



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة وهران للعلوم والتكنولوجيا محمد بوضياف

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed BOUDIAF

Faculté de Génie Mécanique
Département de Génie Mécanique

**3^E ANNEE DE LICENCE EN GENIE
MECANIQUE**

OPTION CONSTRUCTION MECANIQUE

**COURS EN LIGNE DE
TRANSFERT THERMIQUE**

PRESENTE PAR

Dr. SAFER KHADIDJA

Maître de conférences classe A

PRESENTATION DU COURS DE TRANSFERT THERMIQUE

Le transfert thermique est en relation directe avec de très nombreux problèmes en mécanique. Ce phénomène est présent dans toutes les installations où il y a production, échange ou conversion de chaleur. Il occupe aussi une place importante dans les systèmes dont le but premier n'est pas de produire de la chaleur, comme la fabrication mécanique, les machines outils, les frottements, la lubrification etc ... Le transfert de chaleur est donc incontournable pour un mécanicien, quelle que soit sa spécialité.

Ce cours de transfert thermique est destiné aux étudiants de 3^e année de licence en génie mécanique, option construction mécanique ainsi qu'à tous ceux qui ont besoin d'acquérir une base dans cette discipline. Il est conforme au programme officiel émis par le ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique.

A travers les différents chapitres, le lecteur sera initié aux modes de transfert de chaleur. Il pourra ainsi avoir la capacité d'identifier les mécanismes et de calculer les quantités d'énergie thermique qui migrent d'un milieu à un autre. L'accent est mis sur les applications ayant une relation avec la construction mécanique.

Objectifs scientifiques du cours

Du point de vue scientifique, les objectifs de ce cours rejoignent les intérêts de l'étude du transfert thermique :

- pouvoir estimer la quantité du flux de l'énergie calorifique ou chaleur qui passe d'un système à un autre
- déterminer les températures des différents systèmes, ce qui permet de connaître la manière avec laquelle varie la température en fonction du matériau et du temps.
- atteindre un flux de chaleur maximal pour un coût minimal,
- récupérer la chaleur de certains systèmes,

- assurer l'isolation de certains systèmes afin de minimiser les pertes de chaleur,
- choisir les matériaux adéquats pour transférer la chaleur, l'empêcher de se perdre ou les matériaux qui résistent à de hautes températures.

Ces deux derniers points étant d'un grand intérêt pour les spécialistes en construction mécanique.

Objectifs pédagogiques du cours

Ce cours de transfert thermique permet à l'étudiant d'acquérir des notions de bases afin de pouvoir aborder les problèmes du transfert de chaleur et lui donne les moyens de :

- identifier correctement un problème de transfert thermique
- analyser les situations afin de pouvoir :
- trouver aisément les étapes à suivre et les lois à appliquer
- trouver des solutions efficaces et améliorer le fonctionnement de certains systèmes.
- être capable de raisonner et d'analyser les systèmes du point de vue thermique.

Pour chaque problème de transfert thermique, une série d'étapes est présentée afin de faciliter la tâche à l'apprenant qui pourra ainsi facilement aboutir à la solution. Un exemple dans ce contexte existe au 2^e chapitre dans la section « Etapes du choix de la corrélation dans le calcul du coefficient de convection ».

Ce cours donne les clés à l'apprenant pour analyser et résoudre les problèmes courants de transfert thermique le plus facilement possible en utilisant des astuces basiques.

Contenu du cours

Ce support pédagogique se compose d'un cours, de travaux dirigés qui permettent de renforcer les connaissances acquises, de QCM et de sujets de révision.

La partie cours consiste en trois principaux chapitres conformément au programme officiel du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique :

- le premier chapitre commence par une introduction aux modes de transfert thermique, suivie de notions de base sur la conduction de chaleur en régime permanent, englobant la conductivité thermique et le calcul des ailettes
- le deuxième chapitre traite de la convection de chaleur. Les méthodes de quantification des flux sous ce régime sont présentées pour les deux types de convection : naturelle et forcée. Cette partie comporte également les principales corrélations qui permettent de calculer le coefficient de convection pour différents régimes et diverses géométries.
- le dernier chapitre est consacré au rayonnement, ce phénomène complexe dont certains aspects sont encore méconnus. Les lois de base sont citées avec les principales méthodes de calcul des puissances thermiques dans les cas les plus communs.

Chaque chapitre contient une partie théorique et est enrichi avec des exemples de calcul qui sont une application directe des notions étudiées.

Des QCM de révision à la fin de chaque chapitre permettent à l'étudiant de réviser et de vérifier les connaissances acquises.

La partie des travaux dirigés contient des exercices divers par ordre de difficulté croissante et des cas de calculs pratiques. Ces exercices ont été choisis d'une manière telle qu'ils englobent tous les aspects du cours.

Organisation du cours

Ce cours de transfert thermique est divisé en plusieurs parties, afin de permettre à l'étudiant d'assimiler les connaissances, de s'entraîner et d'avoir le maximum d'informations dans le domaine :

1. Le cours

Le cours est formé de plusieurs chapitres. Chaque chapitre est organisé de la manière suivante

- **Notions préalables** : au début de chaque chapitre, une liste des notions pré-requises est présentée. L'étudiant doit les connaître pour pouvoir commencer le cours qui suit.

- **Mots –clés** : du chapitre en question
- **Introduction** : tous les chapitres commencent par une introduction qui présente brièvement le contenu et le contexte des connaissances traitées dans le chapitre
- **Méthodes et astuces** : à la fin de chaque chapitre, des méthodes et astuces sont proposées afin d'aider l'étudiant dans ses démarches de résolution et de lui éviter les pièges et les erreurs communes.

Le cours est enrichi d'exemples de calculs qui sont des applications directes de certaines notions.

2. Les travaux dirigés

Les TD commencent par une liste des connaissances nécessaires pour pouvoir résoudre les exercices. Ces connaissances sont listées dans la section « compétences nécessaires pour résoudre le TD ». Les fiches de TD qui contiennent les énoncés des exercices sont d'abord proposées à l'étudiant afin qu'il puisse les résoudre par lui – même, sans lire les solutions. Ensuite, la correction détaillée est présentée dans les fichiers « corrigé de la fiche de TD ». Les fiches sont au nombre de six.

3. QCM

Des questionnaires à choix multiples sont proposés aux étudiants afin de vérifier leurs connaissances à l'issue de chaque cours. C'est un moyen d'aider les étudiants dans leurs révisions.

4. Révision générale

Enfin, des sujets d'examen puisés dans les archives des épreuves des années passées sont proposés avec corrigés détaillés et barème. Ils permettent à l'étudiant de se familiariser avec les épreuves écrites et constituent une bonne révision générale, un entraînement efficace, un excellent exercice pour gérer les épreuves écrites de la fin du module et une bonne évaluation des connaissances acquises.

5. En savoir plus

Dans cette partie, des éléments viennent compléter les acquisitions de l'étudiant en transfert thermique. Cette section est supplémentaire et ne fait pas partie du programme officiel. Elle contient

des applications du transfert thermique dans les systèmes industriels que l'étudiant pourra rencontrer, une fois dans le monde du travail. Il est indispensable que les apprenants saisissent la relation entre le cours et ce qui existe dans la pratique. Cette connexion permet d'approfondir les connaissances et de les appliquer d'une façon optimale dans l'industrie.

6. Terminologie

Les termes scientifiques cités dans ce module de transfert thermique avec leur traduction en Anglais sont listés dans cette section afin que l'étudiant puisse se familiariser avec cette langue et consulter la documentation en Anglais.

Semestre : 6

Unité d'enseignement : UEF 3.2.2

Matière : Transfert thermique

VHS: 45h00 (cours:01h30, TD: 01h30)

Crédits : 4

Coefficient : 2

Objectifs de l'enseignement:

Evaluer les flux conduits, convectés ou rayonnés dans différentes situations. Etre capable de modéliser un problème thermique et de le résoudre dans des cas stationnaires et géométries simples. Etre capable de faire le bon choix des matériaux pour toute application thermique.

Connaissances préalables recommandées:

Thermodynamique et mathématiques de L1 et L2.

Contenu de la matière :

Chapitre 1. Conduction de la chaleur

(5 semaines)

- Introduction des transferts thermiques et position vis-à-vis de la thermodynamique.
- Lois de base des transferts de chaleur.
- Loi de Fourier.
- Conductivité thermique et ordres de grandeur pour les matériaux usuels. Discussion des paramètres dont dépend la conductivité thermique.
- Equation de l'énergie, les hypothèses simplificatrices, et les différentes formes. Les conditions aux limites spatiales et initiales. Les quatre conditions linéaires et leur signification pratique. Dans quelles conditions peut-on les réaliser ?
- Quelques solutions de l'équation de la chaleur, en coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques avec les conditions linéaires et en régime stationnaire.
- Conduction stationnaire avec sources de chaleur.
- L'analogie électrique. Les résistances en série et les résistances en parallèle (Mur composites et cylindres concentriques).
- Les ailettes : Les différents types d'ailette, intérêt pratique des ailettes. Equation de l'ailette rectangulaire longitudinale. Résolution pour les quatre conditions aux limites classiques. Calcul du flux perdu, calcul du rendement et de l'efficacité de l'ailette. Epaisseur optimale des ailettes rectangulaires longitudinales.

Chapitre 2. Transfert de chaleur par convection

(4 semaines)

- Mécanismes des transferts de chaleur par convection. Paramètres intervenant dans les transferts convectifs.
- Mise en évidence des différents types de transfert par convection : Convection forcée, naturelle et mixte. Citer des exemples courants. Discerner entre transfert convectif laminaire et turbulent dans les deux modes forcé et naturelle.
- Méthodes de résolution d'un problème de convection (Analyse dimensionnelle et expériences, méthodes intégrales pour les équations approchées de couche limite, résolution des équations représentant la convection et analogie avec des phénomènes similaire comme les transferts de masse), citation seulement.

- Analyse dimensionnelle alliée aux expériences : Théorème Pi, faire apparaître les nombres sans dimensions les plus utilisés en convection (Reynolds, Prandtl, Grashoff, Rayleigh, Peclet et Nusselt) forcée et naturelle. Expliquer la signification de ces nombres. Expliquer l'utilisation des corrélations les plus courantes sur des exemples concrets.

Chapitre 3. Transfert de chaleur par rayonnement

(5 semaines)

- Introduction : Notions d'angle solides.
- Mécanisme du transfert radiatif de surface et de volume.
- Définitions et lois générales (Luminance, éclairement, intensité, émittance..)
- Formule de Bouguer, loi de Kirchhoff et loi de Draper
- Le corps noir (CN). La loi de Planck. Flux émis par le CN dans une bande spectrale. La loi de Stefan-Boltzmann.
- Propriétés radiatives globales des surfaces grises et relations entre elles.
- Echanges radiatifs entre deux plans parallèles infiniment étendus séparés par un milieu transparent. Notions d'écran.
- Echange radiatif entre deux surfaces concaves noires. Notions de facteurs de forme. Relations de réciprocités. Règle de sommation. Règle de superposition. Règle de symétrie. Facteurs de forme entre surfaces infiniment longues. La méthode des cordes croisées.
- Flux perdu par une surface concave.
- Echanges radiatifs entre n surfaces quelconques formant une enceinte. Règles de l'enceinte pour les facteurs de forme. Méthode des éclaircissements-radiosité pour évaluer les flux échangés.
- Analogie électrique en transfert radiatif.

Mode d'évaluation : Contrôle continu : 40% ; Examen : 60%.

Références bibliographiques:

1. Jean-Luc Battaglia, Andrzej Kusiak, Jean-Rodolphe Puiggali, *Introduction aux transferts thermiques, cours et solutions*, Dunod éditeur, Paris 2010.
2. J. F. Sacadura coordonnateur, *Transfert thermiques : Initiation et approfondissement*, Lavoisier 2015.
3. A-M. Bianchi , Y. Fautrelle , J. Etay, *Transferts thermiques*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes 2004
4. Kreith, F.; Boehm, R.F.; et. al., *Heat and Mass Transfer, Mechanical Engineering Handbook* Ed. Frank Kreith, CRC Press LLC, 1999.
5. Bejan and A. Kraus, *Heat Handbook Handbook*, J. Wiley and sons 2003.
6. Y. A. Cengel, *Heat transfer, a practical approach*, Mc Graw Hill, 2002
7. Y. A. Cengel, *Heat and Mass Transfer*, Mc Graw Hill
8. H. D. Baehr and K. Stephan, *Heat and Mass transfer*, 2nd revised edition, Springer Verlag editor, 2006.
9. F. P. Incropera and D. P. Dewitt, *Fundamentals of Heat and Mass transfer*, 6th edition, Wiley editor.
10. J. P. Holman, *Heat Transfer*, 6th edition, Mc Graw Hill editor, 1986.
11. J. H. Lienhard IV and J. H. Lienhard V, *Heat Transfer Textbook*, 3rd edition, Phlogiston Press, 2004
12. Chris Long and Naser Sayma, *Heat Transfer*, Ventus Publishing APS, 2009

PARTIE COURS

CHAPITRE 1 CONDUCTION DE CHALEUR	
1.1	Introduction 02
1.2	Modes de transfert de chaleur 03
1.3	Flux et densité du flux de chaleur 04
1.4	Lois de base du transfert de chaleur 04
1.5	Conductivité thermique 09
1.6	Equation générale de la chaleur 11
1.7	Résolution de l'équation générale de la chaleur 14
1.8	Résistance thermique et analogie électrique 16
1.9	Systèmes cylindriques à 1D 19
1.10	Ailettes 21
	Méthodes et astuces pour le chapitre 1 29
CHAPITRE 2 TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION	
2.1	Introduction 32
2.2	Définition et mécanismes de la convection 32
2.3	Types de transfert par convection 33
2.4	Paramètres de la convection : couche limite et nombre de Reynolds..... 34
2.5	Méthodes de résolution d'un problème de convection 37
2.6	Analyse dimensionnelle 37
2.7	Etapes du choix de la corrélation dans le calcul du coefficient de convection 42
2.8	Corrélations pratiques pour le calcul du coefficient de convection thermique 43
	Méthodes et astuces pour le chapitre 2 49
CHAPITRE 3 TRANSFERT DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT	
3.1	Introduction 51
3.2	Notion d'angle solide 52
3.3	Mécanisme du transfert par rayonnement 53
3.4	Définitions et lois générales 53
3.5	Loi de Planck 58
3.6	Loi de Bouguer 58

3.7 Loi de Kirchhoff	58
3.8 Loi de Wien	59
3.9 Echange radiatif entre des surfaces dans une enceinte	59
3.10 Echange entre deux surfaces noires	62
3.11 Echange entre deux surfaces grises diffuses	62
3.12 Enceinte à deux surfaces	63
3.13 Echange entre des surfaces formant un écran	64
Méthodes et astuces pour le chapitre 3	65

PARTIE TRAVAUX DIRIGES

TD 1 CONDUCTION DE CHALEUR : FLUX ET DENSITE DU FLUX

FICHE DE TD 1

Exercice 1.1	01
Exercice 1.2	02
Exercice 1.3	02
Exercice 1.4	02
Exercice 1.5	02
Exercice 1.6	03
Exercice 1.7	04

TD 2 CONDUCTION DE CHALEUR : LOIS DE BASE DU TRANSFERT THERMIQUE

FICHE DE TD 2

Exercice 2.1	05
Exercice 2.2	06
Exercice 2.3	06
Exercice 2.4	06
Exercice 2.5	07
Exercice 2.6	07
Exercice 2.7	08
Exercice 2.8	09

TD 3 CONDUCTION DE CHALEUR : EQUATION GENERALE DE LA CHALEUR

FICHE DE TD 3

Exercice 3.1	10
Exercice 3.2	12
Exercice 3.3	13
Exercice 3.4	13
Exercice 3.5	13
Exercice 3.6	14
Exercice 3.7	14
Exercice 3.8	15
Exercice 3.9	16
Exercice 3.10	17

TD 4 CONDUCTION DE CHALEUR : AILETTES

FICHE DE TD 4

Exercice 4.1	20
Exercice 4.2	21
Exercice 4.3	24
Exercice 4.4	24
Exercice 4.5	26
Exercice 4.6	27
Exercice 4.7	28

TD 5 TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION

FICHE DE TD 5

Exercice 5.1	29
Exercice 5.2	30
Exercice 5.3	30
Exercice 5.4	31
Exercice 5.5	31
Exercice 5.6	32
Exercice 5.7	33
Exercice 5.8	33
Exercice 5.9	34

TD 6 TRANSFERT DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT

FICHE DE TD 6

Exercice 6.1	36
Exercice 6.2	37
Exercice 6.3	37
Exercice 6.4	37
Exercice 6.5	38
Exercice 6.6	38
Exercice 6.7	38
Exercice 6.8	39

PARTIES SUPPLEMENTAIRES

Programme du module de transfert thermique

QCM 1 Conduction de chaleur

QCM 2 Transfert de chaleur par convection

QCM 3 Transfert de chaleur par rayonnement

Annexes

Révision générale et sujets d'examens avec corrigés

En savoir plus

Terminologie

Bibliographie

CHAPITRE

1

CONDUCTION DE CHALEUR

Contenu du chapitre

5 semaines

1.1	Introduction	02
1.2	Modes de transfert de chaleur	03
1.3	Flux et densité du flux de chaleur	04
1.4	Lois de base du transfert de chaleur	04
1.5	Conductivité thermique	09
1.6	Equation générale de la chaleur	11
1.7	Résolution de l'équation générale de la chaleur	14
1.8	Résistance thermique et analogie électrique	16
1.9	Systèmes cylindriques à 1D	19
1.10	Ailettes	21
	Méthodes et astuces pour le chapitre 1	29

Notions préalables

- Les trois principes de la thermodynamique
- Deuxième loi de Newton
- Notion de puissance
- Calcul intégral

Mots – clés

Transfert thermique – Modes de transfert de chaleur – Conduction – Convection – Rayonnement - Flux de chaleur – Densité du flux – Loi de Fourier – Conductivité thermique – Equation générale de la chaleur – Ailettes.

1.1 Introduction

L'énergie thermique est transférée d'un système à un autre. Le processus de production et de conversion de la chaleur est traité par la thermodynamique. La manière avec laquelle la chaleur passe d'un système à un autre est l'objectif du transfert de chaleur. La quantité de chaleur qui passe d'un système à un autre est très importante à connaître. La mise au point et la conception de tous les équipements dans lesquels la chaleur est transférée nécessite de connaître la quantité de chaleur qui passe par ces machines afin de pouvoir dimensionner les composants et choisir les matériaux nécessaires.

Le transfert de chaleur se fait quand il y a une différence de température. Le flux de chaleur passe du point le plus chaud au point le plus froid. Sans gradient de température, le transfert de chaleur d'un endroit à un autre ne peut pas se faire.

Il existe plusieurs exemples de transfert de chaleur. Il existe des cas dans la nature, comme le transfert de la chaleur du soleil ou la fonte de la neige. Les cas industriels sont aussi très nombreux, comme les fours industriels, le chauffage, la climatisation, les échangeurs de chaleur, les moteurs à combustion interne, les centrales électriques...

Les buts d'étudier le transfert de chaleur sont les suivants :

- estimer la quantité du flux de l'énergie calorifique ou chaleur qui passe d'un système à un autre
- déterminer les températures des différents systèmes, ce qui permet de connaître la manière avec laquelle varie la température en fonction du matériau et du temps.

Les lois de base du transfert de chaleur sont reliées à la thermodynamique :

- **première loi de la thermodynamique** c'est le principe de conservation de l'énergie. Cette loi stipule que la variation de l'énergie interne dans un système fermé est égale à la somme du flux de chaleur qui traverse le système et de la chaleur produite par le système :

$$\Delta U = Q + W \quad (1.1)$$

Q est le taux de transfert de chaleur et W le travail apporté au système.

C'est le principe de base du transfert de chaleur,

- **deuxième principe de la thermodynamique** cette loi donne le sens du transfert de chaleur. Le transfert de chaleur se fait toujours dans le sens inverse du gradient de température, c'est-à-dire que le flux de chaleur se déplace de la température la plus chaude à la température la plus froide,
- **lois de Newton du mouvement** pour déterminer les paramètres de mouvement des fluides,
- **lois de conservation de la masse** pour déterminer les débits,
- **lois élémentaires du transfert de chaleur** qui dépendent du mode de transfert de chaleur.

L'utilité d'étudier le transfert de chaleur réside dans :

- atteindre un flux de chaleur maximal pour un coût minimal,
- récupérer la chaleur de certains systèmes,
- assurer l'isolation de certains systèmes afin de minimiser les pertes de chaleur,
- choisir les matériaux adéquats pour transférer la chaleur, l'empêcher de se perdre ou les matériaux qui résistent à de hautes températures.

Il s'agit de répondre aux deux questions suivantes : **quelle est la quantité de chaleur transmise ? Comment cette chaleur se transmet-elle ?**

On peut définir le transfert de chaleur comme la chaleur transportée à cause d'une différence de température.

1.1 Modes de transfert de chaleur

Les modes de transfert de chaleur sont la manière avec laquelle la chaleur est transportée d'un milieu à un autre. Il existe trois modes de transfert de chaleur : la **conduction**, la **convection** et le **rayonnement**.

1.1.1 Conduction

La conduction est un mode de transfert de chaleur dans un milieu solide ou fluide qui ne bouge pas. L'activité des atomes ou des molécules permet de transférer l'énergie cinétique des vibrations moléculaires du milieu qui a le plus d'énergie vers le milieu qui en a le moins. Ce mode de transfert de chaleur existe dans tous les solides. Il existe parfois dans les gaz qui ne bougent pas.

1.1.2 Convection

La convection est le transfert de chaleur accompagné de vitesse. Il se déroule entre une surface solide et un fluide. La chaleur est transportée grâce à la conduction et grâce au mouvement du fluide. Des exemples de convection existent : le vent qui transporte de la chaleur, l'eau qui bout, le ventilateur qui rafraichit l'air ambiant... Le transfert de chaleur par convection est indépendant des propriétés du matériau qui est en contact avec le fluide. Il ne dépende que du fluide. La géométrie et la nature de la surface ont une influence sur la convection.

1.1.3 Rayonnement

Le rayonnement est un transfert de chaleur sans support matériel. Il a lieu grâce aux photons. Dans le rayonnement, la chaleur est transportée par des ondes électromagnétiques. L'exemple le plus connu est la chaleur du soleil. La chaleur se propage mieux par rayonnement dans le vide. Le rayonnement dépende de la nature de la surface et de sa matière.

1.2 Flux et densité du flux de chaleur

Le flux de chaleur Q représente la puissance de chaleur transmise ou transportée. Son unité est donc le W . Le flux de chaleur est transporté dans le sens inverse du gradient de température. Le gradient de température est de la température la plus basse vers la température la plus élevée, le flux de chaleur est transporté de la température la plus élevée à la plus basse.

La densité du flux q est égale au flux divisé par la surface que traverse ce flux :

$$q = \frac{Q}{S} \quad (1.2)$$

L'unité de q est W/m^2 .

Le flux de chaleur est positif par convention.

1.3 Lois de base du transfert de chaleur

Pour chaque mode de transfert de chaleur, il existe une loi qui donne l'expression du flux de chaleur.

1.3.1 Conduction : loi de Fourier

Quand la chaleur est transmise par conduction thermique, le flux est donné par la loi de Fourier :

$$Q = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.3)$$

Dans cette expression, Q est le flux de chaleur, S la surface d'échange de chaleur, λ est le coefficient de conduction thermique ou conductivité thermique, T est la température et x l'abscisse.

La surface d'échange S est la surface qui est traversée par le flux de chaleur. La **figure 1.1** montre la manière de calculer cette surface dans différents cas.

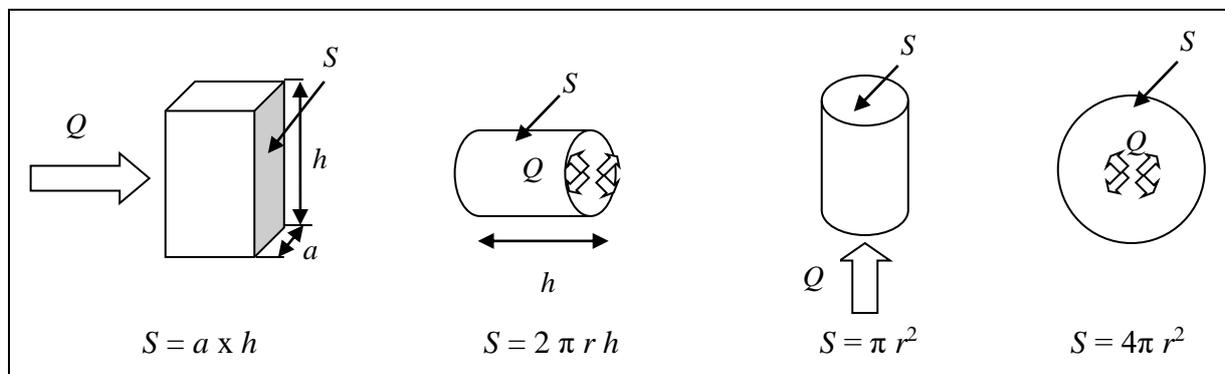


Fig.1.1 Calcul de la surface d'échange

Le signe négatif dans l'équation de Fourier reflète le deuxième principe de la thermodynamique : le flux de chaleur va dans le sens inverse du gradient de température, c'est-à-dire que le flux se déplace de la température la plus haute vers la plus basse. Donc, ce signe indique qu'un gradient négatif de température (diminution de la température dans la direction positive de x) multiplié par le signe $-$ donne un flux de chaleur positif dans la direction positive de x .

La densité du flux de chaleur en conduction est donnée par l'expression :

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.4)$$

Si le régime est permanent, c'est-à-dire qu'il ne varie pas dans le temps, on a :

$$\frac{\partial T}{\partial x} \approx \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_2 - T_1}{e} \quad (1.5)$$

e est l'épaisseur. Donc :

$$Q = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\lambda S \frac{T_2 - T_1}{e} \quad (1.6)$$

La différence de température est égale à la température la plus basse moins la température la plus élevée si on garde le signe -, sinon, on prendra la température la plus élevée moins la plus basse si on enlève le signe -. Il faut trouver un flux positif. La densité du flux est alors :

$$q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{e} \quad (1.7)$$

Exemple 1.1

La paroi d'un four industriel a une épaisseur de 0,15m. elle est fabriquée de briques de conductivité thermique 1,7W/mK. Les mesures de la température ont donné 1400K et 1150K sur les deux faces externes de cette paroi. Quel est le flux de chaleur qui traverse cette paroi de dimensions 0,5m x 1,2m ?

Solution

Le flux de chaleur est donné par la relation :

$$Q = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\lambda S \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} \Rightarrow Q = -1,7 \times 0,5 \times 1,2 \times \frac{1150 - 1400}{0,15} = 1700 \text{ W.}$$

1.3.2 Convection : loi de Newton

Puisque la convection se déroule entre une surface solide et un fluide, il est important d'étudier la couche limite entre les deux. La couche limite est une zone qui sépare le solide de température T_p du fluide de température T_∞ loin de la paroi solide. Cette couche de transition dans laquelle la température change de T_p à T_∞ ou l'inverse est appelée couche limite.

Le calcul de la chaleur transférée par convection dépend de la nature du fluide, du type d'écoulement (turbulent ou laminaire) et des températures. Le flux de chaleur est donné par la loi de Newton :

$$Q = hS(T_p - T_\infty) \quad (1.8)$$

Dans cette loi, h est le coefficient de convection en W/m^2K , S est la surface d'échange, T_p est la température de la paroi solide et T_∞ la température du fluide loin de la paroi. Il est

important de remarquer que la différence $T_p - T_\infty$ doit être positive, c'est-à-dire que si $T_p > T_\infty$, on prend $T_p - T_\infty$ mais si $T_p < T_\infty$, on prend $T_\infty - T_p$.

1.3.3 Rayonnement : loi de Stefan-Boltzmann

Toutes les surfaces émettent de l'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques. En l'absence d'un milieu intermédiaire, le transfert de chaleur net et total se fait entre deux surfaces de températures différentes.

La valeur maximale du flux de chaleur émis par une surface est donné par la loi de Stefan-Boltzmann :

$$Q_{max} = \sigma S T_p^4 \quad (1.9)$$

Un tel corps est appelé *corps idéal* ou *corps noir*. Dans cette expression, σ est la constante de Stefan-Boltzmann :

$$\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W / m}^2 \cdot \text{K}^4 \quad (1.10)$$

T_p est la température de la surface en K.

Le flux de chaleur émis par une surface réelle qui n'est pas idéale est plus petit que celui émis par un corps noir :

$$Q_{surface\ réelle} = \varepsilon \sigma S T_p^4 \quad (1.11)$$

ε est une propriété de la surface appelée émissivité. Elle compare le taux d'émission de la surface en question avec le corps noir, puisque $0 \leq \varepsilon \leq 1$. L'émissivité dépend fortement du matériau qui constitue la surface et d'état de celle-ci (rugosité...).

Le flux de rayonnement Q_{irra} qui arrive à une surface est un rayonnement incident appelé irradiation. Ce rayonnement provient de sources comme le soleil ou une lampe. Une partie de ce flux peut être absorbée par la surface. Cette partie absorbée dépend de l'absorbance α de cette surface :

$$Q_{absorbé} = \alpha S \times Q_{irra} \quad (1.12)$$

L'absorbance α est comprise entre 0 et 1 : $0 \leq \alpha \leq 1$. Quand $\alpha < 1$, la quantité de chaleur arrivée par rayonnement à la surface n'est pas totalement absorbée par celle-ci. Cette partie non absorbée peut être réfléchie ou transmise. Le coefficient α dépend de la nature du rayonnement et du type de la surface qui le reçoit.

On appelle *corps gris* une surface pour laquelle $\alpha = \varepsilon$.

Quand une surface finie de température T_p échange de la chaleur par rayonnement avec une surface environnante isotherme beaucoup plus grande de température T_{environ} (qui peut être le mur d'une salle ou les parois d'un four), le flux échangé par rayonnement est :

$$Q_{\text{échangé}} = \varepsilon S \times Q_{\text{max}} \times T_p^4 - \alpha S \times Q_{\text{irra}} = \varepsilon S \sigma (T_p^4 - T_{\text{environ}}^4) \quad (1.13)$$

Le flux de chaleur échangé est la différence entre le flux de rayonnement émis et celui absorbé.

Le flux de rayonnement peut être exprimé d'une manière qui ressemble à celui de la convection :

$$\begin{aligned} Q_{\text{échangé}} &= \varepsilon S \sigma (T_p^4 - T_{\text{environ}}^4) = \varepsilon S \sigma (T_p^2 + T_{\text{environ}}^2) (T_p^2 - T_{\text{environ}}^2) = \varepsilon S \sigma (T_p^2 + T_{\text{environ}}^2) (T_p + T_{\text{environ}}) (T_p - T_{\text{environ}}) \\ &= h_{\text{ray}} S (T_p - T_{\text{environ}}) \end{aligned}$$

avec :

$$h_{\text{ray}} = \varepsilon \sigma (T_p^2 + T_{\text{environ}}^2) (T_p + T_{\text{environ}}) \quad (1.14)$$

Cette méthode permet de rendre le flux de chaleur échangé par rayonnement linéaire. Dans ce cas, le coefficient h_{ray} dépend fortement de la température. Ce n'est pas le cas en convection où le coefficient de convection h ne dépend que faiblement de la température.

Dans certains cas, la chaleur transmise est sous forme de convection et de rayonnement. Le flux transféré est :

$$Q = Q_{\text{ray}} + Q_{\text{conv}} = hS (T_p - T_{\infty}) + \varepsilon S \sigma (T_p^4 - T_{\text{environ}}^4) \quad (1.15)$$

Exemple 1.2

Une conduite transporte de la vapeur d'eau à travers une pièce large dans laquelle l'air et les murs sont à une température de 25°C. Le diamètre externe de la conduite est 70mm et la température de sa surface 200°C. Son émissivité est 0,8.

- 1. Quelle est la densité du flux de puissance d'émission de la surface de la conduite ?*
- 2. Quelle est la densité du flux de puissance de rayonnement de cette surface ?*
- 3. Le coefficient de convection de la surface vers l'air ambiant est 15W/m².K et on considère la surface comme grise. Calculer la densité du flux de transfert de chaleur de cette surface par unité de longueur de la conduite ?*

Solution

- 1.** Densité du flux de puissance d'émission :

$$q_{surface} = \varepsilon \sigma T_p^4 = 0,8 \times 5,67 \times 10^{-8} \times (200 + 273,15)^4 = 2270 \text{ W / m}^2$$

2. Densité du flux de puissance de rayonnement :

$$q_{max} = \sigma T_{seviron}^4 = 5,67 \times 10^{-8} \times (25 + 273,15)^4 = 447 \text{ W / m}^2$$

3. Flux de transfert de chaleur de cette surface :

$$Q_{tot} = Q_{ray} + Q_{conv} = hS(T_p - T_\infty) + \varepsilon S \sigma (T_p^4 - T_\infty^4) = S \times [h(T_p - T_\infty) + \varepsilon \sigma (T_p^4 - T_{seviron}^4)]$$

$$S = \pi \times D \times L = \pi \times 70 \times 10^{-3} \times L$$

$$Q_{tot} = \pi \times D \times L \times [h(T_p - T_\infty) + \varepsilon \sigma (T_p^4 - T_{seviron}^4)]$$

Densité du flux de transfert de chaleur de cette surface par unité de longueur de la conduite :

$$\begin{aligned} q_{tot} &= \frac{Q_{tot}}{L} = \pi \times D \times [h(T_p - T_\infty) + \varepsilon \sigma (T_p^4 - T_{seviron}^4)] \\ &= \pi \times 70 \times 10^{-3} \times [15(200 - 25) + 0,8 \times 5,67 \times 10^{-8} \times ((200 + 273,15)^4 - (25 + 273,15)^4)] \\ &= 998 \text{ W / m.} \end{aligned}$$

1.4 Conductivité thermique

La conductivité thermique est une grandeur qui peut être constante ou dépendre de la température. Son unité est W/mK .

1.4.1 Conductivité thermique des solides

La conductivité thermique d'un solide ou d'un métal de composition connue ne dépend à priori que de la température. En général, λ d'un métal pure diminue avec la température tandis que λ d'un alliage métallique augmente avec la température. L'expression de λ pour les métaux est la suivante :

$$\lambda = \lambda_0 (1 + b\theta + c\theta^2) \quad (1.16)$$

$\theta = T - T_{ref}$ et λ_0 est la conductivité à la température de référence T_{ref} . Dans les applications pratiques où les variations de température ne sont pas importantes, de l'ordre de quelques centaines de degrés, la conductivité thermique d'un métal est donnée par :

$$\lambda = \lambda_0 (1 + b\theta) \quad (1.17)$$

Pour les matériaux non homogènes, le coefficient de conduction dépend de la masse volumique de référence, qui est la masse du matériau divisée par le volume total. Ce volume

inclus aussi les vides ou les trous d'air contenus dans le matériau. Le coefficient de conduction augmente pour ces matériaux avec la température et la masse volumique.

1.4.2 Conductivité thermique des liquides

La conductivité thermique des liquides dépend de la température mais ne dépend pas de la pression. Elle diminue quand la température augmente sauf pour l'eau où la conductivité augmente avec la température jusqu'à 150°C puis diminue pour des températures supérieures. L'eau a la conductivité thermique la plus élevée parmi tous les liquides sauf parmi les métaux liquides.

1.4.3 Conductivité thermique des gaz

La conductivité thermique des gaz augmente avec la température mais n'est pas sensible à la pression quand celle-ci est proche de la pression atmosphérique. Pour les pressions très élevées, cet effet devient très important. Dans le cas de la vapeur d'eau, la conductivité dépend fortement de la pression.

Exemple 1.3

Estimer la valeur de la conductivité thermique de la vapeur d'eau en W/mK à la température de 713K si la pression est 130atm.

Solution

A partir du tableau B-4, on fait une interpolation entre les valeurs de la conductivité de 700K et 750K à la pression de 1atm :

$$\frac{\lambda(750K) - \lambda(700K)}{750 - 700} = \frac{\lambda(713K) - \lambda(700K)}{713 - 700}$$

$$\text{donc : } \lambda(713K) = 0,0516W / mK$$

pour utiliser la figure B-3, on calcule :

$$\frac{p}{p_{ref}} = \frac{130}{218,3} = 0,6 \qquad \frac{T}{T_{ref}} = \frac{700}{647,4} = 1,1$$

en utilisant la figure B-3 on trouve :

$$\frac{\lambda}{\lambda(1atm)} = 1,3 \quad \Rightarrow \quad \lambda = 1,3 \times \lambda(1atm) = 0,06071W / mK \quad \frac{T}{T_{ref}} = \frac{700}{647,4} = 1,1$$

1.5 Equation générale de la chaleur

L'énergie thermique est conservée dans un élément de volume dV . Donc :

$$Q_1 + Q_2 = Q_3 \quad (1.18)$$

Q_1 : énergie qui entre dans le volume élémentaire dV par conduction

Q_2 : énergie produite par le volume élémentaire dV

Q_3 : énergie nécessaire à l'augmentation de la température c'est-à-dire l'augmentation de l'énergie interne du volume élémentaire dV .

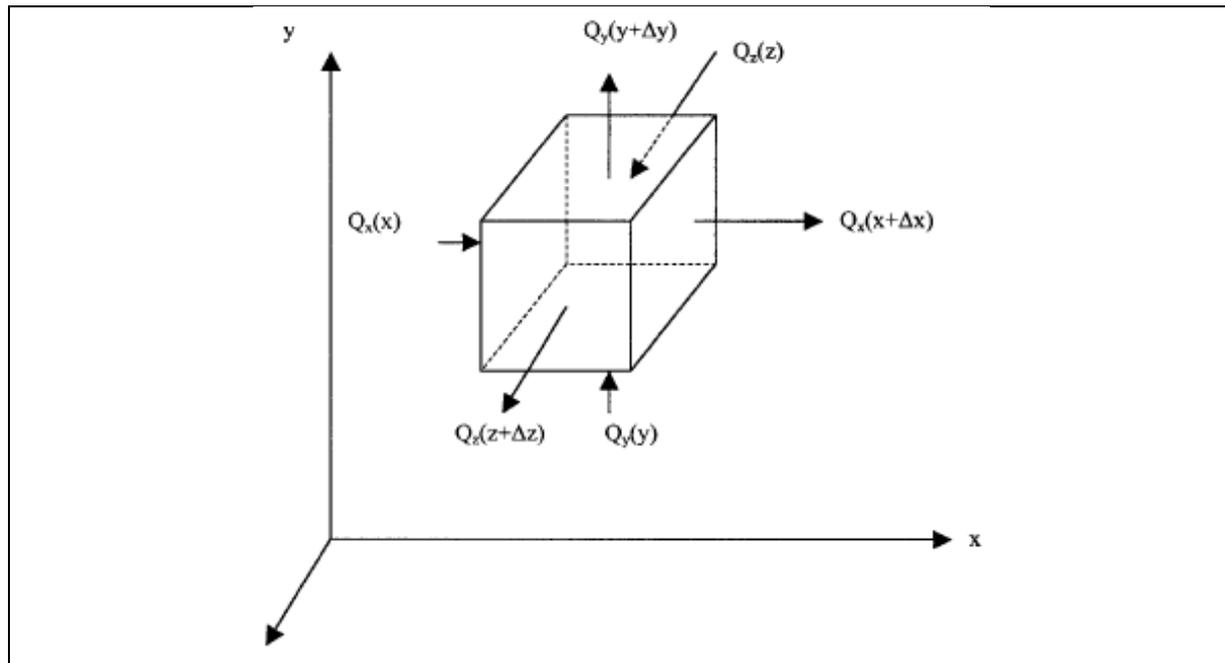


Fig.1.2 Génération de l'équation générale de la chaleur

Si on considère la conduction suivant l'axe des x :

$$Q_{1x}(x) = q_x \times \Delta y \times \Delta z \quad (1.19)$$

et :

$$Q_{1x}(x + \Delta x) = \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x + \dots \right) \times \Delta y \times \Delta z \quad (1.20)$$

Par conséquent, le flux de chaleur qui entre suivant l'axe des x est la différence :

$$Q_{1x}(x) - Q_{1x}(x + \Delta x) = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x \times \Delta y \times \Delta z \quad (1.21)$$

En faisant la même chose dans les directions y et z , on obtient le flux total qui entre dans le volume élémentaire :

$$Q_1 = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \Delta x \times \Delta y \times \Delta z \quad (1.22)$$

Si $g(x, y, z, t)$ est une source d'énergie thermique dans l'élément de volume, alors l'énergie produite dans l'élément de volume est :

$$Q_2 = g(x, y, z, t) \Delta x \times \Delta y \times \Delta z \quad (1.23)$$

Le taux d'augmentation de l'énergie interne dans l'élément de volume, selon les lois de la thermodynamique est :

$$Q_3 = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \Delta x \times \Delta y \times \Delta z \quad (1.24)$$

On obtient donc :

$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) \Delta x \times \Delta y \times \Delta z + g(x, y, z, t) \Delta x \times \Delta y \times \Delta z = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \Delta x \times \Delta y \times \Delta z \quad (1.25)$$

En simplifiant :

$$-\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right) + g(x, y, z, t) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.26)$$

Selon la loi de Fourier :

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$$

Donc :

$$-\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right)\right) + g(x, y, z, t) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.27)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right)\right) + g(x, y, z, t) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.28)$$

On obtient ainsi **l'équation générale de la chaleur** :

$$\operatorname{div}\left(\lambda \overrightarrow{\operatorname{grad}T}\right) + g(x, y, z, t) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.29)$$

Cette équation peut s'écrire en coordonnées cartésiennes, cylindriques ou sphériques comme le montre le **tableau 1.1**. Le **tableau 1.2** montre le Laplacien en coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques.

Tableau 1.1 Equation générale de la chaleur dans différents systèmes de coordonnées.

Système de coordonnées	$\operatorname{div}\left(\lambda \overrightarrow{\operatorname{grad}T}\right) + g(x, y, z, t) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$
Cartésiennes	$\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z}\right)\right) + g(x, y, z, t) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$

Cylindriques	$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + g(x, y, z, t) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$
Sphériques	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\lambda \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + g(x, y, z, t) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$

Tableau 1.2 Laplacien dans différents systèmes de coordonnées.

Système de coordonnées	$\Delta T = \nabla^2 T$
Cartésiennes	$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$
Cylindriques	$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$
Sphériques	$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + g(x, y, z, t) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$

L'équation générale de la chaleur s'écrit dans certains cas avec des simplifications.

1.5.1 Equation de Fourier

Si λ est constant et qu'il n'y a pas de source de chaleur ($g=0$), l'équation générale de la chaleur en coordonnées cartésiennes devient :

$$\lambda \operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{grad} T}) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.30)$$

$$\lambda \Delta T = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{\rho c_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.31)$$

$$\text{On pose : } \alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (1.32)$$

α est la diffusivité thermique. L'équation devient :

$$\Delta T = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.33)$$

Cette équation s'appelle **équation de Fourier**.

1.5.2 Equation de Poisson

Si le régime est stationnaire ou permanent, alors :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (1.34)$$

et si en plus λ est constante, alors :

$$\lambda \Delta T + g(x, y, z, t) = 0 \quad (1.35)$$

donc :

$$\Delta T + \frac{g(x, y, z, t)}{\lambda} = 0 \quad (1.36)$$

Cette équation s'appelle **équation de Poisson**.

1.5.3 Equation de Laplace

Si le régime est permanent et λ est constante et qu'il n'y a pas de source de chaleur, l'équation générale de la chaleur devient :

$$\Delta T = 0 \quad (1.37)$$

Cette équation s'appelle **équation de Laplace**.

1.6 Résolution de l'équation générale de la chaleur

1.6.1 Conduction à 1D en régime stationnaire sans source de chaleur

L'équation de la chaleur à 1D en régime stationnaire et sans source de chaleur s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \quad (1.38)$$

Si le coefficient de conductivité thermique est constant, elle devient :

$$\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \quad (1.39)$$

Pour résoudre cette équation, on l'intègre deux fois.

Exemple 1.4

En utilisant l'équation générale de la chaleur :

- Donner l'expression linéaire de la température dans un mur plan en régime permanent à 1D sans source de chaleur, avec une conductivité thermique constante. On pose x_2 -*

$$x_1=e.$$

2. Donner l'expression de la densité du flux de chaleur dans ce mur.

Solution

1. Pour une conduction à 1D dans un mur plan en régime permanent, sans source de chaleur, l'équation générale de la chaleur s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0$$

Si la conductivité thermique est constante :

$$\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$

En intégrant deux fois :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = C_1 \Rightarrow T(x) = C_1 x + C_2$$

On obtient les constantes C_1 et C_2 en utilisant les conditions aux limites.

Pour $x = x_1 : T = T_1$, pour $x = x_2 : T = T_2$ e est l'épaisseur du mur : $e = x_2 - x_1$. On trouve :

$$C_1 = \frac{T_2 - T_1}{e} \quad C_2 = \frac{T_1 x_2 - T_2 x_1}{e}$$

Donc :

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{e} x + \frac{T_1 x_2 - T_2 x_1}{e}$$

La température varie d'une manière linéaire avec x .

2. La densité du flux est dans ce cas :

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} = -\lambda C_1 = \lambda \frac{T_1 - T_2}{e}$$

1.6.2 Conduction à 1D en régime stationnaire avec une source de chaleur

Pour une conduction à 1D dans un mur plan en régime permanent, avec source de chaleur, l'équation générale de la chaleur s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + g = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{g}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{g}{\lambda}$$

On obtient la solution de cette équation en intégrant deux fois :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{g}{\lambda} x + C_1 \Rightarrow T(x) = -\frac{g}{2\lambda} x^2 + C_1 x + C_2$$

On obtient les constantes C_1 et C_2 en utilisant les conditions aux limites :

$$C_1 = \frac{T_2 - T_1}{e} + \frac{g}{2\lambda} e \quad C_2 = T_1$$

La température devient :

$$T = \left[\frac{T_2 - T_1}{e} + \frac{g}{2\lambda} (e - x) \right] x + T_1 \quad (1.40)$$

La densité du flux de chaleur est donnée par l'expression :

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} = -\lambda \left[-\frac{g}{\lambda} x + C_1 \right] = gx - \lambda C_1 = gx - \lambda \left[\frac{T_2 - T_1}{e} + \frac{g}{2\lambda} e \right] = gx - \lambda \frac{T_2 - T_1}{e} - \frac{g}{2} e$$

$$q = gx - \lambda \frac{T_2 - T_1}{e} - \frac{g}{2} e \quad (1.41)$$

1.7 Résistance thermique et analogie électrique

1.7.1 Calcul de la résistance thermique

Il existe une analogie ou ressemblance entre les circuits thermiques et les circuits électriques.

On peut associer la résistance électrique à une résistance thermique. La résistance est déterminée dans les circuits électriques comme le rapport du potentiel au flux correspondant :

$$R = \frac{U}{I} \quad (1.42)$$

Concernant le transfert de chaleur par conduction, la résistance thermique est définie comme :

$$R = \frac{\Delta T}{Q} = \frac{T_2 - T_1}{Q} \quad (1.43)$$

Pour un mur plan soumis à la conduction, la résistance thermique est donc :

$$R = \frac{\Delta T}{Q_{conduction}} = \frac{e}{\lambda S} \quad (1.44)$$

La résistance thermique dans le cas de la convection est donnée par l'expression suivante :

$$R = \frac{\Delta T}{Q_{convection}} = \frac{1}{hS} \quad (1.45)$$

La résistance thermique dans le cas du rayonnement est donnée par l'expression suivante :

$$R = \frac{\Delta T}{Q_{ray}} = \frac{1}{h_{ray} S} \quad (1.46)$$

Dans le cas où il y a des phénomènes combinés de conduction et de convection comme le montre la **figure 1.3**, on utilise la **résistance thermique totale** :

$$R_{tot} = R_{conv 1} + R_{conduction} + R_{conv 2} = \frac{1}{h_1 S} + \frac{e}{\lambda S} + \frac{1}{h_2 S} \quad (1.47)$$

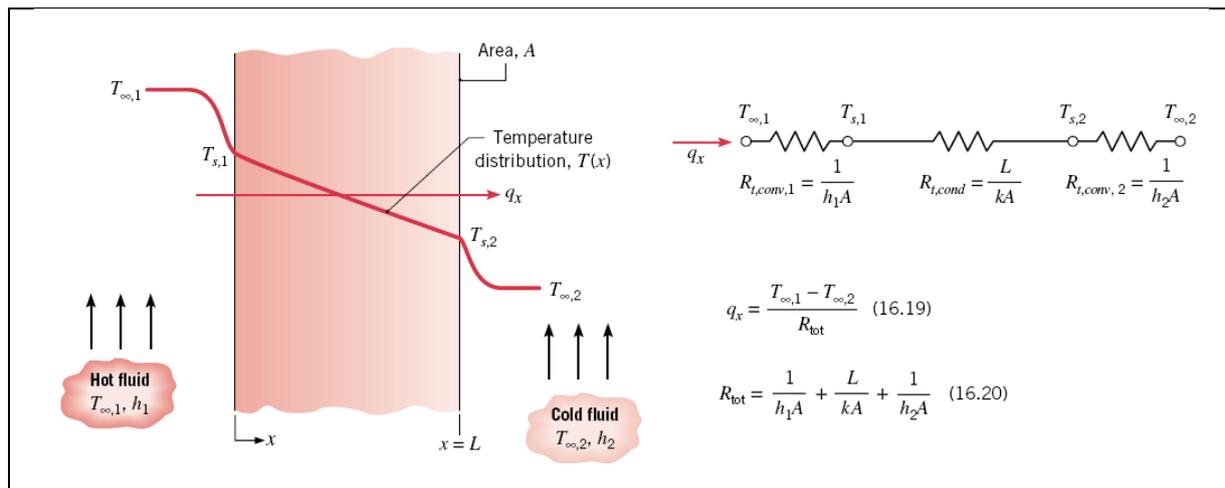


Fig.1.3 Analogie entre les circuits thermique et électrique [1].

Dans ce cas, le flux de chaleur est constant et peut être considéré d’une manière globale ou individuelle :

$$Q = \frac{T_{\infty,1} - T_1}{1/h_1 S} = \frac{T_1 - T_2}{e/\lambda S} = \frac{T_2 - T_{\infty,2}}{1/h_2 S} = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{tot}} \quad (1.48)$$

Cette méthode permet de trouver les températures intermédiaires.

1.7.2 Murs composites

Il existe des systèmes plus complexes avec plusieurs parois. Ces systèmes thermiques sont semblables à des circuits électriques composés de résistances en série. Un exemple de mur composite est présenté dans la **figure 1.4**. Le flux de chaleur est :

$$Q = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,3}}{R_{tot}} \quad (1.49)$$

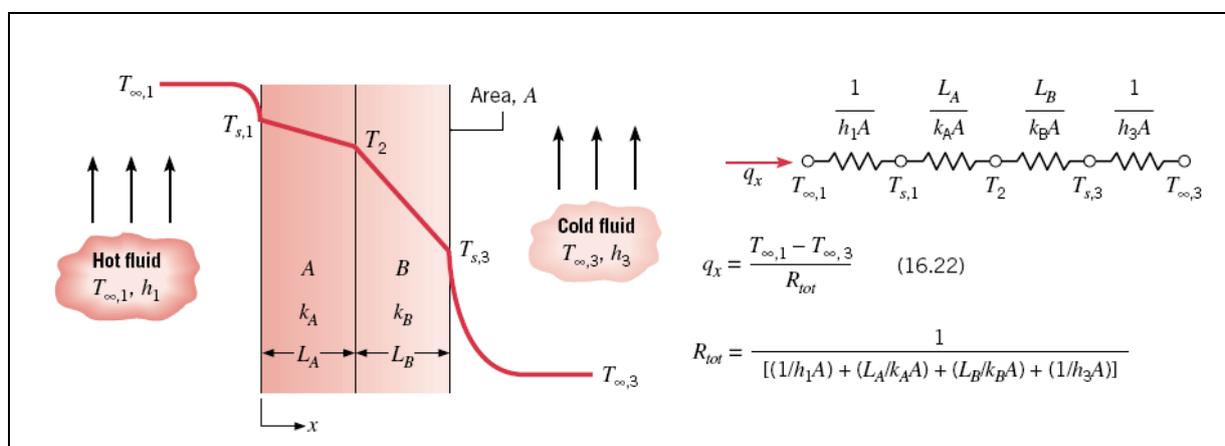


Fig.1.4 Analogie entre les murs composites et le circuit électrique [1].

$$Q = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 3}}{\frac{1}{h_1 S} + \frac{e_1}{\lambda_1 S} + \frac{e_2}{\lambda_2 S} + \frac{1}{h_2 S}} = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{\frac{1}{h_1 S}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e_1}{\lambda_1 S}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{e_2}{\lambda_2 S}} = \frac{T_3 - T_{\infty 3}}{\frac{1}{h_2 S}} \quad (1.50)$$

La **figure 1.5** montre un autre exemple de mur composite et son analogie avec les circuits électriques.

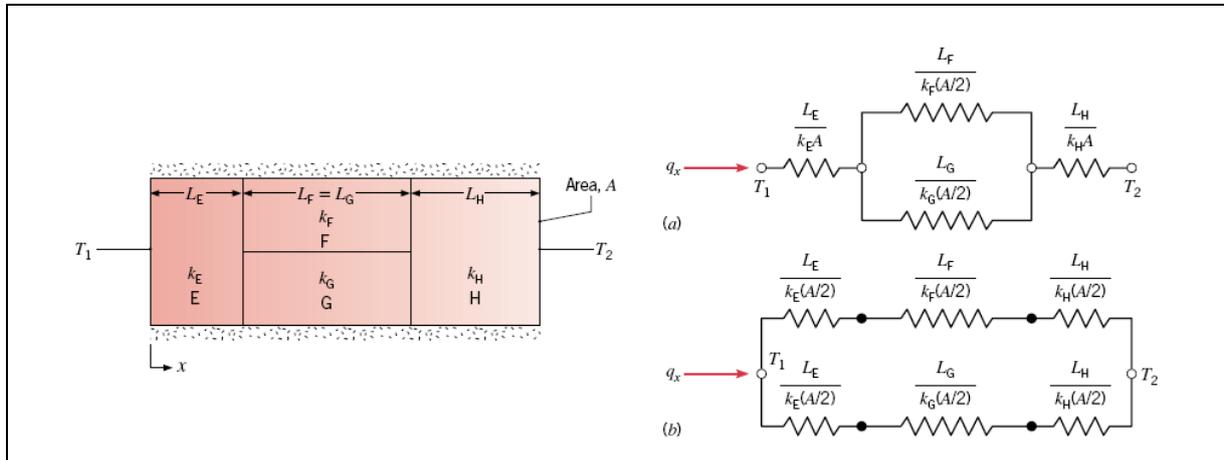


Fig.1.5 Autre exemple d’analogie entre un mur composite et un circuit électrique [1].

1.7.3 Résistance de contact

Il est important de préciser que dans les murs composites, la variation de la température dans l’interface entre deux murs peut être très importante. Cette variation est due à la **résistance de contact** R_{cont} qui est définie comme :

$$R_{cont} = \frac{T_A - T_B}{Q} \quad (1.51)$$

T_A et T_B sont les températures de part et d’autre de la surface de contact comme le montre la **figure 1.6**.

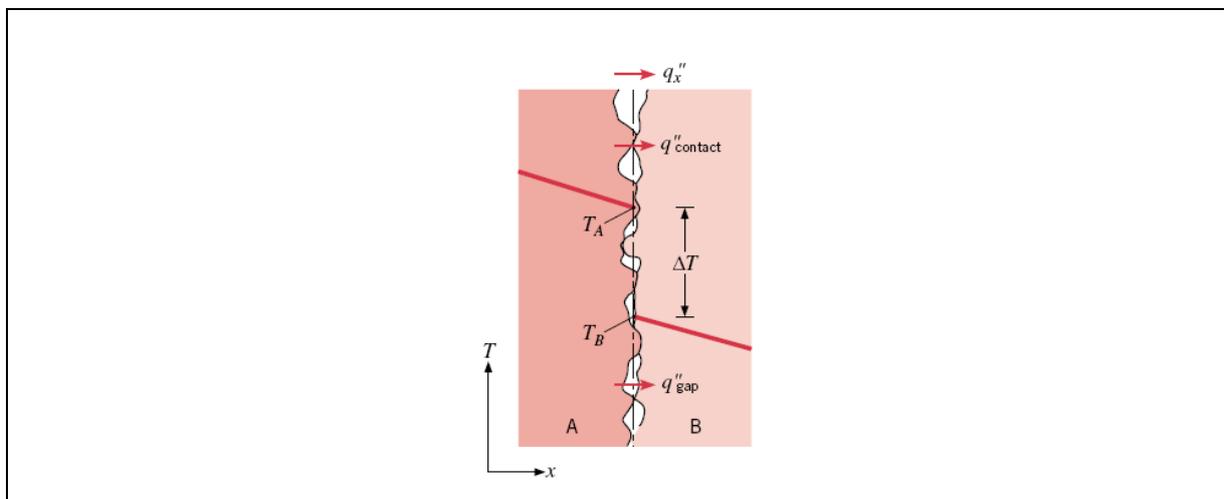


Fig.1.6 Saut de température du à la résistance de contact [1].

L'existence de la résistance thermique de contact est due à la rugosité des faces des murs qui sont en contact dans un mur composite. Il existe alors des points de vide qui peuvent se remplir d'un gaz comme l'air ou d'une autre matière solide ou liquide. Le contact se fait alors selon les endroits soit par des point de contact, soit par du vide. Les points solides sont en général très petits et ce sont les gaz qui remplissent les vides qui déterminent la résistance thermique. Le **tableau 1.3** donne quelques valeurs de la résistance de contact solide/solide.

Tableau 1.3 Résistance thermique de contact solide/solide.

Interface	$R_{cont} \times 10^4$ ($m^2.K/W$)
Silicone/Aluminium (27 à 500 kN/m^2)	0,3 – 0,6
Aluminium/Aluminium avec revêtement en Pb	0,01 – 0,1
Acier inox/ Inox (3500 kN/m^2)	0,04
Cuivre/Cuivre avec revêtement en étain	0,025 – 0,14

1.8 Systèmes cylindriques à 1D

Soit un cylindre creux de rayon interne r_1 et de rayon externe r_2 comme le montre la **figure 1.7**. Ce cylindre a une température interne T_1 et une température externe T_2 . La conductivité thermique de ce cylindre λ est constante. En appliquant la loi de Fourier au niveau d'un rayon intermédiaire r entre r_1 et r_2 :

$$Q = -\lambda S \frac{dT}{rr} = -\lambda 2\pi r L \frac{dT}{dr} \quad (1.52)$$

Le flux de chaleur étant constant, on a :

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{Q}{\lambda 2\pi r L} \quad (1.53)$$

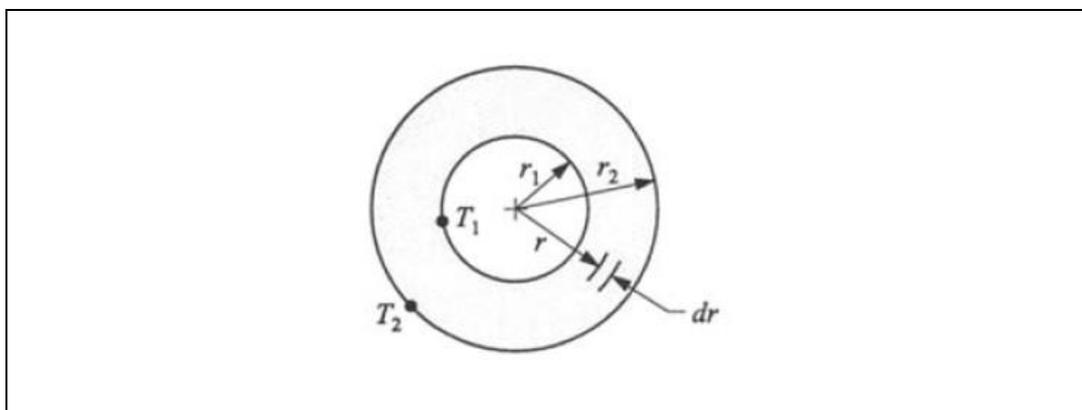


Fig.1.7 Cylindre creux de température interne T_1 et de température externe T_2 .

On intègre pour trouver l'expression de la température :

$$\int_{r_1}^r dT = T(r) - T_1 = \int_{r_1}^r -\frac{Q}{\lambda 2\pi r L} dr = -\frac{Q}{\lambda 2\pi L} \int_{r_1}^r \frac{1}{r} dr = -\frac{Q}{\lambda 2\pi L} [\ln r]_{r_1}^r = -\frac{Q}{\lambda 2\pi L} [\ln r - \ln r_1]$$

$$= -\frac{Q}{\lambda 2\pi L} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right)$$

donc :

$$T(r) = -\frac{Q}{\lambda 2\pi L} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) + T_1 \quad (1.54)$$

Puisque le flux est constant, donc :

$$T(r_2) = T_2 = -\frac{Q}{\lambda 2\pi L} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + T_1 \Rightarrow Q = -\frac{(T_2 - T_1) \times \lambda 2\pi L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad (1.55)$$

En remplaçant dans l'expression de la température :

$$T(r) = -\frac{Q}{\lambda 2\pi L} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) + T_1 = \frac{(T_2 - T_1) \times \lambda 2\pi L}{\lambda 2\pi L \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) + T_1 = \frac{(T_2 - T_1)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) + T_1$$

donc :

$$T(r) = \frac{(T_2 - T_1)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) + T_1 \quad (1.56)$$

La résistance thermique $R_{cylindre}$ est :

$$R_{cylindre} = \frac{T_1 - T_2}{Q} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\lambda 2\pi L} \quad (1.57)$$

Dans le cas de plusieurs épaisseurs comme le montre la **figure 1.8**, le flux de chaleur est :

$$Q = \frac{(T_1 - T_3) \times 2\pi L}{\frac{1}{\lambda_1} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{\lambda_2} \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} \quad (1.58)$$

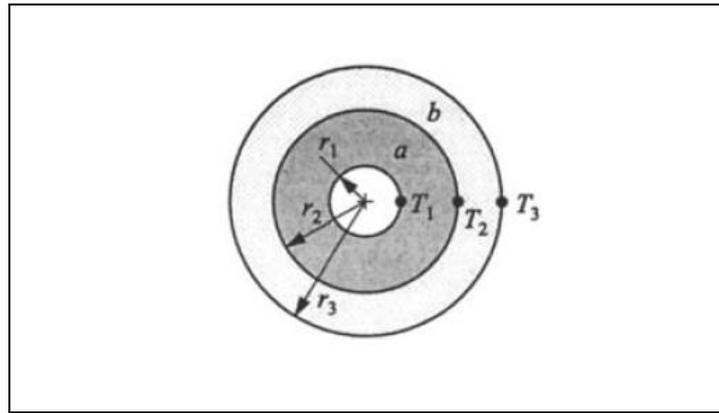


Fig.1.8 Cylindre creux avec deux épaisseurs.

Dans le cas où il y a en plus de la convection avec un coefficient h_1 à l'intérieur du cylindre et h_2 à l'extérieur, on a :

$$Q = \frac{(T_1 - T_3) \times 2\pi L}{\frac{1}{h_1 r_1} + \frac{1}{\lambda_1} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{\lambda_2} \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right) + \frac{1}{h_2 r_3}} \quad (1.59)$$

L'analogie avec un circuit électrique est montrée dans la **figure 1.9**

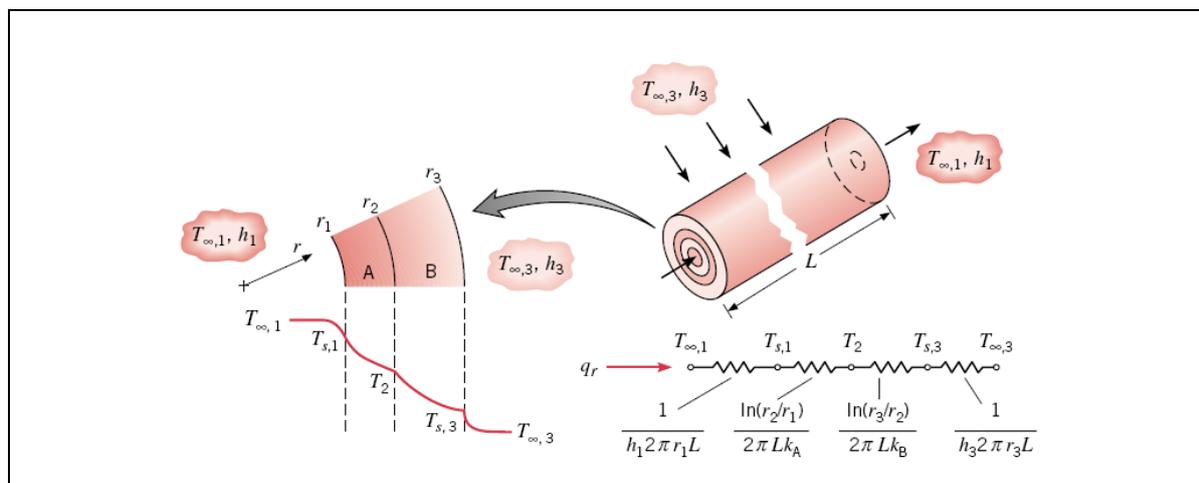


Fig.1.9 Cylindre creux avec deux épaisseurs : analogie avec un circuit électrique [1].

1.9 Ailettes

1.9.1 Définition et intérêt à utiliser les ailettes

Dans les applications industrielles, il est parfois nécessaire d'augmenter le flux de chaleur transféré d'une surface solide vers un fluide. Une solution consiste à augmenter la vitesse du fluide afin d'augmenter le coefficient de convection h pour que l'échange de chaleur se fasse

mieux. Cette solution peut parfois être coûteuse, insuffisante ou peu pratique car elle nécessite des moyen mécaniques et de l'énergie pour les faire fonctionner.

Une autre solution consiste tout simplement à augmenter la surface d'échange du solide, ce qui permet d'augmenter le flux de chaleur transmis au fluide. Ceci peut se faire en fixant des ailettes à la paroi solide (**figure 1.10**). Le transfert de chaleur se fait par conduction dans les ailettes et par convection de la surface de l'ailette au fluide extérieur. La conductivité thermique du matériau de l'ailette a une grande influence sur la distribution de la température tout au long de l'ailette et donc sur l'échange de chaleur entre l'ailette et le milieu extérieur. En général, la conductivité thermique de l'ailette doit être grande pour minimiser la différence de température entre la base et le sommet de l'ailette. Ceci permet de rendre l'échange de chaleur maximal en minimisant les pertes de chaleur.

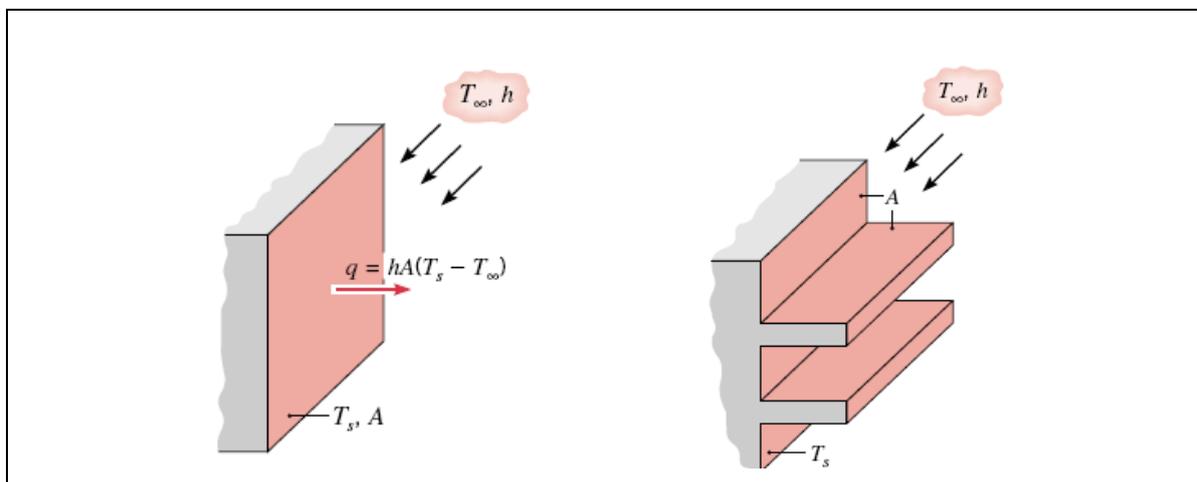


Fig.1.10 Comparaison entre une surface plate et une surface avec ailettes [1].

Les ailettes existent dans différents systèmes pratiques, comme les systèmes de refroidissement des moteurs, les systèmes de refroidissement des transformateurs électriques, les climatiseurs, les corps de chauffe.

Il existe plusieurs types d'ailettes selon leur forme : rectangulaires, cylindriques, plates ... (**figure 1.11**).

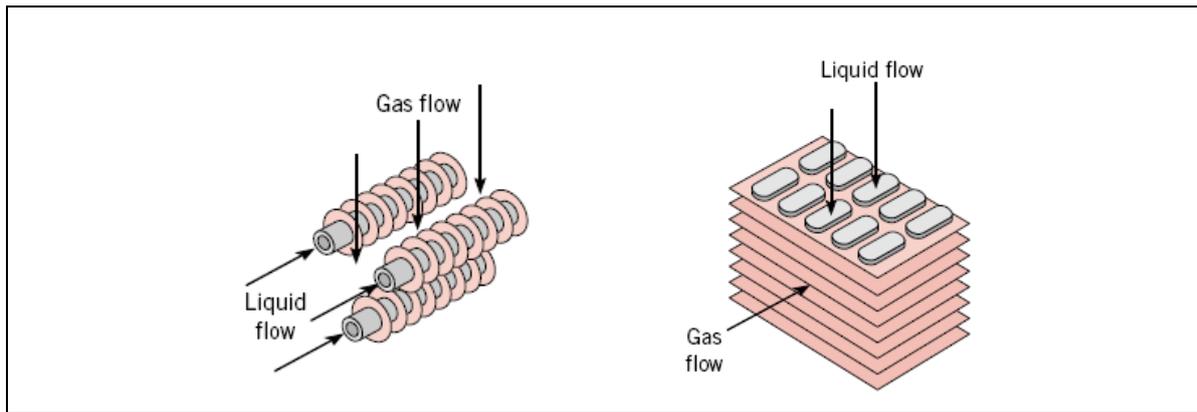


Fig.1.11 Quelques types d'ailettes dans les échangeurs de chaleur [1].

1.9.2 Transfert de chaleur dans les ailettes rectangulaires

Soit une ailette rectangulaire ayant une température T_b à sa base. La température du fluide alentours est T_∞ (**figure 1.12**).

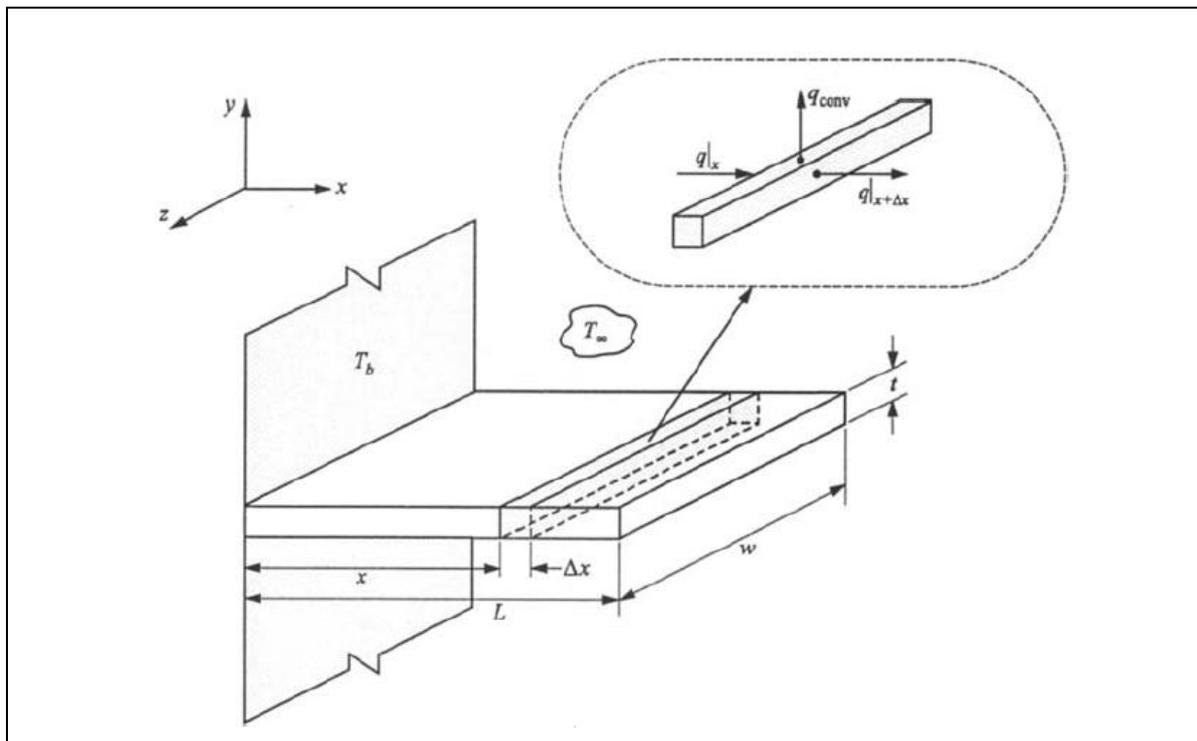


Fig.1.12 Transfert de chaleur dans un volume élémentaire d'une ailette rectangulaire.

On applique le premier principe de la thermodynamique à un élément de l'ailette d'épaisseur Δx en régime permanent : l'énergie qui entre dans l'élément de l'ailette = l'énergie qui sort de $(x+\Delta x)$ + l'énergie qui sort par convection. En supposant qu'il n'y a pas de variation de température suivant y et z , on a :

$$Q(x) = Q(x + \Delta x) + Q_{convection} \quad (1.60)$$

$$Q(x) = -\lambda S_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_x \quad Q(x + \Delta x) = -\lambda S_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x+\Delta x} \quad Q_{convection} = h(P\Delta x)(T - T_\infty) \quad (1.61)$$

P est le périmètre de l'élément de l'ailette :

$$P = 2(t + w) \quad (1.62)$$

et S_c la surface traversée par le flux de conduction :

$$S_c = t \times w \quad (1.63)$$

En utilisant les séries de Taylor, on obtient :

$$\begin{aligned} Q(x + \Delta x) &= Q(x) + \frac{dQ_x}{dx} \Delta x + \dots = -\lambda S_c \frac{dT}{dx} + \frac{d}{dx} \left(-\lambda S_c \frac{dT}{dx} \right) \Delta x = -\lambda S_c \frac{dT}{dx} - \lambda S_c \frac{d}{dx} \left(\frac{dT}{dx} \right) \Delta x \\ &= -\lambda S_c \frac{dT}{dx} - \lambda S_c \frac{d^2 T}{dx^2} \Delta x \end{aligned} \quad (1.64)$$

En remplaçant dans l'équation du bilan énergétique, on obtient :

$$\begin{aligned} -\lambda S_c \frac{dT}{dx} &= -\lambda S_c \frac{dT}{dx} - \lambda S_c \frac{d^2 T}{dx^2} \Delta x + h(P\Delta x)(T - T_\infty) \\ -\lambda S_c \frac{d^2 T}{dx^2} \Delta x + h(P\Delta x)(T - T_\infty) &= 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 T}{dx^2} \Delta x - \frac{hP}{\lambda S_c} (\Delta x)(T - T_\infty) = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{hP}{\lambda S_c} (T - T_\infty) = 0 \quad (1.65)$$

Pour simplifier, on pose :

$$\theta = T - T_\infty \quad \text{et} \quad m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}} \quad (1.66)$$

L'équation devient :

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - m^2 \theta = 0 \quad (1.67)$$

C'est une équation différentielle du deuxième degré de solution :

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad (1.68)$$

Pour trouver les constantes C_1 et C_2 , il faut des hypothèses sur la température à l'extrémité de l'ailette.

1.9.3 Ailette infinie

Dans ce cas, l'ailette est considérée comme très longue, c'est-à-dire que $L \rightarrow \infty$ avec une température à l'extrémité libre égale à T_∞ . Dans ce cas :

$$\theta(0) = T_b - T_\infty = \theta_b \quad \text{et} \quad \theta(L) = T_\infty - T_\infty = 0 \quad (1.69)$$

on aura alors :

$$C_1 + C_2 = \theta_b \quad (1.70)$$

$$\theta(L) = C_1 e^{mL} = 0 \Rightarrow C_1 = 0 \quad (1.71)$$

L'expression de θ devient :

$$\theta(x) = \theta_b e^{-mx} \quad (1.72)$$

Le flux de chaleur à la base de l'ailette est :

$$Q(0) = -\lambda S_c \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = -\lambda S_c \frac{d\theta(0)}{dx} = \lambda S_c \theta_b m e^0 = \lambda S_c \theta_b m \quad (1.73)$$

En remplaçant m par son expression, on obtient :

$$Q(0) = \lambda S_c \theta_b \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}} = \theta_b \sqrt{hP \lambda S_c} \quad (1.74)$$

Ce flux de chaleur est le flux transmis par l'ailette à l'extérieur.

Exemple 1.5

Soit une ailette infiniment longue de 5mm de diamètre et de conductivité thermique de 180W/mK. Sa base est maintenue à une température de 100°C. Son autre extrémité est exposée à de l'air ambiant de 25°C avec une coefficient de convection de 100W/m²K.

1. Donner l'expression de la température dans cette ailette.
2. Donner la valeur du flux de chaleur transmis par cette ailette.

Solution

Puisque l'ailette est infiniment longue, la température est donnée par l'expression suivante :

$$\theta(x) = \theta_b e^{-mx} \quad \text{avec : } \theta_b = T_b - T_\infty \quad \text{donc : } T(x) - T_\infty = (T_b - T_\infty) e^{-mx}$$

$$T(x) = (T_b - T_\infty) e^{-mx} + T_\infty$$

on calcule le coefficient m :

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}} = \sqrt{\frac{h2\pi R}{\lambda \pi R^2}} = \sqrt{\frac{h2}{\lambda R}} = \sqrt{\frac{100 \times 2}{180 \times 2,5 \times 10^{-3}}} = 21,08 m^{-1}$$

$$\text{Donc : } T(x) = 75 e^{-21,08x} + 25 \quad (^\circ\text{C})$$

Le flux de chaleur est donné par l'expression :

$$\begin{aligned} Q(0) &= \theta_b \sqrt{hP \lambda S_c} = (T_b - T_\infty) \sqrt{h2\pi R \lambda \pi R^2} = (T_b - T_\infty) \sqrt{h2\pi^2 \lambda R^3} \\ &= (100 - 25) \sqrt{100 \times 2\pi^2 \times 180 \times (2,5 \times 10^{-3})^3} = 5,59W \end{aligned}$$

1.9.4 Ailette avec température imposée à l'extrémité

Dans le cas où une température T_L est imposée à l'extrémité de l'ailette, on a :

$$\theta(L) = \theta_L = T_L - T_\infty \quad (1.75)$$

$$\theta_L = C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL} \quad (1.76)$$

Puisque : $\theta(0) = \theta_b = T_b - T_\infty = C_1 e^0 + C_2 e^0 = C_1 + C_2$, on a :

$$C_2 = \theta_b - C_1$$

Pour calculer C_1 , on remplace dans l'expression de θ_L :

$$\theta_L = C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL} = C_1 e^{mL} + (\theta_b - C_1) e^{-mL} = (e^{mL} - e^{-mL}) C_1 + \theta_b e^{-mL}$$

$$(e^{mL} - e^{-mL}) C_1 + \theta_b e^{-mL} = \theta_L \Rightarrow (e^{mL} - e^{-mL}) C_1 = \theta_L - \theta_b e^{-mL} \Rightarrow C_1 = \frac{\theta_L - \theta_b e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} \quad (1.77)$$

$$C_2 = \theta_b - \frac{\theta_L - \theta_b e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} \quad (1.78)$$

En remplaçant les constantes dans l'expression de la température :

$$\begin{aligned} \theta(x) &= \frac{\theta_L - \theta_b e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} e^{mx} + \left(\theta_b - \frac{\theta_L - \theta_b e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} \right) e^{-mx} \\ &= \frac{\theta_L e^{mx} - \theta_b e^{-mL} e^{mx}}{e^{mL} - e^{-mL}} + \theta_b e^{-mx} - \frac{\theta_L e^{-mx} - \theta_b e^{-mL} e^{-mx}}{e^{mL} - e^{-mL}} \\ &= \frac{\theta_L e^{mx} - \theta_b e^{-mL} e^{mx} + \theta_b e^{-mx} (e^{mL} - e^{-mL}) - \theta_L e^{-mx} + \theta_b e^{-mL} e^{-mx}}{e^{mL} - e^{-mL}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta(x) &= \frac{\theta_L e^{mx} - \theta_b e^{-mL} e^{mx} + \theta_b e^{-mx} e^{mL} - \theta_b e^{-mx} e^{-mL} - \theta_L e^{-mx} + \theta_b e^{-mL} e^{-mx}}{e^{mL} - e^{-mL}} \\ &= \frac{\theta_L e^{mx} - \theta_b e^{-mL} e^{mx} + \theta_b e^{-mx} e^{mL} - \theta_L e^{-mx}}{e^{mL} - e^{-mL}} \\ &= \frac{\theta_L (e^{mx} - e^{-mx}) + \theta_b (-e^{-m(L-x)} + e^{m(L-x)})}{e^{mL} - e^{-mL}} \\ &= \frac{\theta_L \left(\frac{e^{mx} - e^{-mx}}{2} \right) + \theta_b \left(\frac{-e^{-m(L-x)} + e^{m(L-x)}}{2} \right)}{\frac{e^{mL} - e^{-mL}}{2}} \end{aligned}$$

On obtient :

$$\theta(x) = \frac{\theta_L sh(mx) + \theta_b sh(m(L-x))}{sh(mL)} \quad (1.79)$$

Le flux de chaleur transmis par l'ailette est :

$$Q = -\lambda S_c \frac{dT}{dx} = -\lambda S_c \frac{d\theta}{dx} = \lambda S_c \frac{\theta_L m \times ch(mx) - \theta_b m \times ch(m(L-x))}{sh(mL)} \quad (1.80)$$

Puisque le flux est constant, on remplace x par 0 :

$$\begin{aligned} Q &= \lambda S_c \frac{\theta_L m \times ch(0) - \theta_b m \times ch(mL)}{sh(mL)} = \lambda S_c \frac{\theta_L m - \theta_b m \times ch(mL)}{sh(mL)} = \lambda S_c \frac{\theta_L m - \theta_b m \times ch(mL)}{sh(mL)} \\ &= \lambda S_c m \theta_b \frac{\theta_L / \theta_b - ch(mL)}{sh(mL)} = \lambda S_c m \theta_b \frac{\theta_L / \theta_b - ch(mL)}{sh(mL)} = \lambda S_c \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}} \theta_b \frac{\theta_L / \theta_b - ch(mL)}{sh(mL)} \\ Q &= \sqrt{hP \lambda S_c} \theta_b \frac{\theta_L / \theta_b - ch(mL)}{sh(mL)} \end{aligned} \quad (1.81)$$

1.9.5 Ailette avec extrémité thermiquement isolée

Dans ce cas, l'extrémité de l'ailette est isolée, c'est-à-dire qu'elle n'échange pas de chaleur avec le milieu extérieur, donc :

$$\left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} = 0 \quad (1.82)$$

En suivant les mêmes étapes que précédemment, on obtient :

$$\theta(x) = \theta_b \frac{ch(m(L-x))}{ch(mL)} \quad (1.83)$$

et :

$$Q = \sqrt{hP \lambda S_c} \theta_b \tanh(mL) \quad (1.84)$$

1.9.6 Ailette avec perte par convection à l'extrémité

Dans le cas où l'extrémité de l'ailette échange de la chaleur par convection avec le milieu extérieur, on a :

$$h \theta(L) = -\lambda \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=L} \quad (1.85)$$

Par les mêmes étapes, on obtient :

$$\theta(x) = \theta_b \frac{ch(m(L-x)) + (h/\lambda m) sh(m(L-x))}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)} \quad (1.86)$$

et :

$$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \frac{sh(mL) + (h/\lambda m) ch(mL)}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)} \quad (1.87)$$

1.9.7 Efficacité d'une ailette

L'aillette a pour rôle d'augmenter le transfert de chaleur vers l'extérieur, mais, elle a elle-même une résistance thermique. Pour être sûr qu'un ailette permet effectivement d'augmenter le transfert de chaleur, on calcule son **efficacité** ε . Celle-ci est définie comme le rapport du flux de chaleur transmis par l'aillette sur le flux transmis sans ailette :

$$\varepsilon = \frac{Q}{hS_c \theta_b} \quad (1.88)$$

L'efficacité d'une ailette doit être la plus grande possible. Il est obligatoire qu'elle soit supérieure à 2. Par exemple, elle est égale à 10,9 pour une ailette rectangulaire en acier et 56,4 pour une ailette infinie en cuivre.

1.9.8 Rendement d'une ailette

Un autre paramètre très important doit être calculé : il s'agit du **rendement** d'une ailette. Il est égal au rapport du flux de chaleur transmis par l'aillette sur le flux transmis si l'aillette entière avait la même température que la base T_b , ce qui correspond au maximum de flux transmis :

$$\eta = \frac{Q}{Q_{max}} = \frac{Q}{hS_{aillette} \theta_b} \quad (1.89)$$

Dans cette expression, $S_{aillette}$ est la surface entière de l'aillette :

$$S_{aillette} = P \times L \quad (1.90)$$

1.9.9 Résistance thermique d'une ailette

La résistance thermique d'une ailette est donnée par :

$$R_{aillette} = \frac{\theta_b}{Q} \quad (1.91)$$

Exemple 1.6

Pour l'ailette de l'exemple 1.5, si l'ailette a une longueur de 25cm, calculer :

1. l'efficacité
2. le rendement
3. la résistance thermique.

Solution

1. L'efficacité de l'ailette est :

$$\varepsilon = \frac{Q}{hS_c \theta_b} = \frac{Q}{h\pi R^2 (T_b - T_\infty)} = \frac{5,59}{100 \times \pi \times (2,5 \times 10^{-3})^2 (100 - 25)} \approx 38$$

2. Le rendement :

$$\eta = \frac{Q}{Q_{max}} = \frac{Q}{hS_{ailette} \theta_b} = \frac{Q}{hPL \theta_b} = \frac{5,59}{100 \times \pi DL \times (100 - 25)} = 0,19$$

3. La résistance thermique de l'ailette :

$$R_{ailette} = \frac{\theta_b}{Q} = \frac{100 - 25}{5,59} = 13,41K / W$$

Méthodes et astuces pour le chapitre 1**1. Méthode générale de résolution d'un problème de transfert thermique**

Étapes à suivre pour résoudre un problème de transfert de chaleur :

1. Déterminer les modes de transfert de chaleur qui interviennent (conduction, convection ou rayonnement)
2. Trouver la relation entre les flux de chaleur des différents modes
3. Traduire cette relation en équations : loi de Fourier pour la conduction, de Newton pour la convection et de Stefan – Boltzmann pour le rayonnement.

2. Attention à la configuration

Une erreur très fréquente lors de la résolution des problèmes de conduction est de confondre un système plan avec un système cylindrique (conduites). Il faut donc être très attentif à cet aspect. Pour les systèmes cylindriques, il s'agit d'appliquer les expressions citées dans le paragraphe §1.9.

3. Résolution des problèmes relatifs aux ailettes

Pour résoudre un problème d'ailettes, les étapes sont les suivantes :

1. Définir le type d'ailette. Il en existe 04 : ailette infinie, ailette avec extrémité thermiquement isolée, ailette avec échange convectif à l'extrémité et ailette avec température imposée à l'extrémité.
2. Appliquer l'expression adéquate de la température et du flux

Attention !



A la forme de l'ailette pour le calcul de la section et du périmètre



A ne pas confondre efficacité et rendement

QCM 1

CONDUCTION DE CHALEUR

- 1** Trouver les modes de transfert de chaleur qui interviennent dans chaque cas :
 - a. Rayons de soleil sur une route
 - b. Le transfert de chaleur des personnes dans une salle de température basse
 - c. Un chauffe-eau électrique
 - d. Un moteur à combustion interne
- 2** Une conduite qui transporte de la vapeur à 300°C traverse une pièce dans laquelle l'air est à 30°C . La plus grande partie des pertes de chaleur a lieu par :
 - a. conduction vers l'air ambiant
 - b. convection vers l'air ambiant
 - c. rayonnement
 - d. conduction et convection
- 3** En conduction permanente dans un mur, si la section augmente suivant x , le gradient de température :
 - a. reste constant
 - b. diminue
 - c. augmente
- 4** Dans un mur où il y a une source de chaleur uniforme et de la convection de la même manière dans les deux faces le gradient de température :
 - a. diminue plus on s'éloigne du centre
 - b. augmente plus on s'éloigne du centre
 - c. reste constant
- 5** La méthode la plus efficace pour réduire le gradient de température dans un mur est de :
 - a. réduire l'épaisseur
 - b. réduire la conductivité
 - c. réduire la convection avec l'extérieur
 - d. réduire la source de chaleur dans le mur

6 Dans une ailette longue, si la conductivité thermique augmente alors que les autres paramètres restent constants :

- a. la température augmente rapidement le long de l'ailette
- b. la température augmente lentement le long de l'ailette
- c. le gradient de température ne change
- d. le gradient de température ne dépend que du flux de chaleur

7 Pour une ailette, l'augmentation de la conductivité :

- a. diminue le flux total de chaleur
- b. n'a de l'influence que sur le gradient de température
- c. augmente le flux total de chaleur
- d. le flux de chaleur n'est influencé que par la température de la base de l'ailette

8 L'augmentation du coefficient de convection pour une ailette :

- a. augmente l'efficacité
- b. diminue l'efficacité
- c. n'a pas d'influence sur l'efficacité
- d. n'a une influence que sur le rendement de l'ailette

9 Pour augmenter l'efficacité d'une ailette, il est préférable de :

- a. avoir un coefficient de convection élevé
- b. avoir une section plus grande
- c. avoir une conductivité plus élevée
- d. avoir un périmètre plus grand

Réponses

1. **a** : rayonnement, conduction – **b** convection – **c** convection – **d** conduction, convection et rayonnement
2. **b**
3. **b**
4. **b**
5. **a**
6. **b**
7. **c**
8. **a**
9. **d**

CHAPITRE

2

TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION

Contenu du chapitre

4 semaines

2.1 Introduction	32
2.2 Définition et mécanismes de la convection	32
2.3 Types de transfert par convection	33
2.4 Paramètres de la convection : couche limite et nombre de Reynolds.....	34
2.5 Méthodes de résolution d'un problème de convection	37
2.6 Analyse dimensionnelle	37
2.7 Etapes du choix de la corrélation dans le calcul du coefficient de convection	42
2.8 Corrélations pratiques pour le calcul du coefficient de convection thermique	43
Méthodes et astuces pour le chapitre 2	49

Notions préalables

- Modes de transfert de chaleur
- Régimes laminaire et turbulent
- Nombre de Reynolds
- Détermination des dimensions d'une grandeur physique
- Viscosité cinématique et dynamique.

Mots – clés

Convection – Convection naturelle – Convection forcée – Coefficient de convection – Loi de Newton – Couche limite thermique – Nombres de Reynolds – Nombre de Nusselt – Nombre de Rayleigh – Viscosité.

2.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, le phénomène de convection a été considéré uniquement comme une condition aux limites des problèmes de conduction. La convection est parfois en elle-même un mode de transfert de chaleur indépendant de la conduction. Dans les procédés industriels, la convection joue un rôle très important dans la mesure où elle permet le transfert de chaleur entre une surface solide et un fluide mais aussi entre les fluides eux-mêmes. Le transfert de chaleur par convection est gouverné par la loi de Newton qui permet de calculer le flux de chaleur transféré par convection. Le coefficient de transfert de chaleur par convection est un paramètre essentiel à calculer. Il dépend non seulement des propriétés du fluide mais aussi de la géométrie de la surface et des conditions dans lesquelles se trouve le fluide comme la vitesse. La couche du fluide qui sépare celui-ci de la surface solide a aussi un rôle important à jouer dans le transfert de chaleur par convection.

2.2 Définition et mécanismes de la convection

La convection est définie comme le mode de transfert de chaleur entre une surface solide et un fluide (liquide ou gaz) à des températures différentes. C'est donc un transfert de chaleur accompagné de vitesse.

En convection, le transfert de chaleur au niveau de la surface solide ne se fait que par conduction. Mais, dans les parties du fluide qui entourent la surface, il se passe deux phénomènes simultanés qui sont la conduction et la diffusion de la masse par mouvement au niveau moléculaire et au niveau macroscopique. Grâce à ce mouvement, le flux de chaleur transféré est plus important. Plus la vitesse est grande, plus le transfert de chaleur est important. On peut résumer le mécanisme de transfert de chaleur par convection en ce qui suit : le fluide qui est en contact avec la surface solide reçoit la chaleur de celle-ci par conduction puis la transmet au reste du fluide qui n'est pas en contact direct avec la surface par diffusion grâce au mouvement du fluide.

A la surface du solide qui est en contact avec le fluide, le flux de chaleur est donc calculé par la loi de Fourier puisqu'il s'agit de conduction :

$$Q = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.1)$$

Dans l'autre partie du fluide qui est loin de la surface, la loi de Newton donne le flux de chaleur :

$$Q = hS(T_p - T_\infty) \quad (2.2)$$

On peut calculer le coefficient de convection en utilisant l'égalité des flux de transfert de chaleur au niveau du flux de contact avec la surface solide :

$$-\lambda S \frac{\partial T}{\partial y} = hS(T_p - T_\infty) \Rightarrow h = \frac{-\lambda \frac{\partial T}{\partial y}}{(T_p - T_\infty)} \quad (2.3)$$

Exemple 2.1

De l'air à la température de 20°C circule autour d'un mur à 60°C. La température dans un point situé à 0,5mm de la surface est 40°C. Déterminer la valeur du coefficient local de convection si la conductivité thermique à la surface est 0,02656W/mK.

Solution

On utilise l'égalité entre le flux de conduction et le flux de convection, puisque le point en question est proche de la paroi solide :

$$Q = -\lambda S \frac{\partial T}{\partial y} = hS(T_p - T_\infty) \Rightarrow h = \frac{-\lambda \frac{\partial T}{\partial y}}{(T_p - T_\infty)}$$

On calcule le gradient de température :

$$\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{20 - 40}{0,0005} = -40\,000^\circ\text{C}/\text{m} \quad \text{donc :}$$

$$h = \frac{-0,02656 \times (-40\,000)}{(60 - 20)} = 26,56\text{W}/\text{m}^2\text{K}$$

2.3 Types de transfert par convection

Il existe principalement deux types de transfert de chaleur par convection :

- **convection naturelle ou libre** : dans ce cas, les forces de flottabilité qui sont produits par la différence de température lors du réchauffement ou du refroidissement sont responsables du transfert de chaleur. Il n'y a pas de moyen mécanique pour donner une vitesse au fluide. La partie chauffée du fluide se détend, c'est-à-dire que sa masse volumique diminue, donc, il devient plus léger monte vers le haut. Le fluide encore

froid prend sa place au contact de la paroi chaude et c'est ainsi que le mouvement du fluide se fait naturellement.

- **convection forcée** : l'écoulement du fluide est dû à des moyens mécaniques externes, comme des pompes ou les ventilateurs. Dans ce cas ces appareils produisent la vitesse nécessaire au mélange et c'est ainsi que le flux de chaleur se propage de la surface solide vers le fluide.
- **Convection mixte** : dans le cas où les deux types de convection existent en même temps, la convection est dite mixte.

Exemple 2.2

Dans les cas suivants, citer le type de convection forcée ou naturelle :

1. *Eau chauffée dans une casserole*
2. *Refroidissement de l'huile dans un moteur à combustion interne*
3. *Echangeur de chaleur*
4. *Radiateur d'une automobile*
5. *Chauffage d'une salle de conférences.*

Solution

1. Eau chauffée dans une casserole : convection libre
2. Refroidissement de l'huile dans un moteur à combustion interne : convection forcée
3. Echangeur de chaleur : convection forcée
4. Radiateur d'une automobile : convection mixte
5. Chauffage d'une salle de conférences : convection libre.

2.4 Paramètres de la convection : couche limite et nombre de Reynolds

Le problème essentiel de la convection est de déterminer le coefficient de convection h . Pour cela, il est nécessaire de pouvoir déterminer la géométrie de la surface et les conditions d'écoulement du fluide. Pour cela, il est nécessaire de pouvoir identifier la partie du fluide qui est en contact direct avec la surface solide. Cette partie qui est très mince est directement affectée par la température du solide. C'est la partie de contact entre le fluide et le solide. Elle s'appelle **couche limite thermique**. Il existe aussi une **couche limite hydrodynamique** qui elle, n'est pas affectée par la température mais par la vitesse de la paroi solide. C'est la partie de contact entre un fluide et un obstacle solide. Dans cette zone, la

vitesse du fluide passe de celle de la paroi à la vitesse libre de l'écoulement loin de l'obstacle. L'épaisseur de cette couche limite va de la paroi verticalement jusqu'aux points où :

$$u = 99\%U_{\infty} = 0,99U_{\infty} \quad (2.4)$$

Ainsi, le fluide est divisé en deux zones : la couche limite et l'écoulement libre. La couche limite thermique est définie comme la zone dans laquelle la température passe de celle de la paroi à la valeur suivante :

$$\frac{T_p - T}{T_p - T_{\infty}} = 0,99 \quad (2.5)$$

L'épaisseur de cette couche limite thermique est notée δ_t , elle est égale à la distance verticale entre la paroi et la zone où $\frac{T_p - T}{T_p - T_{\infty}} = 0,99$. La **figure 2.1** montre les deux couches limites hydrodynamique et thermique.

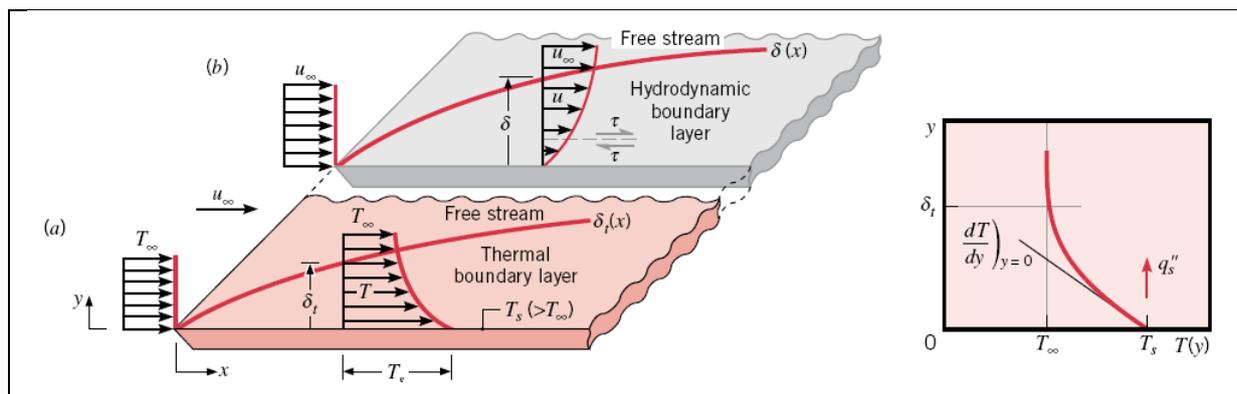


Fig.2.1 Couches limites hydrodynamique et thermique [1].

Comme montré précédemment, il existe une relation entre le coefficient de transfert de chaleur par convection h et la conductivité thermique du solide car la couche limite thermique est affectée par la conduction.

Donc, la couche limite thermique et hydrodynamique assurent la transition entre le fluide et le solide. La vitesse de l'écoulement libre ainsi que son régime laminaire ou turbulent sont déterminant dans le calcul de h . Plus l'écoulement est turbulent, mieux le mélange se fait et meilleur est le transfert de chaleur.

La transition entre le régime laminaire et turbulent peut être connue en calculant le **nombre de Reynolds critique**. Dans le cas d'une paroi plane :

$$Re_c = \frac{U_\infty x}{\nu} \quad (2.6)$$

U_∞ est la vitesse de l'écoulement libre loin de l'obstacle solide et ν est la viscosité cinématique en m^2/s :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.7)$$

μ est la viscosité dynamique.

Dans le cas d'un écoulement dans un tube cylindrique ou sphérique de diamètre D , le nombre de Reynolds est :

$$Re_c = \frac{U_\infty D}{\nu} = \frac{\rho U_\infty D}{\mu} \quad (2.8)$$

Le nombre de Reynolds représente le **rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité**.

Le nombre de Reynolds critique dépend de la rugosité de la surface et du niveau de turbulence de l'écoulement libre. Il est en général de l'ordre de 10^5 à 3×10^6 . Dans les cylindres il est en général égal à 2300. Il caractérise le passage du régime laminaire au régime turbulent, c'est-à-dire que :

si $Re < Re_c$ le régime est **laminaire**

si $Re > Re_c$ le régime est **turbulent**.

En général, la valeur représentative du nombre de Reynolds critique est :

$$Re_c = 5 \times 10^5 \quad \text{pour les plaques planes} \quad (2.9)$$

$$Re_c = 2300 \quad \text{pour les cylindres et sphères} \quad (2.10)$$

Exemple 2.3

Le taux vertical de variation de la température dans un écoulement autour d'une plaque plane est : $T_p - T / T_p - T_\infty = y/0,0075$. Si la conductivité thermique de cette paroi est $\lambda=0,03 \text{ W/mK}$, calculer la valeur du coefficient de convection.

Solution

Le coefficient de convection est :
$$h = \frac{-\lambda \frac{\partial T}{\partial y}}{(T_p - T_\infty)}$$

Puisque : $T_p - T / T_p - T_\infty = y/0,0075$, alors :

$$T_p - T = \frac{y(T_p - T_\infty)}{0,0075} \Rightarrow T = T_p - \frac{y(T_p - T_\infty)}{0,0075}$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{(T_p - T_\infty)}{0,0075}$$

$$h = \frac{-\lambda \left(-\frac{(T_p - T_\infty)}{0,0075} \right)}{(T_p - T_\infty)} = \frac{\lambda(T_p - T_\infty)}{0,0075 \times (T_p - T_\infty)} = \frac{\lambda}{0,0075} = \frac{0,03}{0,0075} = 4 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

2.5 Méthodes de résolution d'un problème de convection

Il existe plusieurs méthodes de résolution des problèmes de convection :

- **méthode analytique** : Cette méthode de résolution par les mathématiques en utilisant les équations différentielles permet de vérifier les résultats obtenus par l'expérience. Elle permet d'obtenir les résultats exacts de la couche limite. On peut aussi utiliser une forme intégrale des équations avec des profils donnés de vitesse et de température.
- **méthode dimensionnelle** : elle permet de diriger les expériences en donnant des tendances et des relations entre les différentes grandeurs.
- **méthode analogique** : elle permet l'extension des solutions d'un mode de transfert à un autre.
- **méthode empirique ou expérimentale** : des relations sont déduites et vérifiées à partir des mesures expérimentales. Ces relations sont guidées par les méthodes analytique et dimensionnelle.

2.6 Analyse dimensionnelle

Quand plus de trois grandeurs influencent un problème de convection, il devient très difficile d'analyser l'effet de chacun des paramètres en question. On peut alors grouper ces paramètres sous la forme de nombres adimensionnels afin de réduire le nombre de variables.

Les nombres sans dimension sont des nombres sans unité qui regroupent un certain nombre de variables. Ils sont utilisés dans différents domaines comme la mécanique des fluides, la résistance des matériaux et le transfert de chaleur.

2.6.1 Théorème Pi

Ce théorème permet de trouver les nombres adimensionnels dont dépend un phénomène. Il stipule que si m grandeurs physiques interviennent dans un problème qui requiert n dimensions pour les exprimer, alors il est possible de former $(m-n)$ nombres adimensionnels pour ce problème. Ces nombres sont notés $\pi_1, \pi_2 \dots \pi_{m-n}$. On écrit :

$$\pi_1 = f(\pi_2, \pi_3 \dots \pi_{m-n}) \quad (2.11)$$

L'analyse dimensionnelle aide à identifier les nombres sans dimension dont dépendent les phénomènes.

Exemple 2.4

Les grandeurs qui ont une influence sur la convection forcée sont : la longueur caractéristique L , la vitesse de l'écoulement V , la masse volumique du fluide ρ , la viscosité dynamique μ , la conductivité thermique λ , la chaleur spécifique c_p ainsi que le coefficient de convection h .

En utilisant le théorème Pi, obtenir les nombres adimensionnels dans le cas de la convection forcée.

Solution

Il faut d'abord déterminer les dimensions des grandeurs qui ont une influence sur la convection forcée à partir de leurs unités :

Grandeur	Unité	Dimension
Longueur caractéristique L	m	L
Vitesse de l'écoulement V	m/s	LT^{-1}
Masse volumique ρ	kg/m^3	ML^{-3}
Viscosité dynamique μ	kg/ms	$ML^{-1}T^{-1}$
Conductivité thermique λ	W/mK	$MLT^{-3}\theta^{-1}$
Chaleur spécifique c_p	J/kgK	$L^2T^{-2}\theta^{-1}$
Coefficient de convection h	W/m^2K	$MT^{-3}\theta^{-1}$

A partir du tableau : il y a 7 variables et 4 dimensions. On a donc $7-4=3$ nombres adimensionnels.

On choisit des variables répétitives, par exemple : L, ρ, λ et μ . On applique le théorème Pi :

$$\begin{aligned}\pi_1 &= L^a \times \rho^b \times \lambda^c \times \mu^d \times h = L^a \times (ML^{-3})^b \times (MLT^{-3}t^{-1})^c \times (ML^{-1}T^{-1})^d \times MT^{-3}t^{-1} \\ &= L^{a-3b+c-d} \times M^{b+c+d+1} \times T^{-3c-d-3} \times t^{-c-1}\end{aligned}$$

Puisque π_1 est sans dimension, alors :

$$a - 3b + c - d = 0$$

$$b + c + d + 1 = 0$$

$$-3c - d - 3 = 0$$

$$-c - 1 = 0$$

On résout ce système d'équations, on trouve : $a = 1$, $b = 0$, $c = -1$, $d = 0$

$$\text{Donc : } \pi_1 = L^1 \times \rho^0 \times \lambda^{-1} \times \mu^0 \times h = \frac{Lh}{\lambda}$$

Ce nombre est appelé **nombre de Nusselt**.

De la même manière, on calcule le deuxième nombre π_2 :

$$\begin{aligned}\pi_2 &= L^a \times \rho^b \times \lambda^c \times \mu^d \times c_p = L^a \times (ML^{-3})^b \times (MLT^{-3}t^{-1})^c \times (ML^{-1}T^{-1})^d \times LT^{-2}t^{-1} \\ &= L^{a-3b+c-d+2} \times M^{b+c+d} \times T^{-3c-d-2} \times t^{-c-1}\end{aligned}$$

Puisque π_2 est sans dimension, alors :

$$a - 3b + c - d + 2 = 0$$

$$b + c + d = 0$$

$$-3c - d - 2 = 0$$

$$-c - 1 = 0$$

On résout ce système d'équations, on trouve : $a = 0$, $b = 0$, $c = -1$, $d = 1$

$$\text{Donc : } \pi_2 = \lambda^{-1} \times \mu \times c_p = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

Ce nombre est appelé **nombre de Prandtl**.

De la même manière, on calcule le troisième nombre π_3 :

$$\begin{aligned}\pi_3 &= L^a \times \rho^b \times \lambda^c \times \mu^d \times V = L^a \times (ML^{-3})^b \times (MLT^{-3}t^{-1})^c \times (ML^{-1}T^{-1})^d \times LT^{-1} \\ &= L^{a-3b+c-d+1} \times M^{b+c+d} \times T^{-3c-d-1} \times t^{-c}\end{aligned}$$

Puisque π_3 est sans dimension, alors :

$$a - 3b + c - d + 1 = 0$$

$$b + c + d = 0$$

$$-3c - d - 1 = 0$$

$$-c = 0$$

On résout ce système d'équations, on trouve : $a = 1$, $b = 1$, $c = 0$, $d = -1$

$$\text{Donc : } \pi_3 = L \times \rho \times \mu^{-1} \times V = \frac{LV\rho}{\mu} = \frac{LV}{\nu}$$

Ce nombre est appelé **nombre de Reynolds**.

Exemple 2.5

En utilisant les grandeurs suivantes, trouver des corrélations pour la convection libre par l'analyse dimensionnelle

Grandeur	Unité	Dimension
Longueur caractéristique L	m	L
Différence de température ΔT	K	t
Masse volumique ρ	kg/m^3	ML^{-3}
Viscosité dynamique μ	kg/ms	$ML^{-1}T^{-1}$
Coefficient d'expansion ou de détente β	$1/K$	T^{-1}
Accélération de la gravité g	m/s^2	LT^{-2}
Conductivité thermique λ	W/mK	$MLT^{-3}t^{-1}$
Chaleur spécifique c_p	J/kgK	$L^2T^{-2}t^{-1}$
Coefficient de convection h	W/m^2K	$MT^{-3}t^{-1}$

Solution

A partir du tableau : il y a 9 variables et 4 dimensions. On a donc $9-4=5$ nombres adimensionnels.

Chaque nombre adimensionnel s'écrit de la forme :

$$\begin{aligned}\pi &= L^a \times \rho^b \times \lambda^c \times \mu^d \times h^e \times c_p^f \times g^i \times \Delta T^j \times \beta^k \\ &= L^a \times (ML^{-3})^b \times (MLT^{-3}t^{-1})^c \times (ML^{-1}T^{-1})^d \times (MT^{-3}t^{-1})^e \times (L^2T^{-2}t^{-1})^f \times (LT^{-2})^i \times t^j \times (t^{-1})^k \\ &= L^{a-3b+c-d+2f+i} \times M^{b+c+d+e} \times T^{-3c-d-3e-2f-2i} \times t^{-c-e-f+j-k}\end{aligned}$$

donc :

$$a - 3b + c - d + 2f + i = 0$$

$$b + c + d + e = 0$$

$$-3c - d - 3e - 2f - 2i = 0$$

$$-c - e - f + j - k = 0$$

On prend par exemple : $e = 1$ $f = i = j = k = 0$

$$a - 3b + c - d = 0$$

On trouve : $b + c + d + 1 = 0$

$$-3c - d - 3 = 0$$

$$-c - 1 = 0$$

On trouve : $a = 1$ $b = 0$ $c = -1$ $d = 0$

Donc : $\pi_1 = L \times \lambda^{-1} \times h$ ce qui est le **nombre de Nusselt** : $Nu = \frac{hL}{\lambda}$

De la même manière, on calcule le deuxième nombre π_2 en prenant :
 $f = 1$ $e = i = j = k = 0$

On trouve :

$\pi_2 = c_p \mu \lambda^{-1}$ ce qui est le **nombre de Prandtl** : $Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda}$

Puis on prend : $i = 1$ $e = f = j = k = 0$. On trouve :

$$\pi_3 = \beta \times \Delta T$$

et : $\pi_4 = L^3 \times \rho^2 \times g \times \mu^{-2}$

Pour le cinquième nombre π_5 , on remarque que :

$$\pi_5 = \pi_3 \times \pi_4 = \beta \times \Delta T \times L^3 \times \rho^2 \times g \times \mu^{-2}$$

ce nombre est appelé **nombre de Grashof** : $Gr = \frac{\beta \times \Delta T \times L^3 \times \rho^2 \times g}{\mu^2}$

Le produit $\pi_2 \times \pi_3$ est appelé **nombre de Rayleigh** : $Ra = \frac{g \times \beta \times \Delta T \times L^3 \times \rho^2 \times c_p}{\lambda \times \mu}$

Le produit du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl est appelé **nombre de Peclet** :

$$Pe = Pr \times Re = \frac{\rho c_p V L \Delta T}{\lambda \Delta T}$$

2.6.2 Interprétation des nombres sans dimension spécifiques à la convection

Les nombres sans dimensions utilisés en convection ont tous une signification selon leur formule. Le **tableau 2.1** contient l'expression et la signification de chacun de ces nombres.

Tableau 2.1 Nombres sans dimension utilisés en convection thermique

Nombre	Expression	Interprétation
Nusselt	$Nu = \frac{hL}{\lambda}$	Gradient de la température à la surface. Permet de calculer le coefficient de convection
Reynolds	$Re = \frac{VL}{\nu}$	Compare les forces d'inertie aux forces de viscosité. Convection forcée
Prandtl	$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha}$	Compare le transfert de chaleur par les forces visqueuses au transfert par conduction.

Grashof	$Gr = \frac{\beta \times \Delta T \times L^3 \times \rho^2 \times g}{\mu^2}$ $= \frac{g\beta(T_p - T_\infty)L^3}{\nu^2}$	Compare les forces de gravité aux forces de viscosité. Convection libre.
Rayleigh	$Ra = Gr \times Pr$ $= \frac{g \times \beta \times \Delta T \times L^3 \times \rho^2 \times c_p}{\lambda \times \mu}$	Convection libre.
Peclet	$Pe = Pr \times Re = \frac{\rho c_p V L \Delta T}{\lambda \Delta T}$	Compare la capacité calorifique du fluide à la conductivité axiale.

2.7 Etapes du choix de la corrélation dans le calcul du coefficient de convection

Dans tous les cas de convection, le choix de la corrélation qui permet de calculer le coefficient de convection h passe par les étapes suivantes :

- identifier la géométrie de la surface solide en déterminant si l'écoulement est interne ou externe, ou s'il se fait dans le cas d'une plaque plane ou un cylindre,
- calculer la température spécifique ou de référence T_{ref} qui permet de trouver les propriétés du fluide comme la viscosité et la conductivité thermique dans les tables :

- pour les écoulements externes isothermes :

$$T_{ref} = T_p = T_\infty \quad (2.12)$$

- pour les écoulements externes avec transfert de chaleur :

$$T_{ref} = \frac{T_p + T_\infty}{2} \quad (2.13)$$

- pour les écoulements internes isothermes :

$$T_{ref} = T_p \quad (2.14)$$

- pour les écoulements internes avec transfert de chaleur : la température de référence est égale à la température T_p pour le nombre de Nusselt local, et égale à celle de l'équation (2.13) pour le nombre de Nusselt moyen.

- calculer le nombre de Reynolds : pour déterminer si le régime est laminaire ou turbulent,

- décider si l'on doit utiliser un coefficient de convection local ou moyen : le coefficient local est utilisé pour déterminer la densité du flux à un point de la surface, tandis que le coefficient moyen est utilisé pour calculer le flux de transfert dans la surface entière,
- sélectionner la corrélation adéquate pour calculer le coefficient de convection h .

2.8 Corrélations pratiques pour le calcul du coefficient de convection thermique

La corrélation qui permet de calculer le nombre de Nusselt pour avoir la valeur du coefficient de convection h dépend de la géométrie et du type de l'écoulement. A chaque cas son expression spécifique. Le nombre de Nusselt local à l'emplacement x est symbolisé par Nu_x tandis que le nombre de Nusselt global est \overline{Nu} .

2.8.1 Corrélations pour les écoulements à travers les plaques planes

Dans tous ces cas, on a :

$$\overline{Nu} = 2Nu_L \quad (2.15)$$

- **Régime laminaire**

Ces valeurs sont valables pour $0,6 < Pr < 50$: le nombre de Nusselt local est :

$$Nu_x = 0,332 Re_x^{0,5} Pr^{0,33} \quad (2.16)$$

Le nombre de Nusselt global est :

$$\overline{Nu} = 2Nu_L = 0,664 Re_L^{0,5} Pr^{0,33} \quad (2.17)$$

Pour les métaux liquides et les silicones pour lesquels $Pr < 0,05$ ou $Pr > 50$ et $Re > 100$, le nombre de Nusselt local est :

$$Nu_x = \frac{0,3387 Re_x^{0,5} Pr^{0,333}}{\left[1 + (0,0468/Pr)^{0,67}\right]^{0,25}} \quad (2.18)$$

- **Flux de chaleur constant**

Pour $0,6 < Pr < 50$, le nombre de Nusselt local est :

$$Nu_x = 0,453 Re_x^{0,5} Pr^{0,333} \quad (2.19)$$

Pour $Pr < 0,05$ ou $50 < Pr$, le nombre de Nusselt local est :

$$Nu_x = \frac{0,453 Re_x^{0,5} Pr^{0,333}}{\left[1 + (0,0207/Pr)^{0,67}\right]^{0,25}} \quad (2.20)$$

Exemple 2.6

Dans un procédé industriel, de l'eau à 30°C s'écoule à travers une plaque de dimensions 1m x 1m maintenue à 10°C avec une vitesse d'écoulement libre de 0,3m/s. Calculer le flux de chaleur nécessaire pour assurer la réfrigération de cette plaque.

Solution

Il s'agit d'un problème de convection thermique. Le flux de chaleur est donné par la loi de Newton :

$$Q = \bar{h}S(T_p - T_\infty)$$

avec : $T_p = 10^\circ\text{C}$, $T_\infty = 30^\circ\text{C}$. Le coefficient de convection h doit être calculé.

on commence par déterminer le type du régime en calculant le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{VL}{\nu}$$

Il faut connaître les propriétés du fluide. Pour cela, on calcule la température de référence.

$$\text{Dans ce cas : } T_{ref} = \frac{T_p + T_\infty}{2} = \frac{10 + 30}{2} = 20^\circ\text{C}$$

D'après la table B-3, à cette température :

$$\rho = 1000,52 \text{ kg/m}^3, \quad c_p = 4,1818 \text{ J/kgK}, \quad \nu = 1,006 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \lambda = 0,597 \text{ W/mK}, \quad \alpha = 1,430 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}.$$

$$Re = \frac{VL}{\nu} = \frac{0,3 \times 1}{1,006 \times 10^{-6}} = 2,98 \times 10^5 < 5 \times 10^5 \text{ donc le régime est laminaire.}$$

On calcule le nombre de Prandtl :

$$Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{1,006 \times 10^{-6}}{1,430 \times 10^{-7}} = 7,03$$

Pour l'écoulement autour d'une plaque plane en régime laminaire avec $0,6 < Pr$:

$$\overline{Nu} = 2Nu_L = 0,664 Re_L^{0,5} Pr^{0,33} = 0,664 \times (2,98 \times 10^5)^{0,5} \times 7,03^{0,33} = 1038,97 \approx 1039$$

$$\text{Puisque : } \overline{Nu} = \frac{hL}{\lambda} \Rightarrow h = \frac{\lambda \overline{Nu}}{L} = \frac{0,597 \times 1039}{1} = 620,283 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Le flux de chaleur nécessaire au refroidissement de la plaque est :

$$Q = 620,283 \times 1 \times 1 \times (30 - 10) = 12405,66 \text{ W} = 12,4056 \text{ kW}$$

2.8.2 Corrélations pour les écoulements turbulents autour des surfaces planes

Pour qu'un écoulement autour d'une surface plane soit considéré comme turbulent, il faut que $Re > 5 \cdot 10^5$. L'écoulement commence généralement par être laminaire puis devient turbulent. Dans ce cas, le nombre de Nusselt local est :

$$Nu_x = 0,0296 Re_x^{0,8} Pr^{0,33} \quad (2.21)$$

et le nombre de Nusselt global est :

$$\overline{Nu} = 0,037 Re_L^{0,8} Pr^{0,33} \quad (2.22)$$

On remarque que dans ce cas :

$$\overline{Nu} = Nu_x / 0,8 \quad (2.23)$$

Exemple 2.7

De l'air à -10°C s'écoule à travers une plaque de 3,1m de longueur maintenue à 10°C avec une vitesse d'écoulement libre de 80m/s.

- 1. Déterminer l'abscisse x à partir de laquelle l'écoulement devient turbulent.*
- 2. Calculer le coefficient local de convection à cet emplacement en considérant l'écoulement comme turbulent.*

Solution

1. L'écoulement devient turbulent quand : $Re_x > 5 \cdot 10^5$. Donc : $Re_c = 5 \cdot 10^5$

$$Re_x = \frac{Vx}{\nu} \Rightarrow x = \frac{Re_c \times \nu}{V}$$

L'abscisse à laquelle l'écoulement devient turbulent correspond donc à :

$$x = \frac{Re_c \times \nu}{V}$$

Pour déterminer la viscosité cinématique, on calcule la température de référence :

$$T_{ref} = \frac{T_p + T_\infty}{2} = \frac{10 - 10}{2} = 0^\circ\text{C}$$

On interpole les valeurs de la viscosité entre 250K et 300K de la table B-4 :

$$\frac{\nu(300) - \nu(250)}{300 - 250} = \frac{\nu(273,15) - \nu(250)}{273,15 - 250}$$

$$\Rightarrow \nu(273,15) = \frac{\nu(300) - \nu(250)}{300 - 250} (273,15 - 250) + \nu(250)$$

$$\nu(273,15) = \frac{15,69 - 11,31}{300 - 250} \times 10^{-6} (273,15 - 250) + 11,31 \times 10^{-6} = 13,34 \times 10^{-6} \text{ m}^2 / \text{s}$$

$$\text{Donc : } x = \frac{5 \times 10^5 \times 13,34 \times 10^{-6}}{80} = 0,0833 \text{ m} \quad \text{Cette longueur est inférieure à } L \text{ donc la}$$

turbulence existe dans la plaque.

2. Le nombre de Nusselt local est : $Nu_x = 0,0296 Re_x^{0,8} Pr^{0,33}$

On interpole à partir de la table B-4 pour trouver le nombre de Prandtl à 0°C :

$$Pr(273,15) = \frac{0,708 - 0,722}{300 - 250} \times (273,15 - 250) + 0,722 = 0,715$$

$$Nu_x = 0,0296 (5 \times 10^5)^{0,8} \times 0,715^{0,33} = 960,26$$

$h_x = \frac{\lambda Nu_x}{x}$. On calcule λ par interpolation :

$$\lambda(273,15) = \frac{0,02624 - 0,02227}{300 - 250} \times (273,15 - 250) + 0,02227 = 0,02411 \text{ W} / \text{mK}$$

$$h_x = \frac{0,02411 \times 960,26}{0,0833} = 277,93 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}$$

2.8.3 Corrélations pour les écoulements autour d'un cylindre

L'écoulement autour d'un cylindre génère des lignes de courant comme le montre la **figure 2.2**.

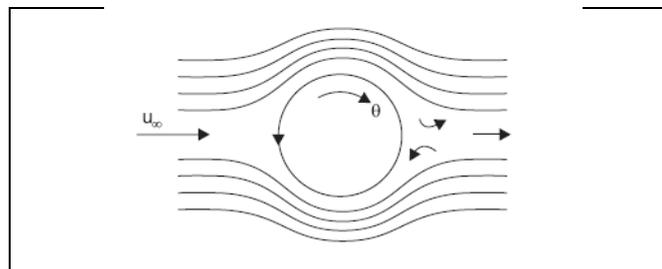


Fig.2 .2 Ecoulement à travers un cylindre.

Il existe plusieurs corrélations pour ce type d'écoulements. L'une des plus simples est la suivante qui est valable pour les liquides pour $2 \cdot 10^4 < Re < 4 \cdot 10^5$ et $Pr > 0,2$:

$$Nu_D = 0,3 + \frac{0,62 Re_D^{0,5} Pr^{0,33}}{\left[1 + \left(\frac{0,4}{Pr}\right)^{0,67}\right]^{0,25}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{0,5}\right] \quad (2.24)$$

Pour les métaux liquides :

$$Nu_D = \left[0,8237 - \ln(Pr^{0,5})\right]^{-1} \quad (2.25)$$

2.8.4 Corrélations pour les écoulements autour d'une sphère

Pour $0,71 < Pr < 380$ et $3,5 < Re < 7,6 \cdot 10^4$, la corrélation suivante est applicable :

$$Nu_D = 2 + (0,4 Re^{0,5} + 0,06 Re^{0,67}) Pr^{0,4} \left(\frac{\mu}{\mu_\infty}\right)^{0,25} \quad (2.26)$$

2.8.5 Corrélations pour les écoulements internes dans les tubes

- **Régime laminaire**

Le régime laminaire dans les tubes est déterminé par $Re < 2300$.

Pour les tubes circulaires à surface uniforme en régime laminaire à **flux constant**, le nombre de Nusselt est constant :

$$Nu_D = 4,36 \quad (2.27)$$

Dans le cas des tubes circulaires à **température de surface constante**, le nombre de Nusselt est aussi constant :

$$Nu_D = 3,66 \quad (2.28)$$

- **Régime turbulent**

La corrélation la plus utilisée pour les tubes lisses est la suivante :

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^n \quad (2.29)$$

avec : $n = 0,3$ pour le refroidissement et $n = 0,4$ pour le réchauffement.

2.8.6 Corrélations pour la convection naturelle

En convection naturelle, on utilise les nombres de Pr et de Gr donc Ra dans les corrélations.

Toutes les corrélations ont la forme suivante :

$$Nu = C(Gr \times Pr)^n = C \times Ra^n \quad (2.30)$$

C et n dépendent de la géométrie des surfaces.

- **Plaques verticales**

$$\overline{Nu}_L = 0,59 \times Ra_L^{0,25} \quad 10^4 \leq Ra_L \leq 10^9 \quad (2.31)$$

$$\overline{Nu}_L = 0,10 \times Ra_L^{0,33} \quad 10^9 \leq Ra_L \leq 10^{13} \quad (2.32)$$

Une corrélation plus générale peut aussi être appliquée dans tous ces cas quel que soit le nombre de Raleigh :

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 Ra_L^{0,16}}{\left[1 + (0,492/Pr)^{0,56} \right]^{0,3}} \right\}^2 \quad (2.33)$$

- **Plaques horizontales**

Pour une **surface chaude avec un écoulement en dessous** ou une **surface froide avec un écoulement en dessus** (cas A et B sur la **figure 2.3**) :

$$\overline{Nu}_L = 0,27 Ra_L^{0,25} \quad 10^5 \leq Ra_L \leq 10^{10} \quad (2.34)$$

Pour une **surface chaude avec un écoulement en dessus** ou une **surface froide avec un écoulement en dessous** (cas C et D sur la **figure 2.3**) :

$$\overline{Nu}_L = 0,54 Ra_L^{0,25} \quad 10^4 \leq Ra_L \leq 10^7 \quad (2.35)$$

$$\overline{Nu}_L = 0,15 Ra_L^{0,33} \quad 10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11} \quad (2.36)$$

- **Cylindres et sphères horizontales**

Pour les écoulements autour des cylindres horizontaux :

$$\overline{Nu}_D = \left\{ 0,60 + \frac{0,387 Ra_D^{0,16}}{\left[1 + (0,559/Pr)^{0,56} \right]^{0,3}} \right\}^2 \quad Ra_D \leq 10^{12} \quad (2.37)$$

Pour les écoulements autour des sphères horizontales :

$$\overline{Nu}_D = 2 + \frac{0,589 Ra_D^{0,25}}{\left[1 + (0,469/Pr)^{0,56} \right]^{0,44}} \quad Ra_D \leq 10^{11}, \quad Pr \geq 0,7 \quad (2.38)$$

Méthodes et astuces pour le chapitre 2

1. Remarques sur la viscosité

1. Dans le système SI, l'unité de la viscosité dynamique est le Poiseuille : $1\text{Pl}=1 \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$
2. En CGS : l'unité de la viscosité dynamique est la poise : $1\text{Pl}=10\text{Po}$
3. La relation entre la viscosité dynamique et cinématique est : $\nu = \frac{\mu}{\rho}$.
4. Dans le système SI : $[\nu] = \text{m}^2/\text{s}$. Dans le système CGS, le Stokes est l'unité de ν . $1 \text{ St} = 1 \text{ cm}^2/\text{s}$.
 $1 \text{ m}^2/\text{s} = 10^4 \text{ St}$.

2. Couche limite thermique et égalité des flux

L'égalité des flux de conduction et de convection n'est applicable que dans l'épaisseur de la couche limite thermique. Au-delà de cette zone, c'est la convection seule qui existe.

3. Résumé des étapes de calcul en convection

Le calcul du flux de chaleur en convection passe par celui du coefficient de convection h .
Suivre ces étapes pour déterminer h :

1. définir correctement la géométrie
2. calculer la température de référence qui permette de lire les grandeurs nécessaires dans les tables
3. définir correctement le type de convection
 - **convection forcée** : calculer le nombre de Reynolds pour trouver le régime puis appliquer la corrélation adéquate pour le nombre de Nusselt
 - **convection libre** : calculer le nombre de Rayleigh puis appliquer la corrélation adéquate pour le nombre de Nusselt
4. calculer h à partir du nombre de Nusselt
5. calculer le flux ou la densité du flux de chaleur

QCM 2

TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION

- 1** Le coefficient de convection dans un écoulement laminaire à travers une plaque plane :
- a. augmente si le fluide est léger
 - b. augmente quand la viscosité du fluide augmente
 - c. augmente quand la vitesse du fluide augmente
 - d. augmente avec la distance
- 2** Le transfert de chaleur :
- a. augmente dans les écoulements turbulents
 - b. diminue dans les écoulements turbulents
 - c. ne dépend que du fluide
 - d. ne dépend que de la viscosité
- 3** Le nombre de Nusselt est :
- a. le rapport des forces visqueuses aux forces d'inertie
 - b. un coefficient adimensionnel de transfert de chaleur
 - c. le rapport des résistances thermiques de convection et de conduction
 - d. est égal au gradient de vitesse à la surface
- 4** Le nombre de Reynolds est :
- a. le rapport des résistances thermiques de convection et de conduction
 - b. le rapport des forces de gravité aux forces d'inertie
 - c. le rapport des forces visqueuses aux forces d'inertie
 - d. le rapport du flux par conduction à la capacité calorifique
- 5** Le nombre de Prandtl est :
- a. le rapport des forces de gravité aux forces d'inertie
 - b. le rapport des résistances thermiques de convection et de conduction
 - c. compare le transfert de chaleur par les forces visqueuses au transfert par conduction
 - d. le rapport de la diffusivité moléculaire à la diffusivité thermique

Réponses

1. a
2. a
3. b
4. c
5. c

CHAPITRE

3

TRANSFERT DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT

Contenu du chapitre

5 semaines

3.1 Introduction	51
3.2 Notion d'angle solide	52
3.3 Mécanisme du transfert par rayonnement	53
3.4 Définitions et lois générales	53
3.5 Loi de Planck	58
3.6 Loi de Bouguer	58
3.7 Loi de Kirchhoff	58
3.8 Loi de Wien	59
3.9 Echange radiatif entre des surfaces dans une enceinte	59
3.10 Echange entre deux surfaces noires	62
3.11 Echange entre deux surfaces grises diffuses	62
3.12 Enceinte à deux surfaces	63
3.13 Echange entre des surfaces formant un écran	64
Méthodes et astuces pour le chapitre 3	65

Notions préalables

- Modes de transfert de chaleur
- Ondes électromagnétiques
- Fréquence, longueur d'onde, constante de Planck.
- Photons

Mots – clés

Rayonnement – Longueur d'onde – Onde électromagnétique – Angle solide - Réflecteur spéculaire – Réflecteur diffus – Absorbance – Transmissivité - Emissivité – Loi de Stefan – Boltzmann – Loi de Wien – Loi de Planck – Echange radiatif – Corps noir – Corps gris – Ecran – Facteur de forme.

3.1 Introduction

Le processus de transfert de chaleur qui se passe sans support matériel est le rayonnement. Dans ce phénomène, l'énergie est transmise par des ondes électromagnétiques.

Le rayonnement diffère de la conduction et de la convection dans deux points :

- il ne nécessite aucun milieu matériel
- l'énergie transférée est proportionnelle à la température à la puissance 4.

Le rayonnement est encore mal expliqué. Une des théories consiste à expliquer le rayonnement comme la propagation de photons. Une autre théorie consiste à l'expliquer comme étant des ondes électromagnétiques. Dans tous les cas, les ondes qui transportent le rayonnement ont une longueur $10^{-1} \mu\text{m} < \lambda < 10^2 \mu\text{m}$ comme le montre la **figure 3.1**.

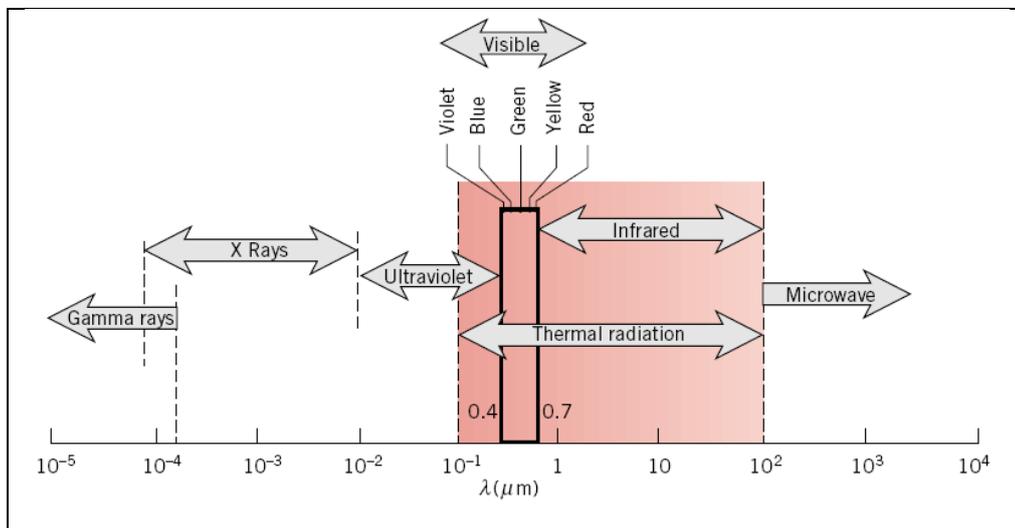


Fig.3.1 Spectre du rayonnement thermique [1].

Le rayonnement se déplace à la vitesse de la lumière dans le vide : $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Quand le rayonnement est considéré comme ondes électromagnétiques, alors la longueur d'onde λ est donnée par :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad (3.1)$$

ν est la fréquence.

Quand le rayonnement est considéré comme des photons, l'énergie de chaque photon est :

$$e = h\nu \quad (3.2)$$

ν est la fréquence et h est la constante de Planck :

$$h = 6,625 \times 10^{-34} \text{ Js} \quad (3.3)$$

Le transfert de chaleur par rayonnement d'une surface (1) à une autre surface plus froide (2) comme le montre la **figure 3.2** dépend :

- des températures des deux surfaces T_1 et T_2
- des deux surfaces S_1 et S_2
- de la forme, de l'orientation et de la distance entre les deux surfaces
- des propriétés radiatives des deux surfaces
- des surfaces radiatives supplémentaires présentes dans l'environnement
- du milieu entre les deux surfaces qui peut absorber, émettre ou réfléchir le rayonnement. Quand le milieu est de l'air, on peut négliger ces effets.

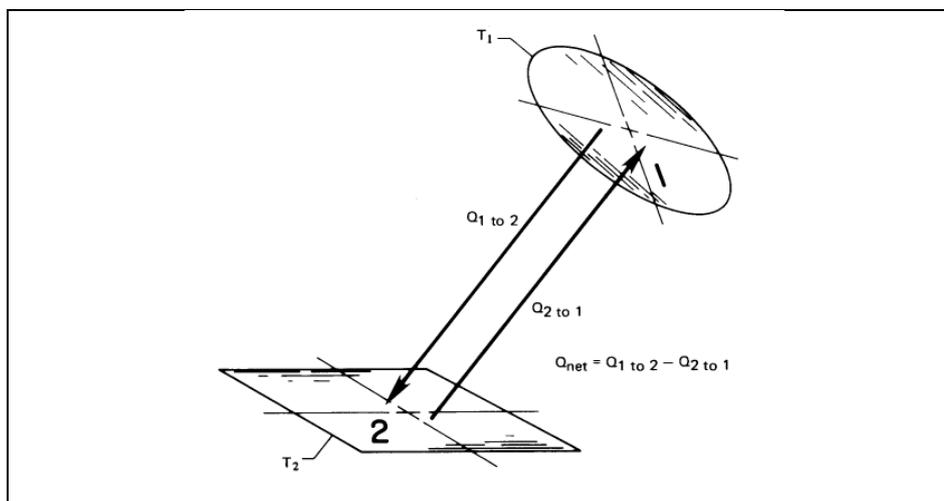


Fig.3.2 Rayonnement entre deux surfaces.

3.2 Notion d'angle solide

On considère une surface différentielle dS_1 et l'hémisphère de rayon r dont le centre est le centre de dS_1 qui représente la propagation du rayonnement émis par cette surface dans tous les sens (**figure 3.3**). L'énergie émise par dS_1 est reçue par l'hémisphère et est égale à $E \cdot dS_1$. Cette surface de l'hémisphère est comprise entre θ et $\theta+d\theta$ et φ et $d\varphi$. Elle est égale à :

$$dS_2 = r \cdot \sin \theta \cdot d\varphi \cdot r \cdot d\theta \quad (3.4)$$

L'angle solide $d\omega$ est défini tel que :

$$d\omega = \frac{dS_2}{r^2} = \sin \theta \cdot d\varphi \cdot d\theta \quad (3.5)$$

L'unité de l'angle solide est le **stéradian**. Un stéradian est l'angle solide encadré par un élément sphérique dont la surface est égale au carré de son rayon. Une sphère complète

encadre un angle solide de $4\pi r^2 / r^2 = 4\pi$ stéradians. Le stéradian est noté *sr*. En général, une surface dS encadre un angle solide de dS/r^2 .

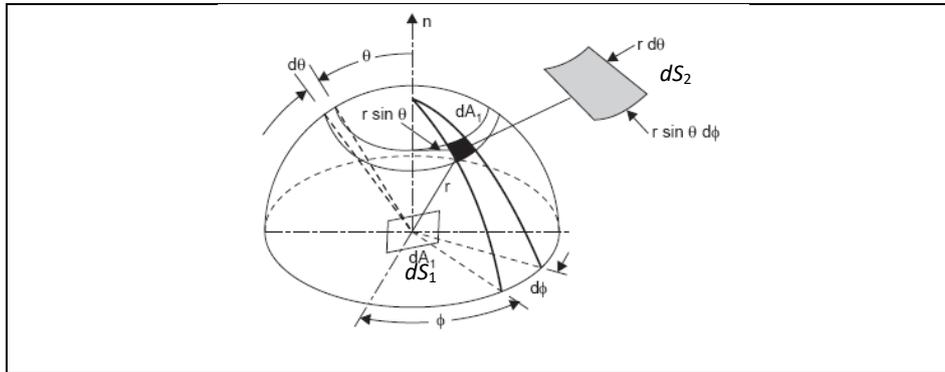


Fig.3.3 Rayonnement à partir d'une surface élémentaire.

3.3 Mécanisme du transfert par rayonnement

Certaines surfaces émettent le rayonnement dans certaines directions seulement. Ce sont des **réflecteurs spéculaires**. D'autres surfaces l'émettent uniformément dans toutes les directions avec la même intensité comme le montre la **figure 3.4**. De telles distributions sont dites **diffuses**. Cette simplification facilite considérablement l'analyse du rayonnement et représente une bonne approximation dans le domaine pratique.

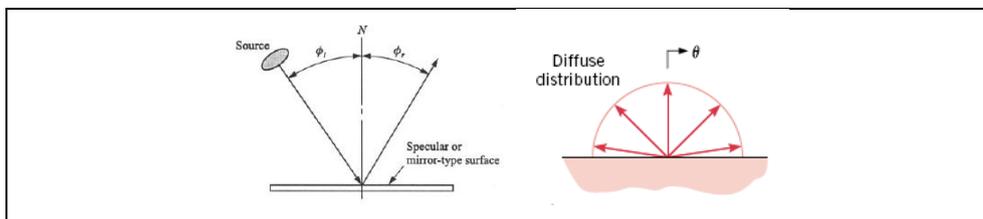


Fig.3.4 Réflecteur spéculaire et réflecteur diffus.

3.4 Définitions et lois générales

3.4.1 Absorbance, réflexion et transmissivité

Quand du rayonnement arrive à une surface, une partie peut être absorbée, une autre partie peut être réfléchiée et une troisième partie peut être transmise à cette surface.

α est la partie du rayonnement absorbée appelée **absorbance**,

ρ est la partie du rayonnement réfléchiée appelée **reflexion**,

τ est la partie du rayonnement transmise appelée **transmissivité**.

On a :

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \quad (3.6)$$

La plupart des solides qui ne sont pas transparents ou translucides ne transmettent pas de rayonnement, donc, la relation précédente devient :

$$\alpha + \rho = 1 \quad (3.7)$$

Cette relation est aussi souvent appliquée aux liquides car leur transmissivité dépend de leur épaisseur.

Les gaz réfléchissent très peu le rayonnement. Dans ce cas :

$$\alpha + \tau = 1 \quad (3.8)$$

3.4.2 Corps noir

Ce concept n'existe pas réellement. Le corps noir est un corps rayonnant idéal car :

- il émet la quantité maximale possible de rayonnement à n'importe quelle longueur d'onde et n'importe quelle température,
- il absorbe aussi tout le rayonnement incident à n'importe quelle longueur et n'importe quelle température,
- c'est un réflecteur diffus.

Le corps noir sert de référence à laquelle on compare les autres surfaces rayonnantes.

3.4.3 Emittance

Les corps réels n'émettent pas comme le corps noir. A une température T , un corps noir émet un flux de rayonnement de :

$$q_{cn} = \sigma T^4 \quad (3.9)$$

Le corps réel n'émet qu'une partie de ce rayonnement, c'est-à-dire que son flux de rayonnement est égal à une fraction ε du rayonnement du corps noir e_{cn} . Ceci est aussi valable pour un corps qui émet en une seule longueur d'onde λ . Dans ce cas, la puissance d'émission d'un pareil corps à la température T est $q_\lambda(T)$ est toujours inférieure à celle du corps noir. On définit ainsi l'émittance monochromatique ε_λ par :

$$\varepsilon_\lambda = \frac{q_\lambda(\lambda, T)}{q_{\lambda cn}(\lambda, T)} \quad (3.10)$$

L'émittance totale est :

$$\varepsilon = \frac{q(T)}{q_{cn}(T)} = \frac{\int_0^{\infty} q_{\lambda}(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda} q_{\lambda cn}(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4} \quad (3.11)$$

Pour les corps réels, ε et ε_{λ} sont supérieurs à 0 et inférieurs à 1. Pour le corps noir : $\varepsilon = \varepsilon_{\lambda} = 1$. L'émittance est entièrement déterminée par les propriétés de la surface et la température. Elle est indépendante de l'environnement. L'émittance des métaux est petite en général, tandis que celles des matériaux non métalliques est plus grande.

3.4.4 Corps gris

Pour certaines surfaces, ε_{λ} est indépendante de la longueur d'onde λ . De tels matériaux sont appelés corps gris. Dans ce cas, la puissance d'émission monochromatique $q_{\lambda}(T)$ est une fraction constante ε de $q_{\lambda cn}(T)$ comme le montre la **figure 3.5**. Autrement, pour un corps gris, $\varepsilon = \varepsilon_{\lambda}$.

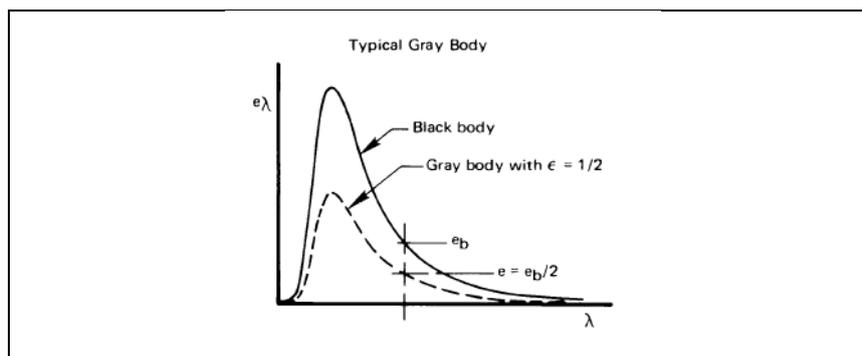


Fig.3.5 Comparaison entre la puissance d'émission du corps gris et du corps noir.

Aucun corps n'est réellement gris, mais les corps réels ont un comportement proche des corps gris. La puissance d'émission des corps gris est :

$$q(T) = \varepsilon \sigma T^4 \quad (3.12)$$

3.4.5 Intensité du rayonnement

L'intensité du rayonnement est définie comme l'énergie du rayonnement par unité de temps et par unité d'angle solide et par unité de surface du corps émetteur projeté perpendiculairement à la ligne de réception du corps qui reçoit le rayonnement.

La projection de dS_1 dans la **figure 3.3** est $dS_1 \cos\theta$ comme le montre la **figure 3.6**. L'intensité du rayonnement i est donc l'énergie totale interceptée par cette surface élémentaire qui est donnée par : $d\omega i dS_1 \cos\theta$. En intégrant sur l'hémisphère et en divisant par dS_1 :

$$\begin{aligned} q &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} i \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi \\ &= \int_0^{2\pi} i d\varphi \left[\frac{\sin^2\theta}{2} \right]_0^{\pi/2} = \int_0^{2\pi} \frac{i}{2} d\varphi \end{aligned} \quad (3.13)$$

Donc :

$$q = \pi i \quad (3.14)$$

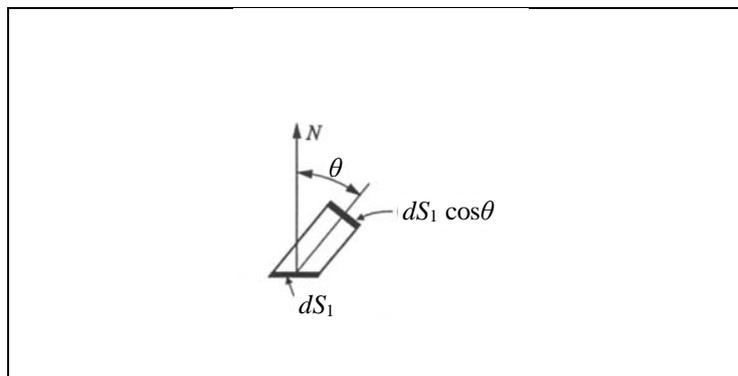


Fig.3.6 Projection de la surface élémentaire pour calculer l'intensité du rayonnement.

Dans le cas particulier du corps noir, on a :

$$i_{cn} = \frac{q_{cn}}{\pi} = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (3.15)$$

Pour une longueur d'onde donnée, on a :

$$i_\lambda = \frac{q_\lambda}{\pi} \quad (3.16)$$

3.4.6 Luminance

Le flux de rayonnement dans un faisceau est le produit de l'étendue géométrique de cet élément par une grandeur nommée **luminance** notée L :

$$d^2Q = L dS \cos\theta d\omega \quad (3.17)$$

La relation précédente définit la luminance L dont l'unité est W/m^2sr^{-1} comme le flux émis dans la direction normale par une surface élémentaire unitaire et d'angle solide unité. Le flux émis par la surface S dans l'angle solide ω est donc :

$$Q = \iint_{S \omega} L dS \cos \theta d\omega \quad (3.18)$$

Dans beaucoup d'applications, les faisceaux ont des ouvertures très petites et les surfaces émettrices et réceptrices sont normales au rayon moyen de sorte que $\cos \theta = 1$. Si en plus la luminance est uniforme, l'expression suivante devient :

$$Q \approx LS \omega \quad (3.19)$$

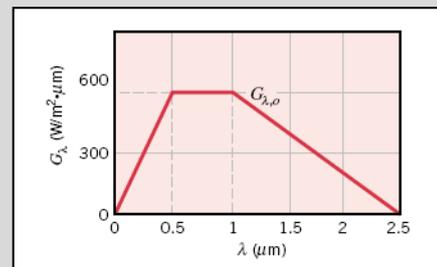
3.4.7 Eclairage

L'éclairage G est la densité du flux de chaleur qui irradie ou arrive à une surface.

Exemple 3.1

Le flux de rayonnement total émis vers un capteur solaire est 525 W/m^2 . La distribution spectrale de l'éclairage dans la surface est montrée dans la figure ci-dessous. Si 85% de l'éclairage est absorbé et 15% est réfléchi :

1. *quel est l'éclairage total du capteur ?*
2. *quelle est la densité du flux total absorbé ?*
3. *quelle est la densité du flux net qui émane du capteur ?*



Solution

1. On calcule l'éclairage total qui représente la surface qui est sous la courbe, car :

$$G = \int_0^{2,5 \mu\text{m}} G_\lambda d\lambda = \int_0^{0,5 \mu\text{m}} G_\lambda d\lambda + \int_{0,5 \mu\text{m}}^{1 \mu\text{m}} G_\lambda d\lambda + \int_{1 \mu\text{m}}^{2,5 \mu\text{m}} G_\lambda d\lambda$$

$$= \frac{1}{2} \times 0,5 \times 600 + (1 - 0,5) \times 600 + \frac{1}{2} \times (2,5 - 1) \times 600 = 900 \text{ W} / \text{m}^2$$

2. Puisque $\alpha = 85\% = 0,85$, le flux absorbé est :

$$q_{\text{absorbé}} = \alpha \times G = 0,85 \times 900 = 765 \text{ W} / \text{m}^2$$

3. La densité du flux net qui émane du capteur est :

$$q = q_{\text{total}} - q_{\text{absorbé}} = 525 - 765 = -240 \text{ W} / \text{m}^2$$

Le signe $-$ veut dire que le flux entre dans la surface, c'est-à-dire qu'elle absorbe plus qu'elle n'émet, ce qui est le rôle d'un capteur solaire.

3.5 Loi de Planck

La distribution spectrale des émissions d'un corps noir pour une longueur d'onde λ a été déterminée par Planck à travers la loi suivante :

$$q_{\lambda_{em}}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]} \quad (3.20)$$

C_1 et C_2 sont des constantes :

$$C_1 = 2\pi hc^2 = 3,742 \times 10^8 \text{ W} \cdot \mu\text{m}^4 / \text{m}^2 \quad C_2 = 1,439 \times 10^4 \mu\text{mK} \quad (3.21)$$

T est la température du corps noir en K et λ la longueur d'onde en μm .

3.6 Loi de Bouguer

Soit un rayonnement électromagnétique de longueur d'onde λ (par exemple lumière), traversant un milieu transparent. L'intensité de ce rayonnement subit une diminution exponentielle en fonction de la distance parcourue et de la densité des espèces absorbantes dans ce milieu :

$$i(\lambda, x) = i_0(\lambda) \times 10^{-\alpha x} = i_0(\lambda) \times e^{-\alpha' x} \quad (3.22)$$

i_0 est l'intensité de la lumière incidente, i l'intensité de la lumière sortante et α et α' sont les coefficients d'absorption en m^{-1} . x est la longueur du trajet optique en m .

La valeur du coefficient d'absorption α' varie entre différents matériaux et aussi avec la longueur d'onde pour un matériau particulier. Elle est définie par l'équation :

$$\alpha' = \frac{2\Omega k}{c} = \frac{4\pi k}{\lambda} \quad (3.24)$$

$$\alpha' = \alpha \ln 10 \approx 2,303\alpha \quad (3.25)$$

Ω est la pulsation angulaire du rayonnement électromagnétique.

k est le coefficient d'extinction linéique, il exprime l'atténuation de l'énergie du rayonnement électromagnétique à travers le milieu.

c est la célérité du rayonnement électromagnétique dans le vide.

3.7 Loi de Kirchhoff

Une relation importante entre l'émissivité et l'absorbance a été établie par Kirchhoff. Cette loi est la suivante : l'absorbance d'une surface à une température et une longueur d'onde données est égale à l'émissivité de cette surface à la même température et la même longueur d'onde

quand cette surface est en équilibre thermique avec l'environnement ce qui veut dire qu'elle est à la même température que l'environnement. C'est-à-dire que :

$$\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda \quad (3.26)$$

3.8 Loi de Wien

La distribution spectrale du corps noir a un maximum et la longueur d'onde correspondante λ_{max} dépend de la température. Si on intègre la relation de Planck par rapport à λ , on obtient la loi de Wien :

$$\lambda_{max} T = C_3 = 2897,8 \mu m.K \quad (3.27)$$

3.9 Echange radiatif entre des surfaces dans une enceinte

Le facteur de forme permet de tenir compte de l'influence de la géométrie dans l'échange thermique entre deux surfaces. Il est défini comme la fraction du rayonnement qui quitte la surface A_i pour être intercepté par la surface A_j :

$$F_{ij} = \frac{q_{i \rightarrow j}}{A_i (q_\lambda + q_{réfléchi})} \quad (3.28)$$

Deux propriétés importantes sont les suivantes :

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (3.29)$$

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad (3.30)$$

Le facteur de forme peut être calculé par des formules qui dépendent de la position des surfaces comme le montrent la **figure 3.7** et le **tableau 3.1**.

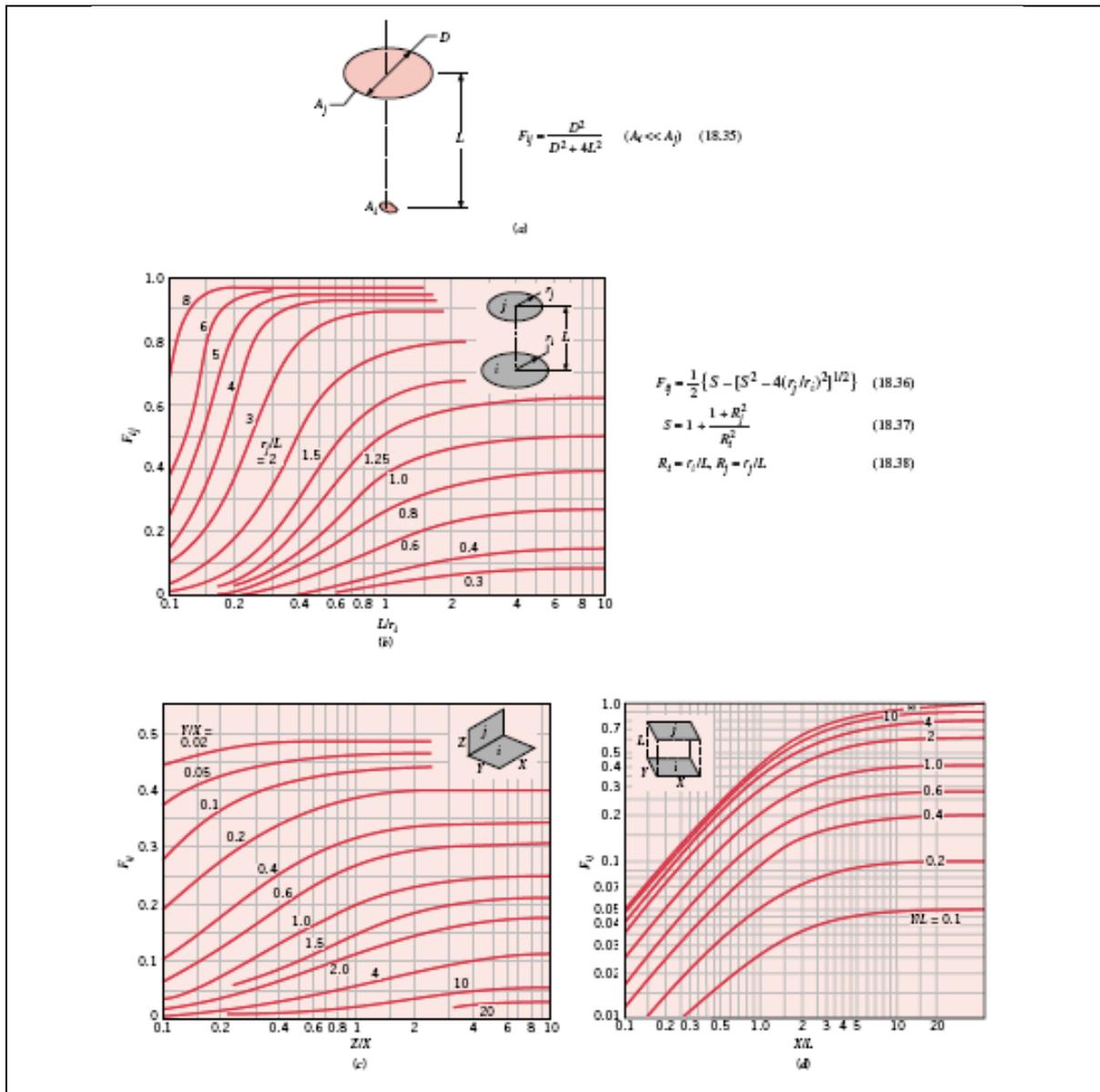


Fig.3.7 Facteurs de forme pour les surfaces à 3D [1].

Tableau 3.1 Facteurs de forme pour les surfaces à 2D.

Geometry/Relation		
<p>Parallel Plates with Midlines Connected by Perpendicular</p> $F_{ij} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4]^{1/2} - [(W_j - W_i)^2 + 4]^{1/2}}{2W_i}$ <p>$W_i = w_i/L, W_j = w_j/L \quad (18.39)$</p>	<p>Inclined Parallel Plates of Equal Width and a Common Edge</p> $F_{ij} = 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (18.40)$	<p>Perpendicular Plates with a Common Edge</p> $F_{ij} = \frac{1 + (w_j/w_i) - [1 + (w_j/w_i)^2]^{1/2}}{2} \quad (18.41)$

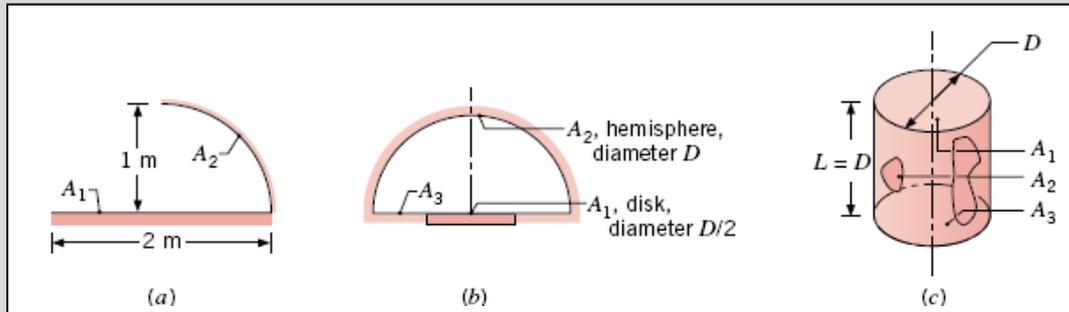
Exemple 3.2

Déterminer les facteurs de formes F_{12} et F_{21} pour les géométries suivantes :

(a) une conduite de longueur L ouverte

(b) disque hémisphérique (moitié d'une sphère). Dans ce cas trouver aussi F_{22} et F_{23}

(c) un tube circulaire

**Solution**

(a) Dans ce cas, on a :

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \Rightarrow F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$$

Puisque la surface A_1 ne « se regarde pas », donc : $F_{11} = 0$

A_2 et A_3 sont symétriques par rapport à A_1 , alors : $F_{12} = F_{13}$

Donc : $F_{12} = 0,5$

Pour calculer F_{21} , on utilise :

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \Rightarrow F_{21} = \frac{A_1 F_{12}}{A_2} = \frac{2 \times L}{(2\pi \times 1/4) \times L} \times 0,5 = \frac{4}{\pi} \times 0,5 = 0,637$$

(b) Pour l'hémisphère de diamètre D à travers un disque de diamètre $D/2$, puisqu'il n'y a que S_2 qui est visible à S_1 , on a : $F_{12} = 1$

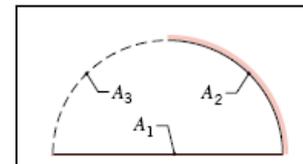
Pour calculer F_{21} , on utilise :

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \Rightarrow F_{21} = \frac{A_1 F_{12}}{A_2} = \frac{\pi(D/2)^2/4}{(\pi D^2)/2} \times 1 = \frac{1}{8} \times 1 = 0,125$$

En remarquant la symétrie de S_2 qui « se voit » lui-même plus que les deux autres surfaces, on a : $F_{22} = 0,5$

En utilisant la sommation, on obtient :

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \Rightarrow F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1 \Rightarrow F_{23} = 1 - 0,125 - 0,5 = 0,375$$



(c) Pour le tube circulaire : $F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1$. On a : $F_{11} = 0$.

En utilisant la formule des disques parallèles, on obtient :

$$F_{13} = \frac{1}{2} \left\{ S - \left[S^2 - 4 \left(r_3 / r_1 \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$$

$$R_1 = r_1 / L = \frac{D}{2D} = 0,5 \quad R_3 = r_3 / L = 0,5$$

$$S = 1 + \frac{1 + R_3^2}{R_1^2} = 1 + \frac{1 + 0,5^2}{0,5^2} = 6$$

$$F_{13} = 0,5 \times \left\{ 6 - \left[6^2 - 4(1)^2 \right]^{1/2} \right\} = 0,17$$

$$F_{12} = 1 - F_{13} = 0,83$$

$$F_{21} = \frac{A_1 F_{12}}{A_2} = \frac{\pi D^2 / 4}{\pi DL} \times 0,83 = 0,21$$

3.10 Echange entre deux surfaces noires

Pour deux surfaces qui peuvent être assimilées comme des corps noirs, le rayonnement quitte une surface seulement par émission (et non par réflexion). Dans ce cas, la densité du flux qui va de la surface i à la surface j est :

$$q_{ij} = \frac{q_{icn} - q_{jcn}}{(S_i F_{ij})^{-1}} = S_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4) \quad (3.31)$$

Pour trois surfaces assimilées à des corps noirs et maintenues à des températures fixes, la densité du flux d'échange de la surface S_1 vers les surfaces S_2 et S_3 est :

$$q_1 = q_{12} + q_{13} = \frac{q_{1cn} - q_{2cn}}{(S_1 F_{12})^{-1}} + \frac{q_{1cn} - q_{3cn}}{(S_1 F_{13})^{-1}} = S_1 F_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) + S_1 F_{13} \sigma (T_1^4 - T_3^4) \quad (3.32)$$

3.11 Echange entre deux surfaces grises diffuses

Pour des surfaces opaques grises et diffuses, on a : $\rho_i = 1 - \alpha_i = 1 - \varepsilon_i$ car $\alpha_i = \varepsilon_i$. La densité nette du rayonnement qui quitte la surface S_i est de la forme :

$$q_i = \frac{q_{icn} - q_{ray}}{(1 - \varepsilon_i) / \varepsilon_i S_i} \quad (3.33)$$

L'échange entre deux surfaces i et j est le suivant :

$$q_{ij} = \frac{q_i - q_j}{(S_i F_{ij})^{-1}} \quad (3.34)$$

Le bilan pour une surface S_1 est le suivant :

$$q_1 = q_{12} + q_{13} + \dots = \frac{q_1 - q_2}{(S_1 F_{12})^{-1}} + \frac{q_1 - q_3}{(S_1 F_{13})^{-1}} + \dots \quad (3.35)$$

L'analogie avec les circuits électriques est comme le montre la **figure 3.8**.

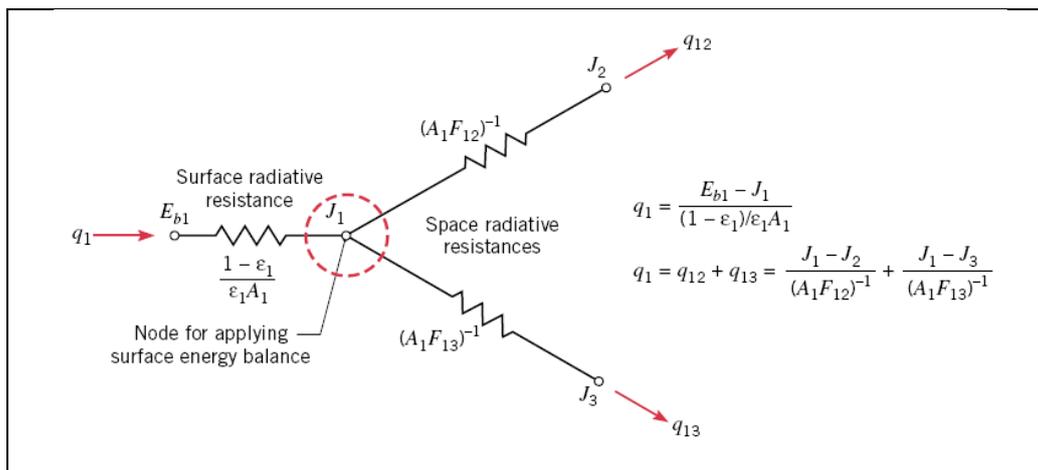


Fig.3.8 Résistances thermiques du rayonnement et analogie avec les résistances électriques dans un nœud [1].

3.12 Enceinte à deux surfaces

Il s'agit de deux surfaces qui échangent du rayonnement seulement entre elles. Dans ce cas :

$$q_1 = -q_2 = q_{12} \quad (3.36)$$

et :

$$q_1 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1} + \frac{1}{S_1 F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{S_2 \varepsilon_2}} \quad (3.37)$$

Les expressions $\frac{1 - \varepsilon_1}{S_1 \varepsilon_1}$, $\frac{1}{S_1 F_{12}}$ et $\frac{1 - \varepsilon_2}{S_2 \varepsilon_2}$ sont les résistances thermiques.

La **figure 3.9** résume les cas les plus communs.

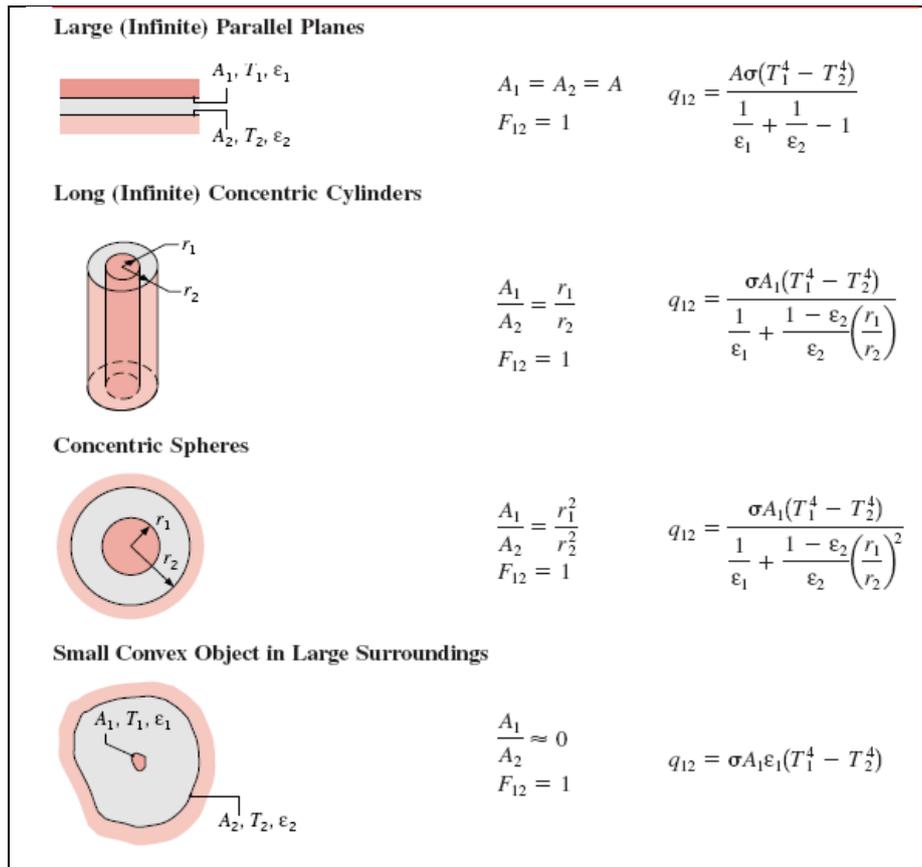


Fig.3.9 Echange radiatif de deux surfaces formant une enceinte [1].

3.13 Echange entre des surfaces formant un écran

L'écran peut être utilisé pour réduire le transfert radiatif entre deux surfaces : des résistances thermiques supplémentaires sont présentes comme le montre la **figure 3.10**. Dans ce cas :

$$q_1 = \frac{S_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1 - \epsilon_{3,1}}{\epsilon_{3,1}} + \frac{1 - \epsilon_{3,2}}{\epsilon_{3,2}} + \frac{1}{\epsilon_2}} \tag{3.38}$$

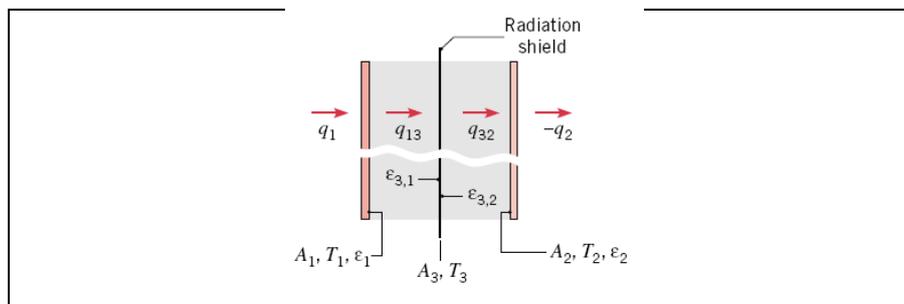


Fig.3.10 Echange par rayonnement présence d'écran.

Méthodes et astuces pour le chapitre 3

1. Calcul du flux de chaleur par rayonnement

1. Le rayonnement est toujours présent quand les températures sont très élevées.
2. Le flux maximal correspond à une émissivité $\varepsilon=1$. Il correspond au corps noir.
3. Le milieu qui sépare des surfaces radiatives peut avoir une influence sur le rayonnement. En général, quand le milieu est de l'air, cette influence est négligeable.

2. Le rayonnement par rapport aux autres modes de transfert de chaleur

Le rayonnement est toujours présent quand les températures sont très élevées. Dans les systèmes pratiques, il est très rare de ne trouver qu'un seul mode de transfert thermique.

 Le calcul du flux de rayonnement nécessite la détermination de plusieurs paramètres : géométrie, position des surfaces, nature des surfaces, milieu qui sépare les surfaces ... etc. Une analyse préalable précise est nécessaire.

QCM 3

TRANSFERT DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT

1 La puissance du rayonnement monochromatique d'un corps noir en fonction de la longueur d'onde :

- a. diminue
- b. augmente
- c. diminue pour atteindre un minimum puis augmente
- d. augmente pour atteindre un maximum puis diminue

2 Dans une surface grise :

- a. la réflexion est égale à l'émissivité
- b. l'émissivité est égale à la transmissivité
- c. l'émissivité est constante
- d. L'absorption est égale à la réflexion

3 La valeur du facteur de forme est plus élevée quand :

- a. les surfaces sont plus loin l'une de l'autre
- b. les surfaces sont plus proches
- c. les surfaces sont plus proches et plus petites
- d. les surfaces sont plus grandes et plus proches

4 Un écran doit avoir :

- a. une émissivité élevée
- b. une absorbance élevée
- c. une réflexion élevée
- d. une émissivité élevée

5 Le principe de réciprocité est :

- a. $F_{12} = F_{21}$
- b. $S_1 F_{12} = S_2 F_{21}$
- c. $S_2 F_{12} = S_1 F_{21}$

d. $\varepsilon_1 F_{12} = \varepsilon_2 F_{21}$

6 Si $S_1=4$, $S_2=2$ et $F_{12}=0,2$, alors :

a. $F_{21} = 0,2$

b. $F_{21} = 0,8$

c. $F_{21} = 0,4$

d. $F_{21} = 0,1$

Réponses

1. d

2. c

3. d

4. c

5. b

6. c



TD 1 CONDUCTION DE CHALEUR

FLUX ET DENSITE DE FLUX

Exercice 1.1

Déterminer la densité du flux de transfert de chaleur à travers un mur de 4cm d'épaisseur, homogène, dont les deux surfaces externes sont maintenues aux températures de 38°C et 21°C. La conductivité thermique du matériau est 0,19W/ mK.

Exercice 1.2

Un mur plan de 0,15m d'épaisseur constitué d'un matériau homogène de conductivité thermique 0,40W/ mK a des températures de parois uniformes et permanentes $T_1 = 20^\circ\text{C}$ et $T_2 = 70^\circ\text{C}$. Déterminer la densité du flux de transfert de chaleur à travers ce mur.

Exercice 1.3

Le flux de transfert de chaleur à travers un mur est de 3 kW. La section transversale de ce mur est de 10m² et son épaisseur est de 2,5cm. Si la paroi la plus chaude de ce mur a une température de 415°C et que la conductivité thermique est 0,2W/ mK, trouver la température de l'autre surface externe.

Exercice 1.4

La densité du flux de chaleur qui traverse une paroi de bois de 500mm d'épaisseur, dont les surfaces internes et externes sont maintenues à 40 et 20°C, respectivement, est de 40 W/ m². Calculer le coefficient de conductivité thermique de ce mur.

Exercice 1.5

Le compartiment d'une machine frigorifique est un cube de 2m de côté. On considère le haut de ce cube parfaitement isolé. Quelle est l'épaisseur minimale de la paroi d'isolation de conductivité thermique 0,03 W/ mK nécessaire pour assurer un transfert de chaleur de moins de 500W si les surfaces internes et externes ont des températures de -10 °C et 35°C ?

Exercice 1.6

Un mur de béton de surface 20m² et d'épaisseur de 0,30m, sépare une salle climatisée de l'air ambiant extérieur. La température de la surface interne de ce mur est maintenue à 25°C. La conductivité thermique de ce mur est 1 W/ mK.

1. Déterminer le flux à travers le mur pour des températures externes allant de -15°C à 38°C, qui correspondent à l'hiver et l'été respectivement.
2. Représenter ces résultats graphiquement. Sur ce graphe, représenter le flux de transfert de chaleur en fonction de la température externe pour des matériaux de conductivités thermiques de 0,75 et 1,25 W/ mK.

Exercice 1.7

1. Déterminer le flux de chaleur à travers une paroi plane de 10cm d'épaisseur avec une conductivité thermique constante de 8,5W/ mK si les surfaces ont une température de 100°C et 30°C. La surface transversale de cette paroi est 3m².
2. Calculer le gradient de température dans cette paroi.



TD 2 CONDUCTION DE CHALEUR

LOIS DE BASE DU TRANSFERT THERMIQUE

Exercice 2.1

Le coefficient de convection d'un fluide chaud vers un corps de température plus basse est égal à $225 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$. La température de la surface froide est 10°C tandis que la température du fluide chaud est 120°C . Déterminer la densité du flux de chaleur par convection.

Exercice 2.2

Une personne est debout près d'un mur en briques et reçoit le rayonnement du soleil par réflexion du mur. La température du mur est 44°C et l'émissivité des briques est $0,92$. Calculer le flux du rayonnement par unité de surface qui émane du mur à cette température ?

Exercice 2.3

L'air à l'intérieur d'une unité d'un ordinateur a une température de 50°C . Cette unité produit un flux de chaleur égal à $3 \cdot 10^{-3} \text{ W}$ lors de son fonctionnement. Ce flux de chaleur est exposé à un écoulement d'air produit par le ventilateur avec un coefficient de convection de $9 \text{ W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ à travers deux surfaces de dimensions $0,5 \text{ cm} \times 1,0 \text{ cm}$. Déterminer la température de surface de la source de chaleur en négligeant le rayonnement et la conduction à travers les parois.

Exercice 2.4

Les gaz de combustion d'un four sont séparés de l'air ambiant qui a une température de 25°C avec une paroi en briques réfractaires de $0,15 \text{ m}$ d'épaisseur. Les briques ont un coefficient de conduction thermique de $1,2 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ et une émissivité de surface de $0,8$. En régime permanent, la température de la surface externe est 100°C . Le transfert de chaleur par convection à l'air ambiant à partir de la surface du four a un coefficient de $20 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. Trouver la température interne de la paroi en briques ?

Exercice 2.5

Le revêtement d'une paroi est chauffé en utilisant une lampe infrarouge qui produit une chaleur de 2000 W/m^2 . La paroi absorbe 80% du rayonnement produit par la lampe et a une émissivité de $0,5$. Cette paroi est aussi exposée à l'air ambiant de température 20°C entouré d'un mur de température 30°C . Le coefficient de convection entre la paroi et l'air ambiant est de 15 W/m^2 et la surface interne de la paroi est isolée. Calculer la température du revêtement de la paroi.

Exercice 2.6

Déterminer la conductivité thermique du monoxyde de carbone à la pression de 1 atm et à la température de $93,7^\circ\text{C}$.

Exercice 2.7

Estimer la conductivité thermique de la vapeur d'eau à la pression de 65 atm et à la température de 575 K .

Exercice 2.8

Le transfert de chaleur dans un mur se fait par conduction en régime permanent avec un gradient de température de $-5 \text{ }^\circ\text{C/cm}$. Le coefficient de conduction thermique $\lambda = 22,5 \text{ W/mK}$. S'il y a un transfert de chaleur par rayonnement entre le mur et une surface externe de température $T_s = 30 \text{ }^\circ\text{C}$, trouver la température de la paroi du mur T_p . La constante de Stefan-Boltzmann : $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$.

**TD 3****CONDUCTION DE CHALEUR****EQUATION GENERALE DE LA CHALEUR****Exercice 3.1**

On considère un mur avec une source uniforme de chaleur égale à 40 MW/m^3 , $T_1=160^\circ\text{C}$ à $x=0$, $T_2=100^\circ\text{C}$ à $x=2 \text{ cm}$. La conductivité thermique est 200 W/m.K . Déterminer :

1. l'expression de la température $T(x)$
2. Représenter cette température
3. la densité du flux de chaleur à la face qui correspond à $x=0$.
4. la densité du flux de chaleur à la face qui correspond à $x=2 \text{ cm}$.
5. la densité du flux de chaleur à la face qui correspond au centre du mur.

Exercice 3.2

Un four a une paroi d'une épaisseur de $0,2\text{m}$ en briques réfractaires de conductivité thermique $\lambda_1 = 1 \text{ W/m.K}$. Cette paroi est recouverte d'un isolant thermique extérieur de $0,03\text{m}$ d'épaisseur et de conductivité thermique $\lambda_2 = 0,07 \text{ W/m.K}$. La surface interne du four est à une température de 1250 K et la surface externe à une température de 310 K .

1. Calculer la densité du flux de chaleur permanent.
2. Déterminer la température de l'interface entre les deux couches de la paroi du four.
3. Si densité du flux de chaleur maximal admissible dans ce four est 900 W/m^2 , trouver l'épaisseur de l'isolant thermique.

Exercice 3.3

Un mur composé de trois couches : la première est en aluminium d'une épaisseur de $0,5\text{cm}$, la deuxième est en amiante de $0,25\text{cm}$ d'épaisseur et la troisième est en laine de verre avec une épaisseur de 2cm . L'amiante est située au milieu. La température externe de l'aluminium est 400°C et la paroi de laine de verre a une température externe de 50°C . Les coefficients de conduction thermique sont 249 W/mK pour l'aluminium, $0,166 \text{ W/mK}$ pour l'amiante et $0,0548 \text{ W/mK}$ pour la laine de verre. Calculer la densité du flux de chaleur à travers ce mur.

Exercice 3.4

Un dispositif simple de mesure de la conductivité thermique consiste à une tige centrale en métal de conductivité thermique inconnue λ que l'on doit déterminer. La surface supérieure est maintenue à une température de 80°C à l'aide d'une résistance électrique et la surface inférieure est maintenue à 22°C à l'aide d'un écoulement d'eau froide. Déterminer la valeur de λ si la puissance électrique fournie est $18,45\text{W}$ et la tige a une longueur de $0,1\text{m}$ et un diamètre de $0,03\text{m}$.

Exercice 3.5

Une conduite cylindrique en acier de conductivité thermique 45W/mK a un diamètre extérieur de 5cm . Elle est recouverte d'un revêtement de magnésium de $4,2\text{cm}$ d'épaisseur et de conductivité thermique $0,07 \text{ W/mK}$ qui est à son tour recouvert de $2,4\text{cm}$ de fibre de verre pour l'isolation avec une conductivité thermique de $0,048 \text{ W/mK}$. La température externe de la paroi est 370K et la température externe de la fibre de verre est 305K . Quelle est la température d'interface entre le magnésium et la fibre de verre ?

Exercice 3.6

Trouver l'expression analytique de la distribution de température $T(x)$ dans un mur plan qui a des températures de surfaces T_1 et T_2 à $x=0$ et $x=e$ respectivement, et une conductivité thermique variable $\lambda = \lambda_0 (1+bT)$.

Exercice 3.7

Un cylindre creux qui a un rayon interne r_1 et un rayon externe r_2 est soumis à un transfert de chaleur permanent. Les températures de ses surfaces interne et externe sont T_1 et T_2 respectivement. Si le coefficient de conduction thermique est donné par l'expression $\lambda = \lambda_0 (1+bT)$, trouver l'expression du flux de chaleur par unité de longueur du cylindre.

Exercice 3.8

De la vapeur d'eau à 250°C circule dans une conduite cylindrique isolante de 20cm de diamètre. La conduite a un diamètre externe de 20,25cm. A l'intérieur de la conduite, le coefficient de transfert de chaleur par convection est $15 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$ et le coefficient d'échange avec l'air ambiant est $2,2 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. L'air ambiant est à une température de 35°C . Si le flux de chaleur par unité de longueur est $105,18\text{W/m}$, trouver le coefficient de conduction thermique de la conduite.

Exercice 3.9

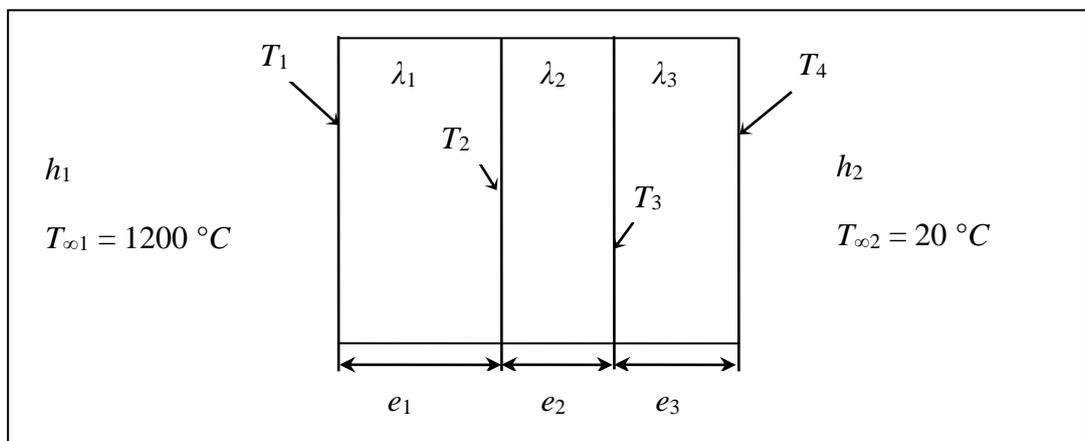
On considère une plaque rectangulaire de longueur a et de largeur b . Le transfert de chaleur dans cette plaque se fait par conduction, en régime permanent. La conductivité thermique λ est constante et il n'y a pas de source de chaleur. Trouver l'expression de la température dans la plaque si les conditions aux limites sont :

- à $x = 0$: $T(0, y) = 0$
- à $x = a$: $T(a, y) = T_0$
- à $y = 0$: $T(x, 0) = 0$
- à $y = b$: $T(x, b) = 0$

Exercice 3.10

Un mur est composé de 3 couches d'épaisseurs 25 cm, 10 cm et 15 cm et de conductivités thermiques : $\lambda_1 = 1,7 \text{ W/mK}$, λ_2 inconnue et $\lambda_3 = 9,5 \text{ W/mK}$. La surface interne est exposée à des gaz de température 1200°C avec un coefficient de convection $h_1 = 28 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. La température de cette face interne du mur est $T_1=1080^\circ\text{C}$. La surface externe est exposée à de l'air à 20°C avec un coefficient de convection $h_2 = 15 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$. Calculer :

1. la conductivité thermique inconnue λ_2 .
2. les températures intermédiaires et la température de la surface externe.

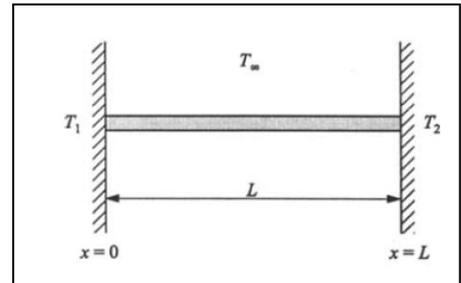


TD 4 CONDUCTION DE CHALEUR AILETTES

Exercice 4.1

Une ailette fine de longueur L est attachée par ses deux extrémités à deux murs parallèles de températures T_1 et T_2 . Cette ailette échange de la chaleur par convection avec le milieu extérieur de température ambiante T_∞ .

1. Trouver l'expression de la distribution de la température à 1D tout au long de la longueur de l'ailette.
2. On donne $m=0,9\text{m}^{-1}$, $\theta_1=10\text{K}$, $\theta_2=10\text{K}$, $L=0,3\text{m}$. Déterminer
3. la température à $x=0,12\text{m}$ si la température ambiante est 24°C .



Exercice 4.2

Une ailette très longue en acier de section carrée de 12mm de côté, a la base soudée sur la paroi d'un four de 200°C , et l'autre extrémité à l'air ambiant de 35°C . Le coefficient d'échange thermique par convection entre l'ailette et l'air ambiant est $22\text{W/m}^2\text{K}$. La conductivité thermique de l'acier de l'ailette est $51,9\text{W/mK}$.

1. Déterminer la distance x de la paroi du four à laquelle la température est égale à 60°C puis déterminer la température à $x=80\text{mm}$ de la base de l'ailette.
2. On considère maintenant que l'ailette a une longueur de 159mm . Déterminer la température à l'extrémité libre de cette ailette si on néglige l'échange de chaleur par convection avec le milieu extérieur.
3. Calculer le flux de chaleur transféré par l'ailette dans ce cas.
4. Trouver l'efficacité et le rendement de l'ailette.
5. On considère maintenant que l'ailette a une longueur de 80mm et qu'il y a un échange par convection avec le milieu extérieur. Trouver la température de l'extrémité libre de cette ailette.
6. Calculer le flux de chaleur transféré par l'ailette dans ce cas.
7. Trouver l'efficacité et le rendement de l'ailette.

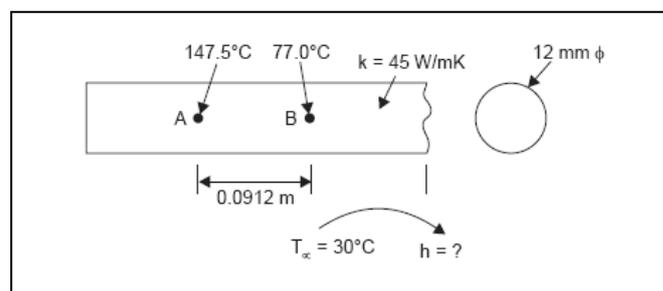
Exercice 4.3

Une ailette très longue en cuivre de 1cm de diamètre, de conductivité 377W/mK est exposée à la température environnante de 22°C . Sa base est maintenue à 150°C . Le coefficient d'échange thermique par convection entre l'ailette et l'air ambiant est $11\text{W/m}^2\text{K}$. Déterminer le flux de chaleur transféré de l'ailette vers l'air ambiant.

Exercice 4.4

Refaire l'exercice précédent dans le cas d'ailettes finies de longueurs $2, 4, 8$ et 10cm avec pertes par convection à l'extrémité. Comparez les résultats en traçant le graphe $Q=f(L)$ pour les longueurs données et pour une ailette infinie.

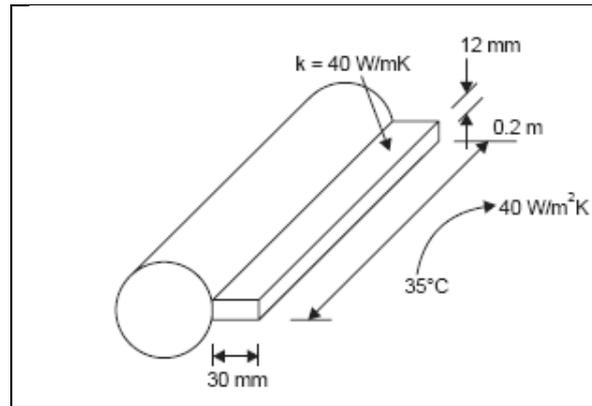
Exercice 4.5



Une des extrémités d'une ailette longue de section circulaire de 12mm de diamètre est située dans un four. Les températures mesurées aux points A et B qui sont distants de 91,2mm sont respectivement 147,5°C et 77°C. Le coefficient de conduction du matériau de l'ailette est 45W/mK et la température ambiante est 30°C. Calculer le coefficient d'échange par convection avec le milieu extérieur.

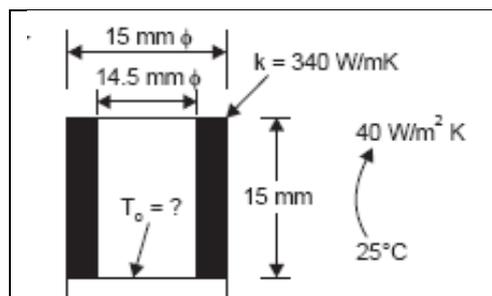
Exercice 4.6

Un composant mécanique d'une automobile est cylindrique de 30cm de diamètre. La température de sa surface ne doit pas dépasser 50°C quand le flux de chaleur diffusé est 0,15kW. La longueur de ce cylindre est 20cm. Des ailettes longitudinales de 12mm d'épaisseur et de 30mm de hauteur sont proposées. Le coefficient de conductivité thermique de ces ailettes est 40W/mK et le coefficient de convection avec l'air ambiant est 40W/m²K. Déterminer le nombre nécessaire d'ailettes si la température ambiante est 35°C.



Exercice 4.7

Une ailette en forme d'anneau de 0,25mm d'épaisseur, de 15mm de diamètre extérieur et de 15mm de long sert à dissiper la chaleur produite par un composant électrique. Si l'on considère que la surface externe échange la chaleur par convection avec le milieu ambiant de température 25°C avec un coefficient de convection de 40 W/m²K et que la conductivité thermique du matériau de l'ailette est 340 W/mK, déterminer la température du composant électrique avec et sans ailette si ce dernier dégage 0,25W de chaleur.



**TD 5****TRANFERT DE CHALEUR PAR CONVECTION****Exercice 5.1**

L'air s'écoule à 20°C à travers une surface à 80°C. La densité du flux de chaleur mesurée à un point donné est 1000W/m². Trouver le coefficient de convection local, le gradient de température à la surface et la température à la distance de 0,5mm de la surface. La conductivité thermique est 0,02826W/mK.

Exercice 5.2

La température est donnée dans une surface plane soumise à de la convection thermique par : $[T_p - T] / [T_p - T_\infty] = \sin(\pi y / 0,015)$. Si le coefficient de conduction est 0,03W/mK, déterminer la valeur du coefficient de convection.

Exercice 5.3

De l'huile de moteur s'écoule à la vitesse de 2m/s à 80°C autour d'une surface plane maintenue à 40°C. Déterminer la valeur du coefficient de convection à la distance de 0,4m du début de la plaque, puis le coefficient de convection moyen.

Exercice 5.4

De l'air à 20°C circule à travers une surface plane qui a une densité de flux constante de 800W/m². La vitesse de l'air est 4m/s et la longueur de la plaque est 1,2m.

1. Déterminer la valeur du coefficient de convection moyen.
2. Déterminer la température à la fin de la plaque.

Exercice 5.5

De l'huile de moteur à 60°C circule à 2m/s à travers une surface plane de 0,4m de longueur. La densité du flux de chaleur dans la plaque est 10kW/m².

1. Déterminer la valeur du coefficient de convection moyen
2. Déterminer la température de la plaque.

Exercice 5.6

De l'air à 30°C circule à travers une conduite cylindrique de vapeur de 0,2m de diamètre et une température de surface de 130°C, avec une vitesse de 6m/s. Déterminer la valeur du coefficient de convection.

Exercice 5.7

De l'air à 30°C circule autour d'une sphère de 0,1m de diamètre avec une vitesse de 8m/s. La surface du solide est à 50°C. Calculer la valeur du coefficient de convection.

Exercice 5.8

Un écran en verre est utilisé pour réduire les pertes de chaleur dans une cheminée. Il a une hauteur de 0,71m et une largeur de 1,02 m et peut atteindre la température de 232 °C. si la température de la pièce dans laquelle se trouve la cheminée est 23 °C, estimer le flux de chaleur par convection de la cheminée à la pièce.

Exercice 5.9

Une plaque horizontale en aluminium d'émissivité $\epsilon = 0,25$, de 1,2m x 1,2m est exposée à l'air ambiant qui circule en dessus à la température de 300K, ainsi qu'à une source de rayonnement à 300K. Si la température de la plaque ne doit pas dépasser 57°C, quelle est la puissance maximale de chaleur qui doit être dissipée dans la plaque ?

**TD 6****TRANSFERT DE CHALEUR PAR RAYONNEMENT****Exercice 6.1**

Une surface rayonne d'une manière diffuse. Déterminer la fraction de la puissance d'émission dans la région angulaire de 0°C à 45°C verticalement.

Exercice 6.2

Un thermocouple est utilisé pour mesurer la température de l'air qui s'écoule dans une conduite large dont les parois sont à 500 K . Le thermocouple indique 400 K . Le coefficient de transfert à travers la surface du thermocouple est $40\text{ W/m}^2\text{K}$. Déterminer la vraie température de l'air si l'émissivité de la surface du thermocouple est $0,51$.

Exercice 6.3

Pendant la nuit, il y a du rayonnement de la Terre vers l'espace. Des particules d'eau envoient du rayonnement vers le ciel qui est supposé être à la température de -70°C . Les particules d'eau reçoivent de la chaleur de l'air ambiant par convection avec un coefficient d'échange de $28\text{ W/m}^2\text{K}$. Déterminer la température de l'air pour que l'eau ne gèle pas.

Exercice 6.4

Le flux incident total dans un corps qui réfléchit, absorbe et transmet partiellement le rayonnement est 2200 W/m^2 . 450 W/m^2 de cette énergie est réfléchi et 900 W/m^2 est absorbée par ce corps. Trouver la transmissivité.

Exercice 6.5

Déterminer la densité du flux de chaleur total émis par un corps noir à 1000°C .

Exercice 6.6

Pour un corps noir maintenu à la température de 115°C déterminer :

1. la densité du flux total émis
2. la longueur d'onde maximale à laquelle l'émission monochromatique a lieu
3. la densité du flux monochromatique maximale.

Exercice 6.7

L'intérieur d'un four qui est un cylindre de 75 mm de diamètre et 150 mm de long, est ouvert à l'une de ses extrémités à l'air ambiant qui est à 27°C . Les cotés et le haut de ce four sont assimilés à des corps noirs. Ils sont chauffés électriquement, isolés et maintenus à 1350°C et 1650°C . Quelle est la puissance électrique nécessaire pour maintenir le four à sa température ?

Exercice 6.8

Un fluide cryogénique circule à travers un long tube de 20 mm de diamètre, la surface externe qui est grise et diffuse a $\varepsilon_1=0,02$ et une température $T_1=77\text{ K}$. Ce tube est concentrique avec un tube plus large de 50 mm de diamètre, dont la surface interne est grise et diffuse avec $\varepsilon_2=0,05$ et $T_2=300\text{ K}$. Il y a du vide entre les deux cylindres.

1. Calculer le flux de transfert de chaleur au fluide cryogénique par unité de longueur du tube.
2. Si un écran mince de 35 mm de diamètre et $\varepsilon_3=0,02$ est inséré entre les deux surfaces, calculer la variation en pourcentage dans le flux de chaleur par unité de longueur du tube.

Sommaire

Exercice 1.1	01
Exercice 1.2	02
Exercice 1.3	02
Exercice 1.4	02
Exercice 1.5	02
Exercice 1.6	03
Exercice 1.7	04

Compétences nécessaires pour résoudre le TD 1

- Savoir identifier les trois modes de transfert thermique
- Connaitre la loi de Fourier.

Exercice 1.1

Déterminer la densité du flux de transfert de chaleur à travers un mur de 4cm d'épaisseur, homogène, dont les deux surfaces externes sont maintenues aux températures de 38°C et 21°C. La conductivité thermique du matériau est 0,19W/ mK.

Solution de l'exercice 1.1

La densité du flux de chaleur est donnée par la relation :

$$q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\lambda \frac{T_2 - T_1}{\Delta x}$$

$$q = -0,19 \times \frac{21 - 38}{0,04} = 80,75 \text{ W} / \text{m}^2.$$

Exercice 1.2

Un mur plan de 0,15m d'épaisseur constitué d'un matériau homogène de conductivité thermique 0,40W/ mK a des températures de parois uniformes et permanentes $T_1 = 20^\circ\text{C}$ et $T_2 = 70^\circ\text{C}$. Déterminer la densité du flux de transfert de chaleur à travers ce mur.

Solution de l'exercice 1.2

$$q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

La densité du flux 133 W/ m².

Exercice 1.3

Le flux de transfert de chaleur à travers un mur est de 3 kW. La section transversale de ce mur est de 10m² et son épaisseur est de 2,5cm. Si la paroi la plus chaude de ce mur a une température de 415°C et que la conductivité thermique est 0,2W/ mK, trouver la température de l'autre surface externe.

Solution de l'exercice 1.3

$$Q = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} = -\lambda S \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} \Rightarrow T_2 - T_1 = -\frac{Q \Delta x}{\lambda S}$$

$$T_2 = T_1 - \frac{Q \Delta x}{\lambda S}$$

$$T_2 = 415 + 273,15 - \frac{3000 \times 2,5 \times 10^{-2}}{0,2 \times 10} = 650,65\text{K} = 377,5^\circ\text{C}.$$

Exercice 1.4

La densité du flux de chaleur qui traverse une paroi de bois de 500mm d'épaisseur, dont les surfaces internes et externes sont maintenues à 40 et 20°C, respectivement, est de 40 W/ m². Calculer le coefficient de conductivité thermique de ce mur.

Solution de l'exercice 1.4

$$q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow \lambda = -\frac{q \times \Delta x}{\Delta T}$$

$$\lambda = -\frac{40 \times 0,5}{20 - 40} = 1\text{W} / \text{mK}.$$

Exercice 1.5

Le compartiment d'une machine frigorifique est un cube de 2m de côté. On considère le haut de ce cube parfaitement isolé. Quelle est l'épaisseur minimale de la paroi d'isolation de conductivité thermique 0,03 W/ mK nécessaire pour assurer un transfert de chaleur de moins de 500W si les surfaces internes et externes ont des températures de -10°C et 35°C ?

Solution de l'exercice 1.5

$$Q = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow \Delta x = -\frac{\lambda \times S \times \Delta T}{Q} = -\frac{0,03 \times 2 \times 2 \times (-10 - 35)}{500} = 0,0108m.$$

Exercice 1.6

Un mur de béton de surface 20m² et d'épaisseur de 0,30m, sépare une salle climatisée de l'air ambiant extérieur. La température de la surface interne de ce mur est maintenue à 25°C. La conductivité thermique de ce mur est 1 W/ mK.

- Déterminer le flux à travers le mur pour des températures externes allant de -15°C à 38°C, qui correspondent à l'hiver et l'été respectivement.
- Représenter ces résultats graphiquement. Sur ce graphe, représenter le flux de transfert de chaleur en fonction de la température externe pour des matériaux de conductivités thermiques de 0,75 et 1,25 W/ mK.

Solution de l'exercice 1.6

- Pour une température externe de -15°C :

$$Q_h = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} = -1 \times 20 \times \frac{-15 - 25}{0,30} = 2666,66 W.$$

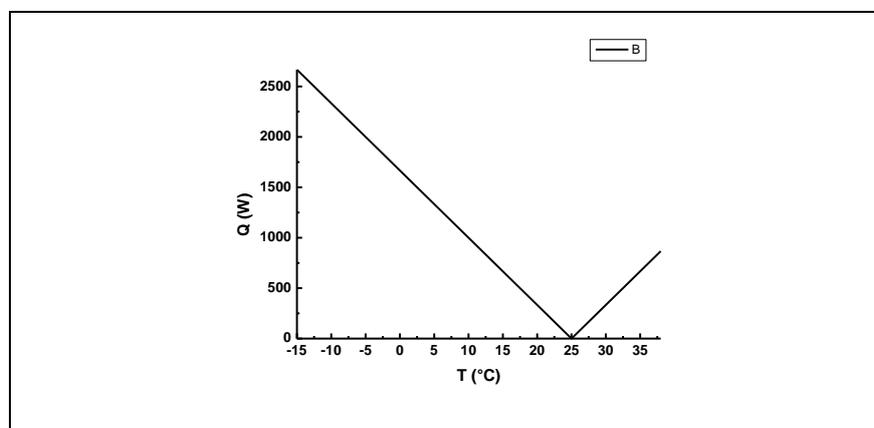
Pour une température externe de 25°C :

$$Q_e = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} = -1 \times 20 \times \frac{25 - 38}{0,30} = 866,67 W.$$

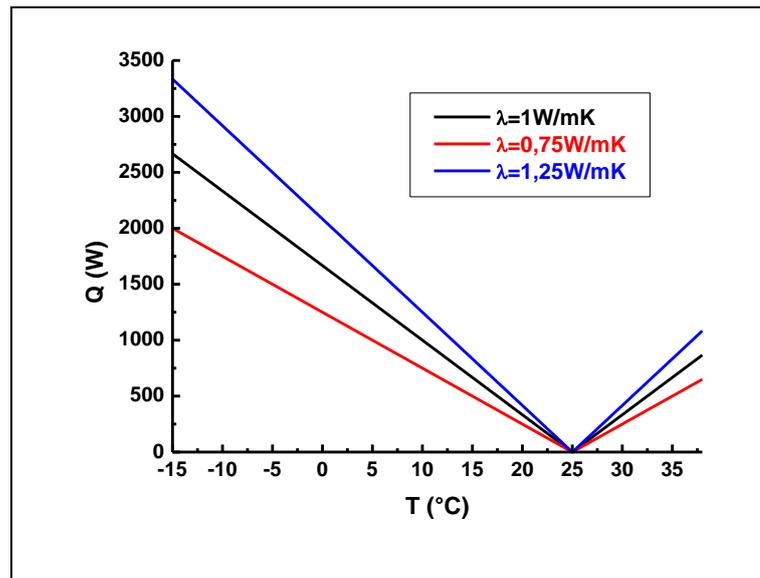
- Représentation graphique des résultats :

$$Q = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} = 1 \times 20 \times \frac{|25 - T|}{0,30} = 66,67 \times |25 - T|. \text{ Tracer la fonction.}$$

T	-15	25	38
25 - T		+	-
25 - T		25 - T	T - 25



3. Représentation.



Exercice 1.7

- Déterminer le flux de chaleur à travers une paroi plane de 10cm d'épaisseur avec une conductivité thermique constante de 8,5W/ mK si les surfaces ont une température de 100°C et 30°C. La surface transversale de cette paroi est 3m².
- Calculer le gradient de température dans cette paroi.

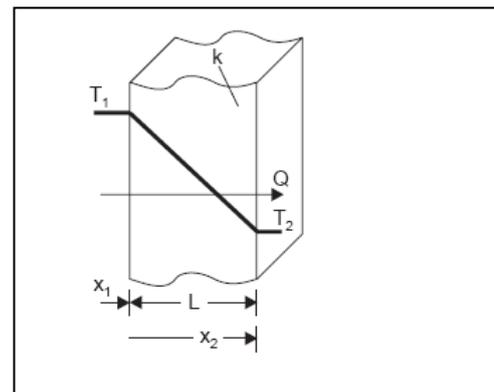
Solution de l'exercice 1.7

- $T_1 = 100^\circ\text{C}$, $T_2 = 30^\circ\text{C}$, $\lambda = 8,5\text{ W/mK}$, $S = 3\text{ m}^2$. Le flux de chaleur est donné par :

$$Q_h = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} = -8,5 \times 3 \times \frac{30 - 100}{0,10} = 17850\text{ W}.$$

- Le gradient de température :

$$\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{-Q}{\lambda S} = \frac{-17850}{8,5 \times 3} = -700\text{ K/m}.$$



CONDUCTION DE CHALEUR

LOIS DE BASE DU TRANSFERT THERMIQUE

Sommaire

Exercice 2.1	05
Exercice 2.2	06
Exercice 2.3	06
Exercice 2.4	06
Exercice 2.5	07
Exercice 2.6	07
Exercice 2.7	08
Exercice 2.8	09

Compétences nécessaires pour résoudre le TD 2

- Savoir identifier les trois modes de transfert thermique
- Connaître les expressions du flux de chaleur pour les trois modes de transfert thermique
- Etablir la relation entre les flux de chaleur des différents modes qui interviennent dans un problème
- Calculer la conductivité thermique à la pression atmosphérique et à des pressions différentes de la pression atmosphérique

Exercice 2.1

Le coefficient de convection d'un fluide chaud vers un corps de température plus basse est égal à 225 W/m².°C. La température de la surface froide est 10°C tandis que la température du fluide chaud est 120°C. Déterminer la densité du flux de chaleur par convection.

Solution de l'exercice 2.1

Le flux de chaleur est donné par la relation :

$$Q = hS(T_{\infty} - T_p) \Rightarrow \frac{Q}{S} = h(T_{\infty} - T_p) = 225 \times (120 - 10) = 24750 \text{ W} / \text{m}^2.$$

Exercice 2.2

Une personne est debout près d'un mur en briques et reçoit le rayonnement du soleil par réflexion du mur. La température du mur est 44°C et l'émissivité des briques est 0,92. Calculer le flux du rayonnement par unité de surface qui émane du mur à cette température ?

Solution de l'exercice 2.2

La densité du flux de chaleur est donnée par la relation :

$$\frac{q}{S} = \varepsilon \sigma T_p^4 = 0,92 \times 5,67 \times 10^{-8} \times (44 + 273,15)^4 = 527,75 \text{ W / m}^2.$$

Exercice 2.3

L'air à l'intérieur d'une unité d'un ordinateur a une température de 50°C. Cette unité produit un flux de chaleur égal à 3.10⁻³W lors de son fonctionnement. Ce flux de chaleur est exposé à un écoulement d'air produit par le ventilateur avec un coefficient de convection de 9 W/m².°C à travers deux surfaces de dimensions 0,5cmx1,0cm. Déterminer la température de surface de la source de chaleur en négligeant le rayonnement et la conduction à travers les parois.

Solution de l'exercice 2.3

La densité du flux de convection est :

$$Q = hS(T_\infty - T_p).$$

$$Q = 3 \times 10^{-3} \text{ W} \quad S_{tot} = 2 \times 0,5 \times 10^{-2} \times 1,0 \times 10^{-2} = 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$T_p = T_\infty + \frac{Q}{hS_{tot}} = 50 + \frac{3 \times 10^{-3}}{9 \times 10^{-4}} = 50 + 3,33 = 53,33^\circ \text{C}.$$

Exercice 2.4

Les gaz de combustion d'un four sont séparés de l'air ambiant qui a une température de 25°C avec une paroi en briques réfractaires de 0,15m d'épaisseur. Les briques ont un coefficient de conduction thermique de 1,2W/m.K et une émissivité de surface de 0,8. En régime permanent, la température de la surface externe est 100°C. Le transfert de chaleur par convection à l'air ambiant à partir de la surface du four a un coefficient de 20 W/ m².K. Trouver la température interne de la paroi en briques ?

Solution de l'exercice 2.4

Dans ce cas, les trois modes de transfert de chaleur existent. On a :

$$Q_{conduct} = Q_{ray} + Q_{conv}$$

$$\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} = hS(T_{P\text{ex}} - T_\infty) + \varepsilon S \sigma (T_{P\text{ex}}^4 - T_\infty^4) \Rightarrow kS \frac{T_{P\text{int}} - T_{P\text{ex}}}{\Delta x} = hS(T_{P\text{ex}} - T_\infty) + \varepsilon S \sigma (T_{P\text{ex}}^4 - T_\infty^4)$$

On simplifie par la surface :

$$\lambda \frac{T_{P \text{ int}} - T_{P \text{ ex}}}{\Delta x} = h(T_{P \text{ ex}} - T_{\infty}) + \varepsilon \sigma (T_{P \text{ ex}}^4 - T_{\infty}^4)$$

Donc, la température interne est :

$$T_{P \text{ int}} = T_{P \text{ ex}} + \frac{\Delta x}{\lambda} \times [h(T_{P \text{ ex}} - T_{\infty}) + \varepsilon \sigma (T_{P \text{ ex}}^4 - T_{\infty}^4)]$$

$$\begin{aligned} T_{P \text{ int}} &= 100 + \frac{0,15}{1,2} \times \left[20(100 - 25) + 0,8 \times 5,67 \times 10^{-8} \times \left((100 + 273,15)^4 - (25 + 273,15)^4 \right) \right] \\ &= 352,62 \text{ K}. \end{aligned}$$

Exercice 2.5

Le revêtement d'une paroi est chauffé en utilisant une lampe infrarouge qui produit une chaleur de 2000 W/m^2 . La paroi absorbe 80% du rayonnement produit par la lampe et a une émissivité de 0,5. Cette paroi est aussi exposée à l'air ambiant de température 20°C entouré d'un mur de température 30°C . Le coefficient de convection entre la paroi et l'air ambiant est de 15 W/m^2 et la surface interne de la paroi est isolée. Calculer la température du revêtement de la paroi.

Solution de l'exercice 2.5

$$q_{\text{lampe}} = q_{\text{ray}} + q_{\text{conv}}$$

$$q_{\text{lampe}} = h(T_p - T_{\infty}) + \varepsilon \sigma (T_p^4 - T_{\text{mur}}^4)$$

$$\text{avec : } T_{\infty} = 20^\circ\text{C} = 293,15\text{K} \quad T_{\text{mur}} = 30^\circ\text{C} = 303,15\text{K}.$$

En remplaçant les valeurs, on obtient l'équation suivante :

$$2,835 \times 10^{-8} T_p^4 + 15 T_p - 4157,8 = 0$$

$$2,835 \times 10^{-8} T_p^4 + 15 T_p - 6637,79 = 0$$

On calcule la température de la paroi en résolvant l'équation par les méthodes numériques.

Par exemple, en utilisant la méthode de Newton :

$$T_p(n+1) = T_p(n) - \frac{f(T_p(n))}{f'(T_p(n))}$$

$$\text{On trouve : } T_p = 377\text{K} = 104^\circ\text{C}.$$

Exercice 2.6

Déterminer la conductivité thermique du monoxyde de carbone à la pression de 1atm et à la température de $93,7^\circ\text{C}$.

Solution de l'exercice 2.6

$$\text{On commence par convertir la température : } T_p = 93,7 + 273,15 = 366,85\text{K}$$

On utilise l'interpolation entre les valeurs 350K et 400K dans la table B-4 :

$$\frac{\lambda(400K) - \lambda(350K)}{400 - 350} = \frac{\lambda(366,85K) - \lambda(350K)}{366,85 - 350}$$

$$\lambda(366,85K) = \frac{[\lambda(400K) - \lambda(350K)] \times (366,85 - 350)}{400 - 350} + \lambda(350K)$$

$$\begin{aligned} \text{Donc :} \quad &= \frac{[0,02461 - 0,02047] \times (366,85 - 350)}{400 - 350} + 0,02047 \\ &= 0,0219W / mK \end{aligned}$$

Exercice 2.7

Estimer la conductivité thermique de la vapeur d'eau à la pression de 65atm et à la température de 575K.

Solution de l'exercice 2.7

On calcule les rapports de pression et de température :

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{65}{218,3} = 0,3$$

$$T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{575}{647,4} = 0,89$$

On utilise la figure B-3 pour trouver le rapport des conductivités :

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{k}{k_1} = 1,29$$

k_1 est la conductivité thermique à la pression atmosphérique. On l'obtient de la table B-4 pour la pression de 1atm et la température de 575K en interpolant entre les deux valeurs qui encadrent cette valeur de la température :

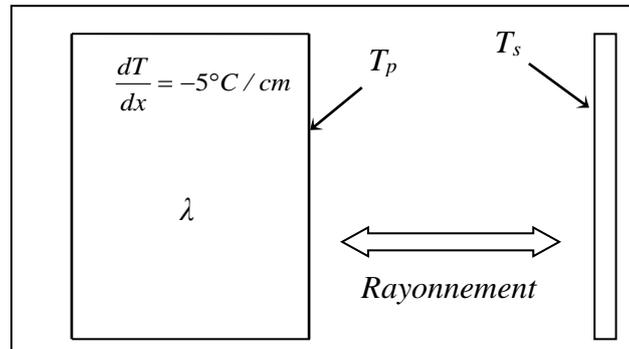
$$\frac{\lambda(600K) - \lambda(550K)}{600 - 550} = \frac{\lambda(575K) - \lambda(550K)}{575 - 550} \quad \text{donc : } \lambda(575K) = 0,040W / mK$$

Donc : $k_1 = 0,040$. On calcule la conductivité demandée :

$$\lambda = 1,29 \times 0,040 = 0,0516W / mK$$

Exercice 2.8

Le transfert de chaleur dans un mur se fait par conduction en régime permanent avec un gradient de température de -5 °C/cm . Le coefficient de conduction thermique $\lambda = 22,5\text{ W/mK}$. S'il y a transfert de chaleur par rayonnement entre le mur et une surface externe de température $T_s = 30\text{ °C}$, trouver la température de la paroi du mur T_p . La constante de Stefan-Boltzmann : $\sigma = 5,67 \times 10^{-8}\text{ W/m}^2\text{ K}^4$.

Solution de l'exercice 2.8

$$q_{\text{conduction}} = q_{\text{rayonnement}} \Rightarrow -\lambda \frac{dT}{dx} = \sigma \times (T_p^4 - T_s^4)$$

$$\text{donc : } -\frac{\lambda}{\sigma} \frac{dT}{dx} = T_p^4 - T_s^4 \Rightarrow T_p^4 = T_s^4 - \frac{\lambda}{\sigma} \frac{dT}{dx}$$

$$T_p^4 = (30 + 273,15)^4 - \frac{22,5 \times (-5/10^{-2})}{5,67 \times 10^{-8}} = 2,068 \times 10^{11}\text{ K}^4 \quad T_p = 674,4\text{ K}$$

Sommaire

Exercice 3.1	10
Exercice 3.2	12
Exercice 3.3	13
Exercice 3.4	13
Exercice 3.5	13
Exercice 3.6	14
Exercice 3.7	14
Exercice 3.8	15
Exercice 3.9	16
Exercice 3.10	17

Compétences nécessaires pour résoudre le TD 3

- Connaître l'expression de l'équation générale de la chaleur et ses simplifications
- Etablir la relation entre les flux de chaleur des différents modes qui interviennent dans un problème
- Connaître l'expression du flux thermique dans les systèmes plans et cylindriques
- Connaître la méthode de séparation des variables

Exercice 3.1

On considère un mur avec une source uniforme de chaleur égale à 40 MW/m^3 , $T_1=160^\circ\text{C}$ à $x=0$, $T_2=100^\circ\text{C}$ à $x=2 \text{ cm}$. La conductivité thermique est 200 W/m.K . Déterminer :

1. l'expression de la température $T(x)$
2. Représenter cette température
3. la densité du flux de chaleur à la face qui correspond à $x=0$.
4. la densité du flux de chaleur à la face qui correspond à $x=2 \text{ cm}$.
5. la densité du flux de chaleur à la face qui correspond au centre du mur.

Solution de l'exercice 3.1

1) Il s'agit de trouver l'expression de la température dans un mur à 1D en régime permanent avec source de chaleur.

L'équation générale de la chaleur : $\text{div}(\lambda \overrightarrow{\text{grad}T}) + g(x, y, z, t) = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$

La conductivité thermique est constante, donc : $\lambda = \text{Cste}$

Le régime est permanent donc : $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$

L'équation générale de la chaleur devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + g = 0 \Rightarrow \lambda \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) + g = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{g}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{g}{\lambda} \text{ équation de}$$

Poisson

En intégrant deux fois :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\frac{g}{\lambda} x + C_1 \Rightarrow T(x) = -\frac{g}{2\lambda} x^2 + C_1 x + C_2$$

On obtient les constantes C_1 et C_2 en utilisant les conditions aux limites :

$$C_1 = \frac{T_2 - T_1}{e} + \frac{g}{2\lambda} e \quad C_2 = T_1$$

La température devient :

$$T = \left[\frac{T_2 - T_1}{e} + \frac{g}{2\lambda} (e - x) \right] x + T_1$$

On remplace par les valeurs :

$$T(x) = \left[\frac{100 - 160}{0,02} + \frac{40 \times 10^6}{2 \times 200} (0,02 - x) \right] x + 160 \Rightarrow T(x) = (-3000 + 10^5 (0,02 - x)) x + 160$$

$$T(x) = (-3000 + 2000 - 10^5 x) x + 160 \Rightarrow T(x) = -10^5 x^2 - 1000x + 160$$

2) Représentation après l'étude de la fonction $T(x)$. On obtient une parabole.

3) La densité du flux de chaleur est donnée par l'expression :

$$q(x) = -\lambda \frac{dT}{dx} = -\lambda \left[-\frac{g}{\lambda} x + C_1 \right] = gx - \lambda C_1 = gx - \lambda \left[\frac{T_2 - T_1}{e} + \frac{g}{2\lambda} e \right] = gx - \lambda \frac{T_2 - T_1}{e} - \frac{g}{2} e$$

En remplaçant : $q(x) = 40 \times 10^6 x + 2 \times 10^5$

A $x=0$:

$$q(x) = 40 \times 10^6 \times 0 + 2 \times 10^5 = 2 \times 10^5 \text{ W / m}^2$$

4) A $x=0,02\text{m}$:

$$q(x) = 40 \times 10^6 \times 0,02 + 2 \times 10^5 = 10^6 \text{ W / m}^2$$

On remarque que le flux à $x=0,02\text{m}$ est plus grand que celui à $x=0\text{m}$ car il y a une source de chaleur dans le mur.

5) A $x=0,01\text{m}$:

$$q(x) = 40 \times 10^6 \times 0,01 + 2 \times 10^5 = 6 \times 10^5 \text{ W / m}^2$$

Exercice 3.2

Un four a une paroi d'une épaisseur de 0,2m en briques réfractaires de conductivité thermique $\lambda_1 = 1 \text{ W/m.K}$. Cette paroi est recouverte d'un isolant thermique extérieur de 0,03m d'épaisseur et de conductivité thermique $\lambda_2 = 0,07 \text{ W/m.K}$. La surface interne du four est à une température de 1250 K et la surface externe à une température de 310 K.

1. Calculer la densité du flux de chaleur permanent.
2. Déterminer la température de l'interface entre les deux couches de la paroi du four.
3. Si densité du flux de chaleur maximal admissible dans ce four est 900 W/m^2 , trouver l'épaisseur de l'isolant thermique?

Solution de l'exercice 3.2

1) La densité du flux de chaleur est donnée par la relation :

$$q = \frac{T_1 - T_3}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2}} = \frac{1250 - 310}{\frac{0,2}{1} + \frac{0,03}{0,07}} = 1495 \text{ W / m}^2.$$

2) Calcul de la température de l'interface : $q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e_1}{\lambda_1}}$ donc :

$$T_2 = T_1 - q \left(\frac{e_1}{\lambda_1} \right) = 1250 - 1495 \times \frac{0,2}{1} = 951 \text{ K}$$

3) Calcul de l'épaisseur de l'isolant thermique : $q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2}}$ donc :

$$e_2 = \lambda_2 \left(\frac{T_1 - T_3}{q} - \frac{e_1}{\lambda_1} \right) = 0,07 \times \left(\frac{1250 - 310}{900} - \frac{0,2}{1} \right) = 0,059 \text{ m}$$

Exercice 3.3

Un mur composé de trois couches : la première est en aluminium d'une épaisseur de 0,5cm, la deuxième est en amiante de 0,25cm d'épaisseur et la troisième est en laine de verre avec une épaisseur de 2cm. L'amiante est située au milieu. La température externe de l'aluminium est 400°C et la paroi de laine de verre a une température externe de 50°C. Les coefficients de conduction thermique sont 249 W/mK pour l'aluminium, 0,166 W/mK pour l'amiante et 0,0548 W/mK pour la laine de verre. Calculer la densité du flux de chaleur à travers ce mur.

Solution de l'exercice 3.3

La densité du flux est :

$$q = \frac{T_1 - T_3}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3}} = \frac{400 - 50}{\frac{0,5 \times 10^{-2}}{249} + \frac{0,25 \times 10^{-2}}{0,166} + \frac{2 \times 10^{-2}}{0,0548}} = 920,95 \text{ W / m}^2$$

Exercice 3.4

Un dispositif simple de mesure de la conductivité thermique consiste à une tige centrale en métal de conductivité thermique inconnue λ que l'on doit déterminer. La surface supérieure est maintenue à une température de 80°C à l'aide d'une résistance électrique et la surface inférieure est maintenue à 22°C à l'aide d'un écoulement d'eau froide. Déterminer la valeur de λ si la puissance électrique fournie est 18,45W et la tige a une longueur de 0,1m et un diamètre de 0,03m.

Solution de l'exercice 3.4

$$Q = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow \frac{Q}{S} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad \text{donc : } k = \frac{(-Q/S)}{\Delta T / \Delta x} = \frac{-Q \times \Delta x}{\Delta T \times S}$$

$$S = \frac{\pi}{4} D^2 = \frac{\pi}{4} \times 0,03^2 = 7,07 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \quad \Delta T = -58^\circ \text{C} \quad \Delta x = 0,1 \text{ m}$$

$$\text{En remplaçant : } \lambda = \frac{-18,45 \times 0,1}{-58 \times 7,07 \times 10^{-4}} = 44,99 \text{ W / mK}$$

Exercice 3.5

Une conduite cylindrique en acier de conductivité thermique 45W/mK a un diamètre extérieur de 5cm. Elle est recouverte d'un revêtement de magnésium de 4,2cm d'épaisseur et de conductivité thermique 0,07 W/mK qui est à son tour recouvert de 2,4cm de fibre de verre pour l'isolation avec une conductivité thermique de 0,048 W/mK. La température externe de la paroi est 370K et la température externe de la fibre de verre est 305K. Quelle est la température d'interface entre le magnésium et la fibre de verre ?

Solution de l'exercice 3.5

On calcule les rayons : $r_1=5/2=2,5\text{cm}$ $r_2=2,5+4,2=6,7\text{cm}$ $r_3=6,7+2,4=9,1\text{cm}$

$$\frac{Q_r}{L} = \frac{2\pi(T_1 - T_3)}{\frac{1}{\lambda_2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + \frac{1}{\lambda_3} \ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)} = \frac{2\pi(370 - 305)}{0,07 \ln\left(\frac{6,7}{2,5}\right) + 0,048 \ln\left(\frac{9,1}{6,7}\right)} = 19,95\text{W/m}$$

$$\frac{Q_r}{L} = \frac{2\pi\lambda_2(T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{Q_r}{L2\pi\lambda_2} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = 370 - \frac{19,95}{2\pi \times 0,07} \ln\left(\frac{6,7}{2,5}\right) = 315,16\text{K}$$

Exercice 3.6

Trouver l'expression analytique de la distribution de température $T(x)$ dans un mur plan qui a des températures de surfaces T_1 et T_2 à $x=0$ et $x=e$ respectivement, et une conductivité thermique variable $\lambda = \lambda_0(1+bT)$.

Solution de l'exercice 3.6

On utilise la méthode de séparation des variables :

$$Q = -\lambda S \frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{Q}{S} dx = -\lambda dT \quad \text{On intègre :}$$

$$\int_0^x \frac{Q}{S} dx = \int_{T_1}^T -\lambda dT \Rightarrow \frac{Q}{S} \int_0^x dx = -\int_{T_1}^T \lambda dT \Rightarrow \frac{Q}{S} \int_0^x dx = -\int_{T_1}^T \lambda_0(1+bT) dT = -\lambda_0 \int_{T_1}^T (1+bT) dT$$

$$\frac{Q}{S} [x]_0^x = -\lambda_0 \left[T + b \frac{T^2}{2} \right]_{T_1}^T \Rightarrow \frac{Q}{S} x = -\lambda_0 \left[T + b \frac{T^2}{2} - T_1 - b \frac{T_1^2}{2} \right]$$

$$-\frac{Q}{S\lambda_0} x = \frac{b}{2} \left[T^2 + 2T \frac{1}{b} + \frac{1}{b^2} - \frac{1}{b^2} - T_1^2 - 2T_1 \frac{1}{b} \right] = \frac{b}{2} \left[\left(T + \frac{1}{b} \right)^2 - \left(T_1 + \frac{1}{b} \right)^2 \right]$$

$$-\frac{2Q}{bS\lambda_0} x = \left[\left(T + \frac{1}{b} \right)^2 - \left(T_1 + \frac{1}{b} \right)^2 \right] \Rightarrow \left(T + \frac{1}{b} \right)^2 = \left(T_1 + \frac{1}{b} \right)^2 - \frac{2Q}{bS\lambda_0} x$$

$$\left(T + \frac{1}{b} \right) = \sqrt{\left(T_1 + \frac{1}{b} \right)^2 - \frac{2Q}{bS\lambda_0} x} \Rightarrow T = \sqrt{\left(T_1 + \frac{1}{b} \right)^2 - \frac{2Q}{bS\lambda_0} x} - \frac{1}{b}$$

Exercice 3.7

Un cylindre creux qui a un rayon interne r_1 et un rayon externe r_2 est soumis à un transfert de chaleur permanent. Les températures de ses surfaces interne et externe sont T_1 et T_2 respectivement. Si le coefficient de conduction thermique est donné par l'expression $\lambda = \lambda_0 (1+bT)$, trouver l'expression du flux de chaleur par unité de longueur du cylindre.

Solution de l'exercice 3.7

On utilise la méthode de séparation des variables :

$$Q_r = -\lambda S_r \frac{dT}{dr} = -\lambda (2\pi r L) \frac{dT}{dr} = -\lambda_0 (1+bT) (2\pi r L) \frac{dT}{dr}$$

On sépare les variables : $\frac{Q_r}{2\pi L r} dr = -\lambda_0 (1+bT) dT$ On intègre :

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{Q_r}{2\pi L r} dr = \int_{T_1}^{T_2} -\lambda_0 (1+bT) dT \Rightarrow \frac{Q_r}{2\pi L} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} dr = -\lambda_0 \int_{T_1}^{T_2} (1+bT) dT \Rightarrow \frac{Q_r}{2\pi L} [\ln r]_{r_1}^{r_2} = -\lambda_0 \left[T + \frac{T^2}{2b} \right]_{T_1}^{T_2}$$

$$\frac{Q_r}{2\pi L} \ln \frac{r_2}{r_1} = -\lambda_0 \left[T_2 + \frac{T_2^2}{2b} - T_1 - \frac{T_1^2}{2b} \right] \Rightarrow \frac{Q_r}{L} = - \left(\ln \frac{r_2}{r_1} \right) 2\pi \lambda_0 \left[T_2 + \frac{T_2^2}{2b} - T_1 - \frac{T_1^2}{2b} \right]$$

Exercice 3.8

De la vapeur d'eau à 250°C circule dans une conduite cylindrique isolante de 20cm de diamètre. La conduite a un diamètre externe de 20,25cm. A l'intérieur de la conduite, le coefficient de transfert de chaleur par convection est 15 W/m².K et le coefficient d'échange avec l'air ambiant est 2,2 W/m².K. L'air ambiant est à une température de 35°C. Si le flux de chaleur par unité de longueur est 105,18W/m, trouver le coefficient de conduction thermique de la conduite.

Solution de l'exercice 3.8

Le flux de transfert de chaleur est : $\frac{Q_r}{L} = \frac{(T_{\infty 1} - T_{\infty 2})}{LR_{tot}}$

$$R_{tot} = R_{cond} + R_{convection} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi L \lambda} + \frac{1}{h_1 2\pi L r_1} + \frac{1}{h_2 2\pi L r_2}$$

$$LR_{tot} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi \lambda} + \frac{1}{h_1 2\pi r_1} + \frac{1}{h_2 2\pi r_2}$$

Donc :

$$\frac{Q_r}{L} = \frac{(T_{\infty 1} - T_{\infty 2})}{\frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi\lambda} + \frac{1}{h_1 2\pi r_1} + \frac{1}{h_2 2\pi r_2}} \Rightarrow \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi\lambda} = \frac{(T_{\infty 1} - T_{\infty 2})}{\frac{Q_r}{L}} - \frac{1}{h_1 2\pi r_1} - \frac{1}{h_2 2\pi r_2}$$

$$\frac{2\pi\lambda}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = \frac{1}{\frac{(T_{\infty 1} - T_{\infty 2})}{\frac{Q_r}{L}} - \frac{1}{h_1 2\pi r_1} - \frac{1}{h_2 2\pi r_2}} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\left(2\pi \frac{(T_{\infty 1} - T_{\infty 2})}{\frac{Q_r}{L}} - \frac{1}{h_1 r_1} - \frac{1}{h_2 r_2}\right)}$$

$$\lambda = \frac{\ln\left(\frac{10,125}{10}\right)}{\left(2\pi \frac{(250 - 35)}{105,18} - \frac{1}{15 \times 0,10} - \frac{1}{2,2 \times 0,10125}\right)} = 1,616 \times 10^{-3} \text{ W / mK.}$$

Exercice 3.9

On considère une plaque rectangulaire de longueur a et de largeur b . Le transfert de chaleur dans cette plaque se fait par conduction, en régime permanent. La conductivité thermique λ est constante et il n'y a pas de source de chaleur. Trouver l'expression de la température dans la plaque si les conditions aux limites sont :

- à $x = 0$: $T(0, y) = 0$
- à $x = a$: $T(a, y) = T_0$
- à $y = 0$: $T(x, 0) = 0$
- à $y = b$: $T(x, b) = 0$

Solution de l'exercice 3.9

Pour une conduction à 2D dans une plaque plane en régime permanent, sans source de chaleur, l'équation générale de la chaleur s'écrit :

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

$$\text{donc : } \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = - \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Pour résoudre cette équation, on utilise la méthode de séparation des variables. On pose :

$T(x, y) = f(x) \times g(y)$, avec : f une fonction qui ne dépend que de x et g une fonction qui ne dépend que de y . Donc :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial f(x)g(y)}{\partial x} = g(y) \times \frac{\partial f(x)}{\partial x} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = g(y) \times \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}$$

De la même manière, on trouve : $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = f(x) \times \frac{\partial^2 g(y)}{\partial y^2}$.

On remplace dans l'équation d'origine : $g(y) \times \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = -f(x) \times \frac{\partial^2 g(y)}{\partial y^2}$.

On sépare les variables : $\frac{1}{f(x)} \times \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = -\frac{1}{g(y)} \times \frac{\partial^2 g(y)}{\partial y^2} = \alpha^2$

On résout chaque équation d'une manière séparée :

$$\frac{1}{f(x)} \times \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = \alpha^2 \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = \alpha^2 f(x) \Rightarrow \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} - \alpha^2 f(x) = 0$$

La solution de cette équation est de la forme : $f(x) = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x}$

$$-\frac{1}{g(y)} \times \frac{\partial^2 g(y)}{\partial y^2} = \alpha^2 \Rightarrow \frac{\partial^2 g(y)}{\partial y^2} = -\alpha^2 g(y) \Rightarrow \frac{\partial^2 g(y)}{\partial y^2} + \alpha^2 g(y) = 0$$

La solution de cette équation est de la forme : $g(y) = C_3 \sin(\alpha y) + C_4 \cos(\alpha y)$

Donc : $T(x, y) = f(x) \times g(y) = (C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x}) \times (C_3 \sin(\alpha y) + C_4 \cos(\alpha y))$

Pour trouver les constantes, on utilise les conditions aux limites :

A $x = 0$: $T(0, y) = 0$, donc : $(C_1 + C_2) \times (C_3 \sin(\alpha y) + C_4 \cos(\alpha y)) = 0 \Rightarrow C_1 = -C_2$

A $y = 0$: $T(x, 0) = 0$, donc : $C_1 \times (e^{\alpha x} - e^{-\alpha x}) \times (C_3 \sin(0) + C_4 \cos(0)) = 0 \Rightarrow C_4 = 0$

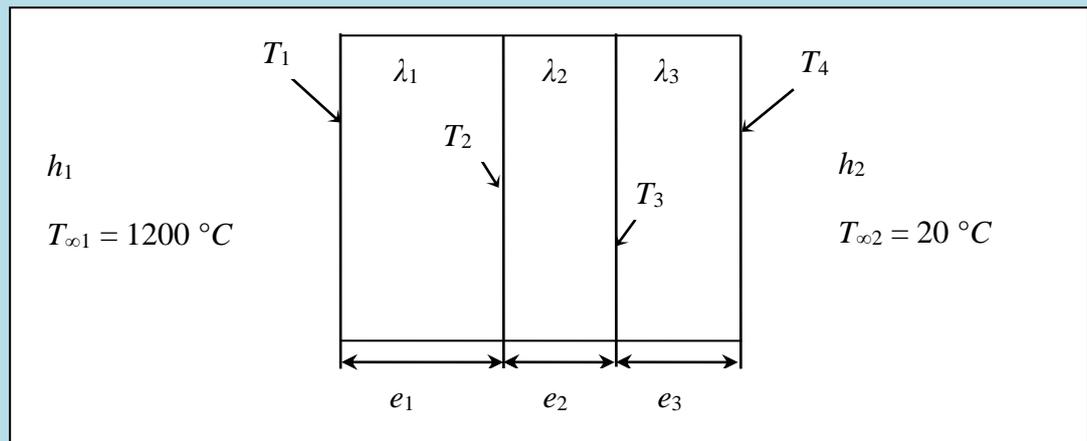
A $y = b$: $T(x, b) = 0$, donc : $C_1 \times (e^{\alpha x} - e^{-\alpha x}) \times (C_3 \sin(\alpha b)) = 0 \Rightarrow \alpha b = n\pi \Rightarrow \alpha = \frac{n\pi}{b}$

Exercice 3.10

Un mur est composé de 3 couches d'épaisseurs 25 cm, 10 cm et 15 cm et de conductivités thermiques : $\lambda_1 = 1,7$ W/mK, λ_2 inconnue et $\lambda_3 = 9,5$ W/mK. La surface interne est exposée à des gaz de température 1200 °C avec un coefficient de convection $h_1 = 28$ W/m²K. La température de cette face interne du mur est $T_1 = 1080$ °C. La surface externe est exposée à de l'air à 20 °C avec un coefficient de convection $h_2 = 15$ W/m²K. Calculer :

1. la conductivité thermique inconnue λ_2 .

2. les températures intermédiaires et la température de la surface externe.



Solution de l'exercice 3.10

1. Calcul de la densité du flux de chaleur : on utilise la convection dans la face interne du mur, puisque le flux est le même :

$$q = h_1(T_{\infty 1} - T_1) = 28 \times (1200 - 1080) = 3360 \text{ W/m}^2$$

Le flux est le même donc :

$$q = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_1} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \frac{1}{h_2}} \Rightarrow q \left(\frac{1}{h_1} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \frac{1}{h_2} \right) = T_{\infty 1} - T_{\infty 2}$$

$$\frac{1}{h_1} + \frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2} + \frac{e_3}{\lambda_3} + \frac{1}{h_2} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{q} \Rightarrow \frac{e_2}{\lambda_2} = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{q} - \frac{1}{h_1} - \frac{e_1}{\lambda_1} - \frac{e_3}{\lambda_3} - \frac{1}{h_2}$$

$$\frac{e_2}{\lambda_2} = \frac{1200 - 20}{3360} - \frac{1}{28} - \frac{0,25}{1,7} - \frac{0,15}{9,5} - \frac{1}{15} = 0,08596 \text{ SI}$$

$$\text{donc : } \lambda_2 = \frac{0,10}{0,08596} = 1,16 \text{ W/mK}$$

$$2. \quad q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e_1}{\lambda_1}} \Rightarrow T_2 = T_1 - q \times \frac{e_1}{\lambda_1} = 1080 - 3360 \times \frac{0,25}{1,7} = 585,88 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$q = \frac{T_2 - T_3}{\frac{e_2}{\lambda_2}} \Rightarrow T_3 = T_2 - q \times \frac{e_2}{\lambda_2} = 296,22 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$q = \frac{T_3 - T_4}{\frac{e_3}{\lambda_3}} \Rightarrow T_4 = T_3 - q \times \frac{e_3}{\lambda_3} = 243,17 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Remarque Pour le calcul de T_4 , on peut aussi utiliser la convection :

$$q = h_2(T_4 - T_{\infty 2}) \Rightarrow T_4 = \frac{q}{h_2} + T_{\infty 2} = \frac{3360}{15} + 20 = 244 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Sommaire

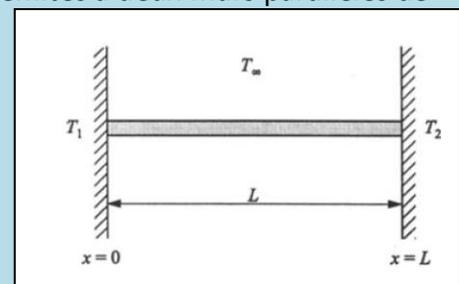
Exercice 4.1	20
Exercice 4.2	21
Exercice 4.3	24
Exercice 4.4	24
Exercice 4.5	26
Exercice 4.6	27
Exercice 4.7	28

Compétences nécessaires pour résoudre le TD 4

- Faire la différence entre les différents types d'ailettes
- Connaître les expressions de la température et du flux pour les ailettes
- Connaître l'expression du rendement et de l'efficacité des ailettes

Exercice 4.1

Une ailette fine de longueur L est attachée par ses deux extrémités à deux murs parallèles de températures T_1 et T_2 . Cette ailette échange de la chaleur par convection avec le milieu extérieur de température ambiante T_∞ .



1. Trouver l'expression de la distribution de la température à 1D tout au long de la longueur de l'ailette.
2. On donne $m=0,9\text{m}^{-1}$, $\theta_1=10\text{K}$, $\theta_2=10\text{K}$, $L=0,3\text{m}$. Déterminer
3. la température à $x=0,12\text{m}$ si la température ambiante est 24°C .

Solution de l'exercice 4.1

1. Il s'agit de trouver l'expression de la distribution de la température dans l'ailette à 1D.

L'expression générale de la température dans une ailette est :

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad \text{avec : } \theta = T - T_\infty \quad \text{et} \quad m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}}$$

Les deux conditions aux limites sont : $\theta(0) = T_1 - T_\infty = \theta_1$ $\theta(L) = T_2 - T_\infty = \theta_2$

En remplaçant dans l'expression de la température, on obtient les valeurs des constantes :

$$\theta_1 = C_1 e^0 + C_2 e^0 = C_1 + C_2 \Rightarrow C_2 = \theta_1 - C_1$$

$$\theta_2 = C_1 e^{mL} + C_2 e^{-mL} = C_1 e^{mL} + (\theta_1 - C_1) e^{-mL} = (e^{mL} - e^{-mL}) C_1 + \theta_1 e^{-mL}$$

$$\theta_2 - \theta_1 e^{-mL} = (e^{mL} - e^{-mL}) C_1 \Rightarrow C_1 = \frac{\theta_2 - \theta_1 e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}}$$

Donc :

$$\begin{aligned} \theta(x) &= \frac{\theta_2 - \theta_1 e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} e^{mx} + \left(\theta_1 - \frac{\theta_2 - \theta_1 e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} \right) e^{-mx} \\ &= \frac{\theta_2 - \theta_1 e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} e^{mx} + \left(\frac{\theta_1 e^{mL} - \theta_1 e^{-mL} - \theta_2 + \theta_1 e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} \right) e^{-mx} \\ &= \frac{\theta_2 - \theta_1 e^{-mL}}{e^{mL} - e^{-mL}} e^{mx} + \left(\frac{\theta_1 e^{mL} - \theta_2}{e^{mL} - e^{-mL}} \right) e^{-mx} \\ &= \theta_1 \frac{\text{sh}[m(L-x)]}{\text{sh}(mL)} + \theta_2 \frac{\text{sh}(mx)}{\text{sh}(mL)} \end{aligned}$$

2. On remplace dans l'expression de la température :

$$\theta(0,12) = 10 \frac{\text{sh}[0,9(0,3-0,12)]}{\text{sh}(0,9 \times 0,3)} + 10 \frac{\text{sh}(0,9 \times 0,12)}{\text{sh}(0,9 \times 0,3)} = 9,913^\circ\text{C}$$

La température est donc : $T(0,12) = 9,913 + 24 = 33,913^\circ\text{C}$.

Exercice 4.2

Une ailette très longue en acier de section carrée de 12mm de coté, a la base soudée sur la paroi d'un four de 200°C, et l'autre extrémité à l'air ambiant de 35°C. Le coefficient d'échange thermique par convection entre l'ailette et l'air ambiant est 22W/m²K. La conductivité thermique de l'acier de l'ailette est 51,9W/mK.

1. Déterminer la distance x de la paroi du four à laquelle la température est égale à 60°C puis déterminer la température à $x=80\text{mm}$ de la base de l'ailette.
2. On considère maintenant que l'ailette a une longueur de 159mm . Déterminer la température à l'extrémité libre de cette ailette si on néglige l'échange de chaleur par convection avec le milieu extérieur.
3. Calculer le flux de chaleur transféré par l'ailette dans ce cas.
4. Trouver l'efficacité et le rendement de l'ailette.
5. On considère maintenant que l'ailette a une longueur de 80mm et qu'il y a un échange par convection avec le milieu extérieur. Trouver la température de l'extrémité libre de cette ailette.
6. Calculer le flux de chaleur transféré par l'ailette dans ce cas.
7. Trouver l'efficacité et le rendement de l'ailette.

Solution de l'exercice 4.2

1. L'ailette est infiniment longue, donc, la température est donnée par l'expression :

$$\theta(x) = \theta_b e^{-mx} \Rightarrow T(x) - T_\infty = (T_b - T_\infty) e^{-mx}$$

$$\text{Donc : } e^{-mx} = \frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty} \Rightarrow -mx = \ln\left(\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty}\right) \Rightarrow x = -\frac{1}{m} \ln\left(\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty}\right)$$

$$\text{On calcule } m : \quad m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}} = \sqrt{\frac{h \times 4 \times d}{\lambda d^2}} = \sqrt{\frac{4h}{\lambda d}}$$

$$m = \sqrt{\frac{4 \times 22}{51,9 \times 12 \times 10^{-3}}} = 11,89 \text{ m}^{-1}$$

$$x = -\frac{1}{11,89} \ln\left(\frac{60 - 35}{200 - 35}\right) = 0,1587 \text{ m} = 158,7 \text{ mm}$$

La température à $x=80\text{mm}$:

$$T(x) = (T_b - T_\infty) e^{-mx} + T_\infty = (200 - 35) e^{-11,89 \times 0,08} + 35 = 98,73^\circ\text{C}$$

2. Dans ce cas, l'extrémité de l'ailette est isolée, car elle n'échange pas de chaleur avec le milieu extérieur, donc :

$$\theta(x) = \theta_b \frac{ch(m(L-x))}{ch(mL)} \Rightarrow T(x) - T_\infty = (T_b - T_\infty) \frac{ch(m(L-x))}{ch(mL)}$$

$$\Rightarrow T(x) = (T_b - T_\infty) \frac{ch(m(L-x))}{ch(mL)} + T_\infty$$

A l'extrémité de l'ailette : $x=L$, donc :

$$T(L) = (T_b - T_\infty) \frac{ch(m(L-L))}{ch(mL)} + T_\infty = (200 - 35) \frac{ch(0)}{ch(11,89 \times 0,159)} + 35 = 83,72^\circ\text{C}$$

3. Le flux de chaleur dans ce cas est :

$$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \tanh(mL) = \sqrt{h \times 4 \times d \lambda \times d^2} (T_b - T_\infty) \tanh(mL)$$

$$= \sqrt{22 \times 4 \times (12 \times 10^{-3})^3 \times 51,9} (200 - 35) \tanh(11,89 \times 0,159)$$

$$= 14\text{W}$$

4. Le rendement est : $\eta = \frac{Q}{hS_{ailette} \theta_b} = \frac{14}{22 \times 4 \times 0,012 \times 0,159 \times (200 - 35)} = 0,50$

$$\text{L'efficacité de cette ailette : } \varepsilon = \frac{Q}{hS_c \theta_b} = \frac{14}{22 \times 0,012^2 \times (200 - 35)} = 26,78$$

5. Dans ce cas, on a une ailette finie avec perte par convection à l'extrémité, donc :

$$\theta(x) = \theta_b \frac{ch(m(L-x)) + (h/\lambda m) sh(m(L-x))}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)}$$

$$T(x) - T_\infty = (T_b - T_\infty) \frac{ch(m(L-x)) + (h/\lambda m) sh(m(L-x))}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)}$$

$$T(x) = (T_b - T_\infty) \frac{ch(m(L-x)) + (h/\lambda m) sh(m(L-x))}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)} + T_\infty$$

A l'extrémité de l'ailette : $x=L$, donc :

$$T(L) = (T_b - T_\infty) \frac{ch(m(L-L)) + (h/\lambda m) sh(m(L-L))}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)} + T_\infty$$

$$T(L) = (T_b - T_\infty) \frac{ch(0)}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)} + T_\infty$$

$$= (200 - 35) \frac{ch(0)}{ch(11,89 \times 0,08) + (22/51,9 \times 11,89) sh(11,89 \times 0,08)} + 35$$

$$= 143,06^\circ\text{C}$$

6. Le flux de chaleur dans ce cas est :

$$\begin{aligned}
 Q &= \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \frac{sh(mL) + (h/\lambda m)ch(mL)}{ch(mL) + (h/\lambda m)sh(mL)} \\
 &= \sqrt{22 \times 4 \times (12 \times 10^{-3})^3 \times 51,9} (200 - 35) \frac{sh(11,89 \times 0,08) + (22/51,9 \times 11,89)ch(11,89 \times 0,08)}{ch(11,89 \times 0,08) + (22/51,9 \times 11,89)sh(11,89 \times 0,08)} \\
 &= 11,08W
 \end{aligned}$$

7. Le rendement est : $\eta = \frac{Q}{hS_{ailette} \theta_b} = \frac{11,08}{22 \times 4 \times 0,012 \times 0,08 \times (200 - 35)} = 0,79$

L'efficacité de cette ailette : $\varepsilon = \frac{Q}{hS_c \theta_b} = \frac{11,08}{22 \times 0,012^2 \times (200 - 35)} = 21,20$

Exercice 4.3

Une ailette très longue en cuivre de 1cm de diamètre, de conductivité 377W/mK est exposée à la température environnante de 22°C. Sa base est maintenue à 150°C. Le coefficient d'échange thermique par convection entre l'ailette et l'air ambiant est 11W/m²K. Déterminer le flux de chaleur transféré de l'ailette vers l'air ambiant.

Solution de l'exercice 4.3

L'ailette est infiniment longue, donc, le flux de chaleur est donné par l'expression :

$$\begin{aligned}
 Q &= \theta_b \sqrt{hP\lambda S_c} = (T_b - T_\infty) \sqrt{hP\lambda S_c} = (T_b - T_\infty) \sqrt{h2\pi R\lambda\pi R^2} = (T_b - T_\infty) \sqrt{h2\pi^2 \lambda R^3} \\
 &= (150 - 22) \sqrt{11 \times 2\pi^2 \times 377 \times (0,005)^3} = 12,95W
 \end{aligned}$$

Exercice 4.4

Refaire l'exercice précédent dans le cas d'ailettes finies de longueurs 2, 4, 8 et 10cm avec pertes par convection à l'extrémité. Comparez les résultats en traçant le graphe $Q=f(L)$ pour les longueurs données et pour une ailette infinie.

Solution de l'exercice 4.4

Dans le cas où l'extrémité de l'ailette échange de la chaleur par convection avec le milieu extérieur, le flux de chaleur est donné par :

$$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \frac{sh(mL) + (h/\lambda m)ch(mL)}{ch(mL) + (h/\lambda m)sh(mL)}$$

Or, en utilisant l'exercice précédent : $\theta_b \sqrt{hP\lambda S_c} = 12,95W$

On calcule m :
$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}} = \sqrt{\frac{h2\pi R}{\lambda\pi R^2}} = \sqrt{\frac{2h}{\lambda R}} = \sqrt{\frac{2 \times 11}{377 \times 0,005}} = 3,416 \text{ m}^{-1}$$

Donc :

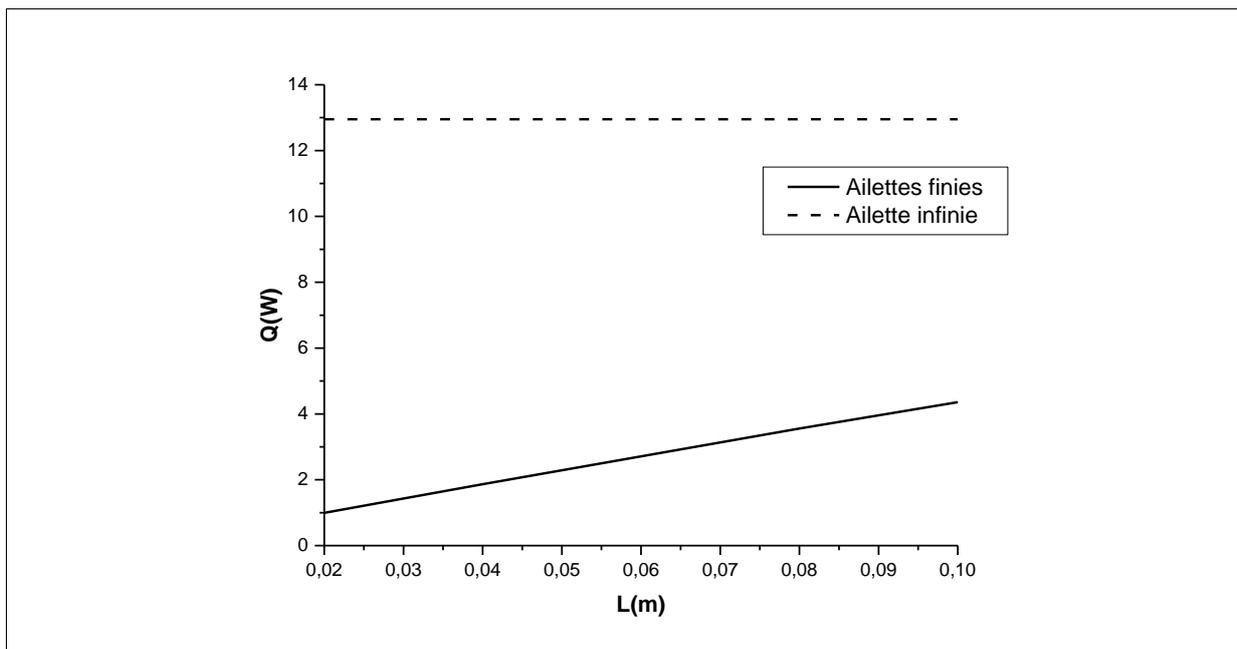
Pour $L=2\text{cm}$:
$$Q = 12,95 \times \frac{sh(3,416 \times 0,02) + (11/377 \times 3,416)ch(3,416 \times 0,02)}{ch(3,416 \times 0,02) + (11/377 \times 3,416)sh(3,416 \times 0,02)} = 0,993\text{W}$$

Pour $L=4\text{cm}$:
$$Q = 12,95 \times \frac{sh(3,416 \times 0,04) + (11/377 \times 3,416)ch(3,416 \times 0,04)}{ch(3,416 \times 0,04) + (11/377 \times 3,416)sh(3,416 \times 0,04)} = 1,867\text{W}$$

Pour $L=8\text{cm}$:
$$Q = 12,95 \times \frac{sh(3,416 \times 0,08) + (11/377 \times 3,416)ch(3,416 \times 0,08)}{ch(3,416 \times 0,08) + (11/377 \times 3,416)sh(3,416 \times 0,08)} = 3,556\text{W}$$

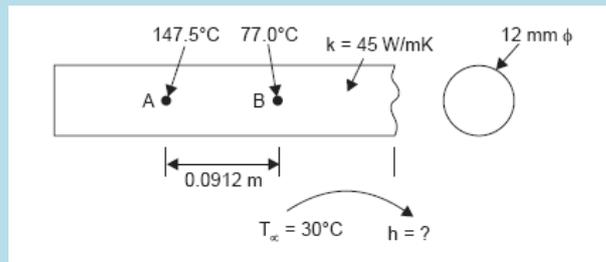
Pour $L=10\text{cm}$:
$$Q = 12,95 \times \frac{sh(3,416 \times 0,1) + (11/377 \times 3,416)ch(3,416 \times 0,1)}{ch(3,416 \times 0,1) + (11/377 \times 3,416)sh(3,416 \times 0,1)} = 4,358\text{W}$$

Représentation :



Exercice 4.5

Une des extrémités d'une ailette longue de section circulaire de 12mm de diamètre est située dans un four. Les températures mesurées aux points A et B qui sont distants de 91,2mm sont respectivement 147,5°C et 77°C. Le coefficient de conduction du matériau de l'ailette est 45W/mK et la température ambiante est 30°C. Calculer le coefficient d'échange par convection avec le milieu extérieur.

**Solution de l'exercice 4.5**

On considère ici le point A comme la base de l'ailette. L'ailette est considérée comme infiniment longue, donc :

$$\theta(x) = \theta_b e^{-mx} \Rightarrow T(x) - T_\infty = (T_b - T_\infty) e^{-mx} \Rightarrow e^{-mx} = \frac{T(x) - T_\infty}{(T_b - T_\infty)}$$

En prenant : $T(x) = T_B$ et $T_b = T_A$, on obtient :

$$e^{-mx} = \frac{T_B - T_\infty}{(T_A - T_\infty)} \Rightarrow -mx = \ln\left(\frac{T_B - T_\infty}{T_A - T_\infty}\right) \Rightarrow m = -\frac{1}{x} \ln\left(\frac{T_B - T_\infty}{T_A - T_\infty}\right) = -\frac{1}{AB} \ln\left(\frac{T_B - T_\infty}{T_A - T_\infty}\right)$$

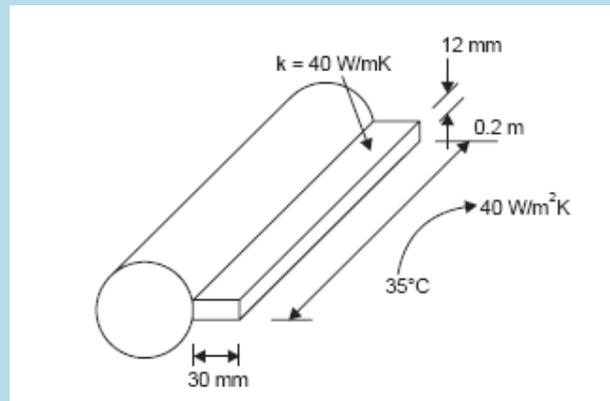
$$m = -\frac{1}{0,0912} \ln\left(\frac{77 - 30}{147,5 - 30}\right) = 10,047 m^{-1}$$

Puisque $m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}} = \sqrt{\frac{h2\pi R}{\lambda\pi R^2}} = \sqrt{\frac{2h}{\lambda R}}$, alors on a :

$$\sqrt{\frac{2h}{\lambda R}} = m \Rightarrow \frac{2h}{\lambda R} = m^2 \Rightarrow h = \frac{\lambda R m^2}{2} = \frac{45 \times 0,006 \times 10,047^2}{2} = 13,627 W / m^2 K$$

Exercice 4.6

Un composant mécanique d'une automobile est cylindrique de 30cm de diamètre. La température de sa surface ne doit pas dépasser 50°C quand le flux de chaleur diffusé est 0,15kW. La longueur de ce cylindre est 20cm. Des ailettes longitudinales de 12mm d'épaisseur et de 30mm de hauteur sont proposées. Le coefficient de conductivité thermique de ces ailettes est 40W/mK et le coefficient de convection avec l'air ambiant est 40W/m²K. Déterminer le nombre nécessaire d'ailettes si la température ambiante est 35°C.

**Solution de l'exercice 4.6**

Les ailettes sont de longueur finie. L'expression du flux dans ce cas est la suivante :

$$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \frac{sh(mL) + (h/\lambda m)ch(mL)}{ch(mL) + (h/\lambda m)sh(mL)}$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}} = \sqrt{\frac{40 \times 2 \times (0,012 + 0,2)}{40 \times 0,012 \times 0,2}} = 13,29 m^{-1}$$

Donc :

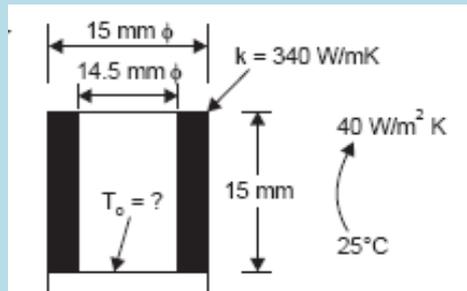
$$Q = \sqrt{40 \times 2 \times (0,012 + 0,2) \times 40 \times 0,012 \times 0,2} (50 - 35) \times \frac{sh(13,29 \times 0,03) + (40/(40 \times 13,29))ch(13,29 \times 0,03)}{ch(13,29 \times 0,03) + (40/(40 \times 13,29))sh(13,29 \times 0,03)} = 8,45W$$

Le nombre d'ailettes nécessaire est :

$$n = \frac{150}{8,45} = 17,75 \approx 18. \text{ Donc il faut 18 ailettes.}$$

Exercice 4.7

Une ailette en forme d'anneau de 0,25mm d'épaisseur, de 15mm de diamètre extérieur et de 15mm de long sert à dissiper la chaleur produite par un composant électrique. Si l'on considère que la surface externe échange la chaleur par convection avec le milieu ambiant de température 25°C avec un coefficient de convection de 40 W/m²K et que la conductivité thermique du matériau de l'ailette est 340 W/mK, déterminer la température du composant électrique avec et sans ailette si ce dernier dégage 0,25W de chaleur.

**Solution de l'exercice 4.7**

Le flux de chaleur sans ailette est : $Q = hS(T_p - T_\infty) = h \frac{\pi D^2}{4} (T_p - T_\infty)$

Donc :

$$T_p - T_\infty = \frac{4Q}{h\pi D^2} \Rightarrow T_p = \frac{4Q}{h\pi D^2} + T_\infty \quad T_p = \frac{4 \times 0,25}{40 \times \pi \times 0,015^2} + 25 = 60,36^\circ C$$

Avec l'ailette, le flux de chaleur est :

$$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \frac{sh(mL) + (h/\lambda m)ch(mL)}{ch(mL) + (h/\lambda m)sh(mL)} \Rightarrow \theta_b = \frac{Q}{\sqrt{hP\lambda S_c}} \frac{ch(mL) + (h/\lambda m)sh(mL)}{sh(mL) + (h/\lambda m)ch(mL)}$$

$$T_b - T_\infty = \frac{Q}{\sqrt{hP\lambda S_c}} \frac{ch(mL) + (h/\lambda m)sh(mL)}{sh(mL) + (h/\lambda m)ch(mL)}$$

$$T_b = \frac{Q}{\sqrt{hP\lambda S_c}} \frac{ch(mL) + (h/\lambda m)sh(mL)}{sh(mL) + (h/\lambda m)ch(mL)} + T_\infty$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}} = \sqrt{\frac{40 \times \pi \times 0,015}{340 \times \pi (0,015^2 - 0,0145^2)/4}} = 21,87 m^{-1}$$

$$T_b = \frac{0,25}{\sqrt{40 \times \pi \times 0,015 \times 340 \times \pi (0,015^2 - 0,0145^2)/4}} \times \frac{ch(21,87 \times 0,015) + (40/340 \times 21,87)sh(21,87 \times 0,015)}{sh(21,87 \times 0,015) + (40/340 \times 21,87)ch(21,87 \times 0,015)} + T_\infty$$

$$T_b = 34,02^\circ C$$

TD 5

TRANSFERT DE CHALEUR
PAR CONVECTION

Sommaire

Exercice 5.1	29
Exercice 5.2	30
Exercice 5.3	30
Exercice 5.4	31
Exercice 5.5	31
Exercice 5.6	32
Exercice 5.7	33
Exercice 5.8	33
Exercice 5.9	34

Compétences nécessaires pour résoudre le TD 5

- Faire la différence entre la convection naturelle et forcée
- Connaître l'expression des nombres sans dimension qui interviennent en convection
- Savoir choisir l'expression adéquate du nombre de Nusselt selon le cas

Exercice 5.1

L'air s'écoule à 20°C à travers une surface à 80°C. La densité du flux de chaleur mesurée à un point donné est 1000W/m². Trouver le coefficient de convection local, le gradient de température à la surface et la température à la distance de 0,5mm de la surface. La conductivité thermique est 0,02826W/mK.

Solution de l'exercice 5.1

Coefficient de convection local

$$q(x) = h_x (T_p - T_\infty) \Rightarrow h_x = \frac{q(x)}{(T_p - T_\infty)} = \frac{1000}{80 - 20} = 16,67 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}$$

Le gradient de température à la surface :

$$q(x) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial y} = -\frac{q(x)}{\lambda} = -\frac{1000}{0,02826} = -35385,7^\circ\text{C}/\text{m}$$

Température à la distance de $0,5\text{mm}=0,05 \cdot 10^{-3}\text{m}$:

$$T(x) = T_\infty + \frac{\partial T}{\partial y} \times \Delta y = 80 - 0,0005 \times 35385,7 = 62,3^\circ\text{C}$$

Exercice 5.2

La température est donnée dans une surface plane soumise à de la convection thermique par : $[T_p - T] / [T_p - T_\infty] = \sin(\pi y / 0,015)$. Si le coefficient de conduction est $0,03\text{W/mK}$, déterminer la valeur du coefficient de convection.

Solution de l'exercice 5.2

$$q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = h(T_p - T_\infty) \Rightarrow h = -\frac{\lambda \frac{\partial T}{\partial y}}{(T_p - T_\infty)}$$

$$[T_p - T] / [T_p - T_\infty] = \sin(\pi y / 0,015) \Rightarrow [T_p - T] = [T_p - T_\infty] \sin(\pi y / 0,015)$$

$$T = T_p - [T_p - T_\infty] \sin(\pi y / 0,015)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = -[T_p - T_\infty] \frac{\pi}{0,015} \cos(\pi y / 0,015)$$

$$\text{Quand } y = 0 : \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = -[T_p - T_\infty] \frac{\pi}{0,015} \cos(0) = [T_\infty - T_p] \times \frac{\pi}{0,015}$$

$$h = -\frac{\lambda [T_\infty - T_p] \times \frac{\pi}{0,015}}{(T_p - T_\infty)} = \lambda \frac{\pi}{0,015} = 0,03 \frac{\pi}{0,015} = 6,28\text{W} / \text{m}^2\text{K}$$

Exercice 5.3

De l'huile de moteur s'écoule à la vitesse de 2m/s à 80°C autour d'une surface plane maintenue à 40°C . Déterminer la valeur du coefficient de convection à la distance de $0,4\text{m}$ du début de la plaque, puis le coefficient de convection moyen.

Solution de l'exercice 5.3

$$\text{On calcule la température de référence : } T_{ref} = \frac{T_p + T_\infty}{2} = \frac{40 + 80}{2} = 60^\circ\text{C}$$

A partir des tables, on trouve les valeurs des grandeurs nécessaires à cette température :

$$\rho = 864,04 \text{ kg/m}^3, \quad c_p = 2,047 \cdot 10^3 \text{ J/kgK}, \quad \nu = 0,839 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}, \quad \lambda = 0,140 \text{ W/mK}, \quad Pr = 1050.$$

$$Re = \frac{VL}{\nu} = \frac{2 \times 0,4}{0,839 \times 10^{-4}} = 9535,16 < 5 \times 10^5 \text{ donc le régime est laminaire.}$$

Le nombre de Prandtl est très élevé donc :

$$Nu_x = \frac{0,3387 Re_x^{0,5} Pr^{0,333}}{\left[1 + (0,0468/Pr)^{0,67}\right]^{0,25}} = \frac{0,3387 \times 9535,16^{0,5} 1050^{0,333}}{\left[1 + (0,0468/1050)^{0,67}\right]^{0,25}} = 328,35$$

$$h = \frac{\lambda Nu_x}{L} = \frac{0,140 \times 328,35}{0,4} = 115 W / m^2 K$$

$$\bar{h} = 2h = 230 W / m^2 K$$

Exercice 5.4

De l'air à 20°C circule à travers une surface plane qui a une densité de flux constante de 800W/m².

La vitesse de l'air est 4m/s et la longueur de la plaque est 1,2m.

1. Déterminer la valeur du coefficient de convection moyen.
2. Déterminer la température à la fin de la plaque.

Solution de l'exercice 5.4

1. On prend les propriétés à la température de l'air car on n'a pas la température de la paroi.

A 20°C = 293,15K, on interpole entre 250K et 300K, on trouve :

$$\nu = 15,089 \cdot 10^{-6} m^2/s^2, \lambda = 0,0257 W/mK, Pr = 0,710.$$

$$Re = \frac{VL}{\nu} = \frac{4 \times 1,2}{15,089 \times 10^{-6}} = 3,18 \times 10^5 < 5 \times 10^5 \text{ donc le régime est laminaire.}$$

Puisque : $Pr > 0,6$, on utilise la corrélation suivante :

$$Nu_x = 0,453 Re_x^{0,5} Pr^{0,333} = 0,453 \times (3,18 \times 10^5)^{0,5} 0,71^{0,333} = 227,92$$

$$h = \frac{\lambda Nu_x}{L} = \frac{0,0257 \times 227,92}{1,2} = 4,88 W / m^2 K$$

$$\bar{h} = 2h = 9,76 W / m^2 K$$

$$q = \frac{\lambda Nu_x}{x} (T - T_\infty) \Rightarrow T = \frac{qx}{\lambda Nu_x} + T_\infty = \frac{800 \times 1,2}{0,0257 \times 227,92} + 20 = 183,9^\circ C \approx 184^\circ C$$

Exercice 5.5

De l'huile de moteur à 60°C circule à 2m/s à travers une surface plane de 0,4m de longueur. La densité du flux de chaleur dans la plaque est 10kW/m².

1. Déterminer la valeur du coefficient de convection moyen
2. Déterminer la température de la plaque.

Solution de l'exercice 5.5

1. On prend les propriétés à la température de l'huile car on n'a pas la température de la paroi. A 60°C : $\nu=0,839.10^{-4}\text{m}^2/\text{s}$, $\lambda=0,140\text{ W/mK}$, $Pr=1050$.

$$Re = \frac{VL}{\nu} = \frac{2 \times 0,4}{0,839 \times 10^{-4}} = 9535 < 5 \times 10^5 \text{ donc le régime est laminaire.}$$

Ici, le nombre de Prandtl est supérieur à 50 et le flux de chaleur est constant, donc :

$$Nu_x = \frac{0,453 Re_x^{0,5} Pr^{0,333}}{\left[1 + (0,0207/Pr)^{0,67}\right]^{0,25}} = \frac{0,453 \times 9535^{0,5} 1050^{0,333}}{\left[1 + (0,0207/1050)^{0,67}\right]^{0,25}} = 448,47$$

$$h = \frac{\lambda Nu_x}{L} = \frac{0,140 \times 448,47}{0,4} = 156,96\text{ W/m}^2\text{K}$$

$$\bar{h} = 2h = 313,92\text{ W/m}^2\text{K}$$

$$q = h(T_p - T_\infty) \Rightarrow T_p = \frac{q}{h} + T_\infty = \frac{10 \times 10^3}{156,96} + 60 = 123,71^\circ\text{C}$$

2.

Exercice 5.6

De l'air à 30°C circule à travers une conduite cylindrique de vapeur de $0,2\text{m}$ de diamètre et une température de surface de 130°C , avec une vitesse de 6m/s . Déterminer la valeur du coefficient de convection.

Solution de l'exercice 5.6

Ecoulement autour d'une conduite cylindrique :

$$Nu_D = 0,3 + \frac{0,62 Re_D^{0,5} Pr^{0,33}}{\left[1 + \left(\frac{0,4}{Pr}\right)^{0,67}\right]^{0,25}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{0,5}\right]$$

Pour calculer Re , on calcule la température de référence :

$$T_{ref} = \frac{T_p + T_\infty}{2} = \frac{30 + 130}{2} = 80^\circ\text{C} = 353,15\text{K}.$$

A cette température, les propriétés de l'air sont en utilisant l'interpolation : $\nu=21,08.10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$, $\lambda=0,03026\text{ W/mK}$, $Pr=0,696$.

$$Re = \frac{VL}{\nu} = \frac{6 \times 0,2}{21,08 \times 10^{-6}} = 56925 < 5 \times 10^5$$

On remplace pour calculer Nu :

$$Nu_D = 0,3 + \frac{0,62 \times 56925^{0,5} \times 0,696^{0,33}}{\left[1 + (0,696)^{0,67}\right]^{0,25}} \left[1 + \left(\frac{56925}{282000}\right)^{0,5}\right] = 164,58$$

$$h = \frac{\lambda Nu_D}{L} = \frac{0,03026 \times 164,58}{0,4} = 24,90 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}$$

Exercice 5.7

De l'air à 30°C circule autour d'une sphère de 0,1m de diamètre avec une vitesse de 8m/s. La surface du solide est à 50°C. Calculer la valeur du coefficient de convection.

Solution de l'exercice 5.7

$$\text{Écoulement autour d'une sphère : } Nu_D = 2 + \left(0,4 Re^{0,5} + 0,06 Re^{0,67}\right) Pr^{0,4} \left(\frac{\mu}{\mu_\infty}\right)^{0,25}$$

Pour : $0,71 < Pr < 380$ et $3,5 < Re < 7,6 \cdot 10^4$.

$$T_{ref} = \frac{T_p + T_\infty}{2} = \frac{30 + 50}{2} = 40^\circ \text{C} = 313,15 \text{ K}$$

En interpolant : $\nu = 17,02 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $\lambda = 0,0272 \text{ W/mK}$, $\mu = 1,906 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$, $Pr = 0,705$.

μ_∞ est évaluée à la température de l'écoulement de 30°C = 303,15K : $\mu_\infty = 1,846 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$.

$$Re = \frac{VL}{\nu} = \frac{8 \times 0,1}{17,02 \times 10^{-6}} = 47003,52$$

En remplaçant :

$$Nu_D = 2 + \left(0,4 \times 47003,52^{0,5} + 0,06 \times 47003,52^{0,67}\right) 0,705^{0,4} \left(\frac{1,906 \times 10^{-5}}{1,846 \times 10^{-5}}\right)^{0,25} = 149$$

$$h = \frac{\lambda Nu_D}{L} = \frac{0,0272 \times 149}{0,1} = 40,53 \text{ W} / \text{m}^2 \text{ K}$$

Exercice 5.8

Un écran en verre est utilisé pour réduire les pertes de chaleur dans une cheminée. Il a une hauteur de 0,71m et une largeur de 1,02 m et peut atteindre la température de 232 °C. Si la température de la pièce dans laquelle se trouve la cheminée est 23 °C, estimer le flux de chaleur par convection de la cheminée à la pièce.

Solution de l'exercice 5.8

Le flux de chaleur lors de la convection est donné par la loi de Newton : $Q = \bar{h}S(T_p - T_\infty)$

On calcule le coefficient moyen de convection. Il s'agit de convection naturelle dans une plaque verticale. On calcule le nombre de Ra :

$$Ra = Gr \times Pr = \frac{g\beta(T_p - T_\infty)L^3}{\nu^2} \times Pr$$

On estime les propriétés à la température de référence :

$$T_{ref} = \frac{T_p + T_\infty}{2} = \frac{232 + 23}{2} = 127,5^\circ\text{C} = 400\text{K}$$

$$\nu = 25,90 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \lambda = 0,03365 \text{ W/mK}, Pr = 0,689$$

$$Ra = Gr \times Pr = \frac{9,81 \times (1/400) \times (232 - 23) \times 0,71^3}{(25,90)^2} \times 0,689 = 1,884299 \times 10^9$$

$$\text{Puisque } Ra > 10^9 : \overline{Nu}_L = 0,10 \times Ra_L^{0,33} = 0,10 \times (1,884299 \times 10^9)^{0,33} = 115,03$$

$$h = \frac{\lambda Nu_D}{L} = \frac{0,03365 \times 115,03}{0,71} = 5,45 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$\text{Donc : } Q = \overline{hS}(T_p - T_\infty) = 5,45 \times 0,71 \times 1,02 \times (232 - 23) = 824,9 \approx 825\text{W}$$

Remarque Il est possible d'utiliser directement la corrélation :

$$\overline{Nu}_L = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 Ra_L^{0,16}}{\left[1 + (0,492/Pr)^{0,56} \right]^{0,3}} \right\}^2$$

Exercice 5.9

Une plaque horizontale en aluminium d'émissivité $\epsilon = 0,25$, de $1,2\text{m} \times 1,2\text{m}$ est exposée à l'air ambiant qui circule en dessus à la température de 300K , ainsi qu'à une source de rayonnement à 300K . Si la température de la plaque ne doit pas dépasser 57°C , quelle est la puissance maximale de chaleur qui doit être dissipée dans la plaque ?

Solution de l'exercice 5.9

Il s'agit de convection naturelle dans une plaque horizontale en plus du rayonnement. Le flux

$$\text{de chaleur est : } Q = Q_{convection} + Q_{rayonnement} = \overline{hS}(T_p - T_\infty) + \epsilon S \sigma (T_p^4 - T_{ray}^4)$$

On calcule le coefficient de convection. La plaque chaude est horizontale avec un écoulement froid en dessus. Pour connaître la corrélation, on doit estimer Ra :

$$T_{ref} = \frac{T_p + T_\infty}{2} = \frac{300 + 57 + 273,15}{2} = 315,07\text{K}$$

$$\nu = 17,22 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}, \lambda = 0,0274 \text{ W/mK}, Pr = 0,705$$

$$Ra = Gr \times Pr = \frac{9,81 \times (1/300) \times (315,07 - 300) \times 1,2^3}{(17,22 \times 10^{-6})^2} \times 0,705 = 2,0245 \times 10^9$$

Puisque : $10^7 \leq Ra \leq 10^{11}$, on utilise la corrélation : $\overline{Nu}_L = 0,15Ra_L^{0,33} = 176,67$

$$h = \frac{\lambda Nu_D}{L} = \frac{0,0274 \times 176,67}{1,2} = 4,03 \text{ W / m}^2 \text{ K}$$

La puissance nécessaire est :

$$\begin{aligned} Q &= 4,03 \times 1,2 \times 1,2 \times (57 + 273,15 - 300) + 0,25 \times 1,2 \times 1,2 \times 5,67 \times 10^{-8} \left((57 + 273,15)^4 - 300^4 \right) \\ &= 252,14 \text{ W} \end{aligned}$$

TD 6

TRANSFERT DE CHALEUR
PAR RAYONNEMENT

Sommaire

Exercice 6.1	36
Exercice 6.2	37
Exercice 6.3	37
Exercice 6.4	37
Exercice 6.5	38
Exercice 6.6	38
Exercice 6.7	38
Exercice 6.8	39

Compétences nécessaires pour résoudre le TD 6

- Connaître la loi de Stefan – Boltzmann et ses applications selon les cas
- Estimer le flux de chaleur dans le cas d'un corps noir
- Calculer le flux pour les corps réels en tenant compte des positions et des facteurs de forme

Exercice 6.1

Une surface rayonne d'une manière diffuse. Déterminer la fraction de la puissance d'émission dans la région angulaire de 0° à 45° verticalement.

Solution de l'exercice 6.1

Cette énergie est :

$$\begin{aligned}
 q &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/4} i \cos \theta \sin \theta \, d\theta \, d\varphi \\
 &= 2\pi \int_0^{\pi/4} i \cos \theta \sin \theta \, d\theta = 2\pi i \left[\frac{\sin^2 \theta}{2} \right]_0^{\pi/4} = 2\pi i \left(\frac{0,5 - 0}{2} \right) = 0,5\pi i = 0,5q
 \end{aligned}$$

Exercice 6.2

Un thermocouple est utilisé pour mesurer la température de l'air qui s'écoule dans une conduite large dont les parois sont à 500 K. Le thermocouple indique 400 K. Le coefficient de transfert à travers la surface du thermocouple est 40 W/m²K. Déterminer la vraie température de l'air si l'émissivité de la surface du thermocouple est 0,51.

Solution de l'exercice 6.2

On considère que le thermocouple a une surface S . Si T_p est la température de la paroi, T_1 est la température indiquée, T_t est la température du thermocouple et T_∞ la température de l'air.

On a :

$$\sigma S \varepsilon (T_p^4 - T_1^4) = h S (T_t - T_\infty) \Rightarrow T_t - T_\infty = \frac{\sigma \varepsilon (T_p^4 - T_1^4)}{h}$$

$$T_\infty = 400 - \frac{5,67 \times 10^{-8} \times 0,51 \times (500^4 - 400^4)}{40} = 373,32 \text{ K}$$

Exercice 6.3

Pendant la nuit, il y a du rayonnement de la Terre vers l'espace. Des particules d'eau envoient du rayonnement vers le ciel qui est supposé être à la température de -70°C. Les particules d'eau reçoivent de la chaleur de l'air ambiant par convection avec un coefficient d'échange de 28 W/m²K. Déterminer la température de l'air pour que l'eau ne gèle pas.

Solution de l'exercice 6.3

La température nécessaire pour que l'eau gèle est 0°C = 273,15 K. Donc :

$$\sigma S (T_{\text{eau}}^4 - T_{\text{ciel}}^4) = h S (T_{\text{air}} - T_{\text{eau}}) \Rightarrow T_{\text{air}} = T_{\text{eau}} + \frac{\sigma \varepsilon (T_{\text{eau}}^4 - T_{\text{ciel}}^4)}{h}$$

$$T_{\text{air}} = 273,15 + \frac{5,67 \times 10^{-8} \times (273,15^4 - 203,15^4)}{28} = 281 \text{ K}$$

C'est la valeur minimale que doit avoir la température de l'air.

Exercice 6.4

Le flux incident total dans un corps qui réfléchit, absorbe et transmet partiellement le rayonnement est 2200 W/m². 450 W/m² de cette énergie est réfléchi et 900 W/m² est absorbée par ce corps. Trouver la transmissivité.

Solution de l'exercice 6.4

$$\text{On a : } \alpha + \rho + \tau = 1 \Rightarrow \tau = 1 - \rho - \alpha = 1 - \frac{450}{2200} - \frac{900}{2200} = 0,386$$

Exercice 6.5

Déterminer la densité du flux de chaleur total émis par un corps noir à 1000°C.

Solution de l'exercice 6.5

$$\text{On a : } q = \sigma T_{cn}^4 = 5,67 \times 10^{-8} \times (1000 + 273,15)^4 = 148,970 \text{ kW} / \text{m}^2$$

Exercice 6.6

Pour un corps noir maintenu à la température de 115°C déterminer :

1. la densité du flux total émis
2. la longueur d'onde maximale à laquelle l'émission monochromatique a lieu
3. la densité du flux monochromatique maximale.

Solution de l'exercice 6.6

1. La densité du flux total émis est :

$$q = \sigma T_{cn}^4 = 5,67 \times 10^{-8} \times (115 + 273,15)^4 = 1287 \text{ W} / \text{m}^2$$

2. La longueur d'onde maximale selon la loi de Wien :

$$\lambda_{max} T = 2897,8 \mu\text{m.K} \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{2897,8}{T} = \frac{2897,8}{115 + 273,15} = 7,465 \mu\text{m}$$

3. On utilise la loi de Planck :

$$q_{\lambda_{cn}}(\lambda, T) = \frac{3,742 \times 10^8}{7,465^5 \left[\exp\left(1,439 \times 10^4 / 7,465 \times (115 + 273,15)\right) - 1 \right]} = 113,28 \text{ W} / \text{m}^2 \mu\text{m}$$

Exercice 6.7

L'intérieur d'un four qui est un cylindre de 75 mm de diamètre et 150 mm de long, est ouvert à l'une de ses extrémités à l'air ambiant qui est à 27°C. Les cotés et le haut de ce four sont assimilés à des corps noirs. Ils sont chauffés électriquement, isolés et maintenus à 1350°C et 1650°C. Quelle est la puissance électrique nécessaire pour maintenir le four à sa température ?

Solution de l'exercice 6.7

La puissance électrique est égale au flux qui sort par l'ouverture du four :

$$q_{\text{électrique}} = q_{13} + q_{23}$$

$$= S_1 F_{13} \sigma (T_1^4 - T_3^4) + S_2 F_{23} \sigma (T_2^4 - T_3^4)$$

Pour calculer F_{23} on utilise les formules des disques

parallèles :

$$F_{23} = \frac{1}{2} \left\{ S - \left[S^2 - 4 \left(r_3 / r_2 \right)^2 \right]^{1/2} \right\}$$

$$R_2 = r_2 / L = \frac{0,075/2}{0,15} = 0,25 \quad R_3 = r_3 / L = 0,25$$

$$S = 1 + \frac{1 + R_3^2}{R_2^2} = 1 + \frac{1 + 0,25^2}{0,25^2} = 18$$

$$F_{23} = 0,5 \times \left\{ 18 - \left[18^2 - 4(1)^2 \right]^{1/2} \right\} = 0,06$$

$$F_{22} = 0 \Rightarrow F_{21} = 1 - F_{22} - F_{23} = 0,94$$

$$F_{12} = \frac{S_2 F_{21}}{S_1} = \frac{\pi D^2 / 4}{\pi DL} \times 0,94 = 0,118$$

Puisqu'il y a symétrie : $F_{13} = F_{12} = 0,118$

En remplaçant dans l'expression de la puissance électrique :

$$q_{\text{électrique}} = 1639 + 205 = 1844W$$

Exercice 6.8

Un fluide cryogénique circule à travers un long tube de 20 mm de diamètre, la surface externe qui est grise et diffuse a $\varepsilon_1=0,02$ et une température $T_1=77$ K. Ce tube est concentrique avec un tube plus large de 50 mm de diamètre, dont la surface interne est grise et diffuse avec $\varepsilon_2=0,05$ et $T_2=300$ K. Il y a du vide entre les deux cylindres.

1. Calculer le flux de transfert de chaleur au fluide cryogénique par unité de longueur du tube.
2. Si un écran mince de 35 mm de diamètre et $\varepsilon_3=0,02$ est inséré entre les deux surfaces, calculer la variation en pourcentage dans le flux de chaleur par unité de longueur du tube.

Solution de l'exercice 6.8

$$1. \quad q_1 = \frac{S_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{D_1}{D_2} \right)} = \frac{\pi D_1 L \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{D_1}{D_2} \right)}$$

$$\frac{q_1}{L} = \frac{\pi D_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{D_1}{D_2} \right)} = \frac{\pi \times 20 \times 10^{-3} \times \sigma (77^4 - 300^4)}{0,02 + \frac{1 - 0,05}{0,05} \left(\frac{20}{50} \right)} = -0,50 \text{ W / m}$$

2. Il y a un écran, donc :

$$q' = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{R_{\text{tot}}}$$

$$R_{\text{tot}} = \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 (\pi D_1 L)} + \frac{1}{(\pi D_1 L) F_{13}} + 2 \left[\frac{1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_3 (\pi D_1 L)} \right] + \frac{1}{(\pi D_3 L) F_{32}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 (\pi D_2 L)} = \frac{1817}{L} \text{ m}^{-2}$$

$$q' = -0,25 \text{ W / m} \quad \text{le pourcentage demandé est : } q' = \frac{q' - q}{q} = -50\%$$

EN SAVOIR PLUS

Sommaire

1. Thermocouple	02
2. Mesure de la conductivité thermique	04
3. Echangeurs de chaleur	06

Introduction

Cette partie intitulée « En savoir plus » est une partie supplémentaire pour les étudiants qui souhaitent se documenter d'avantage et approfondir leurs connaissances dans le domaine du transfert thermique. Elle contient des éléments en relation avec le domaine industriel que l'étudiant, une fois dans le monde du travail, pourra utiliser.

Cette partie n'est pas obligatoire, puisqu'elle ne fait pas partie du programme officiel, mais les informations supplémentaires qu'elle contient peuvent être utiles. Ces éléments portent sur :

- Les thermocouples qui sont des instruments de mesure de la température très utilisés dans l'industrie pour leurs bonnes performances et leur coût peu élevé
- Les méthodes de mesure de la conductivité thermique. Cette partie intéresse particulièrement les étudiants en construction mécanique auxquels ce cours est adressé.
- Les échangeurs de chaleurs qui font partie de nombreuses installations thermiques et qu'un mécanicien rencontrera forcément dans l'industrie.

1.1 Définition

Un thermocouple, ou couple thermoélectrique (CTE), est un couple de matériaux dont l'effet Seebeck, découvert en 1821 par le physicien allemand Thomas Johann Seebeck, est utilisé pour la mesure de la température.

Ils sont bon marché et permettent la mesure dans une grande gamme de températures. La principale limite est la précision obtenue. Il est relativement difficile d'obtenir des mesures avec une incertitude inférieure à 0,1 °C.

1.2 Principe de fonctionnement

Les thermocouples fonctionnent en utilisant l'effet Seebeck : si on réunit à une extrémité deux fils métalliques de natures différentes et que l'on élève la température de cette extrémité, il apparaît une tension aux extrémités restées libres. Cette tension est traduite en température en utilisant un appareillage adéquat.

1.3 Types de thermocouples

1.3.1 A base de deux métaux usuels

Type	Composition	Usage continu	Usage intermittent
Type E	Chromel (alliage nickel+chrome (10 %)) / Constantan (alliage Ni+Cu à 45%)	0 à 800°C	- 40°C à 900°C
Type J	Fe/Constantan	-20 à 700 °C	-180°C à 750°C
Type K	Chromel (alliage Ni + Cr) / Alumel (alliage Ni + Al (5 %) + Si)	0 à 1 100 °C	- 180°C à 1200°C
Type N	Nicrosil (alliage Ni + Cr(14 %) + Si (1,5 %)) / Nisil (alliage Ni + Si (4,5 %) +Mg (0,1 %))	0 à 1 150 °C	-270 à 1 280 °C
Type T	Cu / Constantan	-185 à 300 °C	-250 à 400 °C
Type M ou	Ni Mo 18 % (fil positif) / Nickel	+400 à +1 370 °C	

NiMo/NiCo Cobalt 0,8 % (fil négatif)

1.3.2A base de métaux nobles

Type	Composition	Usage continu	Usage intermittent
Type R	platine-rhodium (13 %) / platine	0 à 1 600 °C	0 à 1 700 °C
Type S	platine-rhodium(10 %) / platine	0 à 1550 °C	0 à 1 700 °C
Type B	platine-rhodium (30 %) / platine-rhodium(6%)	100 à 1 600 °C	0°C à 1800°C

1.3.3A base de métaux réfractaires

Type	Composition	Usage continu	Usage intermittent
Type C ou W5	tungstène-rhénium (5 %) / tungstène-rhénium (26 %)	50 à 1 820	20 à 2300
Type G ou W	tungstène / tungstène-rhénium (26 %)	20 à 2320 °C	0 à 2600 °C
Type D ou W3	tungstène-rhénium (3 %) / tungstène-rhénium (25 %)	20 à 2320 °C	0 à 2600 °C

1.4 Choix et utilisation

Le choix des thermocouples se fait selon l'intervalle de température et l'atmosphère dans laquelle sera placé l'appareil de mesure.

Exemples

- Le type K peut être utilisé sous atmosphère inerte ou oxydante
- Le type N résiste aux radiations
- Le type M est utilisé sous atmosphère hydrogénée

2.1 Méthode du flux gardé

La méthode du flux gardé est utilisée pour mesurer la conductivité thermique des solides. Elle est simple, rapide et donne des résultats fiables.

L'échantillon dont on veut mesurer la conductivité est placé verticalement dans l'appareil de mesure. Un fluide de température constante circule en bas. Une résistance électrique impose la température en haut de l'échantillon. La puissance électrique consommée nécessaire pour maintenir la température est égale au flux de chaleur qui traverse l'échantillon. Le calcul de la conductivité se fait par la loi de Fourier.

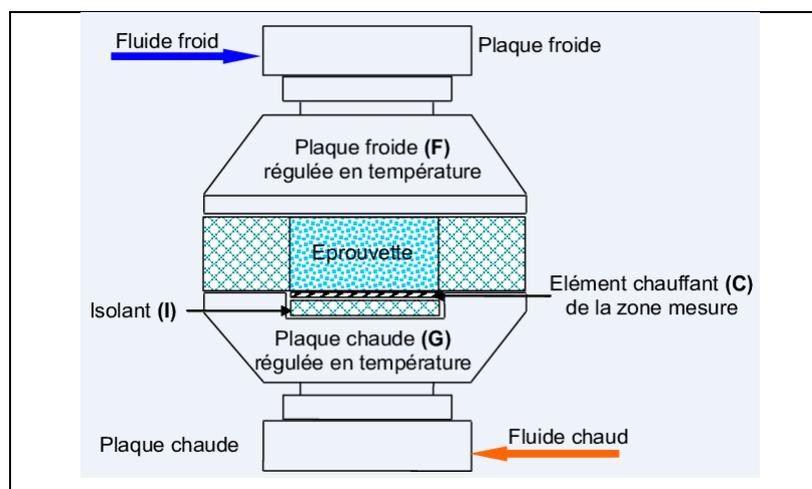


Fig. ESP1 Dispositif du flux gardé [3]

2.2 Méthode du laser – flash

Quand les températures sont très élevées, la méthode du flux gardé peut se révéler inefficace à cause du rayonnement qui devient important et que l'on ne peut plus négliger. Dans ces cas, la méthode du laser – flash peut être utilisée pour mesurer la conductivité thermique. Elle est basée sur le calcul de la diffusivité thermique α au lieu de la conductivité.

Un échantillon cylindrique dans lequel le rayonnement est négligeable est placé à l'intérieur d'un four maintenu à température constante. Une de ses faces est illuminée par un laser, ce qui assure un chauffage uniforme de la face avant. La température de la face arrière est mesurée, en fonction du temps, à l'aide d'un capteur de mesure infrarouge. En l'absence de pertes thermiques de l'échantillon, la température devrait augmenter de manière monotone. La courbe est tracée et la diffusivité thermique calculée. En connaissant la chaleur spécifique du matériau, on peut calculer sa conductivité thermique.

3.1 Définition et domaines d'utilisation

L'échangeur de chaleur est n'importe quel dispositif qui permet de transférer la chaleur d'un fluide à un autre. Dans les échangeurs les plus simples, une paroi sépare le fluide chaud du fluide froid. Ces systèmes sont appelés récupérateurs.

Les échangeurs de chaleur sont une application directe de la convection thermique. Les échangeurs sont utilisés dans le chauffage, la climatisation, la production d'énergie, la récupération de chaleur, le refroidissement comme les radiateurs d'automobiles et dans les procédés chimiques et la réfrigération.

Le dimensionnement et la conception d'un échangeur de chaleur nécessite une analyse thermique avec des considérations du poids, de la dimension et du type des fluides utilisés.

3.2 Classification des échangeurs de chaleur

Les échangeurs de chaleur peuvent être classés selon le sens de l'écoulement, selon la forme ou l'utilisation.

3.2.1 Classification selon le sens du courant

Les échangeurs peuvent être à co-courant, à contre – courant ou à courants croisés. Ces deux derniers permettent un meilleur échange thermique.

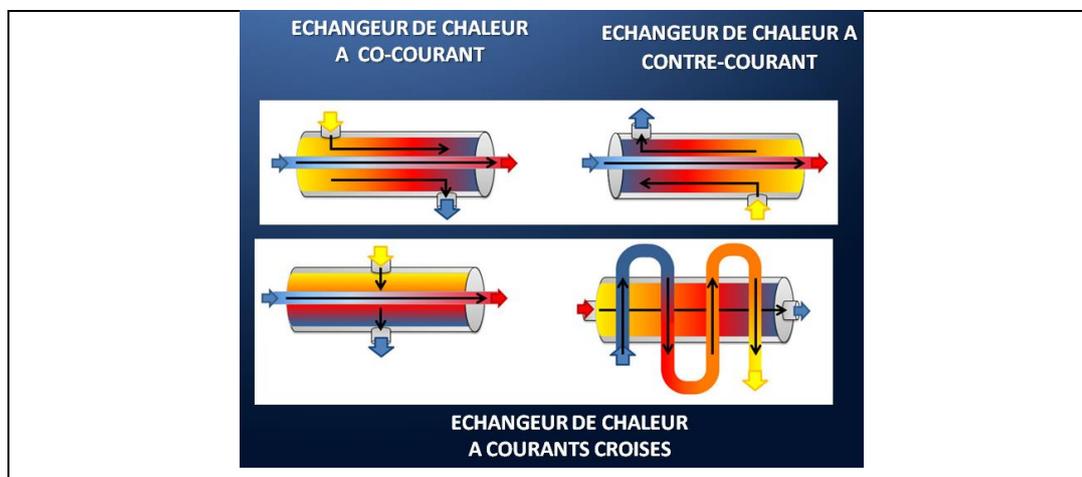


Fig. ESP2 Types d'échangeurs de chaleur selon le sens de l'écoulement [4]

3.2.2 Classification selon la forme

Les échangeurs de chaleur peuvent être tubulaires, à plaques, à extension de surface (utilisation d'ailettes).

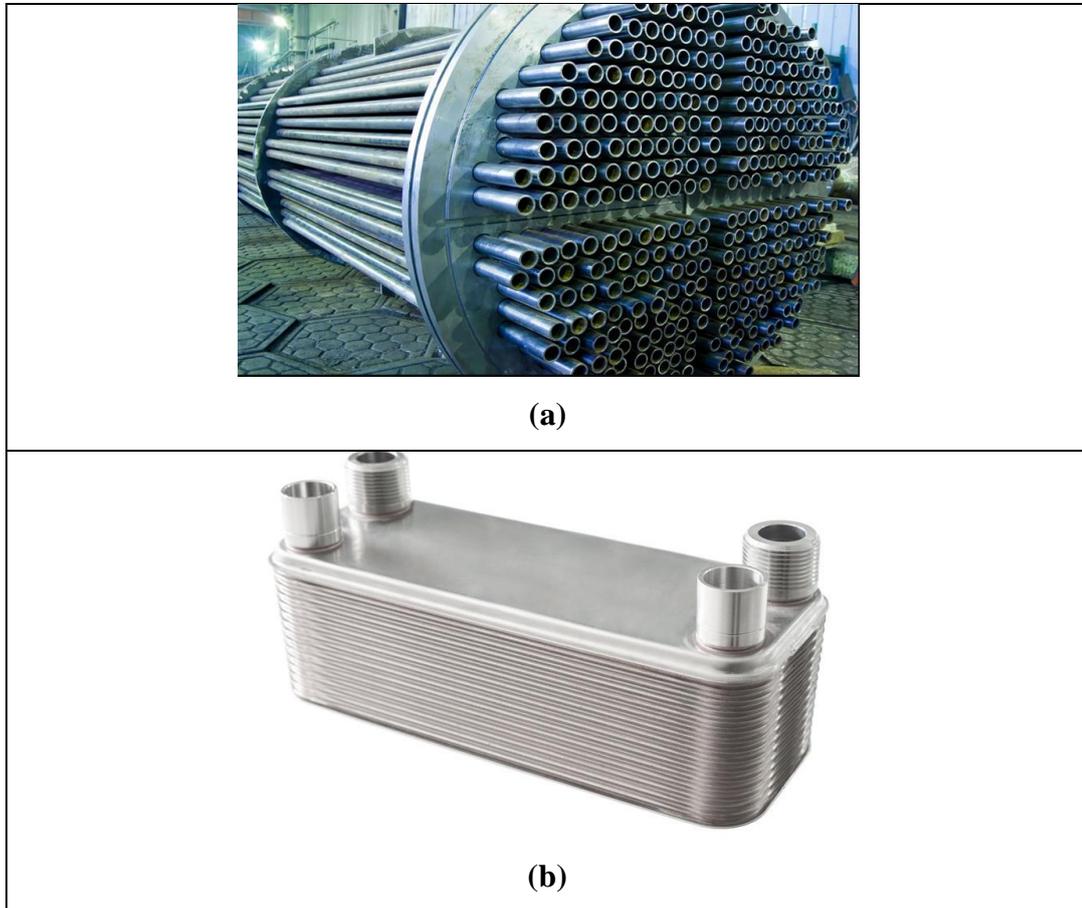


Fig. ESP3 Echangeurs de chaleur (a) tubulaire et (b) à plaques [4]

3.3 Calculs des échangeurs de chaleur

Il existe deux méthodes de calcul pour les échangeurs de chaleur :

- **Méthode DTLM** pour différence de température logarithmique dont l'utilisation est facilitée par la connaissance des températures des fluides chaud et froid. Elle est appliquée quand les températures et les capacités calorifiques sont connues. Son but est de dimensionner l'échangeur.

Méthode NUT pour Nombre d'Unités Transférées utilisée quand les dimensions sont connues pour trouver les températures des fluides chaud et froid.

3.4 Critères de choix d'un échangeur de chaleur

Les critères principaux dans le choix d'un échangeur de chaleur sont les suivants :

- la nature des fluides, leur écoulement et leurs propriétés
- les températures recherchées
- les limitations liées aux dimensions
- le coût.

Sommaire

Examen final 2015 – 2016	02
Examen final 2019 – 2020	04
Examen final 2020 – 2021	07
Examen final 2021 – 2022	10
Corrigé de l’examen final 2015 – 2016	13
Corrigé de l’examen final 2019 – 2020	16
Corrigé de l’examen 2020 – 2021	19
Corrigé de l’examen final 2021 – 2022	21

SUJET

1

EXAMEN FINAL 2015 - 2016

Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf
Faculté du Génie Mécanique
Département du Génie Mécanique

3^e année de licence en Génie Mécanique

Option : Construction mécanique

Module : Transfert thermique

Semestre 2

Chargée du module : Dr. SAFER

Durée : 01h30

01/06/2016

EXAMEN SEMESTRIEL

Exercice 1 (06 points)

La face interne de la paroi d'un four a une température de $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$. Cette paroi qui a une conductivité thermique de $1,7\text{ W/mK}$ est traversée par un flux de chaleur de densité $2,5\text{ kW/m}^2$ quand sa face externe est exposée à de l'air à $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ avec un coefficient de convection de $27\text{ W/m}^2\text{ K}$.

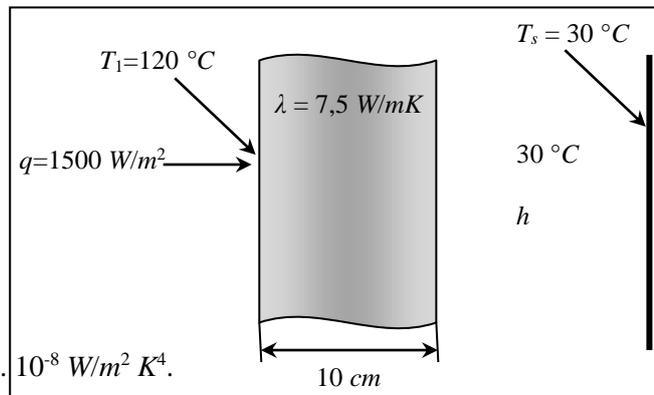
- Déterminer l'épaisseur de la paroi de ce four.
- Trouver le gradient de température dans la paroi.
- Une couche d'isolant de 75 mm d'épaisseur et de conductivité thermique de $0,15\text{ W/mK}$ est ajoutée à la face externe de cette paroi. Si les températures de la face interne et de l'air ne changent pas, calculer la résistance thermique de la paroi.
- Trouver le nouveau flux de chaleur qui traverse la paroi du four.

Exercice 2 (05 points)

La surface d'un mur est traversée par un flux de chaleur de densité de 1500 W/m^2 . Le mur a une épaisseur de 10 cm et une conductivité thermique de $7,5\text{ W/mK}$. La température de la face la plus chaude est $120\text{ }^{\circ}\text{C}$. L'autre face est exposée à la convection et au rayonnement. La température environnante est $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ et la température de la source de rayonnement est $30\text{ }^{\circ}\text{C}$. La source est considérée comme un corps noir, c'est-à-dire que son rayonnement est maximal.

- Déterminer le coefficient de convection.
- Calculer la densité du flux de convection
- Calculer la densité du flux de rayonnement.

La constante de Stefan-Boltzmann : $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\text{ W/m}^2\text{ K}^4$.

**Exercice 3 (04 points)**

Une ailette cylindrique très longue de 1 cm de diamètre a la base maintenue à $500\text{ }^{\circ}\text{C}$. Elle est exposée à l'air à $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ avec un coefficient de convection de $35\text{ W/m}^2\text{ K}$. La température mesurée à la distance de $78,6\text{ mm}$ de la base est $147,5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Calculer la conductivité thermique de cette ailette.

Exercice 4 (05 points)

L'air à 300 K et à la pression de 1 atm s'écoule à la vitesse de 30 m/s à travers une plaque plane de $0,6\text{ m}$ de long. Cette plaque est maintenue à 400 K . Calculer le flux de chaleur par unité de largeur à travers toute la plaque.

Formulaire

Type d'ailette	Expression de θ
Ailette infinie	$\theta(x) = \theta_b e^{-mx}$
Ailette avec température imposée à l'extrémité	$\theta(x) = \frac{\theta_L sh(mx) + \theta_b sh(m(L-x))}{sh(mL)}$
Ailette avec extrémité thermiquement isolée	$\theta(x) = \theta_b \frac{ch(m(L-x))}{ch(mL)}$
Ailette avec perte par convection à l'extrémité	$\theta(x) = \theta_b \frac{ch(m(L-x)) + (h/\lambda m) sh(m(L-x))}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)}$

Type d'écoulement		Coefficient de convection	Corrélation	Conditions
Ecoulements externes	Plaque plane	Laminaire	Local Global $Nu_x = 0,332 Re_x^{0,5} Pr^{0,33}$ $\overline{Nu} = 2Nu_L = 0,664 Re_L^{0,5} Pr^{0,33}$	$0,6 < Pr < 50$ $0,6 < Pr < 50$
		Laminaire métaux liquides et silicoes	Local $Nu_x = \frac{0,3387 Re_x^{0,5} Pr^{0,333}}{[1 + (0,0468/Pr)^{0,67}]^{0,25}}$	$Pr < 0,05$ ou $Pr > 50$ $Re_x > 100$
	Turbulent	Local Global $Nu_x = 0,0296 Re_x^{0,8} Pr^{0,33}$ $\overline{Nu} = 0,037 Re_L^{0,8} Pr^{0,33}$	$Re > 5 \cdot 10^5$ $Re > 5 \cdot 10^5$	
Convection naturelle	Plaque verticale	Global $\overline{Nu}_L = 0,59 \times Ra_L^{0,25}$ $\overline{Nu}_L = 0,10 \times Ra_L^{0,33}$ $\overline{Nu}_L = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 Ra_L^{0,16}}{[1 + (0,492/Pr)^{0,56}]^{0,3}} \right\}^2$	$10^4 \leq Ra_L \leq 10^9$ $10^9 \leq Ra_L \leq 10^{13}$	

Tableau 1. Propriétés de l'air à la pression atmosphérique

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (J/kg/K)	μ (kg/ms)	ν (m ² /s)	λ (W/mK)	Pr
Air						
100	3,6010	1,0266 × 10 ³	0,6924 × 10 ⁻⁵	1,923 × 10 ⁻⁶	0,009 246	0,768
150	2,3675	1,0099	1,0283	4,343	0,013 375	0,756
200	1,7684	1,0061	1,3289	7,490	0,018 09	0,739
250	1,4128	1,0053	1,5990	11,310	0,022 27	0,722
300	1,1774	1,0057	1,8462	15,690	0,026 24	0,708
350	0,9980	1,0090	2,075	20,76	0,030 03	0,697
400	0,8826	1,0140	2,286	25,90	0,033 65	0,689
450	0,7833	1,0207	2,484	31,71	0,037 07	0,683
500	0,7048	1,0295	2,671	37,90	0,040 38	0,680
550	0,6423	1,0392	2,848	44,27	0,043 60	0,680
600	0,5879	1,0551	3,018	51,34	0,046 59	0,682
650	0,5430	1,0635	3,177	58,51	0,049 53	0,682
700	0,5030	1,0752	3,332	66,25	0,052 30	0,684

.....

2. Trouver la longueur d’onde monochromatique maximale émise par ce corps.

FORMULAIRE

L’étudiant **NE DOIT PAS REMETTRE CE FORMULAIRE AVEC SA COPIE.** Il doit le garder à la fin de l’examen.

Tableau 1. Expressions de la différence de température pour différents types d’ailettes

Type d’ailette	Expression de θ
Ailette infinie	$\theta(x) = \theta_b e^{-mx}$
Ailette avec température imposée à l’extrémité	$\theta(x) = \frac{\theta_L sh(mx) + \theta_b sh(m(L-x))}{sh(mL)}$
Ailette avec extrémité thermiquement isolée	$\theta(x) = \theta_b \frac{ch(m(L-x))}{ch(mL)}$
Ailette avec perte par convection à l’extrémité	$\theta(x) = \theta_b \frac{ch(m(L-x)) + (h/\lambda m) sh(m(L-x))}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)}$

Tableau 2. Corrélations relatives à la convection autour d’une plaque plane

Type d’écoulement	Corrélation	Conditions
Convection forcée	Laminaire	$\overline{Nu} = 0,664 \times Re^{0,5} \times Pr^{0,33}$ $0,6 < Pr < 50$
	Turbulent	$\overline{Nu} = 0,037 \times Re^{0,8} \times Pr^{0,33}$
Convection naturelle		$\overline{Nu} = 0,59 \times Ra^{0,25}$ $10^4 \leq Ra \leq 10^9$
		$\overline{Nu} = 0,10 \times Ra^{0,33}$ $10^9 < Ra \leq 10^{13}$
Convection naturelle	$\overline{Nu} = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 \times Ra^{0,16}}{[1 + (0,492/Pr)^{0,56}]^{0,3}} \right\}^2$	

Tableau 3. Propriétés de l’air à la pression atmosphérique

T (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p (kJ/kg/K)	μ (kg/ms)	ν (m ² /s)	λ (W/mK)	Pr
-------------	--------------------------------	--------------------	------------------	------------------------------	---------------------	------

1. Calculer le flux de chaleur dégagé par une ailette adiabatique en acier de 50mm de long, 100mm de large et 5mm d’épaisseur. La conductivité thermique de cette ailette est 58,33W/mK et le coefficient de convection du milieu ambiant est 11,66W/m²°C. La température de la base de cette ailette est 80°C tandis que l’air ambiant est à 20°C.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Calculer la température à l’extrémité de cette ailette

.....

.....

.....

.....

Exercice 3 (05 pts)

De l’air à 20°C avec une vitesse de 3m/s s’écoule à travers une surface plane de 1m de long et 500mm de large et 20mm d’épaisseur. Le matériau de la surface a une conductivité thermique de 23W/mK. La surface est maintenue à 100°C.

1. Calculer le flux de chaleur à travers cette surface.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Calculer la température de la face inférieure de cette surface.

.....

.....

.....

.....

Exercice 4 (05 pts)

La température d’un corps noir est 627°C et sa surface 0,1m². La constante de Stefan-Boltzmann est 5,67×10⁻⁸ SI.

1. Définir un réflecteur diffus

.....

.....

2. Calculer le flux de chaleur émis par ce corps

3. Trouver la longueur d’onde monochromatique maximale émise par ce corps.

FORMULAIRE

L’étudiant **NE DOIT PAS REMETTRE CE FORMULAIRE AVEC SA COPIE.** Il doit le garder à la fin de l’examen.

Tableau 1. Expressions de la différence de température et du flux pour différents types d’ailettes

Type d’ailette	Expression de θ	Expression du flux
Ailette infinie	$\theta(x) = \theta_b e^{-mx}$	$Q = \theta_b \sqrt{hP\lambda S_c}$
Ailette avec température imposée à l’extrémité	$\theta(x) = \frac{\theta_L sh(mx) + \theta_b sh(m(L-x))}{sh(mL)}$	$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \frac{\theta_L/\theta_b - ch(mL)}{sh(mL)}$
Ailette avec extrémité thermiquement isolée	$\theta(x) = \theta_b \frac{ch(m(L-x))}{ch(mL)}$	$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \tanh(mL)$
Ailette avec perte par convection à l’extrémité	$\theta(x) = \theta_b \frac{ch(m(L-x)) + (h/\lambda m) sh(m(L-x))}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)}$	$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \frac{sh(mL) + (h/\lambda m) ch(mL)}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)}$

Tableau 2. Corrélations relatives à la convection autour d’une plaque plane

Type d’écoulement		Corrélation	Conditions
Convection forcée	Laminaire	$\overline{Nu} = 0,664 \times Re^{0,5} \times Pr^{0,33}$	$0,6 < Pr < 50$
	Turbulent	$\overline{Nu} = 0,037 \times Re^{0,8} \times Pr^{0,33}$	
Convection naturelle		$\overline{Nu} = 0,59 \times Ra^{0,25}$	$10^4 \leq Ra \leq 10^9$
		$\overline{Nu} = 0,10 \times Ra^{0,33}$	$10^9 < Ra \leq 10^{13}$
		$\overline{Nu} = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 \times Ra^{0,16}}{[1 + (0,492/Pr)^{0,56}]^{0,3}} \right\}^2$	

Tableau 3. Propriétés de l’air à la pression atmosphérique

.....

3. les températures T_1 de la face exposée à la vapeur et T_2 de la face exposée à l'eau

Exercice 2 (05 pts)

Une ailette adiabatique de 40cm de long et de 10mm de diamètre a une conductivité thermique de 40W/mK . Sa base est à la température de 400°C. L'air ambiant est à 30°C avec un coefficient de convection de 10W/m²K. Calculer :

1. la température à la moitié de la longueur de l'ailette

2. le flux de chaleur dégagé par l'ailette

3. l'efficacité de l'ailette

Exercice 3 (05 pts)

L'hydrogène à 1atm et 60°C s'écoule le long d'une plaque plane à 122m/s. La plaque qui a une longueur de 1,22m est à 94°C. Calculer le coefficient de convection global.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exercice 4 (04 pts)

Le diamètre du soleil est 1 392 000km et il est considéré comme un corps noir à 5777K. Calculer le flux de chaleur émis par le soleil. La constante de Stefan-Boltzmann est $5,67 \times 10^{-8}$ SI.

.....

.....

.....

.....

.....

FORMULAIRE

L'étudiant NE DOIT PAS REMETTRE CE FORMULAIRE AVEC SA COPIE.

Tableau 1. Expressions de la différence de température et du flux pour différents types d'ailettes

Type d'ailette	Expression de θ	Expression du flux
Ailette infinie	$\theta(x) = \theta_b e^{-mx}$	$Q = \theta_b \sqrt{hP\lambda S_c}$
Ailette avec température imposée à l'extrémité	$\theta(x) = \frac{\theta_L sh(mx) + \theta_b sh(m(L-x))}{sh(mL)}$	$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \frac{\theta_L/\theta_b - ch(mL)}{sh(mL)}$
Ailette avec extrémité thermiquement isolée	$\theta(x) = \theta_b \frac{ch(m(L-x))}{ch(mL)}$	$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \tanh(mL)$
Ailette avec perte par convection à l'extrémité	$\theta(x) = \theta_b \frac{ch(m(L-x)) + (h/\lambda m) sh(m(L-x))}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)}$	$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \frac{sh(mL) + (h/\lambda m) ch(mL)}{ch(mL) + (h/\lambda m) sh(mL)}$

Tableau 2. Corrélations relatives à la convection autour d'une plaque plane

Type d'écoulement	Corrélation	Conditions
Convection forcée	Laminaire $\overline{Nu} = 0,664 \times Re^{0,5} \times Pr^{0,33}$	$0,6 < Pr < 50$
	Turbulent $\overline{Nu} = 0,037 \times Re^{0,8} \times Pr^{0,33}$	

Convection naturelle	$\overline{Nu} = 0,59 \times Ra^{0,25}$	$10^4 \leq Ra \leq 10^9$
	$\overline{Nu} = 0,10 \times Ra^{0,33}$	$10^9 < Ra \leq 10^{13}$
	$\overline{Nu} = \left\{ 0,825 + \frac{0,387 \times Ra^{0,16}}{[1 + (0,492/Pr)^{0,56}]^{0,3}} \right\}^2$	

Tableau 3. Propriétés de l'hydrogène à la pression atmosphérique

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (J/kg/K)	μ (kg/ms)	ν (m ² /s)	λ (W/mK)	Pr
30	0,84722	10,840×10 ³	1,606×10 ⁻⁶	1,895×10 ⁻⁶	0,0228	0,759
50	0,50955	10,501×10 ³	2,516×10 ⁻⁶	4,880×10 ⁻⁶	0,0362	0,721
100	0,24572	11,229×10 ³	4,212×10 ⁻⁶	17,14×10 ⁻⁶	0,0665	0,712
150	0,16371	12,602×10 ³	5,595×10 ⁻⁶	34,18×10 ⁻⁶	0,0981	0,718
200	0,12277	13,540×10 ³	6,813×10 ⁻⁶	55,53×10 ⁻⁶	0,1282	0,719
250	0,09819	14,059×10 ³	7,919×10 ⁻⁶	80,64×10 ⁻⁶	0,1561	0,713
300	0,08185	14,314×10 ³	8,963×10 ⁻⁶	109,5×10 ⁻⁶	0,182	0,706
350	0,07016	14,436×10 ³	9,954×10 ⁻⁶	141,9×10 ⁻⁶	0,206	0,697
400	0,0635	14,491×10 ³	10,864×10 ⁻⁶	177,1×10 ⁻⁶	0,228	0,690
450	0,05462	14,499×10 ³	11,779×10 ⁻⁶	215,6×10 ⁻⁶	0,251	0,682

CORRIGE

1

CORRIGE DE L'EXAMEN FINAL 2015 - 2016

Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf Faculté du Génie Mécanique Département du Génie Mécanique	
3 ^e année de licence en Génie Mécanique Module : Transfert thermique Chargée du module : Dr. SAFER	Option : Construction mécanique Semestre 2 2015-2016
CORRIGE DE L'EXAMEN SEMESTRIEL	
- Les résultats numériques sans unité ne sont pas comptabilisés même si les valeurs sont justes. - La table des propriétés de l'air à la pression atmosphérique est fournie avec le sujet.	

Exercice 1 (06 points)

Température de la face interne : $T_1 = 1000 \text{ }^\circ\text{C}$, $\lambda = 1,7 \text{ W/mK}$, $q = 2,5 \text{ kW/m}^2$, $T_\infty = 30 \text{ }^\circ\text{C}$, $h = 27 \text{ W/m}^2\text{K}$.

1. Calcul de l'épaisseur de la paroi :

$$q = \frac{T_1 - T_\infty}{\frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h}} \Rightarrow e = \lambda \left(\frac{T_1 - T_\infty}{q} - \frac{1}{h} \right) \quad \boxed{0,5 \text{ pt pour le flux}} \quad \boxed{0,5 \text{ pt pour l'épaisseur}}$$

$$e = 1,7 \times \left(\frac{1000 - 30}{2,5 \times 10^3} - \frac{1}{27} \right) \Rightarrow \boxed{e = 0,597 \text{ m}} \quad \boxed{1 \text{ pt}}$$

2. Gradient de température :

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = -\frac{q}{\lambda} \quad \boxed{0,5 \text{ pt pour le flux}} \quad \boxed{0,5 \text{ pt pour le gradient}}$$

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{2,5 \times 10^3}{1,7} \Rightarrow \boxed{\frac{dT}{dx} = -1469,7 \text{ }^\circ\text{C/m (ou K/m)}} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

3. Résistance thermique de la paroi après l'ajout de l'isolant thermique :

$$R = \frac{e}{\lambda} + \frac{e_{\text{isolant}}}{\lambda_{\text{isolant}}} \quad \boxed{1 \text{ pt}}$$

$$R = \frac{0,597}{1,7} + \frac{0,075}{0,15} \Rightarrow \boxed{R = 0,851 \text{ }^\circ\text{C/W (ou K/W)}} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

4. Nouveau flux de chaleur : $q' = \frac{T_1 - T_\infty}{R + \frac{1}{h}} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$

$$q' = \frac{1000 - 30}{0,851 + \frac{1}{27}} \Rightarrow \boxed{q' = 1092,23 \text{ W/m}^2} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

Exercice 2 (05 points)

$q = 1500 \text{ W/m}^2$, $e = 0,1 \text{ m}$, $\lambda = 7,5 \text{ W/mK}$, $T_1 = 120 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_\infty = 30 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_s = 30 \text{ }^\circ\text{C}$.

1. Coefficient de convection :

Calcul de la température T_2 (car le flux de convection \neq flux de conduction) :

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e}{\lambda}} \Rightarrow T_2 = T_1 - q \frac{e}{\lambda} \quad \boxed{0,5 \text{ pt pour le flux}} \quad \boxed{0,5 \text{ pt pour la température}}$$

$$T_2 = 120 - 1500 \times \frac{0,1}{7,5} = 100 \text{ }^\circ\text{C} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

$$q = q_{\text{convection}} + q_{\text{ray}} = h(T_2 - T_\infty) + \sigma(T_2^4 - T_s^4) \quad \boxed{1 \text{ pt}}$$

2. Densité du flux de convection : $q_{\text{convection}} = h(T_2 - T_\infty)$

$$q_{\text{convection}} = 12,56 \times (100 - 30) \quad \boxed{q_{\text{convection}} = 879,2 \text{ W/m}^2} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

3. Densité du flux de rayonnement :

$$q_{ray} = \sigma(T_2^4 - T_s^4) = 5,67 \times 10^{-8} \times ((100 + 273,15)^4 - (30 + 273,15)^4)$$

$$q_{ray} = 620,44 \text{ W/m}^2 \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

Exercice 3 (04 points)

$D = 1 \text{ cm}$, $T_b = 500 \text{ }^\circ\text{C}$, $T_\infty = 30 \text{ }^\circ\text{C}$, $h = 35 \text{ W/m}^2 \text{ K}$, $T(x=0,0786 \text{ m}) = 147,5 \text{ }^\circ\text{C}$.

Calcul de la conductivité thermique :

Ailette infinie, donc : $\theta(x) = \theta_b e^{-mx} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}} \quad \theta(x) = T(x) - T_\infty \quad \theta_b = T_b - T_\infty \quad \boxed{1 \text{ pt}}$

$$m = -\frac{1}{x} \ln\left(\frac{\theta(x)}{\theta_b}\right) = -\frac{1}{x} \ln\left(\frac{T(x) - T_\infty}{T_b - T_\infty}\right) \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

$$m = -\frac{1}{0,0786} \ln\left(\frac{147,5 - 30}{500 - 30}\right) \quad m = 17,64 \text{ m}^{-1} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}} \Rightarrow \lambda = \frac{hP}{m^2 S_c} = \frac{4h\pi D}{m^2 \pi D^2} = \frac{4h}{m^2 D} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

$$\lambda = \frac{4 \times 35}{17,64^2 \times 0,01} \quad \boxed{\lambda = 45 \text{ W/mK}} \quad \boxed{1 \text{ pt}}$$

Exercice 4 (05 points)

$T_\infty = 300 \text{ K}$, $U = 30 \text{ m/s}$, $L = 0,6 \text{ m}$, $T_p = 400 \text{ K}$.

Calcul du flux de chaleur par unité de largeur :

$$Q = \bar{h}S(T_p - T_\infty) = \bar{h}Lb(T_p - T_\infty) \quad \boxed{0,25 \text{ pt}}$$

$$\frac{Q}{b} = \bar{h}L(T_p - T_\infty) \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

On calcule le coefficient global de convection.

$$T_{ref} = \frac{T_p + T_\infty}{2} = \frac{400 + 300}{2} = 350^\circ\text{C} \quad \boxed{0,25 \text{ pt pour l'expression}} \quad \boxed{0,25 \text{ pt pour le résultat}}$$

En utilisant la table de l'air, on trouve les valeurs des grandeurs nécessaires à cette température :

$$\nu = 20,76 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^2, \lambda = 0,03003 \text{ W/mK}, Pr = 0,697. \quad \boxed{0,75 \text{ pt}}$$

$$Re = \frac{UL}{\nu} \quad \boxed{0,25 \text{ pt}}$$

$$Re = \frac{30 \times 0,6}{20,76 \times 10^{-6}} = 867\,052 > 5 \times 10^5 \quad \boxed{0,25 \text{ pt}}$$

régime turbulent $\boxed{0,25 \text{ pt}}$

$$\bar{Nu} = 0,037 Re_L^{0,8} Pr^{0,33} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

$$\bar{Nu} = 0,037 \times (867052)^{0,8} \times 0,697^{0,33} = 1\,848,86 \quad \boxed{0,25 \text{ pt}}$$

$$\bar{h} = \frac{\lambda \bar{Nu}}{L} \quad \boxed{0,25 \text{ pt}}$$

$$\bar{h} = \frac{0,03003 \times 1848,86}{0,6} \quad \bar{h} = 92,53 \text{ W / m}^2 \text{ K} \quad \boxed{0,5 \text{ pt}}$$

$$\frac{Q}{b} = 92,53 \times 0,6 \times (400 - 300) \quad \frac{Q}{b} = 5\,551,8 \text{ W/m} \quad \boxed{0,75 \text{ pt}}$$

CORRIGE**2**

CORRIGE DE L'EXAMEN FINAL 2019 - 2020

Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf

Faculté de Génie Mécanique

Département de Génie Mécanique

3^e année de licence en Génie Mécanique

Option : Construction mécanique

Module : Transfert thermique

Semestre 2

Chargée du module : Dr. SAFER

Durée : 01h00

14/10/2020

CORRIGE DE L'EXAMEN FINAL

Les résultats sans unités ne sont pas comptabilisés même si les valeurs numériques sont correctes

Le sujet est accompagné d'un formulaire contenant

- L'expression de la température pour les différents types d'ailettes
- Les propriétés de l'air
- Les corrélations relatives à la convection autour d'une plaque plane

Corrigé de l'exercice 1 (06 pts)

1. Calcul des épaisseurs des deux couches

$$q = \frac{T_1 - T_3}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2}} = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e_1}{\lambda_1}} \quad \boxed{1\text{pt}}$$

$$\left(\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2}\right) \times (T_1 - T_2) = (T_1 - T_3) \times \left(\frac{e_1}{\lambda_1}\right)$$

D'autre part $e_1 + e_2 = 0,32m$

$$e_2 = 0,32 - e_1 \quad \boxed{1\text{pt}}$$

On remplace et l'on résout l'équation

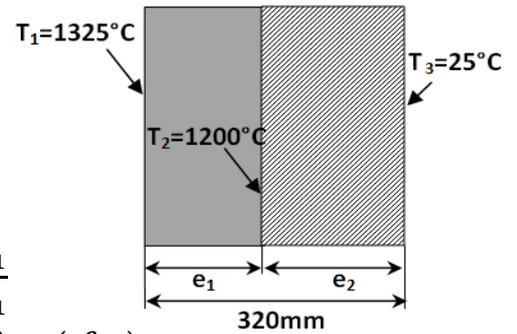
$$\left(\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2}\right) = \left(\frac{T_1 - T_3}{T_1 - T_2}\right) \times \left(\frac{e_1}{\lambda_1}\right)$$

$$\left(\frac{e_1}{0,84} + \frac{0,32 - e_1}{0,16}\right) = \left(\frac{1325 - 25}{1325 - 1200}\right) \times \left(\frac{e_1}{0,84}\right)$$

$$\left(\frac{1}{0,84} - \frac{1}{0,16} - 12,38\right) e_1 = -2$$

$$e_1 = 0,1146m$$

$$e_2 = 0,2054m \quad \boxed{1\text{pt}}$$



Remarque On peut aussi utiliser l'une des expressions suivantes pour le flux

$$q = \frac{T_1 - T_3}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{e_2}{\lambda_2}}$$

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e_1}{\lambda_1}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{e_2}{\lambda_2}}$$

2. Calcul de la densité du flux de chaleur à travers cette paroi.

$$q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e_1}{\lambda_1}} \quad \boxed{1\text{pt}} \qquad q = \frac{1325 - 1200}{\frac{0,115}{0,84}} = 916,23W/m^2 \quad \boxed{1\text{pt}}$$

Remarque On peut aussi utiliser l'une des autres expressions suivantes pour le flux

$$q = \frac{T_1 - T_3}{\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{e_2}{\lambda_2}} = \frac{T_2 - T_3}{\frac{e_2}{\lambda_2}}$$

Corrigé de l'exercice 2 (04pts)

L'ailette est infinie, donc :

$$\theta(x) = \theta_b \times e^{-mx} \quad \boxed{1\text{pt}}$$

$$e^{-mx} = \frac{\theta(x)}{\theta_b}$$

$$-mx = \ln\left(\frac{\theta(x)}{\theta_b}\right) \qquad m = -\frac{1}{x} \ln\left(\frac{\theta(x)}{\theta_b}\right)$$

$$m = -\frac{1}{x} \ln \left(\frac{T(x) - T_{\infty}}{T_b - T_{\infty}} \right) \quad \boxed{1pt}$$

$$m = -\frac{1}{0,38} \ln \left(\frac{40 - 30}{300 - 30} \right) = 8,67 m^{-1}$$

$$m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}} \quad \boxed{1pt}$$

$$h = \frac{\lambda S_c m^2}{P}$$

$$h = \frac{205 \times 0,005 \times 0,018 \times 8,67^2}{2 \times (0,005 + 0,018)} = 30,15 W/m^2 K \quad \boxed{1pt}$$

Remarque Il n'est pas nécessaire de passer par le calcul numérique de m . il est possible de donner directement l'expression suivante du coefficient de convection puis de le calculer

$$h = \frac{\lambda S_c}{P} \times \frac{1}{x^2} \left[\ln \left(\frac{\theta(x)}{\theta_b} \right) \right]^2$$

Corrigé de l'exercice 3 (06 pts)

La convection est forcée.

Température de référence $T_{réf} = \frac{20+60}{2} = 40^\circ C \quad \boxed{0,5pt}$

Les propriétés de l'air à cette température sont $\nu = 16,96 \times 10^{-6} m^2/s$, $\lambda = 0,0275 W/mK$, $Pr = 0,699$;

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad \boxed{0,5pt}$$

$$Re = \frac{40 \times 1}{16,96 \times 10^{-6}} = 2\,358\,490 \quad \boxed{0,5pt} \quad Re > 5 \times 10^5 \quad \text{le régime est turbulent} \quad \boxed{0,5pt}$$

$$Nu = 0,037 \times Re^{0,8} \times Pr^{0,33} = 4\,120,84 \quad \boxed{1pt}$$

$$Nu = \frac{hL}{\lambda} \quad h = \frac{\lambda Nu}{L} \quad h = 113,32 W/m^2 K \quad \boxed{1pt}$$

$$q = h(T_p - T_{\infty}) \quad \boxed{1pt}$$

$$q = 113,32 \times (60 - 20) = 4\,532,8 W/m^2 \quad \boxed{1pt}$$

Corrigé de l'exercice 4 (04 pts)

1. Le flux de chaleur émis par ce corps

$$Q = \sigma S T^4 \quad \boxed{1pt}$$

$$Q = 5,67 \times 0,12 \times (527 + 273,15)^4 = 2\,789 W \quad \boxed{1pt}$$

2. La longueur d'onde monochromatique maximale émise par ce corps

Loi de Wien $\lambda_{max} T = C_3 = 2897,8 \mu m.K \quad \boxed{1pt}$

$$\lambda_{max} = \frac{2897,8}{527+273,15} = 3,62 \mu m \quad \boxed{1pt}$$

CORRIGE**3****CORRIGE DE L'EXAMEN
FINAL 2020 - 2021**

Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf

Faculté de Génie Mécanique

Département de Génie Mécanique

3^e année de licence en Génie Mécanique**Option : Construction mécanique****Module : Transfert thermique**

Semestre 2

Chargée du module : Dr. SAFER**Durée : 01h00****20/06/2021****CORRIGE DE L'EXAMEN FINAL***Le sujet est accompagné d'un formulaire.***Exercice 1 (05 pts)**

La face interne d'une paroi plane en acier de 12mm d'épaisseur est exposée à de l'eau à 95°C. La conductivité thermique de cette paroi est 50W/mK. Le coefficient de convection thermique de l'eau est 2850W/m²°C. L'autre face de cette paroi est exposée à l'air ambiant à 15°C avec un coefficient de convection de 10W/m²K.

4. Calcul de la densité du flux de chaleur dans le mur

$$q = \frac{T_{\infty 1} - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_1} + \frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_2}} \quad \boxed{1\text{pt}} \qquad q = \frac{95 - 15}{\frac{1}{2850} + \frac{12 \times 10^{-3}}{50} + \frac{1}{10}} = 795,30 \text{ W/m}^2 \quad \boxed{1\text{pt}}$$

5. Calcul de la température de la face interne de cette paroi T₁

$$q = \frac{T_{\infty 1} - T_1}{\frac{1}{h_1}} \quad \boxed{0,5\text{pt}} \qquad T_1 = T_{\infty 1} - \frac{q}{h_1}$$

$$T_1 = 95 - \frac{795,3}{2850} = 94,72^\circ\text{C} = 367,87\text{K} \quad \boxed{1\text{pt}}$$

Remarque Il est possible d'utiliser aussi l'expression $q = \frac{T_1 - T_{\infty 2}}{\frac{e}{\lambda} + \frac{1}{h_2}}$

6. Calculer la température de la face externe de cette paroi T₂.

$$q = \frac{T_2 - T_{\infty 2}}{\frac{1}{h_2}} \quad (\text{ou } q = \frac{T_{\infty 1} - T_2}{\frac{1}{h_1} + \frac{e}{\lambda}} \text{ ou } q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{e}{\lambda}}) \quad \boxed{0,5\text{pt}} \qquad T_2 = \frac{q}{h_2} + T_{\infty 2} \quad T_2 = 94,53^\circ\text{C} \quad \boxed{1\text{pt}}$$

Exercice 2 (05 pts)

3. Calculer le flux de chaleur dégagé par une ailette adiabatique en acier de 50mm de long, 100mm de large et 5mm d'épaisseur. La conductivité thermique de cette ailette est 58,33W/mK et le coefficient de convection du milieu ambiant est 11,66W/m²°C. La température de la base de cette ailette est 80°C tandis que l'air ambiant est à 20°C.

$$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \tanh(mL) \quad \boxed{0,5\text{pt}} \qquad m = \sqrt{\frac{hP}{\lambda S_c}} \quad \boxed{1\text{pt}}$$

$$m = \sqrt{\frac{11,66 \times (100 + 5) \times 2 \times 10^{-3}}{58,33 \times 100 \times 5 \times 10^{-6}}} = 9,16 \text{ m}^{-1} \quad \boxed{1\text{pt}}$$

$$Q = \sqrt{11,66 \times (100 + 5) \times 2 \times 10^{-3} \times 58,33 \times 100 \times 5 \times 10^{-6}} \times (80 - 20) \tanh(9,16 \times 0,05) = 6,87\text{W} \quad \boxed{1\text{pt}}$$

4. Calculer la température à l'extrémité de cette ailette

$$\theta(L) = \theta_b \frac{ch(m(L-L))}{ch(mL)} \quad \boxed{0,5\text{pt}}$$

$$\theta(L) = (80 - 20) \frac{ch(0)}{ch(9,16 \times 0,05)} = 54,21^\circ\text{C} \quad \boxed{0,5\text{pt}}$$

$$\theta(L) = T(L) - T_\infty \qquad T(L) = 54,21 + 20 = 74,21^\circ\text{C} \quad \boxed{0,5\text{pt}}$$

Exercice 3 (05 pts)

De l'air à 20°C avec une vitesse de 3m/s s'écoule à travers une surface plane de 1m de long et 500mm de large et 20mm d'épaisseur. Le matériau de la surface a une conductivité thermique de 23W/mK. La surface est maintenue à 100°C.

1. Calculer le flux de chaleur à travers cette surface.

La convection est forcée. $\boxed{0,25\text{pt}}$ Calcul du nombre de Reynolds

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad \boxed{0,25\text{pt}} \qquad T_{réf} = \frac{20 + 100}{2} = 60^\circ\text{C} \quad \boxed{0,25\text{pt}}$$

A partir de la table de l'air à 60°C :

$$\nu = 1,905 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}, \lambda = 28,90 \times 10^{-3} \text{W/mK}, Pr = 0,701 ;$$

$$Re = 157\,480,3 \quad \boxed{0,25\text{pt}} < 5 \times 10^5 \quad \boxed{0,25\text{pt}} \quad \text{le régime est laminaire} \quad \boxed{0,25\text{pt}}$$

$$\overline{Nu} = 0,664 \times Re^{0,5} \times Pr^{0,33} \quad \boxed{0,25\text{pt}} \quad \overline{Nu} = 234,35 \quad \boxed{0,25\text{pt}}$$

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{\lambda} \quad \boxed{0,5\text{pt}} \quad \bar{h} = \frac{\lambda \overline{Nu}}{L} = 6,77 \text{W/m}^2\text{K} \quad \boxed{0,5\text{pt}}$$

$$Q = \bar{h}S(T_p - T_\infty) \quad \boxed{0,5\text{pt}}$$

$$Q = 6,77 \times 1 \times 0,5 \times (100 - 20) = 270,8 \text{W} \quad \boxed{0,5\text{pt}}$$

2. Calculer la température de la face inférieure de cette surface.

La chaleur est transférée par conduction dans la surface, donc

$$\bar{Q} = -\lambda_{surface} S \frac{T_p - T_{inf}}{e} \quad \boxed{0,5\text{pt}}$$

$$T_{inf} = T_p + \frac{\bar{Q} e}{\lambda_{surface} S} = 100,48^\circ\text{C} \quad \boxed{0,5\text{pt}}$$

Exercice 4 (05 pts)

La température d'un corps noir est 627°C et sa surface $0,1\text{m}^2$. La constante de Stefan-Boltzmann est $5,67 \times 10^{-8} \text{SI}$.

3. Définir un réflecteur diffus

Un émetteur diffus émet le rayonnement uniformément dans toutes les directions avec la même intensité $\boxed{1\text{pt}}$

4. Calculer le flux de chaleur émis par ce corps

$$Q = \sigma S T^4$$

$\boxed{1\text{pt}}$

$$Q = 5,67 \times 0,1 \times (627 + 273,15)^4 = 3\,722,66 \text{W} \quad \boxed{1\text{pt}}$$

5. Trouver la longueur d'onde monochromatique maximale émise par ce corps.

$$\text{Loi de Wien } \lambda_{max} T = C_3 = 2897,8 \mu\text{m.K} \quad \boxed{1\text{pt}}$$

$$\lambda_{max} = \frac{2897,8}{627+273,15} = 3,22 \mu\text{m} \quad \boxed{1\text{pt}}$$

CORRIGE

4

CORRIGE DE L'EXAMEN FINAL 2021 - 2022

Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf

Faculté de Génie Mécanique

Département de Génie Mécanique

3^e année de licence en Génie Mécanique

Option : Construction mécanique

Module : Transfert thermique

Semestre 2

Chargée du module : SAFER

Durée : 01h00

02/06/2022

CORRIGE DE L'EXAMEN FINAL

$$Q = \sqrt{hP\lambda S_c} \theta_b \tanh(mL) \quad \boxed{0,5pt}$$

$$Q = \sqrt{10 \times 2\pi \times 0,005 \times 40 \times \pi \times 0,005^2} \times (400 - 30) \times \tanh(10 \times 0,4) = 11,61W$$

$\boxed{0,5pt}$

7. l'efficacité de l'ailette

$$\varepsilon = \frac{Q}{hS_c\theta_b} \quad \boxed{0,5pt}$$

$$\varepsilon = \frac{11,61}{10 \times \pi \times 0,005^2 \times (400 - 30)} = 39,95 \approx 40 \quad \boxed{0,5pt}$$

Exercice 3 (05 pts)

L'hydrogène à 1atm et 60°C s'écoule le long d'une plaque plane à 122m/s. La plaque qui a une longueur de 1,22m est à 94°C. Calculer le coefficient de convection global.

$$\text{Convection forcée. } T_{réf} = \frac{60+94}{2} = 77^\circ C \approx 350K \quad \boxed{0,5pt}$$

A partir de la table de H₂ : $\nu = 141,9 \times 10^{-6} \text{m}^2/\text{s}$, $\lambda = 0,206 \text{W/mK}$, $Pr = 0,697$;

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad \boxed{0,5pt}$$

$$Re = \frac{122 \times 1,22}{141,9 \times 10^{-6}} = 1,049 \times 10^6 \quad \boxed{0,5pt} \quad Re > 5 \times 10^5 \quad \boxed{0,5pt} \quad \text{Le régime est turbulent} \quad \boxed{0,5pt}$$

$$\overline{Nu} = 0,037 \times Re^{0,8} \times Pr^{0,33} \quad \boxed{0,5pt}$$

$$\overline{Nu} = 0,037 \times (1,049 \times 10^6)^{0,8} \times 0,697^{0,33} = 2153,22 \quad \boxed{0,5pt}$$

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{\lambda} \quad \boxed{0,5pt} \quad \bar{h} = \frac{\lambda \overline{Nu}}{L} = 363,57 \text{W/m}^2\text{K} \quad \boxed{1pt}$$

Exercice 4 (04 pts)

Le diamètre du soleil est 1 392 000km et il est considéré comme un corps noir à 5503,85°C. Calculer le flux de chaleur émis par le soleil. La constante de Stefan-Boltzmann est $5,67 \times 10^{-8}$ SI.

$$Q = \sigma ST^4 \quad \boxed{1pt}$$

$$Q = \sigma 4\pi R^2 T^4 \quad \boxed{1pt}$$

$$Q = 5,67 \times 10^{-8} \times 4 \times \pi \times \left(\frac{1\,392\,000 \times 10^3}{2} \right)^2 (5503,85 + 273,15)^4 = 3,84 \times 10^{26} \text{W} \quad \boxed{2pts}$$

ANNEXES

Liste des annexes

Annexe 1	Courbes des rapports des conductivités thermiques en fonction de la pression pour différentes températures	02
Annexe 2	Propriétés des liquides à l'état de saturation	03

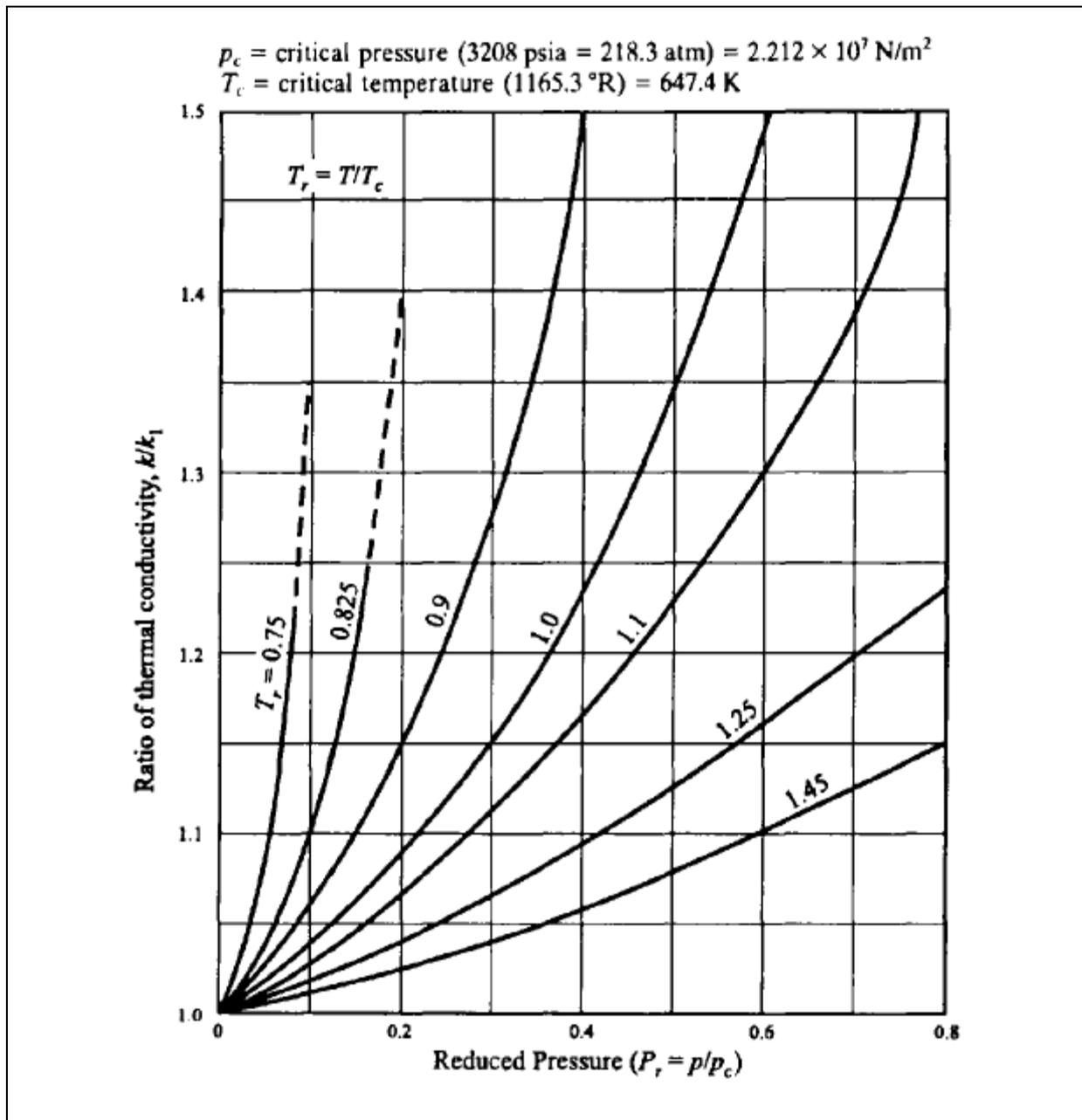


Fig. A.1 Courbes des rapports des conductivités thermiques en fonction de la pression pour différentes températures

ANNEXE

2

PROPRIETES DES LIQUIDES A L'ETAT DE SATURATION

t (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p (J/kg·K)	ν (m ² /s)	k (W/m·K)	α (m ² /s)	Pr	β (K ⁻¹)	
Water, H ₂ O								
0	1 002.28	4.2178 × 10 ³	1.788 × 10 ⁻⁶	0.552	1.308 × 10 ⁻⁷	13.6	0.18 × 10 ⁻³	
20	1 000.52	4.1818	1.006	0.597	1.430	7.02		
40	994.59	4.1784	0.658	0.628	1.512	4.34		
60	985.46	4.1843	0.478	0.651	1.554	3.02		
80	974.08	4.1964	0.364	0.668	1.636	2.22		
100	960.63	4.2161	0.294	0.680	1.680	1.74		
120	945.25	4.250	0.247	0.685	1.708	1.446		
140	928.27	4.283	0.214	0.684	1.724	1.241		
160	909.69	4.342	0.190	0.680	1.729	1.099		
180	889.03	4.417	0.173	0.675	1.724	1.004		
200	866.76	4.505	0.160	0.665	1.706	0.937		
220	842.41	4.610	0.150	0.652	1.680	0.891		
240	815.66	4.756	0.143	0.635	1.639	0.871		
260	785.87	4.949	0.137	0.611	1.577	0.874		
280.6	752.55	5.208	0.135	0.580	1.481	0.910		
300	714.26	5.728	0.135	0.540	1.324	1.019		
Ammonia, NH ₃								
-50	703.69	4.463 × 10 ³	0.435 × 10 ⁻⁶	0.547	1.742 × 10 ⁻⁷	2.60	2.45 × 10 ⁻³	
-40	691.68	4.467	0.406	0.547	1.775	2.28		
-30	679.34	4.476	0.387	0.549	1.801	2.15		
-20	666.69	4.509	0.381	0.547	1.819	2.09		
-10	653.55	4.564	0.378	0.543	1.825	2.07		
0	640.10	4.635	0.373	0.540	1.819	2.05		
10	626.16	4.714	0.368	0.531	1.801	2.04		
20	611.75	4.798	0.359	0.521	1.775	2.02		
30	596.37	4.890	0.349	0.507	1.742	2.01		
40	580.99	4.999	0.340	0.493	1.701	2.00		
50	564.33	5.116	0.330	0.476	1.654	1.99		
Carbon dioxide, CO ₂								
-50	1 156.34	1.84 × 10 ³	0.119 × 10 ⁻⁶	0.0855	0.4021 × 10 ⁻⁷	2.96		14.00 × 10 ⁻³
-40	1 117.77	1.88	0.118	0.1011	0.4810	2.46		
-30	1 076.76	1.97	0.117	0.1116	0.5272	2.22		
-20	1 032.39	2.05	0.115	0.1151	0.5445	2.12		
-10	983.38	2.18	0.113	0.1099	0.5133	2.20		
0	926.99	2.47	0.108	0.1045	0.4578	2.38		
10	860.03	3.14	0.101	0.0971	0.3608	2.80		
20	772.57	5.0	0.091	0.0872	0.2219	4.10		
30	597.81	36.4	0.080	0.0703	0.0279	28.7		

ANNEXE

2

PROPRIETES DES LIQUIDES A L'ETAT DE SATURATION (SUITE)

t (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p (J/kg·K)	ν (m ² /s)	k (W/m·K)	α (m ² /s)	Pr	β (K ⁻¹)
Sulfur dioxide, SO ₂							
-50	1 560.84	1.3595 × 10 ³	0.484 × 10 ⁻⁶	0.242	1.141 × 10 ⁻⁷	4.24	1.94 × 10 ⁻³
-40	1 536.81	1.3607	0.424	0.235	1.130	3.74	
-30	1 520.64	1.3616	0.371	0.230	1.117	3.31	
-20	1 488.60	1.3624	0.324	0.225	1.107	2.93	
-10	1 463.61	1.3628	0.288	0.218	1.097	2.62	
0	1 438.46	1.3636	0.257	0.211	1.081	2.38	
10	1 412.51	1.3645	0.232	0.204	1.066	2.18	
20	1 386.40	1.3653	0.210	0.199	1.050	2.00	
30	1 359.33	1.3662	0.190	0.192	1.035	1.83	
40	1 329.22	1.3674	0.173	0.185	1.019	1.70	
50	1 299.10	1.3683	0.162	0.177	0.999	1.61	
Methyl chloride, CH ₃ Cl							
-50	1 052.58	1.4759 × 10 ³	0.320 × 10 ⁻⁶	0.215	1.388 × 10 ⁻⁷	2.31	2.63 × 10 ⁻³
-40	1 033.35	1.4826	0.318	0.209	1.368	2.32	
-30	1 016.53	1.4922	0.314	0.202	1.337	2.35	
-20	999.39	1.5043	0.309	0.196	1.301	2.38	
-10	981.45	1.5194	0.306	0.187	1.257	2.43	
0	962.39	1.5378	0.302	0.178	1.213	2.49	
10	942.36	1.5600	0.297	0.171	1.166	2.55	
20	923.31	1.5860	0.293	0.163	1.112	2.63	
30	903.12	1.6161	0.288	0.154	1.058	2.72	
40	883.10	1.6504	0.281	0.144	0.996	2.83	
50	861.15	1.6890	0.274	0.133	0.921	2.97	
Dichlorodifluoromethane (Freon), CCl ₂ F ₂							
-50	1 546.75	0.8750 × 10 ³	0.310 × 10 ⁻⁶	0.067	0.501 × 10 ⁻⁷	6.2	2.63 × 10 ⁻³
-40	1 518.71	0.8847	0.279	0.069	0.514	5.4	
-30	1 489.56	0.8956	0.253	0.069	0.526	4.8	
-20	1 460.57	0.9073	0.235	0.071	0.539	4.4	
-10	1 429.49	0.9203	0.221	0.073	0.550	4.0	
0	1 397.45	0.9345	0.214	0.073	0.557	3.8	
10	1 364.30	0.9496	0.203	0.073	0.560	3.6	
20	1 330.18	0.9659	0.198	0.073	0.560	3.5	
30	1 295.10	0.9835	0.194	0.071	0.560	3.5	
40	1 257.13	1.0019	0.191	0.069	0.555	3.5	
50	1 215.96	1.0216	0.190	0.067	0.545	3.5	
Eutectic calcium chloride solution, 29.9% CaCl ₂							
-50	1 319.76	2.608 × 10 ³	36.35 × 10 ⁻⁶	0.402	1.166 × 10 ⁻⁷	312	
-40	1 314.96	2.6356	24.97	0.415	1.200	208	
-30	1 310.15	2.6611	17.18	0.429	1.234	139	
-20	1 305.51	2.688	11.04	0.445	1.267	87.1	
-10	1 300.70	2.713	6.96	0.459	1.300	53.6	

ANNEXE

2

PROPRIETES DES LIQUIDES A L'ETAT DE SATURATION (SUITE)

t (°C)	ρ (kg/m ³)	c_p (J/kg·K)	ν (m ² /s)	k (W/m·K)	α (m ² /s)	Pr	β (K ⁻¹)
Eutectic calcium chloride solution, 29.9% CaCl ₂ (continued)							
0	1 296.06	2.738×10^3	4.39×10^{-6}	0.472	1.332×10^{-7}	33.0	
10	1 291.41	2.763	3.35	0.485	1.363	24.6	
20	1 286.61	2.788	2.72	0.498	1.394	19.6	
30	1 281.96	2.814	2.27	0.511	1.419	16.0	
40	1 277.16	2.839	1.92	0.523	1.445	13.3	
50	1 272.51	2.868	1.65	0.535	1.468	11.3	
Glycerin, C ₃ H ₈ (OH) ₃							
0	1 276.03	2.261×10^3	0.008 31	0.282	0.983×10^{-7}	84.7×10^3	
10	1 270.11	2.319	0.003 00	0.284	0.965	31.0	0.50×10^{-3}
20	1 264.02	2.386	0.001 18	0.286	0.947	12.5	
30	1 258.09	2.445	0.000 50	0.286	0.929	5.38	
40	1 252.01	2.512	0.000 22	0.286	0.914	2.45	
50	1 244.96	2.583	0.000 15	0.287	0.893	1.63	
Ethylene glycol, C ₂ H ₄ (OH) ₂							
0	1 130.75	2.294×10^3	57.53×10^{-6}	0.242	0.934×10^{-7}	615	0.65×10^{-3}
20	1 116.65	2.382	19.18	0.249	0.939	204	
40	1 101.43	2.474	8.69	0.256	0.939	93	
60	1 087.66	2.562	4.75	0.260	0.932	51	
80	1 077.56	2.650	2.98	0.261	0.921	32.4	
100	1 058.50	2.742	2.03	0.263	0.908	22.4	
Engine oil (unused)							
0	899.12	1.796×10^3	0.004 28	0.147	0.911×10^{-7}	47 100	0.70×10^{-3}
20	888.23	1.880	0.000 90	0.145	0.872	10 400	
40	876.05	1.964	0.000 24	0.144	0.834	2 870	
60	864.04	2.047	0.839×10^{-4}	0.140	0.800	1 050	
80	852.02	2.131	0.375	0.138	0.769	490	
100	840.01	2.219	0.203	0.137	0.738	276	
120	828.96	2.307	0.124	0.135	0.710	175	
140	816.94	2.395	0.080	0.133	0.686	116	
160	805.89	2.483	0.056	0.132	0.663	84	
Mercury, Hg							
0	13 628.22	0.1403×10^3	0.124×10^{-6}	8.20	42.99×10^{-7}	0.0288	1.82×10^{-4}
20	13 579.04	0.1394	0.114	8.69	46.06	0.0249	
50	13 505.84	0.1386	0.104	9.40	50.22	0.0207	
100	13 384.58	0.1373	0.0928	10.51	57.16	0.0162	
150	13 264.28	0.1365	0.0853	11.49	63.54	0.0134	
200	13 144.94	0.1570	0.0802	12.34	69.08	0.0116	
250	13 025.60	0.1357	0.0765	13.07	74.06	0.0103	
315.5	12 847	0.134	0.0673	14.02	81.5	0.0083	

ANNEXE

2

PROPRIETES DES LIQUIDES A L'ETAT DE SATURATION (SUITE)

T (K)	ρ (kg/m ³)	c_p (J/kg·K)	μ (kg/m·s)	ν (m ² /s)	k (W/m·K)	α (m ² /s)	Pr
Carbon dioxide							
220	2.4733	0.783×10^3	11.105×10^{-6}	4.490×10^{-6}	0.010 805	$0.059 20 \times 10^{-4}$	0.818
250	2.1657	0.804	12.590	5.813	0.012 884	0.074 01	0.793
300	1.7973	0.871	14.958	8.321	0.016 572	0.105 88	0.770
350	1.5362	0.900	17.205	11.19	0.020 47	0.148 08	0.755
400	1.3424	0.942	19.32	14.39	0.024 61	0.194 63	0.738
450	1.1918	0.980	21.34	17.90	0.028 97	0.248 13	0.721
500	1.0732	1.013	23.26	21.67	0.033 52	0.308 4	0.702
550	0.9739	1.047	25.08	25.74	0.038 21	0.375 0	0.685
600	0.8938	1.076	26.83	30.02	0.043 11	0.448 3	0.668
Carbon monoxide							
220	1.553 63	1.0429×10^3	13.832×10^{-6}	8.903×10^{-6}	0.019 06	$0.117 60 \times 10^{-4}$	0.758
250	0.841 0	1.0425	15.40	11.28	0.021 44	0.150 63	0.750
300	1.138 76	1.0421	17.843	15.67	0.025 25	0.212 80	0.737
350	0.974 25	1.0434	20.09	20.62	0.028 83	0.283 6	0.728
400	0.853 63	1.0484	22.19	25.99	0.032 26	0.360 5	0.722
450	0.758 48	1.0551	24.18	31.88	0.043 6	0.443 9	0.718
500	0.682 23	1.0635	26.06	38.19	0.038 63	0.532 4	0.718
550	0.620 24	1.0756	27.89	44.97	0.041 62	0.624 0	0.721
600	0.568 50	1.0877	29.60	52.06	0.044 46	0.719 0	0.724
Ammonia, NH ₃							
220	0.3828	2.198×10^3	7.255×10^{-6}	1.90×10^{-5}	0.0171	0.2054×10^{-4}	0.93
273	0.7929	2.177	9.353	1.18	0.0220	0.1308	0.90
323	0.6487	2.177	11.035	1.70	0.0270	0.1920	0.88
373	0.5590	2.236	12.886	2.30	0.0327	0.2619	0.87
423	0.4934	2.315	14.672	2.97	0.0391	0.3432	0.87
473	0.4405	2.395	16.49	3.74	0.0467	0.4421	0.84
Steam (H ₂ O vapor)							
380	0.5863	2.060×10^3	12.71×10^{-6}	2.16×10^{-5}	0.0246	0.2036×10^{-4}	1.060
400	0.5542	2.014	13.44	2.42	0.0261	0.2338	1.040
450	0.4902	1.980	15.25	3.11	0.0299	0.307	1.010
500	0.4405	1.985	17.04	3.86	0.0339	0.387	0.996
550	0.4005	1.997	18.84	4.70	0.0379	0.475	0.991
600	0.3652	2.026	20.67	5.66	0.0422	0.573	0.986
650	0.3380	2.056	22.47	6.64	0.0464	0.666	0.995
700	0.3140	2.085	24.26	7.72	0.0505	0.772	1.000
750	0.2931	2.119	26.04	8.88	0.0549	0.883	1.005
800	0.2739	2.152	27.86	10.20	0.0592	1.001	1.010
850	0.2579	2.186	29.69	11.52	0.0637	1.130	1.019

Source : [2]

Bibliographie

- [1] Moran M. J, Shapiro H. N, Munson B. R, DeWitt D. P. Introduction to Thermal Systems Engineering: Thermodynamics, Fluid Mechanics, and Heat Transfer. John Wiley & Sons, Inc., USA, 2003.
- [2] Kothandaraman C.P. Fundamentals of heat and mass transfer. New age international, 3rd revised edition, New Delhi, 2006.
- [3] TT Nguyen T. T, Picandet V, Lecompte T. et al. Etude de la compacité du béton de chanvre sur leurs caractéristiques mécaniques et thermiques. Conference: XXVIIèmes Rencontre de l'Association Universitaire de Génie Civil, Project: Cement pastes rheology / Bio-based building materials (hempcrete, straw, bio-based composites), 2009.
- [4] <https://www.thomasnet.com/articles/process-equipment/understanding-heat-exchangers> (site visité le 02 juin 2020)
- [5] Pitts D., Sissom L. E. Theory and problems of heat transfer. 2nd edition, Mc- Graw Hill, USA, 1998.
- [6] Holman, P.J.. Heat Transfer, McGraw-Hill. 9th edition, 2002.
- [7] Incropera, F.P. and Dewitt, D.P. Introduction to Heat Transfer, Fourth Edition, John Wiley and Sons. 2002
- [8] Kern, D.Q. Process Heat Transfer. McGraw-Hill, 1950.
- [9] Annaratone D. Engineering heat transfer. Springer, Berlin, 2010;
- [10] Lienhard IV J. H., Lienhard V J. H. A heat transfer text book. 3rd edition, Phlogiston press, USA, 2006;
- [11] Kutz M. Heat transfer calculations. McGraw-Hill, USA, 2006
- [12] Kreith F., Boehm R. F. et al. Heat and mass transfer. CRC Press, USA, 1999
- [13] Raju K. S. N. Fluid mechanics, Heat transfer, and Mass transfer. Wiley, USA, 2011
- [14] Holman J. P. Heat transfer. 10th edition, USA, 2012.