad (\text{I.2})$$

I.5.5 La largeur au miroir ou largeur superficielle (B) est la largeur du canal au niveau de la surface libre.

I.5.6 La profondeur hydraulique D_h est donnée par l'équation (I.2):

$$D_h = \frac{S}{B} \quad (\text{I.3})$$

I.5.7 Débit – vitesses dans une section du canal

Le débit Q (m^3/s) est le volume d'eau qui traverse une section droite par unité de temps.

La vitesse moyenne V (m/s) est le rapport du débit Q par la section mouillée A .

$$V = \frac{Q}{A} \quad (\text{I.4})$$

La vitesse du liquide varie sur la section transversale et elle présente généralement un maximum à une profondeur comprise entre $0,05 D$ et $0,25 D$ de la surface

I.5.8 Répartition de la pression

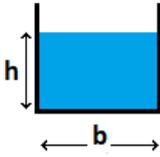
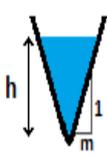
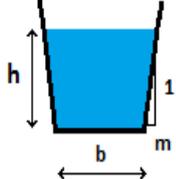
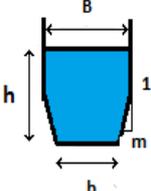
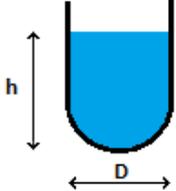
Pour un écoulement uniforme, lorsque la vitesse moyenne V est constante et les lignes de courant sont sensiblement rectilignes, la répartition de la pression est hydrostatique dans la section droite du canal.

Pour un écoulement non uniforme, à courbure convergente ou divergente, il existe une accélération qui provoque une force d'inertie.

La répartition de la pression n'est plus hydrostatique. Pour un courant extérieurement concave, la force centrifuge augmente les pressions; pour un courant convexe, cette force diminue les pressions. Dans le dernier cas, elle peut même les rendre inférieures à la pression atmosphérique.

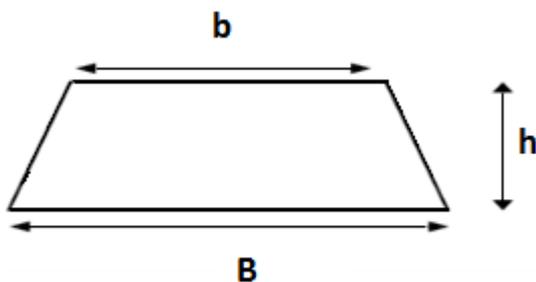
I.6 Exercices

Exercice 1 : Remplir le tableau suivant

| | | | | | |
|------------------------------|---|---|---|---|---|
| |  |  |  |  |  |
| Surface A | | | | | |
| Périmètre mouillé P | | | | | |
| Rayon hydraulique | | | | | |
| Largeur au miroir B | | | | | |
| Profondeur hydraulique D_h | | | | | |

Exercice 2

Soit le trapèze suivant :



Avec $b = 3 \text{ m}$, $B = 5 \text{ m}$, $H = 2 \text{ m}$.

Que vaut l'air de ce trapèze ?

Exercice 3

Déterminer le rayon hydraulique d'une conduite circulaire pleine de diamètre D .

Chapitre II Ecoulement permanent uniforme

II.1 Introduction

Les écoulements à surface libre peuvent être permanents, non permanents, uniformes et non uniformes. L'écoulement uniforme est le modèle de référence le plus simple. On trouve ce genre d'écoulement par exemple dans les canaux d'irrigation. La ligne de fond, la surface libre et la ligne de charge sont parallèles.

II.2 Définitions et hypothèses de l'écoulement uniforme

Nous appellerons « écoulement permanent uniforme » un écoulement qui vérifie les deux conditions suivantes :

- Permanent : l'écoulement ne varie pas dans le temps ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$) ce qui implique que le débit est constant le long du cours d'eau ($\frac{\partial Q}{\partial x} = 0$)
- Uniforme : La profondeur de l'eau est constante partout ($\frac{\partial h}{\partial x} = 0$), l'air mouillé, le périmètre mouillé, etc. sont constants ($\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x} = 0$) et la vitesse moyenne est constante ($\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q}{A} \right) = 0$)

L'application de l'équation de Bernoulli entre les sections 1 et 2 (fig. II.1), nous permet d'écrire :

$$Z_1 + \alpha \frac{V^2}{2g} = Z_2 + \alpha \frac{V^2}{2g} + J_{12} \quad (\text{II.1})$$

Le coefficient α est appelée coefficient de l'énergie cinétique ou coefficient de Coriolis (Carlier, 1980) qui, pour la plupart des écoulements, est pris égale à 1.

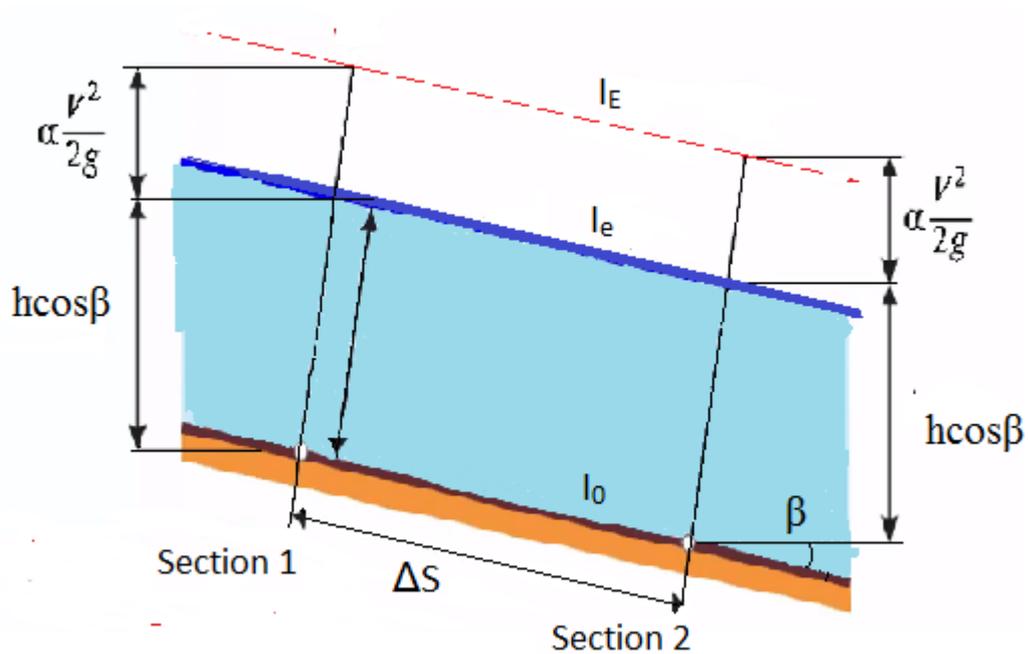


Fig. II.1 Ecoulement uniforme dans un canal prismatique

Comme la profondeur est constante et la vitesse est constante, la ligne du fond, de l'eau et de l'énergie sont parallèle. Donc on déduit que la pente du fond (I_0), la pente de la surface libre (I_e) et la pente de la ligne d'énergie (I_E) sont égales

$$I_0 = I_e = I_E = \sin \beta \quad (\text{II.2})$$

II.3 Equation d'écoulement

Considérons un volume de contrôle (fig. II.2) de longueur ΔS

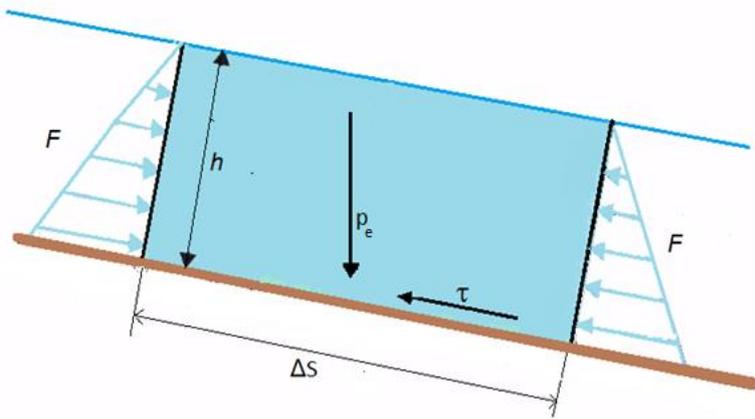


Fig. II.2 Forces exercées dans un écoulement à surface libre

Les forces qui s'exercent sur la section du contrôle sont

- Le poids de l'eau : $P_e = \gamma A \Delta S$
où γ est le poids volumique, A est l'aire mouillée et ΔS est la longueur du volume du contrôle.
On ne considère que la composante longitudinale qui est égale à $P_e \sin\beta$ puisque c'est cet équilibre là que nous allons écrire.
- Les forces de frottements ($\tau = K_f V^2 P \Delta S$) qui sont proportionnelles au périmètre mouillé P et à la longueur ΔS qui représente la surface latérale sur laquelle s'exerce le frottement.
- Les forces de pressions de part et d'autre de la section du canal qui s'annulent entre elles (forces de pression, du fait que la profondeur est la même à l'amont et à l'aval du volume de contrôle, elles sont en équilibre entre elles) et donc nous pouvons les supprimer de notre raisonnement.

Les forces qui restent sont le poids propre et les frottements qui sont en équilibre car l'écoulement n'est pas accéléré et il n'est pas décéléré (accélération nulle) et donc la somme des forces qui s'exercent sur le volume de contrôle est égale à zéro.

Nous pouvons écrire l'égalité : $K_f V^2 P \Delta S = \gamma A \Delta S I_0$

Ce qui implique que la vitesse est égale à :

$$V^2 = \frac{\gamma A I_0 \Delta S}{K_f P \Delta S} \quad (\text{II.3})$$

où K_f est la constante de proportionnalité.

Etant donné que le rayon hydraulique est égale à : $R = \frac{A}{P}$

En simplifiant par ΔS et en remplaçant le rayon hydraulique par son expression dans l'équation (II.3), on en déduit la vitesse V (eq. II.4).

$$V = \sqrt{\frac{\gamma}{K_f}} \sqrt{R I_0} \quad (\text{II.4})$$

Nous retrouvons l'équation de Chézy :

$$V = C \sqrt{R I_0} \quad (\text{II.5})$$

Dans cette équation, C , est un coefficient, appelé le coefficient de Chézy. Il tient compte de la rugosité du canal, de sa forme et des conditions d'écoulement et devant être déterminé par expérience. Plusieurs auteurs ont proposé des quantifications de C , parmi lesquels Kutter, Bazin, Manning-Strickler, etc.

La formule de Manning-Strickler est considérée comme une bonne approximation de la réalité.

L'équation (II.5) donne l'expression du coefficient C en fonction de n .

$$C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}} \quad (\text{II. 5})$$

L'équation (II.6) donne l'expression du coefficient C en fonction de K.

$$C = K R^{\frac{1}{6}} \quad (\text{II. 6})$$

où K est le coefficient de Strickler ($\text{m}^{1/3}\text{S}^{-1}$) et n ($n = 1/K$) est le coefficient de Manning.

D'un point de vue pratique, la vitesse dans les canaux doit être limitée pour éviter l'érosion des parois. A titre d'exemple, quelques valeurs maximales recommandées sont indiquées ci-dessous (tableau II.1).

Tableau II.1 Vitesse maximale admissible d'écoulement

| Nature des parois | Vitesse maximale admissible (m/s) |
|-------------------|-----------------------------------|
| Terres glaises | 0,2 |
| Sable fin | 0,3 |
| Film plastique | 0,6 – 0,9 |
| Limon | 0,8 – 1 |
| Gravier | 1,1 |
| Béton | 2 – 3 |

II.4 Notions de rugosité

La rugosité est essentielle puisque c'est elle qui gouverne l'écoulement (vitesse, débit) dans la section de rivière ou du canal.

Cette valeur de n est tabulée. Elle dépend de la nature des parois et aussi de leur état.

Le tableau II.2 donne quelques grandeurs du coefficient de Strickler pour les différents types de canaux

Tableau II.2 Coefficient de Strickler

| Nature des parois | Valeur de K en $m^{1/3}/s$ |
|--|----------------------------|
| Béton lisse | 60 |
| Canal en terre, non enherbé | 50 |
| Canal en terre, enherbé | 35-40 |
| Rivière de plaine, sans végétation arbustive | 30 |
| Rivière de plaine, large, végétation peu dense | 10-15 |
| Rivière à berges étroites très végétalisées | 20-30 |
| Lit majeur en prairie | 10-15 |
| Lit majeur urbanisé | 10-15 |
| Lit majeur en forêt | < 10 |

Le tableau II.3 présente les valeurs de n pour des canaux artificiels et des cours d'eau naturels.

- Les coefficients de frottement sont valables à condition que tout le périmètre mouillé ait la même rugosité, on dit alors que la section mouillée est homogène.
- Par fois la rugosité du fond et celle des parois pourrait être différente. Pour des sections à périmètre mouillé non homogène, il faut alors calculer un coefficient de frottement équivalent.

Tableau II.3 Valeurs du coefficient n de Manning pour les cours d'eau naturels et canaux artificiels (<https://sites.uclouvain.be/didacticiel>)

| Nature des surfaces | Etats des parois | | | |
|--|------------------|--------|-----------|---------|
| | Parfait | Bon | Assez bon | Mauvais |
| A) Canaux artificiels | | | | |
| Ciment lissé | 0,01 | 0,011 | 0,012 | 0,013 |
| Mortier de ciment | 0,011 | 0,012 | 0,013 | 0,015 |
| Aqueducs en bois raboté | 0,01 | 0,012 | 0,013 | 0,014 |
| Aqueducs en bois non raboté | 0,011 | 0,013 | 0,014 | 0,015 |
| Canaux revêtus de béton | 0,012 | 0,014 | 0,016 | 0,018 |
| Moëllons bruts | 0,017 | 0,02 | 0,025 | 0,03 |
| Pierres sèches | 0,025 | 0,03 | 0,033 | 0,035 |
| Moëllons dressés | 0,013 | 0,014 | 0,015 | 0,017 |
| Aqueducs métalliques à section demi-circulaire lisse | 0,011 | 0,012 | 0,013 | 0,015 |
| Aqueducs métalliques à section demi-circulaire plissée | 0,0225 | 0,025 | 0,0275 | 0,030 |
| Canaux en terre droits et uniformes | 0,017 | 0,020 | 0,0225 | 0,025 |
| Canaux avec pierres, lisses et uniformes | 0,025 | 0,030 | 0,033 | 0,035 |
| Canaux avec pierres, rugueux et irréguliers | 0,035 | 0,040 | 0,045 | - |
| Canaux en terre à larges méandres | 0,0225 | 0,025 | 0,0275 | 0,030 |
| Canaux en terre dragués | 0,025 | 0,0275 | 0,030 | 0,033 |
| Canaux à fond en terre, côtés avec pierres | 0,028 | 0,030 | 0,033 | 0,035 |
| B) Cours d'eau naturels | | | | |
| 1) Propres, rives en ligne droite | 0,025 | 0,0275 | 0,030 | 0,033 |
| 2) Idem 1 avec quelques herbes et pierres | 0,030 | 0,033 | 0,035 | 0,040 |
| 3) Avec méandres, avec quelques étangs et endroits peu profonds, propres | 0,035 | 0,040 | 0,045 | 0,050 |
| 4) Idem 3, l'eau à l'étiage, pente et sections plus faibles | 0,040 | 0,045 | 0,050 | 0,055 |
| 5) Idem 3, avec quelques herbes et pierres | 0,033 | 0,035 | 0,040 | 0,045 |
| 6) Idem 4, avec pierres | 0,045 | 0,050 | 0,055 | 0,060 |
| 7) Zones à eau coulant lentement avec herbes ou fosses très profondes | 0,050 | 0,060 | 0,070 | 0,080 |
| 8) Zones avec beaucoup de mauvaises herbes | 0,075 | 0,100 | 0,125 | 0,150 |

II.5 Sections composés ou hétérogènes

II.5.1 Section composée

Pour calculer le débit d'une section composée, la section est découpée en sous sections (voir fig. II.3) et on calcule les valeurs de C, A, et R correspondant à chaque section élémentaire.

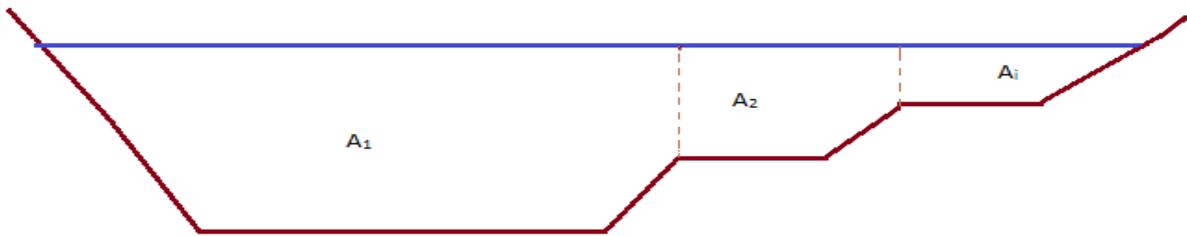


Fig. II.3 Section composée

Le débit total est ainsi obtenu

$$Q = \sum Q_i = \sum \frac{1}{n_i} R_i^{2/3} I_0^{1/2} A_i \quad (\text{II.7})$$

II.5.2 Sections hétérogènes

Considérons le canal à paroi hétérogène (fig. II.4)

On suppose que les rugosités des parois et du fond sont différents.

Chacun de ces éléments du périmètre mouillé à sa zone d'influence où la vitesse est la même.

Sachant que la vitesse est constante (écoulement permanent uniforme)

$$V_{ABF} = V_{FBCE} = V_{CDE} = V \quad (\text{II.8})$$

$$\text{Avec } V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2}$$

On peut écrire

$$\frac{R_1^{2/3}}{n_1} I_0^{1/2} = \frac{R_2^{2/3}}{n_2} I_0^{1/2} = \frac{R_3^{2/3}}{n_3} I_0^{1/2} = \frac{R^{2/3}}{n} I_0^{1/2}$$

A_1, A_2, A_3 étant les sections des volumes

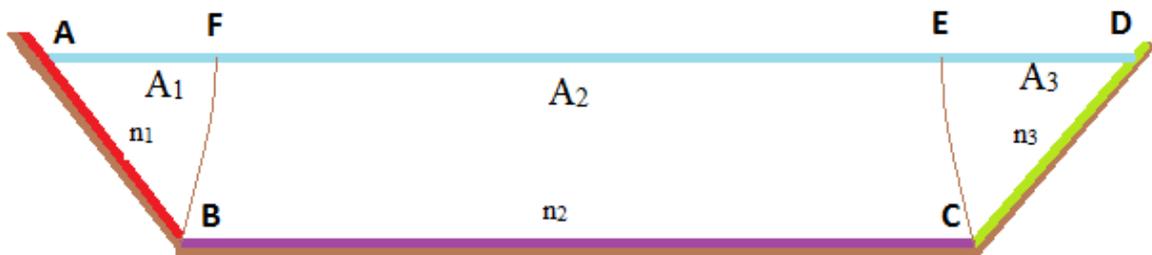


Fig. II.4 Section hétérogène

$$\frac{A_1}{n_1^{3/2} P_1} = \frac{A_2}{n_2^{3/2} P_2} = \frac{A_3}{n_3^{3/2} P_3} = \frac{A}{n^{3/2} P}$$

$$n = \left(\frac{n_1^{3/2} P_1 + n_2^{3/2} P_2 + n_3^{3/2} P_3}{P} \right)^{2/3} \quad (\text{II.9})$$

Quand les sections ont plusieurs éléments différents, on va généraliser l'équation ci-dessus.

La forme généralisée est donnée par l'équation suivante :

$$n = \left(\frac{\sum P_i n_i^{3/2}}{P} \right)^{2/3} \quad (\text{II.10})$$

où P_i est la longueur de la partie du périmètre mouillé à rugosité constante n_i ; P est la longueur totale du périmètre mouillé et n est le coefficient du rugosité équivalent.

II.6 Calcul de l'écoulement uniforme

II.6.1 Calcul du débit

Connaissant les caractéristiques de l'écoulement.

Supposons un canal donné. On connaît :

- La forme du canal, la profondeur (on peut calculer l'aire mouillée A et le périmètre mouillé P)
- La pente de fond I_0 du canal;
- Le matériau qui constitue le fond et les rives du canal, pour lequel on peut trouver la valeur appropriée de la rugosité n .

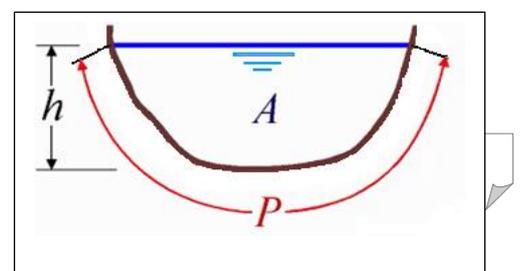
On a l'équation la vitesse.

$$V = C \sqrt{R I_0} = \frac{1}{n} R^{2/3} I_0^{1/2}$$

Pour trouver le débit, il suffit de multiplier la vitesse par l'aire mouillée A , on peut calculer facilement le débit qui est égale à :

$$Q = A V$$

En remplaçant V par sa valeur, le débit devient



$$Q = A \frac{1}{n} R^{2/3} I_0^{1/2}$$

Le rayon hydraulique est égale à : $R = \frac{A}{P}$

$$\text{On aura : } Q = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} I_0^{1/2}$$

➤ **Cas particulier**

Dans une rivière très large, et de forme rectangulaire, le rayon hydraulique devient sensiblement égal au tirant d'eau. On en déduit

$$Q = \frac{1}{n} L h^{5/3} I_0^{1/2} \quad (\text{II.11})$$

II.6.2 Calcul de la profondeur normale (uniforme)

On repart évidemment des mêmes équations

$$Q = A V \quad \text{et} \quad V = C \sqrt{R I_0} = \frac{1}{n} R^{2/3} I_0^{1/2}$$

En remplaçant la vitesse par sa valeur, on obtient

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} I_0^{1/2}$$

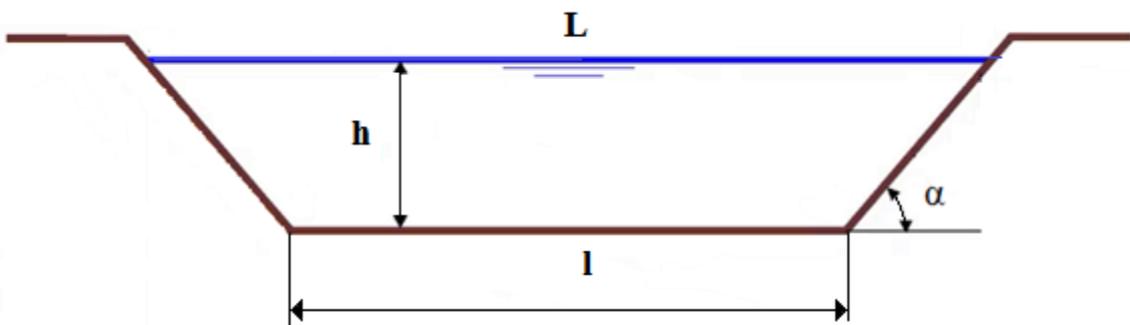
On remarque que A et P sont fonction de h, l'équation du débit peut s'écrire

$$Q = \frac{1}{n} I_0^{1/2} f(h) \quad (\text{II.11})$$

L'équation (II.12) est une équation qui ne peut pas être résolue de manière simple. La résolution de cette équation se fait par itérations (méthode numérique).

Il existe d'autres méthodes telles que la méthode graphique et la méthode de l'abaque.

Exercice d'application : Calcul de la profondeur normal pour un canal trapézoïdal (figure ci-dessous).



Posons $m = \frac{1}{\tan \alpha}$

$$Q = \frac{1}{n} \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}} I_0^{1/2}$$

Comme $A = h(l + mh)$ et $P = l + 2h\sqrt{1 + m^2}$

Le débit devient

$$Q = \frac{1}{n} \frac{h^{5/3}(l + mh)^{5/3}}{(l + 2h\sqrt{1 + m^2})^{2/3}} I_0^{1/2}$$

On remarque que h se trouve à plusieurs endroits dans l'équation. On se trouve avec équation transcendante, c'est une équation qui ne peut pas être résolue de manière simple.

➤ **Première méthode**

$h^{5/3}$ est la valeur la plus sensible en h de toutes les valeurs.

On va la mettre en évidence et on va tout simplement écrire h cinq tiers égal tout le reste qui lui-même est une fonction de h .

$$\Rightarrow h^{5/3} = \frac{nQ}{(I_0)^{1/2}} \frac{(l + 2h\sqrt{1 + p^2})^{2/3}}{(l + ph)^{5/3}}$$

On peut résoudre cette équation par itérations. En se donnant une valeur de h dans le second membre et en calculant la valeur de h dans le premier membre qu'on va réintroduire dans le second membre et ainsi de suite.

Application numérique

$Q = 400 \text{ m}^3/\text{s}$, $I_0 = 0,0016$, $l = 20 \text{ m}$, $m = 2$, $n = 0,025$

On suppose que $h = 2 \text{ m}$, on calcule $h^{5/3}$ et on en déduit $h = 4,397 \text{ m}$ dans ce premier membre, valeur qu'on réintroduit dans le second membre.

A un moment donné, la valeur qu'on introduit dans le second membre est égale à la valeur qu'on retrouve dans le premier membre et nous avons la solution. La profondeur uniforme vaut $4,179 \text{ m}$ (voir tableau ci-dessous).

| Itérations | h introduit | h calculé |
|------------|-------------|-----------|
| 1 | 2,000 | 4,397 |
| 2 | 4,397 | 4,157 |
| 3 | 4,157 | 4,182 |
| 4 | 4,182 | 4,179 |
| 5 | 4,179 | 4,179 |

➤ Deuxième méthode

La deuxième méthode consiste à supposer une valeur de la profondeur de l'eau h , calculer le débit (Q_{cal}) et le comparer au débit donné jusqu'à ce que les deux débits seront égaux..

II.7 Profil de débit maximale ou forme de section la plus avantageuse

Pour réduire les coûts d'excavation et de matériaux de construction des canaux, on cherche à trouver pour un canal de pente I_0 et de rugosité n la meilleure forme qui portera un débit maximal ou la forme de section la plus avantageuse.

Nous avons Q qui est égale à :

$$Q = \frac{1}{n} R^{2/3} I_0^{1/2}$$

$$\text{Or : } R = \frac{A}{P}$$

Donc R sera maximal pour P minimal.

II.7.1 Forme trapézoïdale

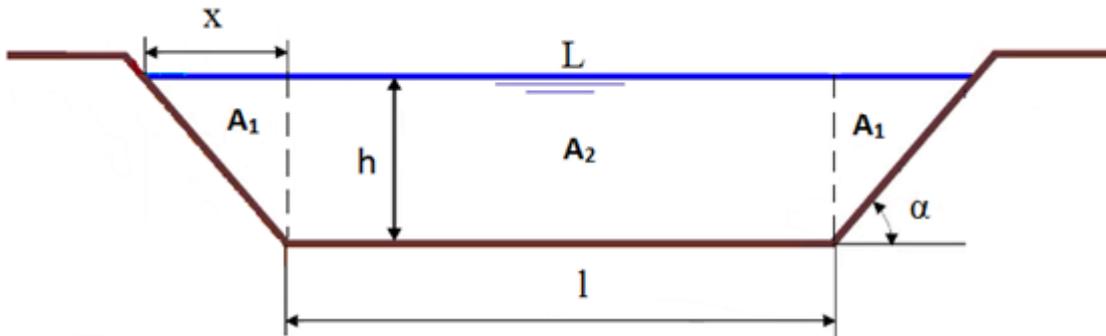


Fig. II.5 Forme trapézoïdale

Posons $m = \frac{1}{\tan \alpha}$

$$\tan \alpha = \frac{h}{x} \Rightarrow x = mh$$

La surface totale A est égale :

$$A = A_2 + 2A_1 \Rightarrow A = h(l + mh) \quad (\text{II.3})$$

Le périmètre mouillé est égale à :

$$P = l + 2h\sqrt{1 + m^2} \quad (\text{II.14})$$

Pour avoir la section hydrauliquement favorable, revient à annuler les différentielles totales exactes (h et l variant).

$$A = h(l + mh) \text{ et } P = l + 2h\sqrt{1 + m^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dS = (l + 2mh) + hdl = 0 \\ dP = 2\sqrt{1 + m^2}dh + dl = 0 \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

Ce système admet une solution non triviale si et seulement si le déterminant associé est nul.

$$l + 2m h - 2h\sqrt{1 + m^2} = 0 \Rightarrow l = 2h(\sqrt{1 + m^2} - m) \quad (\text{II.16})$$

La substitution de la valeur de l dans les expressions de la section, du périmètre mouillé et du rayon hydraulique, conduit à :

$$R = \frac{A}{P} = \frac{h^2 \left((\sqrt{1 + m^2} - m) \right)}{2h \left(\sqrt{1 + m^2} - m \right)} \Rightarrow R = \frac{h}{2}$$

On obtient

$$R = \frac{h}{2} \quad (\text{II.17})$$

II.7.2 Forme rectangulaire

On peut déduire le rectangle (fig.II.6) du trapèze en posant α égale $\pi/2$

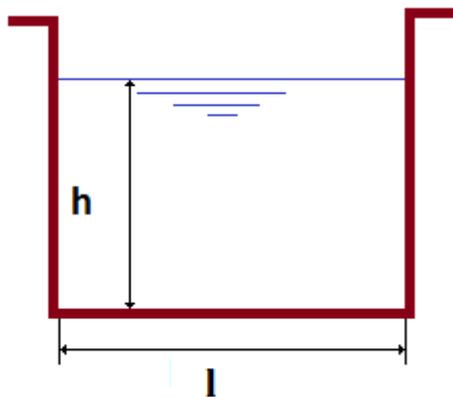


Fig.II.6 Forme rectangulaire

$$m = \frac{1}{\tan \alpha} = 0$$

Les formules précédemment établie pour la section trapézoïdale donnent en remplaçant m par zéro

$$R = \frac{A}{P} = \frac{h^2}{2h} \Rightarrow R = \frac{h}{2}$$

II.7.3 Section demi circulaire

La section et le périmètre mouillé de la section demi-circulaire (fig II.7) sont :

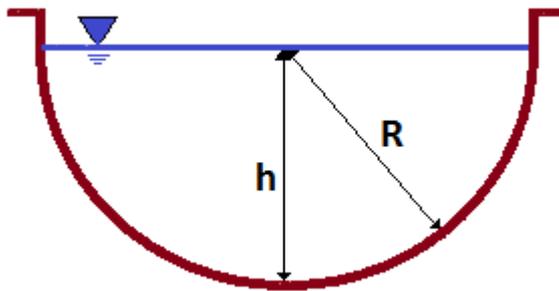


Fig. II.7 Section demi circulaire

$$A = \frac{\pi r^2}{2} \text{ et } P = \pi r$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{\pi r^2}{2 \pi r} = \frac{r}{2}$$

Donc, le rayon hydraulique est égal :

$$R = \frac{h}{2}$$

➤ **Comparaison des trois formes précédentes**

Pour les différentes sections, le rayon hydraulique moyen de la section la plus avantageuse conserve la même expression :

La section de forme la plus avantageuse est celle qui pour un débit et une pente donnés, exigera la section minimale, pour une surface de section et une pente données. portera le débit maximal et pour une surface de section et un débit donnés, nécessitera la pente minimale.

Le choix du profil de débit maximal est donc toujours avantageux a priori puisque l'aire mouillée et le périmètre P étant minimaux, ce profil correspond au minimum de dépense pour le déblai et éventuellement pour le revêtement.

II.8 Exercices

Exercice 1 : Un canal (fig. 1) de section trapézoïdale mi-rectangulaire doit transporter un débit $Q = 10 \text{ m}^3/\text{s}$, la vitesse $V = 1,0 \text{ m/s}$, la profondeur $h = 1 \text{ m}$ et la rugosité $n = 0,2$

Calculer la largeur b

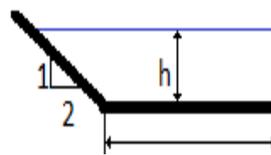


Fig.1

Rép. $b = 9,0 \text{ m}$

Exercice 2 : Calculer le débit d'un canal rectangulaire dont les caractéristiques sont : la largeur : $b = 40 \text{ m}$, la profondeur de l'eau : $h = 10 \text{ m}$, la pente $I_0 = 0,005$, la rugosité du fond $n_1 = 0,025$, et la rugosité des parois $n_2 = 0,020$.

Exercice 3 : Deux tuyaux en béton transportent un débit provenant d'un canal rectangulaire de largeur $b = 1,8 \text{ m}$, la profondeur de l'eau $h = 0,9 \text{ m}$, la pente $I_0 = 0,0009$ et la rugosité $n = 0,012$.

Si la pente reste la même dans les tuyaux. Calculer le diamètre (supposer que les 2 tuyaux sont pleins mais non en charge)

Rép. Le diamètre $D = 1,015 \text{ m}$

Exercice 4 : Calculer la profondeur de l'eau h d'un canal rectangulaire transportant un débit $Q = 6 \text{ m}^3/\text{s}$, la pente $I_0 = 0,0001$, la largeur $b = 6 \text{ m}$, la rugosité $n = 0,015$.

Rép. $h = 1,5 \text{ m}$

Exercice 5 : Calculer la rugosité d'un canal rectangulaire transportant un débit

$Q = 0,4 \text{ m}^3/\text{s}$, la pente $I_0 = 0,0004$, la largeur $b = 1,2 \text{ m}$, la profondeur de l'eau $h = 0,6 \text{ m}$.

Rép. $n = 0,016$

Exercice 6 : Un canal ayant une section en forme de trapèze transporte un débit $Q = 60 \text{ m}^3/\text{s}$, a une largeur au fond $b = 30 \text{ m}$. La pente des berges est égale à $1/2$. Le coefficient de Manning est $n = 0,015$ et la profondeur de l'eau $h = 2 \text{ m}$. Calculer la pente longitudinale du canal.

Rép. $I_0 = 0,000083$

Exercice 7 : Calculer les dimensions d'un canal rectangulaire ($n=0,014$) à section hydrauliquement la plus avantageuse si $Q = 1,141 \text{ m}^3/\text{s}$ et la pente du canal $I_0 = 0,0009$

Rép. La profondeur de l'eau $h = 0,72 \text{ m}$ et la largeur $b = 1,44 \text{ m}$

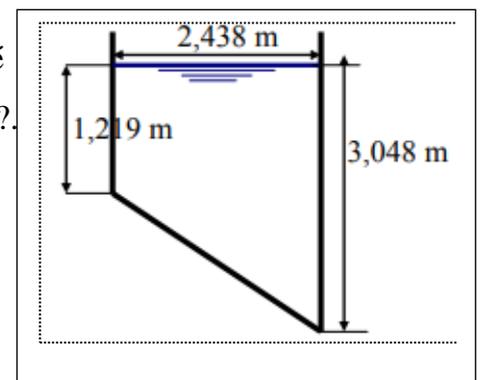
Exercice 8 : Un canal trapézoïdal en béton relativement rugueux et avec une pente des talus de $m = 1,5$ est prévu pour transporter un débit de $15 \text{ m}^3/\text{s}$ à une vitesse moyenne $V = 1,1 \text{ m}$. Déterminer la largeur du fond, la profondeur d'eau et la pente pour une meilleure section hydraulique.

Rép. La largeur du fond $b = 1,542 \text{ m}$, la profondeur de l'eau $h = 2,545 \text{ m}$ et la pente $I_0 = 2,44 \cdot 10^{-4}$

Exercice 9 Avec quelle pente doit-on établir le canal représenté dans la figure suivante pour qu'il débite un débit $Q = 14,80 \text{ m}^3/\text{s}$?.

On prend $C = 55$

Rép. La pente $I_0 = 0,00377$



Chapitre III Notion d'énergie spécifique et régime critique

III.1 Définition de l'énergie spécifique

L'énergie spécifique (ou "charge spécifique") (désignée par le symbole E) dans une section transversale mouillée est la valeur moyenne de l'énergie des molécules du liquide de cette section par unité de poids du liquide, cette énergie étant rapportée à l'axe horizontal passant par le point le plus bas de la section (fig. III.1).

L'énergie E est homogène à une longueur (l'énergie potentielle plus l'énergie cinétique).

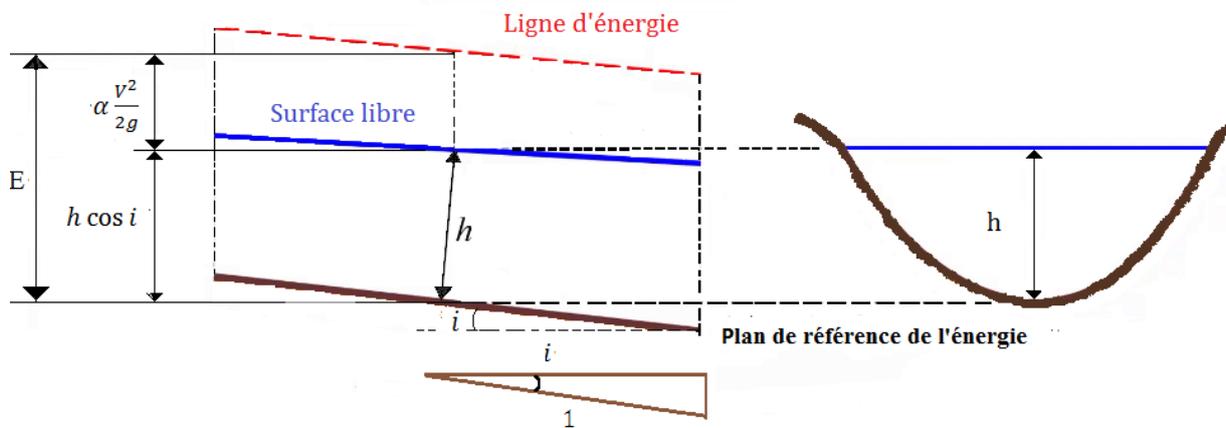


Fig. III.1 Energie spécifique

$$\text{Par définition} \quad E = h \cos i + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (\text{III.1})$$

Très souvent, la pente étant très faible, on supposera $\cos i = 1$; de plus on fera l'approximation $\alpha = 1$ et, en définitive, on adoptera l'expression approchée suivante de

$$\text{l'énergie spécifique :} \quad E = h + \frac{v^2}{2g} \quad (\text{III.2 a})$$

L'énergie spécifique en fonction du débit est donnée par l'équation (III.2b)

$$E = h + \frac{v^2}{2g} \quad \text{et} \quad Q = A V$$

$$\Rightarrow E = h + \frac{Q^2}{2g A^2} \quad \text{(III.2 b)}$$

III.2 Variation de l'énergie spécifique

On distingue deux cas : nous verrons comment le débit peut varier en fonction de la profondeur d'eau pour une énergie spécifique donnée et comment l'énergie spécifique peut varier en fonction de la profondeur d'eau pour un débit donné.

III.2.1 Variation de Q en fonction de h pour une charge spécifique E donnée

En fixant l'énergie spécifique, nous allons voir comment le débit peut varier avec la profondeur.

L'équation de la charge spécifique E définit, pour une section donnée, un rapport entre E, h et Q valable pour n'importe quel type d'écoulement.

$$E = h + \frac{Q^2}{2gA^2} \Rightarrow \frac{Q^2}{2g} = A^2 (E - h)$$

Si $h \rightarrow 0$ alors $A \rightarrow 0$ et $Q \rightarrow 0$

Si $h \rightarrow E$ alors $Q \rightarrow 0$

Q est maximal en annulant la dérivée dQ^2/dh

$$\frac{d}{dh} \left(\frac{Q^2}{2g} \right) = 2A \frac{dA}{dh} (E - h) - A^2 = 0 \quad \text{(III.3)}$$

$$\frac{dA}{dh} = L \quad (\text{fig. III.2})$$

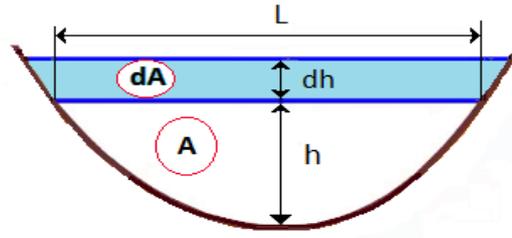


Fig. III.2 : Section mouillée

En remplaçant $\frac{dA}{dh}$ par L et $E = h + \frac{Q^2}{2gA^2} \Rightarrow E - h = \frac{Q^2}{2gA^2}$

L'équation (III.3) devient $\frac{Q^2 L}{gA^3} = 1 \quad (\text{III.4})$

L'expression (III.4), nous permet de calculer la profondeur qui est la solution de cette équation.

Cette profondeur est appelée profondeur critique, pour laquelle, pour une énergie spécifique donnée, le débit est maximum.

La figure III.3 représente la variation du débit en fonction de la profondeur pour une énergie spécifique donnée.

Si on choisit un débit Q_1 donné, inférieur au débit maximum, nous voyons qu'il y a deux points qui sont sur la courbe pour une énergie spécifique donnée, le point a et le point b, et à ces deux points correspondent deux profondeurs.

Il y a donc, pour le même débit et la même énergie spécifique, deux manières de réaliser l'écoulement: une avec une grande profondeur comme l'indique le point a et avec une petite profondeur comme l'indique le point b.

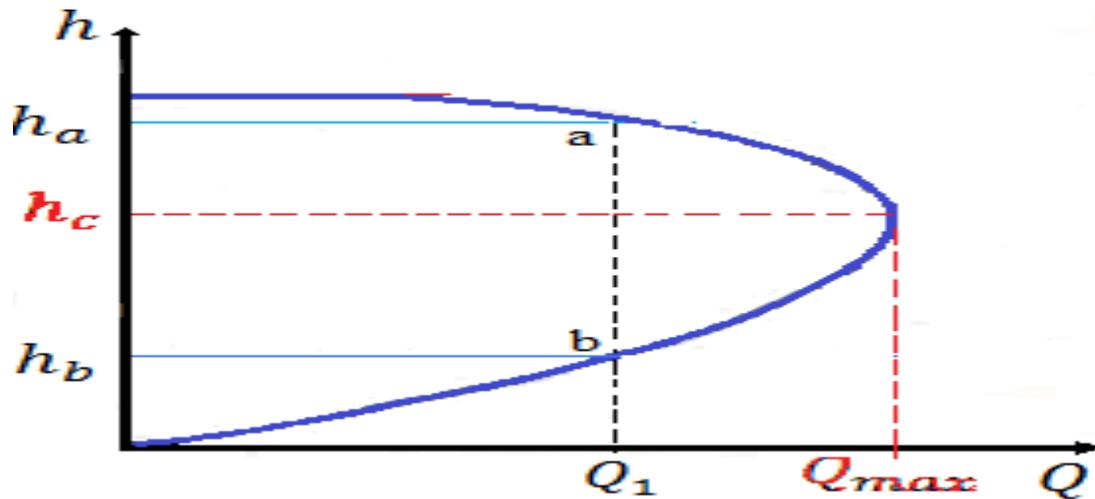


Fig. III. 3 Variation de Q en fonction de h pour une charge spécifique E constante

III.2.2 Variation de E en fonction de h pour un débit Q donné

$$E = h + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

Si $h \rightarrow 0$ alors $A \rightarrow 0$ et $E \rightarrow \infty$

Si $h \rightarrow \infty$ alors $A \rightarrow \infty$ et $E \rightarrow \infty$

La courbe E possède deux asymptotes : l'axe des ordonnées et la première bissectrice ($E = h$)

$$\frac{dE}{dh} = 1 + -\frac{Q^2}{2g} \frac{2}{A^3} \frac{dA}{dh} \quad (\text{III.5})$$

La courbe présente un minimum C qui correspond à $\frac{dE}{dh} = 0$:

$$\frac{dE}{dh} = 1 + - \frac{Q^2}{2g} \frac{2}{A^3} \frac{dA}{dh} = 0$$

On remplace $\frac{dA}{dh}$ par L .

On aura :

$$1 - \frac{Q^2}{2g} \frac{2L}{A^3} = 0 \Rightarrow \frac{Q^2 L}{g A^3} = 1$$

On retrouve la même expression que celle du débit maximum pour une énergie spécifique donnée et la profondeur qui est solution de cette expression sera de nouveau la profondeur critique.

Pour une énergie spécifique qui est supérieure à cette énergie spécifique minimum, considérons les deux points a et b (fig. III.4) pour un même niveau d'énergie, nous voyons que le point a correspond à un écoulement de faible profondeur (h_a) et une grande vitesse alors que le point b, c'est le contraire. C'est la profondeur (h_b) qui est grande et la vitesse qui est petite.

Si E décroît, les deux profondeurs h_a et h_b correspondantes tendent l'une vers l'autre et deviennent égale à h_c , lorsque l'énergie spécifique prend la valeur minimale pour le débit considéré.

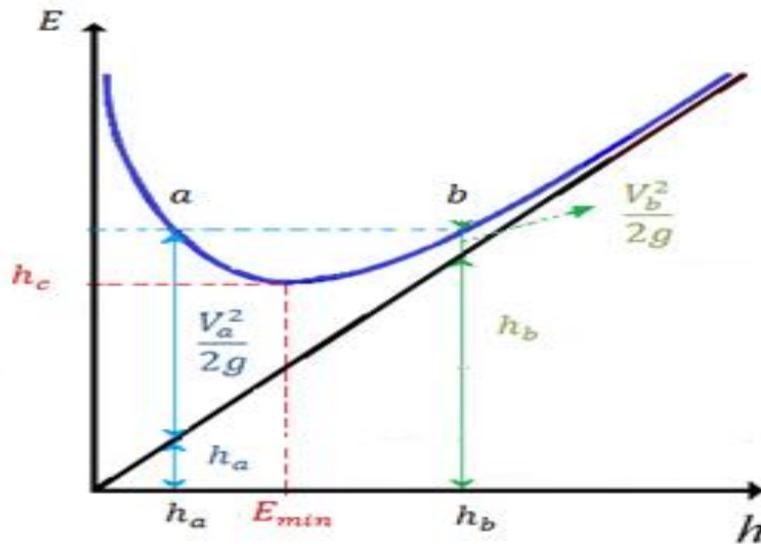


Fig.III.4 Variation de E en fonction de h pour un débit Q donné

III.3 Régime critique

III.3.1 Définition

Le régime critique est celui qui permet de :

- véhiculer un débit donné pour une charge spécifique minimale ;
- écouler le maximum de débit pour une charge spécifique donnée.

III.3.2 Formule du régime critique

III.3.2.1 Section quelconque

La relation (III.4) caractéristique du régime critique pour une section quelconque est :

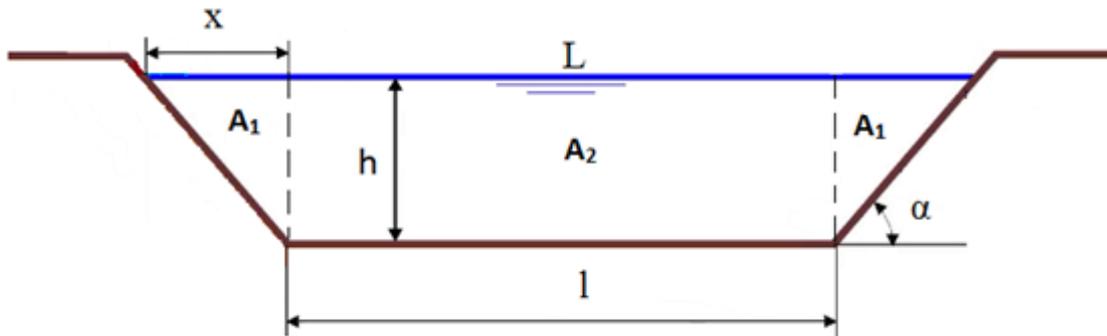
$$\frac{Q^2 L}{g A^3} = 1$$

$$\frac{Q^2 L}{g A^3} = 1 \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{g A^3}{L}} \quad (\text{III.5})$$

L'énergie critique en fonction de la profondeur critique

$$E_c = h_c + \frac{Q^2}{2gA^2} \Rightarrow E_c \Rightarrow E_c = h_c + \frac{A}{2L} \quad (\text{III.6})$$

III.3.2.2 Section trapézoïdale



Nous avons $m = \frac{1}{\tan \alpha}$

$$\tan \alpha = \frac{h}{x} \Rightarrow x = mh$$

La surface totale A est égale :

$$A = A_2 + 2A_1 \Rightarrow A = h(l + mh)$$

Le périmètre mouillé est égale à :

$$P = l + 2h\sqrt{1 + m^2}$$

La relation caractéristique du régime critique pour une section trapézoïdale est :

$$\frac{Q^2 L}{g A^3} = 1$$

En remplaçant A et L dans l'expression du régime critique, on obtient l'équation (III.7) ci-dessous

$$\frac{Q^2(l+2 m h_c)}{g h_c^3(l+m h_c)^3} = 1 \quad (\text{III.7})$$

On remarque que cette équation (III.7) ne peut pas être résolue d'une manière simple et pour la résoudre, on va procéder par itération.

h_c au cube est écrit en fonction des autres termes (équation III.8). Pour trouver la valeur de h_c , nous allons introduire une valeur de h_c dans le second membre de l'équation (III. 8) et on calcule celle du premier membre qu'on va réintroduire dans le second membre jusqu'à ce que la valeur de h_c devient constante

$$\Rightarrow h_c^3 = \frac{Q^2 (l+2 m h_c)}{g (l+m h_c)^3} \quad (\text{III.8})$$

III.3.2.3 Section rectangulaire

La relation caractéristique du régime critique pour une section rectangulaire est :

$$\frac{Q^2 L}{g(L h_c)^3} = 1 \Rightarrow Q = \sqrt{g L^2 h_c^3} \quad (\text{III.9})$$

Le débit unitaire : $q = \frac{Q}{L}$

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (\text{III.10})$$

L'énergie critique pour un canal rectangulaire

$$E_c = h_c + \frac{A}{2 L} \Rightarrow E_c = h_c + \frac{L h_c}{2 L} \Rightarrow E_c = h_c + \frac{h_c}{2}$$

$$\Rightarrow E_c = \frac{3 h_c}{2} \quad (\text{III.9})$$

III.4 Régime fluvial et régime torrentiel

Le nombre, sans dimensions, de Froude « F » d'un écoulement à surface libre représente le rapport de la vitesse moyenne à la vitesse de propagation d'une onde superficielle infiniment petite le long du courant de profondeur h et de vitesse moyenne.

$$F = \frac{V}{\sqrt{g h}} \Rightarrow \frac{V}{\sqrt{g \frac{A}{L}}} \quad (\text{III.10})$$

$$F^2 = \frac{LQ^2}{gA^3}$$

Comme $\frac{dE}{dh} = 1 - F^2$, trois cas peuvent se présenter (tableau III.1) :

L'écoulement est fluvial quand $Fr < 1$; $\frac{dE}{dh} > 0$; $V < V_c$, $h > h_c$

L'écoulement est critique quand $Fr = 1$, $V = V_c$, $h = h_c$.

L'écoulement est torrentiel quand $Fr > 1$, $dE/dh < 0$; $V > V_c$, $h < h_c$

Une des caractéristiques de l'écoulement infracritique (fluviale) est de propager les perturbations à l'écoulement vers l'amont et vers l'aval. L'écoulement supercritique (torrentiel) ne propage les petites perturbations que vers l'aval. Cette remarque est très importante pour déterminer l'emplacement de la section de contrôle.

Tableau III.1 Régimes d'écoulements

| | | |
|-----------|---|--|
| $h > h_c$ | Fluvial $V < V_c$ $I_0 < I_c$ Subcritique | L'information peut venir de l'amont et de l'aval. Ligne d'eau contrôlée de l'aval |
| $h = h_c$ | $V = V_c$ $I_0 = I_c$ | |
| $h < h_c$ | Torrentiel $V > V_c$ $I_0 > I_c$ Supercritique | L'information ne peut venir que de l'amont Ligne d'eau contrôlée par l'amont |

- La résolution de l'équation de criticité fournit la valeur de la profondeur critique. En fonction de la géométrie du canal.
- Pour le canal rectangulaire, L'équation de criticité peut être résolue directement.

III.5 Exercices

Exercice 1

Un canal ayant une section en forme de trapèze transporte un débit de $1,42 \text{ m}^3/\text{s}$ sur une pente égale à $0,0028$.

Déterminer les dimensions de la section droite du canal si la largeur vaut deux fois la profondeur. On prendra $n = 0,017$?

Préciser la nature de l'écoulement : fluvial, critique ou torrentiel ?

Réponse : a) $h=0,68 \text{ m}$; $b=1,36 \text{ m}$; b) l'écoulement dans le canal est fluvial.

Exercice 2

Calculer l'énergie spécifique que possède l'eau d'un canal rectangulaire de $3,05 \text{ m}$ de large qui s'écoule sur $0,914 \text{ m}$ de profondeur avec un débit de $6,23 \text{ m}^3/\text{s}$.

Réponse : $E= 0,167 \text{ m}$

Exercice 3

Pour une profondeur critique de $0,981$ dans un canal rectangulaire de $3,048 \text{ m}$ de large, calculer le débit ?

Rép: $Q = 9,28 \text{ m}^3/\text{s}$

Exercice 4

Un canal rectangulaire, $n = 0,016$, est construit sur une pente de $0,0064$ et transporte $17 \text{ m}^3/\text{s}$. Pour que les conditions soient celles de l'écoulement critique, quelle doit être la largeur ?

Réponse : $b = 2,57 \text{ m}$

Exercice 4

Un canal trapézoïdal dont la pente des cotés est de $\frac{1}{2}$ ($m=2$) doit avoir un débit de $16,7 \text{ m}^3/\text{s}$. Pour une largeur de fond de $3,6 \text{ m}$, calculer :

a) la profondeur critique ?

b) la vitesse critique ?

Réponse : $h_c=1,06 \text{ m}$ et $V_c = 2,76 \text{ m/s}$

Exercice 5

Un canal en forme de trapèze a une largeur de fond $b=6,096 \text{ m}$, des côtés de pente $\text{tg}\alpha=1$, et l'eau y a une profondeur de 914 mm . Pour $n=0,015$ et un débit de $10,19 \text{ m}^3/\text{s}$, calculer :

a) la pente normale I_0 ;

b) la pente critique et la profondeur critique pour $Q=10,19 \text{ m}^3/\text{s}$;

c) la pente critique pour la profondeur normale de 914 mm .

Reponses: a) $I_0=0,000852$; b) $h_c = 0,64$ m, $I_r = 0,0028$; c) $I_c = 0,00225$.

Chapitre IV Ecoulement non uniforme graduellement varié

Courbes de remous

IV.1 Définition

Un écoulement graduellement varié (E.G.V) est un écoulement dans lequel la section d'écoulement, la surface libre et la vitesse varient de manière progressive suivant la dimension longitudinale. Les hypothèses de base admises pour le développement sont :

- la profondeur d'eau h et la section S de l'écoulement varient lentement ;

IV.2 Modélisation de l'écoulement graduellement varié

IV.2.1 Variation de l'énergie

L'énergie spécifique a été défini (chapitre III) par $E = h + \frac{Q^2}{2gA^2}$

Considérant les sections 1 et 2 (fig. IV.1), ΔS est la distance entre les deux sections. La différence de niveau entre 1 et 2 est : $I_0\Delta S$.

La perte de charge entre la section 1 et la section 2 qui est la différence de niveau de la ligne d'énergie est égale à $I_E\Delta S$.

On aura par simple considération géométrique (voir fig. IV.1)

$$I_0\Delta S + E_1 = I_E\Delta S + E_2 \quad (\text{IV.1})$$

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \Delta S(I_0 - I_E) \Rightarrow \frac{dE}{dS} = (I_0 - I_E)$$

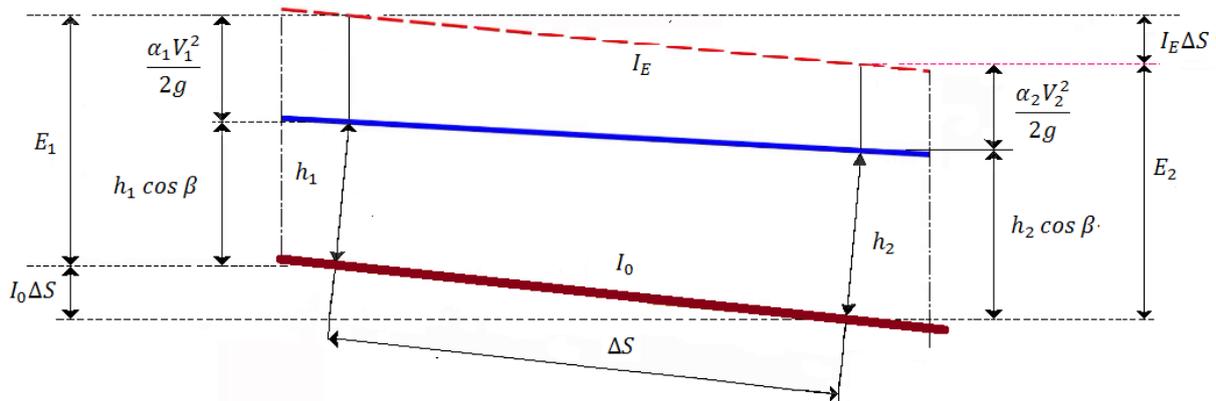


Fig.IV.1 Diagramme d'énergie pour un écoulement non uniforme

➤ **Cas de la pente faible : $h_n > h_c$**

Si h est plus grand que h_n (Tableau IV.1), dE sur ds est positif donc E augmente, et on voit que si E augmente h augmente aussi. Par contre si h se trouve entre h_c et h_n , E diminue et h diminue aussi.

Et enfin, si h se trouve en dessous de h_c , E diminue mais cette fois-ci la diminution de E correspond à une augmentation de h (fig. IV.2).

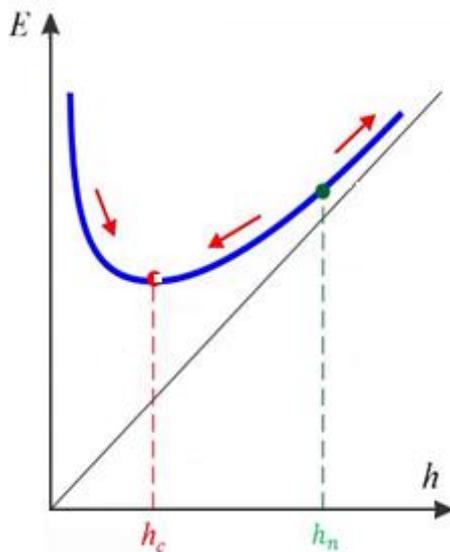


Tableau IV.1 Variation de l'énergie en fonction de la profondeur pour une faible pente.

| Profondeur | Pente | dE/dS |
|------------|-------------|---------|
| $h > h_n$ | $I_E < I_0$ | > 0 |
| $h = h_n$ | $I_E = I_0$ | $= 0$ |
| $h < h_n$ | $I_E > I_0$ | < 0 |

Fig. IV.2 Evolution de l'énergie en fonction de la profondeur pour une faible pente.

➤ **Cas de la pente forte : $h_n < h_c$**

La figure (IV.3) représente la variation de l'énergie en fonction de la profondeur pour une forte pente. On remarque presque les mêmes conclusions que pour la pente faible, si h se trouve entre h_n et h_c . Quand h se trouve en-dehors de cet intervalle, E diminue mais la profondeur augmente (tableau IV.2).

Ceci nous donne une allure sur le type d'axes hydrauliques auquel on peut s'attendre.

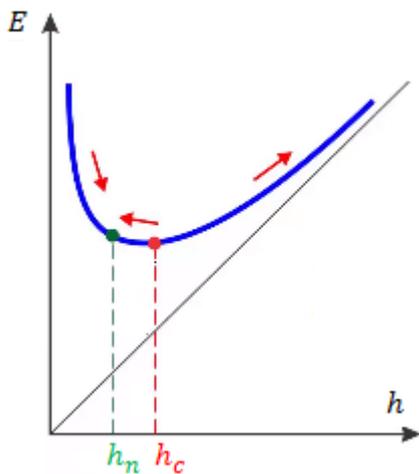


Tableau IV.2 Variation de l'énergie en fonction de la profondeur pour une pente forte.

| Profondeur | Pente | dE/dS |
|------------|-------------|---------|
| $h > h_n$ | $I_E < I_0$ | > 0 |
| $h = h_n$ | $I_E = I_0$ | $= 0$ |
| $h < h_n$ | $I_E > I_0$ | < 0 |

Fig. IV.3 Evolution de l'énergie en fonction de la profondeur pour une forte pente

IV.2.2 Equation fondamentale de l'écoulement graduellement varié

Découpons un tronçon suffisamment court (ds) par les sections 1 et 2 (fig. IV.4).

Appliquons l'équation de Bernoulli entre la section 1 et 2

$$Z_1 + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \alpha_2 \frac{v_2^2}{2g} + I_E ds \quad (\text{IV.2 a})$$

La représentation de l'équation de Bernoulli sous une forme différentielle, s'écrit :

$$dZ + d\left(\alpha \frac{V^2}{2g}\right) + I_E dS \quad (\text{IV.2 b})$$

Avec $dZ = Z_2 - Z_1$

$$dZ = (Z_0(h + dh) \cos \beta) - (Z_0 + I_0 dS + h \cos \beta) = dh \cos \beta - I_0 dS \quad (\text{fig.IV.4})$$

$$\text{et } Q = \frac{V}{A} \quad \text{et } \frac{\partial A}{\partial h} = L$$

$$\text{On aura } dh \cos \alpha - I_0 dS - \frac{\alpha Q^2}{gA^3} L dh + I_E dS = 0$$

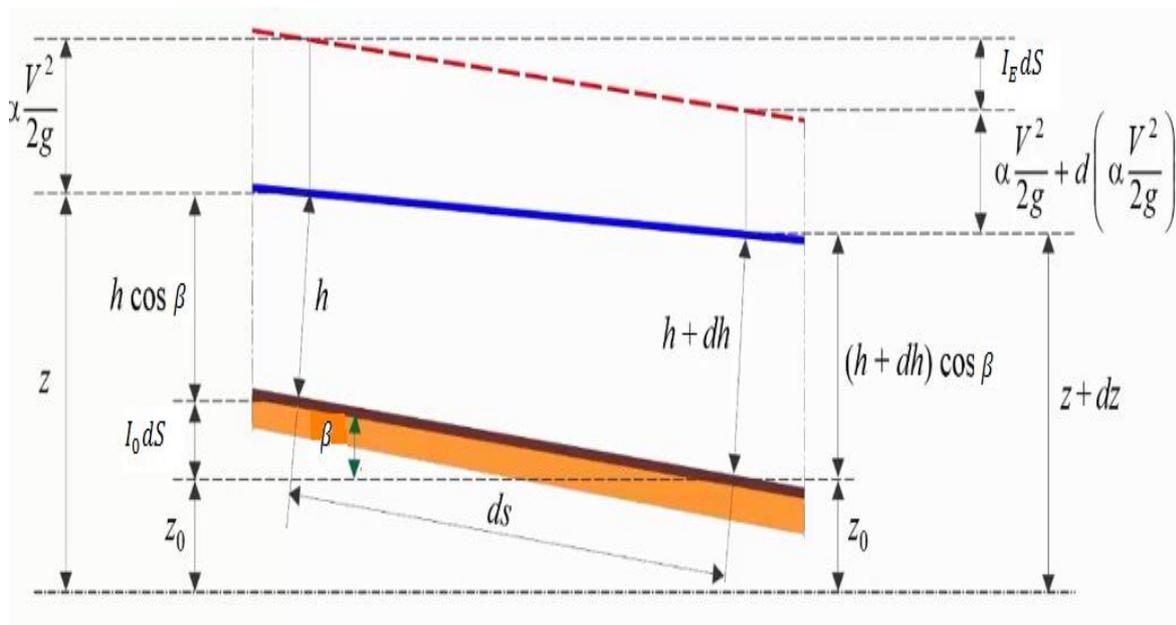


Fig. IV.4 Ecoulement non permanent graduellement varié

$$\frac{dh}{dS} = \frac{I_0 - I_E}{\cos \alpha - \frac{\alpha Q^2 L}{gA^3}} \quad (\text{IV.3})$$

Nous avons $\cos\alpha \cong 1$ et $\alpha = 1$

L'expression (IV.3) devient

$$\frac{dh}{ds} = \frac{I_0 - \frac{Q^2 n^2}{A^2 R^{4/3}}}{1 - \frac{\alpha Q^2 L}{g A^3}} = \frac{N(h)}{D(h)} \quad (\text{IV.4})$$

On remarque qu'on retrouve l'équation de l'écoulement uniforme comme numérateur de l'expression $\frac{dh}{ds}$ et l'équation de la profondeur critique dans le dénominateur.

Si $h = h_n$, le numérateur s'annule ($N(h_n) = 0$)

Si $h = h_c$, le dénominateur s'annule ($D(h_c) = 0$)

IV.3 Etude de la surface libre pour une pente positive

Le calcul des courbes de remous pour les écoulements graduellement varié à surface libre dans les canaux ouverts permet de déduire la profondeur à tout point du canal. Il consiste à suivre l'évolution de la ligne d'eau sur toute la longueur du canal considéré.

IV.3.1 Classification des courbes de remous

Les différents cas de formation des courbes de la surface libre du courant, sont déterminés par le rapport des profondeurs réelles aux profondeurs normales et critiques. Pour la pente positive on admet 8 variantes des courbes.

Il existe trois cas de rapport des profondeurs lorsque la forme de la section transversale du lit et le débit sont donnés

1^{er} cas : Courbes de remous type M (Pente faibles):

Ces courbes répondent aux inégalités suivantes : $h_n > h_c$ ou $I_0 < I_c$ (fig. IV.5).

➤ **Variante M1 :**

Elle correspond à la condition: $h > h_n > h_c$:

La courbe M1 démarre asymptotiquement de la profondeur uniforme et puis s'en écarte avec une augmentation de la profondeur. C'est une courbe de remous d'exhaussement qui correspond à un mouvement graduellement retardé en amont d'un obstacle obligeant la ligne à s'élever au-dessus du niveau normale.

➤ **Variante M2**

Elle correspond à la condition: $h_n > h > h_c$:

La courbe M2 démarre de h_n de manière asymptotique, elle arrive à h_c pratiquement avec un angle normal

Elle correspond à un mouvement graduellement accéléré à l'amont d'une singularité obligeant la ligne d'eau à s'abaisser au-dessous du niveau normal.

➤ **3- Variante M3**

Elle correspond à la condition: $h_n > h_c > h$

La courbe M3 vient de l'amont en augmentant et termine son trajet près de h_c , en étant pratiquement perpendiculaire à la pente de fond. Elle correspond un mouvement graduellement retardé

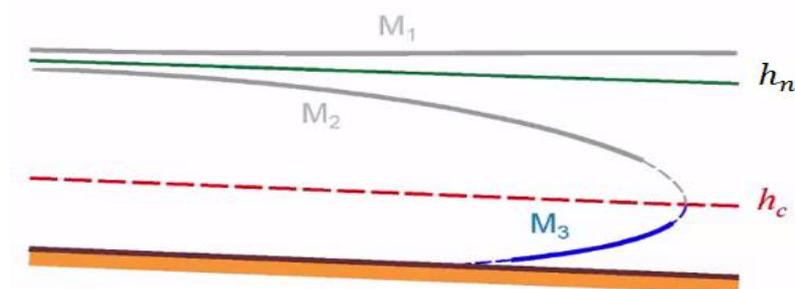


Fig. IV.5 Courbes de remous (type M)

Les axes (M1 et M2) qui se trouvent au-dessus de la profondeur critique h_c sont des axes d'aval, ils sont contrôlés par un niveau d'eau à l'aval (l'information peut venir

de l'amont et de l'aval). Alors que l'axe M3 qui est en dessous de h_c , est un axe qui va se calculer à partir de l'amont, c'est un axe hydraulique d'amont.

2^{ème} Cas : Courbes de remous type S (pente forte):

La figure IV.6 représente les formes que peut prendre la surface d'eau dans un canal descendant, à pente forte.

Ces courbes répondent aux inégalités suivantes: $h_n < h_c$ ou $I_0 > I_c$.

➤ Variante S1 : $h > h_c > h_n$

La courbe S1 prend naissance à la profondeur critique, en croissant tangentiellement à une horizontale.

On rencontre la branche **S1**, par exemple :

- En amont d'un barrage.
- Dans certains changements de la pente.

Variante S2 : $h_c > h > h_n$

L'axe hydraulique S2 démarre de h_c pour se rapprocher progressivement de la profondeur uniforme de manière asymptotique. C'est une courbe de remous d'abaissement qui correspond à un mouvement graduellement accéléré.

Variante S3 : $h_c > h_n > h$

La courbe S3 démarre de h_c perpendiculairement à la pente de fond qui va se rapprocher asymptotiquement de la profondeur uniforme.

C'est un remous d'exhaussement correspondant à un régime graduellement retardé.

Les lignes d'eau S3 et S2 sont contrôlées par l'amont tandis que la ligne d'eau S1 est contrôlée par l'aval.

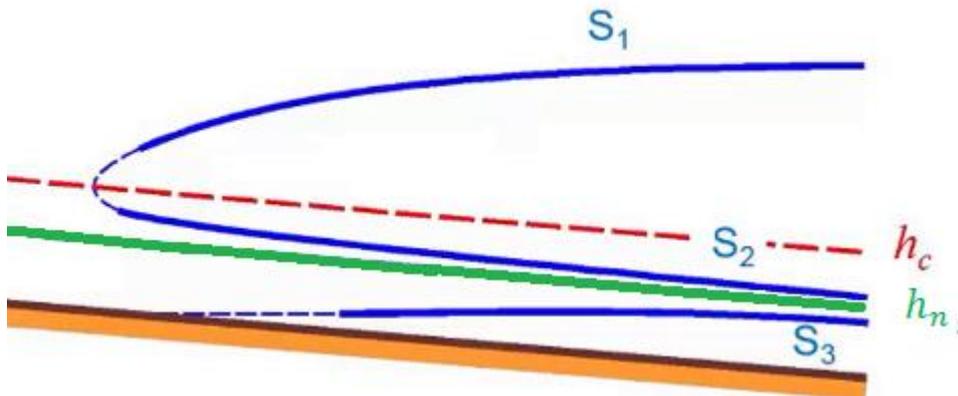


Fig. IV.6 Courbes de remous (type S)

3^{eme} Cas Courbes de remous C1 et C3 : $h_c = h_n$

Les courbes de remous C1 et C3 (fig. IV.7) sont très proches des droites horizontales et elles sont très rares en pratique

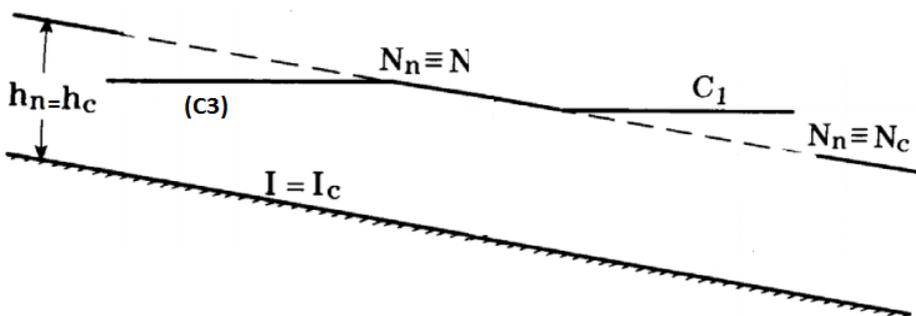


Fig. IV.7 Courbes de remous en régime critique

IV.3.2 Méthode de calcul des courbes de remous

Le calcul de la courbe de remous repose sur la résolution de l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dh}{dS} = \frac{I_0 - I_E}{\cos\alpha - \frac{\alpha Q^2 L}{gA^3}}$$

La résolution de la courbe de remous nécessite d'avoir une information sur la ligne d'eau en un point particulier : la section de contrôle.

C'est la courbe de remous qui détermine les conditions limites à utiliser.

Il existe plusieurs méthodes de résolution ou d'intégration de cette équation différentielle parmi ses méthodes :

- Méthode d'intégration directe (Méthode de Bresse, Méthode de Bakhmeteff)
- Méthode itérative ou de différences finies.
- Méthode d'intégration graphique

IV.5 Exercices

Exercice 1 : cocher la bonne réponse

a- Pour une ligne d'eau de type M1, d'où vient l'information ?

- De l'amont et de l'aval
- De l'aval uniquement
- De l'amont uniquement

Rép. De l'amont et de l'aval

Pour une ligne d'eau de type S3, comment se situe la profondeur h par rapport à la profondeur critique h_c et à la profondeur uniforme h_n ?

- $h_c < h_n < h$
- $h_c < h < h_n$
- $h < h_n < h_c$
- $h_c < h < h_n$
- $h_n < h_c < h$

Exercice 2

Un canal trapézoïdal de largeur du fond $b = 2$ m avec une rugosité $K_s = 60$ et un fruit des talus $m = 1$, véhicule du débit $Q = 8$ m³/s sous une pente $I = 5 \cdot 10^{-4}$. La mesure de la profondeur d'eau dans une section x_0 donne $y_0 = 1,8$ m. De quel type de courbe de remous s'agit-il ?

Rép. $h_c < h_n < y_0$, la courbe de remous est de type M1.

Exercice 3 Dans un canal trapézoïdal, de largeur au fond $b = 6$ m et de fruit de berges $m = 1$, s'écoule un débit $Q = 3$ m³/s. La pente du radier est estimée à 0,25 ‰ et la rugosité $K = 60$. La profondeur d'eau à une station $x = 0$ est déterminée par un seuil et égale à $h_0 = 0,40$ m.

Donner l'allure de la courbe de remous

Rép. $h_n = 0,68$ m et $h_c = 0,29$ m. La courbe de remous est du type M.

La section de contrôle se situe à l'aval et le calcul se fait de l'aval vers amont

Chapitre V Ecoulement brusquement varié (ressaut hydraulique)

V.1 Définition du ressaut hydraulique

Le ressaut hydraulique (fig. V.1) est une surélévation brusque de la surface libre d'un courant survenant lorsqu'un régime torrentiel devient fluvial sur une courte distance

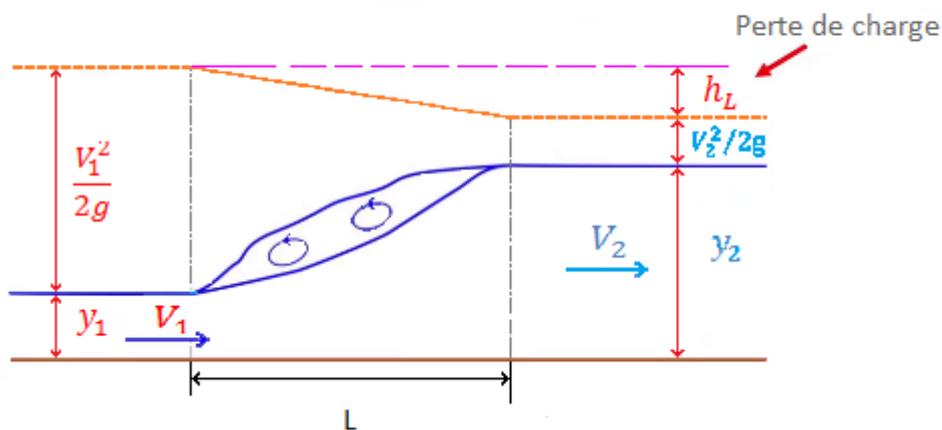


Fig. V.I Ressaut hydraulique

Le ressaut hydraulique peut se produire dans différentes circonstances : par exemple au pied d'un barrage-déversoir (figure V.2) ou à l'aval d'un écoulement en-dessous d'une vanne de fond ou encore dans un canal à forte pente débouchant dans un écoulement fluvial.

La ligne d'énergie, indiquée en pointillé sur la figure V.2, montre que le ressaut hydraulique provoque une dissipation d'énergie par turbulence (h_L).

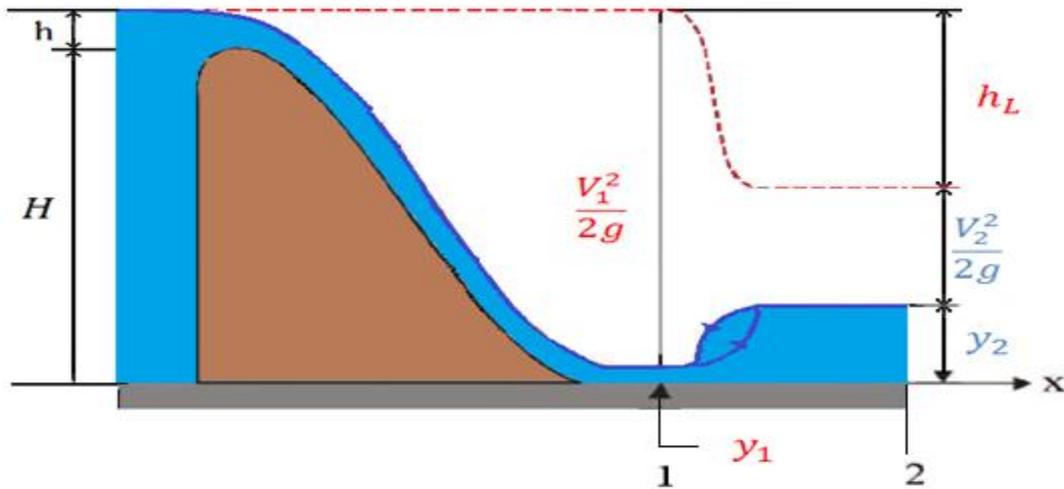


Fig. V.2 Ressaut hydraulique au pied d'un barrage-déversoir

V.2 Ressaut hydraulique classique

Le ressaut hydraulique classique se produit dans un canal rectangulaire de pente nulle ou faible, sa facilité la rendu le profil le plus utilisé dans la pratique et dont plusieurs travaux notamment expérimentaux qui ont contribué davantage à une compréhension meilleure du phénomène.

V.3 Classification de ressaut

Le paramètre déterminant pour cette classification est le nombre de Froude (F_1) qui correspond aux conditions à l'amont.

On rappelle que le nombre de Froude est le rapport entre la vitesse de l'écoulement et la vitesse de propagation des perturbations de l'écoulement.

- Pour les valeurs de $F_1 \leq 1$, le régime est lent, ou critique, il n'y a pas de ressaut.
- Pour des valeurs de nombre de Froude comprises entre 1 et 1,7 et cela d'après Andersen (1978), la différence des profondeurs conjuguées en amont et en aval est très faible, et le ressaut est caractérisé par de légères rides à la surface libre, aspect qui diffère peu de celui que l'on observe dans le régime critique, c'est le ressaut ondulé (figure V.3 a).

Selon la classification de Bradly et Peterka (1957) on distingue quatre formes de ressaut classique pour les valeurs de Froude supérieures à 1,7.

1. Pour des valeurs de $1,7 < F1 < 2,5$, on constate le même phénomène, mais plus accentué, dans ce cas se produisent déjà de petits tourbillons superficiels. Jusqu'à ces valeurs de $F1$, la surface libre est raisonnablement plane et la distribution des vitesses est régulière mais le rendement obtenu est très faible : c'est le pré-ressaut (figure V.3 b).
2. Pour des valeurs de $2,5 < F1 < 4,5$ l'écoulement est pulsative; la plus grande turbulence se vérifie soit près de fond, ou à la surface : c'est le ressaut de oscillant (figure V 3 c).
3. . Pour des valeurs de $4,5 < F1 < 9$, le ressaut est bien caractérisé et localisé. Ce type du ressaut est souvent adopté pour les bassins de dissipation d'énergie pour son bon rendement (45% et 70%) : c'est le ressaut stable (figure 1.2 d)
4. Pour des valeurs de $F1 > 9$, on constate des masses d'eau qui roulent par-dessous, au début du ressaut, et tombent sur le circuit rapide d'amont, d'une manière intermittente, provoquant des nouvelles ondulations en aval et la surface libre du ressaut est irrégulière : c'est le ressaut agité ou clapoteux (figure V.3 e).

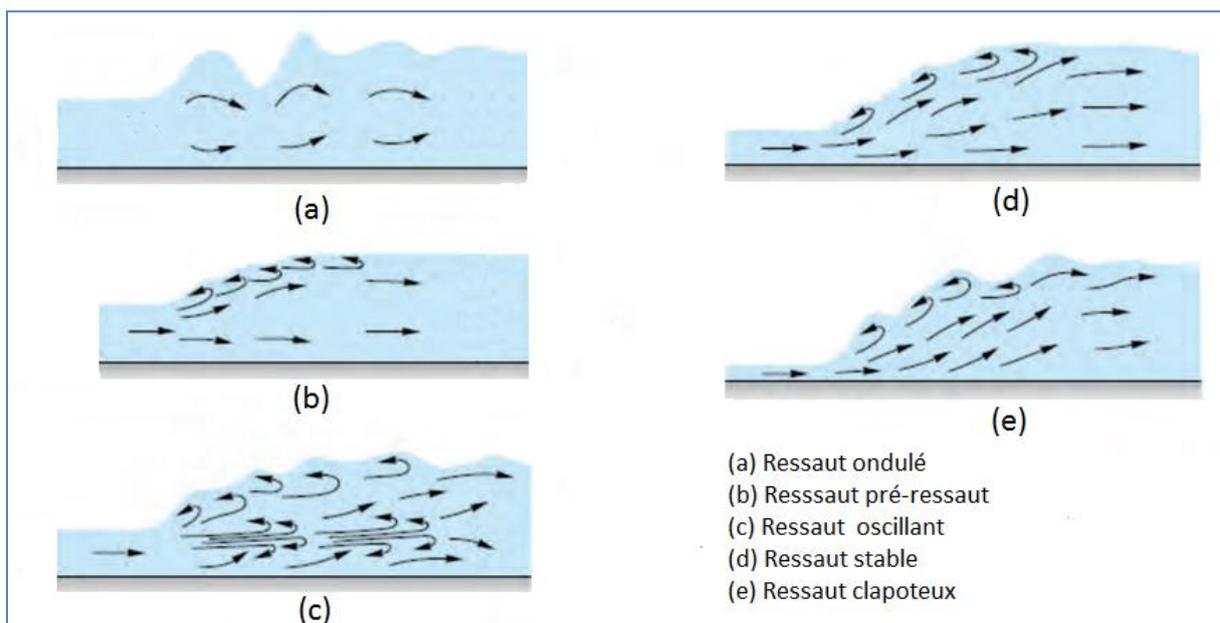


Fig. V.3 Classification des ressauts

V.4 Profondeurs conjuguées

On appelle profondeurs conjuguées les profondeurs y_1 , et y_2 observées respectivement en amont et en aval du ressaut hydraulique (figure V.1).

Pour trouver la relation entre les deux profondeurs conjuguées y_1 , et y_2 pour un canal rectangulaire, l'application de l'équation de la quantité de mouvement pour un volume de contrôle compris entre les sections 1 et 2 (figure V.1) :

On obtient la relation (V.1) permettant de calculer une des profondeurs conjuguées (y_1 , ou y_2) quand on connaît l'autre.

$$y_1 y_2 \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \frac{q^2}{g} \quad (\text{V.1a})$$

où q est le débit unitaire exprimée en $\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$.

En utilisant l'équation (III.8) du chapitre III pour la profondeur critique y_c , l'expression (V.1) s'écrit encore

$$y_1 y_2 \left(\frac{y_1 + y_2}{2} \right) = y_c^3 \quad (\text{V.1b})$$

Le nombre de Froude F_1 caractérisant l'écoulement à l'amont du ressaut évoluant dans un canal rectangulaire s'écrit :

$$F_1^2 = \frac{Q^2}{g b^2 y_1^3} \quad (\text{V.2})$$

Et sachant que $V_1 = \frac{Q}{A_1}$ et $V_1 = b y_1$

L'équation e de Bélanger (1928) liant le rapport Y des hauteurs conjugués du ressaut au nombre de Froude F_1

$$Y = \frac{y_1}{y_2} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right] \quad (\text{V.3})$$

V.3 Hauteur du ressaut

La hauteur du ressaut a été définie comme étant égale à:

$$h = y_1 - y_2 \quad (\text{V.4})$$

V.4 Longueurs caractéristiques du ressaut

Le ressaut est caractérisé par la longueur L_r de son rouleau ainsi que par la longueur L_j sur laquelle il s'étend. Ces caractéristiques n'ont pas pu être évaluées que par la voie expérimentale.

V.4.1 Longueur du rouleau

Le rouleau est une zone de recirculation du fluide; l'eau remonte vers l'amont, au moins au voisinage de la surface. On peut donc définir la fin du rouleau comme le point, à la surface du fluide, de vitesse horizontale nulle (Hager et al., 1990).

Les mesures ont permis d'aboutir à la loi expérimentale suivante qui donne la longueur L_r , (Hager et al., 1990).

$$\frac{L_r}{h_1} = -12 + 160 \tanh \frac{Fr_1}{20} \quad \text{pour } \frac{h_1}{b} < 0,1 \quad (\text{V.5})$$

$$\frac{L_r}{h_1} = -12 + 100 \tanh \frac{Fr_1}{12,5} \quad \text{pour } 0,1 < \frac{h_1}{b} < 0,7 \quad (\text{V.6})$$

Les auteurs ont proposés une relation plus simple pour le nombre de Froude compris entre 2,5 et 8 :

$$\frac{L_r}{h_1} = 8Fr_r - 12 \quad \text{pour } 2,5 < Fr_1 < 8,0 \quad (\text{V.7})$$

V.4.2 Longueur du ressaut

La seconde longueur caractéristique est la longueur du ressaut L_j , plusieurs formules ont été présentées afin de localiser la section finale du ressaut.

Hager et al. (1990) ont proposé une relation permettant d'évaluer la longueur L_j du ressaut.

$$\frac{L_j}{h_1} = 220 \tanh \frac{(Fr_1 - 1)}{22} \quad (\text{V.8})$$

Selon Carlier (1980), on a la formule de Smetana (1933)

$$L_j = 6 (y_2 - y_1) \quad (\text{V.9})$$

V.5 Perte d'énergie dans le ressaut hydraulique

La perte d'énergie dans le ressaut hydraulique se calcule en appliquant l'équation de Bernoulli entre les sections 1 et 2 (figure V.1).

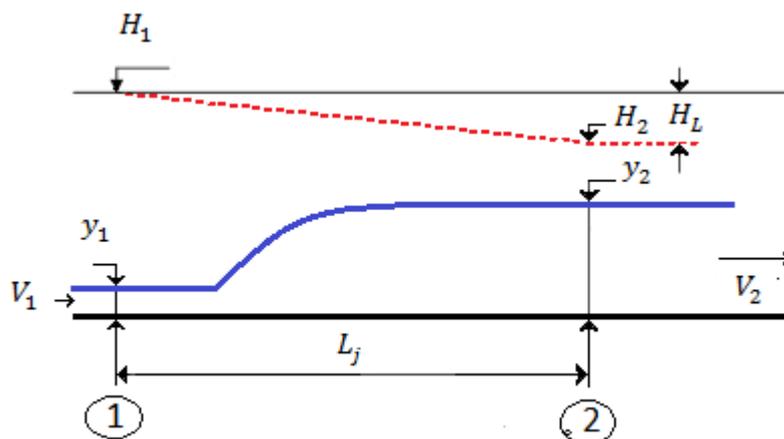


Fig. V.4 Dissipation d'énergie

En se référant au plan 0-0, la perte de charge totale dans la section initiale du ressaut s'écrit :

$$h_L = H_1 - H_2 = y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} - \left(y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} \right) \quad (\text{V.10})$$

On désigne par : V_1 et V_2 les vitesses moyennes qui correspondent aux sections amont et aval du ressaut et le facteur de correction de l'énergie cinétique α est admis égale à l'unité.

En raison du caractère permanent de l'écoulement, l'équation de la continuité, nous donne

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (\text{V.11})$$

Où

$$A_1 = by_1 \quad \text{et} \quad A_2 = by_2 \quad (\text{V.12})$$

En tenant compte des relations (V.11), (V.12), la relation (1.10) s'écrit :

$$h_L = y_1 - y_2 + \left(\frac{Q^2}{2gby_1} - \frac{Q^2}{2gby_2} \right) \quad (\text{V.13})$$

Comme le débit unitaire $q = \frac{Q}{b}$, l'équation (V.13) devient :

$$h_L = y_1 - y_2 + \frac{q^2}{2g} \left(\frac{1}{y_1^2} - \frac{1}{y_2^2} \right) \quad (\text{V.15})$$

L'expression suivante (V.14) du débit unitaire peut être déduite de l'expression de la quantité de mouvement définie par la relation (V.1).

$$\frac{q^2}{2g} = \frac{y_1 y_2^2 + y_2 y_1^2}{4} \quad (\text{V.16})$$

Ainsi, l'équation (V.15) s'écrit sous sa forme définitive:

$$h_L = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1y_2} \quad (\text{V.17})$$

V.6 Rendement du ressaut

Le rendement η du ressaut est défini par le rapport de la perte de charge ΔH qu'il occasionne à la charge totale dans sa section initiale :

$$\eta = \frac{\Delta H}{H_1} \quad (\text{V.18})$$

$$\Delta H = H_L = H_1 - H_2$$

H_1 et H_2 désignent respectivement, la charge totale dans les sections initiale et finale du ressaut (fig. V.4).

$$\eta = \frac{\Delta H}{H_1} = 1 - \frac{H_2}{H_1}$$

Le rapport $\frac{H_2}{H_1}$ est appelé efficacité du ressaut

$$\text{Nous avons } H_1 = y_1 \left[1 + \frac{F_1^2}{2} \right] \quad H_2 = y_1 \left[Y + \frac{F_1^2}{2Y^2} \right] \quad (\text{V.19})$$

Où Y est le rapport de hauteurs conjuguées du ressaut classique

En remplaçant H_1 et H_2 par leurs valeurs dans l'expression du rendement du ressaut, on obtient :

$$\eta = 1 - \left[\frac{\left(Y + \frac{F_1^2}{2Y^2} \right)}{1 + \frac{F_1^2}{2}} \right] \quad (\text{V.20})$$

V.7 Bassin d'amortissement

Les vitesses à l'aval du ressaut (régime fluvial) sont inférieures aux vitesses à l'amont du ressaut (régime torrentiel). Cette propriété fait utiliser le ressaut comme dissipateur d'énergie pour réduire la vitesse de la lame d'eau (fig.V.5).

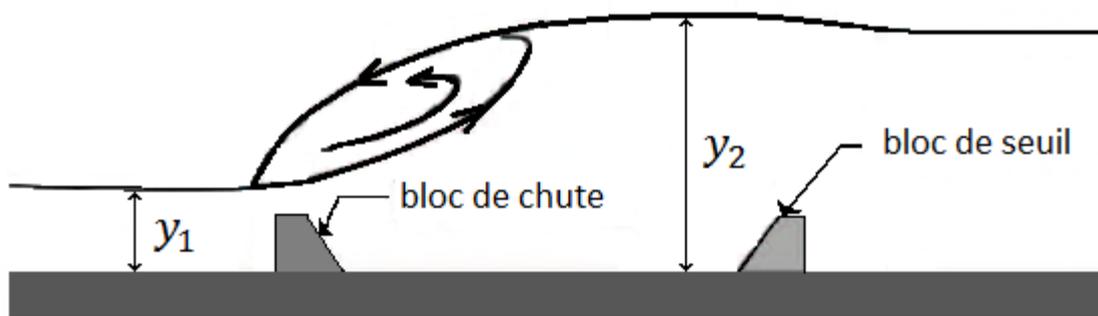


Fig. V.5 Schéma de principe d'un bassin d'amortissement

Afin de confiner le ressaut hydraulique dans un espace déterminé et éviter l'affouillement de l'ouvrage et l'érosion des berges on construit un bassin d'amortissement dont les caractéristiques sont spécifiées.

L'aménagement du bassin d'amortissement se fera selon la valeur du nombre de Froude.

V.8 Application du ressaut hydraulique

- Dans les écoulements à surface libre, le ressaut hydraulique est utilisé pour :
Dissiper de l'énergie dans les écoulements sous les barrages, les déversoirs et autres structures hydrauliques.
- Maintenir un haut niveau d'eau dans les canaux de.
- Mixer des produits chimiques utilisés pour la purification ou traitement d'eau usée.
- Utiliser dans les applications industrielles et les processus de fabrication.

V.9 Exercices

Exercice 1

Le canal rectangulaire a une largeur de 30,0 m. Le débit unitaire et la vitesse sont respectivement $2,75 \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}$ et $6,0 \text{ m/s}$. Trouver la hauteur du ressaut hydraulique et la puissance qui y est perdue (en kW).

Réponse

La hauteur du ressaut est $h = y_2 - y_1 = 1,62 - 0,458 = 1,16 \text{ m}$.

L'énergie perdue dans le ressaut est $H_L = 0,53 \text{ m}$

La puissance perdue est donc : $P = \rho g Q h_L = 429 \text{ kW}$.

Exercice 2

Un canal rectangulaire de 4,8 m de large a un débit de $5,2 \text{ m}^3/\text{s}$. La profondeur de l'eau en aval du ressaut est de 1,26 m.

a) Quelle est la profondeur en amont ?

b) Quelle est la perte de charge ?

Rép. $y_1 = 0,13 \text{ m}$, $H_L = 2,2 \text{ m}$

Exercice 3

Un canal rectangulaire de 4,88 m de large a un débit de $5,43 \text{ m}^3/\text{s}$. La profondeur de l'eau en aval du ressaut est de 1,28 m.

a) Quelle est la profondeur en amont ?

b) Quelle est la perte de charge ?

Rép. $y_1 = 0,1328 \text{ m}$, $H_L = 2,091 \text{ m}$

Exercice 4

De l'eau s'écoule d'un déversoir en ciment dans un canal rectangulaire de 9,0 m de largeur à travers un ressaut. Les profondeurs, avant et après le ressaut, sont respectivement de

1,55 m et de 3,08 m. Trouver le débit du canal ?

Rép. Le débit du canal $Q = q b = 10,41 \times 9 = 93,69 \text{ m}^3/\text{s}$.

Bibliographie

- Al-Husseini, T. R., Ghawi, A. H., & Ali, A. H. (2018) Performance of hydraulic jump rapid mixing for enhancement of turbidity removal from synthetic wastewater: A comparative study. *Journal of Water Process Engineering*, doi:10.1016/j.jwpe.2018.03.005.
- AlTalib, A. N., Mohammed, A. Y., Hayawi, H. A. (2019) Hydraulic jump and energy dissipation downstream stepped weir ; *J. Flow Measurement and Instrumentation*, 69, 101616, doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2019.101616.
- ANDERSEN; V.M. (1978) Undular Iydraulic Jump. *J. The Hydraulics Division*, Vol. 104, Issue 8, P. 1185-1188.
- Basu, S. (2019) Open-Channel Flow Measurement. *Plant Flow Measurement and Control, Handbook*, 257–331, doi:10.1016/b978-0-12-812437-6.00003-2.
- Basu, S. (2018) *Plant Flow Measurement and Control (Chapter III - Open-Channel Flow Measurement)*, <https://doi.org/10.1016/C2016-0-03750-6>.
- Bradley, J. N., and Peterka, A. J. (1957). "Hydraulic design of stilling basins." *Hydr. Div. ASCE*, 83(5), P. 1401-1406.
- Bradley, J.N., Peterka, A. J. (1957) *Hydraulic Design of Stilling Basins*, *J. Hydraulic Engineering*, 83 (5), P. 1401-1406.
- CARLIER, M. (1972) *Hydraulique générale et appliquée*, Eyrolles, Paris
- CARLIER, M. (1980) *Hydraulique générale et appliquée*, Eyrolles, Paris
- Chanson, H. (2004) *Fundamentals of open channel flows. Environmental Hydraulics of Open Channel Flows*, P. 11–34; doi:10.1016/b978-075066165-2.50034-5.
- Chanson, H. (2004) Applications of the Bernoulli equation to open channel flows. *Hydraulics of Open Channel Flow*, 21–49. doi:10.1016/b978-075065978-9/50008-8.
- Chanson, H. (1995) *Ressaut hydraulique ondulé : mythes et réalités LA HOUILLE BLANCHEIN° 7*, P. 54—65
- Chanson, H. (2009) Current knowledge in hydraulic jumps and related phenomena. A survey of experimental results. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 28(2), P. 191–210, doi:10.1016/j.euromechflu.2008.06.004.
- CHOW, V. T. (1959). *Open-channel hydraulics*. McGraw-Hill.

- Degoutte ; G. (2001) hydraulique et dynamique fluviale, ENGREF.
- Degoutte ; G. (2012) Diagnostic, Aménagement Et Gestion Des Rivières -
Hydraulique Et Morphologie Fluviales Appliquées, ed. Tec & Doc Lavoisier
- Giles, R. V.(1981) Mécanique des fluides et hydraulique (cours et problèmes), série
Schaum, ed. McGraw-Hill.
- GRAF, W.H., ALTINAKAR M.S. (2000) Hydraulique fluviale : écoulement et
phénomènes de transport dans les canaux à géométrie simple, Traité de Génie
Civil, Ed. Presses Polytechniques Romandes, Vol.16, Suisse.
- Hager, W., Bremen R., H., et Kawogoshi N. (1990). Classical hydraulic jump; length
of roller, J. Hydraulic research 28(5), 591-608.
- Hager, W. H. (1992). Energy Dissipators and Hydraulic Jump. Water Science and
Technology Library, doi:10.1007/978-94-015-8048-9
- LENCASTRE, A. (1996) Hydraulique générale, ed. Eyrolles.
- LENCASTRE, A. (2002) Hydraulique générale. 3e Édition. Editions Eyrolles.
- Lévêque, C. (2016) Quelles rivières pour demain? Réflexions sur l'écologie et la
restauration des cours d'eau, Editions Quae.
- Nékrassov, B. (1968) Cours D'hydraulique, Ed. MIR 1968, 1968
- Padet, J. (2015) Ecoulements externes gravitaires. 2ème Partie: Ecoulements à surface
libre, Ed. Société Française de Thermique
- Roche, P.-A., Miquel, J. Gaume E. (2012) Hydrologie quantitative: Processus,
modèles et aide à la décision, ed. Springer Science & Business Media, 2012.