

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie d'Oran - Mohamed Boudiaf
Faculté de Génie Mécanique
Département de Génie Maritime



Polycopié de Cours



Théorie de la Houle

Présenté par : Dr. Derrar Benamar



**Wave
Theory**

Ce cours est destiné aux étudiants
2^{ème} Année Master
Génie Maritime

Année Universitaire
2023/2024

Avant-propos

Ce polycopié est destiné aux étudiants inscrits en deuxième année Master, pour la spécialité Génie Maritime. Ce cours est aussi utilisé dans différents domaines en connexion avec le domaine maritime tel que la navigation, les travaux portuaires, la technologie des énergies renouvelables, les plates-formes offshore et dans le domaine du génie civil.

Le contenu de ce polycopié, correspond au programme officiel de la matière **“Théorie de la Houle”** enseignée au premier semestre de l'année universitaire, spécialité Génie Maritime, option *Construction et Réparation Navale*. Il est rédigé, pour les étudiants, dans le but d'avoir un outil de travail et de références, englobant les connaissances dont ils ont besoin dans leur cursus universitaire. En outre, à travers ce cours, les étudiants doivent comprendre la nature du comportement des vagues, leurs voyages et leurs caractéristiques, ainsi que l'étendue de l'énergie des vagues dans diverses conditions et emplacements.

Le manuscrit contient avec le 1^{er} chapitre des rappels mathématiques, quatre autres chapitres :

- 2^{ème} Chapitre Introduction à la Théorie des Vagues ;
- 3^{ème} Chapitre La Houle ;
- 4^{ème} Chapitre Estimation Mathématique de la Houle ;
- 5^{ème} Chapitre Vagues et Energie renouvelable ;

Et a la fin dans le 6^{ème} chapitre on traite quelques problèmes et applications résolus.

Afin de permettre à l'étudiant d'assimiler le cours, nous avons traité plusieurs exemples d'application. Bien que l'élaboration de ce manuscrit ait été faite avec le plus grand soin, le contrôle que nous avons pu faire de notre travail n'est pas absolu, et il serait étonnant qu'il ne subsiste pas d'erreurs. Aussi sommes-nous reconnaissant d'avance à nos lecteurs des remarques qu'ils voudront bien nous faire.

Dr. Derrar B.



Introduction

La théorie de la houle, également appelée théorie des vagues ou aussi théorie des vagues de surface, est une branche de l'océanographie et de la physique des fluides qui vise à comprendre la formation, la propagation et le comportement des vagues en surface de l'océan, ainsi que l'implication des courants marins et la nature des profondeurs dans leur développement. Les vagues de surface, ou houles, sont des perturbations périodiques de la surface de l'eau, généralement causées par le vent, les courants marins, les séismes ou d'autres forces, dont nous discuterons en détail dans le contenu de ce cours.

Quelques éléments clés de la théorie de la houle :

- **Formation des vagues** : Les vagues de surface se forment généralement sous l'influence du vent. Le vent exerce une pression sur la surface de l'eau, créant des variations de pression qui se propagent sous forme d'ondes. Ces ondes peuvent fusionner et former des vagues plus grandes ;
- **Propagation des vagues** : Une fois formées, les vagues se propagent à travers l'océan. La vitesse de propagation dépend de différents facteurs tels que la profondeur de l'eau, la longueur d'onde et la force initial du vent ;
- **Caractéristiques des vagues** : Les vagues de surface ont des caractéristiques telles que la hauteur, la longueur d'onde, la période et la vitesse de groupe. La hauteur d'une vague est la différence entre le creux et le sommet de la vague, tandis que la longueur d'onde est la distance entre deux crêtes successives ;
- **Interaction avec la côte** : Lorsque les vagues atteignent la côte, elles peuvent subir des phénomènes de réfraction, de diffraction et de réflexion, ce qui peut entraîner des changements de direction et d'amplitude. Cela influence les conditions sur les plages et les côtes ;
- **Modélisation mathématique** : La théorie de la houle repose sur des équations mathématiques qui décrivent le comportement des vagues. Ces équations prennent en compte des paramètres tels que la force du vent, la profondeur de l'eau et les propriétés des vagues ;
- **Prévision des vagues** : La compréhension de la théorie de la houle est essentielle pour la prévision des conditions océaniques, la navigation maritime, la sécurité en mer et d'autres applications pratiques. Des modèles

informatiques sophistiqués sont utilisés pour prédire les hauteurs de vagues, les directions et les conditions météorologiques marines.

La théorie de la houle est un domaine complexe qui fait l'objet de recherches constantes pour mieux comprendre le comportement des vagues de surface, en particulier dans le contexte du changement climatique et de ses effets sur les océans.

Chapitre I

Rappels Mathématiques

La théorie des vagues, en mathématiques, est une branche de l'analyse qui se concentre sur la modélisation mathématique des phénomènes ondulatoires.

L'étude de comportement des vagues représente un domaine complexe des mathématiques, de la physique et de l'ingénierie. Pour étudier plus en profondeur cette théorie, vous devrez souvent utiliser des équations aux dérivées partielles, des mathématiques et physiques avancées ainsi que des outils de calcul numérique pour modéliser le comportement de la houle et résoudre des problèmes liés aux ondes.

Dans ce chapitre, on rappelle aux étudiants certaines lois mathématiques et physiques précédemment étudiées et nécessaires pour comprendre et expliquer mathématiquement les phénomènes liés aux vagues.

La trigonométrie est une branche des mathématiques qui traite des relations entre distances et angles dans les triangles et des fonctions trigonométriques telles que *Sinus*, *Cosinus*, et *Tangente*. Les applications de la trigonométrie sont extrêmement nombreuses. En particulier, elle est utilisée en astronomie, océanographie et en navigation avec notamment la technique de triangulation.

La trigonométrie joue un rôle essentiel dans le domaine maritime pour diverses applications.

1.1. Les Fonctions Trigonométriques

Les fonctions trigonométriques sont des fonctions mathématiques fondamentales qui relient les angles d'un triangle aux longueurs de ses côtés (Fig. I.1). Elles sont essentielles dans de nombreux domaines des mathématiques et de la physique, y compris la trigonométrie elle-même, l'analyse, et les applications en ingénierie, en navigation et en étude du comportement physique des vagues.

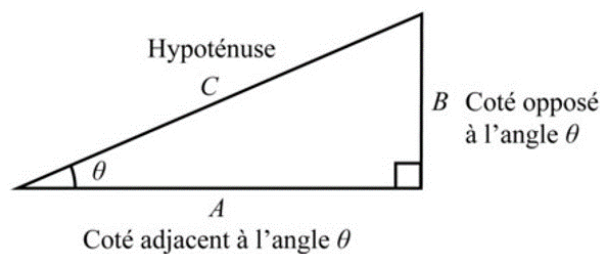


Fig. I. 1 - Angles dans un triangle rectangle.

$$\sin \theta = \frac{\text{Côté opposé}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{B}{C} \quad (\text{Eq. I. 1})$$

$$\cos \theta = \frac{\text{Côté adjacent}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{A}{C} \quad (\text{Eq. I. 2})$$

$$\tan \theta = \frac{\text{Côté opposé}}{\text{Côté adjacent}} = \frac{B}{A} \quad (\text{Eq. I. 3})$$

1.2. Le Cercle Trigonométriques

Le cercle trigonométrique est un outil fondamental en trigonométrie qui permet de visualiser les fonctions trigonométriques et de comprendre leurs propriétés (Fig. I. 2 et I. 3).

Un cercle trigonométrique est un cercle de rayon " $r = 1$ " centré à l'origine d'un repère orthonormé (coordonnées $(0,0)$) dans le plan cartésien. Il est souvent utilisé pour définir les fonctions trigonométriques pour tous les angles, y compris ceux supérieurs à 90° .

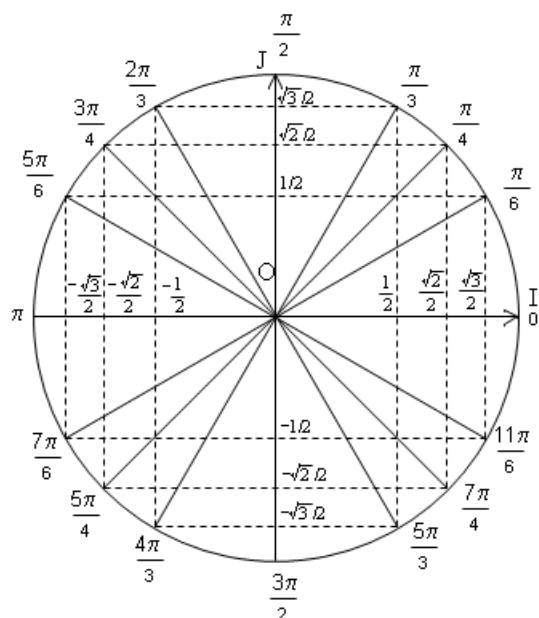


Fig. I. 2 - Cercle Trigonométrique.

- Caractéristiques du Cercle Trigonométrique :
 - Rayon : 1 ;
 - Centre : L'origine du repère (0,0) ;
 - Périmètre : 2π ;
 - Abscisse (x) : Représente le cosinus de l'angle $\theta \rightarrow \cos \theta$;
 - Ordonnée (y) : Représente le sinus de l'angle $\theta \rightarrow \sin \theta$.

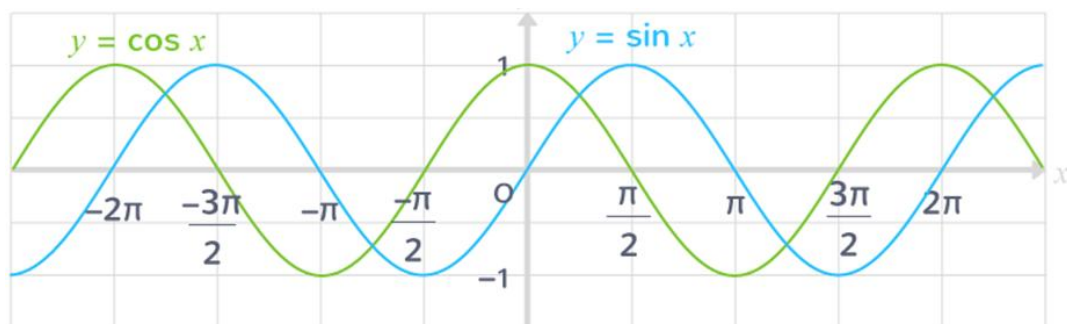


Fig. I. 3 - La trigonométrie dans le plan cartésienne.

1.3. Propriétés

Les propriétés trigonométriques sont des règles et des identités qui relient les fonctions trigonométriques entre elles. Dans ce rappel de cours, on présente quelques-unes des principales propriétés et identités trigonométriques :

$$\cos(-a) = \cos a$$

$$\sin(-a) = -\sin a$$

$$\tan(-a) = -\tan a$$

$$\cos(\pi - a) = -\cos a$$

$$\sin(\pi - a) = \sin a$$

$$\tan(\pi - a) = -\tan a$$

$$\cos(\pi + a) = -\cos a$$

$$\sin(\pi + a) = -\sin a$$

$$\tan(\pi + a) = \tan a$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin a$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos a$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cot a = \frac{1}{\tan a}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\sin a$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos a$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\cot a = -\frac{1}{\tan a}$$

$$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \beta)$$

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \beta)$$

$$(\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

▪ **Pour un triangle quelconque**

On a le *théorème du Sinus* :

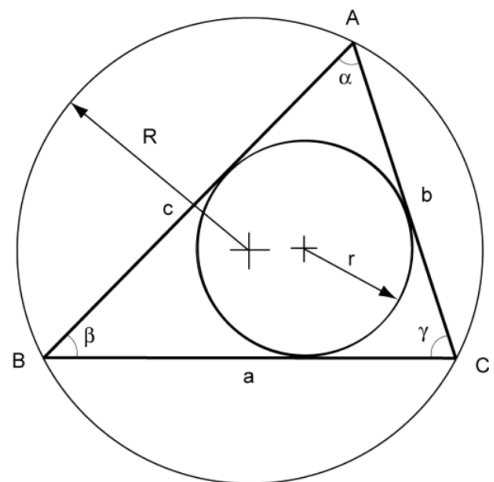
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

Théorème du Cosinus :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$



La trigonométrie hyperbolique est un domaine des mathématiques qui étudie les fonctions hyperboliques analogues aux fonctions trigonométriques classiques. Ces fonctions sont définies à partir des exponentielles et présentent des propriétés similaires mais adaptées à la géométrie hyperbolique (Fig. I. 4).

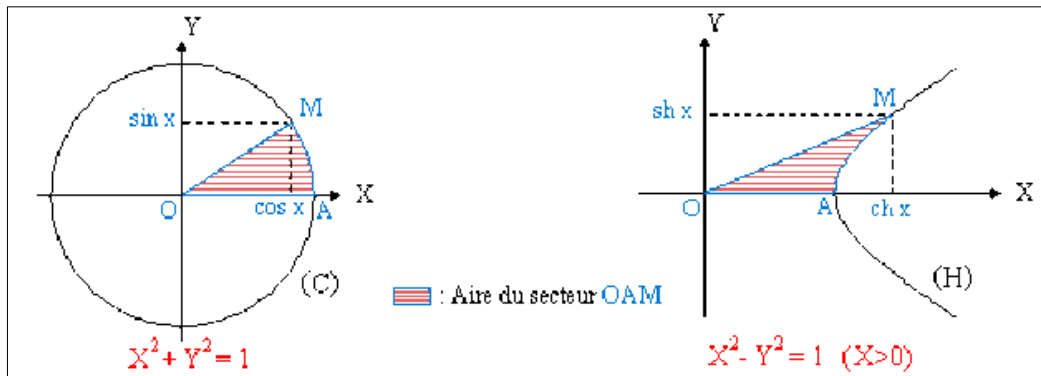


Fig. I. 4 - Trigonométrie hyperbolique.

Les fonctions hyperboliques sont des outils puissants pour analyser et résoudre des problèmes dans de nombreux domaines scientifiques et techniques.

2.1. Les Fonctions Hyperboliques

Les fonctions hyperboliques sont des fonctions mathématiques qui sont basées sur les hyperboles plutôt que sur les cercles. Les trois principales fonctions hyperboliques sont la fonction sinus hyperbolique, la fonction cosinus hyperbolique et la fonction tangente hyperbolique. Elles sont souvent notées respectivement $\sinh(x)$, $\cosh(x)$ et $\tanh(x)$.

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad (\text{Eq. I. 4})$$

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad (\text{Eq. I. 5})$$

$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} \quad (\text{Eq. I. 6})$$

Ces fonctions hyperboliques partagent certaines propriétés avec les fonctions trigonométriques, mais elles sont basées sur les relations entre les côtés des triangles hyperboliques plutôt que sur les cercles. Les fonctions hyperboliques apparaissent fréquemment dans les domaines de l'analyse mathématique, de la physique mathématique, et de diverses branches des sciences appliquées.

2.2. Propriétés

Les fonctions hyperboliques possèdent plusieurs propriétés importantes, analogues aux fonctions trigonométriques mais adaptées au cadre hyperbolique. Dans ce rappel de cours, on présente quelques-unes des principales propriétés et identités hyperboliques :

$$\sinh(a + b) = \sinh a \cosh b + \cosh a \sinh b$$

$$\sinh(a - b) = \sinh a \cosh b - \cosh a \sinh b$$

$$\cosh(a + b) = \cosh a \cosh b + \sinh a \sinh b$$

$$\cosh(a - b) = \cosh a \cosh b - \sinh a \sinh b$$

$$\tanh(a + b) = \frac{\tanh(a) + \tanh(b)}{1 + \tanh(a) \tanh(b)}$$

$$\tanh(a - b) = \frac{1 - \tanh(a) \tanh(b)}{\tanh(a) - \tanh(b)}$$

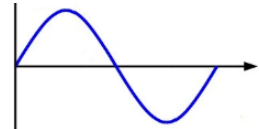
Ces propriétés fournissent une base solide pour comprendre et utiliser les fonctions hyperboliques dans divers contextes mathématiques et scientifiques.

Les grandeurs physiques sont des quantités qui peuvent être mesurées et utilisées pour décrire les phénomènes physiques. Elles sont essentielles pour la compréhension et la modélisation des lois de la nature. On présente dans cet axe de cours les principales catégories de grandeurs physiques, ainsi que des exemples et leurs unités de mesure.

3.1. Vague

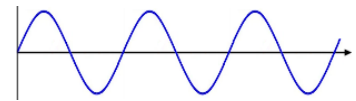
Une vague est une perturbation qui se propage à travers un milieu, généralement sous forme d'oscillations ou de mouvements.

Chaque type de vague a ses propres caractéristiques et comportements en fonction du milieu à travers lequel elle se déplace.



3.2. Houle

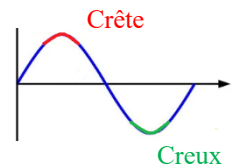
La houle est un phénomène océanographique caractérisé par une série de vagues régulières et continues qui se forment à la surface de l'océan. Contrairement aux vagues de vent, qui sont générées localement par le vent soufflant à la surface de l'eau, la houle est générée par des vents soufflant sur de longues distances.



La houle joue un rôle important dans la dynamique côtière, influençant l'érosion, le transport des sédiments et la formation des plages.

3.3. Creux et Crête

Les termes "*creux*" et "*crête*" sont utilisés pour décrire les points les plus bas et les plus hauts d'une vague, respectivement.



3.4. La Vitesse

La vitesse (ou Célérité) est une grandeur physique qui mesure le déplacement d'un objet par unité de temps. Elle est exprimée généralement en mètres par seconde ou en kilomètres par heure. La formule de base pour calculer la vitesse est :

$$Vitesse = \frac{\text{distance}}{\text{temps}} \quad [m/s] \quad (Eq. I. 7)$$

En physique, la vitesse peut être décrite de manière plus détaillée comme une quantité vectorielle, ce qui signifie qu'elle a à la fois une magnitude (la rapidité) et une direction. Par exemple, un navire qui se déplace à 25 [km/h] vers le nord a une vitesse différente de celle qui se déplace à 18 [km/h] vers l'est, même si leur rapidité est la même.

La distinction est également faite entre la vitesse moyenne (le rapport entre la distance totale parcourue et le temps total écoulé) et la vitesse instantanée (la vitesse à un moment précis).

3.4. La Fréquence

La fréquence est une grandeur physique qui mesure le nombre de fois qu'un événement périodique se répète par unité de temps. Elle est souvent représentée par la lettre " f " ou " ω " et s'exprime en hertz [Hz], où 1 [Hz] correspond à un événement qui se produisant une fois par seconde.

La formule de base pour calculer la fréquence est :

$$f = \frac{1}{T} \text{ [s}^{-1}\text{]} \equiv \text{[Hz]} \quad (\text{Eq. I. 8})$$

Où la période T [s] est le temps nécessaire pour qu'un cycle complet de l'événement se produise.

La fréquence est un concept clé dans de nombreux domaines de la physique, notamment dans l'étude des ondes et les vagues dans ce cours. La fréquence d'une vague représente le nombre de cycles ou d'oscillations complètes que la vague effectue en une seconde. En d'autres termes, c'est le nombre de crêtes de vagues qui passent par un point fixe en une seconde.

La fréquence d'une vague donne une idée de la rapidité avec laquelle les vagues se succèdent. Plus la fréquence est élevée, plus les vagues se succèdent rapidement.

3.5. La Force

La force est une grandeur physique qui décrit l'interaction entre des objets qui peut provoquer un changement dans leur état de mouvement ou de forme. En termes simples, une force peut mettre un objet en mouvement, modifier sa vitesse, changer sa direction, ou déformer sa structure.

La force est une quantité vectorielle, ce qui signifie qu'elle a à la fois une magnitude (intensité) et une direction. Elle est souvent représentée par la lettre " F " et s'exprime en newtons [N] dans le Système international d'unités (SI).

La deuxième loi du mouvement de Newton donne la relation entre la force, la masse (m) d'un objet et son accélération (a) :

$$\vec{F} = m \vec{a} \text{ [N]} \equiv \text{[kg m s}^{-2}\text{]} \quad (\text{Eq. I. 9})$$

3.6. L'Énergie

L'énergie est une grandeur physique qui représente la capacité d'un système à effectuer un travail ou à provoquer un changement. Elle existe sous différentes formes et peut être convertie d'une forme à une autre, mais elle ne peut ni n'être créée ni détruite, conformément au principe de conservation de l'énergie.

$$E = \vec{F} \cdot \overrightarrow{dU} \text{ [N.m]} \quad (\text{Eq. I. 10})$$

Les principales formes d'énergie incluent :

Énergie cinétique : L'énergie qu'un objet possède en raison de son mouvement. Elle dépend de la masse et de la vitesse de l'objet.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \quad [J] \equiv [kg \, m^2 \, s^{-2}] \quad (Eq. I. 11)$$

Énergie potentielle : L'énergie emmagasinée dans un système en raison de la position ou de l'état de l'objet. Par exemple, l'énergie potentielle gravitationnelle est liée à la hauteur d'un objet par rapport à une référence.

$$E_p = m g h \quad [J] \equiv [kg \, m^2 \, s^{-2}] \quad (Eq. I. 12)$$

L'énergie est une notion centrale en physique, représentant la capacité de provoquer des changements et des mouvements dans les systèmes physiques.

3.7. La Puissance

En physique, la puissance est définie comme le taux auquel le travail est effectué ou l'énergie est transférée. Elle est mesurée en watts, où un watt équivaut à un joule par seconde.

La formule générale pour la puissance est :

$$P = \vec{F} \cdot \vec{V} \quad [N \cdot m/s] \equiv [J/s] \quad (Eq. I. 13)$$

Ou encore :

$$P = \frac{W}{t} \quad [J/s] \quad (Eq. I. 14)$$

Avec :

W : le travail effectué $[J]$;

t : le temps pendant lequel le travail est effectué $[s]$.

Il existe aussi d'autres formules spécifiques pour la puissance en fonction du contexte et/ou phénomène physique. La **Puissance mécanique** pour un objet en mouvement, peut être calculée comme le produit de la force appliquée sur l'objet et de sa vitesse :

$$P = F v \quad [J/s] \quad (Eq. I. 15)$$

La puissance est une mesure de la rapidité avec laquelle l'énergie est utilisée ou produite, et elle joue un rôle crucial dans de nombreux domaines de la physique et de l'ingénierie.

3.8. La Pression

La pression est une grandeur physique qui exprime la force exercée perpendiculairement sur une surface par unité de surface. Elle est généralement mesurée en pascals dans le Système international d'unités, où un pascal équivaut à un newton par mètre carré.

La formule générale pour calculer la pression est :

$$P = \frac{F}{S} \quad [N/m^2] \equiv [Pa] \quad (Eq. I. 16)$$

Types de Pression

- **Pression Atmosphérique** : La pression exercée par l'atmosphère terrestre. Elle est généralement mesurée à l'aide d'un baromètre et s'exprime souvent en hectopascals [*hPa*] ou en millibars [*mbar*].
- **Pression Hydrostatique** : La pression exercée par un fluide en équilibre en raison de la gravité. Elle augmente avec la profondeur dans un fluide.
- **Pression Relative (ou Manométrique)** : La pression mesurée par rapport à la pression atmosphérique ambiante. Elle peut être positive (au-dessus de la pression atmosphérique) ou négative (au-dessous de la pression atmosphérique).
- La **Pression dynamique** est une composante de la pression totale d'un fluide en mouvement, représentant l'énergie cinétique par unité de volume du fluide. Elle est particulièrement importante dans l'étude de la dynamique des fluides, l'aérodynamique et l'hydrodynamique. La pression dynamique est définie par la formule :

$$P_d = \frac{1}{2} \rho v^2 \quad [N/m^2] \quad (Eq. I. 17)$$

La pression dynamique résulte du mouvement du fluide. Lorsqu'un fluide se déplace, il possède une énergie cinétique, et cette énergie est quantifiée par la pression dynamique. Elle est différente de la pression statique, qui est la pression exercée par un fluide au repos ou la composante de la pression totale qui ne dépend pas de la vitesse du fluide. La pression totale dans un fluide en mouvement est la somme de la pression statique et de la pression dynamique :

$$P_{total} = P_s + P_d \quad [N/m^2] \quad (Eq. I. 18)$$

La pression est un concept fondamental en physique et en ingénierie, ayant des applications dans divers domaines tels que :

- **Mécanique des fluides** : Étude du comportement des liquides et des gaz.

- **Météorologie** : Prédiction des conditions météorologiques en fonction des variations de pression atmosphérique.
- **Industrie** : Utilisation de la pression dans les systèmes hydrauliques et pneumatiques pour déplacer des machines et des équipements.

La compréhension et le contrôle de la pression sont essentiels dans de nombreux aspects de la science et de la technologie.

Chapitre II

Introduction à la Théorie des Vagues

La théorie des vagues est un domaine d'étude interdisciplinaire qui explore les propriétés, les caractéristiques et les comportements des vagues dans divers contextes. Les vagues sont des phénomènes omniprésents dans la nature et se manifestent sous de nombreuses formes, que ce soit dans l'océan, l'atmosphère, la physique des particules, les mathématiques ou d'autres domaines scientifiques.

Dans ce chapitre, l'étudiant découvrira quelques détails de base sur les vagues, tels que les types de vagues, leurs caractéristiques et la façon dont elles se forment.

2.1. Phénomène de Vague

Une vague est l'un des phénomènes les plus complexes et les plus variables dans la nature (Fig. II. 1), elles ont toujours préoccupé les marins qui craignent les tempêtes.



Fig. II. 1 - Evolution d'une vague.

Une vague est un mouvement oscillatoire de la surface d'un océan, d'une mer ou un lac. Une vague peut être formée par le vent, les courants, la nature du fond, ainsi que la proximité de la nature des côtes. Les vagues ont une hauteur crête à creux allant généralement d'une dizaine de centimètres à une dizaine de mètres.

2.2. Types de Vagues

Les vagues sont des mouvements ondulatoires qui se forment à la surface des océans et des mers sous l'effet du vent et d'autres facteurs.

2.2.1. Les vagues générées par le vent

Les vagues générées par le vent sont des vagues de surface de l'océan qui se forment sous l'influence du vent soufflant à la surface de l'eau (Fig. II. 2). Ces vagues sont parmi les plus courantes et les plus familières dans les environnements marins.



Fig. II. 2 - Evolution de la houle sous l'influence du vent.

Les vagues générées par le vent sont le résultat de l'interaction entre le vent et la surface de l'eau (Fig. II. 2), et elles sont une composante essentielle de l'océanographie^[1] et de la météorologie^[2] marine.

[1] L'océanographie est la branche de la science qui étudie les océans, y compris leurs propriétés physiques, chimiques, biologiques et géologiques.

[2] La météorologie est la science qui étudie l'atmosphère terrestre, ses phénomènes et ses variations.

2.2.2. Vagues générées par des séismes

Les vagues générées par des séismes sont principalement les Tsunamis, qui sont des phénomènes naturels extrêmement destructeurs (Fig. II. 3). Les régions situées près des zones de subduction tectonique, où des plaques tectoniques entrent en collision ou s'écartent (Fig. II. 4), sont plus susceptibles de connaître des séismes sous-marins et, par conséquent, d'être exposées au risque de tsunamis. Des systèmes d'alerte au tsunami sont en place dans de nombreuses régions vulnérables pour avertir la population en cas de menace de tsunami et permettre une évacuation rapide.



Fig. II. 3 - Vague de tsunamis extrêmement destructeurs.

Le plus souvent un glissement de terrain sous-marin, l'ébranlement concerne alors toute la tranche d'eau. Un Tsunami se propage alors comme une onde solitaire de longueur d'onde qui atteint l'infini, c'est à dire que la vague semble se déplacer d'un bloc (Fig. II. 4), et a une grande vitesse. Les vagues de Tsunami voyagent avec une vitesse " C " importante et en relation avec la profondeur de l'océan (Eq. II.1 et II.2) si bien qu'en océan peu profond et/ou profond, leur vitesse peut être de l'ordre de plusieurs centaines de kilomètre par heure (dans des régions où la profondeur de l'océan atteint plus de 6000 mètres).

Cas d'eau *peu profonde* :

$$C = \sqrt{g d} \quad (\text{Eq. II.1})$$

Cas d'eau *profonde* :

$$C = \sqrt{\frac{g L}{2 \pi}} \quad (\text{Eq. II.2})$$

Où :

- g : Accélération de pesanteur [m/s^2] ;
- d : Profondeur de l'océan [m] ;
- L : Longueur de la houle [m].

Les vagues imperceptibles du tsunami varie généralement entre 20 et 300 kilomètres de longueur et peuvent se déplacer à la vitesse d'un avion, d'environ 900 [km/h].

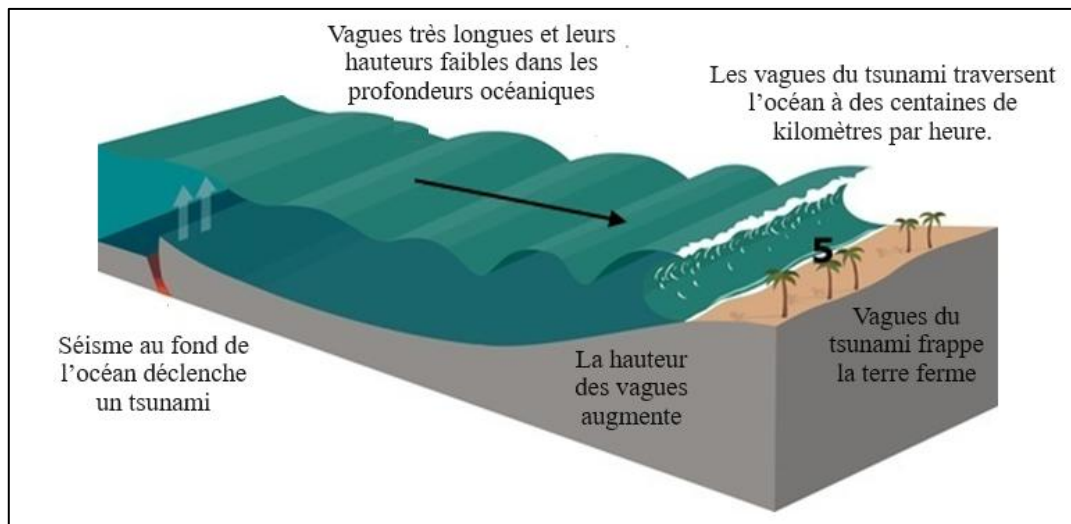


Fig. I. 4 - Formation d'une vague de tsunamis.

2.2.3. Vagues provoquées par le mouvement des astres

En effet, depuis la formation des vagues jusqu'à leur déferlement, elles subissent une quantité de mécanismes physiques bien spécifiques qui font appel à des considérations énergétiques variées. Aussi l'étude des vagues et des interactions liées nécessite la prise en compte dans son ensemble de phénomènes d'échelle planétaire.

Les vagues provoquées par le mouvement des astres, en particulier la Lune et le Soleil, sont connues sous le nom de marées. Les marées sont des variations périodiques du niveau de la mer qui se produisent en raison de l'attraction gravitationnelle exercée par la Lune et le Soleil sur la Terre. Les marées sont un phénomène commun et bien compris, et leur étude fait partie de la marégraphie^[3] ou océanographie des marées.

2.3. Classement des Vagues

Les vagues peuvent être classées en différentes catégories en fonction de divers critères, notamment leur origine, leur taille, leur forme et leur énergie. La figure (II.5) montre un classement des vagues en fonction de différents critères cités.

Il est essentiel de souligner que la catégorisation des vagues peut être influencée par divers facteurs, notamment l'environnement, les conditions météorologiques, la topographie sous-marine et d'autres paramètres.

[3] : La marégraphie est la science de la mesure des marées, c'est-à-dire la variation périodique des niveaux de l'eau dans les océans, les mers, les estuaires et les lacs.

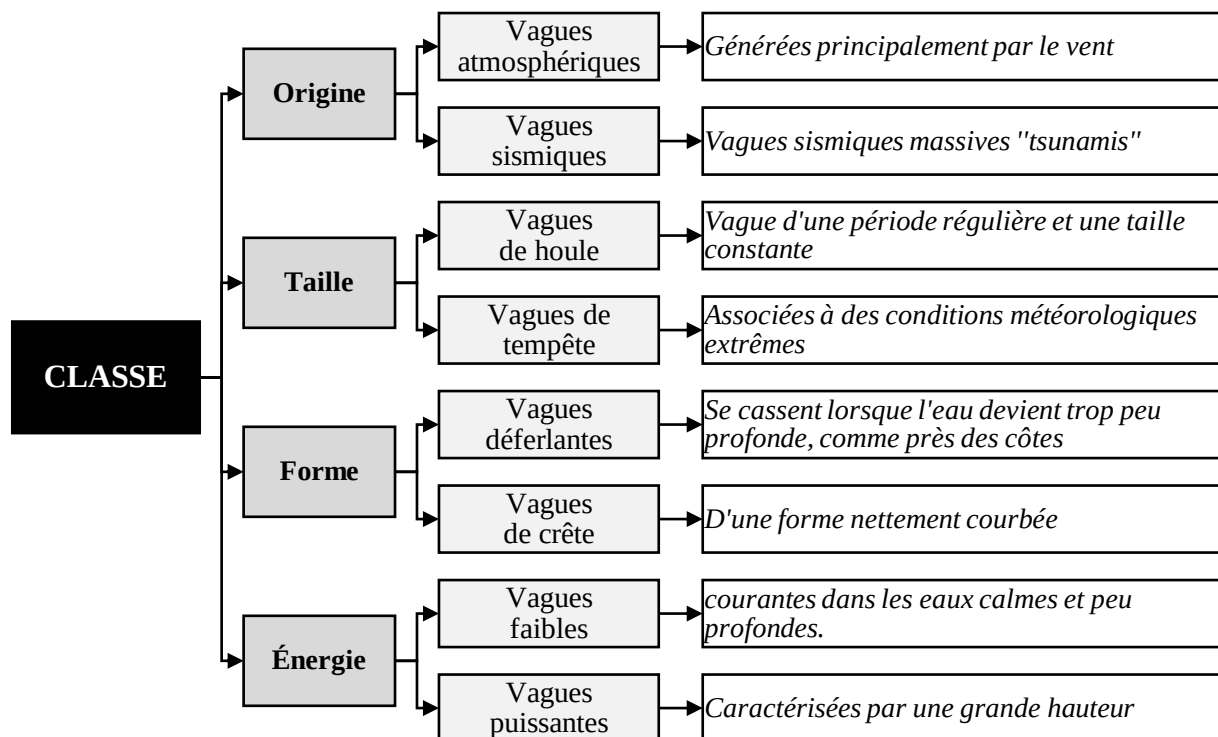


Fig. II. 5 - Classement des vagues en fonction de différents critères.

En conséquence, le classement des vagues n'est pas une classification fixe, et les caractéristiques des vagues peuvent varier considérablement en termes de taille, de forme et d'intensité en fonction de ces variables. En d'autres termes, les vagues ne sont pas figées dans une seule catégorie, mais peuvent évoluer en réponse à ces conditions changeantes, créant une diversité de phénomènes océaniques.

2.3.1. Vague Régulière

Une "vague régulière" est un terme utilisé pour décrire des vagues qui se déplacent de manière constante et uniforme sans variations significatives dans leur hauteur, leur période ou leur forme (Fig. II. 6). Ces vagues sont généralement caractérisées par une régularité dans leur apparence et leur comportement.

Les vagues régulières se trouvent généralement en haute mer, loin de la côte, où les influences locales telles que le vent, la topographie sous-marine et les marées ont moins d'impact sur leur régularité. Elles sont souvent le résultat de vents forts et constants sur de vastes étendues d'océan. Les vagues de houle, générées par des systèmes de vent lointains, sont un exemple courant de vagues régulières.

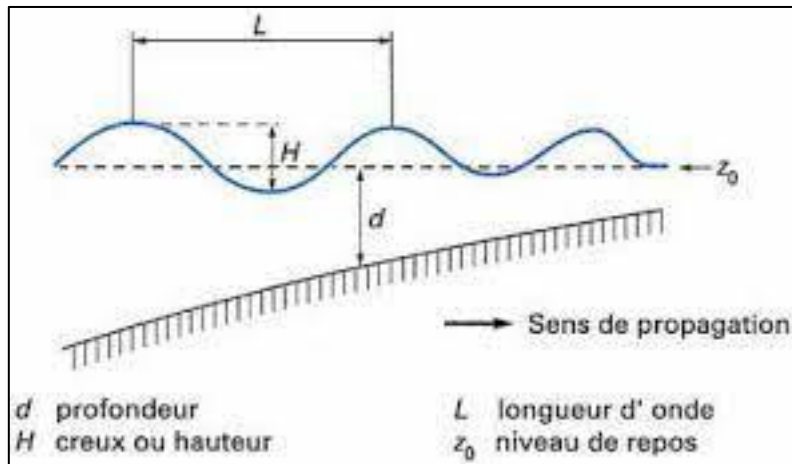


Fig. II. 6 - Caractéristiques d'une houle.

- **Période d'une vague "T"**

La période de vague, est le temps qu'il faut pour qu'une vague individuelle se propage d'un point à un autre. En d'autres termes, c'est la durée entre deux crêtes successives de la vague ou entre deux creux successifs. La période est généralement mesurée en secondes.

La période d'une houle est une caractéristique importante des vagues, car elle influence la manière dont les vagues interagissent avec les objets et les structures, ainsi que leur potentiel de transport d'énergie sur de longues distances.

- **Profile d'une vague**

Le profil d'une vague se réfère à la forme tridimensionnelle d'une vague, montrant comment elle évolue à partir de la profondeur de l'eau jusqu'à sa crête. Le profil d'une vague dépend de plusieurs facteurs, y compris la houle, la période de la vague, la profondeur de l'eau et les forces qui influencent la formation des vagues.

Pour définir le profil de la vague et sa cinématique, il suffit de connaître trois de ces quatre paramètres, en pratique soit **H**, **L**, **d** soit **H**, **T**, **d**.

Pour une meilleure prédiction, il est préférable d'utiliser les paramètres sans dimensions suivants :

- **Cambrure de la houle** : $\frac{H}{L}$ Représente un paramètre important en eau profond ;
- **Hauteur relative de la houle** : $\frac{H}{d}$ Si la profondeur d'eau est supérieure à 100 [m], les faibles valeurs de ce facteur correspondent à des vagues de hauteur non négligeables ;
- $\frac{d}{L}$: Si $\frac{d}{L} \ll 0.05$, On peut dire que la profondeur d'eau est faible ;
Si $0.05 < \frac{d}{L} < 0.5$, On dit que la profondeur est transitoire ;
Si $\frac{d}{L} > 0.5$, La profondeur d'eau peut être considérée comme infinie.

Donc la houle peut être classée comme suite :

Classification	d/L
Eau profonde	$d/L \geq 1/2$
Eau transitoire	$1/20 \leq d/L \leq 1/2$
Profondeur faible	$0 \leq d/L \leq 1/20$

Tab. II. 1 - Classes de houle par rapport à la profondeur.

- **Fréquence d'une vague' ω '** : La fréquence d'une vague se réfère au nombre de vagues qui passent par un point donné en une unité de temps (Eq. II. 3), généralement mesurée en nombre de vagues par seconde [Hz] ou par minute. C'est un concept important dans l'étude des vagues, en particulier pour la caractérisation des ondes.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (\text{Eq. II.3})$$

2.3.2. Vague Irrégulière

Les vagues irrégulières, également appelées vagues désordonnées ou vagues chaotiques, se réfèrent à un type de vagues marines ou océaniques qui ne suivent pas un modèle régulier ou périodique (Fig. II. 7). Contrairement aux vagues régulières, qui ont une hauteur, une période et un espacement uniformes entre elles, les vagues irrégulières sont caractérisées par leur nature imprévisible et variée.

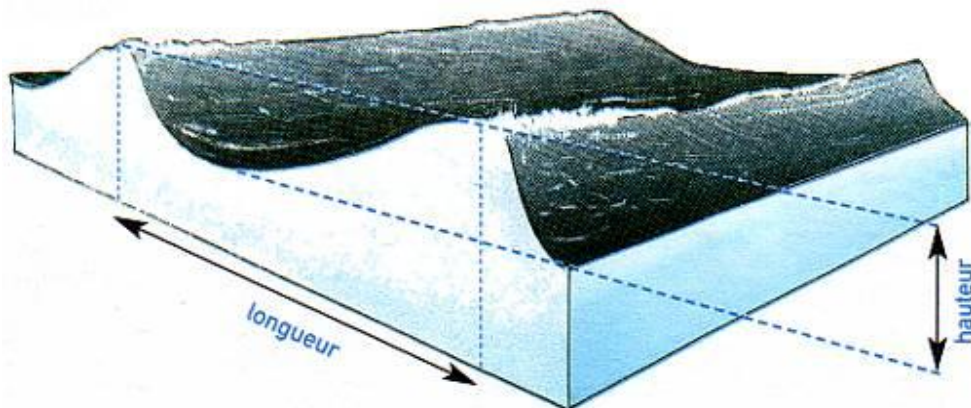


Fig. II. 7 - Vague irrégulière.

Les vagues irrégulières peuvent résulter de plusieurs facteurs, notamment :

- **Vent variable** : Les changements dans la direction et la force du vent peuvent provoquer des vagues désordonnées (irrégulière).
- **Interférences de houles différentes** : Si plusieurs trains de houle se croisent ou interagissent, cela peut créer des vagues irrégulières.
- **Courants marins** : Les courants marins peuvent perturber la régularité des vagues.

- **Bathymétrie sous-marine** : Les variations du fond marin peuvent influencer la forme et la régularité des vagues à la surface.

Les vagues irrégulières sont souvent considérées comme plus imprévisibles et potentiellement dangereuses que les vagues régulières, car elles peuvent rendre la navigation difficile et présenter des défis pour les plaisanciers, les surfeurs et d'autres personnes qui interagissent avec l'océan. Il est important d'être conscient de ces variations pour des raisons de sécurité et de planification, en particulier en mer agitée.

2.4. Le Fetch

Représente un terme utilisé dans le domaine de la météorologie marine pour décrire la distance sur laquelle le vent souffle sur la mer (Fig. I. 2), générant ainsi des vagues. Plus le fetch est long (c'est-à-dire plus le vent souffle sur une longue distance), plus les vagues peuvent devenir hautes et puissantes. Le fetch est un facteur clé dans la formation des vagues océaniques, et il est souvent utilisé pour déterminer la taille et la force des vagues dans une zone donnée.

Un fetch plus long signifie généralement des vagues plus grandes, car le vent a plus de temps pour transférer son énergie à la surface de l'eau sur une plus grande distance (Fig. II. 2). Cela peut avoir un impact significatif sur la navigation, la sécurité en mer et d'autres activités liées à l'océan.

Le fetch est un élément important à prendre en compte dans la prévision des conditions météorologiques marines, en particulier pour les marins, les ingénieurs de la construction navale, les surfeurs et d'autres personnes qui dépendent des conditions de la mer pour leurs activités.

2.5. Le Mascaret

Le mascaret est un phénomène naturel qui se produit dans certaines rivières et estuaires du monde entier. C'est un type de marée de rivière où une vague de grande hauteur et de forte énergie remonte le courant à contre-courant (Fig. II. 8), généralement en réaction à la marée montante. Le mascaret se caractérise par une vague rapide et puissante qui peut parcourir des distances considérables à l'intérieur des rivières ou des estuaires.



Fig. II. 8 - Phénomène du mascaret.

Le mascaret est généralement observé dans les endroits où le fond de la rivière ou de l'estuaire^[4] est suffisamment incliné, et où le marnage (la différence entre les marées hautes et basses) est significatif.

[4] : Une formation géographique caractérisée par une embouchure de rivière où de l'eau douce provenant de la rivière se mélange avec de l'eau salée provenant de l'océan ou de la mer.

Lorsque la marée montante entre dans la rivière ou l'estuaire, elle crée une surélévation de l'eau qui se déplace contre le courant en amont. Cela forme une vague qui peut varier en taille, mais qui peut parfois atteindre plusieurs mètres de hauteur.

Le mascaret est un phénomène naturel fascinant et attire souvent l'attention des surfeurs et des spectateurs (Fig. II. 9). Il est parfois surfé par des personnes intrépides qui cherchent l'adrénaline de rider la vague à contre-courant. Certains des mascarets les plus célèbres se trouvent sur la rivière *Seine* en France, le fleuve *Saint-Laurent* au Canada, le fleuve *Qiantang* en Chine, et d'autres endroits à marée significative dans le monde.



Fig. I. 9 - Surfeurs dans un Phénomène du mascaret.

2.6. Formation des Vagues

La formation des vagues se fait à l'interface (air, eau) de la surface libre par l'effet du vent (Fig. II.2) ou bien d'autres excitations qui transfère une quantité d'énergie vers les particules d'eau. La principale cause de la formation des vagues est le vent. Celui-ci est créé en se déplaçant d'un anticyclone^[5] (zone de haute pression) vers une dépression (zone de basse pression). Donc une vague naît dès qu'il y a du vent au-dessus d'un plan d'eau.

L'air en mouvement adhère aux particules de la surface et pousse l'eau devant lui, provoquant une élévation des particules d'eau vers l'avant alors qu'un creux se forme à l'arrière engendrant des rides. Le vent s'écoule d'une façon turbulente dans une trajectoire sinusoïdale et provoque l'apparition des rides (l'amplitude des vagues augmente proportionnellement avec la force du vent).

Mais le vent est rarement régulier et engendre des vagues de différentes tailles. Les plus petites se brisent et abiment les plus grosses en énergies pour les renforcer. Ce processus se poursuit en haute mer sur des surfaces pouvant s'étendre sur des milliers de kilomètre de surface génératrices. Avec un vent soufflant à vitesse constante assez longtemps sur un certain fetch (Fig. II. 2), un équilibre peut être atteint durant lequel l'énergie dissipée par les vagues est égale à celle que les vagues reçoivent du vent.

[5] : Un anticyclone est un système météorologique caractérisé par une zone de haute pression atmosphérique, généralement associée à des conditions météorologiques calmes et stables.

La grosseur des vagues va donc dépendre de la force du vent, mais également de sa durée et de l'étendue, appelée fetch, sur laquelle il souffle ; en bref de l'énergie que le vent cède au milieu marin. A titre indicatif un vent de 40 [Km/h] soufflant sur 200[Km] durant 15 [heures] engendre des creux de 2.5 [m] et des vagues de 11 [m] a 14 [m] d'amplitude s'il se met pendant la même période à souffler a 100 [km/h] sur un fetch de 400 [Km].

A partir du moment d'équilibre (moment où la structure de la vague passe de rides a un véritable mouvement d'oscillation), le mouvement n'a plus besoin d'être entretenu, il est sans perte d'énergie mis à part les frottements. Ce mouvement est appelé **Houle**. Le mouvement des vagues est dû au vent, mais aussi à la pesanteur qui entretient le mouvement d'oscillation (en effet lorsque les particules d'eau arrivent à la crête de la trajectoire, elles s'affaissent sous l'action de leurs poids). Ces deux paramètres déterminent la structure de la vague.

La formation des vagues est un processus complexe, la figure (II. 10) illustre une description générale de formation d'une vague :

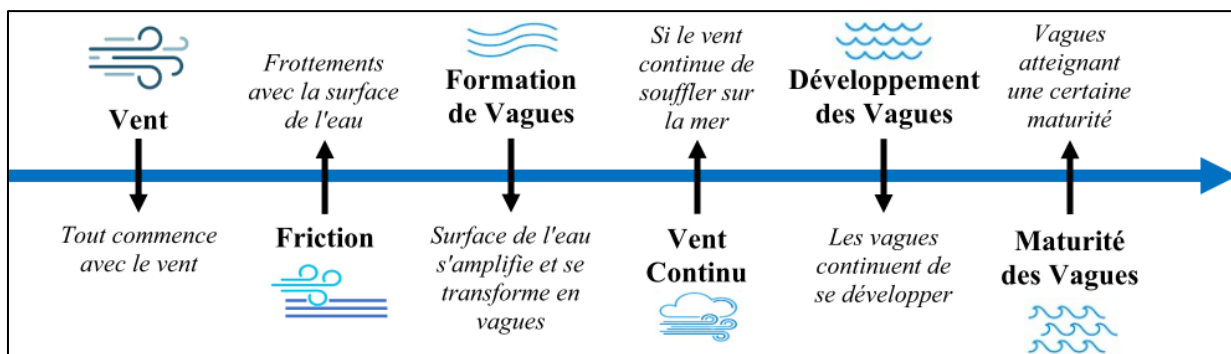


Fig. I. 10 - Etapes de formation d'une vague.

La vague est produite par l'action du vent à la surface de l'eau (Fig. II. 2 et II. 10). Lors d'un coup de vent, la surface de la mer se couvre de rides, puis l'intensité du vent augmentant, la déformation de la surface s'accroît, en formant des ondulations d'aspect désordonné, sans qu'il soit possible de distinguer une propagation dans une direction déterminée (agitation à 3 dimensions).

Il est important de noter que les vagues à la surface de l'eau peuvent être très variables en termes de taille, de forme et de régularité en raison de facteurs tels que le vent, les courants, la topographie sous-marine, et d'autres interactions. La science qui étudie la formation et le comportement des vagues s'appelle la "dynamique des vagues".

2.7.Voyage des Vagues

2.7.1. Mouvement des particules d'eau

Le mouvement des particules d'eau dans les vagues est essentiellement un transfert d'énergie cinétique. Les particules d'eau près de la surface sont soumises à des forces de frottement et de pression dues à l'interaction entre le vent et la surface de l'eau, ce qui les fait avancer dans la direction du vent. Lorsque ces particules atteignent une crête de vague, elles accélèrent, puis ralentissent en redescendant dans un creux de vague (Fig. II. 11). Les particules plus profondes, en revanche, suivent des mouvements circulaires dans un mouvement de retour vers le bas.

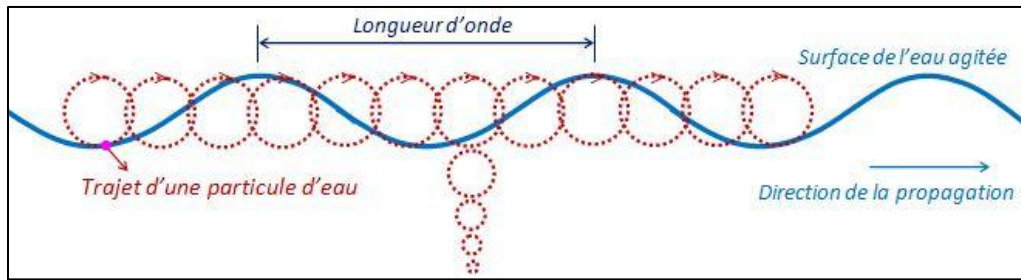


Fig. I. 11 - Mouvement des particules d'eau dans les vagues.

Le résultat de ces mouvements est la propagation de l'énergie à travers l'eau sous forme de vagues. Le comportement des particules d'eau dans les vagues est décrit par la mécanique des fluides et les lois de la dynamique des fluides, et il peut être assez complexe en fonction de facteurs tels que la profondeur de l'eau, la fréquence et la hauteur des vagues, ainsi que la force du vent.

Si le vent persiste, les vagues se forment et progressent dans la direction où le vent souffle, l'agitation tend à devenir phénomène à deux dimensions en donnant une houle cylindrique. Les vagues se propagent dans des étendues marines où le vent n'a pas de rapport avec celui qui régnait dans la zone de génération. Les lames sont alors constituées d'ondulations relativement régulières en direction, comme en période, avec de longues crêtes, que l'on appelle la houle. Le mouvement de la houle résulte du transfert permanent de l'énergie liée à la pesanteur (Eq. II. 4).

La houle est comparable à un mouvement pur dont la théorie indique que si rien ne l'altère, il est infini et surtout ne perd rien de son énergie de départ. Par exemple si rien ne venait la perturber, une vague en mer de 10 mètres d'amplitude mettrait 3 ans pour descendre à 4 mètres.

2.7.2. Transport d'énergie

Le transport d'énergie dans une vague est un aspect fondamental de la dynamique des vagues. Les vagues transportent de l'énergie à travers les océans et les mers, et cette énergie provient principalement du vent et d'autre aspect cité au paravent. Le transport d'énergie dans les vagues est un processus par lequel l'énergie cinétique du vent est convertie en énergie potentielle et cinétique des vagues, puis transportée à travers l'océan. Ce phénomène est crucial pour comprendre l'impact des vagues sur les côtes, la navigation maritime et d'autres aspects de l'environnement côtier.

Les vagues transportent l'énergie du vent, une partie de celle-ci se dissipe dans les moutonnements et autres turbulences en cours de route, et la fraction résiduelle se dissipe dans les vagues déferlantes de bord de côte et en friction exercée sur le rivage. La conversion d'une partie de cette énergie en électricité a été mise à l'étude et plusieurs types de dispositifs mécaniques ont été conçus pour récupérer l'énergie de la houle.

L'énergie contenue dans une longueur d'onde s'obtient de la même façon que pour le modèle de la houle de Gerstner, l'énergie potentielle et l'énergie cinétique sont égales, alors l'énergie totale est donnée par l'équation (I. 4) :

$$E = \frac{1}{8} \rho g L H \quad (Eq. II.4)$$

Avec :

- ρ : Densité de l'eau ;
- g : Accélération gravitationnelle ;
- L : Longueur de la houle ;
- H : Hauteur de la houle.

Chapitre III

La Houle

La houle est un groupe de vagues généré par des vents lointains et se caractérise par des vagues de longue période qui voyagent sur de grandes distances. Les vagues, quant à elles, sont des perturbations individuelles de la surface de l'eau qui peuvent être influencées par des vents locaux et qui ont tendance à être plus courtes en période et plus variées en taille et en forme.

Le "phénomène de vague" se réfère généralement aux caractéristiques et aux comportements des vagues dans les océans et les mers. Les vagues marines sont des ondes de surface de l'eau, et elles sont le résultat de divers facteurs, notamment le vent, la houle, la topographie sous-marine et d'autres influences météorologiques et océanographiques.

Dans ce chapitre, l'étudiant découvrira des détails avancés sur les différentes significations de la houle, tels sa propagation dans différents niveaux de profondeur, sa déformation et l'aspect mathématique du comportement des vagues.

3.1. Propagation de la Houle

Les phénomènes de vagues sont étudiés en océanographie, en météorologie marine ainsi que d'autres domaines. Les chercheurs et les météorologues surveillent les conditions de la mer pour fournir des avertissements et des prévisions aux navigateurs et aux communautés côtières, contribuant ainsi à la sécurité et à la gestion des ressources marines.

3.1.1. Propagation en eau profonde

La propagation de la houle en eau profonde est un processus complexe influencé par divers facteurs, y compris la profondeur de l'eau, la longueur d'onde de la houle, la vitesse de propagation, la direction, et la dispersion.

En eau profonde, les trajectoires des particules d'eau sont des cercles (Fig. III. 1) dont le diamètre diminue exponentiellement avec la profondeur (Eq. III. 1). En surface le diamètre orbital correspond à la hauteur de la vague (Fig. III. 1).

$$r = a e^{L d} \quad (\text{Eq. III. 1})$$

Avec :

- a : amplitude de la houle ;
- L : Longueur de la houle ;
- d : Profondeur de la mer.

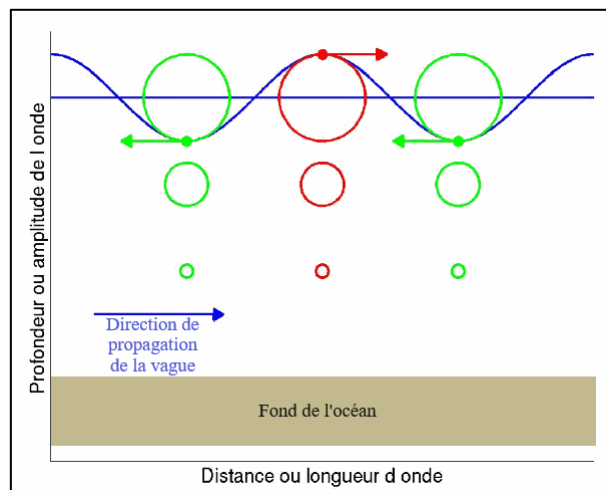


Fig. III. 1 - Les trajectoires des particules d'eau pendant la propagation de la houle (*eau profonde*).

La propagation de la houle en eau profonde se caractérise par des ondes sinusoïdales (Fig. III. 1) qui se déplacent rapidement à travers l'océan. Lorsque la houle atteint des eaux peu profondes ou rencontre des variations de la topographie sous-marine, elle peut subir des changements de direction et de forme, influençant ainsi les conditions de navigation maritime et l'érosion côtière.

3.1.2. Propagation en eau peu profonde

La propagation de la houle en eau peu profonde est un processus qui diffère considérablement de la propagation en eau profonde, car la profondeur de l'eau a un impact significatif sur les caractéristiques des vagues (*discuté dans le chapitre précédent*).

Dans les eaux peu profondes, les cercles s'aplatissent pour former des ellipses de plus en plus écrasées au fur et à mesure en s'approchant du fond (Fig. III. 2). Le mouvement au fond n'est plus qu'un mouvement rectiligne de va-et-vient.

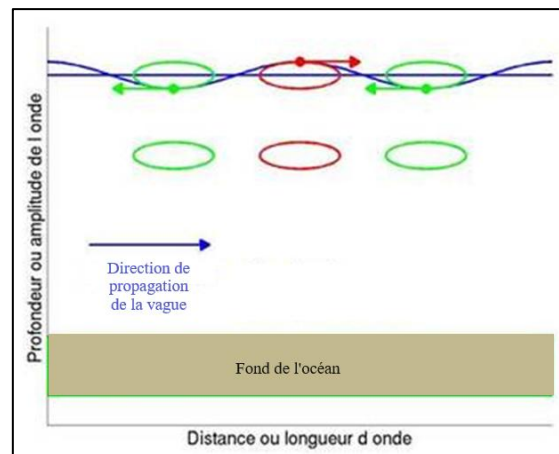


Fig. III. 2 - Les trajectoires des particules d'eau pendant la propagation de la houle (eau peu profonde).

Ainsi les vagues, après leur naissance sous l'action du vent, se propagent à la manière d'ondes mécaniques^[6]. Mais, après avoir parcouru des milliers de kilomètres sans connaître de grosses modifications dans leur structure, les vagues atteignent enfin la côte pour disparaître sur les plages. D'importantes modifications de sa structure s'opèrent durant la phase finale de déferlement.

La propagation de la houle en eau peu profonde se caractérise par des changements importants dans la hauteur, la longueur et la direction des vagues par rapport à la propagation en eau profonde. Ces changements sont dus à l'interaction de la houle avec la profondeur de l'eau et la topographie sous-marine.

3.2. La Déformation de la Houle

La déformation de la houle est un phénomène qui se produit lorsque des ondes de houle se propagent de l'eau profonde vers des eaux peu profondes, comme des côtes ou des plages. La déformation de la houle peut entraîner des changements significatifs dans les caractéristiques des vagues (Fig. III. 3), notamment leur hauteur, leur longueur d'onde et leur forme.

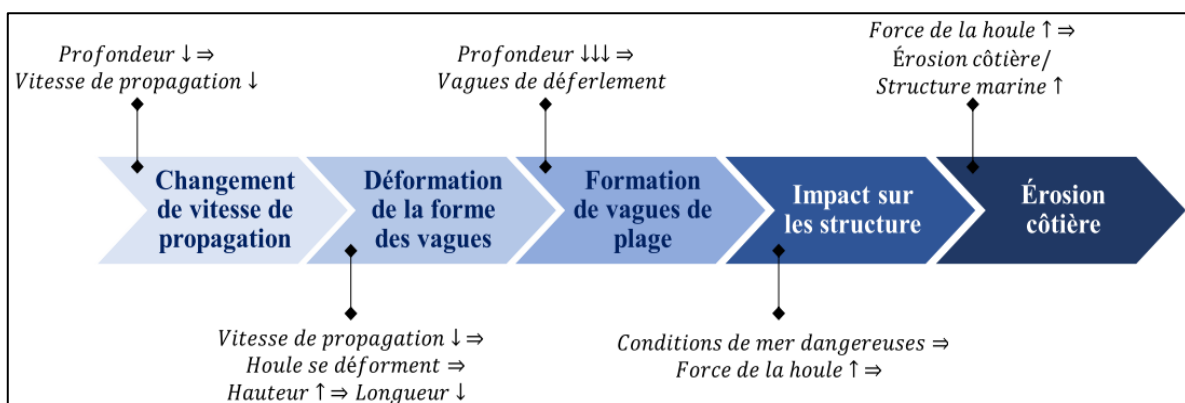


Fig. III. 3 - Déroulement général de la déformation d'une houle.

[6] : Les ondes mécaniques sont un type d'ondes qui se propagent à travers un milieu matériel en transférant de l'énergie cinétique d'une particule à une autre, sans transférer de matière.

La déformation de la houle est un phénomène complexe (Fig. III. 3), influencé par la topographie sous-marine, la profondeur de l'eau, la taille de la houle et d'autres facteurs locaux. Elle est essentielle à la compréhension des conditions côtières, de la sécurité en mer et de la sécurité des installations maritimes.

Le creux de la houle ne peut pas prendre une valeur trop élevée. Les vagues ne sont plus stables lorsque leur cambrure atteint une valeur limite. Cette valeur critique peut être atteinte soit par accroissement local du creux soit par réduction de la longueur d'onde par suite de la diminution de la profondeur. Alors la vague est partiellement ou totalement détruite, donc **la houle déferle**.

Lorsque la houle se propage dans un milieu à profondeur variable sa célérité varie. La vitesse n'est pas la même tout le long du front de la houle, les crêtes se déforment en plan, donc **la houle réfracte**.

Lorsque la houle aborde une paroi imperméable elle se réfléchit partiellement. La houle réfléchit en se combinant à la houle incidente donne naissance à des oscillations stationnaires appelées **clapotis**, cela est une **réflexion**.

Lorsqu'un ouvrage n'arrête qu'une partie du front de houle, des oscillations se manifeste derrière l'ouvrage, la houle contourne l'obstacle, donc elle **diffracte**.

3.3.Le Déferlement de la Houle

Le "**déferlement de la houle**" est un terme utilisé pour décrire le phénomène naturel de l'arrivée des vagues sur la côte. C'est un processus qui se produit lorsque les vagues générées par le vent en mer approchent des côtes et commencent à se briser. Ce phénomène peut varier en intensité en fonction de facteurs tels que la taille des vagues, la profondeur de l'eau, la topographie du littoral et la force du vent.

Lorsque la houle atteint la côte, elle peut se transformer en vagues déferlantes, qui sont des vagues hautes et puissantes qui se brisent généralement sur le rivage (Fig. III. 4). Le déferlement de la houle représente une force puissante de la nature.

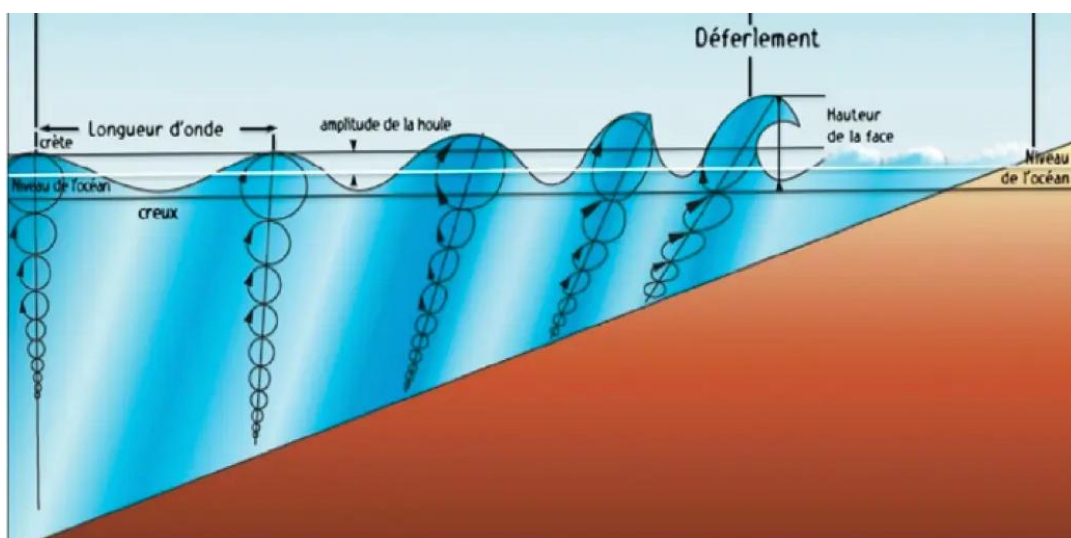


Fig. III. 4 - Vagues déferlantes.

Lorsque la profondeur diminue, la seule caractéristique de la houle qui semble rester constante, est la période. Pour étudier comment varient les autres paramètres, considérons le cas simple d'un fond en forme de plan incliné de pente faible, sur lequel la houle se propage dans la direction de la ligne de

plus grande pente du fond. Supposons de plus que la plage n'induit pas de houle réfléchie, ce qui est vrai pour les pentes de moins de 10 à 12 %.

Si C et L désignent la célérité et la longueur de la vague au large, donc dans le cas d'une grande profondeur la situation est gérée par la formulation suivant :

$$L_0 = \frac{g T^2}{2\pi} \quad (Eq. III. 2) \quad \text{et :}$$

$$C_0 = \sqrt{\frac{g L_0}{2\pi}} \quad (Eq. III. 3)$$

On obtient la relation entre longueur / profondeur et longueur / célérité :

$$L = L_0 \tanh\left(2\pi \frac{d}{L}\right) \quad (Eq. III. 4) \quad \text{et :}$$

$$C = C_0 \tanh\left(2\pi \frac{d}{L}\right) \quad (Eq. III. 5)$$

Un premier résultat est que les crêtes de houle sont parallèles aux lignes de niveau. Cette observation suggère de faire l'hypothèse de la conservation de l'énergie transmise entre deux plans parallèles à la direction de propagation des vagues, car s'il n'en était pas ainsi, il y aurait accumulation d'énergie entre deux plans parallèles aux crêtes. Il est donc possible d'écrire :

$$E_t = \frac{1}{16} \rho g H^2 C \left(1 + \frac{4\pi \frac{d}{L}}{\sinh\left(4\pi \frac{d}{L}\right)}\right) = \frac{1}{16} \rho g H_0^2 C \quad (Eq. III. 6)$$

Avec :

H_0 : Hauteur de la vague au large ;
 H : Hauteur à une profondeur d .

$$\frac{H}{H_0} = \frac{\cosh\left(2\pi \frac{d}{L}\right)}{\sqrt{2\pi \frac{d}{L} + \sinh\left(2\pi \frac{d}{L}\right) \cosh\left(2\pi \frac{d}{L}\right)}} \quad (Eq. III. 7)$$

Le rapport $\frac{H}{H_0}$ est une fonction explicite de $\frac{d}{L}$ et donc implicite de $\frac{d}{L_0}$, car :

$$\frac{d}{L_0} = \frac{d}{L} \tanh\left(2\pi \frac{d}{L}\right) \quad (Eq. III. 8)$$

3.3.1. Causes du déferlement

Le déferlement d'une vague est un phénomène complexe résultant de plusieurs facteurs et représente un processus dissipatif de l'énergie qui correspond à la dernière étape de la vie d'une vague et qui a lieu à l'approche des côtes. Les principales causes du déferlement d'une vague sont les suivantes :

- 1- **Force du vent** : Les vagues sont principalement générées par le vent qui souffle à la surface de l'océan. Plus le vent est fort, plus il transfère de l'énergie à la surface de l'eau, créant ainsi des vagues plus importantes.

- 2- **Durée du vent** : La durée pendant laquelle le vent souffle dans une direction donnée est également importante. Des vents soutenus dans une même direction pendant une période prolongée peuvent créer des vagues plus grandes.
- 3- **Le fetch** : Une distance plus longue sur laquelle le vent souffle dans la même direction peut produire des vagues plus hautes.
- 4- **Profondeur de l'eau** : La profondeur de l'eau joue un rôle crucial dans le déferlement des vagues. Lorsque les vagues approchent des côtes et que la profondeur de l'eau diminue, elles commencent à se sentir du fond de l'océan, ce qui les ralentit et les fait déferler.
- 5- **Interactions entre vagues** : Lorsque différentes vagues se croisent ou se superposent, elles peuvent se combiner pour former des vagues plus grandes, un phénomène connu sous le nom d'interférence de vagues.
- 6- **Courants océaniques** : Les courants océaniques peuvent influencer la hauteur et la forme des vagues en modifiant la profondeur de l'eau et en dirigeant le mouvement des vagues.
- 7- **Topographie du fond marin** : La forme du fond marin peut influencer la manière dont les vagues déferlent. Les fonds plats et les récifs peuvent provoquer le déferlement des vagues, tandis que des fonds profonds peuvent empêcher le déferlement.
- 8- **Orientation du vent par rapport à la côte** : L'angle entre la direction du vent et la côte peut également influencer la formation et le déferlement des vagues. Les vents qui soufflent directement vers la côte génèrent généralement des vagues plus fortes et plus régulières.

Tous ces éléments contribuent à la formation aux différents types de déferlement des vagues que nous observons sur les côtes, durant cette phase, la vague subit d'importantes transformations dans son comportement et dans sa structure (Fig. III. 5). Les vagues générées dans les eaux profondes se déplacent vers la côte et arrivent dans une zone d'eau peu profonde comme illustré dans la figure (II. 5). Elles vont alors subir la remontée des fonds. Comme il est illustré dans la figure (III. 5) le comportement des vagues est principalement influencé lorsque la profondeur devient inférieure à la moitié de leur longueur d'onde.

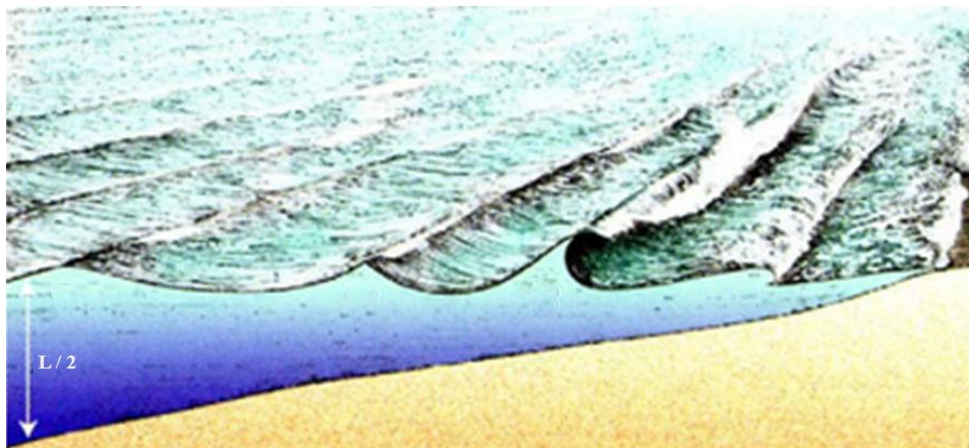


Fig. III. 5 - Déferlement des vagues sur les côtes.

La diminution du niveau du sol entraîne une hausse de son amplitude qui augmente en même temps à sa hauteur de crête. Cette augmentation d'amplitude continue jusqu'à une hauteur critique (atteinte environ lorsque la vitesse du fluide en crête de vague devient égale à la vitesse d'onde) à partir de laquelle le déferlement débute.

Ces deux phénomènes (augmentation de l'amplitude et diminution de la longueur d'onde) se font simultanément et contribuent, ensemble, à une augmentation irréparable de la cambrure, ce qui oblige une vague à déferler.

3.3.2. Types de déferlement

Les déferlements des vagues sont généralement classés en plusieurs types en fonction de leur forme, de leur intensité et de leur comportement. Il existe de nombreuses variations et types de déferlements de vagues en fonction aussi de la topographie de la côte, des courants marins, de la profondeur de l'eau et d'autres facteurs.

La forme d'un déferlement dépend essentiellement de la pente des fonds et l'action du vent. Prêt des cotes les vagues déferlent de trois manières différentes :

- 1- **Déferlement glissant** : ou *progressif*, se produit généralement sur les plages à très faible pente (Fig. II. 6). Les vagues commencent à se briser loin du rivage avec une crête à l'aspect mousseux qui s'accroît lors de la progression en laissant derrière une couche d'écume (Fig. III. 6).

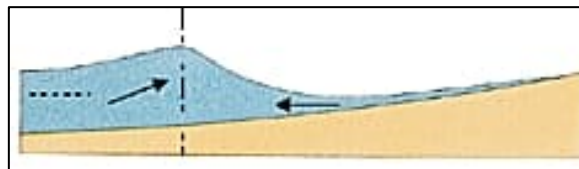


Fig. III. 6 - Déferlement glissant.

- 2- **Déferlement plongeant** : est particulièrement spectaculaire avec ses rouleaux appréciés par les surfer (Fig. III. 7). La vague s'enroule autour d'une poche d'air puis s'écroule en créant une éclaboussure notable. Cela tend à se produire le plus souvent sur une forte pente ou sur un changement brutal de la profondeur. Il y a beaucoup plus d'énergie dissipée que d'énergie réfléchie sur la plage.

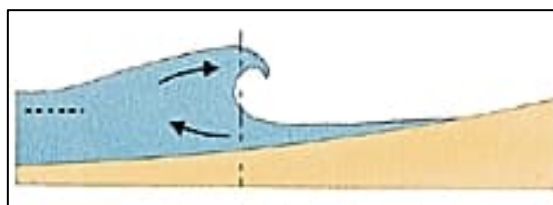


Fig. III. 7 - Déferlement plongeant.

- 3- **Déferlement gonflant** : ou *frontal*, se forme comme le déferlement plongeant mais la vague gravite la plage avant que la crête puisse s'enrouler (Fig. III. 8). La zone de déferlement est très étroite et une grande partie de l'énergie est réfléchie vers les plus grandes profondeurs.

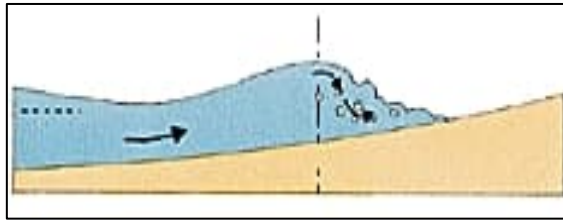


Fig. III. 8 - Déferlement gonflant.

Les différents types de déferlement peuvent être classifiés dans un diagramme (Fig. III. 9) faisant intervenir la cambrure et la pente de la plage. Pour une faible cambrure, la vague s'écroulant en glissant sur sa surface avant, lorsque la pente du fond augmente le déferlement s'effectue sous la forme connue des rouleaux plongeants et sur un fond très incliné le déferlement se manifeste par l'écoulement d'un front d'onde.

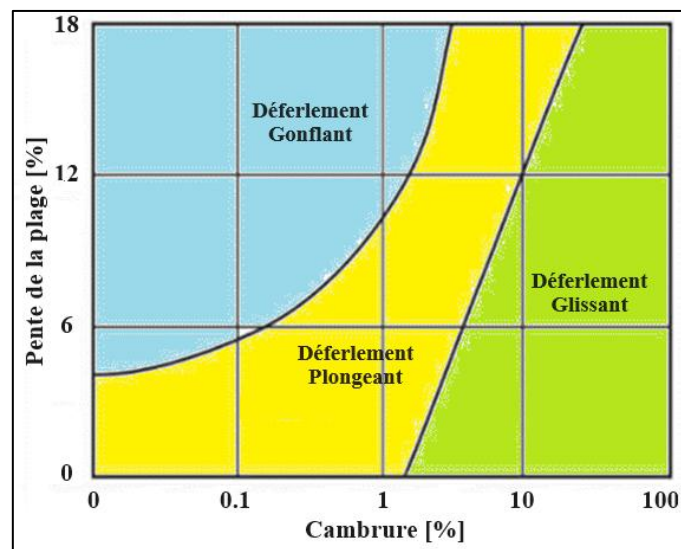


Fig. III. 9 - Classification des différents types de déferlement.

3.4. La Réflexion d'une Houle

La réflexion se produit lorsque les vagues frappent une barrière solide ou une côte et rebondissent en direction de la source (Fig. III. 10). Ce phénomène est principalement observé dans les zones côtières ou lorsque les vagues rencontrent des objets et/ou obstacle tels que des digues, des jetées, des récifs, ou des plages.

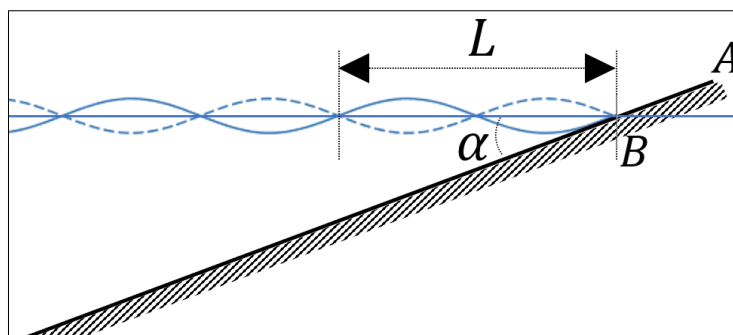


Fig. III. 10 - La Réflexion d'une Houle sur une paroi inclinée.

Lorsque les vagues rencontrent une surface réfléchissante (Fig. III. 10), une partie de leur énergie est renvoyée dans la direction opposée. La manière dont cela se produit dépend de l'angle d'incidence des vagues par rapport à la surface de réflexion. Si la houle aborde sans déferler un mur vertical normal à sa direction de propagation, la vitesse de chaque particule d'eau se réfléchit sur la paroi imperméable. Une onde réfléchi identique à l'onde incidente, mais de direction opposée, prend naissance.

Si les vagues frappent la barrière à un angle aigu (pente faible), elles sont généralement réfléchies en direction de la source, créant un motif de vagues se chevauchant comme il est illustré dans la figure (III. 10). Si les vagues frappent la barrière de manière plus perpendiculaire, elles peuvent être réfléchies de manière plus directe.

Lorsque la paroi réfléchissante est un plan faisant l'angle α avec l'horizontale (III. 10), la réflexion n'est que partielle. Lorsque la cambrure est forte, une partie de l'énergie est détruite par déferlement. La cambrure maximale d'une houle non déferlante se propagent sur un plan incliné est exprimée par l'expression (Eq. III. 9) :

$$\left(\frac{H}{L}\right)_{Max} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\pi}} \frac{\sin^2 \alpha}{\pi} = 0,254 \sqrt{\alpha} \sin^2 \alpha \quad (Eq. III.9)$$

Les houles moins cambrées se réfléchissent totalement ou partiellement, le rapport r entre le creux réfléchi et le creux incident illustré dans l'équation (Eq. III. 10) :

$$r = \frac{H_{ref}}{H_{inc}} \quad (Eq. III.10)$$

Où le coefficient de réflexion est en fonction de l'angle α du talus, il diminue très vite avec α , il est en fonction de la cambrure au large $\left(\frac{H}{L}\right)_0$ et il diminue quand elle augmente, en fin il dépend de la nature de la surface du talus (Tab. III. 1).

Nature de la surface du talus	k
Revêtement lisse en béton	0,9 à 1
Revêtement en maçonnerie	0,7 à 0,8
Enrochement en pierre	0,6 à 0,7
Massifs en blocs d'enrochement	0,5

Tab. III. 1 - Coefficient de réflexion.

On peut écrire aussi :

$$r = \frac{k}{\left(\frac{H}{L}\right)_0} \frac{2\alpha}{\pi} \frac{\sin^2 \alpha}{\pi} \quad (Eq. III.11)$$

Ce phénomène de réflexion des vagues est important en ingénierie côtière et en météorologie, car il peut avoir un impact sur la manière dont les vagues interagissent avec les navires, les structures

côtières et les côtes, ainsi que sur la formation de courants et de turbulences. Il est également pertinent pour la sécurité en mer, la navigation et la planification des activités maritimes.

3.5. La Réfraction de la Houle

La réfraction de la houle est un phénomène qui se produit lorsque les vagues se propagent d'un endroit à un autre et interagissent avec des variations du fond marin, telles que des bancs de sable^[7], des récifs^[8] ou des pentes sous-marines^[9]. La réfraction de la houle est le résultat de la variation de la vitesse de propagation des vagues en fonction de la profondeur de l'eau.

Lorsque des vagues se déplacent d'une zone plus profonde vers une zone moins profonde, elles ralentissent généralement en raison de la réduction de la profondeur. Cela peut entraîner une courbure des lignes de crête des vagues, de sorte que les vagues se plient en direction de la zone moins profonde. En d'autres termes, les vagues tendent à se rapprocher de la côte ou de la zone de faible profondeur. Lorsque les vagues se rapprochent de la côte, elles peuvent devenir plus hautes et plus puissantes.

La vitesse de propagation ou célérité de chacun des constituants de la houle est dans le cas général :

$$C = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{g L}{2 \pi}} \tanh 2 \pi \frac{d}{L} \quad (\text{Eq. III. 12})$$

Les houles les plus courtes, se déplacent plus lentement que les longues. Lorsque la profondeur est grande, c'est-à-dire égale à plus de la moitié de la longueur d'onde, $\tanh 2 \pi \frac{d}{L}$ diffère de moins de 2% de l'unité alors elle devienne une quantité négligeable dans l'équation (Eq. III. 12), donc on peut écrire :

$$C = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{g L}{2 \pi}} \quad (\text{Eq. III. 13})$$

$$L = \frac{g}{2 \pi} T^2 \approx 1,56 T^2 \quad (\text{Eq. III. 14})$$

Dans les zones de faibles profondeurs, inférieures à 4% de la longueur d'onde, $\tanh 2 \pi \frac{d}{L}$ diffère de moins de 2% de $\frac{d}{L}$, la célérité est alors :

$$V = \frac{L}{T} = \sqrt{g d} \quad (\text{Eq. III. 15})$$

Dans ce cas, les vagues se propagent à la même vitesse quelles que soient leurs périodes.

[7] : Des formations de sable ou de gravier qui se trouvent sous la surface de l'eau, généralement dans les zones côtières ou près des embouchures des rivières.

[8] : (Également appelés récifs coralliens), sont des formations sous-marines constituées principalement de coraux durs, bien que d'autres organismes marins, tels que des éponges, des algues et des étoiles de mer.

[9] : (Également appelées pentes continentales), sont des régions du fond marin où le fond océanique s'incline graduellement depuis les zones côtières jusqu'aux abysses de l'océan profond.

Ce phénomène de réfraction de la houle a des implications importantes pour la sécurité en mer, la navigation, le transport maritime et l'ingénierie côtière. Les marins et les navigateurs doivent être conscients de la réfraction de la houle, car elle peut influencer les conditions de navigation près des côtes et autour des obstacles sous-marins. De plus, les ingénieurs côtiers tiennent compte de la réfraction de la houle lors de la conception de structures côtières, telles que les ports, les jetées et les brise-lames, pour minimiser les effets de l'érosion côtière et des vagues.

Le phénomène de la houle est un mouvement ondulatoire de la surface de la mer, généré principalement par l'action du vent soufflant au large. Contrairement aux vagues locales qui dépendent directement du vent présent sur une zone donnée, la houle peut parcourir de très longues distances, transmettant l'énergie du vent bien au-delà de son point d'origine. Ce phénomène joue un rôle fondamental dans les dynamiques océaniques, la navigation, l'érosion des côtes, ainsi que dans certaines activités humaines comme le surf ou l'ingénierie maritime. Mieux comprendre la houle permet donc de mieux prévoir les conditions maritimes et de réduire les risques liés aux activités en mer.

Chapitre IV

Estimation Mathématique de la Houle

L'estimation mathématique de la houle, également connue sous le nom de prévision des vagues, est un domaine de la météorologie marine qui vise à prédire les caractéristiques des vagues océaniques, telles que leur hauteur, leur période et leur direction, à partir de données météorologiques et océaniques. Les modèles mathématiques sont utilisés pour effectuer ces prévisions.

Il existe de nombreux modèles de prévision des vagues qu'on va développer dans ce cours, qui sont couramment utilisés pour prédire les conditions de houle. Ces modèles sont mis à jour régulièrement avec de nouvelles données et méthodes pour améliorer la précision des prévisions.

Dans ce chapitre, l'étudiant découvrira des détails avancés sur les différents modèles mathématiques de houle, il doit garder à l'esprit que la prévision de la houle est un domaine complexe et que de nombreuses variables peuvent influencer la formation et le comportement des vagues, ce qui rend la modélisation mathématique essentielle pour fournir des prévisions utiles et précises.

Il convient de noter que la modélisation de la houle est un domaine complexe, et plusieurs facteurs peuvent influencer le comportement des vagues, tels que la profondeur de l'eau, la force du vent, la durée du vent, etc. Les modèles numériques et les simulations informatiques sont souvent utilisés pour obtenir des estimations plus détaillées de la houle dans des conditions spécifiques.

Il existe également des modèles qui tiennent compte de la croissance des vagues en fonction du vent, de l'interaction avec d'autres vagues, etc. Ces modèles (Fig. IV. 1) peuvent inclure des équations non linéaires pour mieux représenter le comportement complexe de la houle en mer.

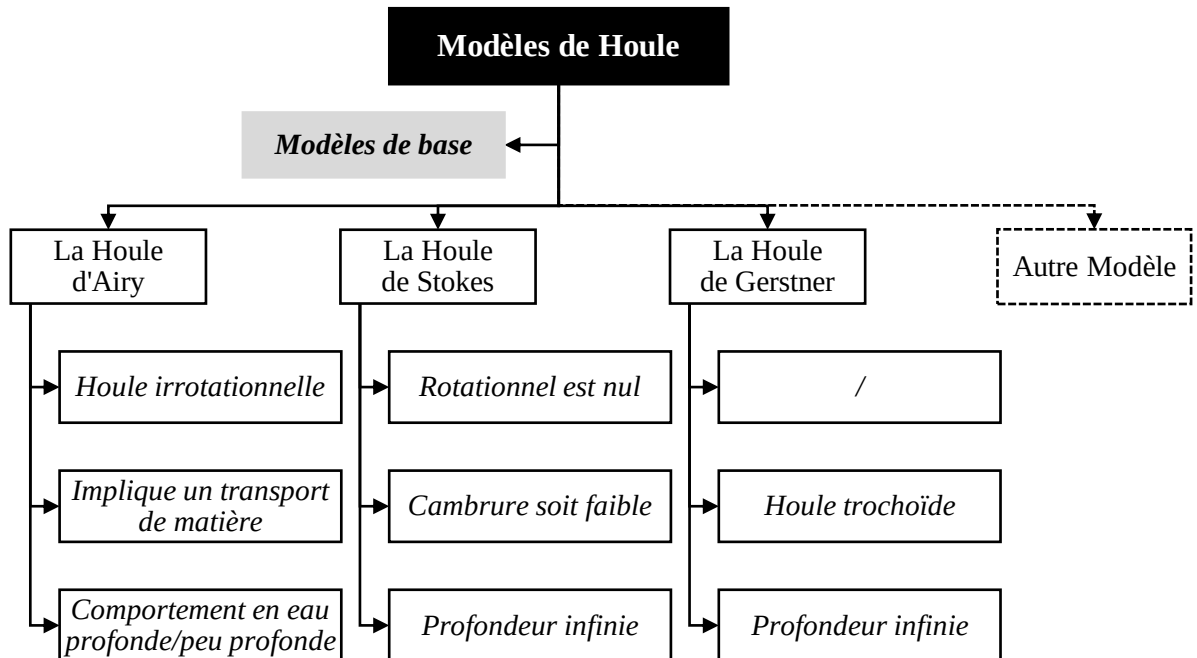


Fig. IV. 1- Différents modèles de Houle.

IV.1. Modèle de Houle d'Airy

Le modèle de la houle d'Airy, représente un phénomène ondulatoire qui se produit à la surface de l'océan en raison de l'interaction entre le vent et la surface de l'eau. Ce phénomène a été étudié au 19^e siècle par le physicien britannique *George Biddell Airy*.

La houle d'Airy est générée par le vent qui souffle sur la surface de l'océan. Lorsque le vent exerce une force sur l'eau, cela crée des ondulations qui se propagent à la surface. Ces ondulations se transforment en une houle régulière avec des crêtes et des creux bien définis (Fig. IV. 2). La houle peut être considérée comme une sinusoïde (Fig. IV. 2).

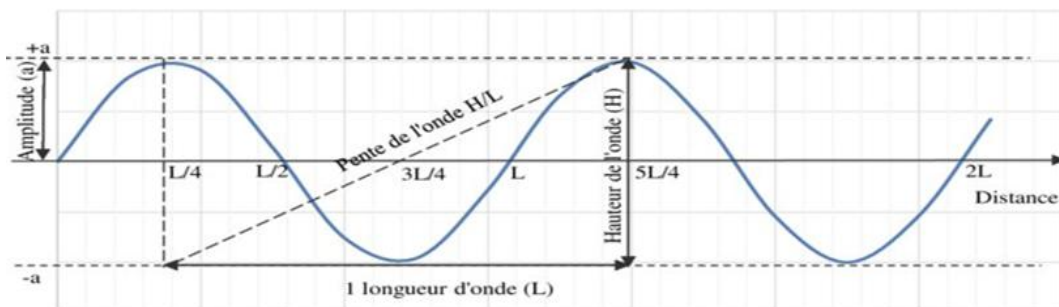


Fig. IV. 2 - Modèle de la houle d'Airy.

Les caractéristiques de la houle d'Airy dépendent de la vitesse du vent, de sa durée d'action et de la distance sur laquelle il a soufflé. Une caractéristique importante de la houle d'Airy est qu'elle a une période bien définie, qui est la durée entre deux crêtes successives. La période de la houle dans ce modèle est généralement comprise entre 6 et 12 secondes.

La houle d'Airy peut se propager sur de longues distances à travers les océans. Lorsqu'elle atteint les côtes, elle peut influencer les structures marines et avoir des effets sur l'érosion côtière. Elle joue également un rôle important dans la dynamique océanique globale et contribue au mélange des eaux à différentes profondeurs.

La houle d'Airy est une houle irrotationnelle^[10]. Elle implique un transport de matière. C'est-à-dire que les trajectoires des particules fluides ne sont pas fermées.

On se contente en général d'une approximation linéaire dans laquelle il n'y a pas de transport de matière. Le profil de la houle est alors sinusoïdal.

Pour une houle d'une longueur d'onde L et d'une période T , la déformation de la surface libre est exprimée par l'équation (Eq. IV. 1) :

$$\eta = a \cos(kx - \omega t) \quad (\text{Eq. IV.1})$$

Ou on peut écrire la déformation de la surface libre sous la forme de l'équation (Eq. IV. 2) :

$$\eta = a \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (\text{Eq. IV.2})$$

Le mouvement des vagues peut être considéré comme irrotationnel^[10], il dérive d'un potentiel. Comme l'eau est pratiquement incompressible, ce potentiel satisfait l'équation de Laplace. Les solutions périodiques de faible amplitude obéissent à une relation de dispersion illustré dans l'équation (IV. 3) :

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (\text{Eq. IV.3})$$

Avec :

$$\omega = \frac{\pi}{T} \quad \text{La pulsation de l'onde (fréquence) ;}$$

$$k = \frac{\pi}{L} \quad \text{Le nombre d'onde ;}$$

$$C = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kd)} \quad \text{La célérité de propagation de l'onde.}$$

[10] : En mécanique des fluides, un champ de vitesse irrotationnel signifie que le fluide ne tourbillonne pas autour de son axe local. Si le rotationnel du champ de vitesse est nul, alors le mouvement est irrotationnel.

IV.1.1. Comportement en eau peu profonde

La vitesse des vagues ne dépend plus de la profondeur puisque la tangente hyperbolique tend vers 1 avec $C = \sqrt{\frac{g}{k}}$. Il s'agit alors d'ondes dispersives, les ondes ayant la plus petite longueur d'onde se déplaçant à une plus faible vitesse.

IV.1.2. Comportement en eau profonde

La pulsation (la période) reste constante. Les formules ci-dessus entraînent l'augmentation du nombre d'onde, donc la diminution de la longueur d'onde et de la célérité ; alors toutes les ondes se déplacent à la même vitesse quel que soit leur longueur d'onde. La vitesse C_g , vitesse du transport d'énergie décroît elle aussi. Pour que l'énergie soit conservée alors qu'elle est transportée à une vitesse plus faible il faut que la densité d'énergie augmente et cette énergie prend la valeur de $\rho g a^2$.

La hauteur des vagues qui prend la valeur " $2a$ " doit donc augmenter et elles finissent par déferler, lorsque la vitesse des particules d'eau atteint la vitesse de phase de la vague qui les supporte :

Célérité (vitesse de propagation ou vitesse de phase) : $c = 1,25 \sqrt{L}$

Période (temps qui sépare deux crêtes) : $T = 0,8 \sqrt{L}$

Longueur d'onde : $L = 1.6 T^2$

IV.2. La Houle de Stokes

Dans cette théorie, l'hypothèse de base est que le rotationnel est nul, donc il existe un potentiel des vitesses $\phi(x, z)$ tel que :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \text{ et } w = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (Eq. IV.4)$$

L'équation de continuité écrite en coordonnée d'Euler :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (Eq. IV.5)$$

Montre que $\Delta \phi = 0$ c'est-à-dire que ϕ est une fonction harmonique, qui doit être périodique dans l'espace et le temps, et être telle que w s'annule sur le fond pour $z = -d$. La solution est :

$$\phi(x, z, t) = -\frac{g H T}{4 \pi} \frac{\cosh 2\pi \frac{z+d}{L}}{\cosh 2\pi \frac{d}{L}} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right) \quad (Eq. IV.6)$$

L'expression fondamentale qui relie la longueur d'onde L , la période T de la houle et la profondeur d :

$$L = \frac{g T^2}{2\pi} \tanh 2\pi \frac{d}{L} \quad (Eq. IV.7)$$

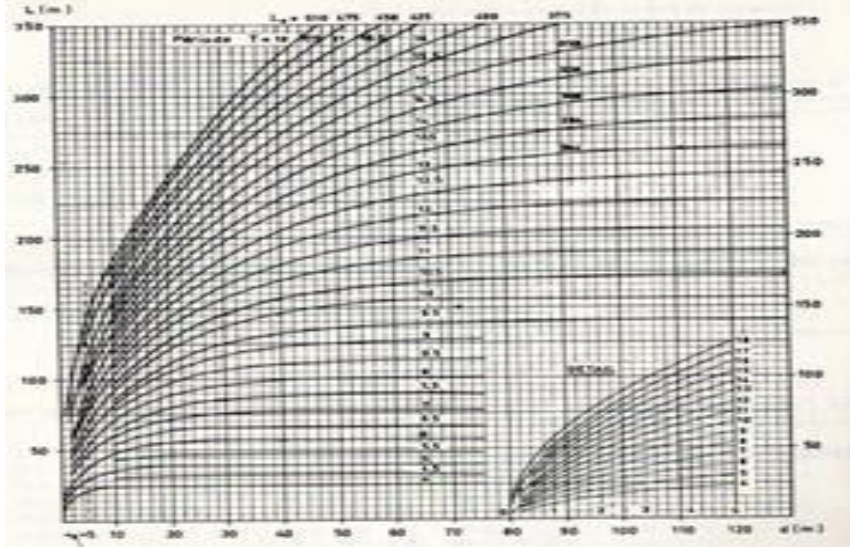


Fig. IV. 3 - Longueur de la houle en fonction de la profondeur d et la période T .

IV.2.1. Description du mouvement

L'expression de la cote de la surface libre est :

$$\zeta = \frac{H}{2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right) \quad (Eq. IV.8)$$

La surface libre a la forme d'une sinusoïde d'amplitude totale H , qui se propage dans le sens longitudinale croissant avec la célérité :

$$C = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi} \tanh 2\pi \frac{d}{L} \quad (Eq. IV.9)$$

Les composantes de la vitesse sont :

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh 2\pi \frac{z+d}{L}}{\sinh 2\pi \frac{d}{L}} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right) \quad (Eq. IV.10)$$

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = -\frac{\pi H}{T} \frac{\sinh 2\pi \frac{z+d}{L}}{\sinh 2\pi \frac{d}{L}} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right) \quad (Eq. IV.11)$$

Les trajectoires des particules, obtenues par intégration de ces dernières expressions, sont des ellipses centrées au point x_0 .

Les trajectoires des particules sont donc des orbites fermées.

Au fond l'ellipse est aplatie (Fig. IV. 5), le mouvement de la particule est oscillatoire rectiligne ;

La longueur du segment $AA' = \frac{H}{\sinh(2\pi \frac{d}{L})}$ et ;

La vitesse maximale $V_0 = \frac{\pi H}{T \sinh(2\pi \frac{d}{L})}$ (au point B).

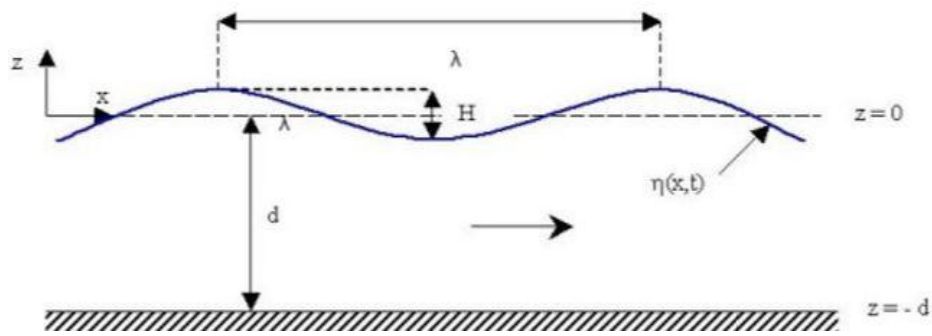


Fig. IV. 4 - Caractéristiques de la houle Sinusoïdale de Stokes.

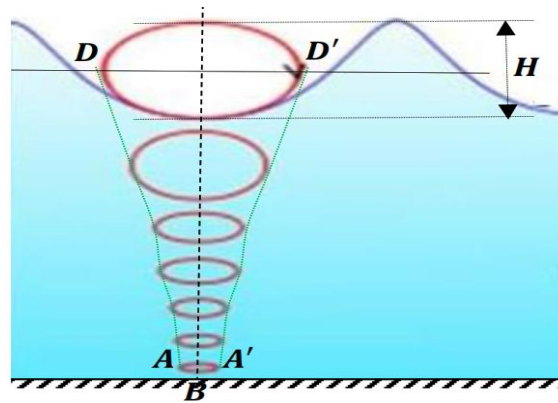


Fig. IV. 5 - Trajectoire des particules d'eau.

Les dimensions des orbites sont les suivantes :

- Élongation horizontale : $\frac{H \cosh 2\pi \frac{z+d}{L}}{\sinh(2\pi \frac{d}{L})}$ (Eq. IV.12)
- Élongation verticale : $\frac{H \sinh 2\pi \frac{z+d}{L}}{\sinh(2\pi \frac{d}{L})}$ (Eq. IV.13)

À la surface libre le petit axe de l'ellipse prend la valeur de H et le déplacement maximal horizontal DD' est donnée par l'équation (IV. 14) :

$$DD' = \coth c \, 2\pi \frac{d}{L} \quad (\text{Eq. IV.14})$$

IV.2.2. L'énergie

L'énergie contenue dans une longueur d'onde s'obtient de la même façon que pour la houle de Gerstner, l'énergie potentielle et l'énergie cinétique sont égales, donc l'énergie totale est représentée par :

$$E = \frac{1}{8} \rho g L H^2 \quad (\text{Eq. IV.15})$$

IV.2.3. La pression

La pression s'exprime à partir du potentiel P :

$$P(x, z, t) = -\rho g z - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\rho g z + \frac{\rho g H}{2} \frac{\cosh 2\pi \frac{z+d}{L}}{\cosh 2\pi \frac{d}{L}} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{L} \right) \quad (\text{Eq. IV.16})$$

La fluctuation de la pression au fond due à la houle a comme demi-amplitude exprimée en hauteur d'eau :

$$P_0 = \frac{H}{2 \cosh 2\pi \frac{d}{L}} \quad (\text{Eq. IV.17})$$

IV.3. La Houle de Gerstner

Ce modèle établi en 1804 par Gerstner est une solution rigoureuse dans le cas d'un fluide à profondeur infinie. Chaque particule fluide est supposée tourner autour d'un point de coordonnées x, z , en décrivant une circonférence de rayon R , décroissant exponentiellement avec la profondeur. Les coordonnées x, z de chaque particule :

$$x = x_0 - R_0^{bz_0} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_0}{L} \right) \quad (\text{Eq. IV.18})$$

$$z = z_0 - R_0^{bz_0} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_0}{L} \right) \quad (\text{Eq. IV.19})$$

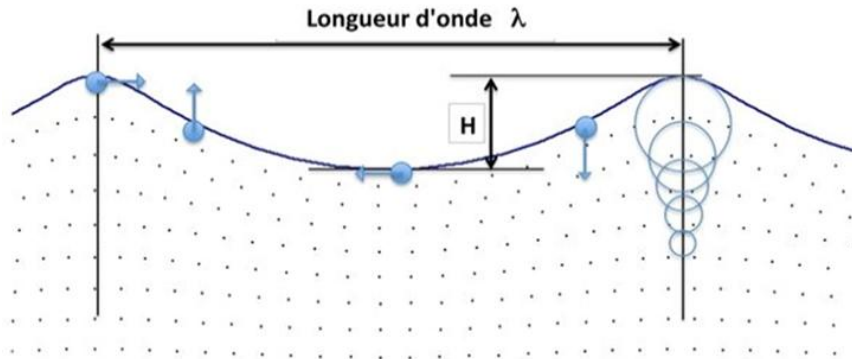


Fig. IV. 6 - Mouvement d'une particule d'eau selon la théorie de Gerstner.

Il existe une surface d'égale pression quel que soit le temps si :

$$L = \frac{g T^2}{2\pi} \quad (\text{Eq. IV.20})$$

Alors :

$$P = \rho g \left(\frac{\pi R_0^2}{L} e^{\frac{4\pi z_0}{L}} - z_0 \right) \quad (\text{Eq. IV.21})$$

Et la surface libre ($P = 0$) est caractérisée par l'équation (Eq. IV.22) comme suit :

$$z_0 = \frac{\pi R_0^2}{L} e^{\frac{4\pi z_0}{L}} \quad (\text{Eq. IV.22})$$

Description des trajectoires :

La hauteur H de la houle est égale à $2R_0 e^{\frac{2\pi z_0}{L}}$; le centre de la circonférence décrite par les particules de la surface libre est situé à la cote :

$$z_0 = \frac{\pi H^2}{4L} \quad (\text{Eq. IV.23})$$

C'est-à-dire au-dessus de la surface libre au repos ($z = 0$). La cote de la surface libre est donc :

$$\zeta = \frac{\pi H^2}{4L} - \frac{H}{2} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_0}{L} \right) \quad (\text{Eq. IV.24})$$

La surface libre et toutes les surfaces de pression égale sont caractérisées par la cote z_0 et le rayon R_0 . Les particules correspondantes sont situées sur une trochoïde d'équations paramétriques $x(x_0, z_0, t)$ et $z(x_0, z_0, t)$. Il s'agit du lieu décrit par un point A d'un disque de rayon $\frac{L}{2\pi}$ qui roule sans glisser, tel que :

$$OA = R_0 e^{2\pi \frac{z_0}{L}} \quad (\text{Eq. IV.25})$$

A l'instant t_1 , postérieure à t_0 , tous les points de même z_0 et R_0 auront tourné sur leurs trajectoires circulaires d'un angle égale à $2\pi \frac{t_1 - t_0}{T}$. Leur lieu se sera déplacé dans :

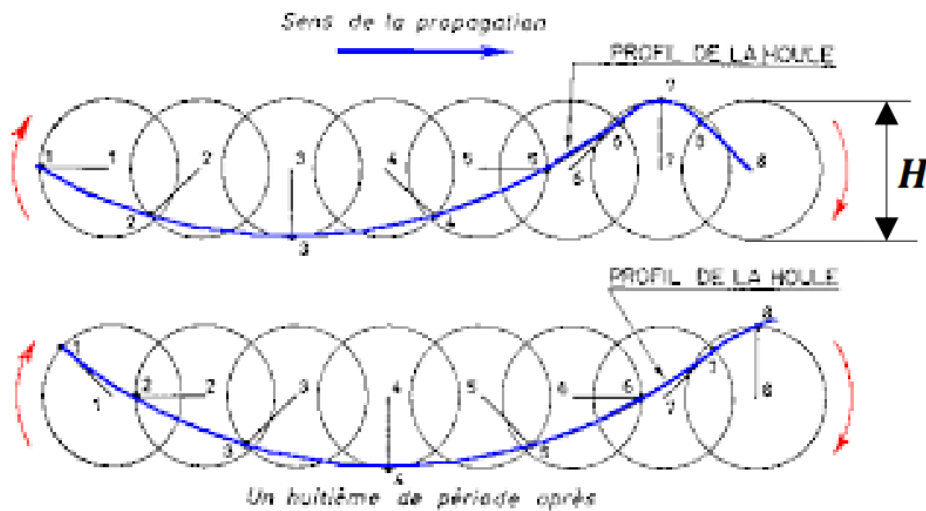


Fig. IV. 7 - Mouvement des particules d'eau à la surface libre selon Gerstner.

Le sens de la rotation des cercles ; la trochoïde qui représente la surface libre et toutes les surfaces d'égale pression se déplacent donc d'un mouvement de translation sans se déformer. C'est la raison pour laquelle on appelle la houle de Gerstner : la houle trochoïde.

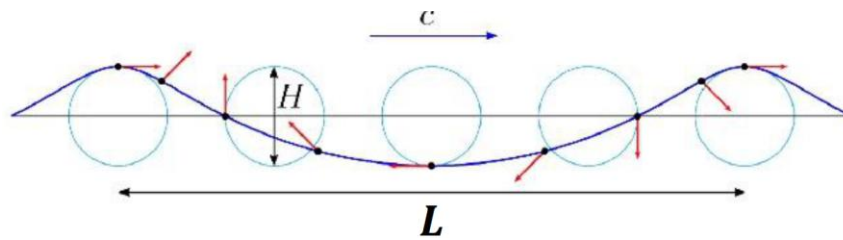


Fig. IV. 8 - Houle trochoïde de Gerstner

Cette figure (Fig. IV. 8) permet de voir que les vitesses des particules sont tangentes à la crête et au creux et sont dirigées dans le sens de la propagation sur la crête et en sens inverse dans le creux.

La cote moyenne des particules de la surface, c'est-à-dire le niveau moyen d'oscillation, est à $z_0 = \frac{\pi H^2}{4L}$ au-dessus du niveau de repos : il y a surélévation du niveau moyen. Le creux maximal est égal au diamètre du cercle générateur, soit $H_{max} = \frac{L}{\pi}$; la cambrure maximale :

$$\frac{H_{max}}{L} = \frac{1}{\pi} = 0,31 \quad (Eq. IV.26)$$

IV.4. Modèle de Houle Cnoïde

Le modèle de houle *Cnoïde*, basé sur l'équation de **Korteweg-de Vries (KdV)**, est un modèle non linéaire utilisé pour décrire la propagation de vagues longues et peu profondes (Fig. IV. 9), c'est-à-dire en eau très peu profonde avec des amplitudes significatives par rapport à la profondeur.

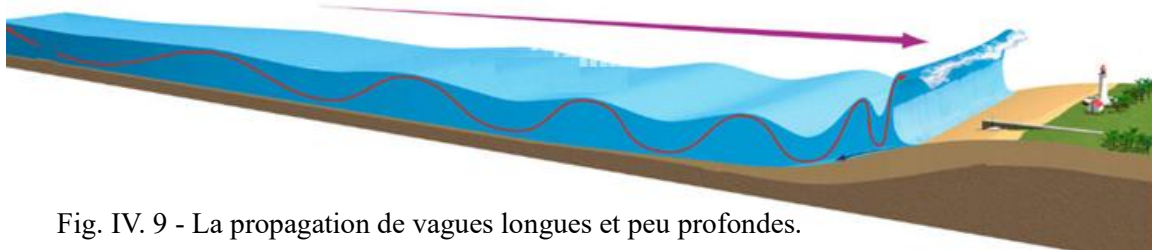


Fig. IV. 9 - La propagation de vagues longues et peu profondes.

L'utilisations de ce modèle est évidentes dans les cas suivants :

- Eau peu profonde $h \ll L$ (*profondeur petite devant la longueur d'onde*) ;
- Amplitude de la vague non négligeable ;
- Modélisation des vagues en zone côtière ou les tsunamis.

IV.4.1. Équation de Korteweg-de Vries (KdV)

L'équation de *Korteweg-de Vries* s'évolue de la manière suivante (Eq. IV. 27) :

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + c_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{3c_0}{2h} \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{c_0 h^2}{6} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0 \quad (Eq. IV.27)$$

Les termes représentent la *propagation linéaire*, *non-linéarité* (interaction des vagues) et la *dispersion* (différence de vitesse entre composantes).

Où :

$\eta(x, t)$: Elévation de la surface libre ;
 h : Profondeur moyenne de l'eau ;
 $c_0 = \sqrt{gh}$: Vitesse de phase en eau peu profonde.

IV.4.2. Solution de l'Equation du Model Cnoïde (Forme Périodique)

Les solutions périodiques de l'équation *KdV* sont données par :

$$\eta(x, t) = H \cdot cn^2 \left(K \frac{x-ct}{\lambda}, m \right) \quad (Eq. IV.28)$$

Avec :

$cn(u, m)$: Fonction elliptique de Jacobi (forme cnoïde) ;
 H : Hauteur de la vague ;
 λ : Demi-longueur d'onde ;
 $m \in [0,1]$: Paramètre elliptique :
 Quan $m \rightarrow 0$, on dit que la solution devient sinusoidale (ondes linéaires) ;
 Quan $m \rightarrow 1$, on dit que la solution devient une **soliton** (vague solitaire).

Cas particulier

Lorsque la vague devient isolée c'est à dire (non périodique), la solution *KdV* devient :

$$\eta(x, t) = H \cdot sech^2 \left(\sqrt{\frac{3H}{4h^2}} (x - ct) \right) \quad (Eq. IV.29)$$

Où : La vitesse du soliton est :

$$c = c_0 \left(1 + \frac{H}{2h} \right) \quad (Eq. IV.30)$$

Il existe de nombreux modèles de prévision des vagues en opération à travers le monde, tels que le modèle *WAVEWATCH III* et le modèle *SWAN* (*Simulating Waves Nearshore*), qui sont couramment utilisés pour prédire les conditions de houle. Ces modèles sont mis à jour régulièrement avec de nouvelles données pour améliorer la précision des prévisions.

IV.5. Comparaison entre Modèles

Il existe plusieurs modèles pour décrire la propagation des vagues à la surface de l'eau (Tableau IV. 1), chacun adapté à des conditions spécifiques de profondeur, d'amplitude et de complexité. Le tableau compare trois grands types de modèles : *Airy* (linéaire), *Stokes*, et *Cnoïde/Korteweg-de Vries (KdV)*.

- Le modèle linéaire d'*Airy* est le plus simple, valable pour des vagues de faible amplitude, dans n'importe quelle profondeur. Il considère les ondes comme sinusoïdales, sans prendre en compte les effets non linéaires.
- Le modèle de *Stokes* prend en compte la non-linéarité de manière modérée. Il est utilisé pour des vagues d'amplitude moyenne, surtout en eau intermédiaire à peu profonde, avec des formes plus aplaties que les sinusoïdes.
- Le modèle *Cnoïde* (ou *KdV*) est fortement non linéaire et s'applique aux eaux peu profondes avec des vagues de grande amplitude. Il permet de représenter des solutions périodiques (vagues cnoïdes) ou isolées (solitons), avec prise en compte des effets non linéaires et dispersifs.

Tableau IV. 1 - Comparaison entre différents Modèles mathématiques de houle.

Modèle	Type	Domaine	Non-linéarité	Dispersion	Forme de solut
<i>Airy (linéaire)</i>	<i>Linéaire</i>	<i>Tout</i>	<i>Non</i>	<i>Oui</i>	<i>Sinusoïdale</i>
<i>Stokes</i>	<i>Faiblement non-linéaire</i>	<i>Intermédiaire</i>	<i>Oui</i>	<i>Oui</i>	<i>Périodique</i>
<i>Cnoïde / KdV</i>	<i>Fortement non-linéaire</i>	<i>Peu profond</i>	<i>Oui</i>	<i>Oui</i>	<i>Cnoïde ou soliton</i>

En résumé, le choix du modèle dépend principalement de la profondeur de l'eau et de l'amplitude relative de la houle. Plus la vague est grande par rapport à la profondeur, plus les modèles non linéaires comme *Stokes* ou *Cnoïde* sont nécessaires.

Chapitre V

Vagues et Energie Renouvelable

La relation entre les vagues et l'énergie renouvelable se situe principalement dans le domaine de l'énergie marine, plus spécifiquement dans ce qu'on appelle l'énergie houlomotrice (ou énergie des vagues).

L'énergie des vagues est une forme d'énergie renouvelable issue de l'énergie mécanique produite par le mouvement des vagues à la surface de l'océan. En captant et en convertissant cette énergie en électricité, on peut alimenter des réseaux électriques de manière durable et propre.

L'énergie des vagues peut être intégrée à d'autres sources d'énergies renouvelables telles que l'éolien offshore et l'énergie marémotrice pour créer des systèmes hybrides, optimisant ainsi la production d'électricité renouvelable dans les zones côtières. L'énergie des vagues représente une composante potentielle majeure du futur des énergies renouvelables. Cependant, pour exploiter pleinement son potentiel, des avancées technologiques et des réductions de coûts seront nécessaires.

La relation entre les vagues (ou énergie houlomotrice) et les énergies renouvelables est directe : l'énergie des vagues est une forme d'énergie renouvelable.

L'énergie des vagues fait partie des énergies renouvelables au même titre que le solaire, l'éolien, la biomasse et la géothermie. Bien que son déploiement à grande échelle soit encore limité, elle représente un grand potentiel pour la transition énergétique mondiale.

L'énergie des vagues (ou énergie houlomotrice) est l'énergie captée à partir du mouvement de la surface de la mer. Ce mouvement est causé par le vent soufflant à la surface de l'eau.

V.1.Énergie des Vagues

L'énergie maritime, également connue sous le nom d'énergie des océans, fait référence à l'utilisation des ressources marines pour produire de l'énergie. Cela englobe différentes technologies, telles que l'énergie hydrolienne, l'énergie des vagues, l'énergie thermique des mers et l'énergie marémotrice. Ces sources d'énergie renouvelable exploitent les mouvements naturels de l'eau et les différences de température entre l'eau de mer et l'air pour générer de l'électricité.

L'histoire de l'énergie maritime remonte à plusieurs décennies, mais son développement à grande échelle est plus récent. Au fil des ans, des progrès significatifs ont été réalisés dans la recherche, le développement et la mise en œuvre de ces technologies. L'énergie maritime présente un immense potentiel en tant que source d'énergie propre et durable, offrant des avantages environnementaux considérables par rapport aux combustibles fossiles^[11].

L'énergie des vagues (ou énergie houlomotrice) est l'énergie captée à partir du mouvement de la surface de la mer. Ce mouvement est causé par le vent soufflant à la surface de l'eau.

Les énergies marines renouvelables représentent un potentiel considérable pour la production de l'énergie propre et durable (ex : électricité propre). Parmi elles, l'énergie houlomotrice (ou énergie des vagues) exploite le mouvement des vagues pour générer de l'électricité.

L'énergie houlomotrice capte l'énergie cinétique et potentielle des vagues pour la convertir en électricité via différents systèmes, dont les plus connues sont :

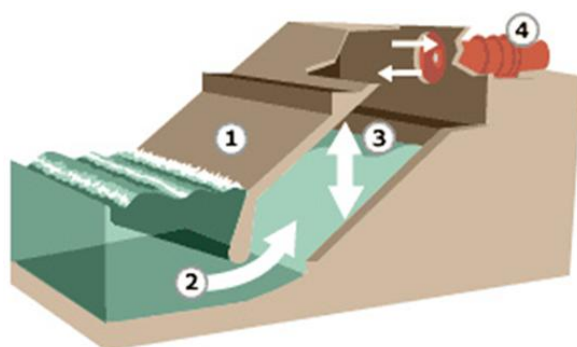
Flotteurs ou bouées : Des systèmes ancrés oscillent avec les vagues et actionnent des générateurs (Figure V. 1).



Figure V. 1 - Bouée géante qui produit de l'électricité

[11] : Jacques Nougier, « Les énergies marines renouvelables », *Jeune Marine*, janv.-févr.2018 et mars-avril 2018, n° 241, p.38-40 et n° 242, p.36-39.

Colonnes d'eau oscillantes : L'air comprimé par le mouvement des vagues fait tourner une turbine (Figure V. 2).



1. Chambre de capture des vagues, encastrée dans la paroi rocheuse.
2. L'énergie marémotrice force l'eau à pénétrer dans la chambre.
3. Air alternativement comprimé / décomprimé.
4. Courants d'air entraînent la turbine du puits.

Figure V. 2 - Eléments d'une Colonnes d'eau oscillantes.

Systèmes à déferlement : Les vagues sont dirigées vers un réservoir dont l'eau retourne à la mer via une turbine (Figure V. 3).

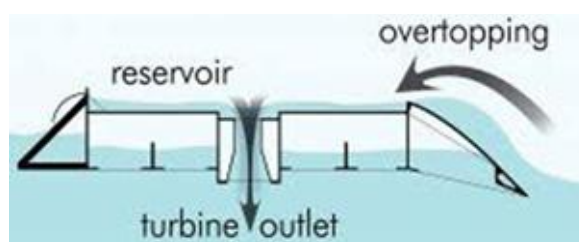


Figure V. 3 - Systèmes à déferlement.

L'énergie houlomotrice est prometteuse mais nécessite encore des innovations pour devenir compétitive face à l'éolien et au solaire (Tableau V. 1). Son développement pourrait jouer un rôle clé dans la transition énergétique, notamment pour les régions côtières.

Tableau V. 1 - Potentiel et limites des technologies houlomotrices.

Catégorie	Type/Point	Description	Exemples/Remarques
Technologies	Bouées (Pelamis)	Systèmes flottants convertissant l'oscillation des vagues en électricité.	Projet Pelamis (Écosse, abandonné en 2014).
	Colonnes OWC	Chambre à air comprimé par les vagues, actionnant une turbine.	Centrale de Mutriku (Espagne).
	Systèmes à déferlement	Vagues dirigées vers un réservoir; turbinage au retour à la mer.	Wave Dragon (prototype au Danemark).
Avantages	Ressource abondante	Potentiel mondial élevé (littoraux venteux).	Densité énergétique > solaire/éolien.
	Prévisibilité	Prévision des vagues plus fiable que le vent ou l'ensoleillement.	Intégration facilitée au réseau.
	Faible impact visuel	Dispositifs souvent offshore, peu visibles depuis la côte.	Réduction des conflits d'usage.
Défis	Coûts élevés	Investissements initiaux et maintenance importants.	Prix du kWh encore non compétitif.
	Conditions extrêmes	Résistance nécessaire aux tempêtes, corrosion saline, maintenance complexe.	Durée de vie des matériaux à optimiser.
	Impact écologique	Risques pour la faune marine (bruit, collision, modification des courants).	Études d'impact nécessaires.

V.2.Principe de l'Énergie Houlomotrice

Les vagues sont générées par le vent soufflant à la surface de l'océan. L'énergie du vent est transmise à l'eau sous forme de mouvement oscillant (haut et bas). Cette énergie est cinétique (*mouvement de l'eau*) et potentielle (*élévation de l'eau*).

Les technologies captent l'énergie du mouvement des vagues et la transforment en électricité. On utilise des systèmes mécaniques, hydrauliques ou pneumatiques couplés à des générateurs électriques (Figure V. 1, V. 2 et V. 3).

Le potentiel énergétique des vagues est estimé à *plus de 30000 [TWh/an]*, soit l'équivalent de la consommation électrique mondiale actuelle (Figure V. 4).

Les zones les plus favorables :

- Côtes de l'Écosse
- Portugal ;
- Australie ;
- Chili ;
- Afrique du Sud, etc.



Figure V. 4 - Carte du potentiel houlomoteur indiquant la puissance moyenne.
(en kW/mètre linéaire de front de vague).

V.3.La Puissance d'une Vague par Mètre de Front

La puissance "P" d'une vague par mètre de front (en watts par mètre, W/m) peut être estimée à l'aide de la formule (Eq. V. 1), issue de la théorie des vagues linéaires en eau profonde :

$$P = \frac{1}{16} \rho g H^2 c_g \quad \text{Eq. V. 1}$$

Où :

- ρ : Masse volumique de l'eau de mer ;
- g : Accélération de la pesanteur ;
- H : Hauteur significative de la vague (crête à creux, en mètres) ;

c_g : Vitesse de groupe des vagues (en m/s), qui en eau profonde vaut environ $\frac{1}{2}c$, où c est la célérité des vagues.

En eau profonde, la célérité c est donnée par :

$$c = \frac{gT}{2\pi} \quad \text{Eq. V. 2}$$

Où :

T : Période de la vague (en secondes).

Remarques

- En eau *intermédiaire ou peu profonde*, la vitesse de groupe c_g dépend de la profondeur, et le calcul devient plus complexe.
- La puissance réelle peut varier en fonction de la direction des vagues, de la bathymétrie et d'autres facteurs.

Cette formule est utile pour estimer l'énergie des vagues exploitables par des systèmes de récupération d'énergie houlomotrice.

V.4. Estimation de la Production Annuelle d'un Dispositif Houlomoteur

L'estimation de la production annuelle d'un dispositif houlomoteur dépend de plusieurs facteurs, notamment :

- La ressource houlomotrice (puissance des vagues en W/m) ;
- L'efficacité du convertisseur (rendement de conversion) ;
- La capacité de captation (largeur du dispositif) ;
- Le taux de disponibilité (temps de fonctionnement effectif).

La puissance moyenne des vagues $\bar{P}$ (en W/m) sur un site donné peut être estimée à partir des données océanographiques locales. En utilisant la formule simplifiée en eau profonde :

$$\bar{P} \approx 490 \cdot H_s^2 \cdot T_e \quad \text{Eq. V. 3}$$

Où :

H_s : Hauteur significative des vagues (m) en moyenne annuelle ;

T_e : Période d'énergie des vagues (s) en moyenne annuelle.

Comparaison entre différentes énergies renouvelables

Les énergies renouvelables jouent un rôle crucial dans la lutte contre le changement climatique et la réduction de la dépendance aux énergies fossiles. Parmi elles, on retrouve cinq grandes sources : le **solaire**, l'**éolien**, l'**hydraulique**, la **biomasse** et l'**énergie houlomotrice** (*vagues*) (Tableau V. 2). Bien qu'elles soient toutes durables, ces énergies présentent des caractéristiques très différentes sur les plans technique, économique et environnemental.

Tableau V. 2 - Potentiel et limites des technologies houlomotrices.

Source	Puissance surfacique moyenne	Remarques
Houlomotrice	15 – 70 [kW/m]	<i>Très dense</i>
Éolien offshore	~2 – 4 [kW/m ²]	<i>Moins constant</i>
Solaire	~0.2 – 0.3 [kW/m ²]	<i>Intermittent, jour seulement</i>

L'énergie des vagues, ou énergie houlomotrice, illustre parfaitement comment les forces naturelles peuvent être transformées en ressources durables. Grâce au mouvement constant des océans, cette forme d'énergie renouvelable offre un potentiel énergétique important, particulièrement dans les zones côtières exposées à une forte houle.

Bien qu'elle soit encore en phase de développement par rapport à des sources plus matures comme le solaire ou l'éolien, l'énergie houlomotrice possède de nombreux atouts : elle est propre, prévisible et dotée d'une densité énergétique élevée. Elle représente donc une solution complémentaire précieuse pour diversifier le mix énergétique mondial et réduire la dépendance aux énergies fossiles.

Cependant, pour qu'elle devienne une alternative réellement exploitable à grande échelle, des progrès technologiques sont encore nécessaires afin de surmonter les défis liés au coût, à la durabilité des installations en milieu marin, et à leur intégration environnementale. Investir dans cette technologie, c'est miser sur l'innovation au service d'une transition énergétique plus complète et plus résiliente.

Chapitre VI

Problèmes et Applications Résolus

La houle est un groupe de vagues généré par des vents lointains et se caractérise par des vagues de longue période qui voyagent sur de grandes distances. Les vagues, quant à elles, sont des perturbations individuelles de la surface de l'eau qui peuvent être influencées par des vents locaux et qui ont tendance à être plus courtes en période et plus variées en taille et en forme.

Le "phénomène de vague" se réfère généralement aux caractéristiques et aux comportements des vagues dans les océans et les mers. Les vagues marines sont des ondes de surface de l'eau, et elles sont le résultat de divers facteurs, notamment le vent, la houle, la topographie sous-marine et d'autres influences météorologiques et océanographiques.

Dans ce chapitre, l'étudiant découvrira des détails avancés sur les différentes significations de la houle, tels sa propagation dans différents niveaux de profondeur, sa déformation et l'aspect mathématique du comportement des vagues.

Problèmes Résolus

Exercice 1

Considérons un cas d'un fond en forme de plan incliné de pente faible de **10%** et d'une profondeur de **135[m]**, sur lequel la houle se propage dans la direction de la ligne de plus grande pente du fond avec une période de **12 [s]** et une amplitude de **3[m]**.

- 1) Quel est l'angle de cette pente ?

$$\text{Un angle de 10\% est équivalente à : } \tan \alpha = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$\text{Donc : } \alpha \approx 5,71^\circ$$

- 2) Calculer la longueur initiale de cette vague :

$$\text{On a : } L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} = \frac{9,81 \times 12^2}{2 \times 3,14} \approx 224,94 \Rightarrow L_0 \approx 225[m]$$

- 3) Calculer la vitesse initiale de cette vague :

$$\text{On a : } C_0 = \sqrt{\frac{gL_0}{2\pi}} = \sqrt{\frac{9,81 \times 225}{2 \times 3,14}} \approx 18,747 \Rightarrow C_0 \approx 18,75[m/s]$$

- 4) Quelle est la nature de cette profondeur ?

Pour connaître la nature de cette profondeur, on vérifie le facteur $\frac{d}{L}$.

$$\text{On a : } \frac{d}{L} = \frac{135}{225} \approx 0,6 \text{ alors puisque } \frac{1}{2} \leq \frac{d}{L} \leq \infty, \text{ donc : "Eau profond"}$$

- 5) Est-ce que dans ce cas la plage induit une houle réfléchiée ? (Oui ? / Non ?), et pourquoi ?

☐ Oui,

☒ Non, Parce que la pente est faible

6) Calculer la longueur finale de cette vague :

$$\text{On a : } L = L_0 \cdot th\left(2\pi \frac{d}{L}\right) = 225 \cdot th\left(2 \times 3,14 \times \frac{135}{225}\right) \Rightarrow L \approx 222,5[m]$$

7) Calculer la vitesse finale de cette vague :

$$\text{On a : } C = C_0 \cdot th\left(2\pi \frac{d}{L}\right) = 18,75 \cdot th\left(2 \times 3,14 \times \frac{135}{222,5}\right) \Rightarrow C \approx 18,73[m]$$

8) Calculer l'énergie générée par cette vague en (tonne force) $[t.f]$:

$$\begin{aligned} \text{On a : } E &= \frac{1}{8} \rho g L H^2 \quad / : H = 2 \times a \Rightarrow E = \frac{1}{8} \times 1025 \times 9,81 \times 222,5 \times 6^2 \\ &\Rightarrow E \approx 10067819,0625 \left[\frac{kg \cdot m}{s^2} \right] \approx 1026,63[t.f] \end{aligned}$$

Exercice 2

Calculer la puissance d'une vague qui a 2 mètres de hauteur et une période de 10 secondes :

$$P \approx 490 \times (2)^2 \times 10 = 490 \times 4 \times 10 = 19\,600 \text{ W/m} = 19,6 \text{ kW/m}$$

Calculer la puissance moyenne disponible pour $H_s = 1,5 \text{ m}$ et une période de 8 secondes

$$\bar{P} = 490 \times (1,5)^2 \times 8 = 8\,820 \text{ W/m} = 8,82 \text{ kW/m}$$

Exercice 3

Un dispositif houlomoteur a une largeur de captage L (en m) et un rendement de conversion η (typiquement entre 20% et 50%).

Calculer la puissance captée pour :

$$L = 10 \text{ m} ;$$

$$\eta = 30\% ;$$

$$\bar{P} = 8,82 \text{ kW/m}$$

$$P_{\text{captée}} = 8,82 \times 10 \times 0,3 = 26,46 \text{ kW}$$

Exercice 4

La production annuelle $E_{annuelle}$ (en kWh/an) dépend du taux de disponibilité. calculer la production annuelle pour :

Facteur de charge = 40% = 0,4,

$P_{captée} = 26,46 \text{ kW}$.

$$E_{annuelle} = 26,46 \times 8\,760 \times 0,4 \approx 92\,700 \text{ kWh/an}$$

Problèmes Non Résolus

Exercice 5

Un système de récupération d'énergie houlomotrice est installé sur une côte. On observe une houle régulière avec :

- Hauteur de vague $H = 2 \text{ m}$,
- Période de vague $T = 8 \text{ s}$,
- Largeur du front de vague captée $L = 10 \text{ m}$,
- Densité de l'eau $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$,
- Accélération gravitationnelle $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Question :

Calcule la puissance moyenne disponible dans la houle sur cette largeur L , en utilisant la formule suivante :

Exercice 6

Un convertisseur d'énergie houlomotrice absorbe une puissance moyenne de 30 kW . La puissance moyenne disponible dans la houle à cet endroit est de 75 kW .

Question :

Calcule le rendement énergétique du système.

Exercice 7

Un système houlomoteur installé en mer produit en moyenne une puissance de 150 kW pendant 70 % de l'année.

Question :

1. Quelle est l'énergie produite sur une année complète (en kWh) ?
2. Compare cette énergie à la consommation moyenne d'un foyer de 4000 kWh/an . Combien de foyers pourraient être alimentés ?

Exercice 8

Un dispositif de récupération d'énergie houlomotrice est envisagé sur la côte atlantique d'un pays. La technologie choisie est de type oscillant (colonne d'eau oscillante ou flotteur articulé). On souhaite étudier la faisabilité et le rendement du projet.

Données :

- Densité de l'eau de mer : $\rho = 1025 \text{ kg/m}^3$
- Accélération gravitationnelle : $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
- Hauteur significative des vagues : $H = 2,5 \text{ m}$
- Période moyenne des vagues : $T = 7 \text{ s}$
- Largeur du front de houle captée : $L = 15 \text{ m}$
- Rendement global du système : $\eta = 40\%$
- Durée moyenne de fonctionnement : 300 jours/an, 16 h/jour
- Consommation annuelle d'un foyer : 4200 kWh

A.1. Écrire la formule permettant de calculer la puissance moyenne d'une houle par mètre de front

A.2. Calculer la **puissance moyenne totale disponible** (en kW) sur la largeur de 15 m .

B.1. En tenant compte du rendement $\eta = 40\%$, calculer la **puissance effectivement récupérable** par le système.

B.2. En supposant que le système fonctionne 300 jours par an, 16 heures par jour, calculer l'**énergie produite sur une année complète** (en kWh).

C.1. Combien de foyers peuvent être alimentés chaque année avec l'énergie produite par un seul système ?

C.2. Si 20 systèmes sont installés le long de la côte, calculer :

- a) la **production annuelle totale** (en kWh)
- b) le **nombre total de foyers** pouvant être alimentés

Sommaire

Avant-propos		01
Introduction		02
Chapitre I	Rappels Mathématiques	
1 ^{er} AXE	TRIGONOMETRIE	06
2 ^{ème} AXE	TRIGONOMETRIE HYPERBOLIQUE	09
3 ^{ème} AXE	GRANDEURS PHYSIQUES	11
Chapitre II	Introduction à la Théorie des Vagues	
II.1. Phénomène de Vague		17
II.2. Types de Vagues		17
II.2.1. Les vagues générées par le vent		17
II.2.2. Vagues générées par des séismes		18
II.2.3. Vagues provoquées par le mouvement des astres		19
II.3. Classement des Vagues		19
II.3.1. Vague Régulière		20
Période d'une vague 'T'		21
Profile d'une vague		21
II.4. Vague Irrégulière		22
II.5. Le Fetch		23
II.6. Le Mascaret		23
II.7. Formation des Vagues		24
II.8. Voyage des Vagues		25
II.8.1. Mouvement des particules d'eau		25
II.8.2. Transport d'énergie		26
Chapitre III	La Houle	
III.1. Propagation de la Houle		28
III.1.1. Propagation en eau profonde		28
III.1.2. Propagation en eau peu profonde		28
III.2. La Déformation de la Houle		29
III.3. Le Déferlement de la Houle		30
III.3.1. Causes du déferlement		31
III.3.2. Types de déferlement		33
III.4. Réflexion d'une Houle		34
III.5. La Réfraction de la Houle		36

Chapitre IV	Estimation Mathématique de la Houle	
IV.1.	Modèle de Houle d'Airy	39
IV.1.1.	Comportement en eau peu profonde	41
IV.1.2.	Comportement en eau profonde	41
IV.2.	La Houle de Stokes	41
IV.2.1.	Description du mouvement	42
IV.2.2.	L'énergie	43
IV.2.3.	La pression	44
IV.3.	La Houle de Gerstner	44
IV.4.	Modèle de Houle Cnoïde	46
IV.4.1.	Équation de <i>Korteweg-de Vries (KdV)</i>	46
IV.4.2.	Solution de l'Equation du Model <i>Cnoïde (Forme Périodique)</i>	47
IV.5.	Comparaison entre Modèles	48
Chapitre V	Vagues et Energétique Renouvelable	
V.1.	Énergie des Vagues	50
V.2.	Principe de l'Énergie Houlomotrice	52
V.3.	La Puissance d'une Vague par Mètre de Front	52
V.4.	Estimation de la Production Annuelle d'un Dispositif Houlomoteur	53
Chapitre VI	Problèmes et Applications Résolus	
	Problèmes Résolus	56
	Problèmes Non Résolus	58
Sommaire		60