

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie d'Oran
MOHAMED BOUDIAF

Faculté de Génie Mécanique
Département de Génie Maritime

Thèse en Vue de l'Obtention du Diplôme de Doctorat en Sciences

Spécialité : **Génie Maritime**

Option : **Energétique**

Présentée par : **Mademoiselle MORSLI SOUAD**

Intitulé de la Thèse

**Simulation numérique de la convection
naturelle et la génération de l'entropie dans les
cavités**

Soutenue le : 15/03/2015

Devant le jury composé de :

OUADHA Ahmed.	Président	Professeur	U.S.T.Oran.MB
SABEUR Amina.	Encadreur	Professeur	U.S.T.Oran.MB
EL GANAOUI Mohammed.	Examineur	Professeur	Université de Lorraine. France
AZZI Abbès.	Examineur	Professeur	U.S.T.Oran.MB
BOUMEDDANE Boussad.	Examineur	Professeur	USD. Blida
HOUAT Samir.	Examineur	MCA	UAIB.Mostaganem
SCIPIONI Angel.	Membre Invité	MC	Université de Lorraine. France

Résumé

L'objet du présent travail est d'étudier numériquement la convection naturelle et la génération de l'entropie dans des cavités carrée, rectangulaire de rapport de forme de 3, 5, 7 et 12. D'autres cavités ont été considérées dans la présente étude, ces dernières ont la particularité d'avoir la paroi chaude ondulée, le fluide utilisé est l'air ($Pr = 0.71$). Les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie ont été résolues par la méthode des volumes finis en utilisant le code commercial Fluent. Les effets de la turbulence ont été modélisés par le modèle $k-\varepsilon$ alors que la génération de l'entropie a été introduite en post processing en utilisant les champs des vitesses et des températures ainsi que leurs dérivées. Le modèle a été confronté à des résultats expérimentaux pour le cas de la cavité carrée. De plus, les résultats numériques en termes de nombre de Nusselt ont été comparés avec ceux de la littérature.

Les résultats concernant les champs d'écoulement, le champ thermique ainsi que la génération de l'entropie ont été présentés et discutés pour des nombres de Rayleigh allant de 10^4 à 10^8 . L'influence de la géométrie (ondulations et rapport de forme) et le rapport entre les irréversibilités thermiques et visqueuses sur le nombre de Bejan a été mise en exergue.

Abstract

The aim of this work is to study numerically the natural convection and the entropy generation in square and rectangular cavities with an aspect ratio of 3, 5, 7 and 12.

The fluid is air ($Pr = 0.71$). Continuity, energy and momentum equations of were solved using the commercial code Fluent based on the finite volumes method. The effects of turbulence were modeled using the $k-\varepsilon$ model, whereas the entropy generation rate was introduced in the post processing after having the velocity and temperature fields and their derivatives. The model was validated against experimental data in the case of a square cavity. Furthermore, the numerical results in terms of Nusselt number were compared to those of the literature.

The results concerning the fluid field, the thermal field and the entropy generation were presented and were discussed for Rayleigh numbers ranging from 10^4 to 10^8 . The effects of the geometry (undulations number, aspect ratio) and irreversibility distribution ratio on the Bejan number was taken into account.

Remerciements

Avant tout, je remercie *DIEU* le tout puissant de m'avoir donnée la force et le courage afin que je puisse accomplir ce travail.

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Madame *Amina SABEUR* Professeur à l'USTO-MB pour la confiance qu'elle m'a témoignée en acceptant l'encadrement de mes travaux de recherche.

Je lui suis reconnaissante de m'avoir fait bénéficier tout au long de ce travail de sa grande compétence, de sa rigueur scientifique, de son dynamisme, de sa disponibilité constante et soutenue et surtout de sa patience inébranlable. Je lui réitère ici mes remerciements les plus sincères pour le rythme éreintant qu'elle s'est imposée pour la constance dans l'effort et la persévérance inflexible dont elle a fait montre pour la conduite et l'achèvement des travaux de ma présente thèse. Je lui suis également gré de m'avoir encouragé à saisir les opportunités d'assister à plusieurs rencontres et congrès internationaux.

Comme je lui suis autant redevable de la célérité, de la disponibilité et de la persévérance dont elle a fait preuve tout au long des étapes d'élaboration du présent travail.

Je voudrais remercier tout particulièrement Monsieur *Ahmed OUADHA* Professeur à l'USTO-MB. Il a toujours été disponible, à l'écoute de mes nombreuses questions et s'est toujours intéressé à l'avancée de mes travaux de recherche. C'est un grand honneur pour moi qu'il préside ce jury de soutenance.

Un remerciement chaleureux est adressé à Monsieur **Abbès AZZI** Professeur à l'USTO-MB pour avoir accepté d'expertiser ce travail.

Je remercie également Messieurs **Samir HOUAT** Maître de conférences à l'Université de Mostaganem et **Boussaad BOUMEDDANE** Professeur à l'Université de Blida, que malgré leurs très nombreuses occupations, ont accepté d'examiner mon travail de thèse et de participer à mon jury de soutenance

L'expression de toute ma reconnaissance et de ma plus affectueuse gratitude à Monsieur **Mohammed EL GANAOUI** Professeur à l'Université de Lorraine (France) et **Angel SCIPIONI** Maître de conférences à l'Université de Lorraine (France) d'avoir accepté d'évaluer mon travail de thèse.

À mes colocataires de bureau **Warda BOUDAUD, Amel REMACHE** et **Mustapha BOUSSOUFI** un grand merci pour leur soutien inconditionnel et leur contribution effective à la réalisation et la finalisation de cette thèse.

Souad Morsli.

Dédicaces

A mes parents

A mes frères et sœurs

A mes nièces :

Sarah Mayssem

Amélia Rose Rabia

& Sabrina Mariah

A ma famille

A mes amis(e)

À la mémoire de ma grand-mère.

À la mémoire de mon grand père décédé tout récemment et qui aimait être tenu informé du devenir de nos études.

À la mémoire de mon amie Linda.

Sommaire

Nomenclature.....	iii
Liste des Figures.....	vi
Liste des Tableaux	ix

Chapitre 1

Introduction

1.1 Revue Bibliographique.....	05
1.1.1 Travaux antérieurs sur la convection naturelle dans les cavités.....	06
1.1.2 Travaux antérieurs sur la convection naturelle dans les cavités ondulées.....	19
1.1.3 Travaux antérieurs sur la génération de l'entropie dans les cavités..	22
1.2 Objectifs de la thèse.....	29

Chapitre 2

Equations d'Equilibres et Génération de l'Entropie

2.1 Lois de Conservation.....	32
2.1.1 Equations du bilan de matière	36
2.1.2. Equations du bilan de quantité de mouvement	38
2.1.3 Equations du bilan d'énergie.....	40
2.1.4. Equations du bilan de l'entropie	44
2.2 Équation de Génération d'Entropie.....	44

Chapitre 3

Modélisation et Mise en Equations

3.1 Description du Problème.....	55
3.2 Mise en Equations.....	57
3.2.1 Equation de continuité.....	57
3.2.2 Équations de Navier-Stokes.....	57
3.2.3 Equation d'énergie.....	57
3.2.4 Hypothèse de Boussinesq.....	58

3.2.5 Les variables adimensionnels.....	58
3.3 Conditions aux Limites.....	60
3.4 Modèle de Turbulence.....	61
3.5 Transfert de Chaleur.....	63
3.6 Génération de l'Entropie.....	64
3.7 Résolution Numérique.....	66

Chapitre 4

Résultats et Discussions

4.1 Etude du Maillage.....	71
4.2 Validation.....	75
4.2.1 Cavité carrée.....	75
4.2.2 Cavité rectangulaire.....	79
4.2.3 Cavité carrée à paroi ondulée.....	80
4.3 Lignes de courant et isothermes de Cavités carrés et rectangulaires sans ondulations.....	83
4.4 Lignes de courant et isothermes de Cavités carrés et rectangulaires pour différents ondulations.....	89
4.5 Génération de l'Entropie.....	96
4.5.1 Taux de génération de l'entropie.....	97
4.6 Nombre de Bejan.....	114

Conclusion et Perspectives

Annexe

Références Bibliographiques

Nomenclature

A	Rapport de forme
E	quantité extensive
e	quantité spécifique
e_p	énergie potentielle spécifique.
$E_\varepsilon, S_\varepsilon$	termes de sources
F	force de masse
g	accélération due à la pesanteur
G_k	terme de flottabilité
h	coefficient de convection
j	flux de diffusion
J_e	flux de conduction
$J_{r,j}$	taux de réaction chimique
k	diffusivité thermique
l	nombre de réactions chimiques
M_i	masse molaire
Nu	nombre de Nusselt
n	nombre de composants
P	pression
P_k	terme de production de pression
Pr	nombre de Prandtl
Ra	nombre de Rayleigh
s	entropie
T	température
u	énergie interne spécifique
v	Composante de vitesse
V	Volume de contrôle
v_r	vitesse de référence

v_v	vitesse moyenne volumétrique
v_M	vitesse moyenne molaire
\bar{V}_i	volume partiel moyen
w_i	termes de fractions massiques
x, y	Coordonnées dimensionnelles
X, Y	Coordonnées adimensionnelles

Symboles Grecs

Φ_e	taux de production (génération) d'énergie
ρ	densité
ν_{ij}	coefficient stœchiométrique
ν	volume spécifique
σ	force de surface
τ	force visqueuse
δ	tenseur unitaire
τ	contrainte
Ψ	fonction de dissipation
X_q	Transfert thermique
X_i	Transfert de masse
X_v	dissipation visqueuse
β	coefficient de dilatation thermique
ΔT	différence de température
ν	viscosité cinématique
ε	dissipation
μ	viscosité cinématique
θ	Température adimensionnelle

Les indices

0	valeurs références
h	chaud
c	froid
t	turbulente
<i>t</i>	total
<i>heat</i>	Effet thermique
<i>friction</i>	effets visqueux
<i>av</i>	moyen

Liste des figures

Figure 1.1	Différentes Cavités Etudiées. Les sections épaisses représentent les parties uniformément chauffées alors que les sections restantes sont maintenues adiabatiques.....	09
Figure 1.2	Cavité Etudiée. La section épaisse représente la partie uniformément refroidie et la section hachurée représente la source de chaleur, alors que les sections restantes sont maintenues adiabatiques.....	10
Figure 1.3	Equipement expérimental et cavité test. (a) dispositif expérimental, (b) cavité test en 3D, (c) détails de construction de la cavité (dimensions en mm).....	13
Figure 1.4	Cavité carrée avec parois verticales uniformément refroidies. La paroi horizontale supérieure est adiabatique, tandis que la paroi horizontale de fond est uniformément chauffée.....	16
Figure 1.5	Cavités pour des cas différents. Le trait épais représente les sections uniformément chauffées être froides alors que les sections restantes sont maintenues adiabatiques.....	17
Figure 1.6	Cavité carrée dont le trait épais représente la source de chaleur. Les parois verticales sont refroidies, tandis que la paroi supérieure et les parties restantes de la paroi de fond sont maintenues adiabatiques.....	19
Figure 1.7	Cavité rectangulaire avec parois verticales à différentes températures, et parois horizontales adiabatiques.....	26
Figure 1.8	Cavités pour des cas différents. La paroi supérieure est adiabatique. Le trait épais représente la section uniformément chauffée alors que les sections restantes sont maintenues froides.....	27
Figure 3.1	Phénomène de transfert de chaleur par convection.....	54
Figure 3.2	Domaine physique.....	56
Figure 3.3	Triangle multidisciplinaire couvert par la génération de l'entropie.....	65
Figure 3.4	Forme géométrique de la paroi chaude de la cavité étudiée.....	69
Figure 4.1	Maillage de la cavité carrée (60x60).....	71
Figure 4.2	Vecteurs de vitesses : a. le présent travail ; b. Ampofo (2003).....	76
Figure 4.3	Isothermes : a. le présent travail ; b. Tian & Karayannis (2000).....	76
Figure 4.4	Comparaison de la composante verticale de vitesse V_y à $y = H/2$ avec les données expérimentales (Ampofo, 2002).....	78

Figure 4.5	Comparaison du nombre de Nusselt local sur la paroi chaude avec les données... expérimentales (Ampofo, 2002).....	78
Figure 4.6	Maillage de la cavité ondulée (67x80).....	80
Figure 4.7	Influence du maillage sur l'évolution de la vitesse verticale (a) et l'évolution de la température (b) près de la paroi chaude, $y/H = 0.5$, $Ra = 10^8$	82
Figure 4.8	Influence du maillage sur la distribution du nombre de Nusselt local le long de paroi chaude de la cavité ondulée, $Ra = 10^8$	83
Figure 4.9	Lignes de courant dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh..	84
Figure 4.10	Lignes isothermes dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh.	84
Figure 4.11	Lignes de courant dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh.....	86
Figure 4.12	Lignes isothermes dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh.....	88
Figure 4.13	Lignes de courant dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations (1,2 et 6).....	90
Figure 4.14	Lignes isothermes dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulation (1,2 et 6).....	90
Figure 4.15	Lignes de courant dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et 03 ondulations.....	92
Figure 4.16	Lignes isothermes dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et 03 ondulations.....	95
Figure 4.17.a	Contours de la génération d'entropie dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.....	98
Figure 4.17.b	Contours de la génération d'entropie dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.....	99
Figure 4.17.c	Contours de la génération d'entropie dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.....	99
Figure 4.18.a	Contours du taux de la génération d'entropie dans les cavités rectangulaires avec différents rapports de forme et pour différents nombres de Rayleigh.....	101
Figure 4.18.b	Contours du taux de la génération d'entropie dans les cavités rectangulaires avec différents rapports de forme et pour différents nombres de Rayleigh.....	103
Figure 4.18.c	Contours du taux de la génération d'entropie dans les cavités rectangulaires avec différents rapports de forme et pour différents nombres de Rayleigh.....	105
Figure 4.19.a	Contours du taux de la génération d'entropie dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.....	107
Figure 4.19.b	Contours du taux de la génération d'entropie dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.....	109
Figure 4.19.c	Contours du taux de la génération d'entropie dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.....	111
Figure 4.20	Variation de la génération d'entropie totale en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes ondulations avec $\phi = 10^{-4}$ (cavité carrée).....	112
Figure 4.21	Variation de la génération d'entropie totale en fonction du nombre de Rayleigh	

	pour différents rapports de forme avec $\phi = 10^{-3}$ (cavité rectangulaire).....	113
Figure 4.22	Variation de la génération d'entropie totale en fonction du nombre de Rayleigh pour différents rapports de forme avec $\phi = 10^{-4}$ (Cavité rectangulaire avec 03 ondulations).....	113
Figure 4.23	Variation de la génération d'entropie totale en fonction du nombre d'ondulations pour différentes valeurs de ϕ ($Ra = 10^6$) (cavité carrée).....	113
Figure 4.24	Variation de la génération d'entropie totale en fonction du nombre d'ondulations pour différentes valeurs de ϕ ($Ra = 10^8$) (cavité carrée).....	114
Figure 4.25	Variation du nombre de Bejan en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes ondulations avec $\phi = 10^{-4}$ (cavité carrée).....	115
Figure 4.26	Variation du nombre de Bejan en fonction du nombre de Rayleigh pour différents rapports de forme avec $\phi = 10^{-4}$ (Cavité rectangulaire avec 03 ondulations).....	115
Figure A.27.b	Contours de nombre bejan dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.....	132
Figure A.27.c	Contours de nombre bejan dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.....	133
Figure A.28.a	Contours de nombre bejan dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh.....	135
Figure A.28.b	Contours de nombre bejan dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh.....	137
Figure A.28.c	Contours de nombre bejan dans les cavités rectangulaires pour ($\phi = 0.01$) et différents nombres de Rayleigh.....	138
Figure A.29.a	Contours de nombre bejan dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et 03 ondulations.....	140
Figure A.29.b	Contours de bejan dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et 03 ondulations.....	142
Figure A.29.c	Contours de nombre bejan dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et 03 ondulations.....	144

Liste des Tableaux

Tableau 3.1	Coefficients empiriques du modèle $k-\varepsilon$ standard dans Fluent 6.3.26.....	63
Tableau 3.2	Propriétés thermophysiques de l'air.....	68
Tableau 4.1	Effet du maillage sur le nombre de <i>Nusselt</i> moyen sur la paroi chaude.....	72
Tableau 4.2	Validation de nombre de <i>Nusselt</i> moyen sur la paroi chaude avec les travaux antérieurs.....	74
Tableau 4.3	Validation du maillage pour différentes cavités.....	79
Tableau 4.4	Grilles définitives pour différentes cavités	79
Tableau 4.5	Tableau comparatif des résultats (Validation du maillage de la cavité ondulée).....	80
Tableau A.1	Taux moyens de génération de l'entropie (a, b, c, d).....	119

Chapitre 1

Introduction

Sommaire

1.1 Revue Bibliographique.....	05
1.1.1 Travaux antérieurs sur la convection naturelle dans les cavités.....	06
1.1.2 Travaux antérieurs sur la convection naturelle dans les cavités ondulées.....	19
1.1.3 Travaux antérieurs sur la génération de l'entropie dans les cavités.....	22
1.2 Objectif de la thèse.....	29

La tendance à diminuer la consommation énergétique, ainsi que la maîtrise des énergies, constituent l'un des enjeux majeurs de notre société, en particulier l'habitat et le transport. Ils constituent deux postes importants de consommation énergétique dans de nombreux pays et interpellent la recherche pour des solutions alternatives aux ressources actuelles. Une maîtrise des consommations énergétiques s'avère nécessaire ainsi que le développement d'autres sources, en particulier les énergies dites renouvelables qui, ces dernières années, se sont considérablement développées dans les pays riches et pauvres. Cependant, aujourd'hui, la puissance fournie par de telles sources est beaucoup trop faible pour assurer une consommation énergétique suffisante. A titre d'exemple dans le domaine de l'habitat durable il est encore très coûteux d'assurer l'autonomie énergétique d'un bâtiment avec des sources renouvelables. Il est donc urgent aujourd'hui d'optimiser notre consommation d'énergie afin de préserver nos ressources naturelles, et de diminuer le rejet des gaz à effet de serre. L'habitat constitue environ la moitié de notre consommation

énergétique. Dans ce secteur, la principale utilisation de l'énergie concerne le confort, à savoir le chauffage en hiver et la climatisation en été. Le chauffage et la climatisation entraînent des écoulements de convection naturelle et mixte très importants dans le confort thermique de l'habitation ou la qualité de l'air dans les environnements habitables.

Dans le domaine des transports les moteurs diesel par exemple restent un défi important dans le génie maritime. En effet l'optimisation exergetique de leur fonctionnement reste un sujet ouvert et prometteur pour la navigation maritime durable et respectueuse de l'environnement.

Par conséquent, afin d'optimiser ces systèmes, il devient important de connaître les écoulements de convection (naturelle forcée ou mixte) induits par le chauffage/climatisation de l'habitat ou le refroidissement d'un moteur thermique.

L'importance technologique de l'écoulement convectif intervient dans la production et dans le stockage de l'énergie, la production et le refroidissement des équipements électroniques, la combustion, l'aération des édifices lors des incendies, le mur trombe pour la récupération de la chaleur, le double vitrage pour l'isolation thermique, l'élaboration des matériaux pour l'énergie, l'aérospatiale, etc.

La convection naturelle désigne le processus de transfert thermique résultant du mouvement des particules élémentaires d'un fluide entre des zones ayant des températures différentes. Ce mouvement entraîne un mélange des particules fluides, qui échangent de l'énergie et de la quantité de mouvement entre elles. Contrairement à la convection forcée, dont le mouvement du fluide est dû à un apport externe d'énergie, la convection naturelle a pour origine les variations de la masse volumique au sein même du fluide, liées aux variations de sa température. La structure et l'intensité de la convection

naturelle sont en relation directe avec les sollicitations thermiques extérieures qui la déclenchent, la nature du fluide et la géométrie de l'espace où a lieu le processus.

Les phénomènes de convection naturelle ont fait et continuent de faire l'objet de nombreuses activités de recherche. Ce type d'écoulement qui s'observe au-dessus d'une source de chaleur, en thermique de l'habitat, thermique du corps humain... est omniprésent dans la vie quotidienne et dans la quasi-totalité des processus industriels.

Du point de vue fondamental, la motivation essentielle réside dans le fait que, les mouvements de convection d'origine thermique dans des couches fluides sont considérés comme un cas type de système dynamique montrant avec une relative simplicité la transition à la turbulence et le chaos spatio-temporel.

Le fonctionnement de tout système réel ou procédé s'effectue en présence d'irréversibilité, ces irréversibilités se traduisent par une perte d'énergie noble ou mécanisable. Il est important pour les chercheurs de localiser, chiffrer ces pertes d'énergie noble de façon à pouvoir, améliorer le fonctionnement de leur système ou procédé.

Lors de l'étude des problèmes de convection, seul le premier principe de la thermodynamique (principe de la conservation d'énergie) est utilisé à côté des principes de la conservation de masse et la quantité du mouvement, La tendance contemporaine dans le domaine du transfert thermique et des designs thermiques est orientée vers le deuxième principe de la thermodynamique et le concept qui en découle : la minimisation de la génération de l'entropie.

L'entropie est une grandeur extensive qui mesure quantitativement le degré de désordre d'un système. Elle est définie par sa variation lors d'une transformation réversible et est égale à la quantité de chaleur apportée au système divisée par la température de ce même système. Cette notion est tout d'abord apparue dans le champ d'études de la thermodynamique développé au cours du dix-neuvième siècle par Sadi Carnot, Rudolf Clausius, Ludwig Boltzmann et Josiah Willard Gibbs. C'est une fonction d'état introduite dans le cadre du deuxième principe de la thermodynamique et

concerne l'estimation de la perte de chaleur, d'énergie ou d'ordre dans un système fermé.

Le premier principe de la thermodynamique traite les quantités d'énergie échangées et affirme que l'énergie ne peut pas être créée ou détruite. Le deuxième principe, cependant, traite la qualité de cette énergie. Plus spécifiquement, il s'intéresse à la dégradation de l'énergie pendant un procédé et la génération (production) de l'entropie.

Traditionnellement, l'origine du second principe de la thermodynamique est attribuée à Sadi Carnot (1796-1832). Bien que Carnot n'ait pas formulé ce principe, ses travaux ont été à l'origine de la formulation de celui-ci, quelques années plus tard par Clausius et Kelvin. Clausius a introduit le nouveau terme « entropie ». En choisissant cette appellation, Clausius écrit: *“I prefer going to the ancient languages for the names of important scientific quantities, so that they mean the same thing in all living tongues. I propose, accordingly, to call S the entropy of a body, after the Greek word “transformation” I have designedly coined the word entropy to be similar to energy, for these two quantities are so analogous in their physical significance, that an analogy of denominations seems to me helpful”*. Plus tard, il a été montré que l'entropie d'un système isolé ne diminue jamais (Capek & Sheehan, 2005).

Le deuxième principe de la thermodynamique devrait être en mesure d'évaluer les sources d'irréversibilité dans les systèmes. La conservation de l'énergie utile dépend de la conception thermodynamique efficace des processus de transfert de chaleur.

Les analyses thermodynamiques contemporaines des systèmes énergétiques utilisent un paramètre appelé le taux de génération (ou de production) de l'entropie pour mesurer les irréversibilités liées au transfert thermique, au frottement, et à d'autres non-idéalités dans les systèmes. Par conséquent, la minimisation de la génération de l'entropie est devenue une option d'un grand intérêt dans les processus de thermo fluide.

1.1 Revue Bibliographique

L'étude de la convection naturelle des fluides dans les cavités a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de son étude réside dans son implication dans de nombreux phénomènes naturels et industriels, tels que le solaire, le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires, l'isolation des bâtiments (cas du double vitrage), la métallurgie, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi-conducteurs, ...etc.

Les résultats expérimentaux de la convection naturelle et de transfert de chaleur dans les cavités sont très limités à cause de la difficulté à mener des mesures. La précision des résultats expérimentaux est limitée par les faibles vitesses et par le fait que l'écoulement et le transfert de chaleur dans une cavité fermée sont très sensibles aux conditions aux limites. En effet, il est difficile de maintenir des parois parfaitement adiabatiques dans une cavité fermée, surtout lorsque le fluide utilisé est l'air. Ces difficultés expliquent le nombre limité d'études expérimentales concernant la convection naturelle dans les cavités fermées remplies d'air. Seuls le nombre de Nusselt moyen ou la variation temporelle de la température sont disponibles dans la littérature. Ces résultats ont été corrélés en fonction des nombres de Grashof ou de Rayleigh.

Dans la section suivante, seront présentés, tout d'abord, les plus récents travaux relatifs à l'étude de la convection naturelle laminaire et turbulente dans les cavités. Ensuite, les études entreprises sur la modélisation et l'étude de la génération de l'entropie seront également étalées.

1.1.1 Etudes antérieures sur la convection naturelle dans les cavités

La convection naturelle dans des enceintes fermées de différentes formes occupe une grande partie de la littérature des transferts de chaleur. Le carré, le rectangle, le triangle, la géométrie cylindrique, elliptique et sphérique ont été étudiées dans de nombreuses recherches, D'autre part, les études traitant les problèmes de convection naturelle à l'intérieur de géométries plus complexes ont été plutôt limitées.

Les géométries complexes couvrent différents types de configurations géométriques, à savoir les cavités à parois ondulées, les cavités à parois courbées concaves et convexes. Parmi les travaux concernant les effets de courbure des parois des enceintes fermées sur le transfert de chaleur, la majorité ont été consacrés à la géométrie carrée et rectangulaire dont une ou deux parois sont ondulées.

Les premiers travaux portant sur la convection naturelle ont été entrepris, dans les années 60 du siècle dernier, par G. De Vahl Davis et al (1960,1968). Ces auteurs ont utilisé la méthode des différences finies pour résoudre le problème de convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée. Ces études ont eu le mérite de lancer une compétition internationale sur le sujet. Elles ont montré que la distribution de température à mi-hauteur de la cavité est presque linéaire et le gradient thermique vertical tend vers zéro pour les valeurs du nombre de Rayleigh inférieures à 10^4 . Stewart et Weinberg (1972) furent parmi les premiers à étudier la convection naturelle au sein d'une cavité rectangulaire bidimensionnelle avec des parois horizontales adiabatiques, et des parois verticales isothermes, pour des valeurs du nombre de Prandtl qui varient de 0.0127 à 10 ; ils ont comparé le comportement de l'écoulement de plusieurs types de fluides, et ont démontré que le comportement de l'écoulement dans les métaux liquides est différent de celui des fluides usuels.

A la fin des années quatre-vingt, et grâce au développement des algorithmes de résolution et l'amélioration des puissances de calcul des ordinateurs, G. De Vahl Davis (1983) a proposé une solution standard dite Benchmark pour le cas de la cavité carrée différentiellement chauffée en régime laminaire. La formulation du problème utilisée par Davis est la formulation fonction de courant-vorticité. Les équations modifiées par l'interaction d'un terme transitoire sont discrétisées par la méthode des différences finies. Le système d'équation algébrique résultant de l'opération de discrétisation, est résolu par l'algorithme ADI (Alternating Direction Implicit). Markatos & Pericleous (1984) ont étudié numériquement, le phénomène de la convection naturelle, dans une cavité carrée remplie d'air et différentiellement chauffée pour des valeurs du nombre de Rayleigh comprises dans l'intervalle $10^3 \leq Ra \leq 10^6$. Bien que les études asymptotiques aient apporté plusieurs éclaircissements dans les limites de rapports de forme faibles ou élevés, il devenait nécessaire de recourir aux méthodes numériques afin d'explorer le domaine des rapports de forme intermédiaire. Plusieurs résultats numériques ont ainsi confirmé l'existence d'un rapport de forme optimal dépendant du nombre de Rayleigh ; Raithby (1985) et Viskanta et al. (1986) confirment ces résultats dans leurs travaux. Aussi le problème de convection naturelle dans une cavité carrée est devenu un point de référence afin de comparer les performances des modèles numériques. Kash et Kaminski (1984) ont étudié un transfert de chaleur conjugué dans une cavité carrée limitée par une paroi solide verticale. Le bord extérieur de la paroi et le côté vertical opposé étaient isothermes à hautes et basses températures respectivement, les deux côtés horizontaux étaient isolés. Ils ont utilisé la technique de Patankar et aussi l'analyse des paramètres pris en bloc pour résoudre le problème du transfert de chaleur conjugué pour un Gr variant de 10^3 à 10^7 , pour deux épaisseurs de parois et trois conductivités. Leurs résultats ont montré que pour $Gr \geq 10^5$ et une conductivité de paroi décroissante, deux effets dimensionnels sur la conduction dans la paroi étaient non négligeables. Due à une géométrie différente et aux conditions limites, il est difficile de déduire des informations utiles à partir de cette étude,

du fait que dans plusieurs applications le modèle de parois isothermes est inadéquat. Inaba (1984) a étudié expérimentalement le mouvement de convection naturelle et le transfert thermique dans une couche d'air rectangulaire et inclinée, pour des $Ra = 1,2 \cdot 10^3$ à $2 \cdot 10^6$ et différents angles d'inclinaison et rapports de forme. Il a proposé des formules adimensionnelles donnant le flux thermique transféré à travers la couche d'air. Hamady et al. (1989) ont étudié expérimentalement et numériquement l'effet du nombre de Rayleigh sur les caractéristiques locales du transfert thermique en convection naturelle stationnaire dans une enceinte remplie d'air. Ils ont mesuré et confirmé les prédictions numériques des Nu locaux et globaux pour $10^4 < Ra < 10^6$, et donné de nouveaux résultats ou des détails sur les distributions du transfert thermique local en fonction du nombre de Rayleigh. Le flux thermique sur les frontières chaude et froide montre une forte dépendance vis-à-vis du nombre de Rayleigh. Valencia et Frederick (1989) ont présenté une analyse numérique de la convection naturelle de l'air dans des cavités carrées avec des parois verticales partiellement actives, ils ont considéré cinq positions relatives différentes des zones actives (voir figure 1.1). Ils ont trouvé que la circulation dépend fortement de la longueur totale de sortie des zones actives, par contre le transfert de chaleur dépend moins de ce paramètre. En outre, le transfert de chaleur dans le cas (d) est élevé, car cette situation donne la distance minimale entre les points situés sur les surfaces chaudes et froides.

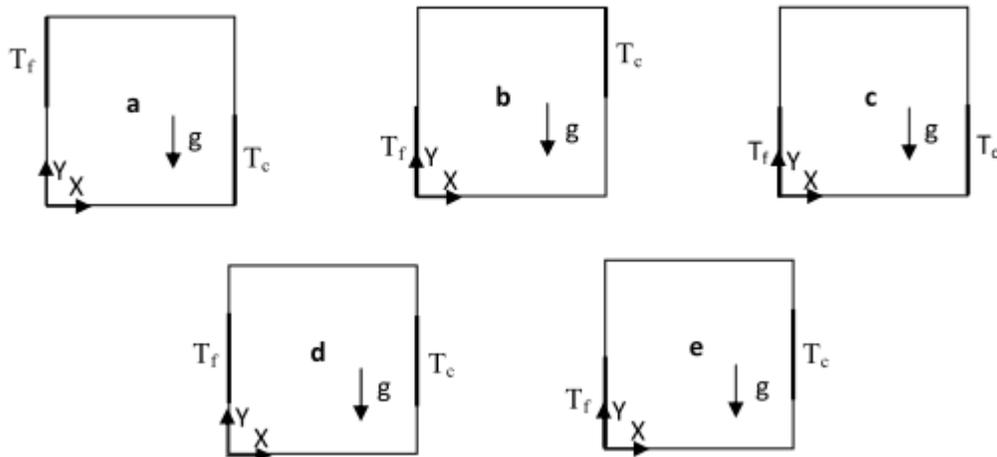


Figure 1.1. Différentes Cavités Etudiées. Les sections épaisses représentent les parties uniformément chauffées alors que les sections restantes sont maintenues adiabatiques.

Les études menées par Henkes & al. (1990) ont permis d'apporter entre autres quelques éclaircissements sur le phénomène de la convection naturelle en régimes laminaire et turbulent dans une cavité carrée différentiellement chauffée. Les nombres de Rayleigh atteints sont respectivement 10^{14} pour l'air et 10^{15} pour l'eau. Pour la modélisation de la turbulence, les auteurs ont utilisé trois modèles, le modèle k- ϵ standard avec la loi de paroi logarithmique et les deux modèles bas nombre de Reynolds de Chien & Jones et de Launder. Ils ont montré que la position de la transition le long de la couche limite sur les parois verticales dépend du modèle de turbulence utilisé et que la stratification thermique se déstabilise considérablement dans la partie centrale de la cavité lorsque l'écoulement devient turbulent. Les auteurs ont constaté aussi que l'utilisation du modèle k- ϵ standard conduit à une surestimation de l'énergie cinétique turbulente et que les modèles bas nombre de Reynolds sont raisonnablement proches de l'expérience. Nicolas et Nanstee (1993) ont étudié expérimentalement la convection naturelle à l'intérieur d'une enceinte carrée, dans laquelle une partie de la paroi inférieure est chauffée ($2/3L$), tandis que la paroi droite est refroidie à température constante (voir figure 1.2). Les résultats indiquent qu'aucune variation notable dans la structure de l'écoulement de base n'a été

observée pour la gamme $1/3 \leq l/L \leq 2/3$. En outre, une légère tendance à l'augmentation du transfert de chaleur de la partie refroidie avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

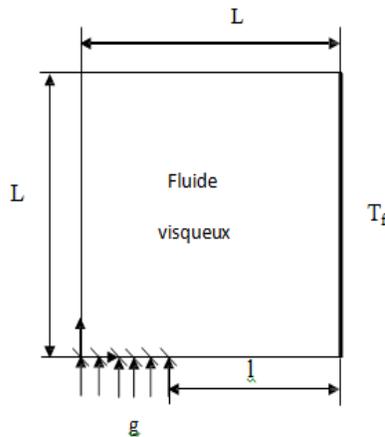
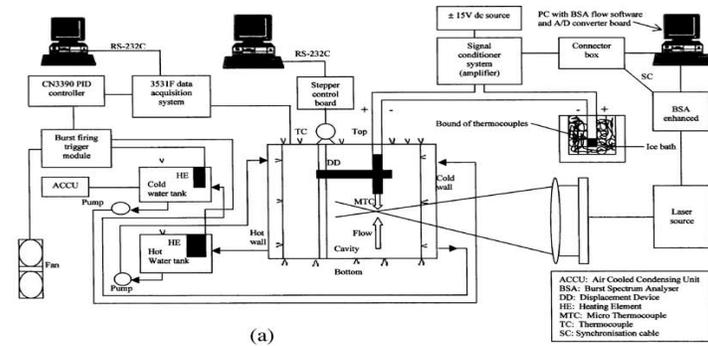


Figure 1.2. Cavity étudiée. La section épaisse représente la partie uniformément refroidie et la section hachurée représente la source de chaleur, alors que les sections restantes sont maintenues adiabatiques.

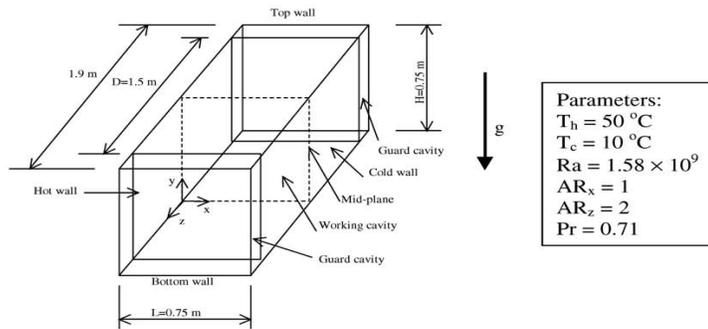
Sundstrom et Kimura (1996) ont traité pour la première fois le cas d'une grande cavité inclinée avec des flux de chaleur constants, généralement différents, imposés aux deux côtés des parois. Plusieurs Ra ainsi qu'un angle d'inclinaison arbitraires ont été considérés. Des solutions valables pour des temps importants, suffisamment éloignées de la fin de région, furent recherchées, supposant un écoulement unidirectionnel et une variation linéaire de température dans la direction de l'écoulement. Dans une première étape, la température de la section droite et les profils de vitesse ont été obtenus comme des fonctions d'une constante de stratification (S), alors inconnues. La condition du flux d'énergie a été appliquée, donnant une équation non linéaire à résoudre pour (S). L'équation pour (S) a été résolue numériquement pour un ensemble important de paramètres différents (condition de chauffage, angle d'inclinaison et Ra), sauf pour le cas spécial de l'orientation horizontale pour lequel une solution explicite simple a été trouvée.

Said & al. (1996) ont étudié numériquement le problème de la convection naturelle en régime turbulent dans des cavités rectangulaires différentiellement chauffées, munies de partitions. Les effets de l'angle d'inclinaison et du nombre de Rayleigh sur le comportement général de l'écoulement ont été étudiés. Les simulations numériques ont été effectuées par le code PHOENICS (Parabolic Hyperbolic Or Elliptic Numerical Integration Code Series) en utilisant le modèle bas nombre de Reynolds $k-\epsilon$. L'étude a montré que l'insertion d'une partition conductible d'épaisseur finie réduit significativement le nombre de Nusselt moyen et que le transfert thermique diminue considérablement en augmentant le nombre des partitions. Liu & Wen (1999) ont développé un modèle de turbulence qui repose sur le concept du retour à l'isotropie basé sur les quatre équations, de Hanjalić & al. déjà élaboré. Ce modèle permet de diminuer la forte anisotropie des tenseurs de Reynolds dans la couche limite verticale. Le modèle a été testé en régime de la convection turbulente sur deux cavités différentiellement chauffées de formes carrée et rectangulaire. Les équations différentielles de l'écoulement ont été résolues par une méthode de stationnarisation en utilisant l'algorithme SIMPLEC. Les résultats obtenus ont montré que l'implémentation de ce modèle modifié améliore considérablement la capture de la non-isotropie des tenseurs de Reynolds et évalue mieux le flux de chaleur turbulent le long de la couche limite verticale. Peng & Davidson (1999) furent les premiers à utiliser les deux modèles bas nombre de Reynolds $k-\omega$ dans l'étude de la convection turbulente dans une cavité fermée différentiellement chauffée. Dans l'étude proposée, deux applications ont été traitées et cela pour un écoulement caractérisé par un nombre de Rayleigh égale à 5×10^{10} . La première application concerne une cavité rectangulaire similaire à celle de Cheese wright & al, la seconde est une cavité carrée rapportée dans les travaux expérimentaux de Blay & al. , le régime considéré dans ce cas est le régime de la convection mixte. Les équations différentielles ont été intégrées par la méthode des volumes finis. Les auteurs ont montré que les deux modèles bas nombre de Reynolds $k-\omega$ prédisent mieux l'énergie cinétique turbulente par comparaison au modèle

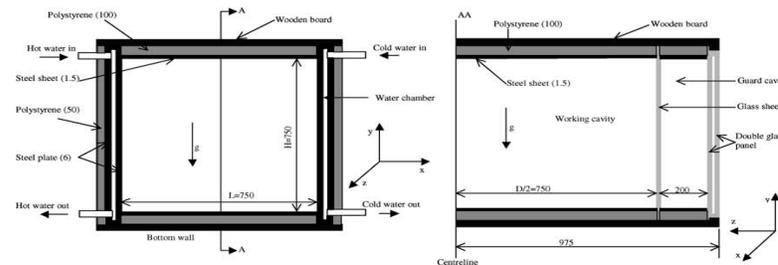
standard $k-\epsilon$. Les auteurs ont constaté aussi que l'utilisation d'un maillage fin n'engendre pas de variations notables sur la solution et que le comportement de la solution est asymptotique près des parois verticales. Tian & Karayiannis (2000) ont conduit une étude expérimentale de la convection naturelle à basse turbulence dans une cavité carrée remplie d'air. Les dimensions de la cavité étaient $0.75 \text{ m} \times 0.75 \text{ m} \times 1.5 \text{ m}$ qui donnent un écoulement bidimensionnel. Les parois chaude et froide ont été maintenues à des températures égales, respectivement, à 108°C et 50°C , ce qui donne un nombre de Rayleigh égal à 1.58×10^9 . Les auteurs ont mesuré les températures et les vitesses de l'air à différentes distances des parois de la cavité en utilisant des thermocouples de type E et un anémomètre laser à effet Doppler (LDA), (figure 1.3). Dans leur première contribution, ils ont observé la présence de deux types d'écoulement dans la cavité. Le premier est une grande boucle de recirculation très proche des parois où la température et la vitesse varient rapidement ; le deuxième est constitué de petites boucles de recirculations situées entre les couches limites (au niveau des parois) et le centre de la cavité (région loin des couches limites). En guise de suite de la première étude, les auteurs ont présenté pour la même cavité des résultats sur la turbulence (Tian & Karayiannis, 2000). Ces résultats englobent les tensions de Reynolds et les fluctuations des vitesses et des températures. Ils ont montré que les fluctuations des vitesses et des températures se concentrent près des parois solides et elles ne suivent pas une loi Gaussienne. En plus, ils ont montré que les vitesses et les températures produisent des fluctuations séparées.



(a)



(b)



(c)

Figure 1.3. Equipement expérimental et cavité test.
 (a) dispositif expérimental, (b) cavité test en 3D, (c) détails de construction de la cavité (dimensions en mm)

Weisman et al. (2001) ont présenté une étude portant sur les écoulements d'air dans une cavité rectangulaire différentiellement chauffée à grand écart de températures. Les équations asymptotiques de l'approximation faible nombre de Mach sont obtenues par filtrage des ondes sonores. Al-Bahi et al. (2002) ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée remplie d'air, différentiellement chauffée par un flux de chaleur sur une paroi. Les équations, en régime instationnaire, ont été résolues

en utilisant la méthode des différences finies. Les résultats numériques indiquent que le nombre de Nusselt local diminue le long de la paroi chaude pour un nombre de Rayleigh donné. La position de la source chaude sur la paroi pour un taux de dissipation thermique maximum est fonction du nombre de Rayleigh, qui est en accord avec des résultats expérimentaux et numériques précédents. Des corrélations exprimant cette position et le nombre de Nusselt en fonction du nombre de Rayleigh ont été obtenus et comparés avec celles existantes. Hossain et Wilson (2002) ont étudié la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire avec un dégagement de chaleur interne. Les parois, horizontale supérieure et verticale droite de l'enceinte sont refroidies. La paroi de fond est chauffée à une température constante, tandis que la paroi verticale gauche est chauffée mais elle est considérée comme non-isotherme. Ils ont trouvé que la production de chaleur dans le fluide réduit les gradients thermiques proches de la paroi inférieure chauffée de l'enceinte, ce qui entraîne une augmentation des gradients sur les parois froides du haut et à droite. En outre, l'augmentation de la porosité réduit le débit volumétrique du fluide dans le tourbillon dominant et conduit à une réduction générale de transfert de chaleur au niveau des parois. Ampofo & Karayiannis (2003) ont réalisé une étude expérimentale de la convection naturelle turbulente dans une cavité carrée remplie d'air de 0.75 m de côté. Les parois chaude et froide de la cavité ont été maintenues, respectivement, à 50 et 10 °C ce qui donne un nombre de Rayleigh de la vitesse et la température locales ont été simultanément mesurées à différents endroits dans la cavité les valeurs moyennes et les fluctuations sont présentées, c'est-à-dire les nombres locaux et moyens de Nusselt, la contrainte de cisaillement sur la paroi ainsi que l'énergie cinétique turbulente et le taux de dissipation en fonction de la température sont également présentés. Les expériences ont été entreprises avec une grande fiabilité et peuvent servir de benchmarks afin de valider les codes CFD commerciaux ou industriels.

Le travail de Karayiannis a été repris par Salat & Penot (2004). Les auteurs ont apporté entre autres quelques éclaircissements sur le comportement général de la convection naturelle turbulente dans une cavité contenant 1 m^3 d'air. Wang & Hamed (2005) ont étudié numériquement les modes de transition de l'écoulement de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire bidimensionnelle, inclinée, différentiellement chauffée pour un nombre de Rayleigh limité entre 10^3 et 10^4 , un rapport de forme horizontal $Ay=4$, un nombre de Prandtl égal à 0.70 et où l'angle d'inclinaison est compris entre 0° et 90° . Ils ont étudié l'effet de différentes configurations de gradient de température sur les modes de transition. Ils ont aussi analysé l'influence de la discontinuité de température sur le nombre de Nusselt. La simulation numérique de l'écoulement est basée sur la méthode des volumes finis avec un algorithme SIMPLE. Les résultats obtenus montrent que les modes de transition de l'écoulement par convection thermique et l'efficacité du transfert de chaleur dans la cavité dépendent des conditions thermiques des parois actives. Barletta et al. (2005) ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte 2D. Cette enceinte est formée par deux parois isothermes verticales, maintenues à des températures différentes, et par deux parois adiabatiques horizontales (cavité rectangulaire) ou elliptiques (cavité rectangulaire modifiée). Les équations adimensionnées des bilans massique, de quantité de mouvement et de l'énergie ont été résolues au moyen de deux programmes différents basés sur la méthode des éléments finis. Un excellent accord entre les solutions a été trouvé ce qui a permis de contre-vérifier des résultats. Bilgen (2005) a effectué une étude numérique en cavités carrées différentiellement chauffées pour des nombres Rayleigh variant de 10^4 à 10^9 . La paroi active est munie d'une ailette mince. Les résultats sont présentés sous forme de lignes de courants et isothermes. Il a constaté que le nombre de Nusselt est une fonction croissante du nombre de Rayleigh, et une fonction décroissante de longueur d'ailette et du rapport relatif de conductivité. La position optimale de l'ailette qui minimise le transfert de chaleur par convection est au centre ou près du centre de la paroi. Un gain de transfert

thermique peut être obtenu en choisissant des paramètres thermiques et géométriques appropriés de l'ailette. Basak et al. (2006) ont fait une étude numérique pour l'écoulement laminaire stable au cours de la convection naturelle dans une cavité avec un chauffage uniforme et non-uniforme de la paroi de fond (voir figure 1.4). Ils ont observé que le chauffage non-uniforme de la paroi inférieure produit des taux plus élevés de transfert de chaleur au centre de la paroi de fond que le cas de chauffage uniforme, pour tous les nombres de Rayleigh.

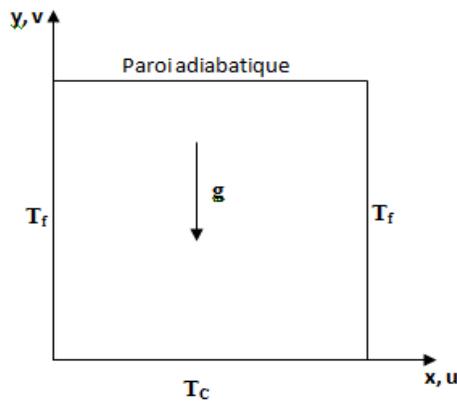


Figure 1.4. Cavité carrée avec parois verticales uniformément refroidies. La paroi horizontale supérieure est adiabatique, tandis que la paroi horizontale de fond est uniformément chauffée.

Ben Cheikh et al. (2007) ont présenté une étude numérique de la convection naturelle bidimensionnelle dans une cavité de rapport de forme, remplie d'air. La méthode numérique est basée sur un schéma de type volumes finis du second ordre. Une approche multi-grille est utilisée pour accélérer la convergence de l'équation de Poisson. La méthode est brièvement décrite et le nombre de Rayleigh critique au-delà duquel l'écoulement devient instationnaire est déterminé. Huei Chen et Chen (2007) ont simulé numériquement la convection naturelle dans une enceinte carrée avec des sources de chaleur discrètes pour les parois gauche et inférieure (voir figure 1.5). Les résultats numériques indiquent que le nombre de Nusselt moyen augmente avec le nombre de Rayleigh dans les deux cas.

En outre, l'effet de la vitesse du transfert de chaleur due à la résistance de chauffage est plus important dans le cas (b) que dans le cas (a). Pour l'effet de la dimension de chauffage, on constate qu'en augmentant la longueur du segment de la source de chaleur, le taux de transfert de chaleur est progressivement augmenté dans les deux cas.

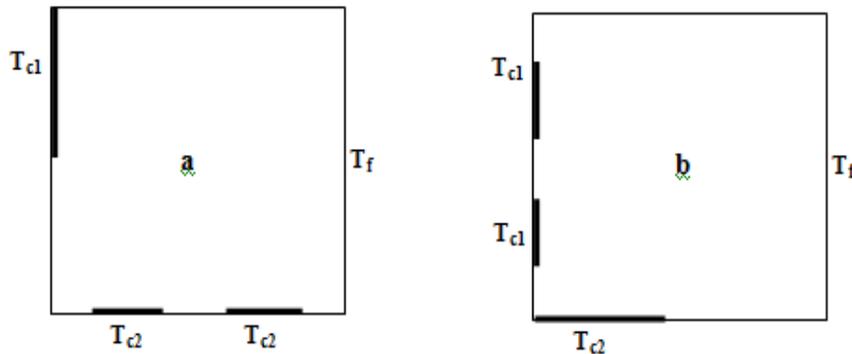


Figure 1.5. Cavités pour des cas différents. Le trait épais représente les sections uniformément chauffées être froidies alors que les sections restantes sont maintenues adiabatiques.

Bilgen & Balkaya (2008) ont analysé le transfert thermique par convection naturelle dans une cavité carrée avec des ouvertures de ventilation et des sources de chaleur. L'étude a été effectuée en résolvant numériquement les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie avec l'approximation de Boussinesq. D'abord, ils ont obtenu les positions optimales des sources en maximisant la conductivité globale pour différents nombres de Rayleigh. Une, deux et trois sources de chaleurs à des positions optimales ont été considérées. Les résultats ont indiqué que la distribution des sources n'est pas équidistante mais concentrée près du fond de la cavité. Le nombre de Nusselt et le débit volumétrique augmentent en fonction du nombre de Rayleigh, de la taille de la source et du nombre de sources.

La convection naturelle dans une enceinte dont les parois latérales sont partiellement chauffées et les parois horizontales sont adiabatiques, avec une génération de chaleur

interne a été étudiée numériquement par Kandaswamy et al. (2008). Il a été observé que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Grashof en raison d'une augmentation de la force de flottabilité, et diminue avec l'augmentation de la production de chaleur. En outre, le transfert de chaleur est maximal quand les emplacements des parties chauffées/refroidies sont au milieu des parois latérales.

Corvaro et Paroncini (2008) ont analysé expérimentalement et numériquement l'influence de la position de la source de chaleur sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité carrée. Ils ont observé que la configuration de la source de chaleur, qui est située au centre, indique une évolution symétrique de ce phénomène et donc une répartition symétrique du nombre de Nusselt local. Varol et al. (2009) ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte carrée inclinée chauffée. Ils ont observé que le transfert de chaleur est maximal ou minimal en fonction de l'angle d'inclinaison et l'effet du nombre de Prandtl sur le nombre de Nusselt moyen est plus importante pour $Pr < 1$. Soleimani et al. (2011) ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte carrée fermée, pour déterminer la localisation optimale de deux sources de chaleur (source- puits). Les résultats numériques révèlent que les configurations optimales sont en fonction du nombre de Rayleigh et les dimensions des sources et des puits ; l'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une diminution de la source de chaleur, mais une augmentation du dissipateur de chaleur. Saravanan et Sivaraj (2011) ont simulé numériquement la convection naturelle dans une enceinte carrée remplie d'air, avec une source de chaleur non-uniforme localisée et montée centralement sur la paroi de fond. Les parois, tandis que la paroi supérieure et les parties restantes de la paroi de fond sont maintenues adiabatiques (voir figure 1.6). Ils ont constaté que pour $Gr = 10^6$, le chauffage non-uniforme de la source améliore nettement le taux global du transfert de chaleur par rapport à un chauffage uniforme de la source de chaleur, alors que pour $Gr = 10^7$ son effet est négligeable.

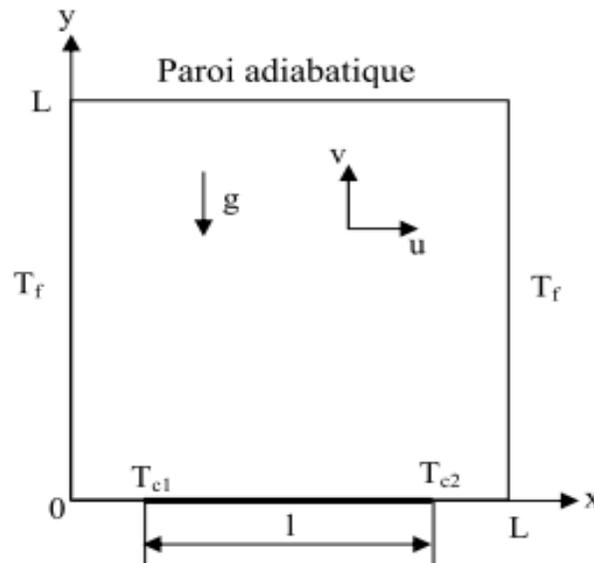


Figure 1.6. Cavité carrée dont le trait épais représente la source de chaleur. Les parois verticales sont refroidies, tandis que la paroi supérieure et les parties restantes de la paroi de fond sont maintenues adiabatiques.

1.1.2 Etudes antérieures sur la convection naturelle dans les cavités ondulées

Yao (1983) f t le premier à étudier la convection naturelle le long d'une surface ondulée; il a constaté une diminution remarquable du transfert thermique le long de la surface ondulée par rapport à la surface plate. L'influence des paramètres géométriques sur le nombre de Nusselt moyen est montr e dans ses résultats ; la même constatation f t retrouvée dans les travaux de Saidi (1987) et Hadjaj et Kyal (1999); Chen (2000 & 2001), Soheil et Sadrul (2002), Jang et Yan (2004) et Mamun Molla (2004). L'un de leur principal résultat est la réduction de l'échange thermique entre la paroi ondulée de la cavité et le fluide par la présence de quelques tourbillons. On peut également mentionner des travaux sur la perte de symétrie et la multiplicité des solutions dans un liquide en interaction avec un front de solidification déformable (El Ganaoui et al 1999, 2002). Ces travaux ont été étendus à l'anisotropie thermique par Kaenton et al (2004). Notamment la transition vers le chaos dans les cavités et la recherche des solutions transitoires fines a été reprise par ces auteurs en utilisant en approche numérique de type Gaz sur réseaux

(Lattice Boltzmann Method), (El Ganaoui et al 2010). Adjlout et al (2002) ont étudié l'influence du nombre d'ondulation de la paroi chaude sur le transfert thermique dans des cavités carrées inclinées. Ils ont utilisé une paroi de forme sinusoïdale avec une et trois ondulations respectivement. Leur résultat majeur était la diminution du transfert thermique par convection par rapport à la cavité carrée. Ils ont montré aussi que l'évolution du nombre de Nusselt dépend fortement du nombre de Rayleigh, de la position de la cavité, du nombre d'ondulations et de leur amplitude. Prodip Kumar Das et Shohel Mahmud (2003) ont étudié numériquement la poussée induite de l'écoulement et le transfert de chaleur dans une enceinte ayant deux parois horizontales ondulées et deux parois verticales planes en utilisant la méthode des volumes finis. Les parois verticales sont maintenues isothermes, tandis que les parois horizontales sont considérées adiabatiques. Le nombre de Prandtl $Pr = 1.0$. Ils ont constaté que le rapport amplitude-longueur d'onde affecte à la fois le taux du transfert de chaleur local, le champ d'écoulement ainsi que le champ thermique. Le rapport amplitude-longueur d'onde n'a pas d'influence significative, en moyenne, sur le taux de transfert de chaleur. M. Zakir Hossain et A.K. M. Sadrul Islam (2004) ont étudié l'écoulement des fluides et le transfert de chaleur dans des canaux ondulés (sinusoïdaux et triangulaires) dans des conditions d'écoulement transitoires et des conditions aux limites périodiques en utilisant la méthode des volumes finis. Ils ont observé que l'écoulement devient instable avec une oscillation auto entretenue au-delà d'un certain nombre de Reynolds critique ce qui augmente le taux de transfert de chaleur. A bas nombres de Grashof, le taux de transfert de chaleur augmente uniquement lorsque le rapport amplitude longueur d'onde change de zéro à d'autres valeurs, puis il a un effet presque négligeable en moyenne sur celui-ci. A. Sabeur et al (2006) ont étudié numériquement l'effet des conditions aux limites non uniformes sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité rectangulaire à parois verticales chaudes ondulées et froides planes. La distribution non uniforme de la température est une fonction sinusoïdale.

Deux configurations géométriques ont été étudiées à une et trois ondulations à différents rapports d'aspect. Les résultats montrent que :

- la cavité à trois ondulations semble réduire davantage le transfert de chaleur global par rapport à la cavité à une ondulation.
- la tendance du nombre de Nusselt local est ondulée sur la paroi chaude, et que le nombre de Nusselt moyen baisse comparé à celui de la cavité rectangulaire.
- la distribution sinusoïdale de la température sur les parois verticales favorise le transfert de chaleur, et par conséquent le nombre de Nusselt local augmente comparé aux parois isothermes.
- le nombre de Nusselt diminue en augmentant le rapport d'aspect.

A. Slimani et al (2007) ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte bidimensionnelle à fond non uniforme (sinusoïdal) chauffé par une température constante et uniforme, les parois verticales sont adiabatiques et la paroi supérieure est maintenue à une température constante. Ils ont trouvé que l'écoulement dans l'enceinte est caractérisé par des zones de recirculation sur les sommets et dans les creux, où le nombre de Nusselt local est toujours minime, et que l'écoulement et le transfert de chaleur sont fortement affectés par l'amplitude de l'ondulation. Javad Rostami (2008) a étudié numériquement la convection naturelle instationnaire dans une cavité à parois verticales ondulées et à parois horizontales droites. Les deux parois horizontales sont considérées adiabatiques, tandis que les parois verticales sont maintenues isothermes et leurs limites sont approchées par une fonction cosinus. Les équations sont discrétisées en utilisant la méthode des volumes finis et résolues par l'algorithme SIMPLE en coordonnées curvilignes. Dans son travail, il a étudié l'influence du nombre de Grashof, du nombre de Prandtl, du rapport d'aspect et d'ondulation de la surface sur le nombre de Nusselt. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les données disponibles numériques et expérimentales.

Khudheyer Mushatet.S (2010) a étudié numériquement le transfert de chaleur et l'écoulement du fluide à l'intérieur d'une cavité carrée inclinée ayant deux parois verticales ondulées différentiellement chauffées et deux parois horizontales planes isolées. Il a étudié l'effet de l'angle d'inclinaison, l'amplitude et le nombre d'ondulations pour Rayleigh $Ra = 10^5$. Les résultats obtenus montrent que le taux du transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre d'ondulations, de l'angle d'inclinaison et du nombre de Rayleigh, par contre l'augmentation de l'amplitude de la cavité diminue le nombre de Nusselt local et donc le taux du transfert de chaleur.

Oztop et al. (2011) ont fait la simulation numérique de la convection naturelle dans des enceintes à parois ondulées (haut et bas) avec des sources de chaleur volumétriques. Les résultats numériques indiquent que le transfert de chaleur est prévu pour être une fonction décroissante de l'ondulation des parois supérieure et inférieure en cas de $Ra_I/Ra_E > 1$ et $Ra_I/Ra_E < 1$ Hasan et al. (2012) ont fait une étude numérique sur la convection naturelle dans une enceinte carrée différentiellement chauffée, avec des parois latérales ondulées pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Les résultats montrent que l'augmentation de l'amplitude d'ondulation et de la fréquence d'ondulation réduit le taux de transfert de chaleur, indiqué par la réduction du nombre de Nusselt moyen.

1.1.3 Etudes antérieures sur la génération de l'entropie dans les cavités

Pendant une longue période, les méthodes d'optimisation des systèmes thermiques ont été largement basées sur des critères énergétiques. Cependant, peu à peu, l'intérêt s'est porté sur l'analyse exergetique ou entropique, qui paraissent l'une et l'autre souvent mieux adaptées à ce qu'il est convenu d'appeler avec le vocabulaire actuel «développement durable ». En particulier, les analyses basées sur la production d'entropie ont été mises en avant par la thermodynamique des processus irréversibles P. Glansdorf (1971)., Mais

cette théorie, d'une grande richesse conceptuelle, n'a pas donné dans les sciences de l'ingénieur les bénéfices qui en avaient été escomptés, particulièrement en raison de sa relative complexité et de son manque d'impact pratique. Elle a fort heureusement été relayée, grâce en particulier aux travaux de Bejan (1994, 1996) par une approche plus simple et plus pragmatique, qui a donné un nouvel essor à des optimisations basées sur la limitation de la production d'entropie. Depuis, un intérêt particulier a été réservé à cette méthode à travers les nombreux travaux réalisés. Parmi ces travaux, les cavités en convection naturelles figurent en bonne place. La convection naturelle turbulente appartient aux modes de transfert thermique, mais peu d'études dans la littérature concernant son analyse sous le deuxième principe ont été entreprises. La majeure partie des études ont traité de la génération de l'entropie en régime de convection naturelle laminaire. Abu-Hijleh et al. (1999) ont prédit numériquement la production d'entropie due à la convection naturelle, pour trois rayons et une large gamme du nombre de Rayleigh pour un cylindre isotherme, ces résultats révèlent que la génération d'entropie totale diminue avec l'augmentation de la dimension du cylindre pour une valeur donnée du nombre de Rayleigh. Erbay et al. (2003) ont étudié la génération de l'entropie provoquée par la convection naturelle laminaire en régime transitoire dans une cavité carrée. Deux cas sont considérés : la cavité est chauffée complètement ou partiellement du côté de la paroi latérale gauche et refroidie du côté de la paroi opposée. Les parois horizontales sont supposées isolées. Les calculs ont été effectués pour des nombres de Prandtl de 0.01 et 1.0 et des nombres de Rayleigh variant de 10^2 à 10^8 . Ils ont trouvé, pour la cavité complètement chauffée, que l'entropie produite se concentre dans le coin bas de la paroi chaude et le coin haut de la paroi froide. Cependant, dans le cas de la cavité partiellement chauffée, cette concentration est au coin haut de la paroi chaude, spécialement pour les bas nombres de Prandtl et de Rayleigh. Magherbi et al. (2003) ont déterminé l'entropie produite par les effets visqueux et thermiques de la convection naturelle laminaire en régime transitoire par la méthode des éléments finis. Ils ont discuté

la variation de la génération totale de l'entropie ainsi que le taux d'irrégularités en fonction du nombre de Rayleigh. Shohel & Fraser (2004) ont examiné la nature de la génération de l'entropie dans une cavité dont les deux parois verticales sont ondulées suivant un profil cosinus. Les deux parois horizontales sont adiabatiques alors que les parois verticales sont maintenues à des températures constantes mais différentes. Les simulations ont été effectuées pour des amplitudes variant de 0 à 0.6, des facteurs de forme de 1 à 4 et des nombres de Rayleigh de 10^0 à 10^7 . Ils ont présenté les résultats en termes de nombre de Nusselt, de génération de l'entropie, du nombre de Bejan, des lignes de courant et des isothermes. Kock & Herwig (2004) ont analysé la production de l'entropie dans les écoulements turbulents incompressibles des fluides newtoniens et ils ont implanté cette grandeur dans un code CFD. En guise d'exemple, ils ont analysé l'écoulement dans une conduite avec transfert thermique en comparant les résultats avec ceux de la DNS avec un traitement spécial de la production de l'entropie dans les régions près de la paroi. Magherbi et al. (2006) ont présenté un travail portant sur la détermination de la génération de l'entropie due au transfert de chaleur, au transfert de masse et aux frottements du fluide dans une cavité inclinée à parois diffusives de chaleur et de masse en régime laminaire et stationnaire. L'influence de l'angle d'inclinaison, le nombre de Grashof et le rapport de flottabilité sur la génération totale de l'entropie a été étudiée. Famouri & Hooman (2008) ont étudié la génération d'entropie due à la convection naturelle dans une cavité à partitions. La résolution numérique du problème a été réalisée par un code Fortran élaboré et un code commercial CFD-ACE. Les effets du nombre de Rayleigh, la position des partitions de chauffage et la différence adimensionnée de la température sur les taux local et moyen de génération de l'entropie ont été présentés. Les résultats ont montré que l'influence du frottement est négligeable alors que les irrégularités dues au transfert de chaleur augmentent d'une manière monotone en fonction de l'augmentation du nombre de Nusselt et la différence adimensionnée de la température. Tout récemment, la génération de l'entropie due aux effets thermiques et

visqueux de la convection naturelle dans une cavité différentiellement chauffée a été étudiée par Varol et al (2008). Pour des nombre de Rayleigh allant de 10^3 à 10^6 , la méthode des différences finies a été utilisée pour résoudre les équations régissant ce problème et écrites sous forme de fonction de courant – vorticité. Ils ont constaté que la génération de l'entropie augmente avec l'augmentation du rapport de conductivité et les épaisseurs des parois. La contribution de la génération de l'entropie due au transfert thermique est la plus significative pour toutes les valeurs des épaisseurs des parois verticales. Gamze et al. (2008) ont présenté une étude numérique de la génération de l'entropie dans des cavités rectangulaires pour différents facteurs de forme tout en conservant la même surface. La génération totale de l'entropie et le nombre de Bejan moyen calculés sur tout le volume pour différents facteurs de forme, différents nombres de Rayleigh et taux de distribution des irréversibilités ont été évalués, ils ont constaté que pour une cavité à un nombre de Rayleigh élevé, la génération de l'entropie due aux effets visqueux du fluide et le nombre total de la génération d'entropie augmentent avec l'augmentation du facteur de forme jusqu'à un maximum puis diminuent. Famouri et Hooman (2008) ont étudié numériquement la génération d'entropie pour la convection naturelle par des cloisons chauffées dans une cavité. Les parois horizontales de la cavité sont maintenues adiabatiques, tandis que les parois verticales sont refroidies à température constante. Ils ont montré que, le terme du frottement du fluide n'a presque aucune contribution à la production d'entropie, par contre, l'irréversibilité de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Nusselt et la différence de température. Ilis et al. (2008) ont fait une étude numérique sur la production totale d'entropie dans des cavités rectangulaires ayant la même aire, mais différents rapports d'aspect. Les parois verticales de la cavité sont à différentes températures constantes, tandis que les parois horizontales sont portées adiabatiques (voir figure 1.7). Les résultats montrent que la production totale d'entropie dans une cavité augmente avec le nombre de Rayleigh, mais le taux de croissance dépend du rapport d'aspect. Pour le même nombre de Rayleigh, la

production totale d'entropie pour une cavité de hauteur peut être inférieure à celle d'une cavité de hauteur plus moins.

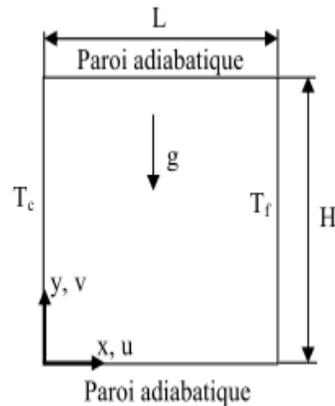


Figure 1.7. Cavité rectangulaire avec parois verticales à différentes températures, et parois horizontales adiabatiques.

La génération d'entropie dans des cavités rectangulaires soumises au processus de la convection naturelle, en raison de la différence de température entre les parois verticales, a été étudiée par Oliveski et al. (2009). Les résultats montrent que le problème thermique et hydrodynamique sont fortement couplés. Pour une configuration thermo-physique impliquant la convection naturelle, les configurations géométriques avec des rapports d'aspect mineurs est le meilleur choix (la diminution du rapport d'aspect implique l'accroissement de l'efficacité des systèmes).

La génération d'entropie des régimes incompressible et compressible avec des propriétés variables a été étudiée numériquement par Alipanah et al. (2010). Il a été constaté que la production d'entropie augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et diminue également avec l'augmentation de la différence de température. Les résultats ont montré que l'entropie générée pour l'écoulement compressible est toujours plus que l'écoulement incompressible.

En outre, la différence entre le flux compressible et incompressible diminue avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. La génération d'entropie due à la convection naturelle dans une enceinte chauffée localement par le bas, a été étudiée numériquement par Mukhopadhyay (2010). Il a été démontré que le taux minimal de la production d'entropie a été atteint pour la même condition à laquelle a été obtenue la température minimale de chauffage. Kaluri et Basak (2011) ont fait une étude détaillée sur la génération d'entropie pendant la convection naturelle dans des cavités carrées discrètement chauffées (voir figure 1.8). Ils ont démontré que pour minimiser la production d'entropie, le cas (c) peut être préférable mais à un nombre de Prandtl égal à 0.015, alors que pour des valeurs élevées de ce dernier le cas (b) est optimal. En outre, la production d'entropie totale est similaire pour un nombre de Prandtl supérieur ($Pr=10, 1000$).

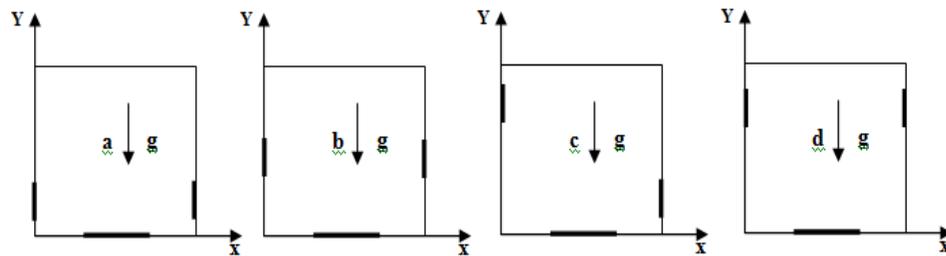


Figure 1.8. Cavités pour des cas différents. La paroi supérieure est adiabatique. Le trait épais représente la section uniformément chauffée alors que les sections restantes sont maintenues froides.

L'effet de l'emplacement du dispositif de chauffage sur le transfert de chaleur et la production d'entropie dans une cavité carrée, a été étudié par Delavar et al. (2011). Le dispositif de chauffage est situé à la paroi droite, les parois supérieure et gauche sont refroidies, tandis que la paroi de fond et les sections restantes sont maintenues adiabatiques. Les résultats montrent que le transfert de chaleur augmente à partir des parois froides, où le dispositif de chauffage est situé sur la paroi verticale.

Le taux de transfert de chaleur augmente à partir de la surface de l'élément chauffant, lorsque le dispositif de chauffage est situé sur la paroi horizontale de la cavité. Une étude numérique dans les cavités à parois ondulées remplies de nano-fluides a été effectuée par Mansour et al (2013). Leurs simulations ont permis d'examiner les effets de la fraction volumique des nanoparticules sur l'écoulement et le transfert thermique. Les résultats montrent que pour toutes les valeurs du nombre de Rayleigh, le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules. En outre, il a été démontré que le transfert de chaleur peut être optimisé en ajustant les paramètres de la forme de la surface ondulée en conformité avec le nombre de Rayleigh. La génération de l'entropie associée à la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée soumise à un champ isotrope avec différentes intensités a été simulée par Wael et al. (2014) pour différents nombres de Rayleigh. Leur travail a été réalisé par le biais d'un code CFD. Il a été constaté que l'augmentation de l'intensité du champ thermique isotrope conduit à une augmentation exponentielle de l'entropie. La génération d'entropie due au transfert thermique est relativement dominante que celle due aux frictions visqueuses du fluide.

1.2 Objectifs de la thèse:

Dans le domaine de transfert de chaleur, une vision intuitive et unifiée des processus s'est développée : c'est l'interaction entre certaines quantités physiques telles que la masse, la quantité de mouvement et l'entropie.

Les lois fondamentales de bilan doivent être accompagnées de relations constitutives pour la génération de l'entropie. Ensemble, ces lois permettent une description des processus. Le modèle qui se développe ainsi conduit à une description détaillée des phénomènes qui ont lieu dans ces processus.

De l'analyse de la revue bibliographique, il a été constaté que la plupart des études sur la convection naturelle dans les cavités se sont concentrées sur l'étude de la génération de l'entropie provoquée uniquement par la convection naturelle laminaire et dans des cavités à parois régulières mais pas dans les cavités déjà étudiées par Adjlout et al (2002).

Du fait de la nécessité des analyses sous le deuxième principe de la convection naturelle turbulente, cette étude, à travers l'évaluation de la génération de l'entropie dans les cavités, permet d'avoir une analyse complète de ce type de cavités.

Il s'agit d'étudier la génération de l'entropie à partir d'une modélisation 2D de la convection naturelle turbulente. En plus de la modélisation classique de la convection naturelle turbulente, basée sur les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie en plus des modèles permettant de simuler les effets de la turbulence, il s'agit ici de modéliser la génération de l'entropie à partir des champs des vitesses et des températures. Il en résulte un modèle couplé permettant à la fois l'analyse de l'écoulement (vitesses, lignes de courant), le transfert de chaleur (isothermes, nombre de Nusselt) et la génération de l'entropie (taux de génération de l'entropie, nombre de Bejan).

A terme, ce modèle devrait répondre à plusieurs question, notamment sur :

- la valeur et l'endroit de la génération de l'entropie dans une cavité,
- l'influence du nombre de Rayleigh sur la production de l'entropie,
- l'influence du facteur de forme sur les irréversibilités,
- l'influence du paramètre ϕ qui est défini comme étant le rapport entre les irréversibilités thermiques et visqueuses,
- L'influence du nombre d'ondulations de la paroi chaude sur les irréversibilités.

Le manuscrit est structuré en quatre chapitres et une conclusion générale. Le premier chapitre consiste, tout d'abord, à présenter une large revue bibliographique englobant des travaux sur la convection naturelle dans les cavités ainsi que des études traitant de la génération de l'entropie. Ensuite, l'objectif de la présente étude est précisé. Il a été jugé utile d'inclure un chapitre traitant des équations d'équilibres et de la génération de l'entropie. Ces équations sont étalées dans le deuxième chapitre. La formulation mathématique, la physique du problème, les conditions aux limites et la méthode de résolution seront étalés dans le troisième chapitre de cette thèse. Le quatrième chapitre est réservé à la validation du modèle et la présentation des résultats. Une conclusion générale ainsi que les perspectives pour des travaux futurs envisagés clôturent le manuscrit.

Chapitre 2

Equations d'Equilibres et Génération de l'Entropie

Sommaire

2.1 Lois de Conservation.....	32
2.1.1 Equations du bilan de matière	36
2.1.2. Equations du bilan de quantité de mouvement	38
2.1.3 Equations du bilan d'énergie.....	40
2.1.4. Equations du bilan de l'entropie	44
2.2 Équation de Génération d'Entropie.....	44

Avant de passer à la mise en équation du problème de convection naturelle dans une cavité, il est utile de rappeler les lois fondamentales d'équilibre et de conservation. Ce chapitre est consacré à la présentation de ces lois. Il y est montré comment en partant de considérations thermodynamiques, on obtient, moyennant un certain nombre d'hypothèses, les expressions des couplages existant entre les différentes variables hydrodynamiques et thermiques du système. Ces expressions englobent, principalement, l'équation de continuité, les équations de mouvement, l'équation d'énergie et l'équation de la génération de l'entropie. Tous les calculs intermédiaires permettant de passer de

l'une des étapes à la suivante sont décrits dans des ouvrages de référence tels que ceux de Prigogine (1967), Wisnieski et al. (1976), Fox & McDonald (2000) ou Bird *et al.* (2002).

2.1 Lois de Conservation

Un changement dans un milieu est décrit par des équations d'équilibres de quantités extensives. Des quantités intensives spécifiant l'état local d'un milieu continu apparaissent dans ces équations d'équilibre. Les paramètres intensifs décrits par les propriétés macroscopiques du milieu sont basés sur un grand nombre de particules. Les fluctuations rencontrées dans un écoulement turbulent s'éloignent relativement de l'état d'équilibre, et en général les équations phénoménologiques linéaires peuvent être appliquées aux écoulements turbulents.

La mécanique des milieux continus est suffisante pour déterminer l'état thermodynamique d'un fluide. Les propriétés du fluide peuvent être déterminées en chaque point par rapport à un référentiel fixe ou mobile avec le fluide. Chaque paramètre intensif non équilibré dans le fluide change dans le temps et l'espace. Considérant la température comme fonction du temps et de l'espace $T = T(t, x, y, z)$, la différentielle totale de T est exprimée par :

$$dT = \frac{\partial T}{\partial t} dt + \frac{\partial T}{\partial x} dx + \frac{\partial T}{\partial y} dy + \frac{\partial T}{\partial z} dz \quad (2.1)$$

La dérivée totale de T par rapport au temps est obtenue en divisant la différentielle totale par la différentielle du temps :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial T}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial T}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (2.2)$$

La dérivée partielle par rapport au temps (dT/dt) montre la variation de la température du fluide en fonction du temps à une position fixe à x, y et z constants :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.3)$$

Si la dérivée de l'équation (2.3) s'annule, le champ de températures devient instationnaire.

Les termes dx/dt , dy/dt et dz/dt sont les composantes de la vitesse de l'observateur qui est différente de la vitesse du fluide. Si la vitesse de l'observateur est égale à la vitesse pondérée du fluide v de composantes v_x , v_y et v_z , la variation de température est donnée par :

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.4)$$

Ou bien

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + v \cdot \nabla T \quad (2.5)$$

L'opérateur spécial dans l'équation (2.5) s'appelle la dérivée temporelle totale, et signifie que le temps varie si l'observateur se déplace avec la substance.

Une fonction scalaire ou vectorielle exprimée en termes de $\partial/\partial t$ peut être convertie en forme substantielle ; pour la fonction scalaire $T = T(x, y, z, t)$, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \rho \frac{DT}{Dt} &= \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \left(\frac{\partial(\rho v_x T)}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial(\rho v_y T)}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial(\rho v_z T)}{\partial z} \right) \\ &= \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + T \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Le deuxième terme dans la deuxième ligne de l'équation (2.6) est l'équation de la continuité et s'annule, de sorte que sous la forme vectorielle, nous aurons :

$$\rho \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + (\nabla \cdot \rho v T) \quad (2.7)$$

Cette équation est valable pour chaque quantité locale, qui peut être un scalaire, un élément de vecteur, ou un élément d'un tenseur.

Une quantité extensive E pour un fluide dans un volume V peut être exprimée en termes de quantité spécifique e par :

$$E = \int_V \rho e dV \quad (2.8)$$

La dérivée partielle de E par rapport au temps pour le corps entier est égale à la différentielle totale :

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho e dV + \int_V \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} dV \quad (2.9)$$

Dans l'équation (2.9) la quantité (ρe) est déterminée par unité de volume pour un observateur fixe.

La quantité de substance entrant une surface élémentaire dA par unité de temps est $\rho v dA$, où dA est un vecteur de magnitude dA de direction normale à cette surface. Le long de la surface, il y a un flux de convection $\rho v e$, et la quantité transportée par unité de temps est $-\int (\rho v e) \cdot dA$. Le flux de conduction J_e est un vecteur ayant la même direction que l'écoulement, et la quantité transportée par conduction est $-\int J_e \cdot dA$.

Le taux de production (génération) de E à l'intérieur du volume élémentaire de la substance en un point donné est exprimé par :

$$\Phi_e = \frac{dE}{dV dt} \quad (2.10)$$

Pour le volume entier par rapport à un système de coordonnées fixe, l'équation d'équilibre par unité de temps est donnée par :

$$\frac{dE}{dt} = \int_V \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} dV = -\int_A (\rho e v) \cdot dA - \int_A J_e \cdot dA + \int_V \Phi_e \cdot dV \quad (2.11)$$

En utilisant le théorème de Gauss-Ostrogradsky, l'équation (2.11) peut être écrite pour le volume en entier sous la forme suivante :

$$\frac{dE}{dt} = \int_V \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} dV = -\int_V [\nabla \cdot (\rho e v)] \cdot dV - \int_A (\nabla \cdot J_e) dV + \int_V \Phi_e \cdot dV \quad (2.12)$$

De l'équation (2.12), l'équation d'équilibre local pour un observateur fixe devient :

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho e v) - \nabla \cdot J_e + \Phi_e \quad (2.13)$$

L'équation d'équilibre local pour des propriétés sujet à une loi de conservation s'appelle l'équation de conservation, qui est donnée pour e comme suit :

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho e \mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{J}_e \quad (2.14)$$

Si le système est en état stationnaire, la propriété extensive E ne varie pas en fonction du temps, on aura :

$$\nabla \cdot (\mathbf{J}_e + \rho e \mathbf{v}) = 0 \quad (2.15)$$

L'équation (2.15) montre que la quantité nette de E échangée à travers les frontières doit être nulle, et la divergence de la somme des flux de conduction et de convection régis par une loi de conservation est égale à zéro à l'état stationnaire. Pour les quantités de composants $e = 1$, $\mathbf{J}_e = 0$ et $\Phi_e = 0$, l'équation (2.13) devient :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = -\rho(\nabla \cdot \mathbf{v}) - \mathbf{v}(\nabla \cdot \rho) \quad (2.16)$$

Les équations d'équilibre local pour un observateur se déplaçant avec le fluide sont exprimées sous forme de dérivées temporelles totales. De l'équation (2.13), la dérivée temporelle totale de e est exprimée par :

$$\rho \frac{De}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_e + \Phi_e \quad (2.17)$$

Du côté droit de cette équation, la divergence du flux de convection de e , $-\nabla \cdot (\rho e \mathbf{v})$, s'annule puisque l'observateur (système de coordonnées) se déplace avec le fluide. En termes de loi de conservation, où le terme source est inexistant, l'équation (2.17) devient :

$$\rho \frac{De}{Dt} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_e \quad (2.18)$$

Les systèmes énergétiques contiennent principalement un mélange de fluides monophasés de n composants, sujet au frottement du fluide et au transfert de chaleur et de masse, sous un nombre l de réactions chimiques. Un état thermodynamique local du fluide est indiqué par deux paramètres intensifs, par exemple, la vitesse du fluide et sa composition

chimique en termes de fractions massiques w_i . Pour une description unique du système, des équations d'équilibre doivent être dérivées pour la masse, la quantité de mouvement, l'énergie et l'entropie. Les équations d'équilibre, considérées par unité de volume, peuvent être écrites en termes de dérivée partielle par rapport au temps pour un observateur fixe, et en termes de dérivée temporelle totale pour un observateur se déplaçant avec le fluide. Plus tard les équations d'équilibre seront utilisées dans la relation de Gibbs pour déterminer le taux de génération d'entropie. Les équations d'équilibre permettent d'identifier clairement l'importance du postulat d'équilibre thermodynamique local dans la détermination des expressions de la génération d'entropie.

2.1.1 Equations du bilan de matière

L'équation de bilan de matière pour le composant i est similaire à la forme générale donnée par l'équation (2.13) après qu'on pose $e = w_i$ et $J_e = j_i$. La quantité de composant produite ou consommée dans une unité de volume par unité de temps est le résultat de réactions chimiques :

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_i \mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{j}_i + M_i \sum_{j=1}^l \nu_{ij} J_{r,j} \quad (2.19)$$

où,

$J_{r,j}$ est le taux de réaction chimique par unité de volume pour une réaction j et ν_{ij} le coefficient stœchiométrique spécifique des espèces i , et M_i est la masse molaire du composant i .

Le débit du composant i , $\rho_i \mathbf{v}_i$, est un vecteur montrant l'écoulement d'un composant par rapport à un système de coordonnées fixe.

D'autre part, l'écoulement de diffusion montre le transport d'un composant par rapport à un système se déplaçant à la vitesse de référence \mathbf{v}_r . Le flux de diffusion par rapport à la vitesse du centre de masse (ou vitesse moyenne de masse) est donné par :

$$\mathbf{j}_i = \rho_i (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}) \quad (2.20)$$

Où $(v_i - v)$ est la vitesse de diffusion. La vitesse moyenne de masse est donnée par :

$$v = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^n \rho_i v_i = \sum_{i=1}^n w_i v_i \quad (2.21)$$

Ici w_i est la fraction massique du composant i . Le flux de diffusion molaire $j_{i,M}$ peut être exprimé sur la base de la vitesse moyenne molaire v_M par :

$$j_{i,M} = c_i (v_i - v_M) \quad (2.22)$$

$$v_M = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^n c_i v_i \quad (2.23)$$

Ou sur la base de la vitesse moyenne volumétrique v_v par :

$$j_{i,v} = c_i (v_i - v_v) \quad (2.24)$$

$$v_v = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \bar{V}_i v_i \quad (2.25)$$

Où \bar{V}_i est le volume partiel moyen. La somme des flux de diffusion de tous les composants est égale à zéro :

$$\sum_{i=1}^n j_i = \sum_{i=1}^n j_{i,M} = \sum_{i=1}^n j_{i,v} = 0 \quad (2.26)$$

Parmi les n flux de diffusion, seulement $n-1$ sont indépendants.

Des équations (2.19) et (2.5), le bilan de matière peut être exprimé en dérivée temporelle totale par :

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + v \cdot \nabla \cdot \rho_i = -\nabla \cdot (\rho_i v) - \nabla \cdot j_i + M_i \sum_{j=1}^l v_{ij} J_{r,j} + v \cdot \nabla \cdot \rho_i \quad (2.27)$$

En tenant compte de l'équation (2.16), l'équation (2.27) devient :

$$\frac{D\rho_i}{Dt} = -\rho_i (\nabla \cdot v) - \nabla \cdot j_i + M_i \sum_{j=1}^l v_{ij} J_{r,j} \quad (2.28)$$

Quand un observateur se déplace à la vitesse du centre de la masse du fluide, l'équation de conservation est obtenue à partir de la dérivée temporelle totale de la densité et l'équation (2.16) :

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\rho = -\rho(\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (2.29)$$

La conservation de la masse des substances est également obtenue en remplaçant la densité dans l'équation (2.29) par le volume spécifique $\nu = 1/\rho$:

$$\frac{D\nu}{Dt} = \nu(\nabla \cdot \mathbf{v}) \quad (2.30)$$

En utilisant l'équation (2.19), l'équation de bilan de la quantité de substance peut être exprimée par les fractions massiques w_i :

$$\frac{\partial(\rho w_i)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho w_i \mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{j}_i + M_i \sum_{j=1}^l \nu_{ij} J_{r,j} \quad (2.31)$$

En dérivées temporelles totales, l'équation (2.31) devient:

$$\rho \frac{\partial(w_i)}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j}_i + M_i \sum_{j=1}^l \nu_{ij} J_{r,j} \quad (2.32)$$

Dans l'état stationnaire $dm/dt = 0$, de l'équation (2.15) on a:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.33)$$

2.1.2. Equations du bilan de quantité de mouvement

Le mouvement d'un fluide peut être décrit par l'application de la deuxième loi de Newton à une particule. La quantité de mouvement d'une substance est égale au produit du débit massique $\rho \mathbf{v}$ et la vitesse barycentrique \mathbf{v} , c'est $\rho \mathbf{v} \mathbf{v}$.

La deuxième loi de mouvement de Newton stipule que la variation de la quantité de mouvement d'un corps est égale à la résultante de toutes les forces, force de masse F et force de surface σ agissant sur ce corps. Si F_i est la force exercée par unité de masse du composant i , de sorte que nous ayons :

$$F = \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^n \rho_i F_i = \sum_{i=1}^n w_i F_i \quad (2.34)$$

Les forces de masse peuvent être la force de la pesanteur, la force due au mouvement rotationnel d'un système, et la force de Lorentz qui est proportionnelle au produit de vecteur de la vitesse moléculaire du composant i et la force du champ magnétique. Le tenseur de contraintes normales σ produit une force surfacique. Les contraintes de cisaillement n'auront pas lieu dans un fluide qui est en équilibre mécanique.

La dérivée par rapport au temps de la densité est donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) = -\nabla \cdot (\rho v v) + \nabla \cdot \sigma + \rho F \quad (2.35)$$

En tenant en compte des relations suivantes:

$$\sigma = -P \delta + \tau \quad (2.36)$$

$$\nabla \cdot (P \delta) = \nabla P \quad (2.37)$$

L'équation (2.35) deviendra:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) = -\nabla \cdot (\rho v v) - \nabla P + \nabla \cdot \tau + \rho F \quad (2.38)$$

Le terme δ est le tenseur unitaire. Les termes du côté droit représentent la variation de la quantité de mouvement due, respectivement, au mouvement convectif du fluide $\nabla \cdot (\rho v v)$, à la force de pression ∇P , à la force visqueuse $\nabla \cdot \tau$, et à la force de masse ρF . L'équation du bilan de quantité de mouvement pour un système de coordonnées se déplaçant avec le fluide est donnée par :

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla P + \nabla \cdot \tau + \rho F \quad (2.39)$$

Le côté gauche de l'équation (2.39) contient l'accélération du centre de masse dv/dt .

L'état d'équilibre mécanique est caractérisé par l'absence d'accélération $dv/dt = 0$.

Généralement, l'équilibre mécanique est établi plus rapidement que celui des processus thermodynamiques, par exemple dans l'état initial quand la diffusion ou la diffusion thermique est considérée. Dans le cas de la diffusion dans un système fermé, l'accélération peut ne pas être nulle en raison de la variation des masses moléculaires des espèces, toutefois cette accélération est très petite, et le gradient de pression

correspondant est négligeable ; la partie visqueuse du tenseur de contraintes s'annule également $\tau = 0$. Le bilan de la quantité de mouvement, équation (2.39), se limite à l'équation de conservation de quantité de mouvement :

$$\nabla P = \sum_{i=1}^n \rho_i F_i = \rho F \quad (2.40)$$

Cette équation montre que le gradient de pression est égal à la somme des forces de masse agissant sur la substance dans un volume unitaire.

2.1.3 Equations du bilan d'énergie

La variation de l'énergie totale e par unité de volume par rapport au temps est sujette à une loi de conservation, et donnée en termes de flux de convection $\rho e v$ et de flux de conduction J_e :

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho e v) - \nabla \cdot J_e \quad (2.41)$$

L'énergie totale spécifique d'une substance e est définie par :

$$e = \mathbf{u} + \frac{1}{2} v^2 + e_p \quad (2.42)$$

Et qui comprend l'énergie interne spécifique \mathbf{u} , l'énergie cinétique spécifique $\frac{1}{2} v^2$ et l'énergie potentielle spécifique e_p .

Le flux de conduction de l'énergie totale J_e comprend le flux de conduction dû à l'énergie interne J_u , le flux de l'énergie potentielle $\sum_{i=1}^n e_{pi} j_i$ due à la diffusion des composants, et le travail des forces surfaciques $-\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ par unité de surface. Ce flux est exprimé comme suit :

$$J_e = J_u + \sum_{i=1}^n e_{pi} j_i - \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (2.43)$$

La divergence du flux de l'énergie totale est exprimée par:

$$\nabla \cdot J_e = \nabla \cdot \left(J_u + \sum_{i=1}^n e_{pi} j_i - v \cdot \sigma \right) \quad (2.44)$$

En utilisant le flux de diffusion, $j_i = \rho_i (v_i - v)$, la variation de l'énergie potentielle d'un volume unitaire par rapport au temps est donnée par :

$$\frac{\partial(\rho e_p)}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\rho e_p v + \sum_{i=1}^n e_{pi} j_i \right) - \rho F \cdot v - \sum_{i=1}^n j_i F_i + \sum_{i=1}^n e_{pi} M_i \sum_{j=1}^l v_{ij} J_{r,j} \quad (2.45)$$

Où la force de masse F_i est reliée à l'énergie potentielle spécifique e_{pi} du composant i par :

$$F_i = -\nabla e_{pi} \quad (2.46)$$

Avec les propriétés des forces de conservation de masse :

$$\frac{\partial e_{pi}}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial F_i}{\partial t} = 0 \quad (2.47)$$

Le dernier terme de droite de l'équation (2.45) est nul si l'énergie potentielle est conservée pour une réaction chimique j :

$$\sum_{i=1}^n e_{pi} M_i v_{ij} = 0 \quad (2.48)$$

L'équation du bilan de l'énergie cinétique est obtenue par la multiplication scalaire du bilan de quantité de mouvement, équation (2.39), et la vitesse moyenne de masse, et donnée par :

$$\frac{D\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right)}{Dt} = -\nabla \cdot (Pv) - \nabla \cdot (v \cdot \tau) + P(\nabla \cdot v) - \tau : (\nabla v) + \rho v \cdot F \quad (2.49)$$

La variation de l'énergie cinétique par unité de volume par rapport au temps (pour un référentiel fixe) est :

$$\frac{\partial\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right)}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{1}{2}\rho v^2 v \right) - \nabla \cdot (Pv) + \nabla \cdot (v \cdot \tau) + P(\nabla \cdot v) - \tau : (\nabla v) + \rho v \cdot F \quad (2.50)$$

Dans les équations (2.49) et (2.50), la relation $\sigma = -P\delta + \tau$ est utilisée. Dans l'équation (2.50), le terme $-\nabla \cdot \left(\frac{1}{2} \rho v^2 \mathbf{v} \right)$ est le transport de convection de l'énergie cinétique, $\nabla \cdot (P\mathbf{v})$ est le travail de pression, $\nabla \cdot (\mathbf{v} \cdot \tau)$ est le travail des forces visqueuses, et $\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{F}$ est le travail des forces de masse. Une partie de l'énergie cinétique $P(\nabla \cdot \mathbf{v})$ est transformée réversiblement en énergie interne, et la partie $-\tau : (\nabla \mathbf{v})$ est transformée irréversiblement et elle est dissipée.

La variation totale des énergies cinétique et potentielle par unité de volume est obtenue en additionnant les équations (2.50) et (2.45) sous les conditions de conservation de l'énergie données par l'équation (2.48), et nous obtenons:

$$\frac{\partial \left(\frac{1}{2} \rho v^2 + e_p \right)}{\partial t} = -\nabla \cdot \left[\rho \left(\frac{1}{2} v^2 + e_p \right) \mathbf{v} - \mathbf{v} \cdot \sigma + \sum_{i=1}^n e_{pi} j_i \right] - \sigma : (\nabla \mathbf{v}) - \sum_{i=1}^n j_i F_i \quad (2.51)$$

La soustraction de l'équation (2.51) de l'équation de conservation de l'énergie totale, équation (2.41), donne le taux de variation de l'énergie interne pour un observateur fixe :

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{v}) - \nabla \cdot J_u - P(\nabla \cdot \mathbf{v}) + \tau : (\nabla \mathbf{v}) - \sum_{i=1}^n j_i F_i \quad (2.52)$$

Le terme $-\nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{v})$ est la divergence du flux convectif de l'énergie interne, $-\nabla \cdot J_u$ est le flux conductif de l'énergie interne, $-P(\nabla \cdot \mathbf{v})$ est l'incrément réversible de l'énergie interne dû au travail de volume, $\tau : (\nabla \mathbf{v})$ est l'incrément irréversible de l'énergie interne dû aux forces de dissipation, $-\sum_{i=1}^n j_i F_i$ est le transport par diffusion de l'énergie interne.

L'équation (2.52) peut être réécrite en termes de dérivée temporelle totale :

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla \cdot J_u - P(\nabla \cdot \mathbf{v}) + \tau : (\nabla \mathbf{v}) - \sum_{i=1}^n j_i F_i \quad (2.53)$$

L'équation du bilan de l'énergie interne du fluide est basée sur l'équation du bilan de la quantité de mouvement. L'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local permettra de présenter les relations thermodynamiques liant des quantités intensives à l'état d'équilibre et de dériver l'équation du bilan de l'énergie interne sur la base des quantités partielles d'équilibre. En supposant que la diffusion est un phénomène lent, $-\sum_{i=1}^n j_i / \rho \ll \rho v^2$, la

variation de l'énergie totale par unité de volume de tous les composants est exprimée par :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\sum_{i=1}^n \rho_i \left(\bar{\mathbf{u}}_i + \frac{1}{2} v_i^2 + e_{pi} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\mathbf{u} + \frac{1}{2} v^2 + e_p \right) \right] \quad (2.54)$$

Cette forme est basée sur le concept de l'équilibre thermodynamique local. De l'équation (2.54), le débit convectif de l'énergie totale est exprimé par :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \rho_i \left(\bar{\mathbf{u}}_i + \frac{1}{2} v_i^2 + e_{pi} \right) \mathbf{v}_i &= \sum_{i=1}^n \bar{\mathbf{u}}_i J_i + \rho \left(\mathbf{u} + \frac{1}{2} v^2 + \rho e \right) \mathbf{v} + \sum_{i=1}^n e_{pi} J_i \\ &= \rho e \mathbf{v} + \sum_{i=1}^n \bar{\mathbf{u}}_i J_i + \sum_{i=1}^n e_{pi} J_i \end{aligned} \quad (2.55)$$

L'équation (2.55) contient le flux convectif de l'énergie totale et les variations de l'énergie dues aux débits de diffusion. Si J'_q est le flux conductif de la conduction de chaleur pure sans un débit d'énergie interne dû à la diffusion de la substance, la conservation de l'énergie totale donnée dans l'équation (2.41) devient :

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho e \mathbf{v}) - \nabla \cdot \left(J'_q + \sum_{i=1}^n \bar{\mathbf{u}}_i J_i + \sum_{i=1}^n e_{pi} J_i - \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\sigma} \right) \quad (2.56)$$

Les quantités J_u , J'_q et J_i sont reliées par :

$$J_u = J'_q + \sum_{i=1}^n \bar{\mathbf{u}}_i J_i \quad (2.57)$$

Le deuxième terme de droite de cette équation représente le flux net de l'énergie interne transporté avec la diffusion des substances.

2.1.4. Equations du bilan de l'entropie

L'équation du bilan de l'entropie est donnée dans la forme générale de l'équation (2.13) :

$$\frac{\partial(\rho s)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho s \mathbf{v}) - \nabla \cdot \mathbf{J}_s + \Phi \quad (2.58)$$

L'équation (2.58) prouve que le taux de variation de l'entropie par unité de volume de la substance est dû au débit convectif de l'entropie $\rho s \mathbf{v}$, au débit conductif de l'entropie \mathbf{J}_s et à la génération de l'entropie Φ . Le débit conductif de l'entropie est défini par :

$$\mathbf{J}_s = \frac{J_q''}{T} + \sum_{i=1}^n \bar{s}_i \mathbf{j}_i \quad (2.59)$$

Le débit conductif de l'entropie se compose de deux contributions, qui sont dues au flux de chaleur dans l'équation du bilan de l'entropie J_q'' (le flux de chaleur réduit est la différence entre la variation de l'énergie et la variation de l'enthalpie due à l'écoulement de la matière), et du flux de diffusion \mathbf{j}_i . En utilisant l'équation (2.59) et la dérivée temporelle totale, l'équation du bilan de l'entropie est déduite :

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = -\nabla \cdot \left(\frac{J_q''}{T} + \sum_{i=1}^n \bar{s}_i \mathbf{j}_i \right) + \Phi \quad (2.60)$$

Pour déterminer la relation entre le flux de chaleur J_q'' et le flux conductif de l'énergie interne J'_q , et pour déterminer la génération de l'entropie Φ , l'équation du bilan de l'entropie doit être dérivée sur la base de l'équilibre thermodynamique local.

2.2 Équation de Génération d'Entropie

En supposant que l'équilibre thermodynamique local se réalise, la relation de Gibbs en termes de quantités spécifiques peut être écrite sous la forme :

$$T ds = d\mathbf{u} + P dv - \sum_{i=1}^n \mu_i dw_i \quad (2.61)$$

L'équation (2.61) peut être appliquée à un élément de fluide se déplaçant avec la vitesse moyenne de masse v , et en remplaçant les opérateurs différentiels par les opérateurs de dérivée temporelle totale :

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = \frac{\rho}{T} \frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \frac{\rho P}{T} \frac{Dv}{Dt} - \frac{\rho}{T} \sum_{i=1}^n \mu_i \frac{Dw_i}{Dt} \quad (2.62)$$

Les termes individuels de droite de l'équation (2.62) sont substitués par l'équation (2.53)

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla \cdot J_u - P(\nabla \cdot v) + \tau : (\nabla v) - \sum_{i=1}^n j_i F_i$$

par l'équation (2.30) :

$$\rho P \frac{Dv}{Dt} = P(\nabla \cdot v)$$

et par l'équation (2.32) :

$$\rho \sum_{i=1}^n \mu_i \frac{\partial(w_i)}{\partial t} = -\mu_i (\nabla \cdot j_i) + \sum_{j=1}^l A_j J_{r,j}$$

où l'affinité \mathbf{A} d'une réaction chimique j est définie comme :

$$\mathbf{A}_j = -\sum_{i=1}^n M_i \mu_j \nu_{ij} \quad (2.63)$$

Après les substitutions de l'équation ci-dessus, l'équation (2.62) devient :

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = -\frac{\nabla \cdot J_u}{T} + \frac{1}{T} \tau : (\nabla v) + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n j_i F_i + \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n \mu_i (\nabla \cdot j_i) - \frac{1}{T} \sum_{j=1}^l A_j J_{r,j} \quad (2.64)$$

En utilisant les transformations suivantes :

$$\frac{\nabla \cdot J_u}{T} = \nabla \cdot \left(\frac{J_u}{T} \right) + \frac{1}{T^2} J_u \cdot \nabla T$$

$$\frac{\mu_i}{T} (\nabla \cdot j_i) = \nabla \cdot \left(\frac{\mu_i}{T} j_i \right) - j_i \cdot \nabla \left(\frac{\mu_i}{T} \right)$$

le bilan de l'entropie donné dans l'équation (2.64) devient :

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = -\nabla \cdot \left(\frac{J_u - \sum_{i=1}^n \mu_i j_i}{T} \right) - \frac{1}{T^2} J_u \cdot \nabla T - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n j_i \cdot \left[T \nabla \left(\frac{\mu_i}{T} \right) - F_i \right] \quad (2.65)$$

$$+ \frac{1}{T} \tau : (\nabla v) - \frac{l}{T} \sum_{j=1}^l A_j J_{r,j}$$

La comparaison des équations (2.60) et (2.65) fait ressortir une expression du flux conductif de l'entropie :

$$J_s = \frac{J_q''}{T} + \sum_{i=1}^n \bar{s}_i j_i = \frac{1}{T} \left(J_u - \sum_{i=1}^n \mu_i j_i \right) \quad (2.66)$$

En utilisant la relation entre le potentiel chimique et l'enthalpie donnée par :

$$\mu_i = \bar{h}_i - T \bar{s}_i = \bar{u}_i - P \bar{v}_i - T \bar{s}_i \quad (2.67)$$

nous pouvons relier le flux de chaleur du deuxième loi J_q'' , le flux conductif d'énergie J_u , et le flux de chaleur net J_q' par la relation suivante :

$$J_q'' = J_u - \sum_{i=1}^n \bar{h}_i j_i = J_q' - \sum_{i=1}^n P \bar{v}_i j_i \quad (2.68)$$

Le flux de chaleur peut être défini de diverses manières si la diffusion se produit en fluide multi composants. Le concept de flux de chaleur émerge d'un traitement macroscopique du bilan d'énergie ou du bilan d'entropie. L'énergie interne d'une substance est liée à l'énergie cinétique moléculaire et à l'énergie potentielle des interactions intermoléculaires.

Si une molécule se déplace sans collision avec d'autres molécules, la perte d'énergie cinétique est due à la diffusion. Si la perte d'énergie cinétique est le résultat de collisions des moléculaires, elle est classifiée comme conduction de chaleur.

Cependant les variations de l'énergie potentielle des interactions intermoléculaires ne sont pas uniquement séparables dans ces deux cas. Il y a une ambiguïté dans la définition du flux de chaleur dans les systèmes ouverts. Nous pouvons diviser u en partie diffusive et partie conductrice en plusieurs manières et définir divers flux de chaleur. Dans le

mécanisme moléculaire du transport d'énergie, l'énergie d'un système est associée à l'énergie cinétique des molécules et à l'énergie potentielle de leur interaction. Les variations de l'énergie cinétique dans un volume V sont facilement séparées. Si une molécule sort du volume, la perte d'énergie cinétique peut être due à la diffusion. Si la perte d'énergie cinétique se produit dans le système parce qu'une molécule sur la surface du volume transfère l'énergie par collision à une molécule en dehors de V , alors cette perte est appelée flux de chaleur. Cependant, l'énergie potentielle des interactions moléculaires est la somme des énergies potentielles résultant de l'interaction de chaque paire de molécules. Quand quelques molécules sortent de l'élément de volume et d'autres molécules se heurtent sur la surface extérieure du volume à d'autres molécules, elles produisent une variation compliquée de l'énergie potentielle du volume. Ces variations ne peuvent pas être uniquement séparées dans des contributions de diffusion pure et de collision moléculaire.

Des équations (2.60), (2.65) et (2.66), la source d'entropie ou le taux de génération locale d'entropie par unité de volume Φ est défini par :

$$\Phi = J_u \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n J_i \cdot \left[T \nabla \left(\frac{\mu_i}{T} \right) - F_i \right] + \frac{1}{T} \tau : (\nabla v) - \frac{1}{T} \sum_{j=1}^l A_j J_{r,j} \quad (2.69)$$

De l'équation (2.69), les forces suivantes X_i sont définies :

- **Transfert thermique**

$$X_q = \nabla \left(\frac{1}{T} \right) \quad (2.70)$$

- **Transfert de masse**

$$X_i = \frac{F_i}{T} - \nabla \left(\frac{\mu_i}{T} \right) \quad (2.71)$$

Où,

$$\nabla \left(\frac{\mu_i}{T} \right) = \nabla \left(\frac{\mu_i}{T} \right)_T + h_i \nabla \left(\frac{1}{T} \right)$$

- **Dissipation visqueuse**

$$X_v = -\frac{1}{T}(\nabla v) \quad (2.72)$$

- **Réaction chimique**

$$\frac{A_j}{T} = \sum_{i=1}^n \frac{M_i \mu_i}{T} v_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, l) \quad (2.73)$$

L'équation (2.69), développée en 1911 par Jaumann, exprime le taux de génération d'entropie comme somme de quatre contributions distinctes comme résultat des produits de flux et forces qui sont :

- **Génération de l'entropie associée au transfert thermique**

$$\Phi_q = J_u X_q \quad (2.74)$$

- **Génération de l'entropie due au transfert de masse**

$$\Phi_d = \sum_{i=1}^n j_i X_i \quad (2.75)$$

- **Génération de l'entropie qui résulte de la dissipation visqueuse du fluide**

$$\Phi_v = \tau : X_v \quad (2.76)$$

- **Génération de l'entropie résultant des réactions chimiques**

$$\Phi_c = \sum_{j=1}^l J_{r,j} A_j \quad (2.77)$$

L'équation (2.69) se compose de trois sommes de produits de tenseurs qui sont des grandeurs scalaires de rang zéro Φ_0 , des vecteurs de rang un Φ_1 , et un tenseur de rang deux Φ_2 :

$$\Phi_0 = \frac{1}{T} \tau (\nabla \cdot v) - \frac{1}{T} \sum_{j=1}^l J_{r,j} A_j \geq 0 \quad (2.78)$$

$$\Phi_1 = J_u \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n j_i \cdot \left[F_i - T \nabla \left(\frac{\mu_i}{T} \right) \right] \geq 0 \quad (2.79)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{T} \tau' : (\nabla \cdot v)' \geq 0 \quad (2.80)$$

Où $t : (\nabla v) = \tau' : (\nabla v)'^s + \tau (\nabla \cdot v)$. Le tenseur $(\nabla v)'$ est la somme d'une partie symétrique $(\nabla v)'^s$ et une partie anti symétrique $(\nabla v)'^a$ et le double produit scalaire de ces derniers est nul.

L'équation (2.79) représente les transferts de chaleur et de masse puisqu'ils sont des processus vectoriels avec le rang 1. Dans l'équation (2.79), le flux conductif d'énergie peut être remplacé par le flux de chaleur J_q'' en utilisant l'équation (2.68) et le potentiel total μ^* qui comporte le potentiel chimique et l'énergie potentielle par unité de masse du composant :

$$\mu^* = \mu_i + e_{pi} \quad (2.81)$$

Le gradient isotherme du potentiel total est défini par :

$$\nabla_T \mu^* = \nabla \mu_i + \bar{S}_i \nabla T + \nabla e_{pi} \quad (2.82)$$

De l'expression de force pour le transfert de masse, nous avons :

$$T \nabla \left(\frac{\mu_i}{T} \right) - F_i = \nabla \mu_i - \mu_i \frac{\nabla T}{T} + \nabla e_{pi} = \nabla_T \mu_i^* - \bar{h}_i \frac{\nabla T}{T} \quad (2.83)$$

En utilisant les équations (2.81) à (2.83), l'équation (2.79) est réarrangée sous la forme suivante :

$$\Phi_{S1} = J_q'' \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^n j_i \cdot \nabla_T \mu_i^* \geq 0 \quad (2.84)$$

Puisque seuls $n-1$ flux de diffusion sont indépendants, nous avons :

$$\sum_{i=1}^n j_i \cdot \nabla_T \mu_i^* = \sum_{i=1}^{n-1} j_i \cdot \nabla_T (\mu_i^* - \mu_n^*) \quad (2.85)$$

En remplaçant l'équation (2.85) dans l'équation (2.84) nous avons :

$$\Phi_{S1} = J_q'' \cdot \nabla \left(\frac{1}{T} \right) - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{n-1} j_i \cdot \nabla_T (\mu_i^* - \mu_n^*) \geq 0 \quad (2.86)$$

Par conséquent les forces présentées dans l'équation (2.71) deviennent :

$$X_i = \frac{1}{T} \nabla_T (\mu_i^* - \mu_n^*) \quad (2.87)$$

La fonction de dissipation peut être obtenue à partir des équations (2.78) à (2.80), et nous aurons :

$$\Psi = T \Phi = T(\Phi_0 + \Phi_1 + \Phi_2) = \Psi_0 + \Psi_1 + \Psi_2 \quad (2.88)$$

Si la fonction de dissipation est choisie pour identifier les forces et flux indépendants, les équations suivantes peuvent être utilisées :

$$\Psi_0 = \tau (\nabla \cdot \mathbf{v}) \left(\frac{1}{T} \right) - \sum_{j=1}^l A_j J_{r,j} \geq 0 \quad (2.89)$$

$$\Psi_1 = -J_q'' \cdot \nabla \ln T - \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{n-1} j_i \cdot \nabla_T (\mu_i^* - \mu_n^*) \geq 0 \quad (2.90)$$

$$\Psi_2 = \tau' : (\nabla \cdot \mathbf{v})' \geq 0 \quad (2.91)$$

L'équation (2.90) peut être modifiée en utilisant la transformation suivante sur l'équation (2.71) :

$$TX_i = T \nabla \left(\frac{\mu_i}{T} \right) - F_i = \nabla \mu_i - \frac{\mu_i}{T} \nabla T + \nabla e_{pi} = \nabla \mu_i^* - \frac{\mu_i}{T} \nabla T \quad (2.92)$$

et

$$\sum_{i=1}^n j_i \cdot \nabla \mu_i^* = \sum_{i=1}^{n-1} j_i \cdot \nabla (\mu_i^* - \mu_n^*) \quad (2.93)$$

L'équation (2.90) peut être exprimée en utilisant les équations (2.92) et (2.93) par :

$$\Psi_1 = -J_S \cdot \nabla T - \sum_{i=1}^{n-1} j_i \cdot \nabla (\mu_i^* - \mu_n^*) \geq 0 \quad (2.94)$$

Ce qui signifie que n'importe quelle autre vitesse peut remplacer la vitesse du centre de la masse, et la fonction de dissipation ne change pas. Quand des flux de diffusion sont considérés par rapport à diverses vitesses, les forces thermodynamiques demeurent les mêmes seulement les valeurs des coefficients phénoménologiques changent.

L'équation de la dissipation ou de la génération d'entropie permet d'identifier les forces et les flux, qui sont utilisés dans les équations phénoménologiques linéaires reliant les flux et les forces. Si les relations réciproques d'Onsager doivent être appliquées aux

coefficients phénoménologiques, les forces et les flux doivent être choisis convenablement.

Chapitre 3

Modélisation et Mise en Equations

Sommaire

3.1 Description du Problème.....	55
3.2 Mise en Equations.....	57
3.2.1 Equation de continuité.....	57
3.2.2 Équations de Navier-Stokes.....	57
3.2.3 Equation d'énergie.....	57
3.2.4 Hypothèse de Boussinesq.....	58
3.2.5 Les variables adimensionnels.....	58
3.3 Conditions aux Limites.....	60
3.4 Modèle de Turbulence.....	61
3.5 Transfert de Chaleur.....	63
3.6 Génération de l'Entropie.....	64
3.7 Résolution Numérique.....	66

Bien que les premières études relatives à la convection naturelle datent du début du siècle précédent, ce phénomène reste, à ce jour, l'un des plus étudiés en mécanique des fluides.

La convection est le mécanisme le plus important de transfert de chaleur entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Le transfert par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure (Figure 3.1) s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux molécules

adjacentes du fluide. La chaleur ainsi transmise sert à faire augmenter la température et l'énergie interne de ces molécules. Ensuite les molécules vont se mélanger avec d'autres molécules situées dans une région à une température inférieure et transférer une partie de leur énergie. Dans ce cas, l'écoulement transporte le fluide et l'énergie. L'énergie est, à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement.

L'origine du mouvement convectif est la poussée d'Archimède résultant des inhomogénéités de densité du fluide telles que celles dues à la dilatation thermique. Lorsqu'une couche de fluide au repos est chauffée par le côté, il se crée une stratification horizontale de température. Cette dernière induit une stratification de densité telle que les particules fluide lourdes surmontent celles plus légères. Cette situation est potentiellement instable dans la mesure où une fluctuation de température au sein d'une particule fluide se verra amplifiée par la poussée d'Archimède résultant sur celle-ci. En effet, toute augmentation (diminution) de température entraînera une diminution (augmentation) de la densité de la particule et donc un mouvement ascendant (descendant) de celle-ci vers des zones froides (chaudes). Dans ces dernières, les contrastes de densité entre la particule et le milieu seront plus importants et intensifieront donc d'autant le déplacement de celle-ci. Cette force motrice déstabilisante est cependant sujette à deux phénomènes d'amortissement :

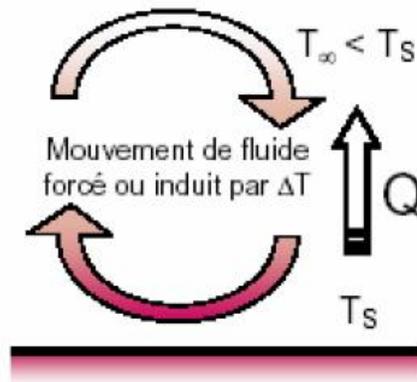


Figure 3.1. Phénomène de transfert de chaleur par convection.

- La relaxation des gradients de vitesse due à la friction visqueuse.
- La relaxation des gradients de température due à la diffusion de la chaleur.

On se trouve ainsi dans une situation d'effet à seuil :

- Soit le gradient de densité induit par la différence de température ΔT entre les parois chaude et froide de la cavité est insuffisant et le fluide reste au repos (dans un état dit conductif puisqu'il se comporte comme un solide qui transmet la chaleur qui lui est fournie par conduction thermique),
- Soit le gradient de densité est suffisamment important et il y a naissance d'un mouvement convectif qui permet de transporter la chaleur du chaud vers le froid de la couche de fluide plus efficacement que la conduction seule.

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre ou convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de température, on dit que la convection est naturelle ou libre comme le cas étudié dans ce travail.

Ce chapitre est consacré à la présentation des équations qui régissent la convection de chaleur dans une cavité rectangulaire. Il s'agit principalement des équations régissant le mouvement du fluide, le transfert de chaleur et la génération de l'entropie, ainsi que les hypothèses pour lesquelles ces équations sont valables. La fin de ce chapitre est consacrée

à la présentation des caractéristiques principales de l'outil numérique utilisé pour suivre l'évolution des solutions du système. Suit une description des considérations de précision qui ont été respectées pour s'assurer de la bonne convergence numérique des résultats.

3.1 Description du Problème

On se propose d'étudier le phénomène de la convection naturelle dans un espace confiné contenant de l'air ($Pr=0.71$). La configuration de l'écoulement est illustrée sur la Figure 3.2. Il s'agit d'une enceinte de rapport de forme (hauteur/largeur) égale à 3, 5, 7 et 12. Les axes de coordonnées x et y sont respectivement orientés suivant les directions horizontale et verticale. Les parois parallèles verticales sont soumises à des températures uniformes. Les autres parois sont considérées imperméables et adiabatiques.

Toute simulation repose sur une modélisation du problème. Cette dernière implique certaines hypothèses simplificatrices. Les hypothèses utilisées souvent dans l'étude de la convection naturelle sont énumérées comme suit:

- absence de source de chaleur,
- les propriétés thermophysiques du fluide sont constantes et sont évaluées à la température de référence,
- Le fluide est newtonien et incompressible.
- la dissipation visqueuse est négligée,
- la densité du fluide, quant à elle, suit l'hypothèse de Boussinesq.

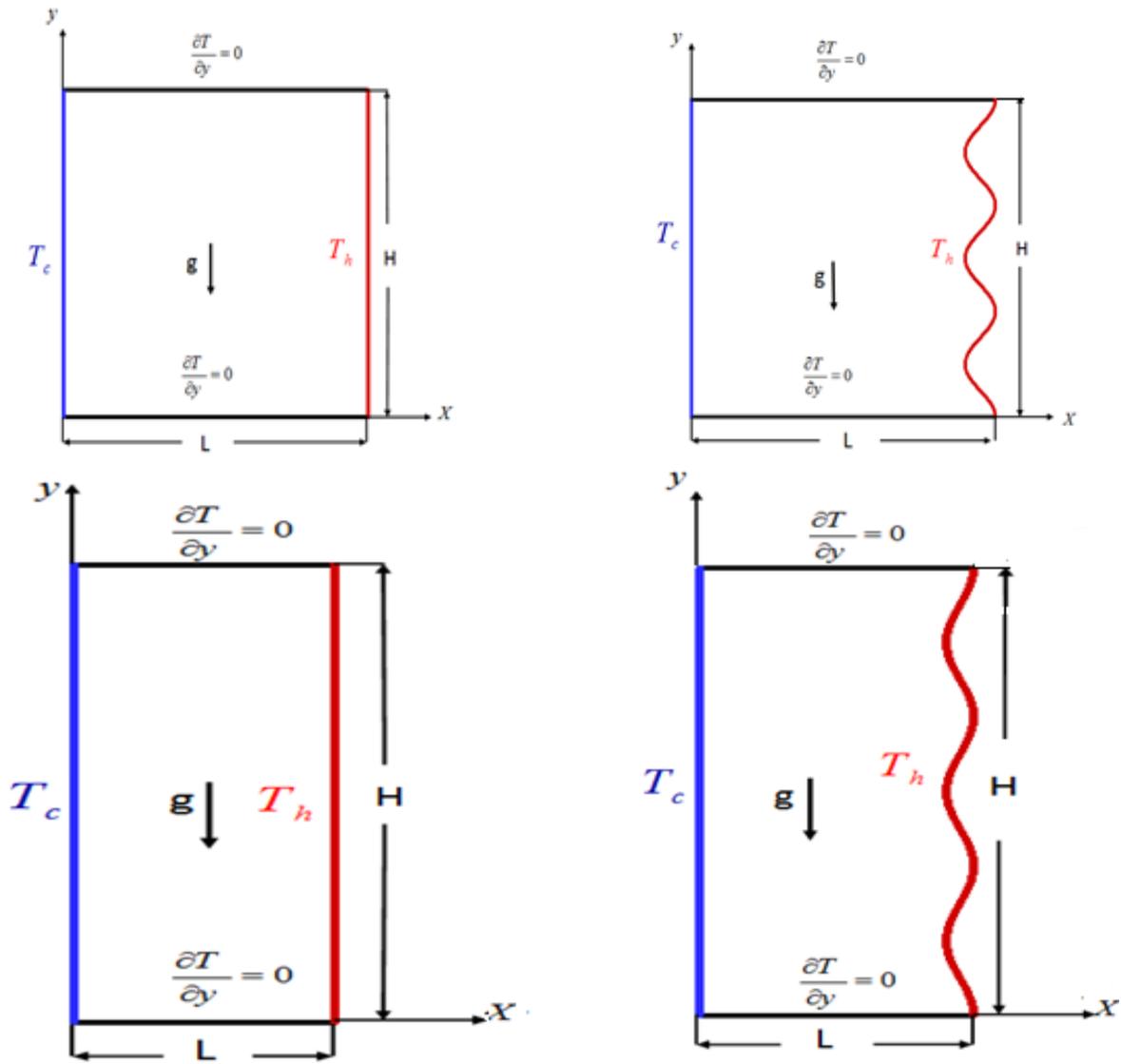


Figure 3.2. Domaine physique.

3.2 Mise en Equations

Les équations régissant l'écoulement sont les équations de continuité, de Navier-stokes et l'équation d'énergie, qui expriment, respectivement, la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie.

Les champs de vitesses et de températures issues de ces équations peuvent être utilisés pour évaluer les paramètres de transfert de chaleur (nombre de Nusselt) et les distributions de l'entropie produite dans la cavité.

3.2.1 Equation de continuité

En considérant l'hypothèse d'un fluide incompressible, le principe de la conservation de la masse mène à l'équation de continuité. Pour un écoulement à deux-dimensions d'un fluide incompressible, l'équation de continuité se réduit à :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.1)$$

3.2.2 Équations de Navier-Stokes

Le bilan de la quantité de mouvement aboutit, pour un écoulement 2D stationnaire, aux équations régissant le mouvement du fluide dans les directions x et y:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_c) \quad (3.3)$$

3.2.3 Equation d'énergie

Le principe de conservation de l'énergie donne l'équation d'énergie suivante :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3.4)$$

3.2.4 Hypothèse de Boussinesq

Dans le cas où les variations de température sont prises comme suffisamment faibles pour que les propriétés physiques du fluide (tels que sa dilatabilité thermique, sa diffusivité thermique et sa viscosité cinématique) puissent être considérées comme constantes, les variations de la masse volumique au sein du fluide sont faibles. Ainsi, il est possible de considérer le fluide comme quasi incompressible. Les variations de ρ sont négligées partout, exceptées dans le terme de poussée à l'origine du mouvement.

L'hypothèse de Boussinesq suppose que la densité du fluide dans le terme des forces de volume, varie linéairement avec la température, ce qui amène à la relation suivante:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (3.5)$$

où ρ_0 et T_0 dénotent respectivement, la masse volumique et la température de référence et β est le coefficient de dilatation thermique donné par l'expression suivante :

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (3.6)$$

3.2.5 Les variables adimensionnels

Il est plus commode de présenter les équations régissant le problème sous une forme adimensionnelle. Des nombres sans dimensions caractéristiques vont apparaître et qui réduiront considérablement la complexité du problème.

Dans le présent travail, les équations régissant le phénomène de la convection naturelle dans une cavité ont été adimensionnées en utilisant des variables caractéristiques. A cet effet, la largeur L entre les deux parois isotherme de la cavité a été choisie comme longueur de référence. La vitesse est adimensionnée par rapport à la diffusivité thermique. Alors que la température est adimensionnée par rapport à l'écart de température ΔT entre les parois isothermes. Les variables adimensionnelles sont données par :

$$X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{uL}{\alpha}, V = \frac{vL}{\alpha}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c} \quad (3.7)$$

$$P = \frac{\rho L^2}{\rho \alpha^2}, \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha}, Ra = \frac{g \beta (T_h - T_c) L^3}{\nu^2}$$

Dans le cas de l'approximation de Boussinesq, on introduit généralement un paramètre, le nombre de Rayleigh (Ra), qui incorpore les effets des propriétés du fluide, des conditions aux limites et la géométrie du domaine physique dans un seul paramètre :

$$Ra = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu k} \quad (3.8)$$

Où g est l'accélération due à la pesanteur, β le coefficient de dilatation thermique, ΔT la différence de température entre les parois isothermes, L la largeur de la cavité, ν la viscosité cinématique et k la diffusivité thermique.

Il est clair que le nombre de Rayleigh est un paramètre déterminant dans ce type de problème car il exprime la force d'entraînement (flottabilité) dans la cavité, sans laquelle il n'y aura aucune turbulence. Un nombre de Rayleigh plus élevé, engendre un effet de flottabilité plus grand et par conséquent plus de turbulence. Un nombre de Rayleigh moins élevé signifie qu'une faible flottabilité agisse sur l'écoulement, le rendant laminaire.

Plus le nombre de Rayleigh est élevé, plus la convection prend le pas sur la diffusion de chaleur ou de quantité de mouvement. Ce nombre, une fois le fluide choisi pour une enceinte fermée, ne dépend plus que de ΔT , qui est ainsi le paramètre de contrôle.

Pour prendre en compte la nature du fluide utilisé, un autre nombre sans dimension est introduit, le nombre de Prandtl :

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{k} \quad (3.9)$$

Il compare les importances relatives de la diffusion de quantité de mouvement (viscosité) et de la diffusion de chaleur (conduction).

Les différents cas à étudier peuvent être obtenus en variant la différence de température entre les parois chaude et froide (nombre de Rayleigh), la nature du fluide (nombre de Prandtl), ou la géométrie de la cavité (le facteur de forme, qui est le rapport de la hauteur de la cavité sur sa largeur) ainsi que le nombre d'ondulations de la paroi chaude.

Alors avec l'introduction de toutes ces variables adimensionnelles, le système d'équations défini antérieurement prends la forme suivante :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y} = 0 \quad (3.10)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (3.11)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra \text{ Pr } \theta \quad (3.12)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3.13)$$

3.3 Conditions aux Limites

Ce système d'équations différentielles est fermé à l'aide de conditions aux frontières appropriées. En plus du choix de la géométrie du confinement, il est nécessaire de fixer les conditions aux limites. Les conditions aux frontières représentatives du problème considéré dans cette étude sont les suivantes :

- **Frontières hydrodynamiques** : On impose sur les frontières de la cavité des conditions d'imperméabilité, ces dernières sont définies par :

$$u = v = 0 \quad x = 0, x = 1, y = 0, y = 1 \quad (3.14)$$

- **Frontières thermiques** : La cavité est composée de deux parois horizontales, supposées adiabatiques, et deux parois isothermes, maintenues à des températures constantes mais différentes. Les conditions thermiques aux frontières sont exprimées par :

$$\begin{aligned}
 \theta &= \theta_h & x &= 1, \\
 \theta &= \theta_c & x &= 0, \\
 \frac{\partial T}{\partial x} &= 0 & y &= 0, \\
 \frac{\partial T}{\partial x} &= 0 & y &= 1,
 \end{aligned}
 \tag{3.15}$$

3.4 Modèle de Turbulence

Les écoulements turbulents sont des phénomènes assez complexes. Un mouvement turbulent entièrement développé est caractérisé par des tourbillons de tailles différentes. Bien qu'il soit théoriquement possible d'appliquer directement les équations de conservation (équations (3.4) à (3.7)) au domaine entier de l'écoulement, il est difficile de le réaliser dans la pratique. Pour créer un modèle numérique utilisable dans un domaine d'écoulement turbulent, il est nécessaire de représenter le mouvement turbulent du fluide en quantités moyennes des variables et de leurs fluctuations. Les modèles basés sur des quantités moyennées peuvent être utilisés sur des maillages d'une densité raisonnable, par conséquent, un coût de calcul raisonnable.

Il existe différents niveaux de modèles, se distinguant par leur degré de complexité, c'est-à-dire par le nombre d'équations de transport supplémentaires introduites pour les quantités turbulentes pour fermer le problème : on parle ainsi de modèles de turbulence à zéro, une ou deux équations. Il existe également des méthodes de résolution plus complexes et plus onéreuses en ressources informatiques : Simulation Numérique Directe (DNS, pour Direct Numerical Simulation) et la simulation des grandes échelles (LES, pour Large-Eddy-Simulation).

Une synthèse de la bibliographie relative à la simulation de la convection naturelle turbulente révèle que le modèle de turbulence $k-\varepsilon$ standard est largement adopté (Markatos & Pericleous, 1984 ; Mohamed et Viskanta, 1993 ; Gaëtan *et al.* 2003 ; Baïri, 2008). A cet effet, ce modèle est utilisé dans la présente étude pour simuler les effets de la turbulence à des nombres de Rayleigh supérieur à 10^6 ($Ra > 10^6$).

Les équations standard de l'énergie cinétique turbulente k et de son taux de dissipation ε ont respectivement la forme suivante (Fluent, 2003):

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \varepsilon + S_k \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \varepsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} G_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (3.17)$$

La viscosité turbulente est obtenue à partir de k et ε par la relation suivante :

$$v_t = C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.18)$$

Le terme de production de pression P_k est calculé par l'expression suivante:

$$P_k = v_t \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (3.19)$$

Le terme de flottabilité G_k est donné par:

$$G_k = -g \beta \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (3.20)$$

Les termes de sources $E_\varepsilon, S_\varepsilon$ peuvent être déterminés par les formules suivantes:

$$E_\varepsilon = 2\nu v_t \left[\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)^2 \right] \quad (3.21)$$

$$S_\varepsilon = 0.83 \left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon c_1 y} - 1 \right) \left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon c_1 y} \right) \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (3.22)$$

Les derniers termes dans les équations 3.32 et 3.33 sont employés pour modéliser l'effet de flottabilité. Les valeurs des diverses constantes dans le modèle $k-\varepsilon$ sont données dans le Tableau (3.1):

Tableau 3.1. Coefficients empiriques du modèle $k-\varepsilon$ standard dans Fluent 6.3.26

C_1	C_2	C_μ	σ_k	σ_ε
1.44	1.92	0.99	1.0	1.314

3.5 Transfert de Chaleur

Le taux du transfert de la chaleur par convection est décrit par le nombre de Nusselt qui est le rapport entre la chaleur transférée par convection par rapport à la chaleur transférée par conduction.

Le nombre de Nusselt mesure l'efficacité de la convection. C'est le rapport adimensionné entre le flux de chaleur vertical en surface du fluide et le flux que l'on mesurerait s'il n'y avait pas de convection dans la couche de ce fluide.

$$Nu = \frac{q_{mesuré}}{q_{conductif}} \quad (3.23)$$

Si $Nu = 1$ pas de convection. Plus le nombre de Nusselt est grand, plus le refroidissement par convection est efficace. En d'autres termes, le nombre de Nusselt peut être calculé par la formule suivante :

$$Nu = \frac{h.L}{k} \quad (3.24)$$

où h est le coefficient de transfert de chaleur par convection, L est longueur de la cavité et k est la conductivité thermique du fluide

Pour une cavité chauffée différentiellement, le nombre de Nusselt moyen peut être calculé en moyennant les nombres de Nusselt locaux calculés au niveau de tous les nœuds de la paroi froide ou chaude. Le nombre de Nusselt local se calcule sur une paroi isotherme par l'expression suivante :

$$Nu_{local} = \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=1} \quad (3.25)$$

Le nombre de Nusselt moyen est alors donné par la relation suivante:

$$Nu_{moy} = \frac{\sum_{noeuds} Nu_{local}}{n} \quad (3.26)$$

3.6 Génération de l'Entropie

La méthode de génération de l'entropie combine les principes de la thermodynamique, les lois fondamentales de transfert de chaleur et de mécanique de fluide. C'est l'influence combinée de la thermodynamique, le transfert de chaleur et la mécanique des fluides (Figure 3.3) (Bejan, 1982).

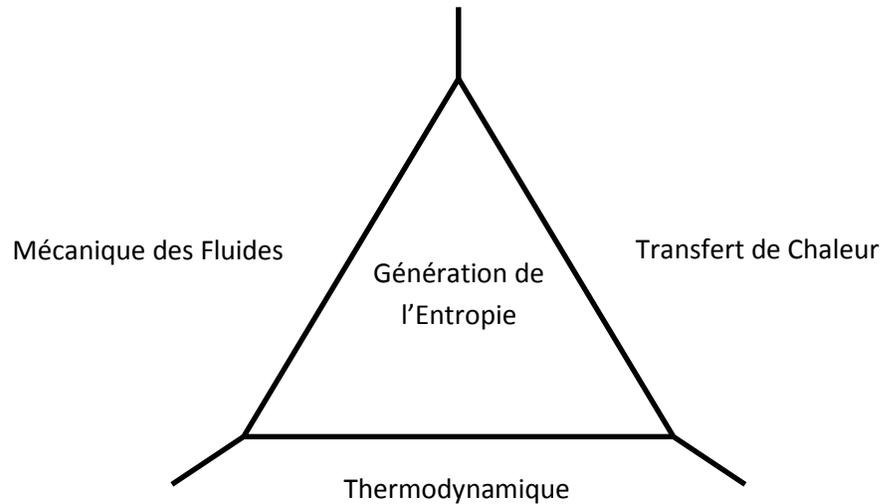


Figure 3.3. Triangle multidisciplinaire couvert par la génération de l'entropie.

La génération de l'entropie, qui est une mesure des imperfections d'un système, est définie comme une combinaison de l'entropie produite par les effets visqueux du fluide et celle produite par les effets thermiques, comme l'exprime la formule suivante:

$$S_i = S_{heat} + S_{friction} \quad (3.27)$$

L'équation du bilan d'entropie en 2D en absence de transfert de masse et de réactions chimiques donne l'équation de la génération de l'entropie ; elle peut être exprimée en coordonnées cartésiennes, par

$$S_i = \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right] + \phi \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right\} \quad (3.28)$$

Le premier terme de droite est l'entropie produite par la diffusion thermique et le second terme représente l'entropie produite par la dissipation visqueuse.

$$S_{heat} = \left[\left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial Y} \right)^2 \right] \quad (3.29)$$

$$S_{friction} = \phi \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right] \quad (3.30)$$

$$\phi = \frac{\mu T_0}{K} \left(\frac{\alpha}{L(T_h - T_c)} \right)^2 \quad (3.31)$$

$$T_0 = \frac{T_h + T_c}{2} \quad (3.32)$$

Pour montrer lequel des effets visqueux et thermiques dominant, on définit un nombre sans dimension appelé nombre de Bejan. Ce nombre permet de montrer la contribution des effets thermiques dans la génération totale de l'entropie. Il est défini comme le rapport de la génération de l'entropie due aux effets thermiques sur la génération de l'entropie totale (Bejan, 1994) :

$$Be = \frac{S_{heat}}{S_{heat} + S_{friction}} \quad (3.33)$$

3.7 Résolution Numérique

La résolution numérique des équations a été effectuée sur une configuration bidimensionnelle par la méthode des volumes finis à l'aide du logiciel CFD Fluent 6.3.26. Le maillage utilisé a été réalisé sur Gambit 2.2.30 pour les différentes configurations étudiées (cavité carrée, cavité carrée à parois ondulée, cavité rectangulaire pour différents facteurs de forme ainsi que la cavité rectangulaire à surface chaude ondulée). Le maillage a été resserré près des parois (présence de couches limites avec forts gradients de vitesse et de température).

La méthode numérique des Volumes Finis consiste à discrétiser le domaine géométrique de calcul en sous-domaines ou volumes de contrôle dont les faces suivent les lignes de coordonnées. Son principe est très simple, initialement développé dans le cas des

$$S_{friction} = \phi \left[2 \left(\frac{\partial U}{\partial X} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right)^2 \right] \quad (3.30)$$

$$\phi = \frac{\mu T_0}{K} \left(\frac{\alpha}{L(T_h - T_c)} \right)^2 \quad (3.31)$$

$$T_0 = \frac{T_h + T_c}{2} \quad (3.32)$$

Pour montrer lequel des effets visqueux et thermiques dominant, on définit un nombre sans dimension appelé nombre de Bejan. Ce nombre permet de montrer la contribution des effets thermiques dans la génération totale de l'entropie. Il est défini comme le rapport de la génération de l'entropie due aux effets thermiques sur la génération de l'entropie totale (Bejan, 1994) :

$$Be = \frac{S_{heat}}{S_{heat} + S_{friction}} \quad (3.33)$$

3.7 Résolution Numérique

La résolution numérique des équations a été effectuée sur une configuration bidimensionnelle par la méthode des volumes finis à l'aide du logiciel CFD Fluent 6.3.26. Le maillage utilisé a été réalisé sur Gambit 2.2.30 pour les différentes configurations étudiées (cavité carrée, cavité carrée à parois ondulée, cavité rectangulaire pour différents facteurs de forme ainsi que la cavité rectangulaire à surface chaude ondulée). Le maillage a été resserré près des parois (présence de couches limites avec forts gradients de vitesse et de température).

La méthode numérique des Volumes Finis consiste à discrétiser le domaine géométrique de calcul en sous-domaines ou volumes de contrôle dont les faces suivent les lignes de coordonnées. Son principe est très simple, initialement développé dans le cas des

écoulements compressibles par Godunov (1959) et Glimm (1965), puis répandu dans la communauté scientifique des mécaniciens par Patankar & Spalding (1980) dans les années 1980. Il repose sur le théorème de la divergence qui consiste à exprimer la conservation des flux d'une variable dans son volume de contrôle délimité par sa surface, et contenant un point de discrétisation de l'inconnue et sur ce volume de contrôle les équations de transport sont intégrées. Cette formulation intégrale s'apparente par certains aspects à la formulation variationnelle de la méthode des éléments finis, mais aussi à celle des différences finies (par sa discrétisation par rapport aux points voisins).

Fluent permet de choisir le modèle de discrétisation pour les différentes équations régissant. Un solveur « segregated » qui calcule chaque équation séparément est choisi. Pour les différents cas simulés, les critères de résolution (préconisés par Fluent dans le cas de la convection naturelle) et les coefficients de sous-relaxation utilisés sont montrés sur la Figure 3.5. A noter que les facteurs de sous relaxation doivent être ajustés pour les tests turbulents.

L'équation de pression est discrétisée par le schéma PRESTO. Un schéma PRESTO (pour PREssure STaggering Option) emploie l'équilibre discret de continuité pour un volume de contrôle "décalé" par rapport à la face où l'on calcule la pression.

Généralement la pression est inconnue et on ne dispose pas d'une équation évidente pour sa détermination. La méthode utilisée pour résoudre ce problème repose sur l'idée que, lorsque le champ de pression correct est injecté dans l'équation du mouvement, le champ de vitesse résultant doit satisfaire l'équation de continuité. Cette méthode a été mise au point par Patankar & Spalding (1980) : c'est l'algorithme SIMPLE (Semi-Implicite Method for Pressure Linked Equations).

Pour les autres équations de convection diffusion (quantité de mouvement, énergie, turbulence, ...), des schémas d'interpolation du deuxième ordre ont été adoptés.

Le Tableau 3.2 regroupe les propriétés thermo physiques de l'air à la température de référence. La température de référence est égale à la température de la paroi froide. Ces propriétés sont supposées constantes.

Tableau 3.2. Propriétés thermo physiques de l'air.

Température de Référence, K	280
Masse volumique, kg/m ³	1.225
Chaleur spécifique, J/kg.K	1006.43
Viscosité, kg/m.s	1.789x10 ⁻⁵
Conductivité thermique, W/m.K	0.042
Coefficient de dilatation thermique, K ⁻¹	0.0033

La solution est considérée comme convergente quand le résidu des équations algébriques est inférieur à 10⁻⁶. Afin de couvrir le régime turbulent, le nombre de Rayleigh maximal a été fixé à 10⁸ pour tous les types de cavité étudiée.

Pour le cas laminaire, la convergence est atteinte rapidement, en gardant les facteurs de relaxation par défaut de Fluent, après 100 à 500 itérations suivant le nombre de Rayleigh et le maillage utilisé. Pour les cas turbulents, les facteurs de sous relaxation ont été ajustés. La convergence est assurée pour un nombre d'itérations supérieur à 15000.

Pour les cavités qui ont la particularité d'avoir la paroi chaude ondulée. L'ondulation est représentée dans la figure 3.4 est définie par la fonction suivante :

$$f(y) = [1 - Amp(1 - \cos 2\pi ny)] \quad \text{avec } 0 \leq y \leq A \quad (3.34)$$

Amp et n sont respectivement l'amplitude et le nombre d'ondulations. L'étude a été réalisée pour différentes valeurs d'ondulations (1, 2, 3, 4, 5 et 6) tandis que l'amplitude a été fixée à 0.05 pour le cas de la cavité de rapport de forme 1.

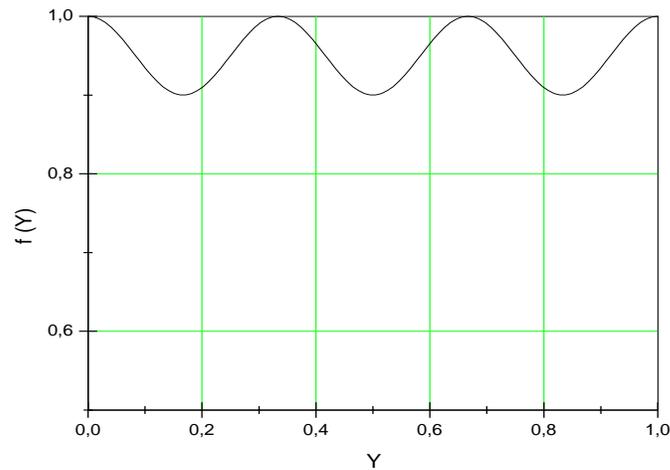


Figure 3.4. Forme géométrique de la paroi chaude de la cavité étudiée.

La génération de l'entropie est incluse en post-processing après avoir déterminé les champs des vitesses et des températures ainsi que leurs dérivées.

Chapitre 4

Résultats et Discussions

Sommaire

4.1 Etude du Maillage.....	71
4.2 Validation.....	75
4.2.1 Cavité carrée.....	75
4.2.2 Cavité rectangulaire.....	79
4.2.3 Cavité carrée à paroi ondulée.....	80
4.3 Lignes de courant et isothermes de Cavités carrés et rectangulaires sans ondulations.....	83
4.4 Lignes de courant et isothermes de Cavités carrés et rectangulaires pour différents ondulations.....	89
4.5 Génération de l'Entropie.....	96
4.5.1 Taux de génération de l'entropie.....	97
4.6 Nombre de Bejan.....	114

Ce chapitre est consacré principalement à la présentation et la discussion des résultats de la simulation numérique de la convection naturelle en régimes laminaire et turbulent dans des cavités fermées à diff rent rapport de forme ainsi que les cavités à parois ondulées

pour différents rapport de forme. Le fluide confiné étant l'air, $Pr=0.71$. Le nombre de Rayleigh varie de 10^4 à 10^8 .

Les calculs vont permettre de montrer l'influence du régime de l'écoulement, à travers le nombre de Rayleigh, la géométrie de la cavité, à travers son rapport de forme et du nombre d'ondulations de la paroi chaude sur le champ d'écoulement, le transfert de chaleur, et la production de l'entropie.

4.1 Etude du Maillage

Pour évaluer l'influence de la taille de la grille sur les résultats obtenus, le problème a été résolu numériquement en considérant des grilles de tailles différentes.

L'influence du maillage sur la solution a été analysée par le calcul du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude pour différentes grilles non uniformes. Les tests ont été réalisés pour des grilles allant de 50×50 jusqu'à 90×90 pour des nombres de Rayleigh variant de 10^4 à 10^8 . Tous ces maillages ont été resserrés près des parois afin de capter les effets de la couche limite dans ces régions (Figure 4.1).

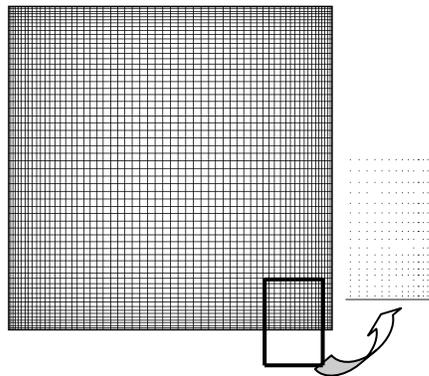


Figure 4.1. maillage de la cavité carrée (60×60).

Le Tableau 4.1 montre l'évolution du nombre de Nusselt moyen sur la paroi chaude en fonction du nombre de mailles. Il a été constaté que l'augmentation du nombre de mailles ne va pas forcément changer la solution mais elle demande un temps de calcul plus élevé.

Pour des nombre de Rayleigh allant jusqu'à 10^6 , un maillage de 60×60 est suffisant. Donc, les tests laminaires ont été effectués sur la base de ce maillage.

Tableau 4.1. Effet du maillage sur le nombre de *Nusselt* moyen sur la paroi chaude.

<i>Ra</i>	<i>Nu_{moy}</i>						
	50×50	50×60	60×60	50×70	70×70	80×80	90×90
10^4	2.2743	2.2692	2.2679	2.2696	2.2701	2.2727	2.2718
10^5	4.5832	4.5787	4.5771	4.5793	4.4805	4.5839	4.5827
10^6	8.9378	8.9507	8.9500	8.9547	8.9469	8.9462	8.9455

De plus, ces subdivisions ne peuvent être poursuivies indéfiniment, en raison, d'une part, l'augmentation de la densité du maillage implique une diminution de la taille des cellules au voisinage des parois, qui doit être compatible avec la zone de validité des différents modèles de turbulence disponibles en termes de distance du nœud le plus proche de la paroi à celle-ci. D'autre part, lorsque le maillage est tel que la dimension caractéristique des cellules est très petite, les erreurs d'arrondi peuvent devenir importantes lors des opérations matricielles nécessaires à la résolution des équations.

En régime turbulent, des conditions aux limites supplémentaires viennent s'ajouter. Pour des nombres de Rayleigh plus élevés (supérieurs à 10^6), un maillage de 60×60 ne permet pas d'atteindre la convergence. Au fur et à mesure de l'augmentation du nombre de Rayleigh, des mailles supplémentaires sont nécessaires à commencer par un maillage de 100×100 pour un nombre de Rayleigh de 10^7 .

Pour des cas turbulents, il faut prendre en considération à insérer 15 à 20 mailles à l'intérieur des couches limite sur les parois. L'épaisseur de ces couches est donnée par $\delta/D = 4.86 Ra^{-1/4}$ (Latif, 2006). Il est utile également d'insérer plusieurs points (15 à 20) entre les pics de vitesse et la paroi, afin de placer le premier point de grille très proche de la paroi ($y/D = 1 \times 10^{-6}$ pour les nombres de Rayleigh élevés, y^+ varie entre 1 et 10 le long de la paroi chaude).

Les considérations ci-dessus sont très importantes pour traiter les couches limites selon la physique du problème, puisque dans les régions des parois les gradients de température s'accroissent et par conséquent fournissent une source importante de vitesse. Si le premier point de grille est trop loin des parois, les résultats risquent d'être erronés.

Quatre grilles ont été utilisées, 100x120, 120x140, 120x160 et 160x200. Les résultats sont pratiquement indépendants du maillage en passant d'une grille de 160x200 à une autre de 120x160. Une variation maximale de 1.1 % est remarquée pour les nombres de *Nusselt* et de 1.2% pour les températures.

Les valeurs calculées des nombres de Nusselt ont été confrontées aux résultats d'études antérieures de la littérature. Plusieurs références ont été utilisées pour les régimes laminaire et turbulent. Les Tableaux (4.2a) et (4.2b) résument les comparaisons des nombres de Nusselt Moyen sur la paroi chaude avec la littérature. En somme, une bonne concordance est notée. A signaler que toutes les études ne s'accordent pas sur une valeur fixe du nombre de Nusselt quel que soit le nombre de Rayleigh.

Tableau 4.2. Validation de nombre de *Nusselt* moyen sur la paroi chaude avec les travaux antérieurs.

(a) Cas Laminaire

<i>Nu_{moy}</i>														
<i>Ra</i>	Présent travail	De Vahl Davis	Mobedi	Hortmann	Kuznik	Bātri	Dixit	Cuesta & Fusegi	Bilgen	Cuesta	Ben Mabrouk	Frederick	Anil Kumar	Markatos
10^4	2.2679	2.243	2.240	2.244	2.246	2.168	2.286	2.100	2.245	2.187	2.083	2.200	2.258	2.201
10^5	4.5771	4.519	4.510	4.521	4.518	4.228	4.546	4.361	4.521	4.512	4.452	4.500	4.499	3.430
10^6	8.9500	8.851	8.803	8.825	8.792	8.243	8.652	8.020	8.800	8.846	9.215	9.000	-	8.754

(b) Cas Turbulent

<i>Nu_{moy}</i>											
<i>Ra</i>	Présent travail	Markatos	Bātri	Dixit	Cuesta & Fusegi	Catton	Lankhorst	Bilgen 2005	Anil Kumar	Henkes	Elsherbiny
10^7	18.2382	-	16.073	16.790	14.498	14.198	15.923	16.629	-	-	-
10^8	36.0528	32.04	31.339	30.506	28.268	28.268	28.975	31.520	30.97	-	28.78

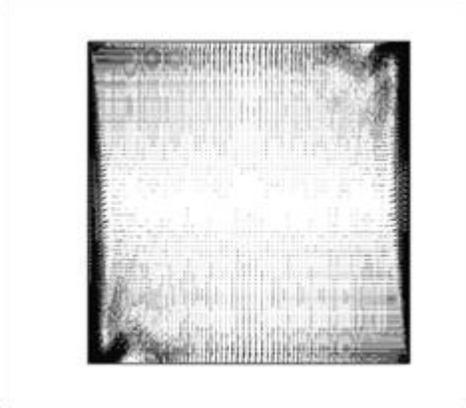
4.2 Validation

4.2.1 Cavité carrée

Le point le plus important est de vérifier l'exactitude des résultats obtenus. Le meilleur moyen est de les comparer à des données expérimentales. A cet effet, le modèle adopté a été validé en réalisant des calculs pour le cas d'une cavité carrée avec deux parois isothermes et comparé les résultats aux données expérimentales publiées par Tian & Karayiannis (2000) et Ampofo (2003). Les paramètres de calcul ont été pris égaux à ceux des expériences menées dans les travaux cités et qui donnent un nombre de Rayleigh égal à 1.58×10^9 . Les résultats se sont avérés en bon accord avec les résultats correspondants comme le montre les Figures (4.2)   (4.5).

La Figure (4.2) montre une comparaison de la distribution des champs des vitesses dans la cavité carrée entre les données expérimentales de Ampofo (2003) et les résultats issus des calculs sur Fluent. Il est constaté que les calculs reproduisent les mêmes effets du fluide que les données expérimentales. Ces effets se situent près des parois (couche limite hydrodynamique). L'écoulement se réalise sous forme d'une grande boucle de recirculation. L'air descend le long de la paroi froide tout en accélérant et remonte le long de la paroi chaude. Les vitesses les plus importantes sont situées le long de la paroi froide en bas de la cavité. La vitesse de l'air au centre de la cavité est très faible.

a.



b.

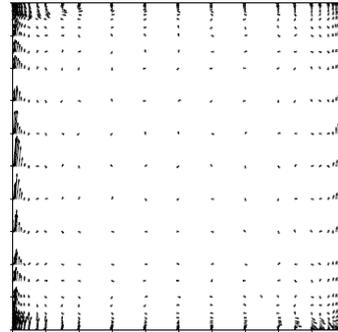
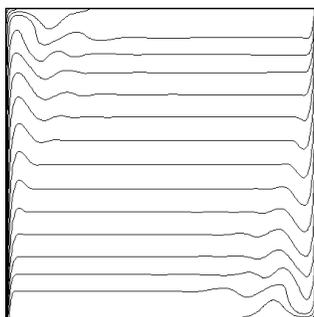


Figure 4.2. Vecteurs de vitesses : a. le présent travail ; b. Ampofo (2003)

De leur part, Tian et Karayannis (2000) ont fourni une distribution des champs de températures dans une cavité carrée pour les mêmes conditions. La Figure (4.3) présente une comparaison des isothermes obtenues à l'aide de la présente simulation numérique et les isothermes représentant les mesures de températures effectuées par Tian et Kariayannis (2000). Les simulations numériques présentent, également, le même comportement des isothermes par rapports aux mesures. Pour les deux types de données, il est remarqué une stratification de la température. Pour une hauteur donnée, la température est quasi constante en présentant des fluctuations près des parois.

a.



b.

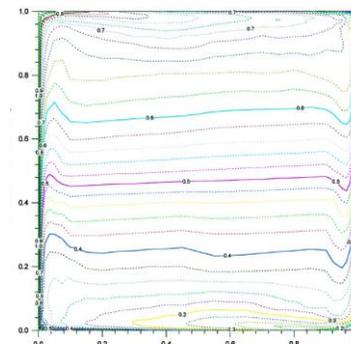


Figure 4.3. Isothermes : a. le présent travail ; b. Tian & Karayannis (2000)

D'une manière générale, la structure globale de l'écoulement, telle qu'observée au cours des expérimentations décrites par Tian & Karayiannis (2000) et Ampofo (2003), est correctement prédite par les simulations numériques.

La comparaison quantitative entre les résultats numériques et expérimentaux est présentée sous forme de profils verticaux de vitesse à une position ($y/H = 0.5$) et du nombre de Nusselt local sur la paroi chaude.

La Figure 4.4 montre la comparaison de la vitesse verticale le long de la ligne médiane de la cavité avec les mesures d'Ampofo (2003). Globalement, une bonne concordance est remarquée, sauf près des parois où les calculs surestiment la vitesse par rapport aux mesures.

Les calculs fournissent la même allure du nombre de Nusselt local sur la paroi chaude par rapports aux valeurs issues des expériences (Figure 4.5). Il est constaté également que le modèle surestime le nombre de Nusselt en bas de la paroi.

Les différences entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par les simulations numériques peuvent être expliquées par des incertitudes expérimentales et numériques. Les incertitudes numériques sont attribuées au maillage et à l'instationnarité de l'écoulement.

L'analyse du champ d'écoulement englobe l'étude des lignes de courant, les vecteurs des vitesses et les profils des vitesses verticales à mi-hauteur des cavités en fonction du nombre de Rayleigh.

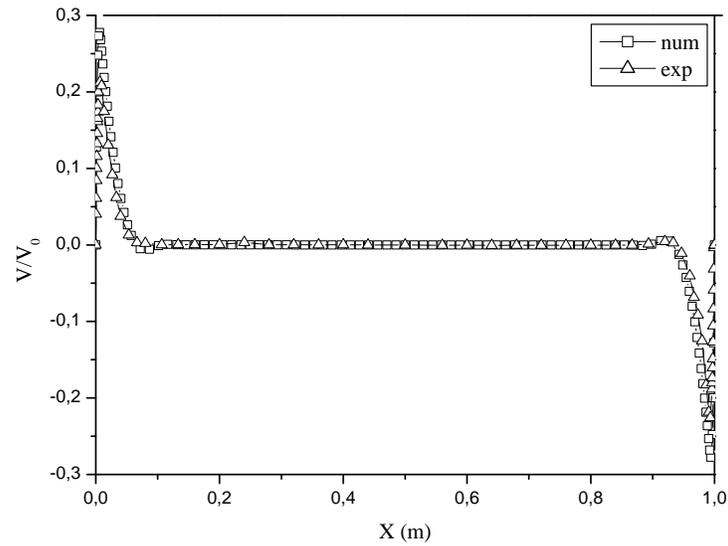


Figure 4.4. Comparaison de la composante verticale de vitesse V_y à $y = H/2$ avec les données expérimentales (Ampofo, 2002)

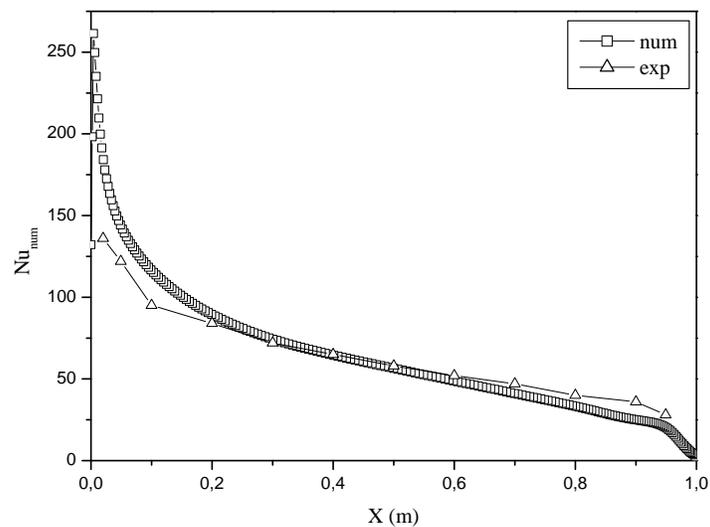


Figure 4.5. Comparaison du nombre de Nusselt local sur la paroi chaude avec les données expérimentales (Ampofo, 2002)

4.2.2 Cavité rectangulaire

Le même travail qui a été fait pour la cavité carrée, a été réalisé pour des cavités rectangulaires. Différents rapport de formes ont été choisis ($A = 3, 5, 7, \text{ et } 12$) et la validation du maillage est faite en se basant sur la variation du nombre de Nusselt moyen. Ceci est résumé dans le tableau suivant :

Tableau 4.3. Validation du maillage pour différentes cavités

Grille (A=3)	20×61	40×121	60×181
Nu_{moy}	4.312	4.287	4.298
Grille (A=5)	20×101	40×201	60×301
Nu_{moy}	4.002	3.93	4.106
Grille (A=7)	20×141	40×281	60×421
Nu_{moy}	3.789	3.774	3.821
Grille (A=12)	10×121	20×241	40×481
Nu_{moy}	3.177	3.155	3.189

Les grilles choisies pour différentes cavités sont confirmées à partir du taux de variation du Nusselt moyen qui soit inférieur à 2 %, les grilles proposées sont détaillées dans le tableau suivant :

Tableau 4.4. Grilles définitives pour différentes cavités

A	3	5	7	12
Grille	40×121	40×201	40×281	20×241

4.2.3 Cavité carrée à paroi ondulée

- **Cas laminaire**

Différentes grilles ont été testées pour l'étude de la précision des calculs. Le choix de la grille 67×80 (Figure 4.6) qui est utilisée dans la cavité carrée à paroi ondulée est justifié par le fait que la différence entre les valeurs trouvées est inférieure à 4 %.

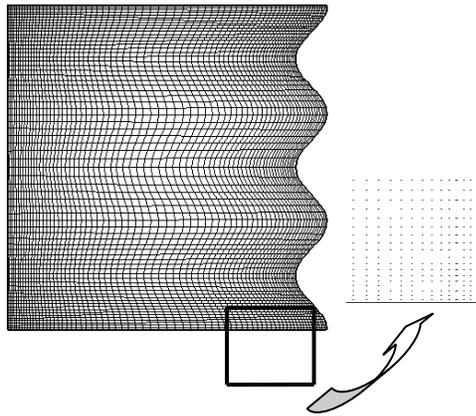


Figure 4.6. maillage de la cavité ondulée (67×80).

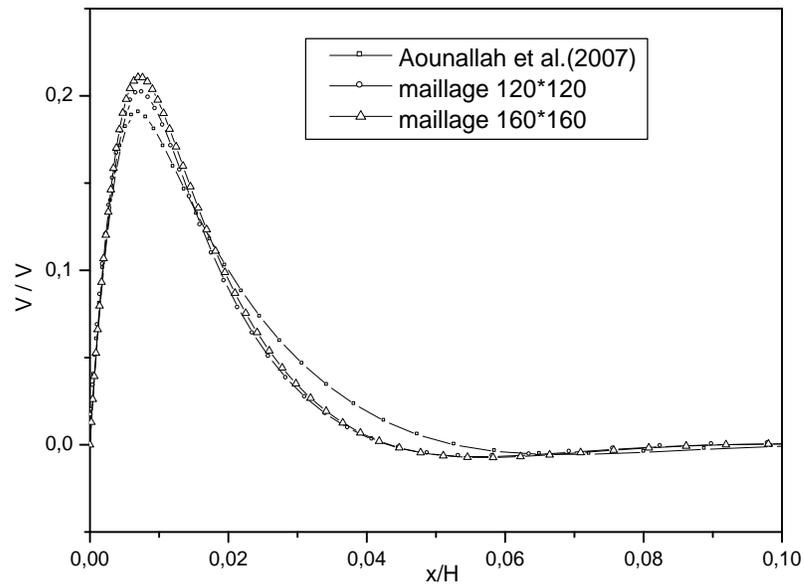
Tableau 4.5. Tableau comparatif des résultats (Validation du maillage de la cavité ondulée)

Grille	40×48	67×80	29×34	83×100
Nu_{moy}	3.82	3.760	3.907	3.72
ψ_{Max}	9.67	9.85	9.58	9.93
X	0.63	0.63	0.63	0.63
Y	0.60	0.60	0.60	0.60
U_{Max}	42.38	44.53	42.18	44.87
V_{Max}	66.99	68.61	66.06	68.96

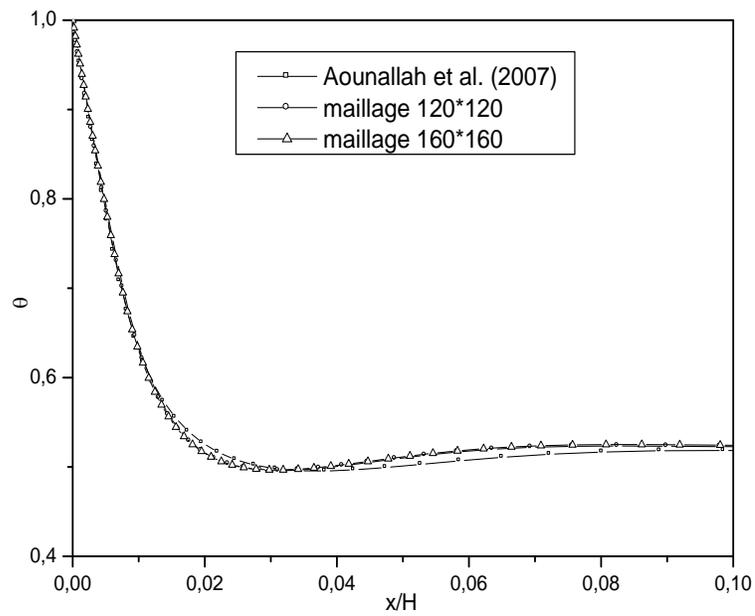
Le tableau 4.5 montre les différentes grilles utilisées pour le nombre de Rayleigh égal à 10^5 , les différentes valeurs de la vitesse verticale et horizontale, le nombre de Nusselt moyen et la valeur maximale de la fonction de courant.

- **Cas turbulent**

Plusieurs tests de validations du maillage ont été effectués. Les cas testés touchent principalement des maillages relatifs aux tailles respectives 120×120 et 160×160 . Il a été constaté que les lignes de courant résultantes sont fortement resserrées près des parois ceci est dû aux gradients élevés. Les figures (4.7) et (4.8) présentent respectivement les distributions de la composante verticale de la vitesse, de la température et du nombre de Nusselt local des deux maillages testés. L'analyse des résultats engendrés montre une légère différence de la composante verticale de la vitesse seulement dans le cas de la grille 160×160 , sinon toutes les grilles testées n'engendrent pas de perturbations sur la solution. Enfin le choix a été porté sur la grille 120×120 dans le cas des cavités ondulées. Ceci est en bon concordance avec le travail déjà réalisé par Aounallah et al (2007).



(a)



(b)

Figure 4.7. Influence du maillage sur l'évolution de la vitesse verticale (a) et l'évolution de la température (b) près de la paroi chaude, $y/H = 0.5$, $Ra = 10^8$.

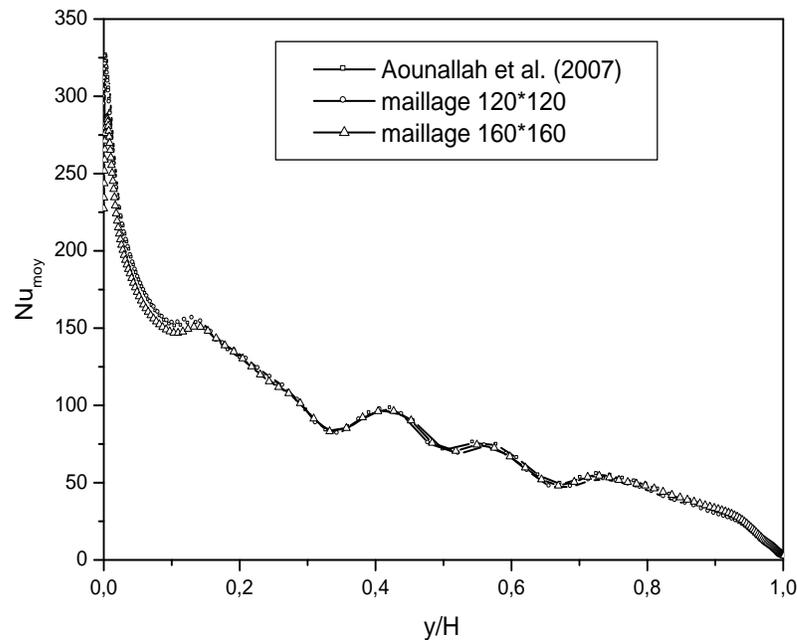


Figure 4.8. Influence du maillage sur la distribution du nombre de Nusselt local le long de paroi chaude de la cavité ondulée, $Ra = 10^8$.

4.3 Lignes de courant et isothermes de Cavités carrés et rectangulaires sans ondulations

Le paramètre principal qui gouverne l'écoulement convectif est le nombre de Rayleigh qui est le rapport entre les forces de flottabilité (poussée d'Archimède) et les forces de dissipation (viscosité et diffusivité thermique) d'où, il sera nécessaire d'interpréter les champs dynamiques (Lignes de courant) et thermiques dans la cavité carrée et rectangulaire sans ondulations avant d'entamer les cavités ondulées avec différents rapports de forme ($A=3,5,7$ et 12)..

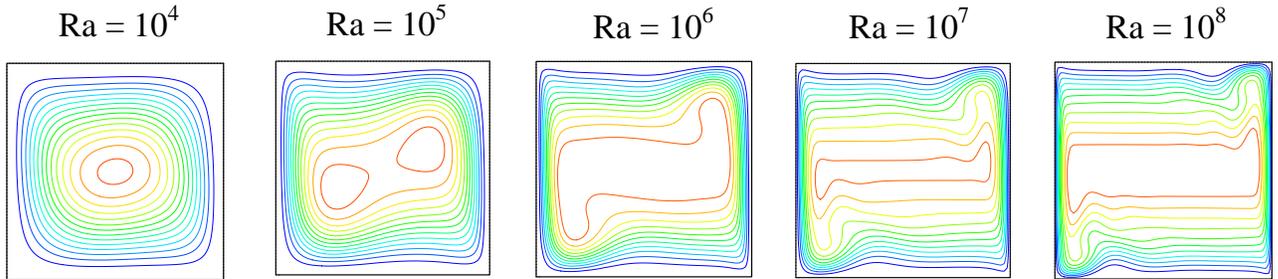


Figure 4.9. Lignes de courant dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh.

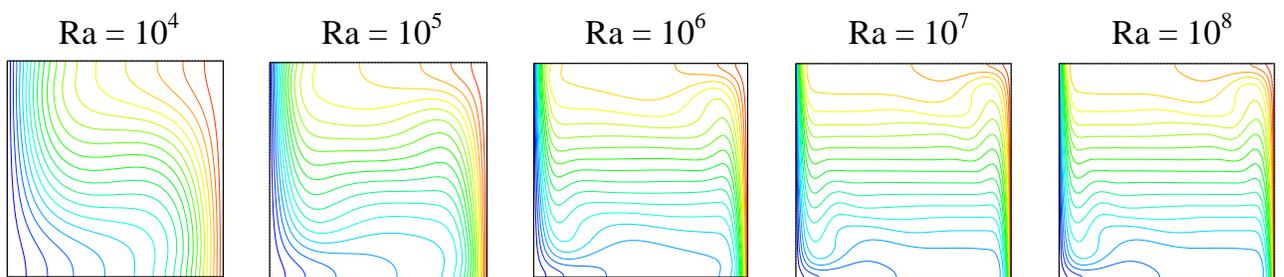
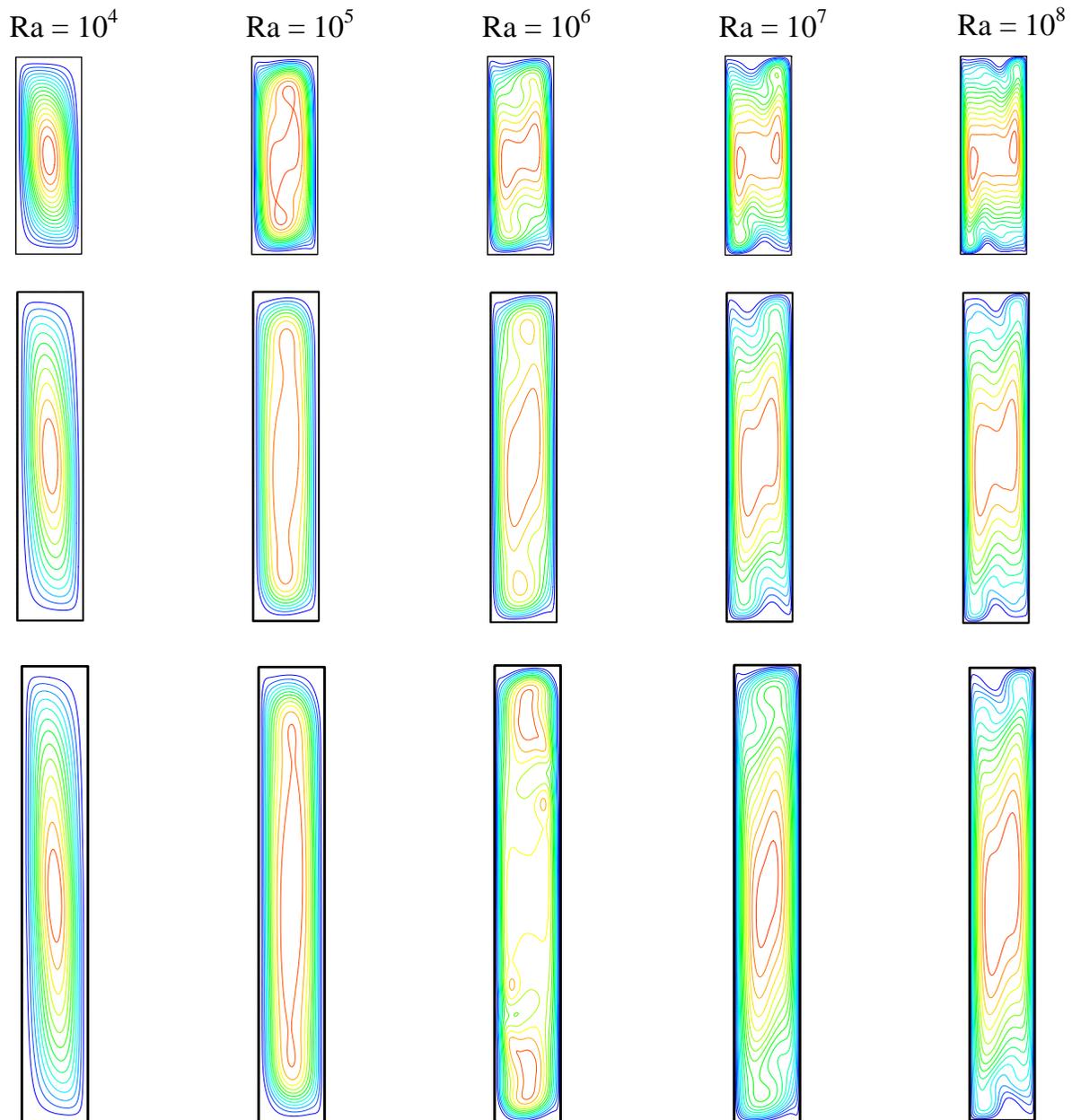


Figure 4.10. Lignes isothermes dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh.

Les figures (4.9) ,(4.10), (4.11) et (4.12) montrent les lignes de courant et les isothermes pour un nombre de Rayleigh variant de 10^4 jusqu'à 10^8 . L'écoulement est monocellulaire représenté par un vortex tournant appelé vortex primaire au sens contraire d'une aiguille d'une montre .Ce phénomène est créé par le fait que le fluide à côté de la paroi chaude reçoit de la chaleur et devient plus léger et ascendant du fait de la poussée d'Archimède. Par contre à proximité de la paroi froide il se refroidit et devient plus lourd et descendant le long de cette paroi.

Les effets thermiques engendrent une cellule de convection dans la région centrale de la cavité. Il est à noter que le fluide reste monocellulaire en augmentant le nombre de Rayleigh ; Toutefois une stratification est obtenue pour les nombre de Rayleigh élevés. Pour de faibles nombres de Rayleigh, le mode de transfert de chaleur dominant est la conduction. L'augmentation du nombre de Rayleigh intensifie la circulation d'air en boucle dans la couche limite près des parois verticales.



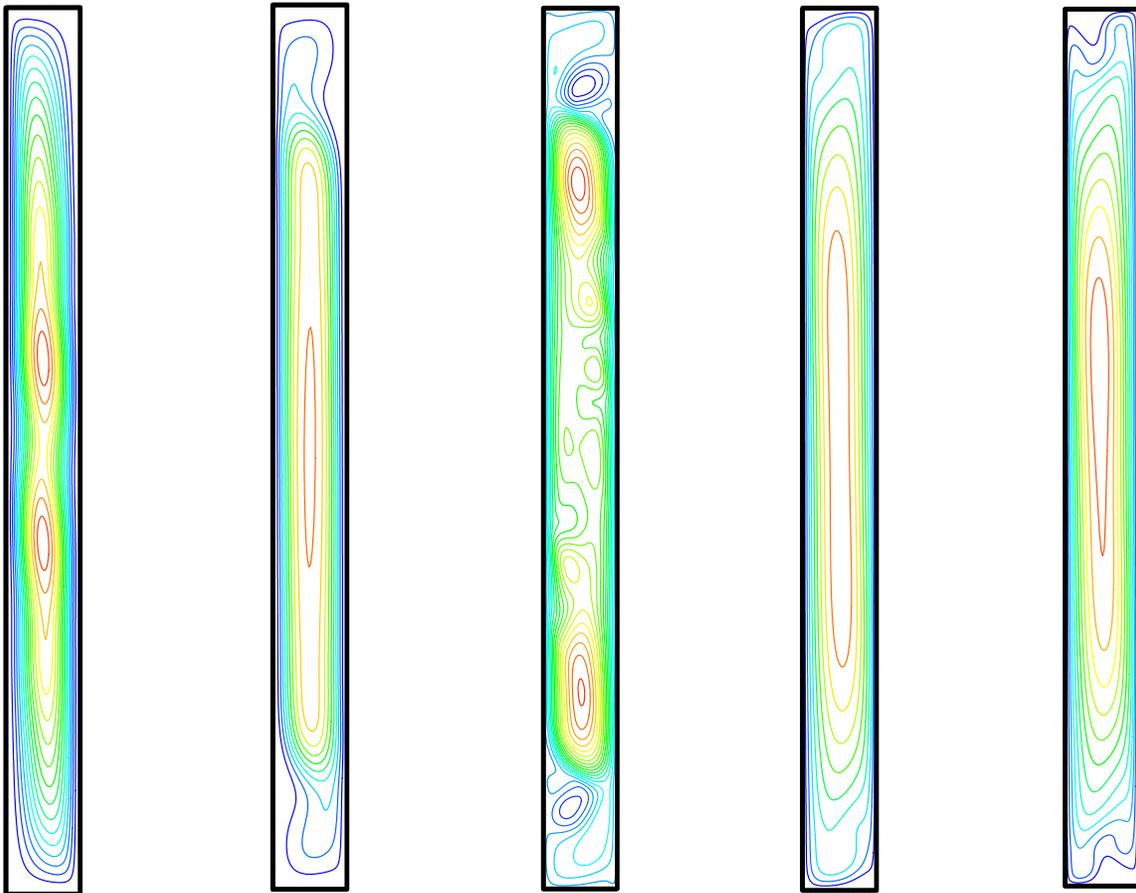


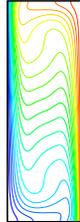
Figure 4.11. Lignes de courant dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh.

L'écoulement passe ensuite du régime laminaire ($10^4 < Ra < 10^6$) au régime turbulent ($Ra > 10^6$). Il a été remarqué que quand les valeurs du nombre de Rayleigh sont supérieures à 10^6 , un écoulement important, le long des parois chaude et froide qui se prolonge le long des parois horizontales. La section totale de la cavité est occupée par une zone de recirculation de faible intensité. Au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente (convection prédominante) l'écoulement principal est concentré aux parois actives de la cavité en favorisant en même temps l'effet de cisaillement qui conduira à la formation de la cellule de plus en plus tordue avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Cette augmentation provoque le développement d'une couche hydrodynamique le long des parois verticales isothermes

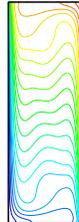
$Ra = 10^4$



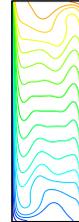
$Ra = 10^5$



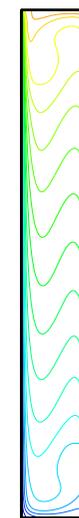
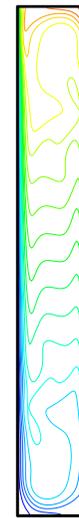
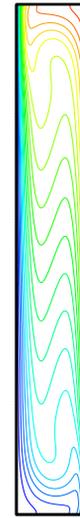
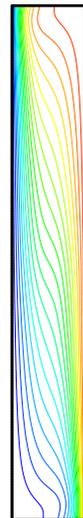
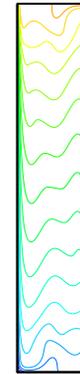
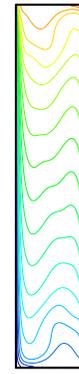
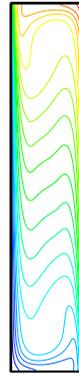
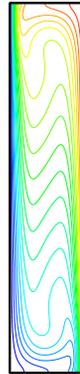
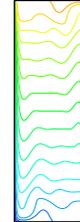
$Ra = 10^6$



$Ra = 10^7$



$Ra = 10^8$



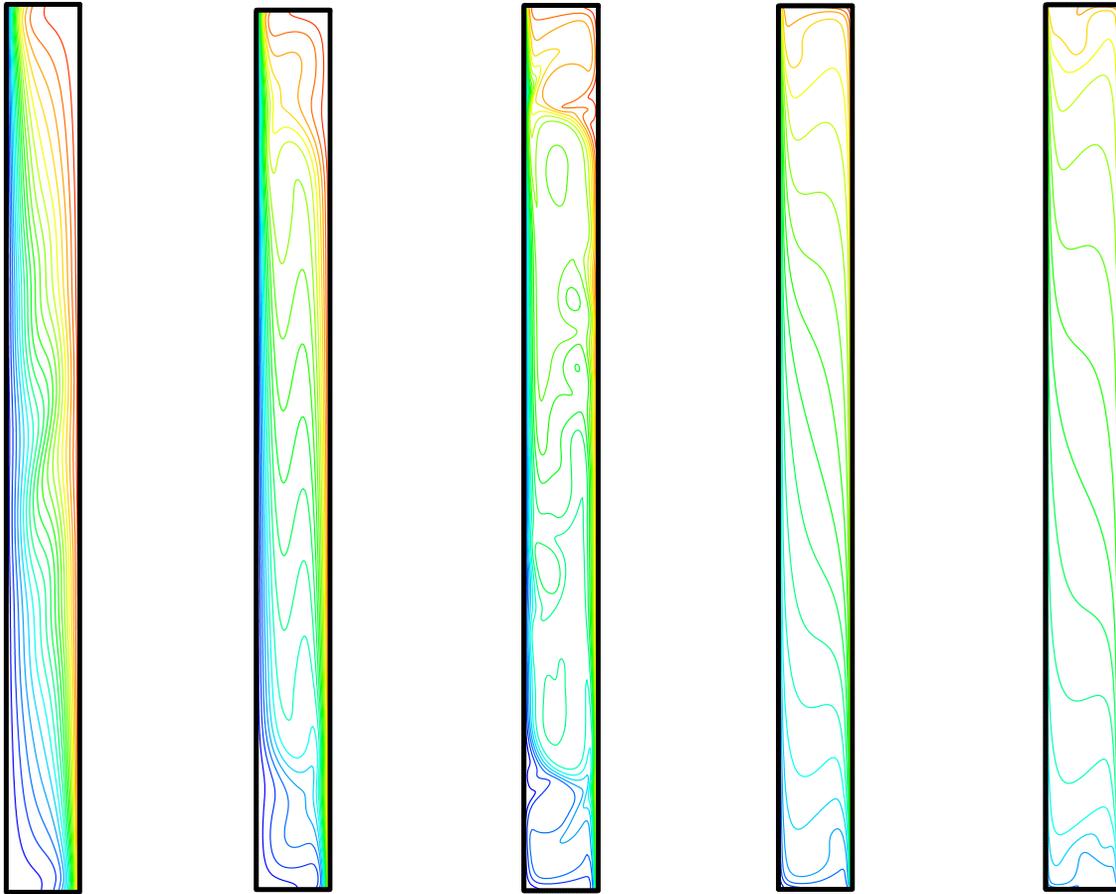


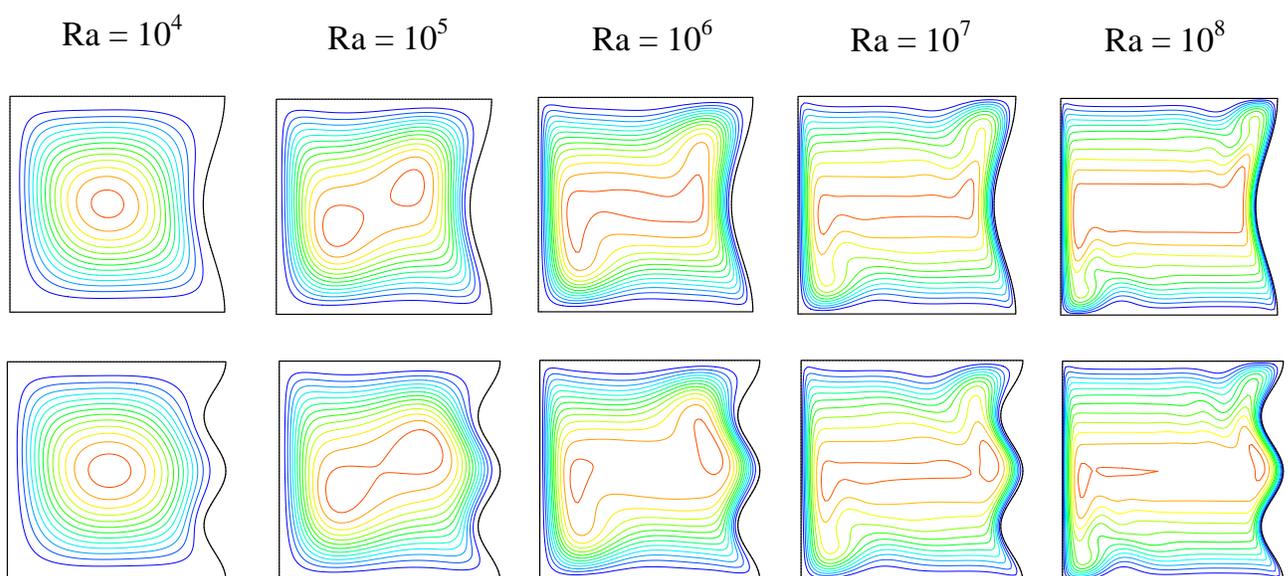
Figure 4.12. Lignes isothermes dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh.

Lorsque la convection existe dans le volume, deux couches limites se forment près des parois isothermes. Le transfert de chaleur à travers ces couches limites ne se fait que par conduction. L'intérieur de la cellule étant bien homogénéisé à une température quasi constante. Les plus gros contrastes de température se font à travers ces couches limites. L'épaisseur de ces couches limites dépend principalement de la vigueur de la convection c'est-à-dire du nombre de Rayleigh. La répartition de la chaleur dans la cavité est conforme à la circulation du fluide révélée par les iso-courant. Il a été constaté ainsi que les isothermes deviennent plus serrées à côté des parois latérales à mesure que le nombre de Rayleigh augmente ; La configuration de la cavité a une influence majeure sur l'écoulement et le transfert de chaleur. Il a été aperçu que l'écoulement suit la figure de la

cavité. Dans le cas de la cavité verticale, la cellule est verticale, tandis que pour le cas carré, une cellule carrée est obtenue. Le cœur de la cavité subit un grand changement lorsque la configuration de la cavité est changée. Ceci est traduit par l'allure des isothermes ; ils sont serrés à côté des parois latérales là où le transfert est intéressant et ils deviennent parallèles aux parois horizontales donnant un état de stratification thermique pour le fluide dans le cœur de la cavité.

4.4 Lignes de courant et isothermes de Cavités carrés et rectangulaires pour différents ondulations

Les figures (4.13), (4.14), (4.15) et (4.16) représentent les lignes de courant et les isothermes pour différents nombre de Rayleigh allant de 10^4 à 10^8 dans une cavité carrée avec différentes ondulations. Vu la diversité des résultats seules les cavités à parois ondulées à 1, 2 et 6 ondulations respectivement ont été présentées dans cette partie et seulement les cavités rectangulaires à paroi verticale ondulée ($n=3$) avec différents rapports de forme ($A= 3, 5,7$ et 12).



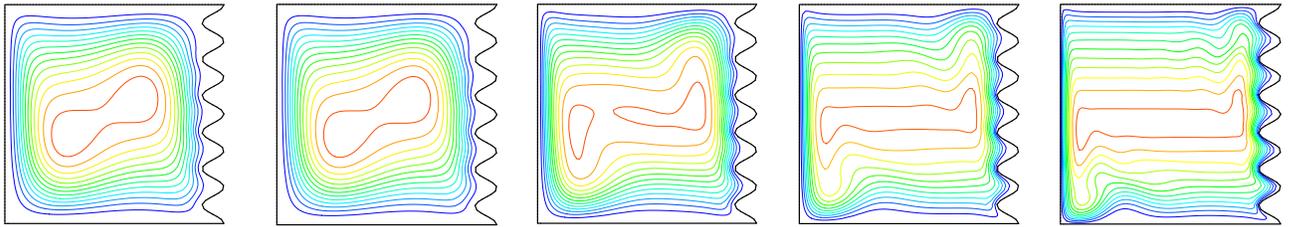


Figure 4.13. Lignes de courant dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations (1,2 et 6).

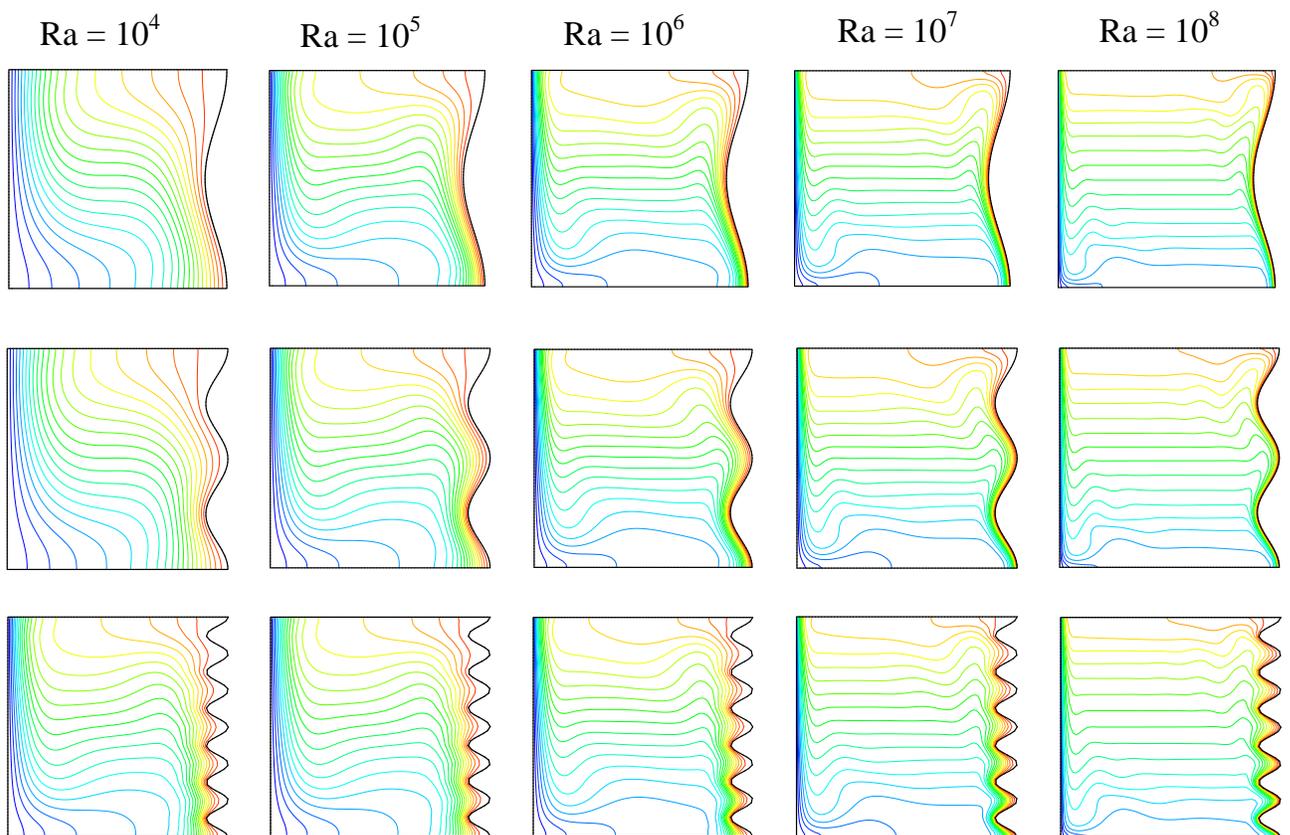
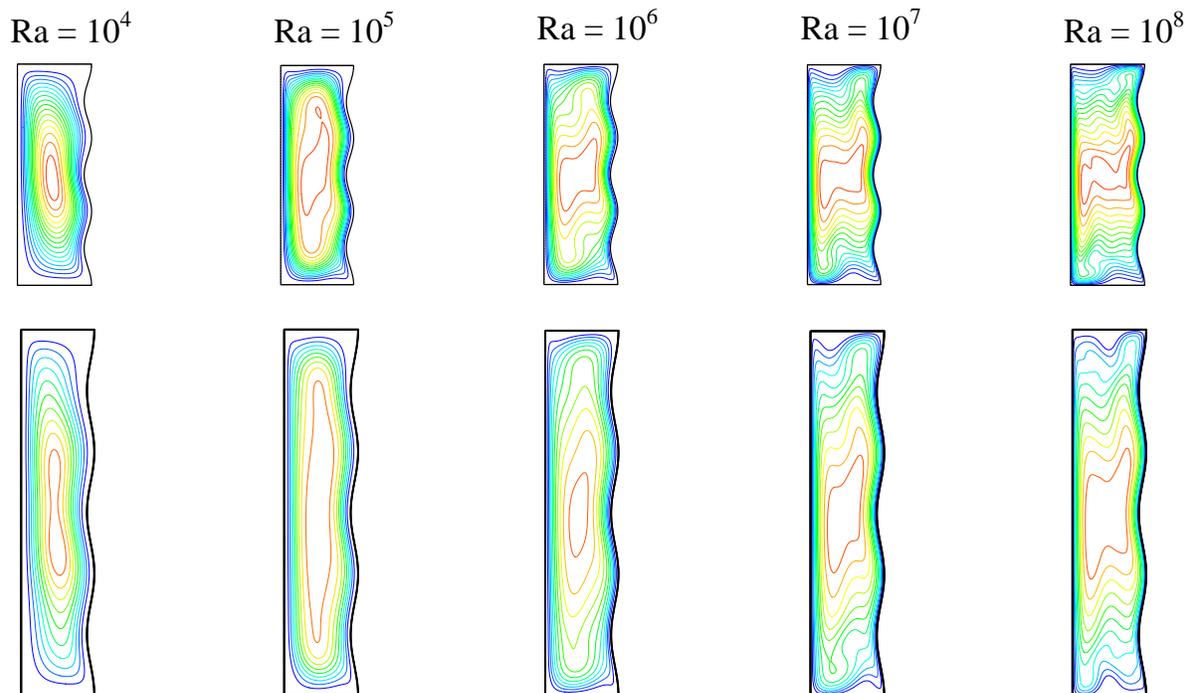


Figure 4.14. Lignes isothermes dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations (1,2 et 6).

L'écoulement est monocellulaire représenté par une grande cellule de forme elliptique ; ceci est expliqué par la trajectoire fluide. La particule fluide s'échauffe près de la paroi chaude et sa densité diminue (sera légère) et elle remonte à cause de la force d'Archimède (Flottabilité) puis sa trajectoire sera modifiée par la présence de la paroi horizontale

supérieure. En se rapprochant de la paroi froide, la particule perd sa chaleur (son énergie cinétique) et se refroidit (s'alourdit) et redescend le long de la paroi froide avec une trajectoire qui sera encore modifiée par la présence de la paroi horizontale inférieure. Le long de cette dernière, la particule fluide s'échauffe en se rapprochant de la paroi chaude, c'est ainsi qu'une cellule de circulation est créée. Les lignes de courant sont très serrées près des parois verticales et sont affectées par la forme de la paroi ondulée. Cela mène à une accélération du fluide dans ces zones. L'accélération du fluide peut être expliquée par le débit entre deux lignes de courant successives, dans le cas de l'écoulement incompressible le débit entre deux lignes de courant est quantifié, lorsque la distance entre deux lignes de courants successives est très petite, la vitesse sera très grande. Pour des nombre de Rayleigh $Ra=10^4$ les lignes isothermes sont des courbes parallèles aux parois verticales, il existe un gradient de température entre la paroi chaude et la paroi froide, l'écoulement est très lent et légèrement affecté par la paroi ondulée et les transferts de chaleur se font par pseudo conduction.



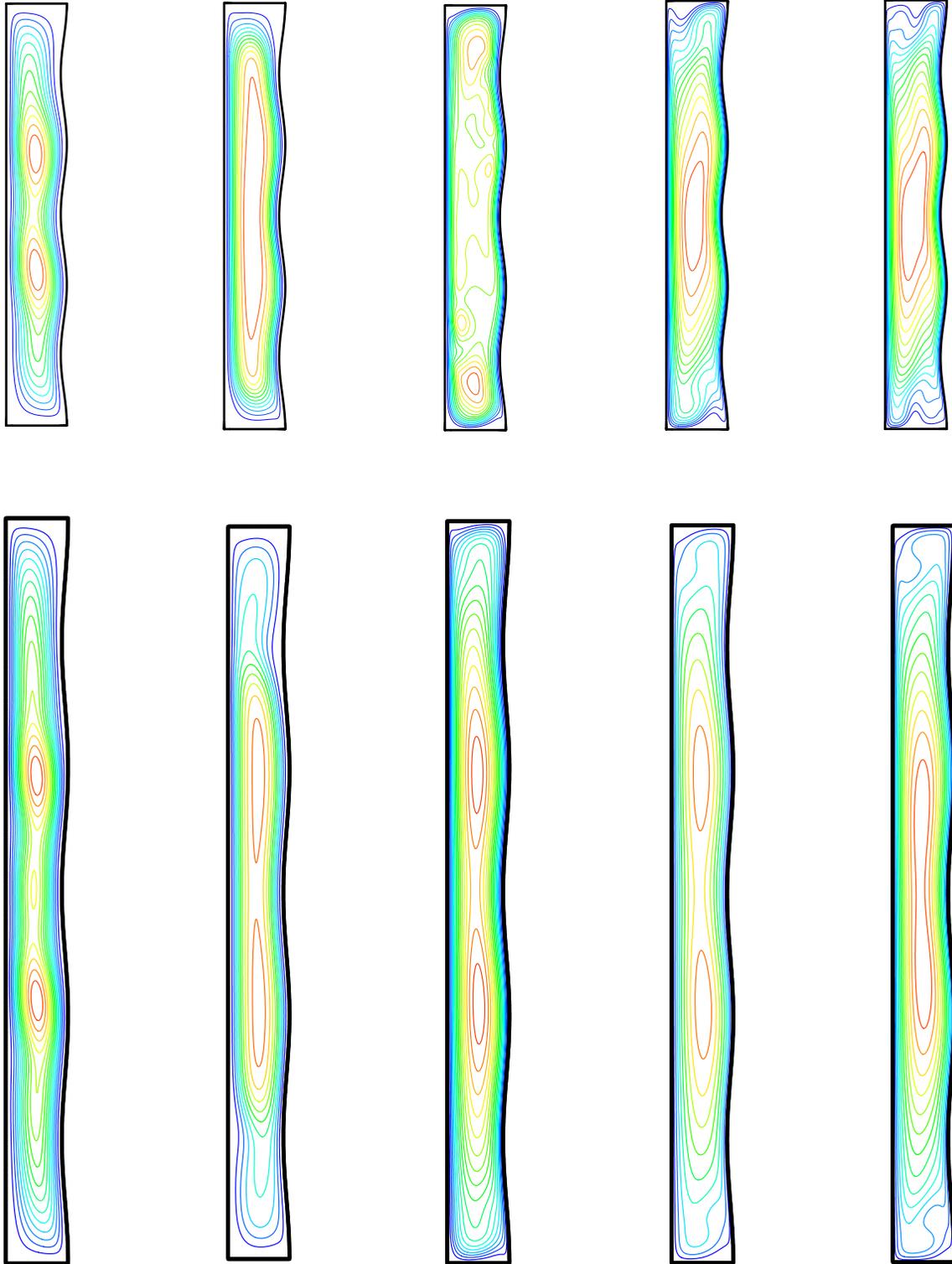
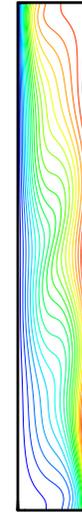
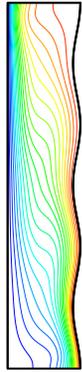
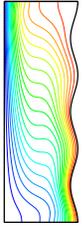


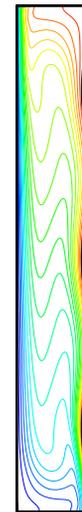
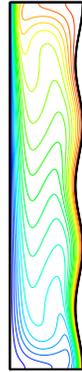
Figure 4.15. Lignes de courant dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et 03 ondulations.

En augmentant le nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ les lignes isothermes subissent une distorsion et suivent le sens de l'écoulement, et le transfert de chaleur devient convectif. A $Ra=10^6$ et $Ra=10^7$ les isothermes sont très serrées près des parois verticales et se déforment jusqu'à ce qu'elles deviennent parallèle aux parois horizontales et perpendiculaire, à la force de gravité dans le cœur de la cavité en donnant une stratification du fluide dans cette zone, les lignes de courants sont serrées près des parois latérales indiquant que l'écoulement est accéléré dans ces zones. Dans le voisinage de la paroi chaude et froide l'épaisseur de la couche limite thermique augmente dans la direction de l'écoulement, et se rétrécit lorsqu'on augmente le nombre de Rayleigh. A un nombre de Rayleigh de 10^8 , la structure spatiale de l'écoulement est composée d'une cellule primaire et de deux petits rouleaux disposés diagonalement de part et d'autre de l'axe de symétrie de la cavité. L'apparition de ces deux rouleaux est due à la forte vorticité des particules fluides près de ces régions. Ces rouleaux sont caractérisés par une forte intensité de turbulence et provoquent une grande variation dans les propriétés du fluide. La présence des ondulations doit être à l'origine de la diminution de la taille du rouleau situé près de la paroi chaude. Le fluide est stratifié au sein de la cavité et les lignes isothermes sont fortement distordues près des parois actives. Il est bon de noter que le comportement de la couche limite thermique est quasiment identique à celui de la couche limite dynamique.

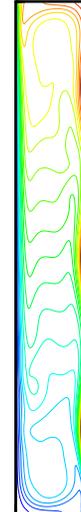
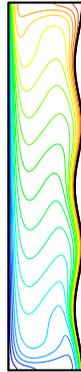
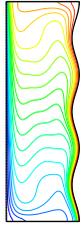
$Ra = 10^4$



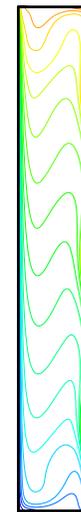
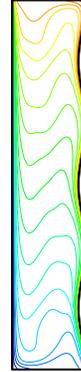
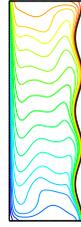
$Ra = 10^5$



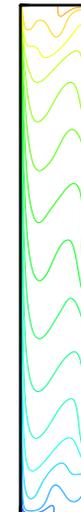
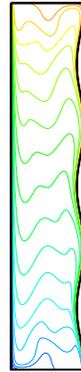
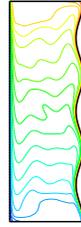
$Ra = 10^6$



$Ra = 10^7$



$Ra = 10^8$



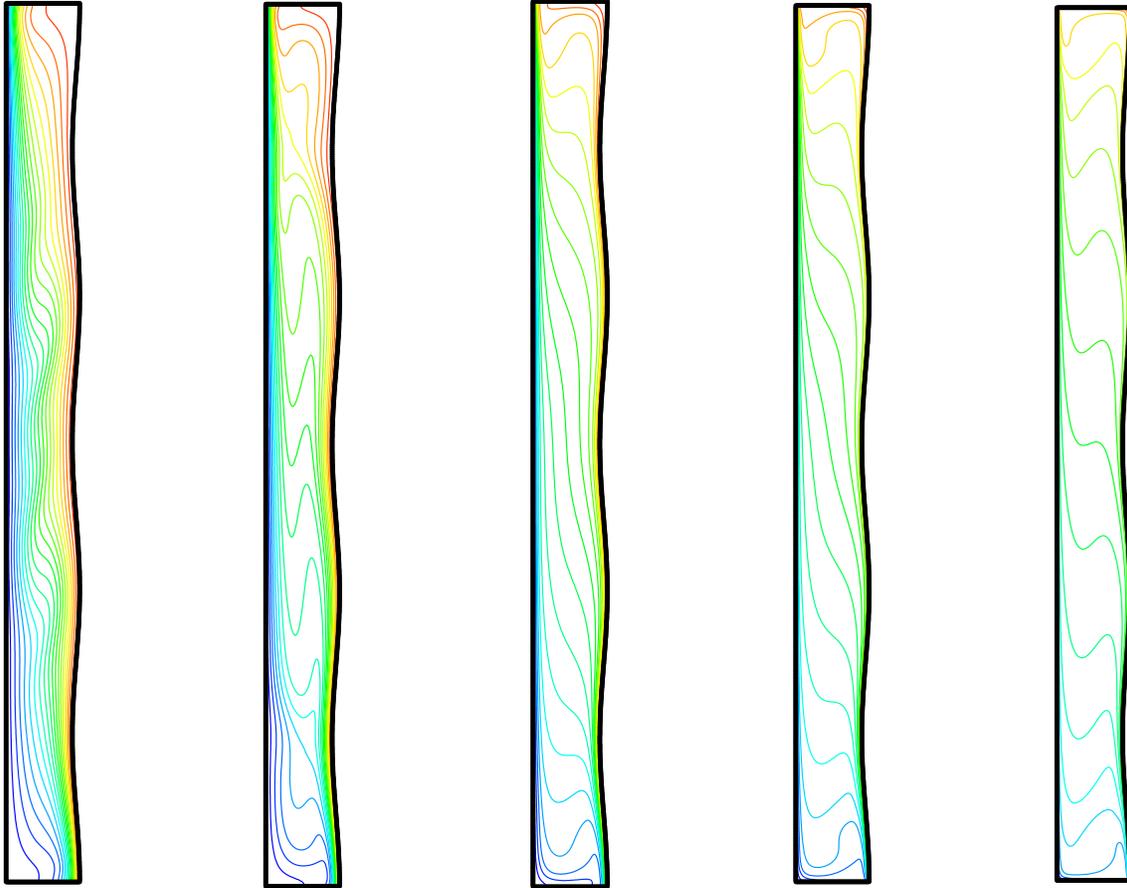


Figure 4.16. Lignes isothermes dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et 03 ondulations.

L'analyse des résultats montre que l'écoulement est plus stratifié en régime turbulent. En régime laminaire, le long de la paroi chaude la convection paraît légèrement moins intense, le développement de la couche limite montre clairement que les lignes isothermes oscillent en prenant la forme des ondulations et que le transfert de chaleur s'intensifie essentiellement près des crêtes puis diminue substantiellement au niveau des creux. En régime turbulent, les lignes isothermes qui sont plus denses près de la paroi ondulée engendrent un gradient élevé de la température dans cette région. Ce comportement se traduit par une intensification du transfert de chaleur le long de la paroi ondulée chaude. Il est important de noter que le nombre d'ondulation a une influence sur la forme géométrique de la structure de l'écoulement ainsi que sur la distribution des isothermes

près de la paroi ondulée. L'écoulement est accéléré au niveau des crêtes et par conséquence la convection est importante mènent à des valeurs maximales du nombre du Nusselt local. Au niveau des creux l'écoulement est décéléré, la convection est moins importante menant à des valeurs minimales du nombre du Nusselt moyen. Ceci est vraiment affecté par la géométrie de la paroi chaude, il atteint des valeurs maximales et minimales correspondant aux nombres d'ondulation pour chaque configuration. Les valeurs maximales se situent au niveau des crêtes et les valeurs minimales se situent au niveau des creux.

4.5 Génération de l'Entropie

Toutes les analyses précédentes découlent du domaine de l'analyse énergétique, c'est-à-dire le premier principe de la thermodynamique, mais ce principe ne permet pas de quantifier les irréversibilités ou la dégradation de l'énergie dans un système. Le deuxième principe donne la possibilité d'évaluer et optimiser les performances d'un système en se focalisant sur la qualité de l'énergie. L'analyse des systèmes thermiques sous le deuxième principe surpasse largement l'analyse basée sur les méthodes énergétiques traditionnelles dans des études industrielles ou académiques. La génération de l'entropie est associée aux irréversibilités thermodynamiques qui sont communes dans tous processus de transfert thermique.

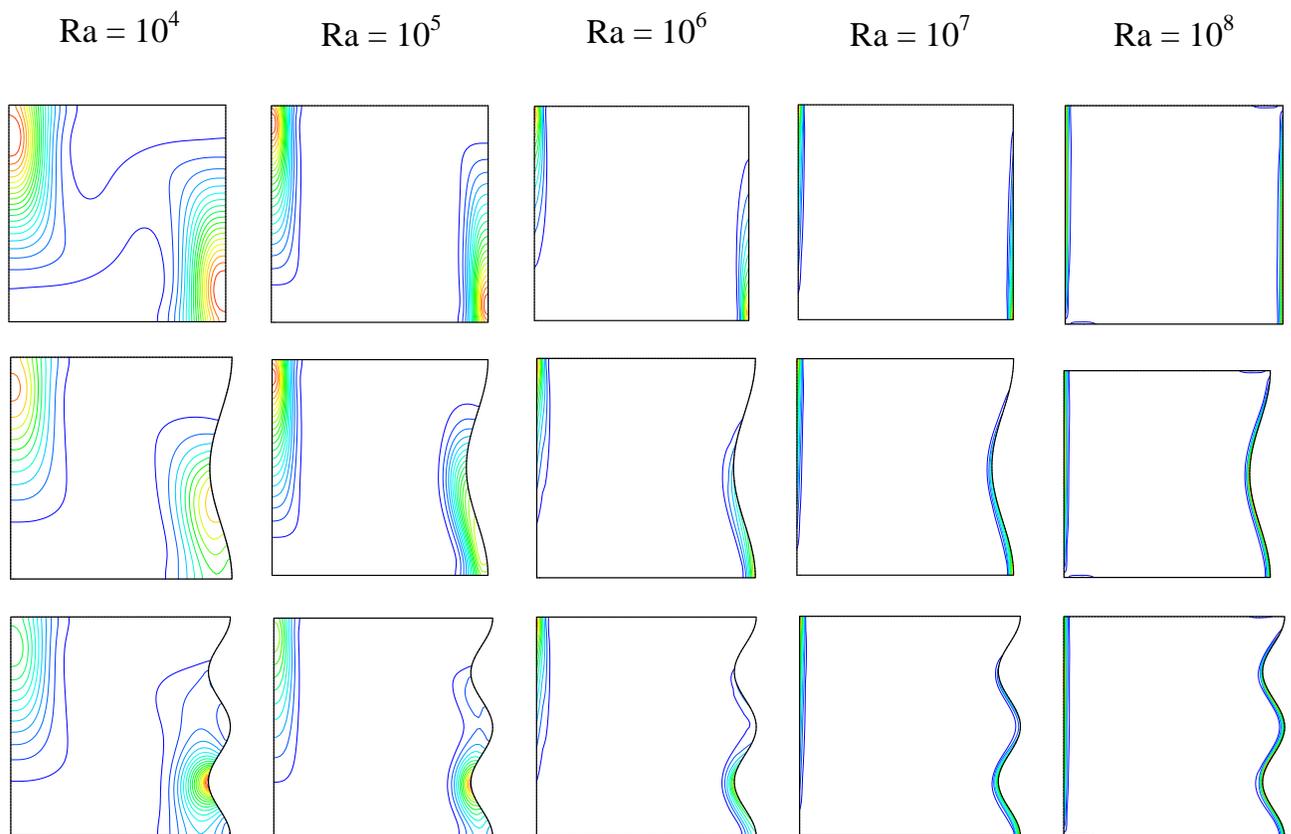
La forme générale de l'entropie produite dans un système S_t , donnée dans l'équation (3.28), se compose de deux parties. La première partie est la génération de l'entropie due au gradient fini de température, généralement nommée génération de l'entropie par effet thermique . La seconde partie est la contribution de la friction visqueuse du fluide dans la génération de l'entropie. Dans ce que suit, une analyse de la génération de l'entropie dans les cavités considérées sera conduite. Cette analyse permet de déterminer la magnitude de l'entropie produite dans la cavité et de localiser leur endroit. Ainsi que la

contribution des effets thermiques et de frictions visqueuses du fluide dans la génération totale de l'entropie.

4.5.1 Taux de génération de l'entropie

Les Figures (4.17.a), (4.17.b), (4.17.c), (4.18.a), (4.18.b), (4.18.c), (4.19.a), (4.19.b), (4.19.c) indiquent les contours du taux de la génération de l'entropie dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations. Les cavités rectangulaires avec différents rapports de forme ont été aussi mises en exergue. Le paramètre étant le rapport entre les irréversibilités thermiques et visqueuses a été changé prenant ainsi trois valeurs 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4} . A l'exception du cas de Rayleigh égal à 10^4 , l'entropie est produite principalement le long des parois actives.

Pour $\phi = 10^{-4}$



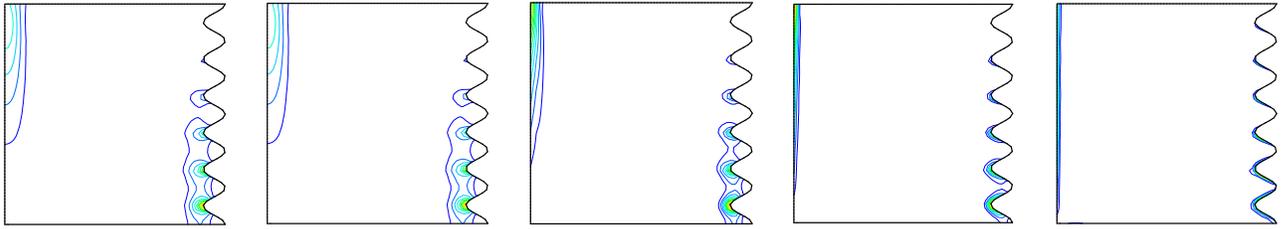
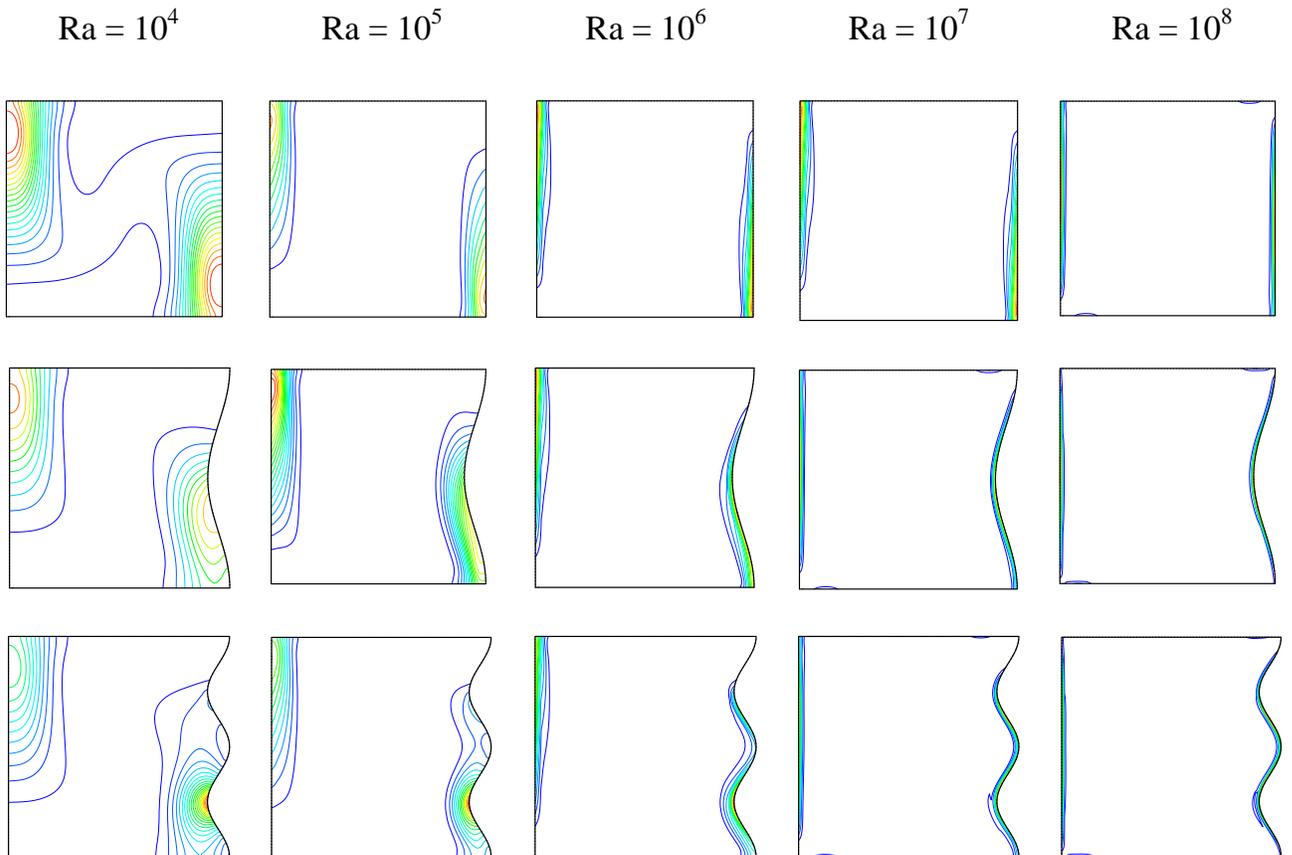


Figure 4.17.a. Contours de la génération d'entropie dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.

Pour $\phi = 10^{-3}$



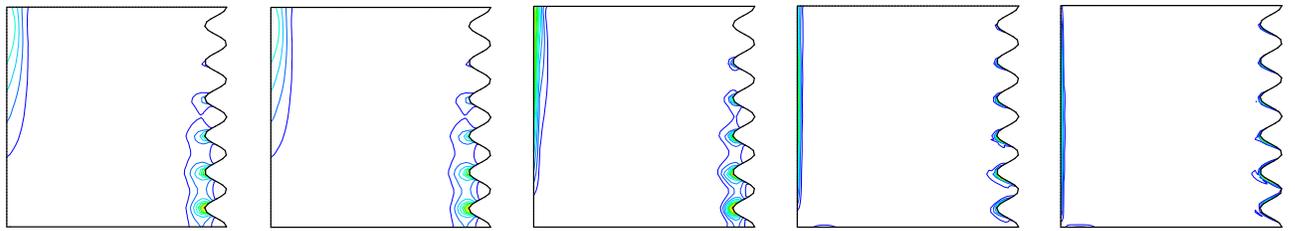


Figure 4.17.b. Contours de la génération d'entropie dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations

Pour $\phi = 10^{-2}$

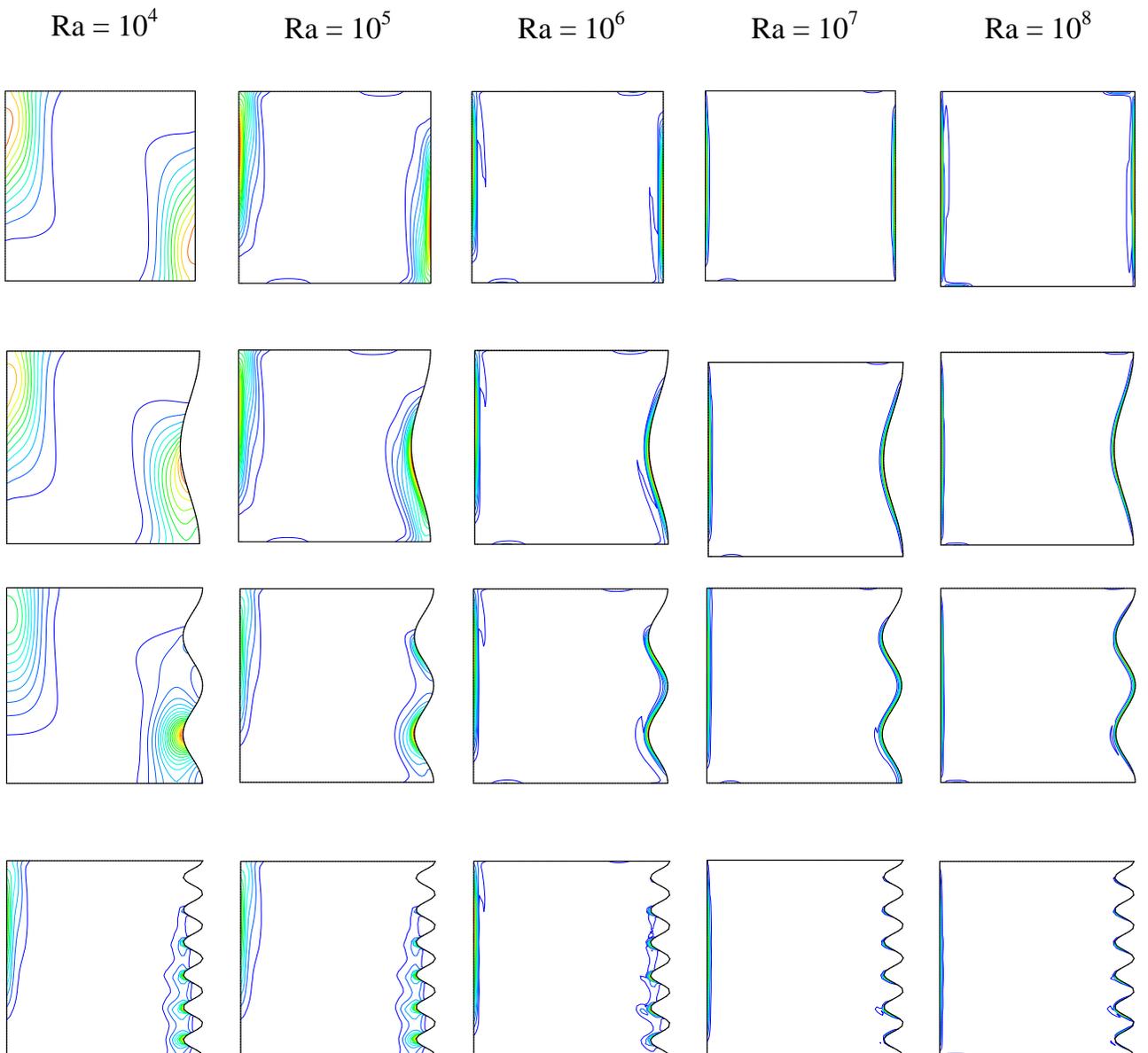


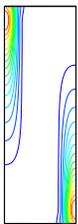
Figure 4.17.c. Contours de la génération d'entropie dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations

Cette distribution est expliquée par le fait qu'en raison des faibles vitesses qui règnent dans la cavité, l'entropie due aux frictions du fluide trouve son origine des effets thermiques. Cette partie reste négligeable devant la partie due aux effets thermiques.

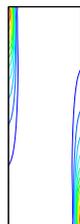
Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, l'entropie produite augmente et se concentre près des parois. Ceci est dû au fait que le transfert thermique par convection commence à jouer un rôle significatif en augmentant la vitesse d'écoulement et alternativement la génération d'entropie dues aux effets visqueux.

Pour $\phi = 10^{-4}$

$Ra = 10^4$



$Ra = 10^5$



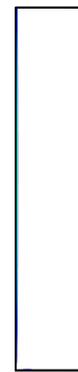
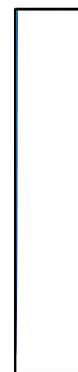
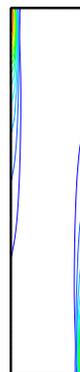
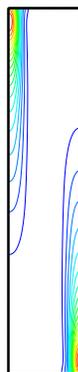
$Ra = 10^6$



$Ra = 10^7$



$Ra = 10^8$



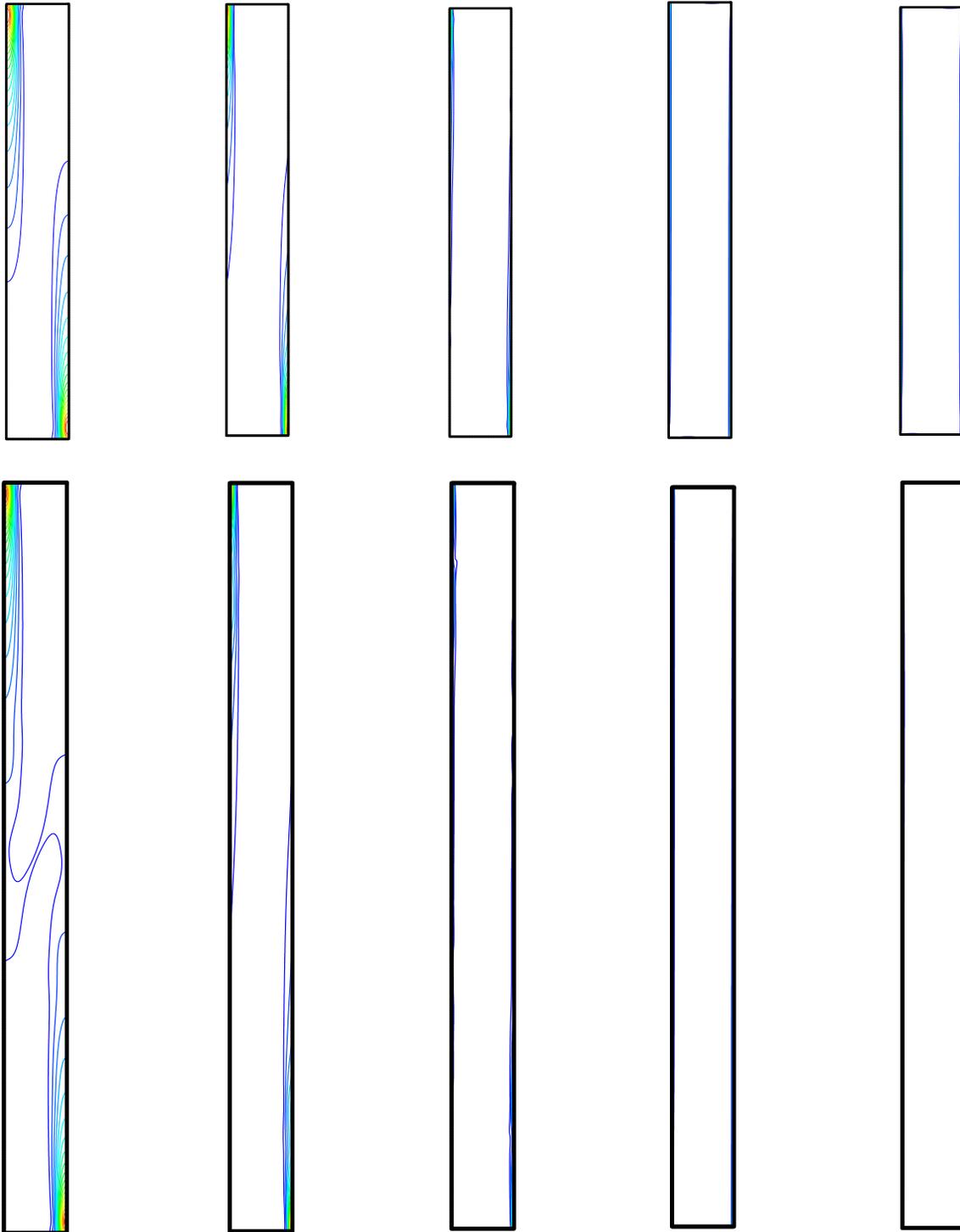
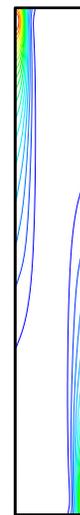
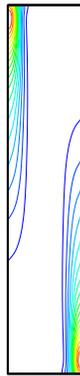
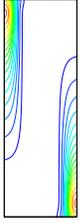


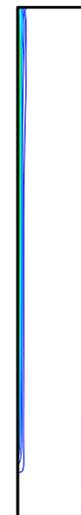
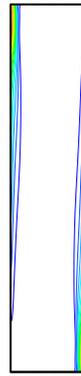
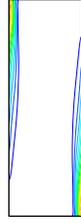
Figure 4.18.a. Contours du taux de la génération d'entropie dans les cavités rectangulaires avec différents rapports de forme et pour différents nombres de Rayleigh

Pour $\phi = 10^{-3}$

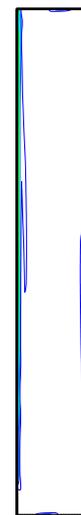
$Ra = 10^4$



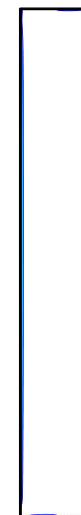
$Ra = 10^5$



$Ra = 10^6$



$Ra = 10^7$



$Ra = 10^8$



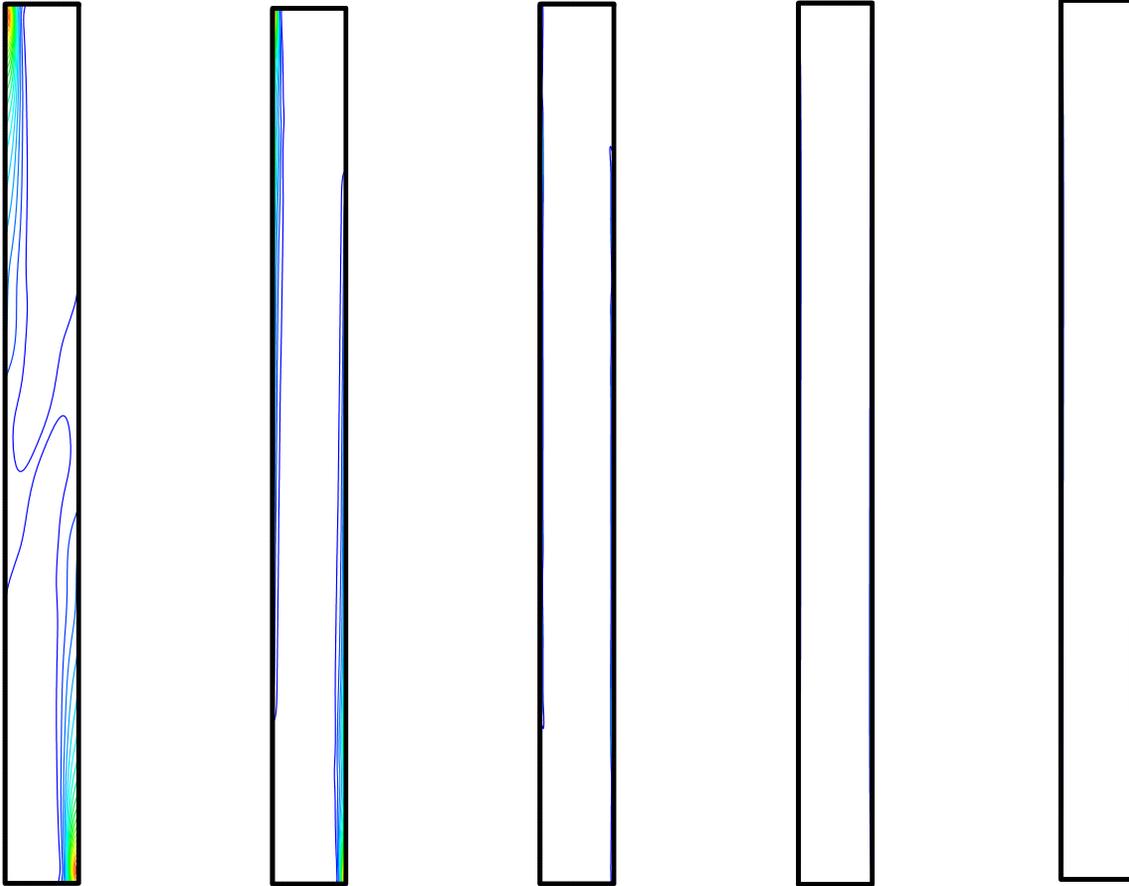


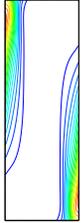
Figure 4.18.b. Contours du taux de la génération d'entropie dans les cavités rectangulaires avec différents rapports de forme et pour différents nombres de Rayleigh

En outre, les déformations des isothermes augmentent les gradients de température et par conséquent la génération d'entropie due au transfert thermique. Il est à noter que la visualisation des contours de l'entropie produite à des nombres de Rayleigh élevés nécessite un zoom des zones près des parois [Figures (4.17.a), (4.17.b), (4.17.c), (4.18.a), (4.18.b), (4.18.c), (4.19.a), (4.19.b), (4.19.c)]

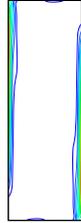
Le Tableau (A.1.a, b, c, d) en annexe résume l'ordre de grandeur de la contribution des effets de friction visqueuse et des effets thermiques dans la génération totale de l'entropie.

Pour $\phi = 10^{-2}$

$Ra = 10^4$



$Ra = 10^5$



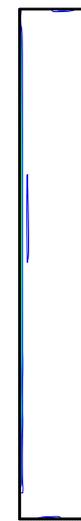
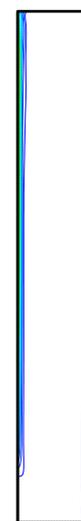
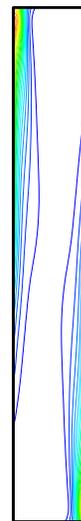
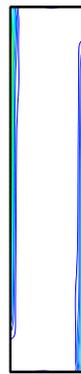
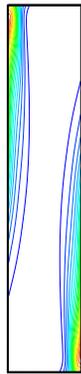
$Ra = 10^6$



$Ra = 10^7$



$Ra = 10^8$



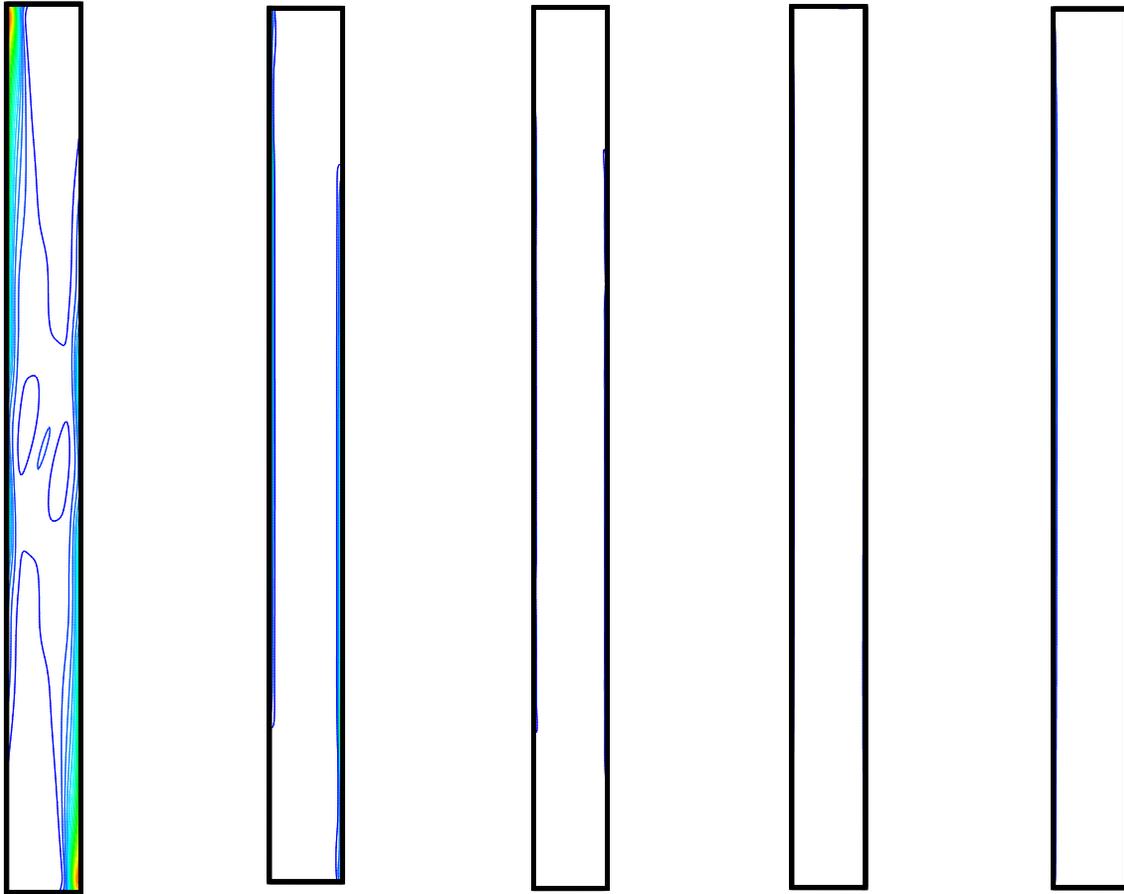
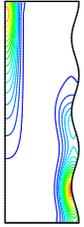


Figure 4.18.c. Contours du taux de la génération d'entropie dans les cavités rectangulaires avec différents rapports de forme et pour différents nombres de Rayleigh

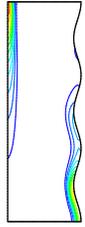
Il est clair que l'effet de friction visqueuse est négligeable devant l'effet thermique pour le cas laminaire. Par contre il a été constaté que pour le cas turbulent la production de l'entropie totale pour différents ϕ est générée principalement par les effets de friction visqueuse en négligeant ainsi les effets thermiques.

Pour $\phi = 10^{-4}$

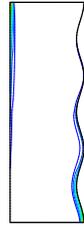
$Ra = 10^4$



$Ra = 10^5$



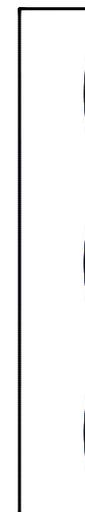
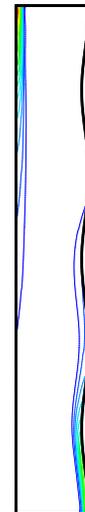
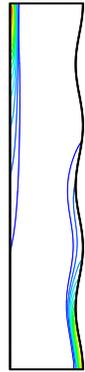
$Ra = 10^6$



$Ra = 10^7$



$Ra = 10^8$



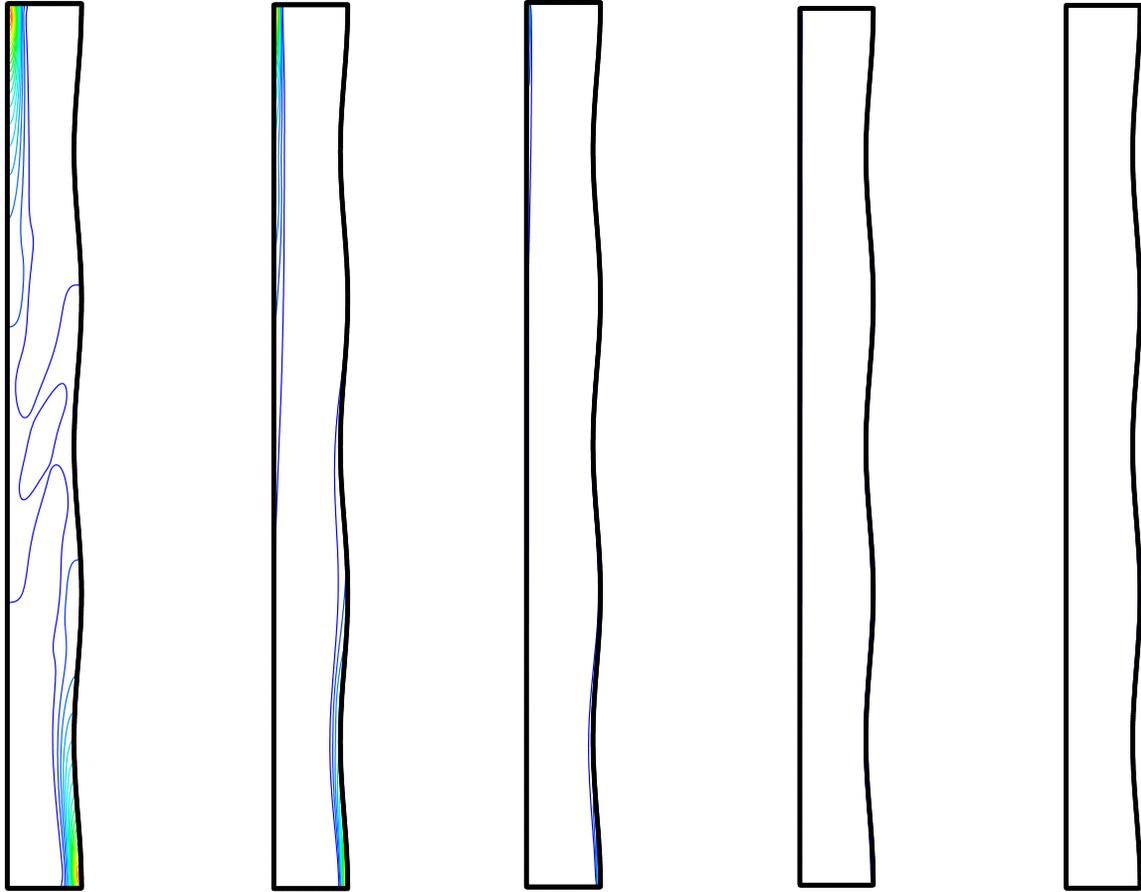
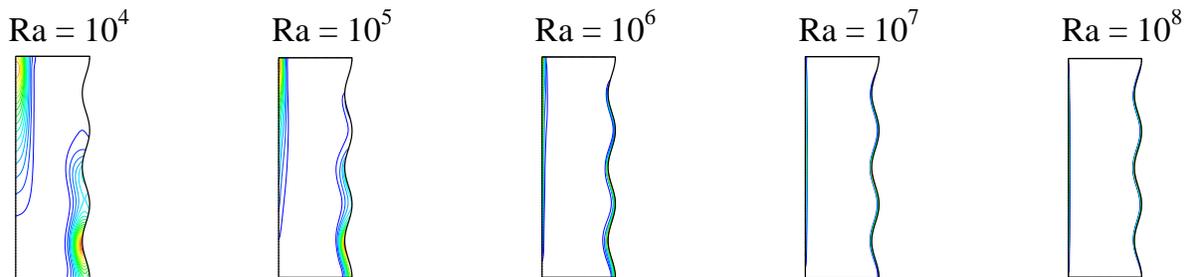
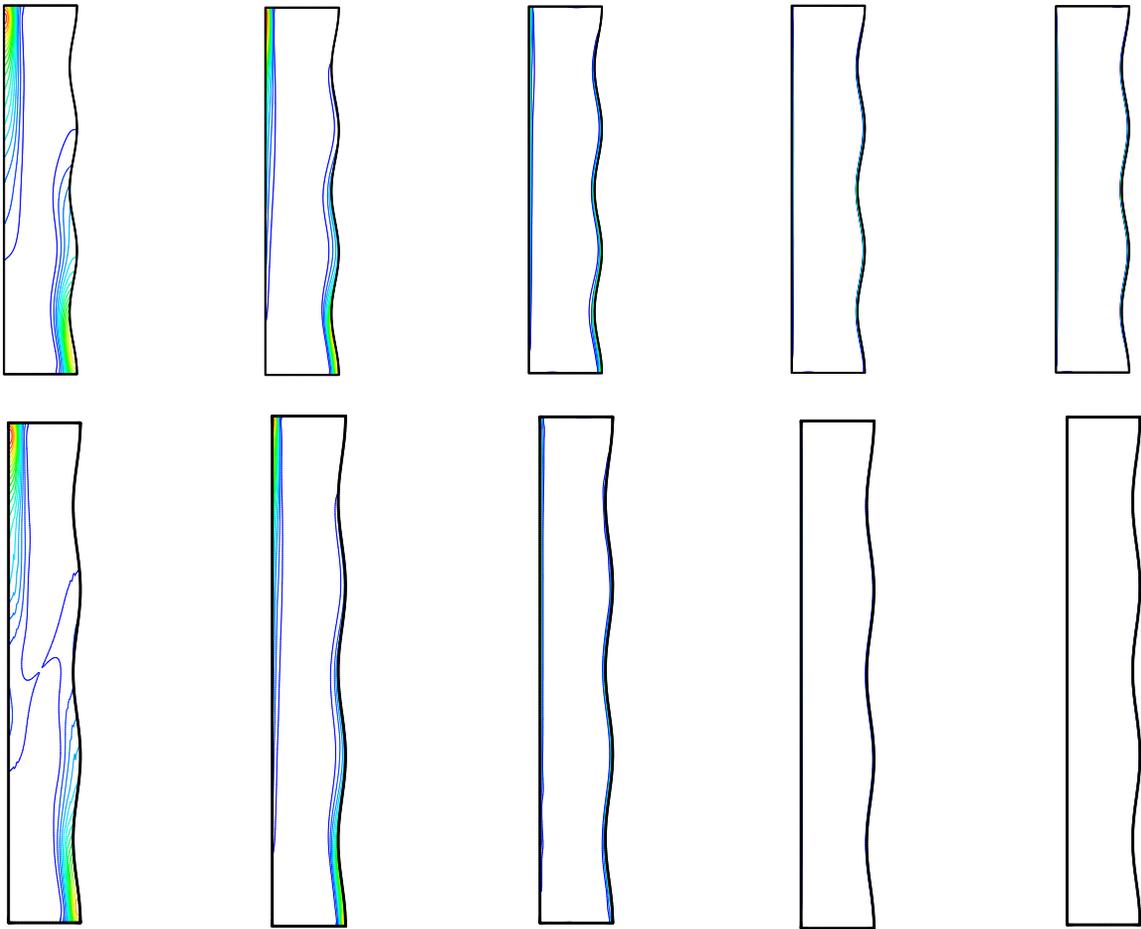


Figure 4.19.a. Contours du taux de la génération d'entropie dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.

Pour $\phi = 10^{-3}$





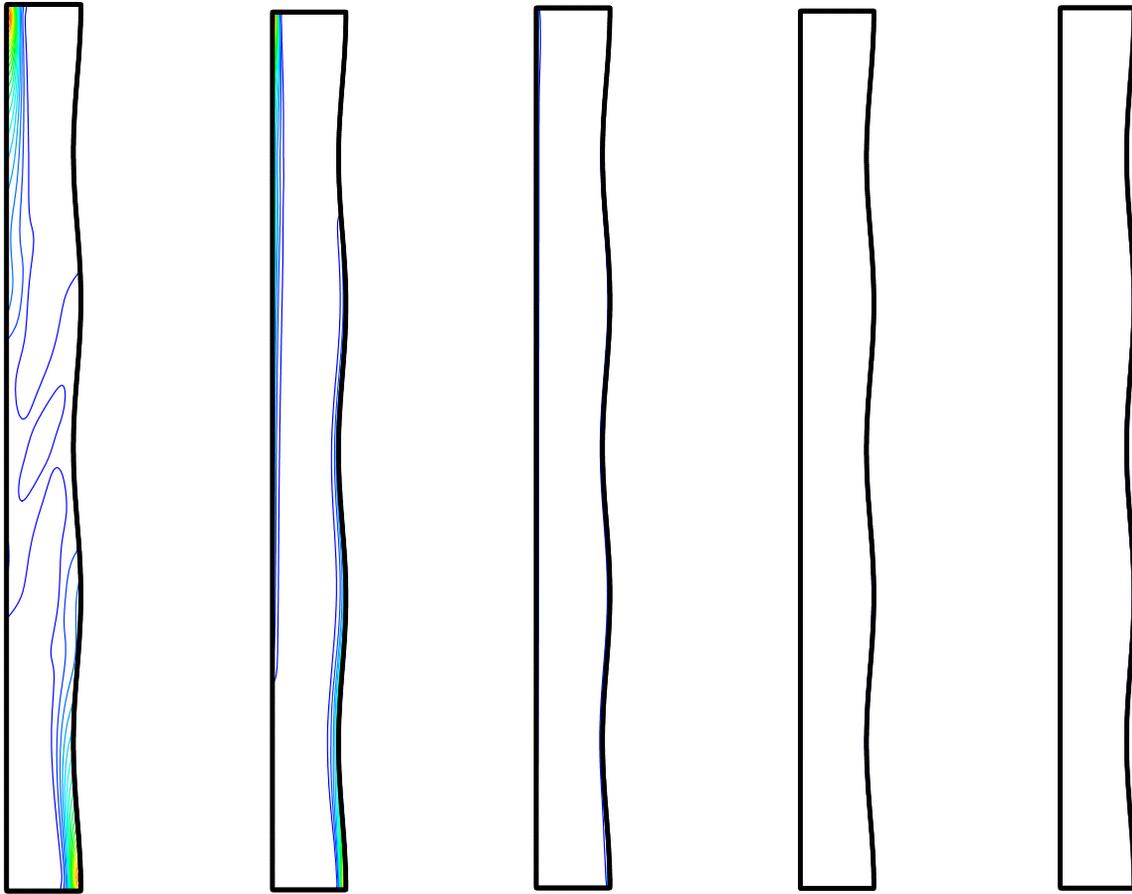
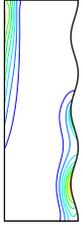


Figure 4.19.b. Contours du taux de la génération d'entropie dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations

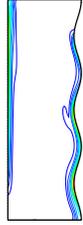
En effet, la vitesse de l'écoulement au sein de la cavité augmente. Cependant, un fort gradient de température est formé près de la surface ondulée et dans le coin droit de la cavité ce qui fait augmenter une production de l'entropie totale. Pour des valeurs élevées du nombre de Rayleigh, l'effet de la flottabilité induite thermiquement est plus intense et ainsi le transfert de chaleur s'effectue principalement en raison de la convection, c'est pour cette raison que les lignes isothermes sont resserrées près de la surface ondulée et dans le coin supérieur de la cavité.

Pour $\phi = 10^{-2}$

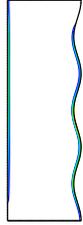
$Ra = 10^4$



$Ra = 10^5$



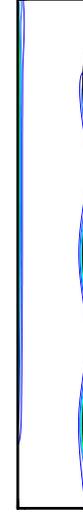
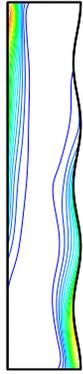
$Ra = 10^6$



$Ra = 10^7$



$Ra = 10^8$



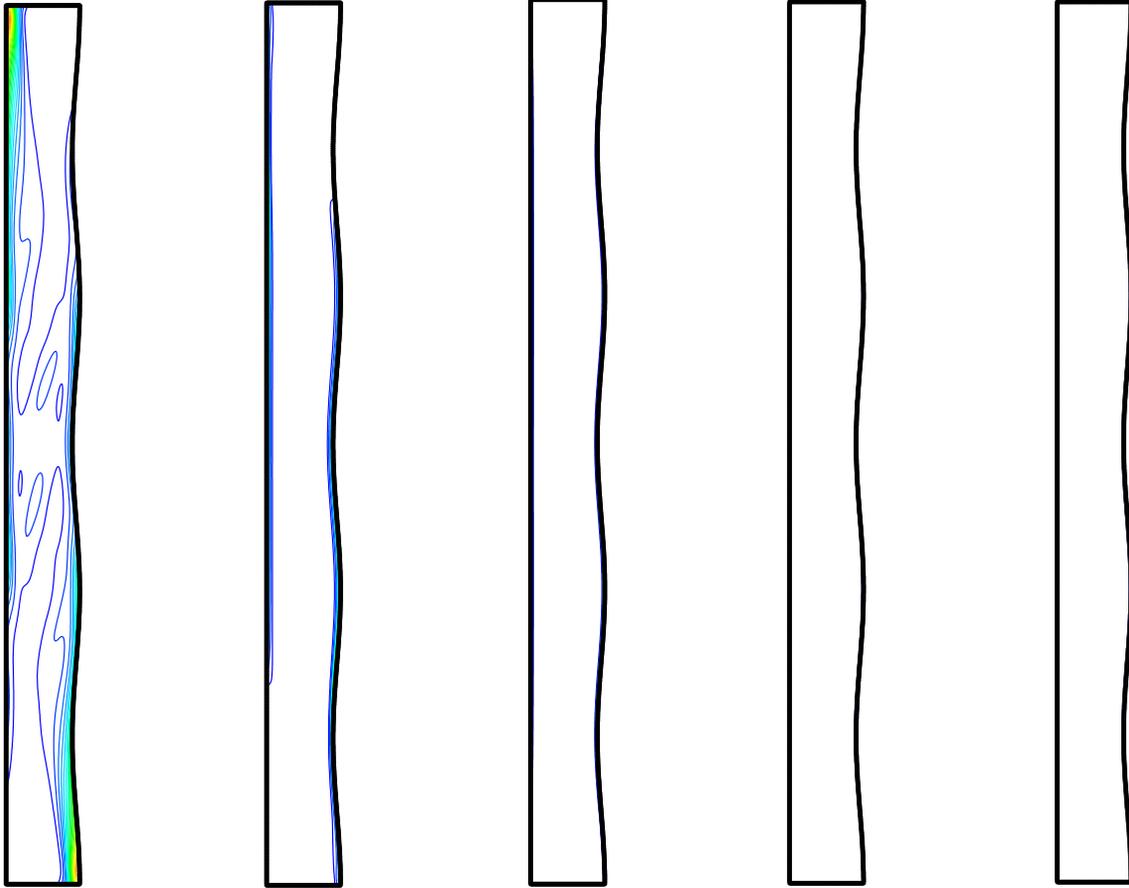


Figure 4.19.c. Contours du taux de la génération d'entropie dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.

Il a été remarqué en outre que la production d'entropie totale se rapproche de l'entropie thermique dans le cas laminaire passant à une forte ressemblance avec l'entropie visqueuse pour le cas turbulent pour toutes les valeurs de ϕ et pour tous les cas étudiés, Il a été noté que la production minimale de l'entropie a été enregistré seulement dans les cas laminaires par contre la production de l'entropie atteint de très grandes valeurs lors du passage au régime turbulent ceci est dû à l'irréversibilité de l'écoulement ceci est confirmé dans les graphes de la génération d'entropie en fonction de Rayleigh ainsi que les tableaux résumant les valeurs de la génération d'entropie totale, la génération de l'entropie due aux irréversibilités thermiques et aux irréversibilités visqueuses. Il est important de signaler aussi que lorsque le nombre d'ondulations (n) atteint le nombre maximal qui du nombre de 6, le comportement entropique est semblable à celui de la cavité carrée sans ondulations

pour tous les cas étudiés (voir figure 4.23 et figure 4.24).

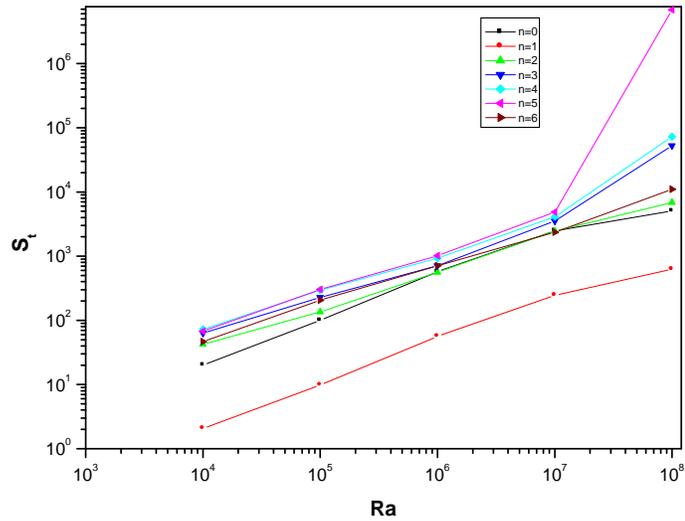


Figure 4.20. Variation de la génération d'entropie totale en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes ondulations avec $\phi = 10^{-4}$ (cavité carrée).

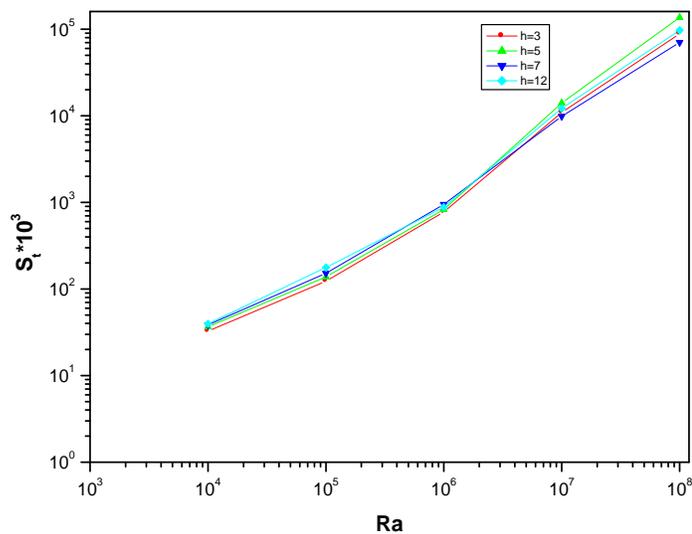


Figure 4.21. Variation de la génération d'entropie totale en fonction du nombre de Rayleigh pour différents rapports de forme avec $\phi = 10^{-3}$ (cavité rectangulaire).

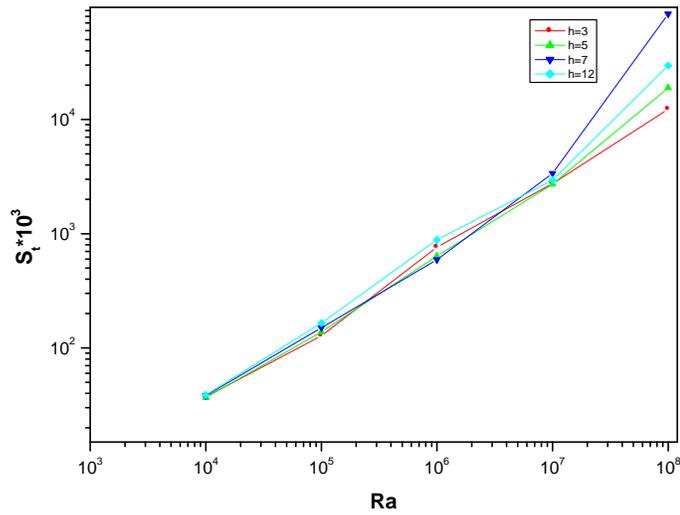


Figure 4.22. Variation de la génération d'entropie totale en fonction du nombre de Rayleigh pour différents rapports de forme avec $\phi = 10^{-4}$ (Cavité rectangulaire avec 03 ondulations).

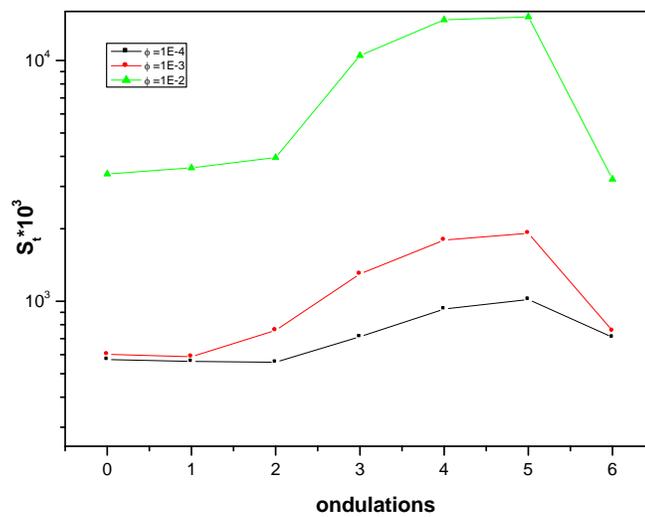


Figure 4.23. Variation de la génération d'entropie totale en fonction du nombre d'ondulations pour différentes valeurs de ϕ ($Ra = 10^6$) (cavité carrée).

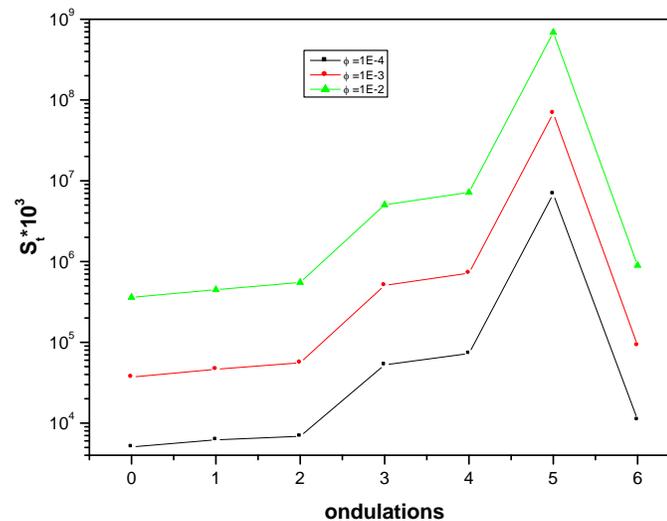


Figure 4.24. Variation de la génération d'entropie totale en fonction du nombre d'ondulations pour différentes valeurs de ϕ ($Ra = 10^8$) (cavité carrée).

4.6 Nombre de Bejan

Les contours de la génération de l'entropie ne permettent pas de montrer lequel des effets visqueux et thermiques domine. Cette situation peut être expliquée d'une façon meilleure par le nombre de Bejan. Ce nombre permet de montrer la contribution des effets thermiques dans la génération totale de l'entropie. Il est défini comme le rapport de la génération de l'entropie dû aux effets thermiques sur la génération de l'entropie totale (Bejan, 1994).

Le nombre de Bejan est compris entre 0 et 1. En conséquence, s'il est égal à 1, le terme relatif aux effets thermiques domine ; s'il est égal à 0, le terme relatif à la friction visqueuse domine ; et s'il est égal à $\frac{1}{2}$, la contribution des deux termes est égale.

Les Figures (4.25), (4.26) montrent l'influence du nombre de Rayleigh sur le nombre de Bejan pour les différents facteurs de forme ainsi que pour différentes valeurs d'ondulations. Il a été remarqué que pour de faibles nombre de Rayleigh, le nombre de Bejan se rapproche de l'unité puisque la vitesse d'écoulement induite par la flottabilité est faible et le fluide est presque au repos.

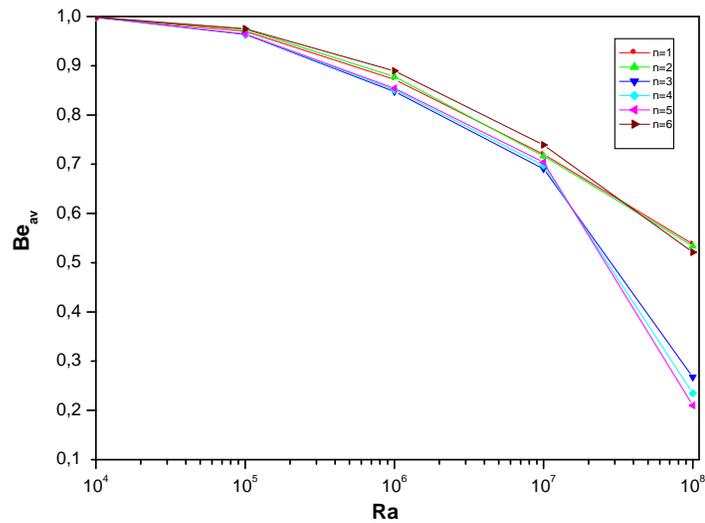


Figure 4.25. Variation du nombre de Bejan en fonction du nombre de Rayleigh pour différentes ondulations avec $\phi = 10^{-4}$ (cavité carrée).

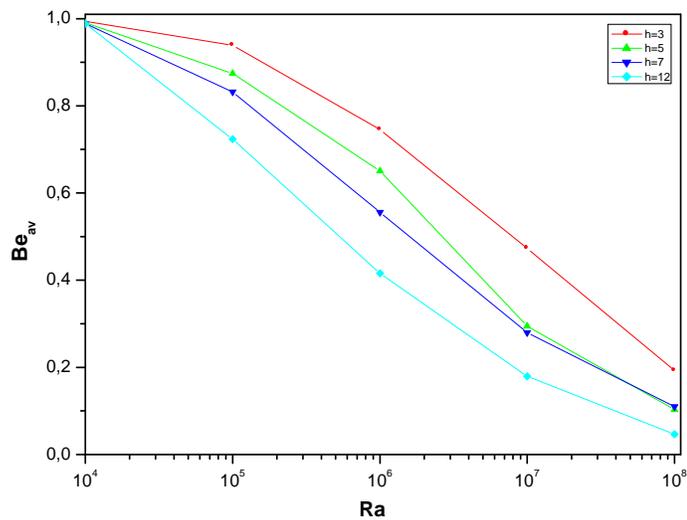


Figure 4.26. Variation du nombre de Bejan en fonction du nombre de Rayleigh pour différents rapports de forme avec $\phi = 10^{-4}$ (Cavité rectangulaire avec 03 ondulations).

Par contre lorsque l'écoulement passe au régime turbulent (augmentation du nombre de Rayleigh) ce qui conduit à un renforcement de tourbillons par conséquent le nombre de Bejan diminue en provoquant une diminution de l'irréversibilité due au transfert thermique. D'où La génération de l'entropie est entièrement dominée par la flottabilité. La concentration du nombre de Bejan près des parois indique la région où la génération d'entropie est très élevée .Ce résultat est confirmé par la production de l'entropie étudiée antérieurement avec différentes valeurs de ϕ (Voir figures (A.27.a), (A.27.b), (A.27.c), (A.28.a), (A.28.b), (A.28.c), (A.29.a), (A.29.b), (A.29.c) en annexe).

Conclusions et Perspectives

Le travail présenté dans cette thèse a permis d'étudier numériquement la convection naturelle et la génération de l'entropie dans des cavités fermées ; ces cavités ont la particularité d'avoir la paroi chaude ondulée avec différents rapports de forme et avec des conditions aux limites de type Dirichlet (température constante) pour les parois verticales.

Le système d'équations gouvernant le problème a été résolu numériquement par le code de calcul Fluent basé sur la méthode des volumes finis.

En se basant sur les approximations de Boussinesq, il a été développé un modèle mathématique décrivant le problème. Ensuite il a été introduit une méthode de la génération du maillage pour pouvoir mailler le domaine physique, la réécriture du modèle mathématique dans un domaine de calcul plus simple. Les effets de la turbulence ont été modélisés par le modèle $k - \varepsilon$. Le taux de génération de l'entropie a été déterminé aisément en post processing une fois les champs des vitesses et des températures déterminés.

L'étude a consisté à étudier l'influence de la variation du nombre de Rayleigh, du rapport de forme de la cavité, du nombre d'ondulations de la paroi ondulée, sur les champs de température et des lignes de courant, le taux de génération d'entropie ainsi que le nombre de Bejan. Le paramètre ϕ étant le rapport entre les irréversibilités thermiques et visqueuses a été changé prenant trois valeurs 10^{-2} , 10^{-3} , 10^{-4} .

Pour montrer l'influence du nombre de Rayleigh sur l'écoulement et le transfert de chaleur par convection, le nombre de Rayleigh a été varié entre de 10^4 jusqu'à 10^6 pour le cas laminaire et 10^7 , 10^8 pour le cas turbulent.

Les résultats ont été analysés en variant le régime de l'écoulement par la variation du nombre de Rayleigh, le nombre d'ondulation de la paroi chaude tandis que les facteurs de forme considérés étaient égaux à 3, 5,7 et 12 qui permettent de balayer un large domaine d'application de ces cavités. Les tests ont montré que L'augmentation du

nombre Rayleigh fait accélérer aisément l'écoulement dans la cavité et le transfert de chaleur passe du mode conductif au mode convectif.

Les résultats ont été présentés pour les champs d'écoulement et thermique et la génération de l'entropie. Il a été montré que l'augmentation du nombre de Rayleigh intensifie la circulation de l'air en boucle dans la couche limite près des parois isothermes. Le fluide reste monocellulaire avec l'augmentation du nombre de Rayleigh quelque soit le facteur de forme.

D'un point de vue thermique, la convection provoque deux couches limites qui se forment près des parois isothermes. Le transfert de chaleur à travers ces couches ne se fait que par conduction. L'intérieur de la cellule étant bien homogénéisé à une température quasi-constante. Les plus gros contrastes de température se font à travers ces couches limites.

Ces champs ont provoqués une concentration de la génération de l'entropie près des parois verticales. Le taux de cette production d'entropie augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et du facteur de forme, et du nombre d'ondulations de la paroi chaude.

En plus des objectifs atteints, le modèle peut être couplé à une méthode d'optimisation qui minimiserait la génération de l'entropie pour atteindre les performances optimales de transfert de chaleur dans la cavité.

Il est également souhaitable de voir l'influence de l'instationnarité, la nature du fluide et la tridimensionnalité de la solution sur la génération de l'entropie. Une autre étude est envisagée dans ce sens en remplaçant l'air par des nano fluides.

Annexe

Taux de génération de l'entropie

Tableau A.1. Taux de génération de l'entropie (a, b, c, d)

a) Cavité Carrée sans ondulations pour $\phi = 10^{-4}$, 10^{-3} et 10^{-2}

ϕ	Ra	$S_{friction}$	S_{heat}	S_t
10^{-4}	10^4	32,32332	20153,36	20162,1
	10^5	1111,19	99546,17	99732,42
	10^6	31667,2	570813,8	573116,6
	10^7	448542,2	2445449	2478175
	10^8	3593748	4270303	5071754
10^{-3}	10^4	323,2332	20153,36	20240,6
	10^5	11111,9	99546,17	102075,3
	10^6	316672	570813,8	602172,9
	10^7	4485422	2445449	5011773
	10^8	35937480	4270303	37208400
10^{-2}	10^4	3232,332	20153,36	21356,47
	10^5	111119	99546,17	172274
	10^6	3166720	570813,8	3380414

10^{-2}	10^7	44854220	2445449	45355660
	10^8	359374800	4270303	360618300

b) Cavité Carrée ondulée pour $n=1.2.3..6$ et $\phi=10^{-4}, 10^{-3}$ et 10^{-2}

Pour : $\phi = 10^{-4}$

n	Ra	$S_{friction}$	S_{heat}	S_t
1	10^4	43,28696	20599,47	20606,8
	10^5	1349,153	97981,05	98160,51
	10^6	33844,2	560582,6	562907,9
	10^7	551260,4	2423598	2456120
	10^8	4472286	3473296	6214272
2	10^4	53,95036	42484,4	42528,73
	10^5	1548,926	134372,4	135817,3
	10^6	3584,91	556491,3	558817,6
	10^7	654497,7	2439324	2472075
	10^8	5494392	4470974	6855675
3	10^4	101,311	63324,06	63363,27
	10^5	4284,388	225386,7	227268,4
	10^6	102775,5	647606	712665,6
	10^7	2228772	2505861	3541585
	10^8	50469800	11997190	52586060
	10^4	122,9625	72208,64	72241,09
	10^5	4979,206	292567,3	294187,2

4	10^6	144108,6	873284,4	929065,6
	10^7	3190438	2464891	4105202
	10^8	71743120	11722120	72504570
5	10^4	84,52868	67719,28	67736,79
	10^5	4171,335	302058,9	303061,9
	10^6	147502	980881,6	1017736
	10^7	3677970	2519788	4848900
	10^8	6873419000	23753420	6876743000
6	10^4	33,74736	46503,03	46507,44
	10^5	1223,754	206715,1	206942,4
	10^6	29199,83	704501,3	709364,2
	10^7	642580,3	2314850	2347010
	10^8	8943449	4486699	10998060

Pour : $\phi = 10^{-3}$

n	Ra	$S_{friction}$	S_{heat}	S_t
1	10^4	432,8696	20599,47	20688,64
	10^5	13491,53	97981,05	100457
	10^6	338442	560582,6	588765,4
	10^7	5512604	2423598	6113922
	10^8	44722850	3473296	46290860
2	10^4	539,5036	42484,4	42927,69
	10^5	15489,26	134372,4	148821,1
	10^6	35849	556491,3	756796,6

	10^7	6544977	2439324	6807623
	10^8	54943920	4470974	55826540
3	10^4	1013,11	63324,06	63716,16
	10^5	42843,88	225386,7	24631,7
	10^6	1027755	647606	1299161
	10^7	22287710	2505861	22844880
	10^8	504698000	11997190	506814300
4	10^4	1229,625	72208,64	72533,12
	10^5	49792,06	292567,3	308766
	10^6	1441086	873284,4	1795645
	10^7	31904380	2464891	32819140
	10^8	717431200	11722120	718192600
5	10^4	845,2868	67719,28	67894,36
	10^5	41713,36	302058,9	312089,1
	10^6	1475020	980881,6	1917922
	10^7	36779700	2519788	37595700
	10^8	68734190000	23753420	68737520000
6	10^4	337,4736	46503,03	46547,14
	10^5	12237,54	206715,1	208988
	10^6	291998,3	704501,3	753130,8
	10^7	6425803	2314850	7501836
	10^8	89434490	4486699	91489100

Pour : $\phi = 10^{-2}$

n	Ra	$S_{friction}$	S_{heat}	S_t
1	10^4	4328,696	20599,47	23303,27
	10^5	134915,3	97981,05	194310,2
	10^6	3384420	560582,6	3582713
	10^7	55126040	2423598	55713030
	10^8	447228500	3473296	448600200
2	10^4	5395,036	42484,4	46917,24
	10^5	154892,6	134372,4	283552
	10^6	358491	556491,3	3955946
	10^7	65449770	2439324	65712410
	10^8	549439200	4470974	550321800
3	10^4	1013,11	63324,06	68187,98
	10^5	428438,8	225386,7	512263,4
	10^6	10277550	647606	10486380
	10^7	222877100	2505861	22343430
	10^8	5046980000	11997190	5049096000
4	10^4	12296,25	72208,64	75453,38
	10^5	497920,6	292567,3	641509,1
	10^6	14410860	873284,4	14765420
	10^7	319043800	2464891	319958500
	10^8	7174312000	11722120	7175073000
5	10^4	8452,868	67719,28	69470,05
	10^5	417133,6	302058,9	564404,4
	10^6	14750200	980881,6	15193100

	10^7	367797000	2519788	368560000
	10^8	6,87342E+11	23753420	6,8734E+11
6	10^4	3374,736	46503,03	46944,16
	10^5	122375,4	206715,1	254920,4
	10^6	2919983	704501,3	3215206
	10^7	64258030	2314850	65334060
	10^8	894344900	4486699	896399500

c) Cavité Rectangulaire ondulée pour $A=3, 5, 7$ et 12 et $\phi = 10^{-4}, 10^{-3}$ et 10^{-2}

Pour : $\phi = 10^{-4}$

A	Ra	$S_{friction}$	S_{heat}	S_t
3	10^4	90,79758	32344,48	32365,65
	10^5	2120,704	120032,4	120304
	10^6	59306,84	692400,6	695105,4
	10^7	1055810	2570461	2602987
	10^8	8790205	4559607	9801189
5	10^4	1189,811	36339,28	36563,79
	10^5	29099,49	130362,5	138018,3
	10^6	710404,5	618901,9	828366,6
	10^7	13707730	2738493	14049960
	10^8	135736100	4539526	136581600
	10^4	129,3368	38385,21	38403,79

7	10^5	3474,711	149393,8	149613
	10^6	85724,96	681179,4	682965
	10^7	962346,1	171175,2	1737801
	10^8	7000767	2178898	7560233

12	10^4	160,4535	39456,33	39475,36
	10^5	7113,744	174311,7	174560
	10^6	77062,81	709636,9	711399,6
	10^7	1190017	1839373	1866073
	10^8	9650904	2280678	10344420

Pour : $\phi = 10^{-3}$

<i>A</i>	<i>Ra</i>	<i>S_{friction}</i>	<i>S_{heat}</i>	<i>S_t</i>
3	10^4	907,9758	32344,48	32556,18
	10^5	21207,04	120032,4	123039
	10^6	593068,4	692400,6	773216,9
	10^7	10558100	2570461	10902960
	10^8	87902050	4559607	88829360

5	10^4	1189,811	36339,28	36563,79
	10^5	29099,49	130362,5	138018,3
	10^6	710404,5	618901,9	828366,6
	10^7	13707730	2738493	14049960
	10^8	135736100	4539526	136581600

	10^4	1293,368	38385,21	38571,06
	10^5	34747,11	149393,8	151585,7
7	10^6	857249,6	681179,4	948149,6
	10^7	9623461	171175,2	9852706
	10^8	70007660	2178898	70558420
<hr/>				
	10^4	1604,535	39456,33	39646,59
	10^5	71137,44	174311,7	176795,2
12	10^6	770628,1	709636,9	880420,9
	10^7	11900170	1839373	12232790
	10^8	96509040	2280678	97201600

Pour : $\phi = 10^{-2}$

<i>A</i>	<i>Ra</i>	<i>S_{friction}</i>	<i>S_{heat}</i>	<i>S_t</i>
3	10^4	9079,758	32344,48	35223,43
	10^5	212070,4	120032,4	283048,4
	10^6	5930684	692400,6	6070971
	10^7	105581000	2570461	105921700
	10^8	879020500	4559607	879947400
5	10^4	11898,11	36339,28	39294,24
	10^5	290994,9	130362,5	379796,1
	10^6	7104045	618901,9	7217693
	10^7	137077300	2738493	137415300
	10^8	1357361000	4539526	1358202000
7	10^4	12933,68	38385,21	40944,16
	10^5	347471,1	149393,8	436114,1
	10^6	8572496	681179,4	8655913
	10^7	96234610	171175,2	96462320
	10^8	700076600	2178898	70062680
12	10^4	16045,35	39456,33	42041,52
	10^5	711374,4	174311,7	758827,1
	10^6	7706281	709636,9	7813515
	10^7	119001700	1839373	119334300

10^8	965090400	2280678	965782900
--------	-----------	---------	-----------

d) Cavité Rectangulaire ondulée pour $A=3, 5, 7$ et 12 et $\phi = 10^{-4}, 10^{-3}$ et 10^{-2}

Pour : $\phi = 10^{-4}$

A	Ra	$S_{friction}$	S_{heat}	S_t
3	10^4	135,896	37181,88	37272,56
	10^5	3005,369	127798,9	128019
	10^6	71201,65	761671,5	763767,3
	10^7	1313853	2705790	2746646
	10^8	11256440	4182546	12287990
5	10^4	124,8739	36776,72	36797,09
	10^5	3626,201	137886,1	138179,6
	10^6	77287,82	635775,3	638272,3
	10^7	1552886	2678609	2712250
	10^8	18049350	4606234	18932610
7	10^4	166,5725	38193,49	38217,13
	10^5	5124,767	149869	150315,7
	10^6	119636,9	585014,4	591839,2
	10^7	3048950	2783345	3373044
	10^8	82740730	12905230	83973740
	10^4	188,0629	38656	38679

12	10^5	8156,211	164713,5	165088,8
	10^6	254289,5	882332,5	884233,1
	10^7	2114399	2902971	2945209
	10^8	28834760	4434811	29642270

Pour : $\phi = 10^{-3}$

<i>A</i>	<i>Ra</i>	$S_{friction}$	S_{heat}	S_t
3	10^4	1358,96	37181,88	38088,67
	10^5	30053,69	127798,9	136712,4
	10^6	712016,5	761671,5	869847,8
	10^7	13138530	2705790	13457590
	10^8	112564400	4182546	113596000

5	10^4	1248,739	36776,72	36980,38
	10^5	36262,01	137886,1	141683,4
	10^6	772878,2	635775,3	880606,5
	10^7	15528860	2678609	15785760
	10^8	180493500	4606234	181373500

7	10^4	1665,725	38193,49	38449,7
	10^5	51247,67	149869	154715,6
	10^6	1196369	585014,4	1403738
	10^7	30489500	2783345	30759090
	10^8	827407300	12905230	828640300
	10^4	1880,629	38656	38886,03

	10^5	81562,11	164713,5	168466,4
	10^6	2542895	882332,5	2699821
12	10^7	21143990	2902971	21537140
	10^8	288347600	4434811	289155100

Pour : $\phi = 10^{-2}$

<i>A</i>	<i>Ra</i>	$S_{friction}$	S_{heat}	S_t
	10^4	13589,6	37181,88	46465,54
	10^5	300536,9	127798,9	379601,3
3	10^6	7120165	761671,5	7212076
	10^7	131385300	2705790	131704300
	10^8	1125644000	4182546	1126676000

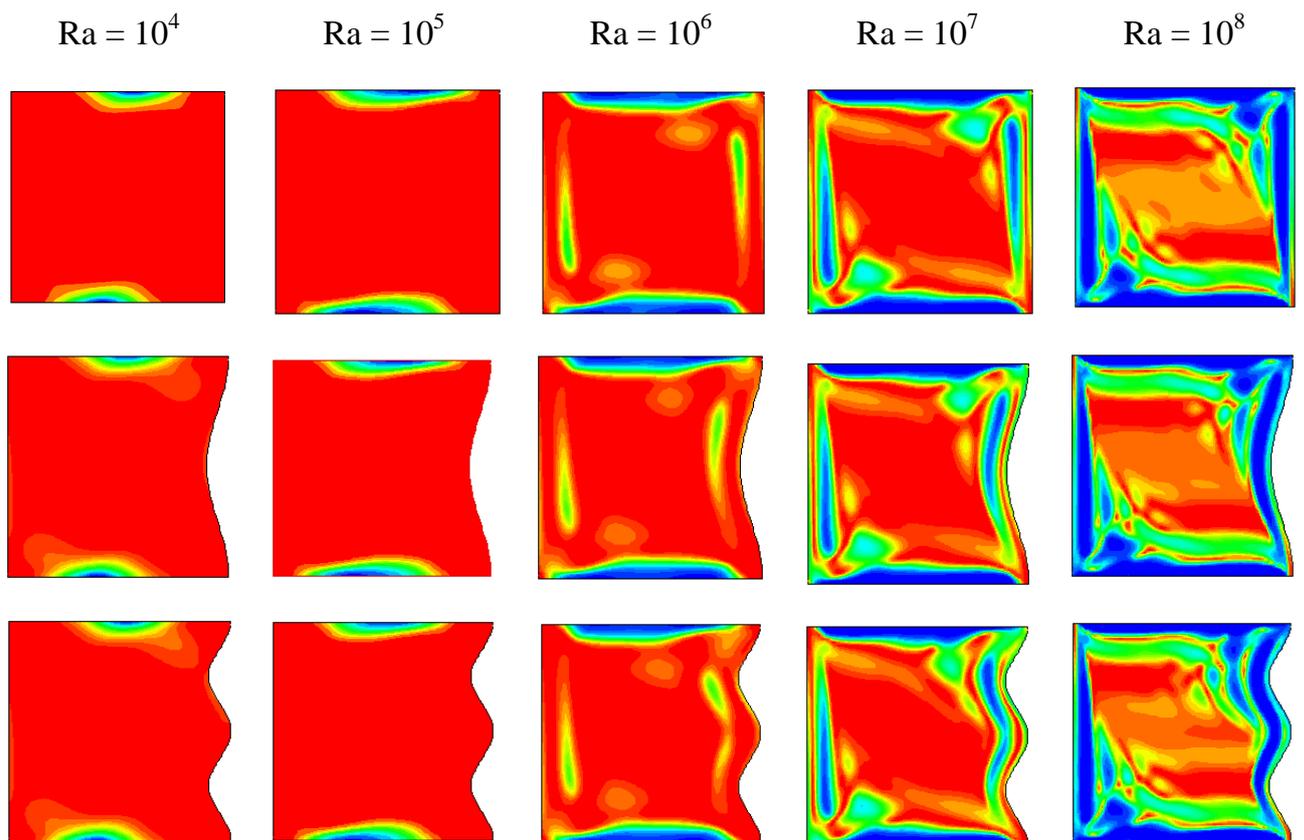
	10^4	12487,39	36776,72	39525,29
	10^5	362620,1	137886,1	451554,4
5	10^6	7728782	635775,3	7803307
	10^7	155288600	2678609	155545500
	10^8	1804935000	4606234	1805815000

	10^4	16657,25	38193,49	41912,82
	10^5	512476,7	149869	593215,1
7	10^6	11963690	585014,4	12061960
	10^7	304895000	2783345	305164600
	10^8	8274073000	12905230	8275305000

	10^4	18806,29	38656	41610,77
	10^5	815621,1	164713,5	851541,1
12	10^6	25428950	882332,5	25585880
	10^7	211439900	2902971	211833000
	10^8	2883476000	4434811	2884284000

Nombre de Bejan

Pour $\phi = 10^{-4}$



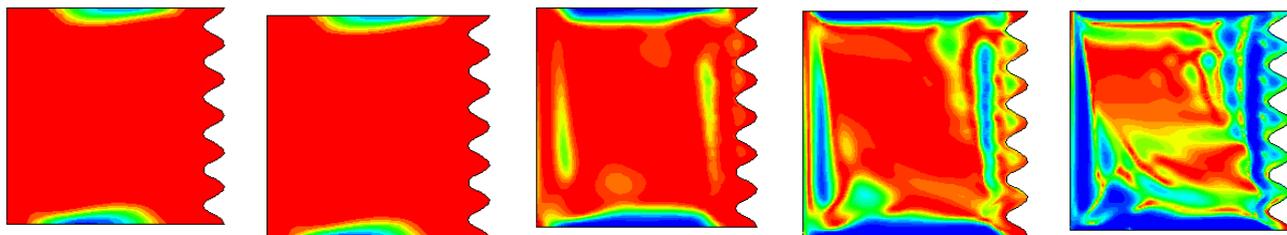


Figure A.27.a. Contours de nombre bejan dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.

Pour $\phi = 10^{-3}$

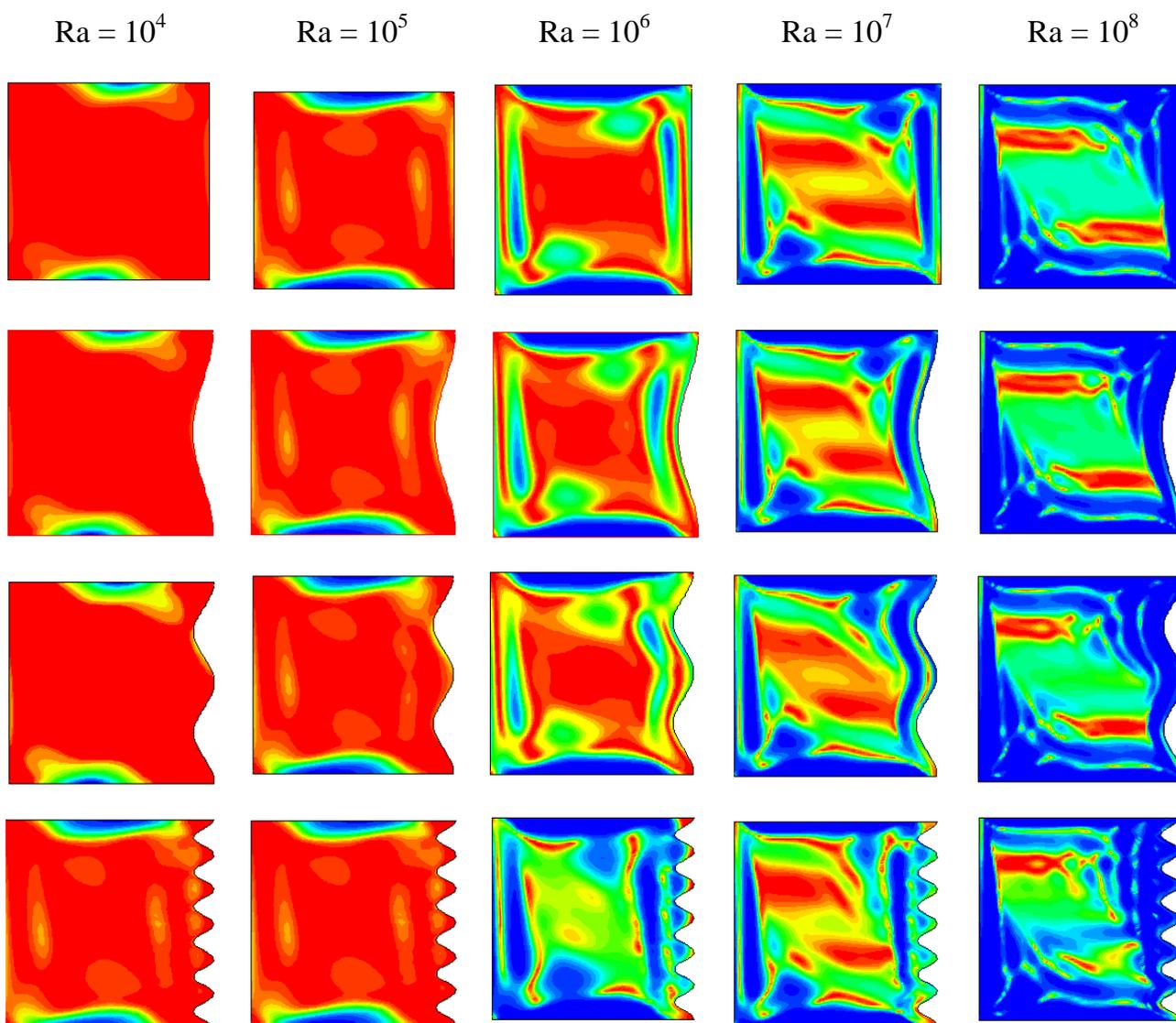


Figure A.27.b. Contours de nombre bejan dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.

Pour $\phi = 10^{-2}$

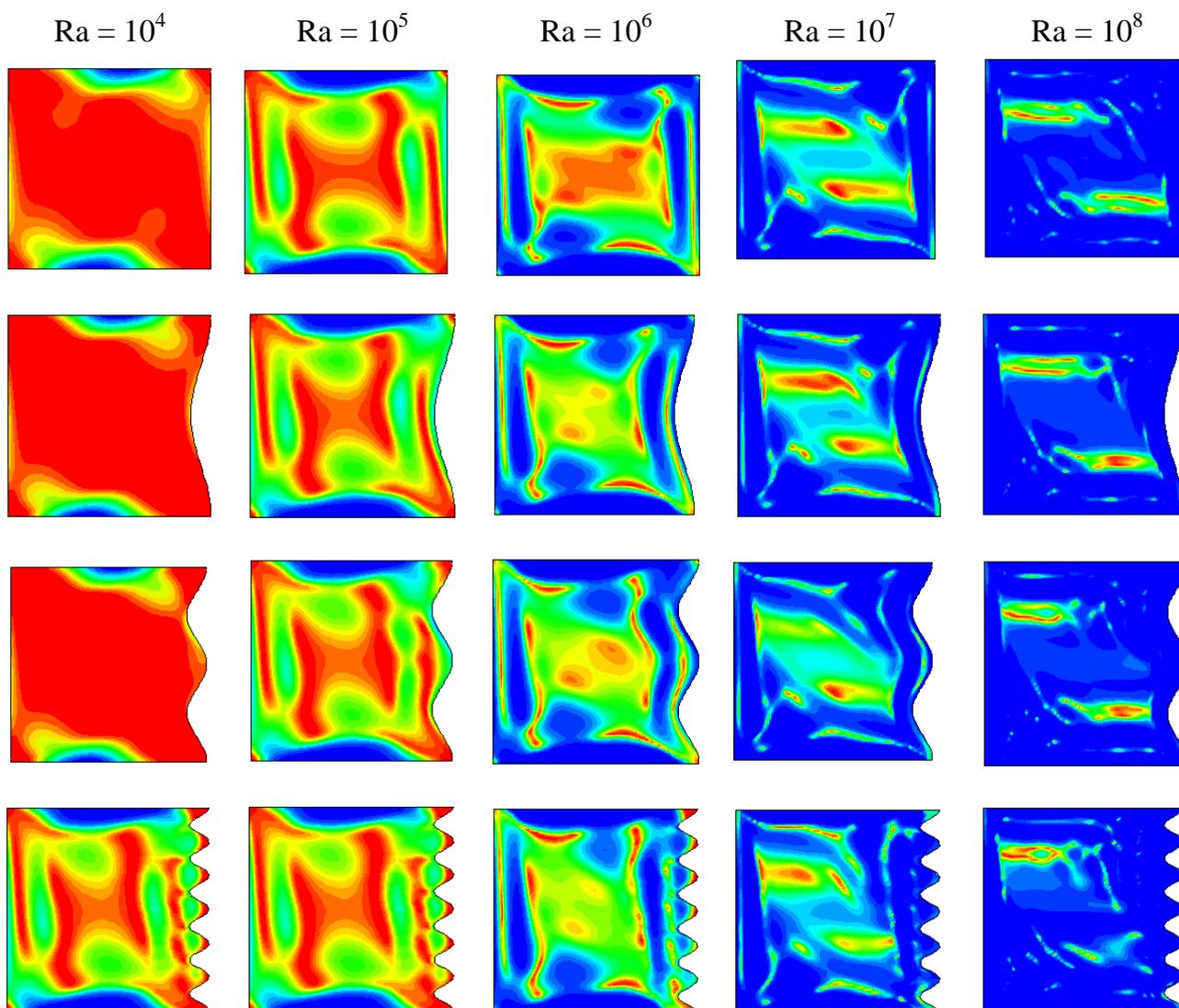


Figure A.27.c. Contours de nombre bejan dans les cavités carrées pour différents nombres de Rayleigh et différentes valeurs d'ondulations.

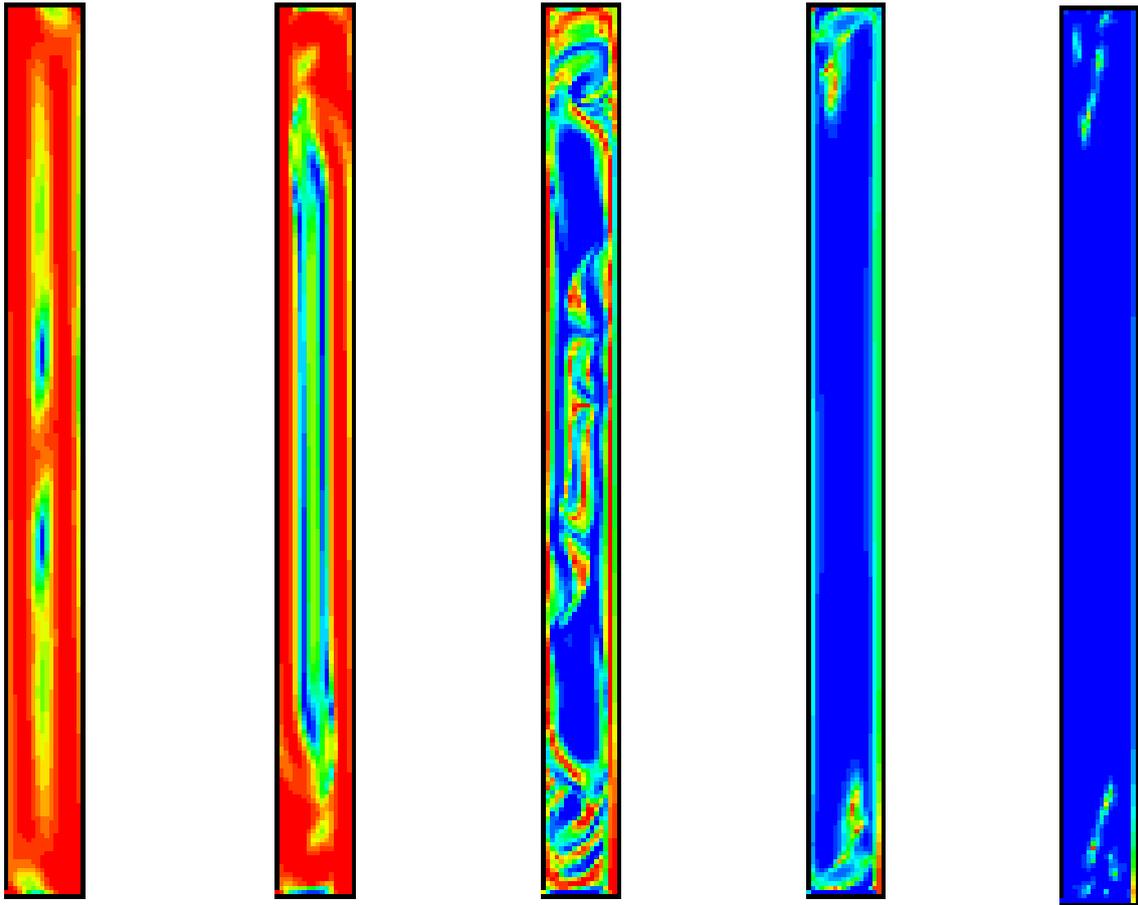
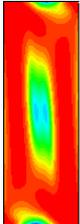


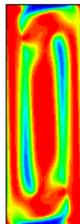
Figure A.28.a. Contours de nombre bejan dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh.

Pour $\phi = 10^{-3}$

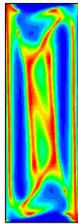
$Ra = 10^4$



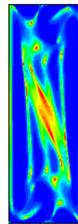
$Ra = 10^5$



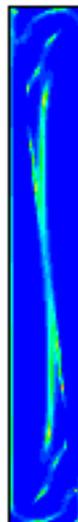
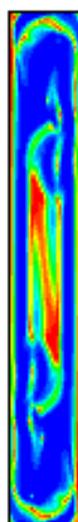
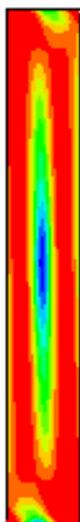
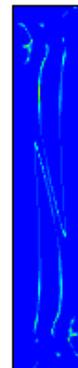
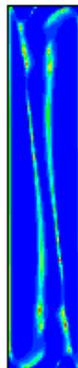
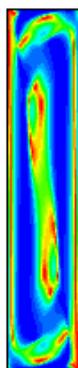
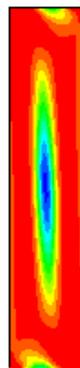
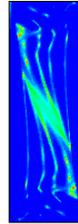
$Ra = 10^6$



$Ra = 10^7$



$Ra = 10^8$



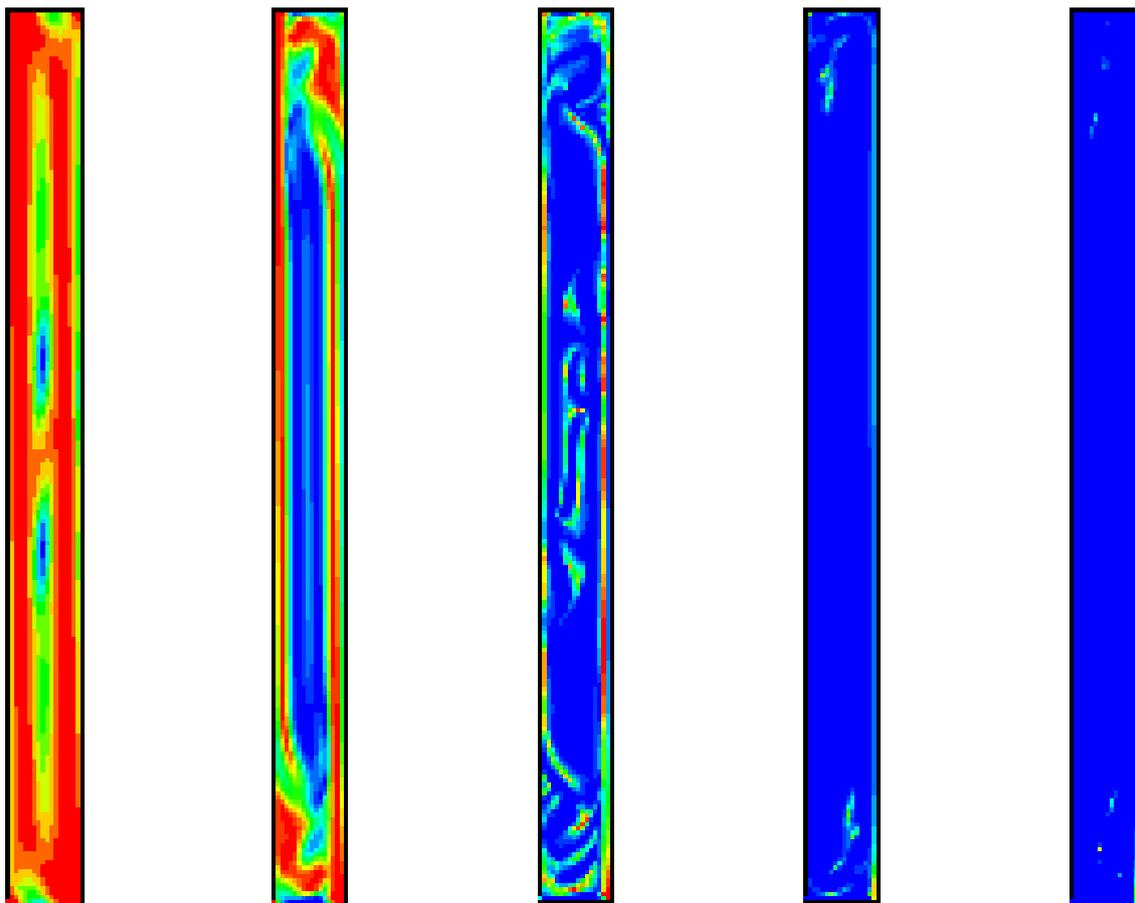
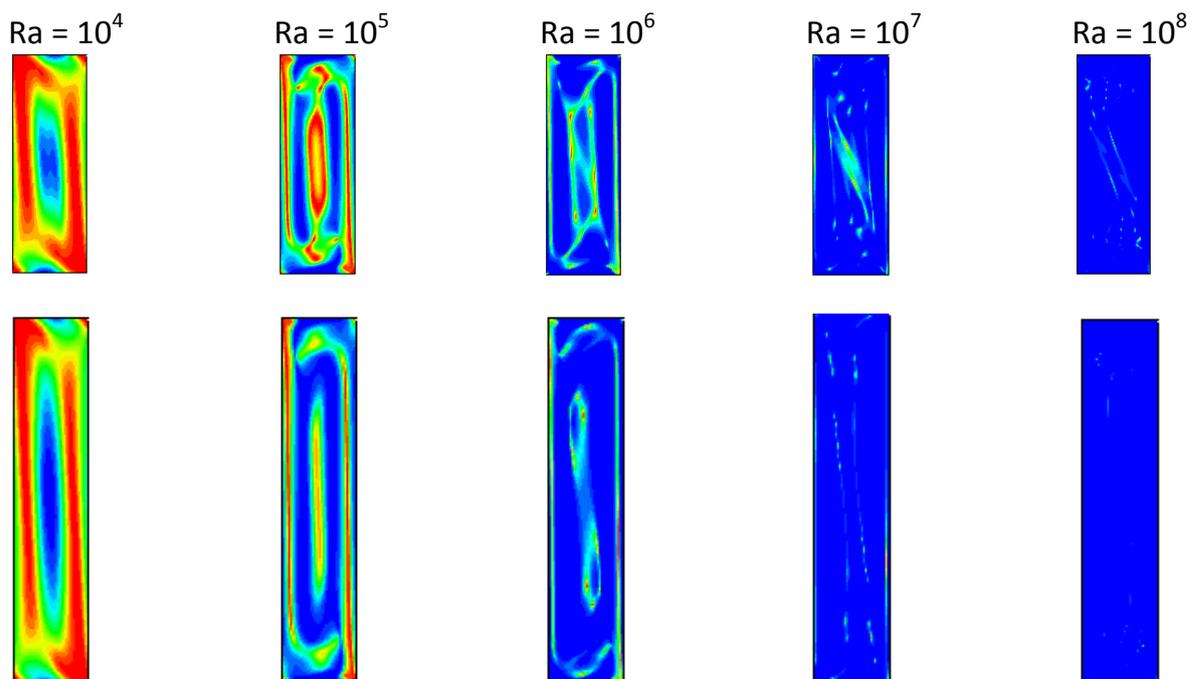


Figure A.28.b. Contours de nombre bejan dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh.

Pour $\phi = 10^{-2}$



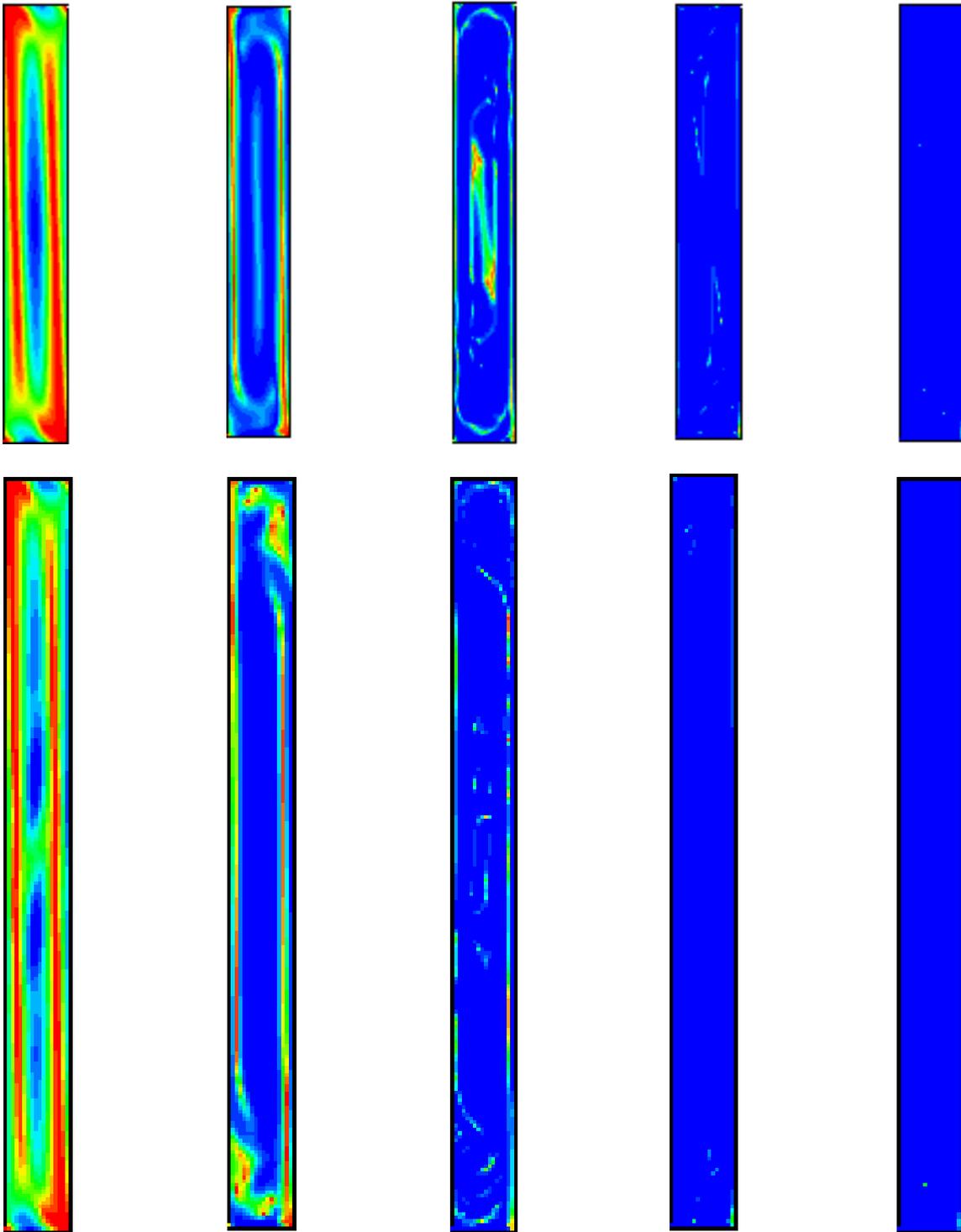
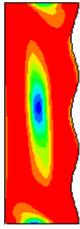


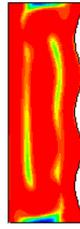
Figure A.28.c. Contours de nombre bejan dans les cavités rectangulaires pour ($\phi = 0.01$) et différents nombres de Rayleigh.

Pour $\phi = 10^{-4}$

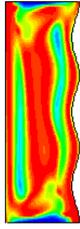
$Ra = 10^4$



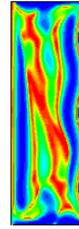
$Ra = 10^5$



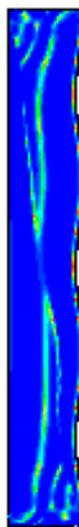
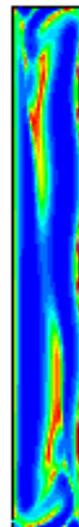
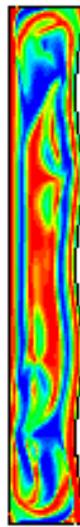
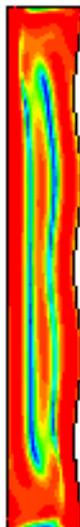
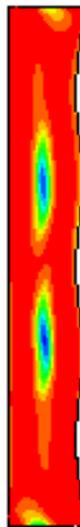
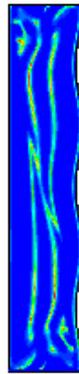
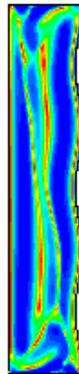
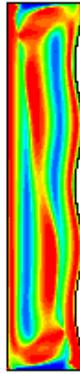
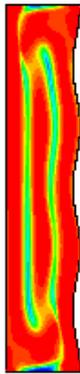
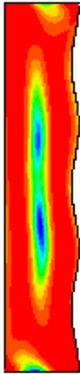
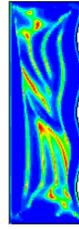
$Ra = 10^6$



$Ra = 10^7$



$Ra = 10^8$



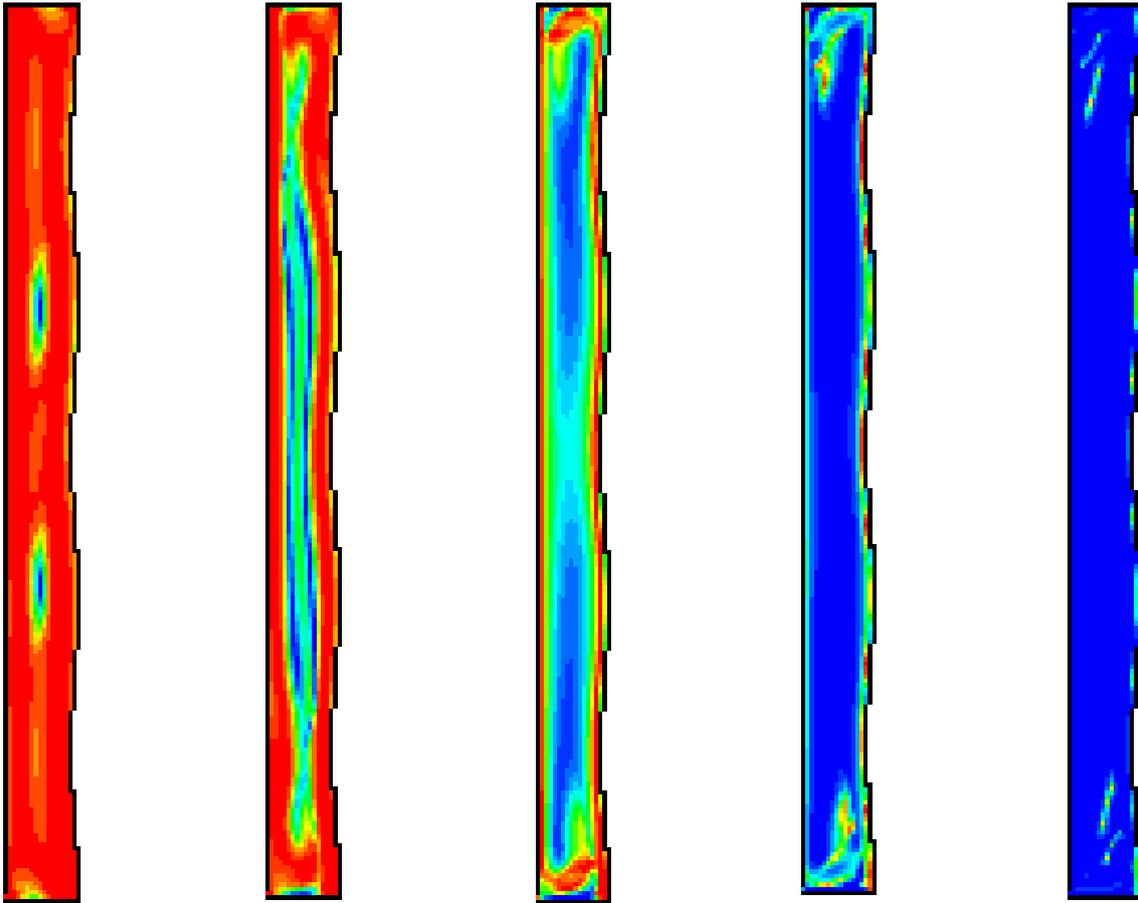
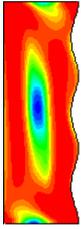


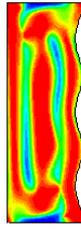
Figure A.29.a. Contours de nombre bejan dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et 03 ondulations.

Pour $\phi = 10^{-3}$

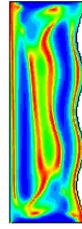
$Ra = 10^4$



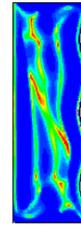
$Ra = 10^5$



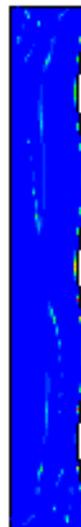
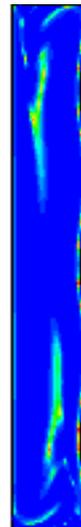
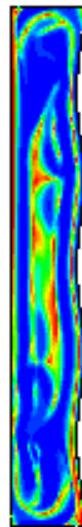
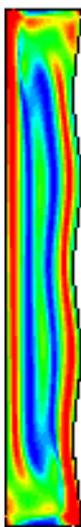
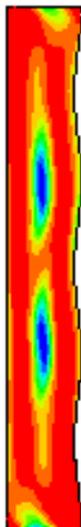
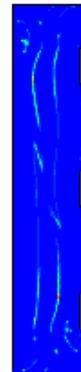
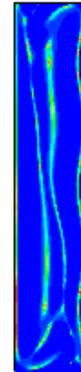
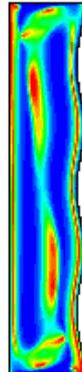
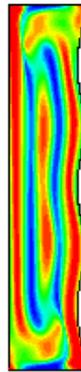
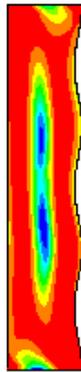
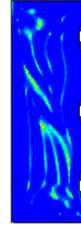
$Ra = 10^6$



$Ra = 10^7$



$Ra = 10^8$



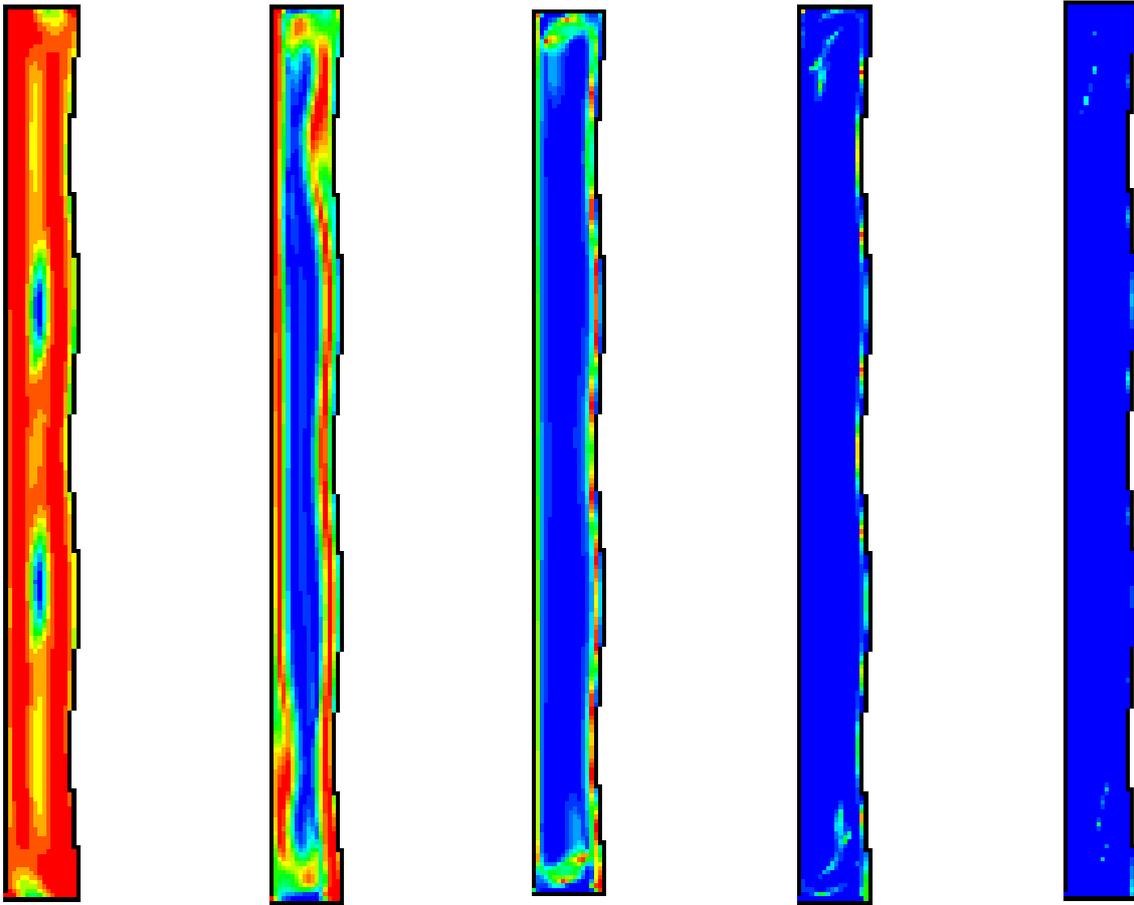
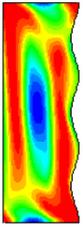


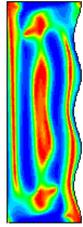
Figure A.29.b. Contours de bejan dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et 03 ondulations.

Pour $\phi = 10^{-2}$

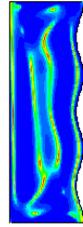
$Ra = 10^4$



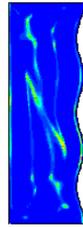
$Ra = 10^5$



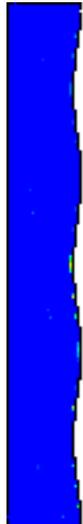
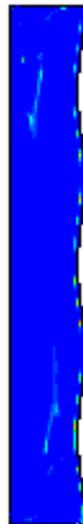
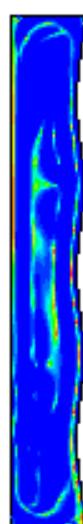
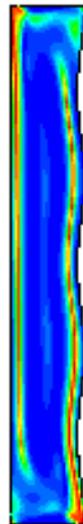
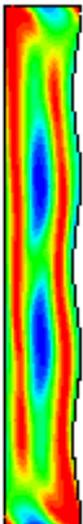
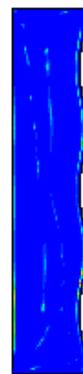
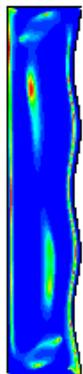
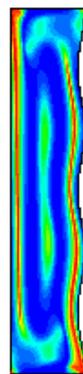
$Ra = 10^6$



$Ra = 10^7$



$Ra = 10^8$



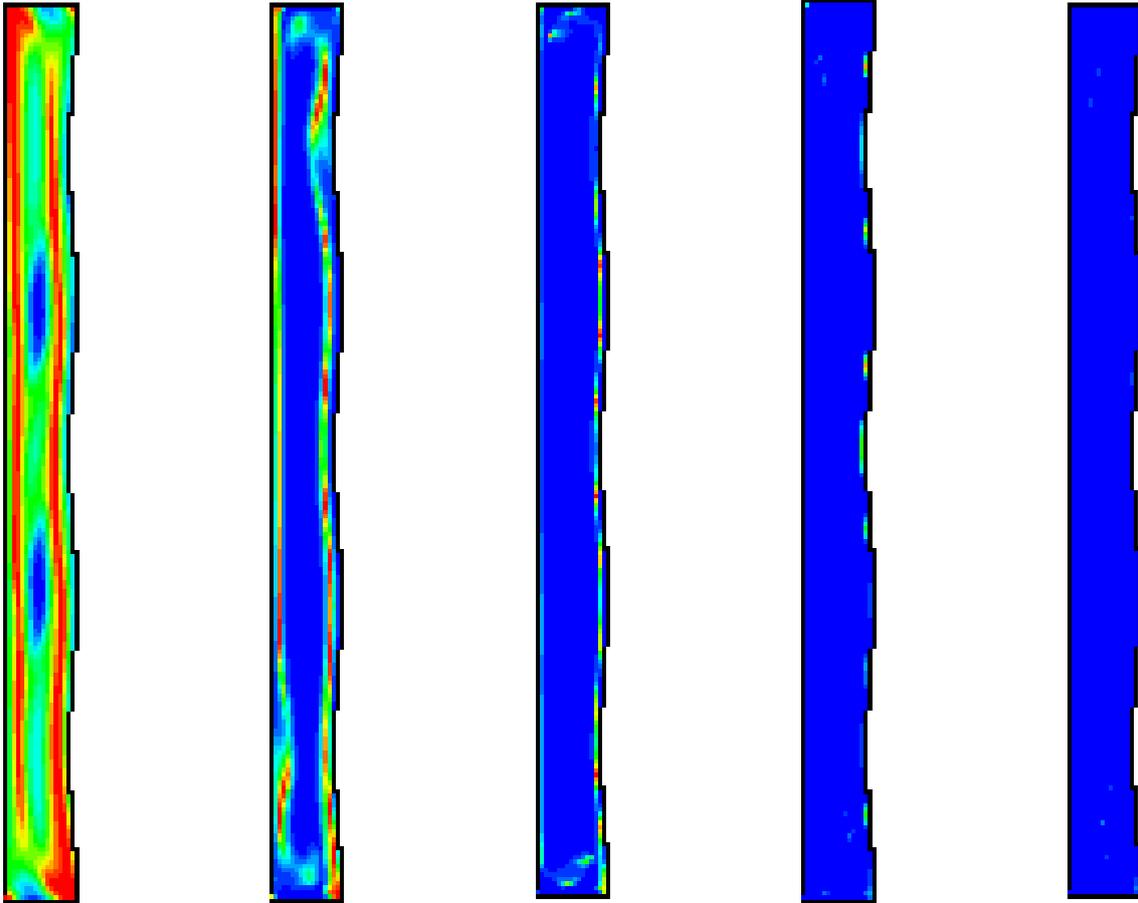


Figure A.29.c. Contours de nombre bejan dans les cavités rectangulaires pour différents nombres de Rayleigh et 03 ondulations.

Références Bibliographiques

- Abu-Hijleh, B.K., Abu-Qudais M., Abu Nada E., (1999), The numerical prediction of the production of entropy due to the natural convection of a horizontal cylinder, *Energy*, vol. 24, pp. 327-333.
- Adjilout L., Imine O., Aziz A., and Belkadi M.,(2002), Laminar natural convection in an inclined cavity with a wavy wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45, pp 2141-2152.
- Alipanah M., Hasannasab P., Hosseinizadeh S.F. and Darbandi M., (2010), Entropy generation for compressible natural convection with high gradient temperature in a square cavity, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 37, pp. 1388-1395.
- Aounallah M., Addad Y., Benhamadouche S., Imine O., Adjilout L., Laurence D.,(2007) Numerical investigation of turbulent natural convection in an inclined square cavity with a hot wavy wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50, pp 1683–1693.
- Al-Bahi A.M., Radhwan A.M., Zaki G.M.,(2002), Laminar natural convection from an isoflux discrete heater in a vertical cavity, *The Arabian Journal for Science and Engineering*, 27, Number 2C.
- Ampofo F., Karayiannis T.G., (2003), Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 46, pp. 3551-3572.
- Baïri A., (2008), Nusselt-Rayleigh correlations for design of industrial elements Experimental and numerical investigation of natural convection in tilted square air filled enclosures, *Energy Conversion and Management*, vol. 49, pp.771–782.
- Barletta A., Nobile E., Pinto F., Rossi di Schio E., Zanchini E, (2005), Natural convection in a 2D-cavity with vertical isothermal walls: Cross-validation of two numerical solutions, *Int. J. of Thermal Sciences*.

- Basak T., Roy S., Balakrishnan A.R., (2006), Effects of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, pp. 4525-4535.
- Bejan, A. (1982): Entropy generation through heat and fluid flow, Willey & Sons, New-York.
- Bejan A., (1982), Entropy generation through heat and fluid flow. New York, Wiley
- Bejan A., (1994), Entropy generation through heat and fluid flow, John Wiley & Sons. Inc. Canada, Chapter 5, p98.
- Bejan A., (1996), Entropy generation minimization. New York: CRC Press
- Ben Cheikh N., Ben Beya B., Lili T., (2007), Natural convection flow in a tall enclosure using a multi-grid method, *C. R. Mecanique*, 335, pp. 113–118.
- Ben Mabrouk S., (1984), Numerical study of natural convection in three dimensional cavity. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- Bilgen E., (2005), Naturel convection in cavities with a thin fin on the hot wall, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48, pp. 3493-3505.
- Bilgen E., Balkaya A., (2008), Natural convection on discrete heaters in a square enclosure with ventilation ports, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 29, pp. 1182-1189
- Baghdad.M. 2008. Simulation Numérique de la Génération de l'entropie Dans Les Cavités. Thèse de Magister université de Mostaganem.
- Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot E.N., (2002), Transport phenomena, Edition Wiley, New York.
- Capek V., Sheehan D. P., (2005), Challenges to the Second Law of thermodynamics: Theory and Experiment, Springer, Dordrecht, the Netherlands.
- Catton I., (1978), Natural convection in enclosures, In : Proc 6th, *Int. Heat Transfer Conf*, 6.
- Costa V.A.F., (2005), Thermodynamics of natural convection in enclosures with viscous dissipation, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48-11, pp. 2333-2341.
- Chen C.K., (2000), Transient analysis of force convection along a wavy surface in micropolar fluids, *AIAA J Thermophys Heat Transfer*, vol. 14, pp.340-347.
- Chen, C.K, (2001) Transient force and free convection along a wavy surface in micropolar fluids, *Int.J.Heat Mass Transfer*, vol. 44, pp. 3421-3251.

- Chen Q., Wang M., Pan N., Guo Z.Y., (2009), Optimization principles for convective heat transfer, *Energy*, vol. 34, pp.1199-1206.
- Corvaro, F. and Paroncini, M. (2008) : A numerical and experimental analysis on the natural convective heat transfer of a small heating strip located on the floor of a square cavity, *Applied Thermal Engineering*, vol. 28, pp. 25-35.
- Cuesta I., (1993), Numerical study of laminar and turbulent flows in a cubical cavity. Ph D Thesis. *Universitat Rovira i Virgili*, Tarragona, Spain.
- De Vahl Davis G., (1960), Laminar natural convection in an enclosed rectangular cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol.11, pp.1675-1693.
- De Vahl Davis G., Kettleborough C.F., (1968) Natural Convection in an Enclosed Rectangular Cavity, *Trans. I. E. Aust.*, MC1, pp. 43-49.
- De Vahl Davis G., (1983), Natural convection of air in a square cavity. A benchmark numerical solution, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, 3, pp. 249-264.
- Delache A., (2005), Etude analytique et numérique des instabilités spatio-temporelles des écoulements de convection mixte en milieu poreux: comparaison avec l'expérience, Thèse de Doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille.
- Delavar M.A., Farhadi M., Sedighi K., (2011), Effect of discrete heater at the vertical wall of the cavity over the heat transfer and entropy generation using Lattice Boltzmann method, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 15, pp. 423-435.
- Dixit H. N., Babu V., (2006), Simulation of high Rayleigh number convection in a square cavity using the lattice Boltzmann method, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 49, pp.727-739.
- El Ganaoui M., Bontoux P. et Morvan D ; (1999). Capture d'un front de solidification en interaction avec un bain fondu instationnaire. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics-Physics-Astronomy*, Volume 327, Issue 1, pp. 41-48.
- El Ganaoui M., Lamazouade A., Bontoux P., Morvan D.; (2002), Computational solution for fluid flow under solid/liquid phase change conditions ; *Computers & Fluids*, Volume 31, Issues 4-7, pp. 539-556.

- El Ganaoui M., Djebali R. (2010), Aptitude of a lattice Boltzmann method for evaluating transitional thresholds for low Prandtl number flows in enclosures ; *Comptes Rendus Mécanique*, Volume 338, Issue 2, February, pp. 85-96.
- Elsherbiny S., Raithby M., Hollands G.D., K. G. T., (1982), Heat transfer by natural convection across vertical and inclined layers, *ASME J. Heat Transfer*, 104, pp. 96-102.
- Erbay L. B., Altac Z., Sülüs B., (2004), Entropy generation in a square enclosure with partial heating from a vertical lateral wall, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 40, pp. 909-918.
- Famouri M., Hooman K., (2008), Entropy generation for natural convection by heated partitions in a cavity, *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, 35, pp. 492-502.
- Fluent Inc. Modeling Turbulence, Fluent 6.1 Documentation, Chapter 10, (2003).
- Fox R.W., McDonald A.T., (2000), Introduction to Fluid Mechanics, Edition Wiley, New York.
- Frederick R.L., Quiroz F., (2001), On the transition from conduction to convection regime in a cubical enclosure with a partially heated wall, *Int. J. Heat Mass transfer*, 44, pp.1699-709.
- Fusegi T., Hyun J.M., Kuwahara K., Farouk, B., (1991), Three dimensional simulations of natural convection in sidewall heated cube, *Int. J. Numer. Meth*, vol. 13, pp.857-867.
- Fusegi T., Hyun J.M., Kuwahara K., Farouk B.A., (1991), Numerical of three dimensional natural convection in a differentially heated cubical enclosure, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 34, pp. 1543-1557.
- Gaëtan G., Shihe X., Olivier D., (2003), Bifurcations et solutions multiples en cavité 3D différentiellement chauffée, *Comptes Rendus Mecanique*, 331, pp. 705-711.
- Gamze G. I., Mobedi M., Sunden B., (2008), Effect of aspect ratio on entropy generation in a rectangular cavity with differentially heated vertical walls, *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, 35, pp. 696-703.

- Glansdorf P., Prigogine I., Structure, stabilité et fluctuations. Masson, Paris (1971).
- Hadjaj A., Kyal M.E., (1999), Effect of two sinusoidal protuberances on natural convection in a vertical annulus, *Numerical Heat Transfer*, vol. 36, pp. 273-289.
- Hamady F. J., Lloyd J. R., (1989), Study of local natural convection heat transfer in an inclined enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 32, No. 9, 1697.
- Hasan M.N., Saha S.C., Gu Y.T., (2012), Unsteady natural convection within a differentially heated enclosure of sinusoidal corrugated side walls, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, pp. 5696-5708.
- Henkes R.A.W.M., (1990), Natural convection boundary layers, Ph. D. thesis, Delft University of Technology, The Netherlands.
- Henkes R.A.W.M., Hoogendoorn C.J., (1994), scaling of the turbulent natural convection in a heated square cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 116.
- Herpe J., Caractérisation des performances des surfaces d'échange basée sur l'évaluation numérique du taux de production d'entropie. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes, France (2007).
- Hortmann M., Peric M., Scheuerer G., (1990), Finite multigrid prediction of laminar natural convection: benchmark solutions, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 11, pp.189-207.
- Hossain M.A., Wilson M., (2002), Natural convection flow in a fluid-saturated porous medium enclosed by non-isothermal walls with heat generation, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 41, pp. 447-454.
- Huei Chen T., Chen, L.Y., (2007), Study of buoyancy-induced flows subjected to partially heated sources on the left and bottom walls in a square enclosure, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 46, pp. 1219-1231.
- Ibrir N., (2006), Etude de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant du métal liquide, Université de Batna, Mémoire Magistère.
- Ilis G.G., Mobedi M., Sunden, B., (2008), Effect of aspect ratio on entropy generation in a rectangular cavity with differentially heated vertical walls, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 35, pp. 696-703.
- Inaba H., (1984), Experimental study of natural convection in an inclined air layer. *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 27. No. 8, 1127.

- Jaumann G.A.J., (1911), closed system of physical and chemical differential laws. Wien. Akad. Sitzungsberichte, Math-Nature Klasse, pp.129-385.
- Jang J.H., Yan W.M., (2004), Transient analysis of heat and mass transfer by natural convection over a vertical wavy surface, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 47, pp. 3695-3705.
- Kaluri R.S., Basak T., (2011), Analysis of entropy generation for distributed heating in processing of materials by thermal convection, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, pp. 2578-2594.
- Kandaswamy P., Nithyadevi N., Ng C.O. (2008), Natural convection in enclosures with partially thermally active side walls containing internal heat sources, *Physics of Fluids*, vol. 20, pp. 1063-1834.
- Kaenton J. ; Semma E. ; Timchenko V.; El Ganaoui M. ; Leonardi E. ; De Vahl Davis G. (2004); Effects of anisotropy and solid/liquid thermal conductivity ratio on flow instabilities during inverted bridgman growth. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 47, Issues 14–16, pp. 3403-3413.
- Kock F., Herwig H., (2004), Local entropy production in turbulent shear flows: a high-Reynolds number model with wall functions, *Int. J. Heat and mass transfer*, 47, pp. 2205-2215.
- Kuznik F., Vareilles J., Rusaouen G., Krauss G., (2007), A double-population lattice Boltzmann method with non-uniform mesh for the simulation of natural convection in a square cavity, *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 28, pp. 862-870.
- Lankhorst A. M., (1991), Laminar and turbulent natural convection in cavities- numerical modeling and experimental validation, Ph. D. thesis. Technology University of Delft (NL).
- Latif M. J., (2006), Heat convection, Springer, Verlag Berlin Heidelberg.
- Magherbi M., Abbassi H., Hidouri N., Ben Brahim A., (2006), Second law analysis in convective heat and mass transfer, *Entropy*, 8[1], pp. 1-17.
- Magherbi M., Abbassi H., Ben Brahim A., (2003), Entropy generation at the onset of natural convection, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, 46, pp. 3441–3450.
- Markatos N.C., Pericleous K.A., (1984), Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 27, pp. 755-772.

- Mobedi M., (2008), Conjugate natural convection in a square cavity with finite thickness horizontal walls, *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, 35, pp. 503-513.
- Mohamed A. A., Viskanta R., (1993), Modeling of turbulent buoyant flow and heat transfer in liquid metals, *Int. J. Heat and mass transfer*, 36, pp. 2815-2826.
- Molla M., Hossain M.A., Yao S., (2004), Natural convection flow along a vertical wavy surface with uniform surface temperature in presence of heat generation/absorption, *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 43, pp. 157-163
- Mukhopadhyay A., (2010), Analysis of entropy generation due to natural convection in square enclosures with multiple discrete heat sources, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 37, pp. 867-872.
- Mushatet Khudheyer S., (2010), Simulation of Natural Convection in an Inclined Square Cavity with Two Wavy Walls, *Journal of Applied Sciences Research*, 6(12), pp. 2111 – 2122.
- Nicolas J.D., and Nansteel M.W., (1993), Natural convection in a rectangular enclosure with partial heating of the lower surface experimental results, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 36, pp. 4067-4071.
- Oliveski R.D., Macagnan M.H., Copetti J.B., (2009), Entropy generation and natural convection in rectangular cavities, *Applied Thermal Engineering*, vol. 29, pp. 1417-1425.
- Oztop H.F., Abu-Nada E., Varol Y., Chamkha A., (2011), Natural convection in wavy enclosures with volumetric heat sources, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 50, pp. 502-514.
- Patankar S.V., (1980), *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, New York, Hemisphere Publishing Corporation, Taylor and Francis Group.
- Prigogine I., 1967, *Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes*, Wiley, New York.
- Prodip Kumar Das Shohel Mahmud, (2003), Numerical Investigation of Natural Convection inside a Wavy Enclosure, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 42, pp. 397 – 406.

- Sabeur Bendehina A., Adjlout L., Imine O., (2006), Effect of Sinusoidal Distribution of the Temperature on Laminar Natural Convection in Wavy Rectangular Enclosures, *Journal of Applied Sciences* 6 (3), pp. 710 - 715.
- Saidi C., Legay F., Pruent B., (1987), Laminar flow past a sinusoidal cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.30, pp. 649-660.
- Saravanan S., Sivaraj C., (2011), Natural convection in an enclosure with a localized non uniform heat source on the bottom wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, pp. 2820-2828.
- Soheil M., Kumar P.D., Hyder N., Sadrul Islam A.K.M., (2002), Free convection in an enclosure with vertical wavy walls, *International journal of thermal Sciences*, vol. 4, pp. 440-446.
- Shohel M., Fraser R. A., (2004), Free convection and entropy generation inside a vertical in phase wavy cavity, *Int. communications in heat and mass transfer*, vol. 31, pp. 455-466.
- Slimani A., Rebhi M., Belkacem A., Bouhadek K., (2007), Natural Convection in a Horizontal Wavy Enclosure, *Journal of Applied Sciences*, 7(3), pp. 334 – 341.
- Soleimani S., Ganji D.D., Gorji M., Bararnia H., Ghasemi E., (2011), Optimal location of a pair heat source-sink in an enclosed square cavity with natural convection through PSO algorithm, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 38, pp. 652-658.
- Sundstrom L. G., Kimura S., (1996), On laminar free convection in inclined rectangular enclosures, *J. Fluid Mech*, pp. 313, 343.
- Stewart M.J., Weinberg F., (1972), Fluid flow in liquid metals. Thoracel analysis, *J. Crystal Growth*, vol. 12, pp. 217-227.
- Tian Y.S., Karayiannis T.G., (2000), Low turbulence natural convection in an air filled square Cavity, Part I: the thermal and fluid flow fields, *Int. J. Heat and mass transfer*, 43, pp. 849-866.
- Tian Y. S., Karayiannis T.G., (2000), Low turbulence natural convection in an air filled square Cavity, Part II: the turbulence quantities, *Int. J. Heat and mass transfer*, 43, pp. 867-884.

- Valencia A., Frederick R.L., (1989), Heat transfer in square cavities with partially active vertical walls, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 32, pp. 1567-1574.
- Varol Y., Oztop H. F., Koca A., (2008), Entropy generation due to conjugate natural convection in enclosures bounded by vertical solid walls with different thicknesses, *International Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, 35, pp. 648-656.
- Varol Y., Oztop H.F., Koca A., (2008), Entropy production due to free convection in partially heated isosceles triangular enclosures, *Applied Thermal Engineering*, vol. 28, pp. 1502-1513.
- Varol Y., Oztop H.F., Koca, A., Ozgen F., (2009), Natural convection and fluid flow in inclined enclosure with a corner heater, *Applied Thermal Engineering*, vol. 29, pp. 340-350.
- Viskanta R., Kim D. M., Gau C., (1986), Three-dimensional natural convection heat transfer of a liquid metal in a cavity, *Int. J. Heat and mass transfer*, 29, pp. 475-485.
- Wang H., Hamed M.S., (2006), Flow mode-transition of natural convection in inclined rectangular enclosures subjected to bidirectional temperature gradients, *International Journal of Thermal Sciences* 45, pp.782–795, 2005.
- Weisman C., Calsyn L., Dubois C., Le Quéré P., (2001), Sur la nature de la transition à l'instationnaire d'un écoulement de convection naturelle en cavité différentiellement chauffée à grands écarts de température, *C. R. Acad. Sci. Paris, t. 329, Série II b*, pp. 343–350.
- Wright J.L., (1996), A correlation to quantify convective heat transfer between vertical window glazings, *ASHRAE Trans*, 102 (1), pp. 940-946.
- Yao L.S., (1983), Natural convection along a vertical wavy surface, *J. Heat Transfer*, vol.105, pp.465-468.
- Zakir Hossain M., Sadrul Islam A.K. M., (2004), Numerical Investigation of Unsteady Flow and Heat Transfer in Wavy Channels, 15th *Australasian Fluid Mechanics Conference the University of Sydney, Sydney, Australia* 13 – 17 December.