



République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf

Faculté de Physique

Département de Génie Physique

# MEMOIRE

En vue de l'obtention du  
Diplôme de Magister

Présenté et Soutenu par :  
*Mme Assaf Imene*

Intitulé

**Effet des conditions aux limites sur la  
propagation du streamer positif dans l'azote**

**Spécialité** : *Génie physique*  
**Option** : *Modélisation des Systèmes Physiques*

Le jury est composé de :

**Grade, Nom & Prénom**

Pr ELCHIKH MOKHTAR

MCA FLITTI AICHA

Pr BOUTAOUS AHMED

MCA BENDELLA SOUMIA

**Statut**

PRESIDENT

RAPPORTEUR

EXAMINATEUR

EXAMINATEUR

**Domiciliation**

USTO\_MB

USTO\_MB

USTO\_MB

USTO\_MB

Année Universitaire 2015 / 2016

## REMERCIEMENTS

Je remercie tout d'abord **ALLAH** le tout puissant qui m'a guidé sur le bon chemin et m'a donné la force pour pouvoir dépasser toutes les difficultés ;

J'exprime ma profonde reconnaissance à ma source d'amour et d'affection, mes très chers parents qui ont sacrifié leur vie pour mon éducation et mon instruction afin que je puisse arriver à mon but.

Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire Physique des Matériaux et des Fluides (Faculté de Physique). Je tiens à remercier vivement les personnes qui ont participé à l'avancement et à l'aboutissement de ce travail.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à Madame Flitti Aicha Maitre de Conférences A à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, Département Technologie des Matériaux, Faculté de Physique, pour son encadrement, son aide et son soutien, notamment dans les moments difficiles.

J'adresse mes remerciements à Mr Elchikh Mokhtar Professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, Département Technologie des Matériaux, Faculté de Physique, pour avoir accepté la présidence du jury de soutenance de thèse et pour son accueil au sein de son laboratoire.

## Remerciements

---

Je remercie également Monsieur Boutaous Ahmed Professeur à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, Département Technologie des Matériaux, Faculté de Physique et Mademoiselle Bendella Soumia, Maitre de Conférences A à l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran, Département de Génie Physique, Faculté de Physique d'avoir accepté la tâche de rapporteurs.

Qu'ils acceptent ma sincère reconnaissance pour le temps consacré à la lecture de ma thèse et les améliorations suggérées.

Je ne saurais oublier mon mari Zerigui Benamar qui m'a soutenue, m'a donnée la force de continuer jusqu'au bout et a toujours été présent à mes côtés.

Mes chaleureux remerciements à mes chers frères Raef, Nassim et ma chère sœur Ibtissem pour leur amour, soutien et lumineux conseils durant toutes mes années d'études.

Une mention toute particulière doit être attribuée à Kaddar Karima pour son aide et le réconfort moral qu'elle me donnait.

J'aimerais aussi remercier Soumia pour sa disponibilité et son amitié.

# Introduction

# Introduction générale

---

Le travail de recherche du présent mémoire a été effectué au Laboratoire Matériaux et Fluides situé au Département de Génie Physique, Faculté de Physique, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran dans le cadre de la post graduation Option Modélisation des Systèmes Physiques.

Les décharges électriques apparaissent dans beaucoup de phénomènes naturels (foudre) et dans de nombreuses applications industrielles. On peut citer le traitement des effluents gazeux issus des centrales thermiques, échappement des voitures, la production d'ozone, (traitement de l'eau ou des pâtes à papier). Pour ces applications est né le besoin d'une caractérisation physico-chimique du plasma engendré et cela ne peut être fait sans une description accrue des phénomènes conduisant à la décharge.

Notre travail porte sur la modélisation bidimensionnelle d'une décharge dans l'azote à pression atmosphérique initiée entre deux électrodes plates, parallèles, métalliques et l'étude des effets des conditions aux limites sur la propagation du streamer positif dans l'azote.

Le passage de la décharge dans le gaz à haute pression produit un plasma non thermique défini par une température électronique supérieure à celle des ions.

La distribution de l'énergie permet un traitement chimique plus efficace par rapport aux décharges thermiques où les ions et les électrons ont la même énergie.

L'énergie dans le cas de ces décharges sert principalement à chauffer les électrons et non pas le gaz dans son ensemble. Les électrons énergétiques provoquent ensuite des collisions inélastiques produisant des espèces radicalaires et des réactifs qui permettent d'induire des réactions chimiques.

L'hypothèse du streamer a été introduite par Raether, Meek et Loeb. Dans leur modèle, on explique l'avancée de la décharge par celle d'un front d'ionisation qui se propage au sein de l'espace inter électrodes. Une fois la décharge initialisée, on remarque que sa propagation est assurée sans l'aide d'aucun agent extérieur.

Ce phénomène d'auto entretien ainsi que les considérations sur la propagation du streamer aussi bien positif que négatif sont traités dans le chapitre I où on va faire un rappel de la physique de la décharge et des applications industrielles où interviennent ce type de décharges.

## Introduction générale

---

Dans le chapitre II, on va voir que la modélisation d'un gaz peut se faire de trois manières : soit en utilisant le gaz sous son aspect microscopique particulaire, soit en considérant le comportement du gaz comme un milieu continu grâce aux équations hydrodynamiques, soit en utilisant un modèle hybride. L'approche microscopique se base sur la résolution soit directe soit par des méthodes de type Monte et Carlo de l'équation de Boltzmann.

En termes de traitement numérique, la résolution dans la configuration d'une décharge électrique à pression atmosphérique et pour des distances inter-électrodes de l'ordre du centimètre induit un cout de calcul vite inabordable pour les puissances de calcul actuelles.

On a donc décidé d'étudier les phénomènes suivant un traitement macroscopique. Il s'appuie sur la résolution de la suite des moments de l'équation de Boltzmann. Les termes de cette suite sont obtenus par multiplication de l'équation de Boltzmann par les puissances successives de la vitesse ( $1, v, v^2, \dots, v^n$ ) ensuite l'intégration suivant l'espace des vitesses.

Le chapitre III va traiter des techniques de résolution numériques utilisées. La résolution des équations de conservation en 1D et 2D fait l'objet de la première partie de ce chapitre. La détermination de la densité des espèces est une des étapes importantes de la simulation. Elle nécessite une très grande précision. Un des apports de notre travail est la simulation du schéma FCT-LPE et sa comparaison à deux autres schémas Upwind et Lax Wendroff. Pour la simulation en 2D de l'équation de continuité, on va utiliser la méthode à pas fractionnés. On va ensuite procéder à la résolution de l'équation de Poisson par la méthode Biconjugate Gradient Stabilized (BICGSTAB).

Dans le chapitre IV, on va coupler de manière fluide entre l'équation de continuité en 2D où le flux est calculé par le schéma FCT-LPE et la méthode utilisée est la méthode à pas fractionnés et l'équation de Poisson en 2D (résolue par la méthode BICGSTAB) pour obtenir le modèle 2D pour la simulation de la décharge streamer positif dans le gaz azote dans une configuration plan-plan. On va aussi étudier l'effet des conditions aux limites dures et lisses sur la propagation du streamer positif.

# Chapitre I

---

## Etat de l'art et applications industrielles

---

# Chapitre I

---

## SOMMAIRE

<b>Chapitre I</b>		<b>Page</b>
	Sommaire.	8
1.1.	Introduction.	9
1.2.	Définition d'un plasma.	9
1.2.1.	Plasmas thermiques (chauds).	11
1.2.2.	Plasmas hors équilibre (froids).	12
1.3.	Grandeurs caractéristiques des plasmas.	13
1.3.1.	Collisions.	13
1.3.1.1.	Collisions élastiques.	14
1.3.1.2.	Collisions inélastiques.	14
1.3.2.	Section efficace et libre parcours moyen.	15
1.4.	Principaux processus collisionnels.	16
1.4.1.	Ionisation thermique.	16
1.4.2.	Ionisation par collisions.	17
1.4.3.	Ionisation par photon ou photo-ionisation.	17
1.5.	Applications industrielles des plasmas froids.	18
1.5.1.	Stérilisation médicale.	18
1.5.2.	Traitement des polluants gazeux.	19
1.5.2.1.	Ajout de fragrances dans l'air.	19
1.5.2.2.	Traitement chimique de l'air.	19
1.5.2.3.	Traitement des polluants par plasmas froids	20
1.5.3.	Génération d'ozone.	21
1.6.	Phénomènes disruptifs.	22
1.6.1.	Mécanisme de claquage des isolants gazeux.	22
1.6.1.1.	Claquage de type Townsend.	23
1.6.1.2.	Loi de Paschen.	26
1.6.1.3.	Claquage de type streamer.	27
****	Références bibliographiques	31

## 1.1.Introduction

Les décharges électriques apparaissent dans beaucoup de phénomènes naturels (foudre) ainsi que dans de nombreuses applications industrielles. On peut citer le traitement des effluents gazeux issus des centrales thermiques et des échappements des voitures, la production d'ozone pour le traitement de l'eau ou des pâtes à papier.

Pour ces applications, est né le besoin d'une caractérisation physico-chimique du plasma engendré et l'attention de nombreux chercheurs a été attirée pour pouvoir comprendre et expliquer le phénomène depuis le début du 20<sup>ème</sup> siècle.

L'objectif du premier chapitre est donc d'expliquer ce qu'est un plasma et les décharges électriques qui peuvent être engendrées. Le chapitre I est partagé en deux parties :

- ❖ Dans la première partie, on présente quelques généralités sur les plasmas, on rappelle les différents paramètres mis en jeu dans les plasmas permettant leur classification, les différentes grandeurs les caractérisant et les différentes applications ;
- ❖ Dans la deuxième partie, on explique ce que sont une décharge de type Townsend et une décharge de type streamer.

Ce chapitre n'a pas l'intention d'être exhaustif ; il se veut une aide pour aborder le domaine de la génération des plasmas hors équilibre. La question de la cinétique chimique n'est pas abordée. Une attention particulière est portée aux décharges filamenteuses et à leur physique.

## 1.2. Définition d'un plasma

En 1923, les physiciens Langmuir et Tonks ont introduit pour la première fois le terme plasma pour désigner un gaz ionisé contenu dans un tube à décharge. La physique des plasmas est née de l'étude des décharges dans les gaz et s'est considérablement développée vu son intérêt dans les applications industrielles.

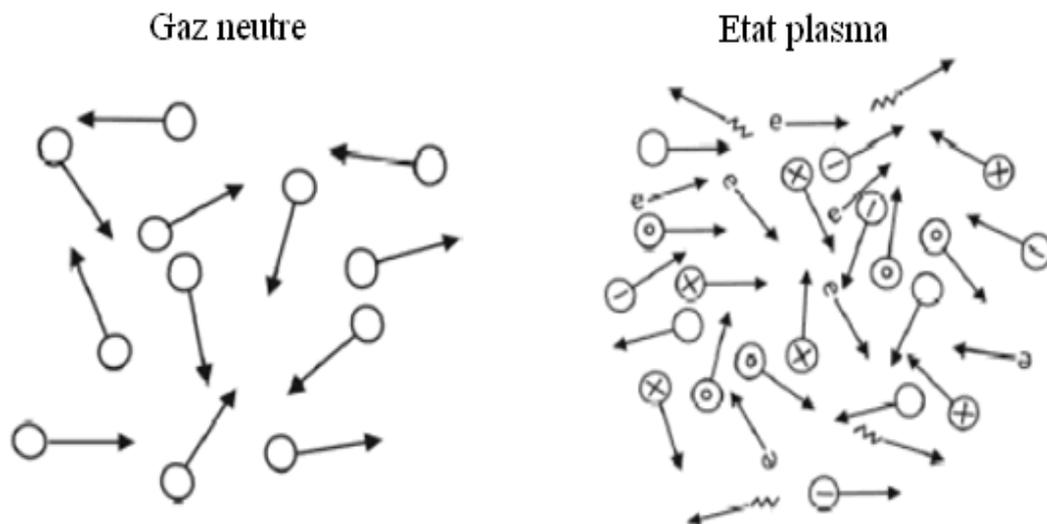
Dans la nature, le plasma constitue le quatrième état de la matière et fait suite dans l'ordre croissant des températures, aux états solide, liquide et gazeux (figures (1.1) et (1.2)). La phase plasma correspond à l'équilibre thermodynamique, à l'ionisation totale d'un gaz par collisions entre les particules neutres [Ai].

# Chapitre I

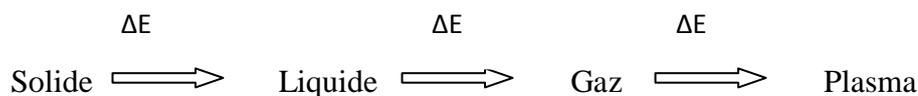
Cette situation n'est atteinte qu'à très haute température (supérieure à 50000 °K) afin que l'énergie d'agitation thermique soit du même ordre de grandeur que le seuil d'ionisation des neutres.

En toute rigueur, l'appellation plasma doit être réservée aux gaz complètement ionisés et globalement neutres ; chaque particule chargée dans un plasma interagit avec les autres grâce au long rayon d'action de la force électrique entre particules chargées (force coulombienne). Ces interactions créent un comportement collectif qui n'existe pas dans les gaz neutres et procure au plasma des propriétés uniques [De-1], [Fa], [Fl], [He], [Ra-2], [Ra-3].

A l'état naturel, le plasma se retrouve sous différentes formes dans l'univers : les étoiles, le soleil, la matière interstellaire en font partie. Sur terre, les plasmas à l'état naturel sont quant à eux plus rares : la flamme, les aurores boréales et la foudre en sont des exemples. Mais de nombreux plasmas sont développés en laboratoire car ils possèdent des propriétés spécifiques permettant des applications dans de très nombreux domaines [Ma].



*Figure (1.1): Schéma de la différence entre gaz neutre et plasma.*



*Figure (1.2): Les quatre états de la matière.*

# Chapitre I

Les plasmas peuvent aussi être caractérisés par deux paramètres clés : la densité électronique  $n_e$  et la température électronique  $T_e$ . En réalisant un diagramme dans l'espace en fonction de ces deux paramètres, deux grandes classes de plasma peuvent être distinguées : les plasmas chauds et les plasmas froids [Ma], [Ra-2]. Le diagramme est présenté en figure (1.3).

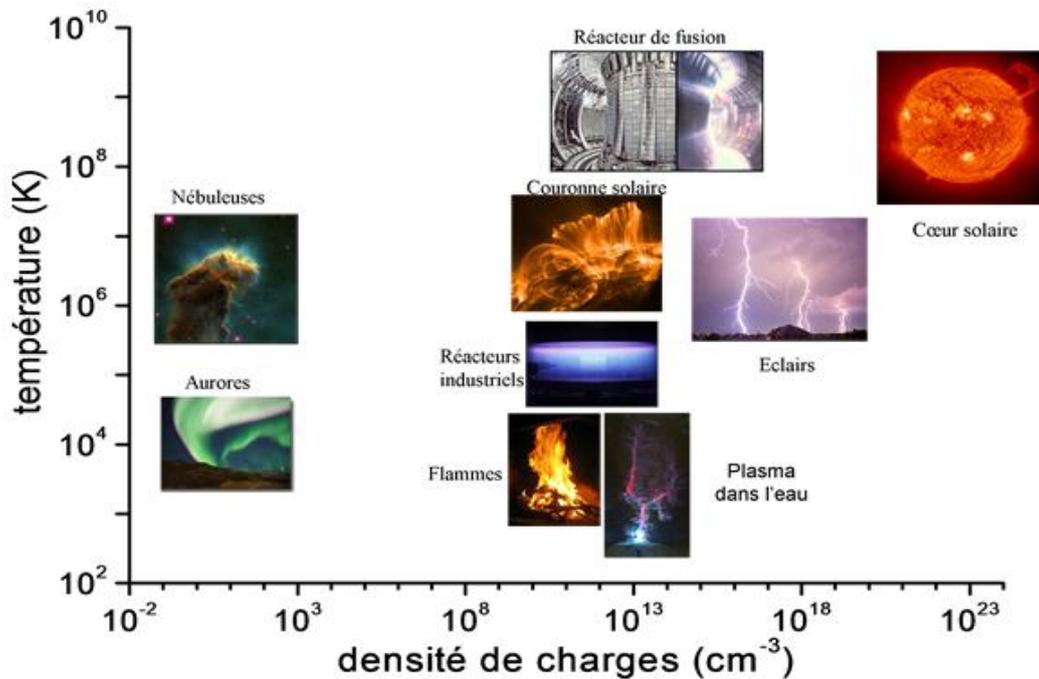


Figure (1.3) : Diagramme des plasmas dans l'espace  $T_e = f(n_e)$ .

## 1.2.1. Plasmas thermiques (chauds)

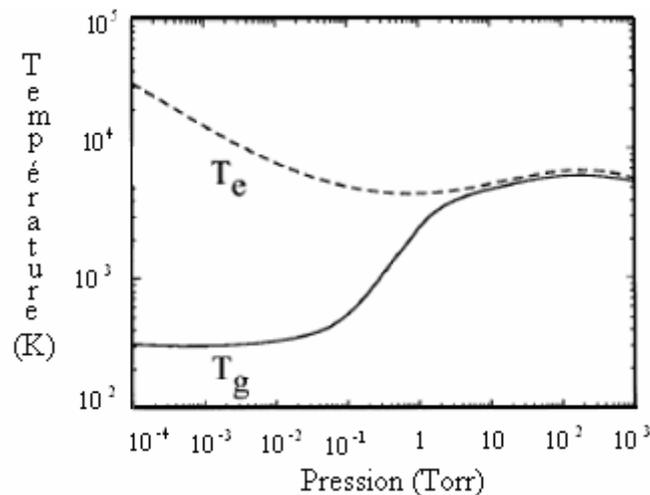
Les plasmas thermiques sont en général en équilibre thermodynamique complet ou local. L'état d'équilibre thermodynamique est vérifié lorsque le nombre de collisions est assez important et lorsque chaque processus qui se produit dans le plasma est équilibré par son processus inverse.

Si le gaz est à haute pression (voisine ou supérieure à la pression atmosphérique), il est assez fortement ionisé bien qu'il subsiste des atomes et des molécules neutres et les collisions entre toutes les particules qui le composent sont nombreuses, ce qui tend à homogénéiser la température des électrons, ions et neutres à un niveau de l'ordre de  $5 \cdot 10^3$  à  $5 \cdot 10^4$  °K (l'énergie cinétique est bien répartie entre toutes les particules et la température est dite unique)[Ar-1].

# Chapitre I

Les plasmas thermiques peuvent être créés par une décharge continue (arc), par une décharge à haute fréquence ou par laser. Ils peuvent également être créés par onde de choc à une pression suffisamment élevée pour que la fréquence des collisions conduise à l'équipartition de l'énergie entre les diverses sortes de particules qui le composent [Ca].

Les plasmas thermiques dont la puissance varie de quelques kilowatts à quelques mégawatts nécessitent la mise en jeu de courants importants et des pressions au dessus de 10 Torr comme l'indique la figure (1.4) [Ai], [Am], [Sa].



*Figure (1.4): Température électronique du gaz en fonction de la pression ( $T_e$  = température électronique,  $T_g$  = température du gaz).*

## 1.2.2. Plasmas hors équilibre (froids)

Les plasmas hors équilibre thermodynamique sont des plasmas faiblement ionisés où la température des électrons ( $10^3$  à  $10^4$  °Kelvin) est nettement supérieure à celle des autres espèces (ions et neutres) présentes dans le gaz (inférieure ou égale à 500 °Kelvin). Mais du fait de leur petit nombre et malgré leur température élevée, les électrons ne chauffent pas significativement le gaz d'où leur nom de plasmas froids.

Aucun équilibre thermique ne peut être réalisé et le milieu est faiblement ionisé. Le degré d'ionisation est défini par:

$$\alpha_{\text{ionisation}} = \frac{n}{N + n} \quad (1.1)$$

# Chapitre I

---

Où  $n_e = n_i = n$  = densité (nombre de particules par unité de volume) des électrons est égale à celle des ions, et  $N$  est la densité des neutres (l'indice "e" est utilisé pour les électrons et "i" pour les ions).

Le degré d'ionisation dans le cas des plasmas froids est inférieur à  $10^{-4}$ . La distance parcourue entre deux collisions est suffisamment importante pour que l'ionisation puisse se faire par collision directe [Ma].

Dans ce type de plasma, la majeure partie de l'énergie n'est pas convertie en chauffage du gaz mais en réactivité chimique par production d'espèces métastables, dissociées et ionisées. Les puissances typiquement mises en jeu pour obtenir un plasma hors-équilibre vont de quelques watts à quelques kilowatts [Ai], [Fl].

Un champ électrique peut être appliqué pour générer ce type de plasma : il met en mouvement les électrons qui engendrent des collisions ionisantes et donc crée un plasma: ce sont les plasmas de décharge [Ma].

## 1.3. Grandeurs caractéristiques des plasmas hors équilibre

Dans cette section, on va voir les interactions que peuvent subir les électrons émis par un gaz. Il est important de noter qu'en fonction de la zone qui nous intéresse dans la décharge et suivant l'objectif de l'étude, on ne va pas tenir compte de tous les processus impliquant les électrons.

### 1.3.1. Collisions

A l'équilibre et en l'absence de forces extérieures, un gaz est constitué d'un ensemble de particules de différents types, atomes, molécules, ions, électrons uniformément répartis dont les vitesses n'ont aucune direction privilégiée (distribution isotrope) [Le].

En l'absence de champ électrique, les particules de gaz sont soumises à l'agitation thermique et subissent une multitude de chocs. Ces chocs ont pour cause des agents extérieurs tels que la radioactivité terrestre et atmosphérique ainsi que les différents rayonnements cosmiques [Bo], [Le].

On entend par collision entre particules tout mécanisme d'interaction ou de contact qui modifie les trajectoires initiales des particules. La quantité de mouvement totale est un invariant dans les collisions, mais les déviations des trajectoires s'accompagnent d'un

transfert de quantité de mouvement, et éventuellement d'énergie cinétique d'une des particules vers l'autre. L'interaction entre les particules neutres est due à la déformation de leur nuage électronique, ce qui entraîne d'abord une force attractive puis fortement répulsive du fait des noyaux positifs. Du fait de cette interaction, les particules sont déviées de leurs trajectoires initiales [Fa].

Pour les particules neutres, avec des forces d'interaction en  $d^{-n}$  avec  $7 \leq n \leq 13$ , la déviation se produit pendant un temps très court et la collision est pratiquement celle de deux boules de billard.

Par contre, pour les particules chargées, l'interaction est en  $d^{-2}$ , les particules se voient de très loin, la déviation de trajectoire dure un temps non négligeable par rapport à celui existant entre deux collisions. Lors de la collision, les particules échangent de l'énergie cinétique et/ou potentielle. On classe les collisions en deux types:

### 1.3.1.1. Collisions élastiques

Par définition, lors d'une collision élastique, l'énergie interne des particules entrant en collision ne subit aucune modification. Il y a simplement un changement de direction des particules, avec une redistribution des énergies de translation entre elles. Cela se traduit par la conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique [Be].

Il faut aussi remarquer que les particules lourdes échangent très facilement leur énergie par collision élastique alors que, lors de la collision d'un électron et d'une particule lourde, la fraction d'énergie est très faible. Un électron devra subir des milliers de collisions élastiques pour perdre son énergie [Fl], [Ma].

Ces collisions ne modifient pas l'énergie interne des particules en question mais sont responsables des phénomènes thermiques (conduction et diffusion de la chaleur au sein du gaz).

### 1.3.1.2. Collisions inélastiques

Même si l'énergie cinétique n'est pas conservée, la collision inélastique est dite conservative lorsqu'il y existe un nombre de particule avant et après collision. C'est le cas par exemple des collisions entraînant l'excitation des niveaux optiques, vibrationnels ou rotationnels des molécules cibles [Be].

# Chapitre I

---

Les collisions inélastiques sont responsables de la fragmentation des molécules impactées ou de la modification de la distribution de l'énergie.

Les processus d'excitation deviennent significatifs lorsque le champ réduit augmente, cela entraîne une augmentation de l'énergie des particules projectiles au-delà du seuil d'excitation, les molécules de gaz se mettent en mouvement dans la direction du champ. Leur vitesse varie en fonction de la distribution et l'intensité du champ ainsi que d'autres paramètres tels que la pression, la température et l'humidité du gaz [Be], [Fl].

## 1.3.2. Section efficace et libre parcours moyen

Si on admet que l'électron se déplace avec une vitesse moyenne  $v$  pendant le temps  $\delta t$ , il parcourt la distance  $v \delta t$  et balaie un domaine d'espace de volume  $\sigma v \delta t$  où  $\sigma$  possède les dimensions d'une surface et représente la section efficace microscopique de collision entre l'électron et une molécule [Ar-1], [Me-1], [Se].

Le nombre de collisions est donc égal à  $N\sigma v \delta t$ .

Avec  $N$  = densité d'atomes ou molécules neutres (nombre par unité de volume). Le nombre de collisions  $n_c$  par unité de temps est donné par :

$$n_c = N\sigma v \quad (1.2)$$

La théorie concernant la section efficace microscopique de collision ne s'applique qu'aux particules neutres pour lesquelles les champs d'interaction n'interviennent qu'à de très faibles distances.

La notion de section efficace est plus difficile à appréhender pour des collisions entre particules chargées dont les interactions de type coulombien ont des rayons d'interaction plus grands.

Il faut aussi noter que  $N\sigma$  appelée section efficace macroscopique de collision est homogène à l'inverse d'une longueur. Cette longueur est dite libre parcours moyen ou distance moyenne parcourue par l'atome ou molécule entre deux chocs successifs [Dh] :

$$\lambda = \frac{1}{N\sigma} \quad (1.3)$$

Cette notion est intéressante car si l'électron accéléré par le champ électrique acquiert une énergie cinétique suffisante, il peut ioniser ou exciter l'atome ou la molécule neutre rencontré.

## 1.4. Principaux processus collisionnels

L'existence d'une décharge électrique résulte du passage d'un courant dans le diélectrique gazeux et donc de la possibilité de créer des particules chargées essentiellement des électrons à partir des atomes ou molécules neutres du gaz.

Les principaux mécanismes régissant la génération des porteurs de charge dans les gaz sont : les mécanismes d'ionisation tendant à augmenter leur densité et les mécanismes de recombinaison et d'attachement tendant à les réduire [Nd].

L'ionisation est un processus primordial de création d'électrons et d'ions positifs .Dans les plasmas hors équilibre, on a trois types d'ionisation:

- ❖ L'ionisation thermique ;
- ❖ L'ionisation par collision ;
- ❖ Et la photo-ionisation [Du].

### 1.4.1. Ionisation thermique

Si on apporte suffisamment d'énergie thermique à un gaz, son énergie moyenne peut devenir égale ou supérieure à son énergie d'ionisation. Les constituants de ce gaz peuvent s'ioniser sous les chocs entre atomes / molécules.

A partir d'une certaine température (de l'ordre de 10000 °C minimum), cette agitation est telle que les collisions arrachent des électrons aux atomes et le gaz chaud s'ionise efficacement par l'énergie cinétique du mouvement aléatoire des particules.

Si B est un état excité métastable, le processus d'ionisation thermique est facilité suivant la réaction (R-1) [Ar-2], [Du] :



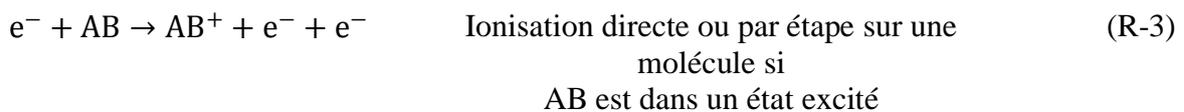
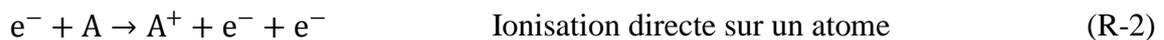
# Chapitre I

---

## 1.4.2. Ionisation par collisions

On a d'abord l'ionisation directe par impact électronique sur un atome ou une molécule à l'état fondamental ou excité (réactions (R-2) à (R-4)).

Un électron peut ioniser une particule neutre à condition qu'il ait une énergie supérieure à l'énergie d'ionisation (seuil d'ionisation) de la particule neutre. Le seuil est naturellement plus faible pour une ionisation par étape [Ar-2], [Du] :



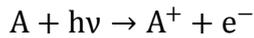
On a aussi l'ionisation associative qui fait intervenir deux atomes ou molécules dont l'un (l'une) est dans un état excité :



L'ionisation peut être également produite par les ions positifs mais ce processus exige que la particule incidente ait un haut niveau énergétique de l'ordre de 100 à 200 eV.

## 1.4.3. Ionisation par photon ou photo-ionisation

L'ionisation peut être faite par des rayonnements de longueur d'onde suffisante pour éjecter un électron périphérique. Lorsque le rayonnement ionisant est constitué de photons, on parle de photo-ionisation selon le principe de la réaction (R.6) [Ar-2], [Du] :



## 1.5 Applications industrielles des plasmas froids

Les plasmas froids sont impliqués dans des applications industrielles qui n'ont cessé de se multiplier et de se diversifier touchant notamment la micro-optoélectronique, la métallurgie, la sidérurgie, l'automobile, l'aéronautique, l'emballage et l'industrie textile.

Les procédés plasmas sont également promis à jouer un rôle prépondérant dans le domaine médical, que ce soit pour le dépôt de couches biocompatibles (pour les prothèses notamment) ou pour la stérilisation du matériel médical (tels que les endoscopes). Ils apparaissent également comme des candidats prometteurs pour la dépollution d'effluents gazeux (traitement des fumées d'usine, gaz d'échappement des automobiles) et le traitement de surface.

### 1.5.1. Stérilisation médicale

La stérilisation est l'opération qui consiste à éliminer ou tuer tous les micro-organismes portés par des milieux inertes contaminés [La].

Les études sur la stérilisation par plasma ont débuté au cours des années 90. Un plasma froid peut également être utilisé afin de décontaminer un matériau ou un aliment [Na].

Les espèces actives utilisées pour la stérilisation sont principalement les photons UV émis par le plasma qui peuvent pénétrer profondément dans le matériau et les radicaux qui réagissent avec la surface [De-2], [Do], [Mo], [Na], [Od], [Ri], [Tr].

La zone de post décharge utilise des gaz non toxiques comme l'azote et l'oxygène. Son principe d'action et en particulier dans la phase gravure, laisse supposer une efficacité sur les agents transmissibles non conventionnels (prions). Cette dernière remarque justifie à elle seule l'intérêt porté à la stérilisation portée par plasma froid.

Lorsque les objets à décontaminer sont placés au sein même de la décharge, on obtient généralement de très bons résultats en peu de temps. L'inconvénient est qu'il est possible d'avoir une forte dégradation du matériau que l'on veut traiter compte tenu de la présence des ions et des électrons très énergétiques.

Il faut également surveiller l'éventuel échauffement des échantillons lorsqu'ils sont déposés à proximité de la cathode.

L'avantage du traitement en post-décharge est d'éviter ces effets (au niveau de cette zone, la température est inférieure à 50 degrés Celsius).

Bien que tous ces systèmes aient le même but, ils présentent des modes de fonctionnement très variés.

On peut les classer selon ce qui suit :

- ❖ La pression à laquelle le traitement s'effectue : basse pression ou pression atmosphérique ;
- ❖ Le positionnement des surfaces traitées par rapport à la décharge produite ;
- ❖ Le gaz utilisé ou encore le type de décharge.

## **1.5.2. Traitement des polluants gazeux**

La pollution atmosphérique est un phénomène qui inquiète les scientifiques depuis quelques décennies. Les principales conséquences de la pollution en basse atmosphère sont l'acidification des eaux de pluie (due à certains composés chimiques tels que SO<sub>2</sub>, NO, NO<sub>2</sub>, NH<sub>3</sub>), l'eutrophisation (perturbation de l'équilibre biologique des sols et des eaux due à un excès d'azote), la pollution photochimique et l'effet de serre.

Pour traiter l'air, on a plusieurs méthodes :

### **1.5.2.1. Ajout de fragrances dans l'air**

La manière la plus simple d'éliminer une odeur désagréable est de la masquer par une autre. Les fragrances libérées le plus souvent sous forme de spray sont très répandues dans l'habitat ; récemment, des constructeurs automobiles ont proposé la mise en place de systèmes similaires dans la voiture.

### **1.5.2.2. Traitement chimique de l'air**

Traiter l'air entrant dans un lieu serait une solution pour en faire un lieu sans odeur et en même temps sain, exempt de toute pollution. Les COV (composés organiques volatils) à éliminer peuvent soit provenir de l'extérieur soit être produits par les microorganismes. Le

problème qui se pose rejoint celui de la dépollution atmosphérique, sujet d'étude actuel et fécond, proposant des procédés difficiles à appliquer à l'automobile en raison de leur encombrement ou de leur coût énergétique.

### 1.5.2.3. Traitement des polluants par plasmas froids

Une des voies possibles de traitement des effluents gazeux contenant les réactifs précurseurs ( $\text{NO}_x$ ,  $\text{SO}_x$  et COV) est l'utilisation des plasmas froids avec ou sans matériaux catalyseurs.

Le principe est d'ensemencer dans le gaz des radicaux actifs créés durant la phase de décharge par collision électron-molécule. Ces radicaux interagissent dans une seconde phase pour transformer les polluants soit en espèces inoffensives soit en espèces plus facilement traitables par des processus classiques.

La technologie plasma présente l'avantage de pouvoir traiter plusieurs polluants simultanément, d'avoir une surface au sol réduite (dans le cas d'une implantation sur usine), de limiter les coûts d'entretien et d'offrir une large gamme de design adaptée à la fois aux types de polluants et aux contraintes d'utilisation (géométrie du réacteur et des électrodes, couplage plasma catalyse).

Plus récemment des projets basés sur la formation de plasmas froids non thermiques ont fait l'objet de recherche dans plusieurs pays. Ces techniques sont basées sur :

- ❖ Le bombardement (ou irradiation) du gaz d'échappement par faisceau électronique : cette technique a été initiée dans les années 70 par la société japonaise EBARA puis elle s'est développée dans les années 80 en Allemagne et aux Etats-Unis. Le procédé permet d'oxyder les  $\text{NO}_x$  et  $\text{SO}_2$  en  $\text{HNO}_3$  et  $\text{HSO}_4$  ces derniers étant ensuite neutralisés par l'adjonction d'une base. Ils forment ainsi des résidus solides récupérés par des filtres mécaniques ou des précipitateurs électrostatiques et sont ensuite valorisés en tant que sels fertilisants [Fr], [Ha-2], [Mr].
- ❖ Les décharges électriques hors équilibre : différents types de décharges électriques à la pression atmosphérique peuvent être utilisées comme les décharges couronne, les décharges à barrières diélectriques [Fr], [Ha-2], [Mr].

Pour le traitement des polluants, la nature inhomogène du plasma n'est pas un problème et le régime peut être de type filamentaire avec association de catalyseur ou streamer [Co].

## 1.5.3. Génération d'ozone

A cause de sa relativement courte durée de vie, l'ozone est toujours généré sur site grâce à un générateur d'ozone.

A l'échelle industrielle, l'ozone est produit en utilisant des radiations ultraviolettes de courtes longueurs d'ondes émises par une lampe à vapeur de mercure, ou par le procédé de décharge à froid ou décharge couronne qui utilise un champ électrique élevé. La génération d'ozone par décharge corona est plus courante de nos jours et a plus d'avantages. On a plusieurs types de générateurs [Br], [Fl] :

- ❖ Générateur à rayons ultraviolets qui réplique le soleil: le générateur à rayons ultraviolets produit l'ozone à travers l'exposition d'un flux d'air à la lumière engendrée par les lampes à ultraviolet ;
- ❖ Générateur avec décharge couronne à oxygène (CDOX) qui réplique les phénomènes électriques orageux. Ce générateur produit l'ozone à travers le passage d'oxygène déshumidifié et propre par l'intermédiaire d'un champ électrique très intense. Le point de rosée doit se situer à - 60 °Celsius pour éviter tout problème de corrosion à l'intérieur de l'ozoneur.
- ❖ Générateur avec décharge couronne à coefficient réduit (RCCD) qui réplique les phénomènes électriques orageux aussi: ce générateur produit l'ozone à travers le passage de l'air (ambient fourni par un compresseur) par l'intermédiaire d'un champ électrique très intense, le point de rosée ne dépassant pas - 60 °Celsius.

La synthèse de l'ozone est réalisée par la réaction chimique suivante :



M molécule d'oxygène ou molécule d'azote si l'air est utilisé ;

$O_3^*$  molécule d'ozone dans un état excité.

Cette réaction est favorisée par des pressions élevées (1-3bars) et des basses températures du gaz ; la production d'ozone a fait l'objet de nombreuses recherches qui ont abouti à la réalisation de réacteurs industriels largement utilisés de nos jours [Be].

## 1.6. Phénomènes disruptifs

Il existe une grande variété de phénomènes disruptifs, caractérisés par la nature et la pression du gaz, la géométrie des électrodes, les différentes variations spatiales ou temporelles de la tension appliquée, etc....

La disruption ne peut exister que si un grand nombre de particules chargées est créé dans le gaz par suite de l'ionisation et que si l'intensité du courant traversant l'espace inter-électrodes est limitée par la seule impédance du générateur de courant. Dans ces conditions, la décharge devient autonome et se maintient même en l'absence d'agents ionisants extérieurs.

La disruption est caractérisée par la valeur de la tension appliquée aux électrodes à partir de laquelle le gaz isolant devient fortement conducteur [Bo], [Ha-1], [Se].

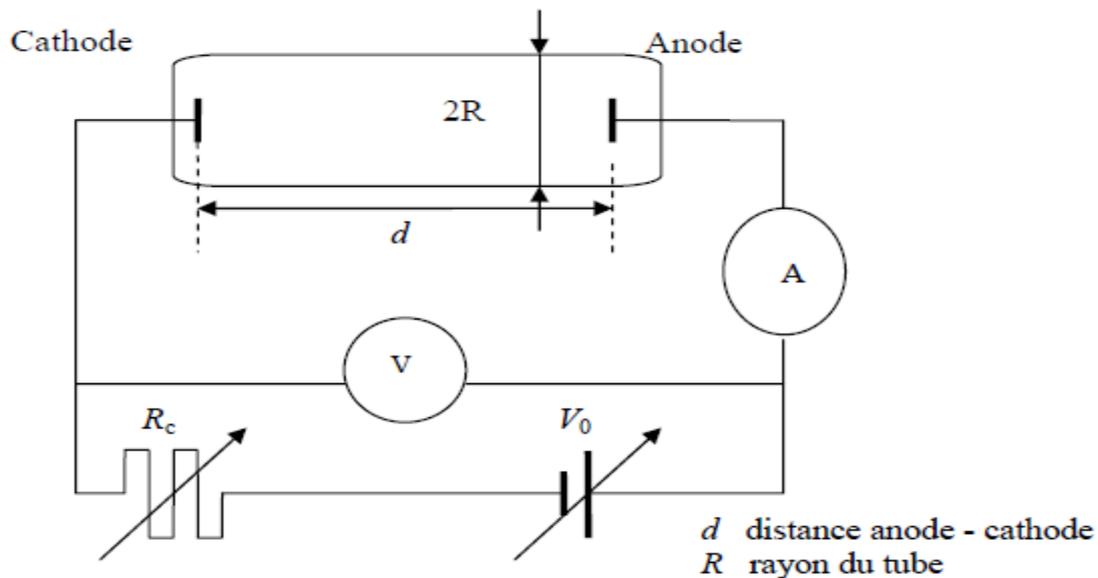


Figure (1.5): Schéma électrique de la production d'une décharge.

### 1.6.1. Mécanisme de claquage des isolants gazeux

C'est dans un gaz que le mécanisme de claquage a été le mieux élucidé et des bases théoriques ont été élaborées. On définit le claquage comme le seuil de tension au delà duquel la décharge est autoentretenu par les processus secondaires. Les mécanismes de claquage dans les gaz sont principalement :

- ❖ Le mécanisme de Townsend ;
- ❖ Le mécanisme du streamer.

## 1.6.1.1. Claquage de type Townsend

Les premiers travaux de recherche portant sur les processus fondamentaux impliqués dans les phénomènes de décharge électrique datent du début du 20<sup>ème</sup> siècle et sont dus à Townsend [To], qui a établi une théorie pour l'obtention d'une décharge auto-entretenue.

A partir des années 40, Loeb, Meek et Raether [Me-2], [Me-3], [Ra-1] ont proposé un nouveau modèle de propagation de l'avalanche électronique. Cette théorie explique les phénomènes de la décharge en champ uniforme aux produits pression distance inter-électrodes supérieurs à 100 Torr.cm.

Un gaz compris entre deux électrodes est soumis à un champ électrique, les électrons primaires contenus dans le gaz vont être accélérés en migrant jusqu'à l'anode. Les collisions ionisantes vont permettre de générer de nouveaux électrons.

Une formule empirique donnée par l'équation (1.4) donne la valeur du premier coefficient de Townsend  $\alpha$  qui représente le nombre d'électrons par élément de longueur le long d'une ligne de force de champ appliqué avec les constantes A et B déterminées expérimentalement :

$$\alpha = A \exp(-BP/E) \quad (1.4)$$

Le phénomène d'avalanche électronique est présenté sur la figure (1.6) :

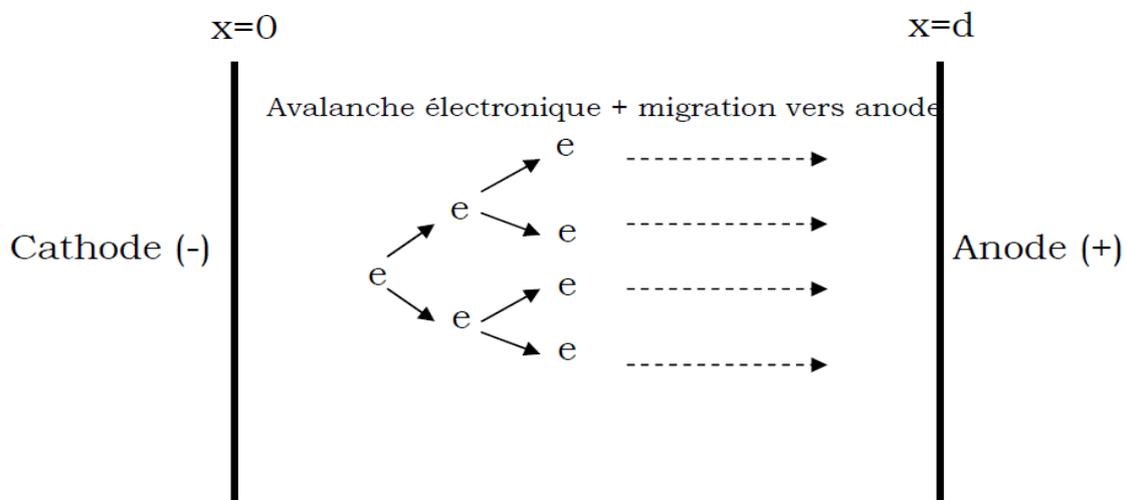


Figure (1.6) : Schéma d'une avalanche électronique.

# Chapitre I

---

La relation de Townsend s'écrit:

$$I = I_0 e^{\alpha d} \quad (1.5)$$

$I$  représente le courant,  $I_0$  le courant initial dû aux électrons primaires.  $d$  est la distance inter-électrodes.  $e^{\alpha d}$  représente le nombre d'ion positifs ou d'électron créés par une avalanche électronique traversant l'espace inter-électrodes.

En dehors de ce mécanisme de multiplication des électrons proposé par Townsend, des électrons secondaires peuvent être émis par impact d'ions positifs ou par les métastables sur la cathode ou par impact de photons (émis par désexcitation radiative après impact électronique) sur la cathode.

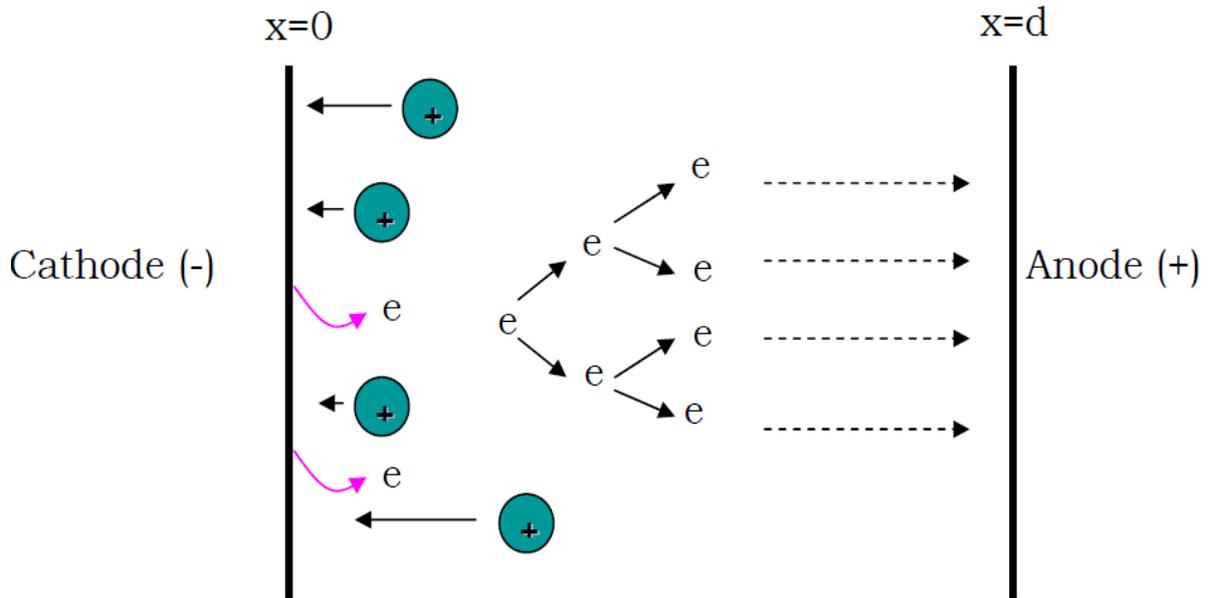
La transition des électrons de la cathode à l'anode génère les électrons secondaires entraînant la création d'ions chargés positivement. À la cathode ils vont pouvoir arracher des électrons à l'électrode.

Ce phénomène est décrit par le deuxième coefficient de Townsend  $\gamma$  qui est la probabilité de libération d'un électron de la cathode lors du bombardement ionique, nommé effet d'émission secondaire, et dépend de la nature de l'électrode et du gaz.

En tenant compte de ce processus, l'amplification du courant peut s'écrire :

$$I = I_0 \frac{e^{\alpha d}}{1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1)} \quad (1.6)$$

Pour la description complète de l'initiation de la décharge, il faut tenir compte de la combinaison de l'amplification électronique dans le volume et de l'émission secondaire d'électrons à la cathode par bombardement ionique. Le schéma récapitulant l'association de ces deux phénomènes est présenté en figure (1.7).



**Figure (1.7) : Schéma du claquage de type Townsend.**

Townsend a pu établir la condition d'apparition d'une décharge disruptive autonome (claquage) dans un gaz (critère d'auto-entretien) :

$$1 - \gamma(e^{ad} - 1) = 1 \tag{1.7}$$

La décharge est non-entretenu si  $1 - \gamma(e^{ad} - 1)$  reste inférieur à 1 : les ions positifs formés dans l'avalanche électronique doivent extraire au moins un électron à la cathode pour qu'une nouvelle avalanche puisse se produire.

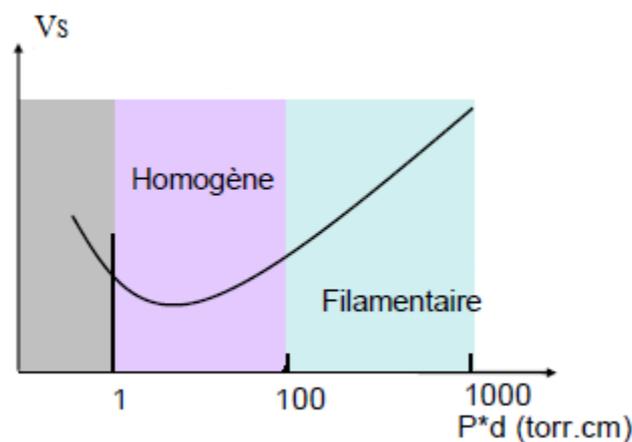
Le mécanisme proposé par Townsend [To] permet d'expliquer de manière théorique la loi empirique de Paschen décrivant la tension nécessaire à l'apparition d'une décharge disruptive en fonction du produit p. d:

$$V_s = \frac{B \, p \, d}{\ln(A \, p \, d) - \ln \left[ \ln \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right) \right]} \tag{1.8}$$

## 1.6.1.2. Loi de Paschen

A la fin du 20<sup>ème</sup> siècle, Paschen mène des expériences pour déterminer l'influence de la pression sur les caractéristiques des décharges électriques dans les gaz. Il établit une loi empirique de comportement des gaz connue sous le nom de loi de Paschen (formule (1.8)).

Cette loi stipule que la tension disruptive d'un gaz (tension à partir de laquelle une décharge est observée) entre deux électrodes parallèles dépend de la valeur du produit de la pression du gaz avec la distance inter-électrodes [Pu].



**Figure (1.8):** Courbe de Paschen: tension disruptive  $V_s$  en fonction du produit  $p \cdot d$ .

Le mécanisme de Townsend ne s'applique pas aux plasmas quand le nombre d'électrons dans l'avalanche dépasse un seuil critique ( $10^8$  électrons par  $\text{cm}^3$ ) avant d'atteindre l'anode, l'accumulation de charges d'espace locales engendre un mécanisme de claquage complètement différent.

- ❖ Les décharges ont une structure très inhomogène en espace, apparaissant souvent sous la forme de microdécharges. Elles peuvent être ramifiées et sont également non stationnaires avec de faibles durées de vie ;
- ❖ Pour des produits  $p \cdot d$  supérieurs à 100 torr.cm, le matériau n'influe plus sur la tension disruptive. Cela montre que le bombardement ionique n'est plus un phénomène essentiel, puisque celui-ci dépend fortement du matériau ;
- ❖ Le claquage que prévoit la théorie de Townsend repose sur le temps de dérive des ions entre l'anode et la cathode. Le claquage de type streamer est beaucoup plus rapide.

Les travaux qui suivirent ceux de Townsend (Loeb et Raether principalement) ont amené à identifier le phénomène à l'origine des décharges à pression atmosphérique : le streamer.

### 1.6.1.3. Claquage de type streamer

Vers 1940, Craggs, Meek et Raether ont établi une théorie des streamers (ou théorie des décharges filamenteuses) complétées après par de nombreuses approches à caractère essentiellement expérimental.

Une avalanche initiée par un électron multiplie exponentiellement le nombre d'électrons en tête de cette avalanche. Ces électrons diffusent et la longueur de l'avalanche s'étend, entraînant une croissance du champ électrique induit par la charge d'espace.

Pour une certaine valeur critique de cette longueur, le champ électrique induit devient comparable au champ électrique extérieurement appliqué. Dès lors, l'avalanche électronique se transforme en streamer.

Le mécanisme se déroule en 3 phases [Ti]:

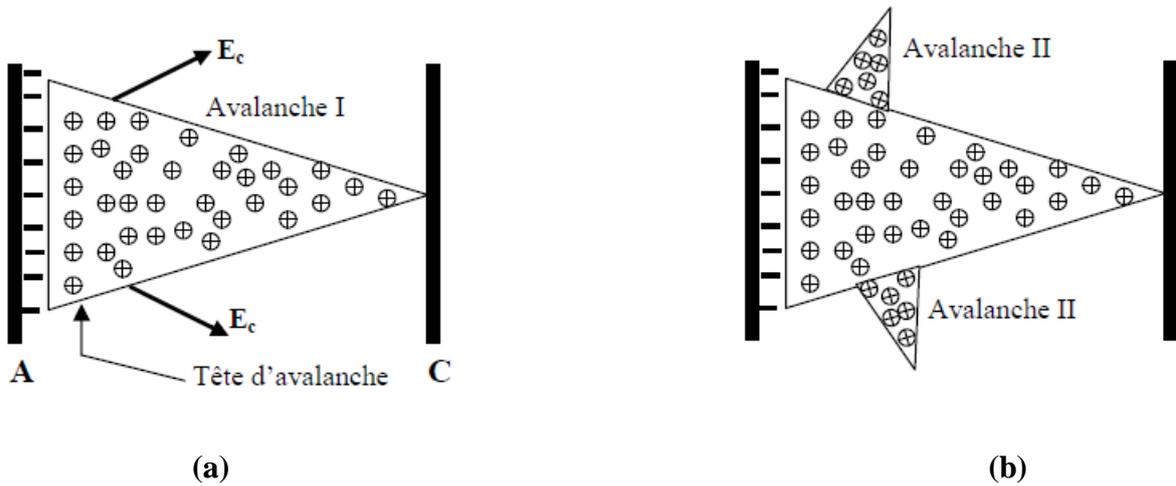
#### ❖ Phase 1 :

Une avalanche électronique primaire est provoquée par un électron primaire qui se trouve près de la cathode. La vitesse des électrons étant 100 fois plus environ supérieure à celle des ions (d'après la figure 1.9.a), l'avalanche se développe comme un nuage d'électrons laissant derrière elle une charge d'espace positive.

Les ions positifs forment dans le gaz une charge d'espace positive tandis que l'anode absorbe les électrons. Le champ  $E_c$  de cette charge est maximal en tête d'avalanche (figure 1.9.a).

#### ❖ Phase 2 :

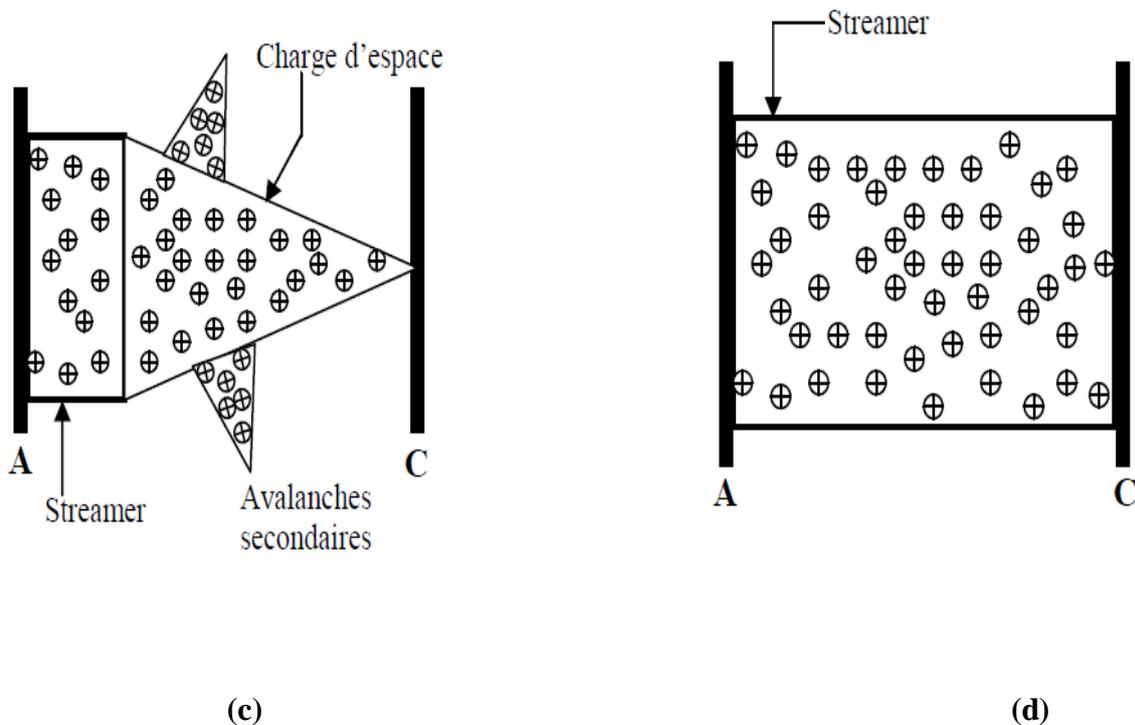
Des électrons secondaires sont créés par photo-ionisation autour de la charge d'espace. Ces électrons provoquent en tête d'avalanche de petites avalanches secondaires (figure 1.9.b). Le champ de la charge d'espace renforce le champ entre la tête de l'avalanche et la cathode et crée également une composante radiale.



*Figure (1.9): Phases 1 et 2 de la formation du streamer.*

### ❖ Phase 3

La charge d'espace augmente en volume et devient un streamer. De nouvelles avalanches secondaires viennent s'ajouter à l'avalanche primaire et le streamer progresse (figure 1.10.c). Quand il touche la cathode, le claquage se produit (figure 1.10.d).



*Figure (1.10): Phase 3 de la formation du streamer.*

# Chapitre I

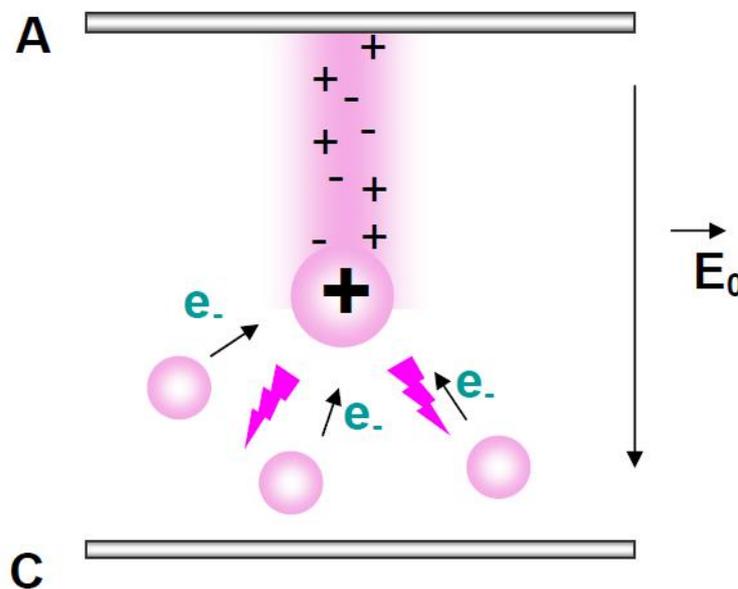
Il existe deux types de streamers :

## ❖ Le streamer positif

Le streamer positif (cathodique) se dirige de l'anode vers la cathode, dans le sens opposé au mouvement des électrons. La charge nette dans la tête du streamer est élevée et positive.

La propagation du streamer est gouvernée par le champ électrique élevé qui résulte de cette charge. Les électrons qui se trouvent à proximité de la tête contribuent à la propagation de la manière suivante : ils neutralisent la charge d'espace positive et donc le champ électrique correspondant ; ensuite ils laissent les ions positifs derrière eux lorsqu'ils continuent leur dérive. Ce processus est répété tout au long de la distance parcourue par le streamer.

La vitesse de propagation à la pression atmosphérique dans l'air est très grande (des valeurs autour de  $10^8 \text{ cm s}^{-1}$  soit 1% de la vitesse de la lumière dans le vide).



*Figure (1.11): Streamer positif.*

## ❖ Le streamer négatif

Le mécanisme de propagation est le même que celui qui vient d'être énoncé à la différence près que cette fois les électrons se propagent naturellement dans le sens de propagation du streamer.

Il faut noter que dans ce cas une propagation sans émission de photons est possible.

# Chapitre I

---

Les électrons de la tête du streamer sont accélérés dans le très fort gradient de charge d'espace et vont ensuite être piégés électrostatiquement par les ions positifs formant un canal de plasma quasi neutre le canal du streamer.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [Ai] A. Aissaoui, "Modélisation des décharges luminescentes radio fréquence", thèse de magister présentée à la Faculté de Génie Electrique, Département d'Electrotechnique, Université des Sciences et de la Technologie Mohammed Boudiaf Oran, Juin 2000.
- [Am] A.D. Amir, "Etude du streamer cathodique", thèse de doctorat présentée à la Faculté des Sciences, Université des Sciences et de la Technologie Mohammed Boudiaf Oran, Juin 2010.
- [Ar-1] B. Ardjani, "Application de la méthode de Monte Carlo dans le calcul des coefficients de transport d'un gaz faiblement ionisé", thèse de magister présentée à la Faculté des Sciences, Département de Physique, Université Aboubakr Belkaid de Tlemcen, Septembre 2006.
- [Ar-2] J. Arianer, "Les processus d'ionisation", Cours Institut de Physique Nucléaire, Université Paris Sud, 2004.
- [Be] D. Benyoucef, "Modélisation particulière et multidimensionnelle des décharges hors équilibre à basse pression excitées par champs électromagnétiques", thèse de doctorat en physique des plasmas de décharge présentée à l'Université de Toulouse III – Paul Sabatier, Mai 2011.
- [Br] Bran A., "Optimization of ozone production via corona discharge", CHEE 4006, Individual Inquiring, p. 1-56, 2001.
- [Bo] Y. Bourak, "Détermination des conditions d'ionisation caractérisant le seuil de claquage de l'air par la logique floue", thèse de magister présentée à la Faculté des Sciences de l'Ingénieur, Département d'Electrotechnique, Université de Batna, Décembre 2005.
- [Ca] E. C. I. Castillo, "Étude théorique et expérimentale de décharges électriques à haute pression et faible courant en milieu non-réactif et réactif appliqué à la synthèse d'hydrocarbures", thèse de doctorat en Sciences des Métiers de l'Ingénieur, pastel-00685101, Décembre 2008.
- [Co] Cormier J. M., "Dépollution d'effluents gazeux par plasma", <http://www.lpgp.upsud.fr/operations/effluent/index.htm> lpgp, p. 1-6, 2002.
- [De-1] J.L. Delcroix et A. Bers, "Physique des plasmas", Inter éditions- CNRS, Editions Paris, 1994.
- [De-2] P. Destrez, "La stérilisation par plasmas froids", Revue Intermedica, Absys SA, 21-24, p. 6-7, Mai 2002.
- [Dh] B. Dhiu, C. Guthmann, D. Lederer et B. Roulet, "Eléments de physique statistique", Editions Hermann, Paris 1989.
- [Do] S. Doumène, "Désinfection et stérilisation des instruments médicaux", CRCI/ARIST, Champagne Ardenne, p. 1-2, 2004.

# Chapitre I

---

- [Du] O. Ducasse, "Modélisation électrodynamique d'un réacteur plasma hors équilibre de dépollution des gaz", thèse de doctorat présentée à l'Université Paul Sabatier, 2006.
- [Fa] P. Fauchais, "Gaz ionisés et plasmas", Techniques de l'Ingénieur, AF3560, p. 1- 27.
- [Fr] F. Fresnet, "Traitement par plasma non thermique des effluents issus d'un moteur fonctionnant dans des conditions d'excès d'air", thèse de doctorat présentée à l'Université d'Orsay, 2001.
- [Fl] A. Flitti, "Modélisation numérique 1.5D et 2D de la propagation d'une décharge filamentaire haute pression", thèse de doctorat présentée à la Faculté de Génie Electrique, Département d'Electrotechnique, Université des Sciences et de la Technologie Mohammed Boudiaf Oran, Janvier 2008.
- [Ha-1] M. Hairour, "Etude diélectrique d'une isolation hybride gaz-solide pour appareillage haute tension", thèse de doctorat présentée à l'Université Montpellier II, Octobre 2007.
- [Ha-2] J. Hart, " Modélisation de la cinétique chimique pour la transformation des oxydes d'azote des gaz d'échappement par décharges couronne", stage de master 2, 1994.
- [He] B. Held, "Physique des plasmas froids", Collection Physique Fondamentale et Appliquée Masson, Paris, 1994.
- [La] J. Larbre, "Décontamination de surface par un procédé plasma froid à pression atmosphérique", thèse de doctorat présentée à l'Université Paris Sud, Juin 2006.
- [Le] G. Leroy, C. Gary, B. Hutzler, J. Lalot et C. Dubanton, " Les propriétés diélectriques de l'air et les très hautes tensions ", Editions Eyrolles, 1984.
- [Lo] Loeb L.B., "Electrical breakdown of gases with steady or direct current impulse potential", in Encyclopedia of Physics, volume XXII: Gas discharges II, edited by S Flugge, Springer Verlag Berlin, 1991.
- [Ma] V. Martin, "Etude de microdécharges comme source de rayonnement ultraviolet intense", thèse de doctorat en physique des plasmas présentée à l' Université Paris Sud, Décembre 2011.
- [Me-1] J. M. Meek et J. D. Craggs, "Electrical breakdown of gases", Wiley, Interscience Publication, 1977.
- [Me-2] J. M. Meek et J. D. Craggs, "Gas discharges physics ", edited by S Flugge, Springer Verlag Berlin, 1991.
- [Me-3] J. M. Meek and L.B. Loeb, J. Phys. D, 11, pp 797, 1939.
- M. Moisan, J. Barbeau, M. C. Crevier, A. Leduc, J. Pelletier, N. Philip et B. Saoudi, "Rôle et effet des photons UV dans l'inactivation des spores par un

# Chapitre I

---

- [Mo] plasma à pression réduite", la lettre traitement de surface par plasmas ions n° 9, p. 12- 26, 2002.
- [Mr] A. Mraïhi, "Réalisation, caractérisation et bilan énergétique des réacteurs corona mono et multi-pointes dans l'air à la pression atmosphérique pour application à la décontamination", thèse de doctorat présentée à l'Université de Toulouse III – Paul Sabatier, Novembre 2012.
- [Na] N. Naudé, "Etude électrique de la physique d'une décharge de Townsend à la pression atmosphérique et de son interaction avec un générateur : modèle et expérience", thèse de doctorat présentée à l'U.F.R. Physique Chimie Automatique, Université Paul Sabatier, Octobre 2005.
- [Nd] I. Ndiaye, "Initiation et développement des décharges couronne sur une surface de glace", mémoire présenté à l'Université du Québec à Chicoutimi comme exigence partielle de la Maîtrise en Ingénierie, Mai 2003.
- [Od] E. Odic, M. Goldmann, A. M. Pointu et M. Ganciu, "Stérilisation par décharge à la pression atmosphérique", la lettre traitement de surface par plasmas ions n°9, p. 10-26, 2002.
- [Pu] V. Puech, "Introduction aux microdécharges", Atelier "Microdécharges" Laboratoire de Physique des Gaz et des Plasmas, l'Université Paris-Sud-91405 Orsay, 2009.
- [Ra-1] H. Raether, Zeit Phys, 112, p. 464, 1939.
- [Ra-2] J.L. Raimbault, "Introduction `a la Physique des Plasmas", Université Paris-Sud 11, Master 1, Physique Appliquée et Mécanique, Laboratoire de Physique des Plasmas. jean-luc.raimbault@lpp.polytechnique.fr, 2010- 2011.
- [Ra-3] Y. P. Raiser, "Gas discharge physics", Springer Verlag, 1991.
- [Ri] A. Ricard et M. Sixou, "Apport des technologies plasma dans la stérilisation médicale", Faculté de chirurgie dentaire, la revue trimestrielle du réseau Ecrin n°55, p. 20-21, 2002.
- [Sa] J. P. Salanne, "Contrôle du point de fonctionnement des décharges par l'intermédiaire de leur alimentation", thèse de doctorat présentée à l'Institut National Polytechnique de Toulouse, Novembre 2005.
- [Se] P. Ségur, "Gaz isolants", Technique de l'Ingénieur, D 2530, p. 1-10, D2531, p. 1- 3.
- [Sp] F-J. Spiess, X. Chen, S.L. Brock, S.L. Suib, Y. Hayashi et H. Matsumoto, "Destruction of freons by the use of high-voltage glow discharges", J. Phys. Chem. A, Vol.104, p. 11111-11120, 2000.
- [Ti] A. Tilmatine, "Mécanismes de claquage des isolants gazeux", cours chapitre 3, Université Djilali Liabes, Sidi Bel-Abbes.
- [To] J.S. Townsend, "Electricity in gases", Oxford, 1914.

# Chapitre I

---

[Tr] S. C. Travers, "Nouvelles techniques de stérilisation", la lettre traitement de surface par plasmas ions n°9, p.8-26, Septembre 2002.

## Chapitre II

---

# Modélisation mathématique du transport des particules

---

# Chapitre II

---

## SOMMAIRE

<b>Chapitre II</b>		<b>Page</b>
	Sommaire.	36
2.1.	Introduction.	37
2.2.	Position du problème de modélisation des décharges électriques.	37
2.3.	Fonction de distribution.	38
2.3.1.	Définition.	38
2.3.2.	Grandeurs moyennes.	39
2.3.3.	Equation de Boltzmann.	39
2.4.	Equilibre des particules présentes dans une décharge électrique.	42
2.4.1.	Equilibre du champ local (ECL).	43
2.5.	Modélisation des plasmas de décharge électrique.	45
2.5.1.	Modèles cinétiques (approche microscopique).	45
2.5.2.	Modèles fluides (approche macroscopique).	46
2.5.2.1.	Equations utilisées dans le modèle fluide.	47
2.5.2.2.	Fermeture du système des équations de transport.	48
2.5.3.	Modèles hybrides.	49
2.5.4.	Modèle hydrodynamique utilisé dans notre travail.	49
2.6.	Résolution numérique de l'équation de dérive diffusion.	51
2.6.1.	Critères pour choisir un schéma numérique.	52
2.6.2.	Discrétisation de l'équation de continuité.	52
2.6.3.	Importance du choix du flux.	53
2.7.	Schémas numériques étudiés.	54
2.7.1.	Schéma Upwind (1D).	54
2.7.2.	Schéma Lax Wendroff (1D).	55
2.7.3.	Schéma Flux Corrected Transport FCT (1D).	55
****	Références bibliographiques.	59

### 2.1. Introduction

La simulation numérique des plasmas est un puissant moyen d'investigation des phénomènes physiques, parallèle et complémentaire aux approches théoriques et expérimentales. Elle permet d'obtenir des informations détaillées sur des systèmes complexes devant lesquels les méthodes de calcul analytiques sont impuissantes, et permet aussi d'accéder à des grandeurs souvent inaccessibles à l'expérience.

On peut concevoir différents types de modèles, en fonction des objectifs visés : reproduction, prédiction et optimisation des performances d'un système particulier. Ils doivent permettre d'étudier la formation ou le développement d'instabilités dans une décharge électrique haute pression.

Afin d'être exploitables, les modèles doivent décrire de la façon la plus réaliste possible une série d'impulsions de décharges dans des temps de calculs raisonnables, et pour des géométries à deux ou trois dimensions. Il est très important de faire un bon compromis entre précision et simplicité du modèle. Suivant le degré de précision et la rapidité désirés, différents modèles sont utilisés. Un modèle complet et idéal d'une décharge électrique haute pression est un modèle multidimensionnel (au moins bi-dimensionnel).

### 2.2. Position du problème de modélisation des décharges électriques

La modélisation d'une décharge électrique est relativement complexe à cause des nombreux phénomènes mis en jeu et de leur fort couplage tel que celui entre la variation des densités de particules chargées et celle du champ électrique. Il existe aussi un certain nombre de particules neutres tel que les atomes ou les molécules et les photons.

Le comportement de la décharge est conditionné par celui de l'ensemble des particules qui la constituent. La description théorique de l'évolution de la décharge peut être effectuée si on est capable de déterminer l'évolution spatiotemporelle de toutes les particules, c'est-à-dire de résoudre l'ensemble des équations qui décrivent leur évolution.

Les particules de la décharge interagissent en permanence entre elles, le problème à résoudre est typiquement un problème à  $N$  corps. Dans ce cas, les  $N$  particules considérées sont les électrons et les ions de la décharge. Le traitement du problème est purement quantique.

Cette approche qui est la plus rigoureuse ne peut évidemment pas être adaptée compte tenu d'une part de la valeur du nombre important de particules et d'autre part, parce que sa finesse serait trop grande par rapport au niveau d'information souhaité.

## Chapitre II

---

La solution généralement adoptée consiste à distinguer les particules liées des particules libres et à considérer que les particules libres obéissent aux lois de la mécanique classique, leurs interactions avec les particules liées (constituant un sous-ensemble d'atomes ou de molécules) étant grossièrement équivalentes à l'interaction entre deux boules de billard.

La description du système qui est effectuée est statistique, c'est-à-dire que le mouvement de l'ensemble d'un type donné est décrit par une seule équation dont la solution est la fonction de distribution des vitesses de ces particules. Cette fonction de distribution caractérise l'état des particules situées en un point de l'espace à l'instant  $t$ .

Cette nouvelle description permet de réduire considérablement la complexité du problème. La description devient aussi classique, l'aspect quantique du problème initial n'intervenant qu'au niveau des interactions entre les particules libres et les atomes qui sont caractérisés par ce qu'on appelle les sections efficaces de collision. Ces grandeurs sont soit mesurées dans des expériences spécifiques, soit calculées à l'aide de la théorie quantique.

### 2.3. Fonction de distribution

#### 2.3.1. Définition

Chaque particule d'un gaz est définie par un vecteur position  $\vec{r}$  qui va de l'origine du système de coordonnées vers son centre de gravité et par un vecteur vitesse  $\vec{v}$ .

On associe au vecteur position et au vecteur vitesse, deux espaces de coordonnées que l'on regroupe pour former l'espace des phases, à un instant  $t$ . Le nombre probable de particules  $dn(\vec{r}, \vec{v}, t)$  se trouvant dans l'élément de volume  $d\vec{r}$  situé autour du point  $\vec{r}$  et est animées d'une vitesse  $\vec{v}$  variant dans l'élément de vitesse  $d\vec{v}$  est défini par :

$$dn(\vec{r}, \vec{v}, t) = d\vec{r}d\vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}, t) \quad (2.1)$$

Où  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  est la fonction de distribution spatiale de densité des particules ; elle dépend de sept variables, trois variables correspondant à la position  $\vec{r}$ , trois variables correspondant à la vitesse  $\vec{v}$  et une variable correspondant au temps  $t$ .

La fonction de distribution  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  obéit à une équation de transport appelée équation de Boltzmann et  $d\vec{r}d\vec{v}$  représente l'élément de volume de l'espace des phases centrés sur  $\vec{r}$  et  $\vec{v}$  [Am], [Me].

### 2.3.2. Grandeurs moyennes

A partir de la définition précédente (équation (2.1)), on peut déduire la densité des particules en un point du plasma et à un instant donné  $t$  :

$$n(\vec{r}, t) = \int f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (2.2)$$

La fonction de distribution  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  est une grandeur difficilement accessible à l'expérience et le nombre de particules étudiées étant important, on utilise des grandeurs moyennes.

La vitesse moyenne d'une particule est définie comme suit:

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{1}{n(\vec{r}, t)} \int \vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (2.3)$$

Pour toute autre grandeur  $\vec{x}$ , on peut définir sa valeur moyenne par :

$$\langle \vec{x} \rangle = \frac{1}{n(\vec{r}, t)} \int \vec{x} f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (2.4)$$

### 2.3.3. Equation de Boltzmann

La description mathématique d'une décharge est strictement basée sur la résolution de l'équation de Boltzmann : on dit dans ce cas que l'approche est microscopique ou particulière. La description complète d'un système s'appuie sur la connaissance des différentes interactions élémentaires entre les particules qui sont caractérisées par les sections efficaces de collision (collisions électron-molécule, ion molécule, photon-molécule, etc...).

Malgré sa complexité apparente, l'équation de Boltzmann n'est qu'une équation de continuité de la fonction de distribution dans l'espace des phases  $(\vec{r}, \vec{v})$  traduisant le fait que le nombre de particules dans un élément de volume de cet espace varie, d'une part, en raison du mouvement libre de ces particules (éventuellement en présence d'un champ) et, d'autre part, sous l'effet des collisions.

## Chapitre II

Il est évidemment impossible de décrire dans une décharge transitoire le mouvement de chaque particule. La fonction de distribution pour chaque espèce est obtenue en résolvant l'équation de Boltzmann :

$$df = \left\{ \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right\} dt \quad (2.5)$$

Le milieu étudié étant un gaz faiblement ionisé et les entités (électrons et ions) qui nous intéressent étant soumises à un champ électrique, on peut conclure que la variation de la fonction de distribution est due aux collisions particules chargées-molécules, avec:

$$\vec{v} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} \qquad \vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$$

On peut écrire aussi que:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \vec{a} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = C(f) \quad (2.6)$$

Les différents termes de l'équation (2.6) peuvent être explicités de la façon suivante :

- ❖  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  est la fonction de distribution dans l'espace des phases (espace des positions et des vitesses). Cette fonction dépend du vecteur vitesse  $\vec{v}$  et du vecteur position  $\vec{r}$  à l'instant  $t$ .
- ❖  $\frac{\partial f}{\partial t}$  représente la variation temporelle de  $f$  au point  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  : terme de variation temporelle.
- ❖  $\vec{v} \frac{\partial f}{\partial \vec{r}}$  représente la variation de  $f$  suite à la diffusion des ions ou des électrons : terme de diffusion spatiale qui fait tendre le système vers son état homogène.

## Chapitre II

- ❖  $\vec{a} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}}$  représente la variation de  $f$  sous l'action des forces extérieures,  $\vec{a}$  étant l'accélération des forces extérieures dues à l'effet des champs électrique et magnétique : terme traduisant l'action des forces extérieures sur les particules.
- ❖  $C(f)$  représente l'opérateur de collisions ; terme qui rend compte de la variation de la fonction de distribution sous l'effet des collisions avec les particules neutres.

A partir de la fonction de distribution, on peut avoir accès à toutes les grandeurs macroscopiques comme la densité, la vitesse moyenne, l'énergie moyenne, etc...

La cinétique de chacune des populations des particules chargées (électrons et ions positifs) est décrite par une fonction de distribution des vitesses solution de l'équation de Boltzmann [Ha].

Pour les électrons :

$$\frac{df_e}{dt} = \frac{\partial f_e}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f_e}{\partial \vec{r}} + \vec{a} \frac{\partial f_e}{\partial \vec{v}} = C(f_e) \quad (2.7)$$

Pour les ions positifs:

$$\frac{df_p}{dt} = \frac{\partial f_p}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f_p}{\partial \vec{r}} + \vec{a} \frac{\partial f_p}{\partial \vec{v}} = C(f_p) \quad (2.8)$$

Lorsque la résolution de l'équation de Boltzmann pour les espèces lourdes doit être prise en compte et quand la charge d'espace est suffisamment importante pour modifier le champ extérieur, on peut rencontrer une situation plus délicate. Il est nécessaire de coupler la résolution de l'équation de Boltzmann avec celle de l'équation de Poisson car cette équation donne les variations du champ électrique en fonction de la charge d'espace. L'équation de Poisson pour le calcul du champ électrique s'écrit:

$$\Delta V = - \frac{q_e (n_p - n_e)}{\epsilon} \quad (2.9)$$

$V$  représente le potentiel.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r \quad (2.10)$$

$\varepsilon$ ,  $\varepsilon_0$  et  $\varepsilon_r$  représentent respectivement la permittivité du milieu, la permittivité du vide et la permittivité relative. Dans notre cas, on suppose que la permittivité du milieu est celle de l'air,  $\varepsilon_r$  est pris égal à 1 [Du].  $q_e$  est la charge élémentaire,  $n_e$  et  $n_p$  sont les densités respectives des électrons et des ions positifs.

Le calcul du champ se fait par la formule suivante :

$$E = -\Delta V \quad (2.11)$$

L'équation de Boltzmann couplée à celle de Poisson forme un modèle électrique auto-cohérent de la décharge. Les seules données nécessaires sont les sections efficaces pour chaque type de collisions. Une description complète des phénomènes de transport est obtenue en résolvant l'équation de Boltzmann.

On doit obtenir des résultats de manière plus rapide et moins coûteuse que les résultats expérimentaux. Pour une utilisation à des fins de modélisation où le facteur temps tient une place prépondérante, on a une résolution numérique très complexe et très lourde pour un tel système.

### 2.4. Equilibre des particules présentes dans une décharge électrique

On reprend l'équation de Boltzmann :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} + \vec{a} \cdot \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = \left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{\text{col}} = C(f) \quad (2.12)$$

L'équation de Boltzmann relative à l'interaction de particules que l'on appelle  $s$  avec un ensemble de  $n$  particules  $r$  (ou l'ensemble des particules  $r$  inclut les particules  $s$ ) s'écrit :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + \vec{a}_s \cdot \frac{\partial}{\partial \vec{v}} \right] f_s(\vec{r}, \vec{v}, t) = \sum_{r=1}^{r=n} C_{sr}(f_r) \quad (2.13)$$

L'équation (2.13) peut prendre aussi la forme suivante :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + L_s \right] f_s(\vec{r}, \vec{v}, t) = 0 \quad (2.14)$$

$$L_s f_s(\vec{r}, \vec{v}, t) = \vec{a}_s \cdot \frac{\partial f_s}{\partial \vec{v}} - \sum_{r=1}^{r=n} C_{sr}(f_r) \quad (2.15)$$

Si on définit l'équilibre comme la situation pour laquelle les gradients de la fonction de distribution par rapport au temps et l'espace sont nuls (ou extrêmement faibles), la condition caractérisant cet équilibre est :

$$L_s C_s(\vec{r}, \vec{v}, t) = 0 \quad (2.16)$$

Elle traduit le fait que la fonction de distribution d'équilibre de la particule  $s$  est le résultat de l'égalité entre l'action sur la particule  $s$  des forces appliquées et des collisions qu'elle effectue avec l'ensemble des particules  $r$ .

En général, la fonction de distribution d'équilibre n'est pas indépendante de la position et du temps mais varie lentement en fonction de ces deux paramètres.

Différents cas peuvent se présenter selon que les forces appliquées sont nulles ou non [Ai]. On peut avoir l'équilibre thermodynamique local ou ETL (ce n'est pas le sujet de la présente thèse) et l'équilibre du champ local ou ECL qu'on va expliquer.

### 2.4.1. Equilibre du champ local (ECL)

On admet dans le cas où le champ appliqué à un système est constant et uniforme que les propriétés macroscopiques des particules chargées étudiées sont indépendantes de la position et du temps et sont uniquement fonction du champ appliqué.

Dans ce cas, le régime d'équilibre est un régime hydrodynamique et les particules sont en équilibre avec le champ électrique ; cet équilibre est le résultat de la compensation des pertes d'énergie au cours de collisions et le gain d'énergie du aux collisions et aux forces extérieures.

La fonction de distribution d'équilibre en absence des forces extérieures et au bout d'un temps suffisamment long, n'est plus que celle de Maxwell. Elle est obtenue par la résolution de l'équation :

## Chapitre II

---

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial}{\partial \vec{r}} + L_s \right) f_s(\vec{v}, \vec{r}, t) = 0 \quad (2.17)$$

$$L_s f_s(\vec{v}, \vec{r}, t) = 0 \quad (2.18)$$

C'est le résultat stable d'un bilan équilibré entre les processus directs et inverses qui ne risque pas de se produire dans un plasma froid non thermique produit par une décharge filamentaire.

La température des électrons  $y$  est très supérieure à celle des ions, elle-même supérieur à celle des neutres.

Lorsque l'interaction entre des articles de même type est négligeable et si les collisions sont de type binaire, l'équation de Boltzmann devient linéaire.

Une approximation valable consiste à admettre l'équilibre dans le cas des particules chargées si la variation du champ électrique le long d'un libre parcours moyen  $\lambda$  est suffisamment faible, on a dans ce cas les relations suivantes :

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dx} \ll \lambda^{-1} \qquad \frac{1}{E} \frac{dE}{dx} \ll \nu$$

Les variable  $x$  et  $\nu$  représentent respectivement la position de la particule le long de la direction du champ électrique et la fréquence de collision.

Les grandeurs macroscopiques dépendent de la position et du temps uniquement par l'intermédiaire de la variation spatiale ou temporelle du champ électrique réduit local  $E/N$  (où  $E$  et  $N$  sont respectivement le champ électrique et la densité du gaz). Si les relations précédentes sont valables, la description de la décharge peut être effectuée en utilisant les valeurs des paramètres de transport calculées à l'équilibre lorsque le champ électrique est constant.

Cette hypothèse est valable si la durée de relaxation de la fonction de distribution en énergie et en quantité de mouvement des espèces chargées est faible devant toute variation caractéristique du champ électrique dans la décharge.

On admettra donc que l'ECL est réalisé en tout point et à tout instant de l'évolution de la décharge [Ai] [Fl].

### 2.5. Modélisation des plasmas de décharge électrique

Pour modéliser un plasma de décharge, on fait appel aux:

#### 2.5.1. Modèles cinétiques (approche microscopique)

Le développement d'un streamer naît de processus collectifs microscopiques, comme par exemple les collisions ionisantes entre électrons et molécules qui forment des avalanches électroniques de taille suffisante pour induire une charge d'espace capable de déformer le champ géométrique.

La description microscopique rigoureuse de ces phénomènes ne peut être réalisée que par des modèles particuliers [Du], [Ku].

Dans les modèles cinétiques (microscopiques), les phénomènes de transport électronique et ioniques sont décrits de façon bien détaillée par le calcul de leur fonction de distribution des vitesses  $f(\vec{v}, \vec{r}, t)$ ; il s'agit de résoudre l'équation de Boltzmann soit directement par des méthodes analytiques ou par des méthodes numériques, soit indirectement par des méthodes Particle In Cell ou par des simulations de Monte Carlo [Ai], [Am], [Be-1], [Be-2], [Me].

C'est l'approche la plus précise mais la moins utilisée dans le cas des géométries multidimensionnelles. Généralement, les résultats sont obtenus pour une distribution spatio-temporelle donnée du champ électrique.

Certains essais de développement de modèles cinétiques ont montré que ces modèles ne sont pas très pratiques pour réaliser des études paramétriques des décharges et sont des gros consommateurs de temps de calcul qui augmentent avec le nombre de particules chargées considérées.

Ce nombre dépend de la pression du gaz et devient rapidement très grand à cause de l'efficacité des réactions d'ionisation. De plus, le calcul du champ de charge d'espace est très sensible aux fluctuations ce qui nécessite un lissage particulier des densités [Ku].

Pour diminuer la durée de calcul, on opte pour une description macroscopique de la décharge électrique.

La décharge est modélisée en tant que fluide et les notions microscopiques (vitesse instantanée, section efficace, fonction de distribution etc....) disparaissent au profit de grandeurs physiques moyennes (densité, fréquence de réaction, vitesse et énergie moyenne). On parle de modèle fluide.

### 2.5.2. Modèles fluides (approche macroscopique)

La modélisation de la décharge streamer et du plasma qu'elle crée est importante pour les applications utilisant les propriétés des plasmas réactifs. Si la description mathématique de la décharge est basée sur la résolution de l'équation de Boltzmann, l'approche est dite microscopique.

Dans les cas des hautes pressions, cette approche n'est pas nécessaire: on utilise l'approche macroscopique moins détaillée et plus abordable [Fl].

La mise en œuvre de l'approche macroscopique consiste à multiplier l'équation de Boltzmann (2.6) par les puissances du vecteur vitesse soit  $1, v, v_2, \dots, v_n$  (on obtient le premier moment, le deuxième moment, .... le nième moment) et à intégrer les équations successives obtenues sur l'espace des vitesses.

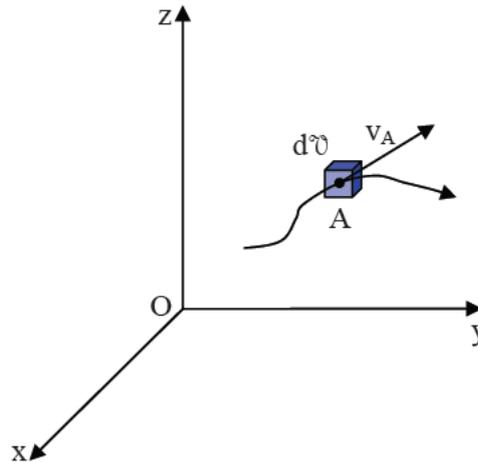
On obtient un système infini d'équations, strictement équivalent à l'équation de Boltzmann initiale, mais dans lequel ne figure plus la vitesse des particules.

La fonction de distribution des vitesses des particules est une grandeur difficilement accessible par l'expérience et les grandeurs les plus souvent mesurées sont reliées aux densités de particules, à leurs vitesses moyennes et leurs énergies.

Celles-ci sont des quantités obtenues en intégrant certains moments (définis comme le produit de la fonction de distribution par les puissances successives de la vitesse  $v$ ) de la fonction de distribution sur l'espace des vitesses ; on doit construire de nouvelles équations issues de l'équation de Boltzmann [Ai].

Le plus souvent et c'est le cas de notre étude, on ne s'intéresse pas au mouvement d'une particule de fluide, mais au mouvement de l'ensemble du fluide que l'on caractérise globalement par des grandeurs fonction du temps et des coordonnées d'un point A dans un référentiel d'analyse R (figure (2.1)).

La représentation fluide est directement limitée par le degré de simplification de la fonction de distribution des vitesses des particules chargées. En général, les grandeurs moyennes sont déterminées à partir de la résolution des deux ou trois premiers moments de l'équation de Boltzmann (équation de continuité, équation de transfert de la quantité de mouvement et équation de conservation de l'énergie).



**Figure (2.1) :** Représentation d'une particule fluide de volume  $dV$  repérée par le point  $A$  et caractérisée par le vecteur vitesse moyen  $V_A$  par rapport au référentiel d'analyse  $R$ .

### 2.5.2.1. Equations utilisées dans le modèle fluide

#### ❖ A-Equation de continuité

En multipliant l'équation (2.12) par 1 et en intégrant dans l'espace des vitesses, on obtient le premier moment qui correspond à l'équation de continuité:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla_r \cdot n\bar{v} = \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{coll} \quad (2.19)$$

$n$  et  $n\bar{v}$  représentent respectivement la densité des particules et le flux des particules ou densité de courant pour une espèce donnée ;

$\left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{coll}$  représente la variation de la densité des particules sous l'effet des collisions.

#### ❖ B-Equation de transfert de la quantité de mouvement

En multipliant l'équation (2.12) par  $(mv)$  et en intégrant dans l'espace des vitesses, on obtient le deuxième moment qui correspond à l'équation de transfert de la quantité de mouvement:

$$\frac{\partial nm\bar{v}}{\partial t} + nm(\bar{v}\nabla_r)\bar{v}(\nabla_r nm\bar{v}) + \nabla_r P - n\bar{F} = (nm\frac{\partial \bar{v}}{\partial t})_{\text{coll}} \quad (2.20)$$

$F$  représente les forces extérieures exercées sur les particules ;

$P$  est le tenseur de pression cinétique qui correspond à la densité d'énergie d'agitation thermique. L'équation (2.20) représente la variation temporelle totale de la quantité de mouvement sous l'effet des forces extérieures, de la pression cinétique et des collisions.

$$P = m \int (v - \bar{v})(\bar{v} - v) f d\bar{v} \quad (2.21)$$

### ❖ C-Equation de conservation de l'énergie

On peut ajouter un troisième moment de l'équation de Boltzmann correspondant à l'équation de conservation de l'énergie pour les particules au système pour améliorer la représentation des processus d'ionisation.

On peut considérer que le terme source d'ionisation dans ce modèle dépend de l'énergie et non plus du champ local. La nouvelle équation est obtenue en multipliant par  $1/2mv^2$  l'équation de Boltzmann et en l'intégrant dans l'espace des vitesses:

$$\frac{\partial n\varepsilon}{\partial t} + \frac{5}{3}\nabla_r(n\varepsilon\bar{v}) + \nabla_r Q - ne\nu\bar{E} = -n\nu_i\bar{\varepsilon} \quad (2.22)$$

Avec  $e$  charge élémentaire,  $\nu_i$  fréquence d'échange d'énergie par collision,  $E$  champ électrique et  $Q$  flux de chaleur.

#### 2.5.2.2. Fermeture du système des équations de transport

Un grand nombre d'équations de transport à la suite de celles décrites ci-dessus et décrivant la conservation des quantités tensorielles d'ordre supérieur (pression cinétique, flux de chaleur, etc....) est obtenu lorsqu'on considère les puissances de la vitesse d'ordre supérieur à deux.

On se limite dans la plupart des cas aux deux ou trois premiers moments de l'équation de Boltzmann pour ne pas perdre l'avantage apporté par la facilité de la résolution de ces

## Chapitre II

---

équations de transport par rapport à la difficulté de la résolution de l'équation de Boltzmann but de notre travail.

Dans tous les cas, le nombre d'inconnues est supérieur au nombre d'équations. Le système moyennant des approximations telles que l'hypothèse du champ local ou de l'énergie locale peut être fermé.

La fermeture nécessite deux approximations puisqu'on se limite dans notre étude aux deux premiers moments de l'équation de Boltzmann. La première consiste à négliger les termes de gradients de densité d'ordre supérieur afin d'obtenir une équation simplifiée du transfert de la quantité de mouvement. La seconde approximation correspond à l'hypothèse du champ local.

### 2.5.3. Modèles hybrides

Le modèle hybride représente les propriétés de transport des électrons rapides non plus de façon fluide mais microscopique, tout en gardant une représentation fluide du corps de la distribution [Ai].

Le terme modèle hybride est utilisé pour désigner une autre simulation en considérant deux groupes d'électrons. Ces deux groupes de population électronique sont relativement indépendants. Le premier inclut la majorité des électrons à faible énergie. Le deuxième groupe est composé par les électrons énergétiques accélérés en présence du champ électrique.

Afin d'optimiser le temps de calcul, les électrons du premier groupe sont traités à l'aide du modèle fluide. Par contre, les électrons rapides sont traités en adoptant une méthode de type Monte Carlo [Be-2].

### 2.5.4. Modèle hydrodynamique utilisé dans notre travail

On adopte le modèle fluide d'ordre 1 pour déterminer la dynamique de la décharge. Ce modèle met en jeu les deux premiers moments de l'équation de Boltzmann (c'est-à-dire l'équation de continuité et de quantité de mouvement) pour chaque espèce chargée, couplé à l'équation de Poisson pour le calcul du champ électrique de charge d'espace [Ba-1], [Du], [Ge], [Ha], [Pa].

On obtient le second moment de l'équation de Boltzmann en écrivant le flux sous la forme:

$$n\bar{v}=nw(E) -D(E)\nabla_r \quad (2.23)$$

## Chapitre II

---

Avec  $w(E)$  vitesse de dérive ;

Et  $D(E)$  coefficient de diffusion de la particule transportée qui dépend de la position et du champ local  $E(\vec{r}, t)$ .

L'hypothèse du champ local se traduit par  $w(\vec{r}, t) = w(E(\vec{r}, t))$ . En effet, dans le cas des décharges haute pression, on admet habituellement que les particules sont en équilibre avec le champ électrique.

On remplace l'équation (2.23) dans l'équation de continuité (2.12) ; on obtient l'équation suivante qui prend la même forme pour les électrons et les ions :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla_r \cdot (nw(E) - D(E)\nabla_r n) = \left(\frac{\partial n}{\partial t}\right)_{\text{coll}} = \nu(E)n + S \quad (2.24)$$

L'équation (2.24) est constituée d'un terme de dérive (du premier ordre par rapport à la dérivée spatiale) et d'un terme de diffusion (du second ordre par rapport à la dérivée spatiale). Pour cela, on l'appelle équation de dérive-diffusion.  $\nu(E)$  représente la fréquence d'ionisation directe des molécules,  $S$  est un terme source globale qui rend compte de la disparition et production des électrons et des ions par l'intermédiaire de divers processus collisionnels.

L'équation de transport de la quantité de mouvement est généralement simplifiée grâce à l'équation de dérive-diffusion qui détermine la vitesse moyenne des particules chargées sans avoir à résoudre la totalité de l'équation. La vitesse moyenne obtenue par cette approximation comprend un terme de dérive issu de l'équilibre entre l'application d'une force électrique et une force de friction (modélisant les collisions entre particules chargées et neutres) ainsi qu'un terme de diffusion [Du].

On a introduit les équations nécessaires à la modélisation des décharges hors équilibre selon deux approches classiques.

La première approche qui consiste à résoudre l'équation de Boltzmann pour chaque espèce, permet un traitement plus rigoureux de la décharge. Mais le principal inconvénient réside dans le temps de calcul excessif et aussi à l'étendre à des géométries multidimensionnelles (2D ou 3D).

La seconde approche qui est celle adoptée dans notre travail, est basée sur l'utilisation du modèle hydrodynamique c'est-à-dire les équations de dérive diffusion des particules chargées couplées à l'équation de Poisson pour le calcul du champ.

On remarque que le système d'équations utilisées est fortement couplé.

Localement, un champ réduit donné détermine les propriétés de transport pour chaque espèce chargée. L'évolution de la densité des espèces est ensuite fournie par la résolution des équations de continuité. Des nouvelles densités, on déduit la densité de charge d'espace résultante et le nouveau champ réduit et ainsi de suite.

Ces équations sont résolues au moyen d'algorithmes qui fournissent une solution approchée. Du fort couplage des équations, les erreurs intrinsèques aux algorithmes se répercutent sur l'ensemble de la structure, ce qui peut entraîner la divergence de la solution. Il faut donc apporter une attention particulière à l'étude des algorithmes utilisés pour résoudre les équations du modèle.

### 2.6. Résolution numérique de l'équation de dérive-diffusion

En géométrie monodimensionnelle, l'équation macroscopique fondamentale rendant compte de l'évolution spatio-temporelle de la densité des particules est l'équation de continuité qui prend la même forme pour les électrons et les ions positifs (le gaz choisi est l'azote):

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial J(x, t)}{\partial x} = v(x, t)n(x, t) + S(x, t) \quad (2.25)$$

$J(x, t)$  représente le flux des particules (densité de courant) et s'écrit sous la forme :

$$J(x, t) = w(x, t)n(x, t) - D(x, t) \frac{\partial n(x, t)}{\partial x} \quad (2.26)$$

Le premier terme représente la dérive des particules induites par le champ électrique et le second terme rend compte de leur diffusion.

La spécificité de l'équation (2.25) est de présenter, selon les valeurs respectives de la vitesse de dérive et du coefficient de diffusion, des types de solutions extrêmement différents.

Si le terme de diffusion prédomine, une distribution initiale de particules chargées quelconque évolue vers une forme gaussienne de plus en plus élargie au fur et à mesure que le temps croît.

Si le terme de dérive est relativement important par rapport au terme de diffusion, cette distribution se propage sans modification au cours du temps. C'est le cas des décharges filamentaires haute pression.

### 2.6.1. Critères pour choisir un schéma numérique

Il n'est en général pas possible de résoudre d'une manière analytique l'équation (2.25) pour chaque espèce chargée, il est donc nécessaire de faire appel à des méthodes numériques. Un schéma numérique adapté à la modélisation des streamers et des gradients de densité associés doit avoir les propriétés suivantes [Be-2], [Bo-1], [Fl]:

- ❖ La conservation des profils de densité des particules chargées exprimée par l'équation de continuité doit être assurée par le schéma qu'on va adopter (caractère conservatif);
- ❖ Les profils des densités propagés doivent être monotones c'est-à-dire que le profil calculé par le schéma numérique doit garder la même forme ou varier très peu par rapport à la forme qu'il avait initialement puisque l'équation de continuité est résolue avec un terme source égal à zéro;
- ❖ L'algorithme doit être non dispersif pour ne pas générer des oscillations parasites et assurer la positivité de la solution numérique pour éviter les valeurs de densités négatives ;
- ❖ Le schéma numérique ne doit pas être diffusif (la diffusion numérique doit être minimale) ;
- ❖ Le schéma numérique doit pouvoir traiter l'évolution des profils comportant des variations spatiales brusques et les problèmes de choc ;
- ❖ Le schéma numérique doit pouvoir restituer rapidement la solution.

### 2.6.2. Discrétisation de l'équation de continuité

L'équation (2.25) discrétisée sans second membre prend la forme suivante:

$$\frac{n_i^{k+1} - n_i^k}{\Delta t} + \frac{J_{i+1/2} - J_{i-1/2}}{\Delta x} = 0 \quad (2.27)$$

D'où :

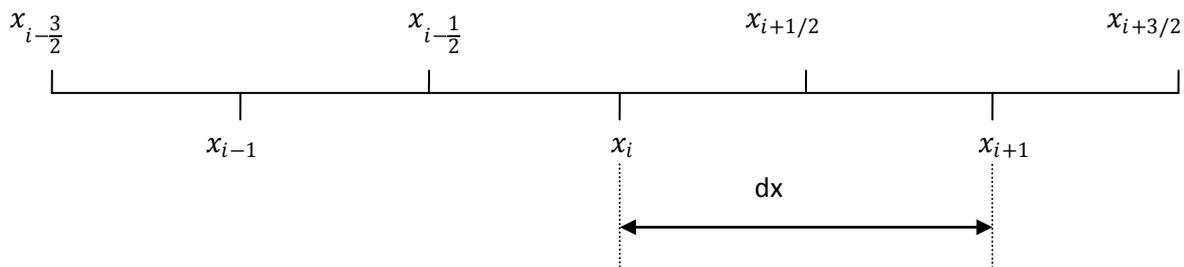
$$n_i^{k+1} = n_i^k - \frac{\Delta t (J_{i+1/2} - J_{i-1/2})}{\Delta x} \quad (2.28)$$

## Chapitre II

On remarque à partir de l'équation (2.28) qu'on peut obtenir les densités  $n_i^{k+1}$  (au point  $i$  et à l'instant  $k+1$ ) à partir des densités  $n_i^k$  (au point  $i$  et à l'instant  $k$ ) et des flux aux milieux de deux cellules consécutives. Les valeurs des densités s'obtiennent de proche en proche à partir de l'instant initial  $t_0$  et de la connaissance des conditions initiales [Po].

Les valeurs du flux au centre des cellules élémentaires peuvent s'obtenir (voir figure (2.2)) de différentes manières.

La difficulté principale au niveau de l'établissement d'un schéma numérique repose sur la détermination optimale du flux qui doit nécessairement s'exprimer en termes de combinaison linéaire des densités  $n_i^k$  situées de part et d'autre de la position  $x_i$ .



**Figure (2.2) : Mode de discrétisation suivant l'axe de propagation.**

### 2.6.3. Importance du choix du flux

L'approximation la plus naturelle consiste à admettre que la densité  $n$  varie linéairement entre les positions  $x_i$  et  $x_{i+1}$ . Comme le flux  $J_{i+1/2}$  est situé au centre de la cellule  $i$ , il peut être donné en négligeant le terme de diffusion par l'expression suivante :

$$J_{i+1/2} = w_{i+1/2} \frac{n_i^k + n_i^{k+1}}{\Delta t} \quad \forall i \in [1, nx] \quad (2.29)$$

La vitesse  $w_{i+1/2}$  est la vitesse de dérive de la particule au point  $x_{i+1/2}$  supposée différente d'une cellule à une autre et  $nx$  représente le nombre de points suivant la position. Si on introduit la relation (2.29) dans (2.28), on obtient :

$$n_i^{k+1} = n_i^k \left( 1 - \frac{(\varepsilon_{i+1/2} - \varepsilon_{i-1/2})}{2} \right) - n_{i+1}^k \frac{\varepsilon_{i+1/2}}{2} + n_{i-1}^k \frac{\varepsilon_{i-1/2}}{2} \quad (2.30)$$

Avec :

$$\varepsilon_{i+1/2} = w_{i+1/2} \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (2.31)$$

La quantité  $\varepsilon_{i+1/2}$  est le nombre de courant de Friedrich Levy (CFL). Cette quantité représente le rapport entre la distance effectivement parcourue dans une cellule élémentaire par la particule et la longueur de la cellule  $\Delta x$ .

### 2.7. Schémas numériques étudiés

Dans le cas des décharges haute pression, le terme de convection est nettement plus important que le terme de diffusion. Cette caractéristique propre à notre application nous amène à considérer des schémas numériques dédiés à la résolution d'équations de type hyperbolique. Les schémas sélectionnés sont les schémas Upwind, Lax Wendroff et la technique FCT-LPE.

#### 2.7.1. Schéma Upwind

Le schéma Upwind est un schéma d'ordre 1 en espace et en temps ; sa structure est dépendante du signe de la vitesse, c'est-à-dire du sens de déplacement des particules. Les anglo-saxons lui ont attribué le nom Upwind [Fl].

C'est un schéma strictement positif et le calcul du flux est fait grâce aux deux formules qui suivent:

$$J_{i+1/2} = w n_i^k \quad \forall i \in [1, nx], w > 0 \quad (2.32)$$

$$J_{i+1/2} = w n_{i+1}^k \quad \forall i \in [1, nx], w < 0 \quad (2.33)$$

### 2.7.2. Schéma Lax-Wendroff (1D)

Le schéma de Lax-Wendroff, est d'ordre 2 en espace et 1 en temps. Le flux  $J_{i+1/2}$  est donné par l'équation suivante [F1]:

$$J_{i+1/2} = w_{i+1/2} \frac{(n_i^k + n_{i+1}^k) - \varepsilon_{i+1/2} (n_{i+1}^k - n_i^k)}{2} \quad (2.34)$$

Le schéma de Lax-Wendroff est d'ordre supérieur.

Son défaut est celui d'être dispersif. Un profil initial gaussien ou autre va avoir tendance à faire apparaître des oscillations.

### 2.7.3. Schéma Flux De Transport Corrigé (1D)

En 1971, Boris et Book [Bo-2], [Bo-3] et [Bo-4] ont proposé une nouvelle approche pour résoudre numériquement l'équation de continuité : les résultats obtenus sont physiquement raisonnables même dans les circonstances où les algorithmes standards échouent.

Cette approche, appelée la correction du flux de transport (F.C.T) est d'ordre indéterminé mais génère des résultats réalistes et précis. Elle a été ensuite améliorée par Zalezak [Za].

La technique FCT a permis d'ouvrir de nouvelles perspectives pour la modélisation des décharges hors-équilibre en général et des décharges filamentaires en particulier vu ses qualités de stabilité, précision et rapidité par rapport aux techniques numériques qui l'ont précédées.

L'idée centrale de la méthode FCT est d'appliquer une diffusion corrective à un schéma de transport dispersif, en localisant la diffusion uniquement aux régions où des oscillations dénuées de sens physique ont tendance à se former suite à la dispersion.

Cette diffusion corrective est non linéaire car sa valeur dépend des valeurs de la densité de charge ou de masse.

La diffusion est appliquée de manière conservative, de sorte que lorsqu'une quantité de fluide est soustraite d'un point, elle se trouve compensée par une quantité égale rajoutée ailleurs. Ainsi, des petites quantités de densités sont extraites localement d'un point à l'autre sans toutefois altérer le système global par des gains ou des pertes.

La technique FCT a donc deux objectifs :

## Chapitre II

- ❖ Le premier est l'application à tout le profil de densité calculée par un algorithme de différence centrée une diffusion numérique, dont l'intensité est suffisante pour supprimer les oscillations superposées au profil physique (phénomène de dispersion causé par un algorithme instable). Après l'application de cette diffusion, la forme initiale du profil de densité est évidemment altérée; et il est nécessaire de procéder à sa restauration.
- ❖ Le deuxième objectif de la technique FCT est d'appliquer l'anti-diffusion sur le profil de densité calculé à un instant donné. Grâce au flux d'anti-diffusion, le résultat est amélioré mais présente à nouveau des oscillations. On fait alors intervenir le flux d'anti-diffusion corrigé.

Il y a plusieurs variantes de la technique FCT. Le schéma numérique FCT-LPE développé par Morrow [Mo-2] et utilisé dans nos simulations comporte les étapes suivantes:

-Le calcul de la densité transportée et diffusée est donné par l'expression:

$$\bar{n}_i^{k+1} = n_i^k - \frac{1}{2} \left[ \varepsilon_{i+\frac{1}{2}} (n_{i+1}^k + n_i^k) - \varepsilon_{i-\frac{1}{2}} (n_i^k + n_{i-1}^k) \right] + \left[ \vartheta_{i+\frac{1}{2}} (n_{i+1}^k - n_i^k) - \vartheta_{i-\frac{1}{2}} (n_i^k - n_{i-1}^k) \right] \quad (2.35)$$

Où  $k$  et  $k+1$  représente respectivement les instants  $t$  et  $t+\Delta t$  ( $\Delta t$  est le pas de temps). On peut remarquer à partir de l'équation ci-dessus que la cellule  $i$  n'échange le flux qu'avec les cellules contigües  $i-1$  et  $i+1$ .

Le schéma FCT-LPE est un schéma purement explicite, sa stabilité numérique est assurée par la condition  $\left| \varepsilon_{i+\frac{1}{2}} \right| \leq 0.5$ .

$w_{i+\frac{1}{2}}$  est la vitesse de dérive moyenne entre la cellule  $i$  et la cellule  $i+1$ , et  $\vartheta_{i+\frac{1}{2}}$  est le coefficient de diffusion numérique donné par :

$$\vartheta_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \varepsilon_{i+\frac{1}{2}}^2 \quad (2.36)$$

-Le calcul des flux bruts d'anti-diffusion se fait selon l'expression suivante:

## Chapitre II

---

$$J_{i+1/2} = \mu_{i+2}[\bar{n}_{i+1}^{k+1} - \bar{n}_i^{k+1} + (-n_{i+2}^k + 3n_{i+1}^k - 3n_i^k + n_{i-1}^k)/6] \quad (2.37)$$

$$\mu_{i+1/2} = (1 - \varepsilon_{i+2}^2)/6 \quad (2.38)$$

$\mu_{i+1/2}$  représente le coefficient d'anti-diffusion.

Il faut remarquer que les valeurs des coefficients de diffusion et d'anti-diffusion sont issues d'une analyse de Fourier de la densité et qu'ils permettent de réduire l'erreur de phase.

Une telle anti-diffusion est appelée Phoenical car elle compense exactement la diffusion quand la vitesse s'annule et permet de retrouver la valeur intacte du profil, tel le phoenix qui renaît de ses cendres.

Dans ce qui suit, Le flux d'anti-diffusion doit être corrigé par la technique du flux limiteur ; Ce flux veille à ce que l'anti diffusion ne doit ni créer de nouveaux extremums, ni accentuer les extremums déjà existants.

Les valeurs des flux d'anti-diffusion corrigés sont données par l'expression suivante:

$$\bar{J}_{i+1/2} = S * \max[0, \min[S(\bar{n}_{i+2}^{k+1} - \bar{n}_{i+1}^{k+1}), |\varphi_{i+2}^{1/2}|, S(\bar{n}_i^{k+1} - \bar{n}_{i-1}^{k+1})]] \quad (2.39)$$

$$|S| = 1 \text{ et } S \equiv \text{Signe}(\bar{n}_{i+2}^{k+1} - \bar{n}_i^{k+1}) \quad (2.40)$$

Et la nouvelle valeur de la densité calculée au point  $i$  et à l'instant  $t+\Delta t$  s'obtient par la relation :

$$n_i^{k+1} = \bar{n}_i^{k+1} - \bar{J}_{i+1/2} + \bar{J}_{i-1/2}$$

On remarque à partir de la relation ci-dessus que toute quantité soustraite (ou ajoutée) au point  $i$ , se retrouve ajoutée (ou soustraite) soit au point  $i-1$ , soit au point  $i+1$ , de telle sorte que la méthode FCT-LPE reste conservative.

En revanche, si le domaine de calcul possède deux ou trois dimensions, plusieurs flux peuvent entrer ou sortir de la cellule sans que la valeur au centre de la cellule ne soit un extremum local. Le limiteur de flux doit prendre en considération l'effet de ces flux simultanément [Za].

## Chapitre II

---

Parmi les avantages du schéma FCT-LPE (Flux Corrected Transport Low Phase Error), on peut citer:

- ❖ Positivité de la solution;
- ❖ Absence d'oscillations parasites;
- ❖ Diffusion numérique minimale;
- ❖ Caractère conservatif (c'est à dire que par exemple s'il s'agit d'une densité, le nombre de particules est conservé);
- ❖ Possibilité de calculer l'évolution de profils comportant des variations spatiales très brusques (gradients raides) et aptitude à répondre aux problèmes d'ondes de choc ou d'ondes d'ionisation (streamers);
- ❖ Schéma explicite (donc rapidité de la réponse).

On vérifiera l'existence de ces avantages dans le chapitre 3 qui va traiter des tests numériques.

### REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [Ai] A. Aissaoui, "Modélisation des décharges luminescentes radio fréquence", thèse de magister présentée à la Faculté de Génie Electrique, Département d'Electrotechnique, Université des Sciences et de la Technologie Mohammed Boudiaf Oran, Juin 2000.
- [Am] A. D. Amir, thèse de doctorat présentée à la Faculté des Sciences, Département de Physique, Université des Sciences et de la Technologie Mohammed Boudiaf d'Oran, Juin 2010.
- [Ba-1] P. Bayle et B. Cornebois, Phys. Rev. A. 31, p. 1, 1985.
- [Ba-2] P. Bayle et B. Cornebois, "Propagation of ionizing electron shock waves in electrical breakdown", Phys. Rev A, Vol.31, n°2, p. 1046-1058, 1985.
- [Be-1] D. Benyoucef, "Modélisation particulaire et multidimensionnelle des décharges hors équilibre à basse pression excitées par champs électromagnétiques", thèse de doctorat présentée à l'Université Paul Sabatier, Toulouse III, Mai 2011.
- [Be-2] D. Bessières, "Modélisation des décharges électriques filamenteuses", thèse de doctorat présentée à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour, Décembre 2006.
- [Bo-1] D. L. Book, "Finite differences techniques for vectorized fluid dynamics calculations", Springer Series in Computational Physics Springer-Verlag, New York, 1981.
- [Bo-2] J. P. Boris, D.L. Book et K. Hain, "Flux corrected Transport II: Generalization of the method", Journal of Computational Physics, n°18, p. 248-283, 1975.
- [Bo-3] J. P. Boris et D. L. Book, " Flux corrected transport III. Minimal error FCT algorithm", Journal of Computational Physics, n°20, p. 397-431, 1976.
- [Bo-4] J. P. Boris et Book D., "I SHASTA, a fluid transport algorithm that works", J. Comp. Phys., Réédition n°135, p. 172-186, 1997.
- [Du] O. Ducasse, " Modélisation électrodynamique d'un réacteur plasma hors équilibre de dépollution des gaz", thèse de doctorat présentée à l'Université Paul Sabatier, Toulouse III, Septembre 2006.
- [Fl] A. Flitti, "Modélisation numérique 1.5D et 2D de la propagation d'une décharge filamenteuse haute pression", thèse de doctorat en Sciences présentée à la Faculté de Génie Electrique, Département d'Electrotechnique, Université des Sciences et de la Technologie Mohammed Boudiaf Oran, Janvier 2008.
- [Ge] G. E. Georghiou, R. Morrow et A. C. Metaxas, "The theory of short gap breakdown of needle point-plane gaps in air using finite-difference and finite-element methods", J. Phys. D: Appl. Phys., Vol .32, p. 1370-1385, 1999.
- [Ha] A. Hamani, " Modélisation multidimensionnelle des décharges froides haute pression pour l'application aux dispositifs de dépollution des gaz d'échappement", thèse de doctorat présentée à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, Juillet 1996.
- [Ku] E. E. Kunhardt et C. Wu, "Towards a more accurate flux corrected transport algorithm", J. Comp. Phys. Vol. 68, p. 127-150, 1987.

## Chapitre II

---

- [Me] B. Mennad, "L'influence de la nature du matériau des parois sur la décomposition de l'ozone  $O_3$  dans une décharge couronne", thèse de magister présentée à la Faculté des Sciences, Département de Physique, Université des Sciences et de la Technologie Mohammed Boudiaf Oran, Juillet 2009.
- [Pa] S. Pancheshnyi et A. Yu. Starikovskii, "Two dimensional modeling of the cathode directed streamer development in a long gap at high voltage", J. Appl. Phys., 36, p. 2683-2691, 2003.
- [Po] J. Potin, "Modélisation numérique d'une décharge filamentaire contrôlée par barrière diélectrique dans l'azote à la pression atmosphérique ", thèse de doctorat présentée à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, Septembre 2001.
- [Za] S. T. Zalezak, "Fully multidimensional flux corrected transport algorithm for fluids", J. Comput. Phys. 31, p. 335-362, 1979.

## Chapitre III

---

### Tests numériques

---

# Chapitre III

---

## SOMMAIRE

<b>Chapitre III</b>		<b>Page</b>
	Sommaire.	62
3.1.	Introduction.	63
3.2.	Comparaison des schémas numériques en 1D.	63
3.3.	Tests de validité.	64
3.3.1.	Tests qualitatifs linéaires et non linéaires.	64
3.3.2.	Tests quantitatifs.	68
3.4.	Résolution bidimensionnelle de l'équation de dérive-diffusion.	73
3.4.1.	Méthode des pas fractionnés.	73
3.4.2.	Test de validité de la méthode des pas fractionnés.	73
3.5.	Résolution de l'équation de Poisson en 2D.	76
****	Références.	79

### 3.1. Introduction

La littérature sur les méthodes numériques en général et sur les méthodes de résolution des systèmes hyperboliques en particulier est très abondante et multidisciplinaire. Le chapitre 3 consiste en une comparaison entre les techniques de résolution telles que le schéma Upwind, Lax Wendroff et le schéma Flux Corrected Transport Low Phase Error (FCT-LPE).

Les tests auxquels vont être soumis les méthodes numériques choisies sont guidés par l'exigence de la modélisation des décharges pour lesquelles la meilleure précision avec la plus faible diffusion numérique possible, la prise en compte de forts gradients et d'une vitesse qui varie rapidement sont nécessaires à une modélisation de qualité.

Les méthodes numériques vont être soumises à une série de problèmes de convection pure à vitesse constante puis variable. Les performances des méthodes sont jugées sur leur précision et le comportement de chaque schéma face à ces situations est un pré-requis indispensable à la modélisation des décharges filamentaires.

### 3.2. Comparaison des schémas numériques en 1D

Le schéma numérique qui doit être sélectionné pour la résolution de l'équation de dérive-diffusion dans le modèle 2D de la décharge filamentaire à haute pression doit impérativement respecter les critères physiques et numériques suivants :

- ❖ La conservation des profils des densités des particules chargées exprimée par l'équation de continuité doit être préservée par l'algorithme numérique utilisé ;
- ❖ Les résultats ne doivent pas être non physiques comme par exemple l'obtention de densités de particules négatives ;
- ❖ Les résultats ne doivent pas contenir d'oscillations et de diffusion numérique. La méthode numérique doit être stable pour toutes les composantes harmoniques de la solution recherchée ;
- ❖ Le schéma numérique doit pouvoir tenir compte des brusques variations spatio-temporelles des densités calculées ;
- ❖ L'algorithme choisi doit être le plus rapide possible du point de vue temps de calcul.

Les tests de transport servent aux premières comparaisons basiques pour les schémas numériques. Dans une première partie, les algorithmes décrits au chapitre 2 sont utilisés pour

## Chapitre III

---

la résolution de l'équation de continuité. Les tests sont effectués à vitesse constante en premier lieu, puis avec une vitesse dépendant de la position.

Ces champs de vitesses variables entraînent la déformation du profil initial (on le verra dans les résultats) et le test utilisé peut être considéré comme la première approximation de la propagation du front d'un streamer.

Les tests sont aussi effectués dans un domaine périodique. Ce type de problème présente de nombreux avantages :

- ❖ Il induit la connaissance de la solution analytique qui correspond au profil initial ;
- ❖ Il permet de tester la performance des méthodes numériques sur de longs temps de calcul, caractéristique nécessaire au traitement numérique des décharges.

La connaissance du comportement de chaque schéma face à ces situations est un pré requis indispensable à la modélisation des décharges filamentaires.

### 3.3. Tests de validité

Les tests numériques qu'on va utiliser sont basés sur des problèmes classiques issus de la littérature [Ak], [Bo-1], [Bo-2], [Bo-3], [Mo-1], [Mo-2].

Ces tests ont été sélectionnés sur la base de leur simplicité de mise en œuvre et de leur complémentarité. Les schémas sont aussi soumis à de longs temps de calcul (cinq, dix et vingt périodes). L'ensemble des tests permet de mettre en évidence les performances des méthodes numériques dans diverses situations particulièrement sévères. Les schémas ne donnant pas de résultats satisfaisants vont être écartés.

#### 3.3.1. Tests qualitatifs linéaires et non linéaires

Parmi les tests numériques les plus utilisés pour valider les algorithmes Upwind, Lax Wendroff et Flux de Transport Corrigé (FCT-LPE), on a le test standard de Davies [Da-1], [Da-2]. On suit la propagation d'un profil initial rectangulaire le long de la direction axiale sur un intervalle  $[0,1]$  discrétisé par  $n_x$  cellules uniformes. Le profil de densité initiale (figure (3.1)) est donné par l'équation suivante:

$$\begin{cases} n(x, t = 0) = 10 & \text{si } 0.05 \leq x \leq 0.25 \\ n(x, t = 0) = 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.1)$$

## Chapitre III

---

Pour ces essais numériques, on a pris deux formes de vitesse: une vitesse constante et égale à 10 et une vitesse variable en fonction de la position (figure (3.1)), donnée par la relation suivante:

$$w(x) = 1 + 9 \sin^8(\pi x) \quad (3.2)$$

Un tel champ de vitesse entraîne tout d'abord une déformation continue de la solution avec l'apparition de forts gradients. Le profil de densité doit ensuite retrouver sa forme initiale après exactement une période. L'unité utilisée pour les densités, les vitesses et la position est notée unité arbitraire (ua).

Le nombre de Courant de Friedrich Levy est pris égal à  $10^{-2}$  et les résultats sont comparés après cinq, dix et vingt périodes. La période temporelle est calculée par la formule (3.4).

Les conditions aux limites de l'intervalle sont périodiques de telle sorte que toute particule qui quitte le côté droit de l'intervalle est réinjectée par le côté gauche. On pose la condition de périodicité ainsi :

$$n(x + d) = n(x) \quad (3.3)$$

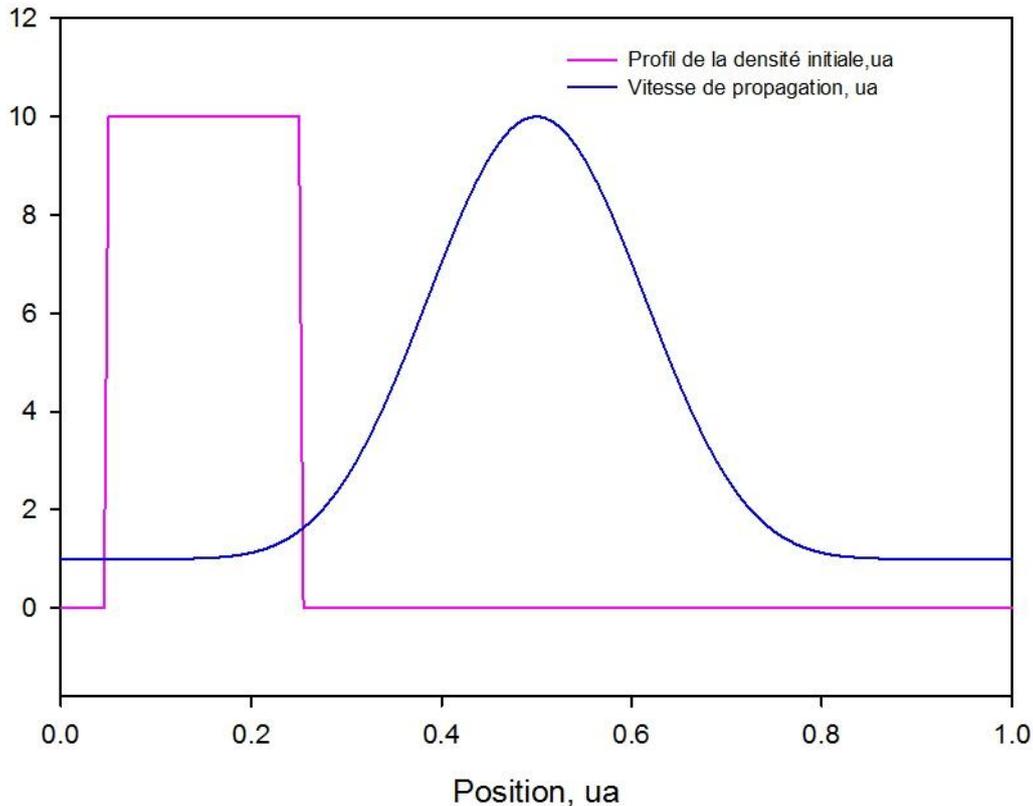
$$T = \int_{x=0}^d \frac{dx}{w(x)} \quad (3.4)$$

$d$  représente la période spatiale (longueur du domaine d'étude).

Dans le cas où le terme source de l'équation (2.25) est pris égal à zéro, la solution numérique à l'instant  $T$  (soit une période) doit être identique à la distribution initiale de la densité à l'instant  $t = 0$ .

Les figures (3.2), (3.3), (3.4) et (3.5) représentent les solutions des densités issues de trois schémas numériques après une période. Il s'agit des schémas FCT-LPE, Upwind et Lax-Wendroff. Ces calculs sont effectués pour un CFL de  $10^{-2}$  (nous avons utilisé le même CFL que Davies) et un nombre de points  $n_x$  égal à 100 et 500. La propagation du profil de densité est assurée par une vitesse de dérive constante (voir figures (3.2) et (3.3)) et variable (voir figures (3.4) et (3.5)).

Le fait le plus frappant est la forte diffusion de la solution engendrée par le schéma Upwind. Ce schéma donne des valeurs de densités toujours positives et un profil de densité qui n'est pas conservé. Au bout d'une période  $T$ , on perd complètement la forme initiale de la solution.



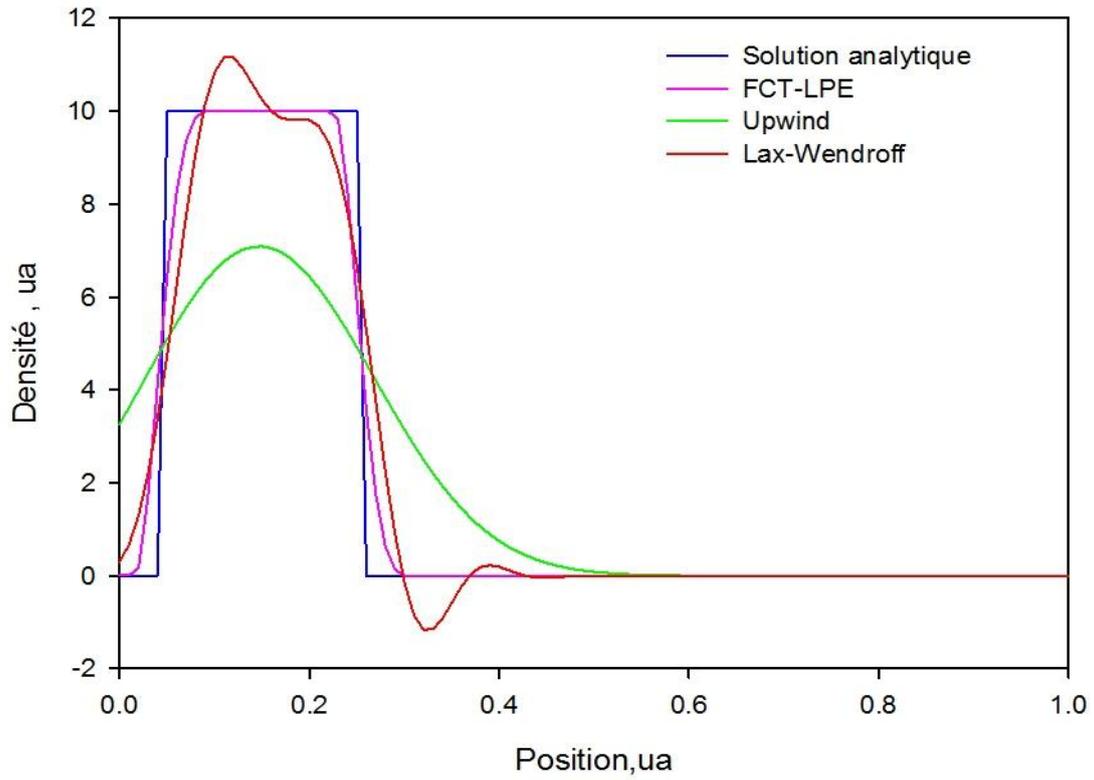
*Figure (3.1): Profils de la densité initiale et de la vitesse de propagation.*

On peut donc conclure que le schéma Upwind est diffusif mais il conserve la positivité de la solution.

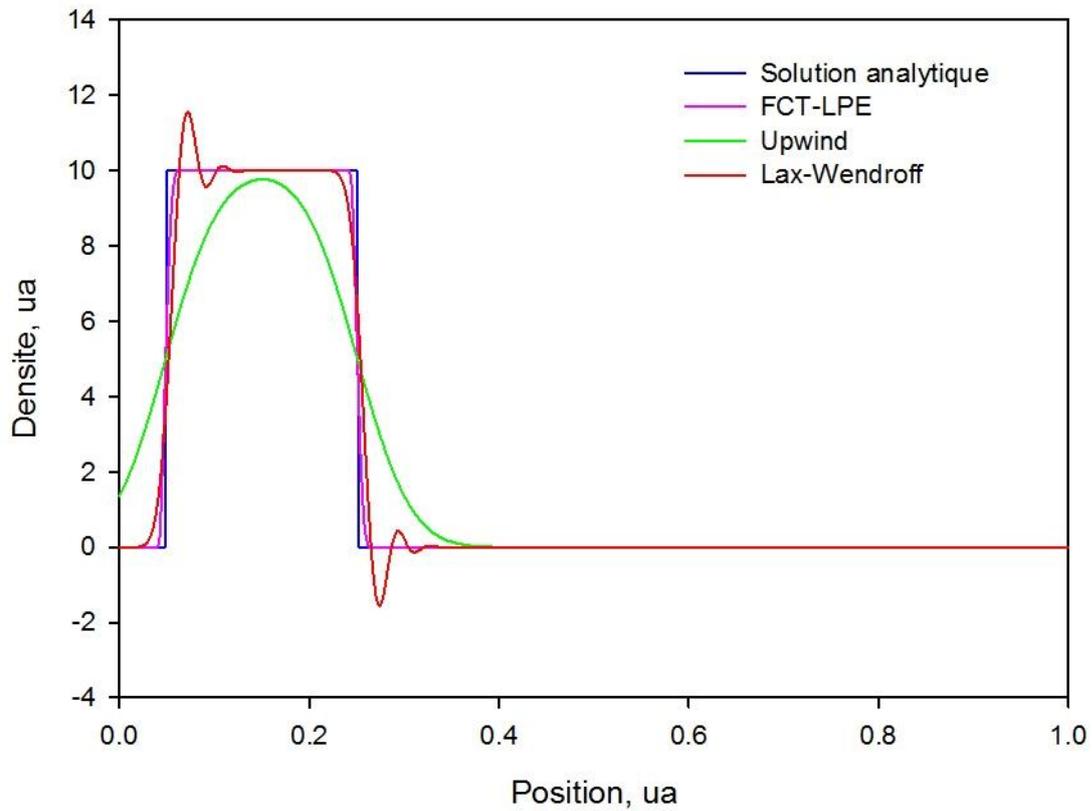
Le schéma Lax Wendroff n'est pas diffusif mais des oscillations apparaissent aux discontinuités ainsi que des densités négatives. On remarque aussi que les oscillations augmentent avec le nombre de points utilisés.

En présence d'une vitesse constante ou variable, l'algorithme FCT-LPE donne un profil de densité conforme à la solution analytique après une période. L'élargissement à la base diminue quand le nombre de points augmente. Comparé aux schémas Upwind et Lax Wendroff, l'algorithme FCT-LPE montre une excellente stabilité et le profil de la densité calculé est toujours positif.

Les figures (3.6) et (3.7) représentent respectivement les profils des densités issus des schémas FCT-LPE, Upwind et Lax Wendroff après dix et vingt périodes temporelles. On voit que pour le schéma Upwind, la perte de la forme initiale de la solution est accentuée quand le nombre de périodes augmente.



**Figure (3.2):** Profil de densité calculé après une période en présence d'une vitesse constante pour  $n_x = 100$ .



**Figure (3.3):** Profil de densité calculé après une période en présence d'une vitesse constante pour  $n_x = 500$ .

## Chapitre III

Pour le schéma Lax Wendroff, le nombre d'oscillations diminue quand le nombre de périodes augmente. L'analyse qualitative (visuelle) montre que le profil de densité donné par la technique FCT-LPE est en bon accord avec la solution analytique après une, dix ou vingt périodes. Le schéma numérique n'est pas diffusif, ne donne pas d'oscillation et est robuste (il donne un profil conforme à la solution analytique après de longs temps de calcul).

On va comparer le profil de densité issu de ce schéma à l'instant 0.4 de la période avec la solution analytique proposée par Davies [Da-1], [Da-2] pour une vitesse variable. Pour cet instant, la solution présente un très fort gradient de densité qui atteint sa valeur maximale durant la propagation.

La figure (3.8) représente le profil de densité à cet instant en fonction de la position pour  $n_x$  égal à 500.

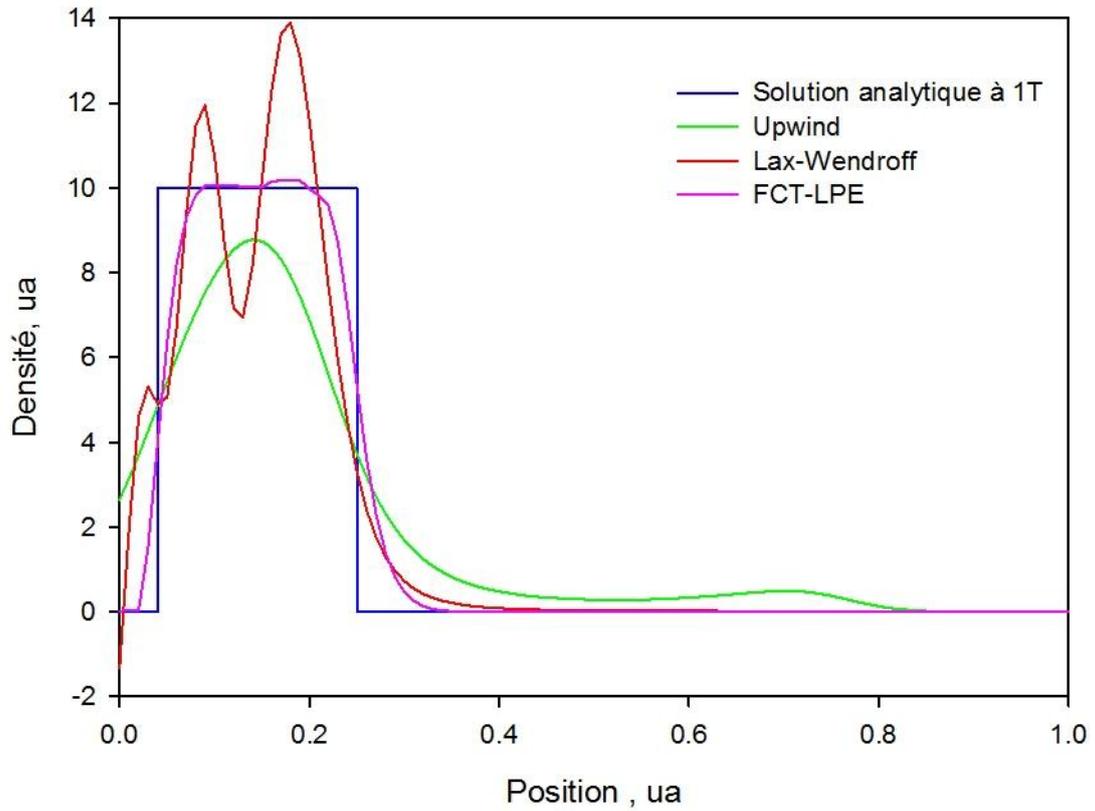
On constate que le schéma FCT-LPE est en quasi accord avec le profil de densité donné par Davies. Seulement, le pic du profil de la solution analytique n'est pas atteint. Cela est dû au flux limiteur utilisé dans la FCT-LPE pour assurer l'élimination de tout extremum.

### 3.3.2. Tests quantitatifs

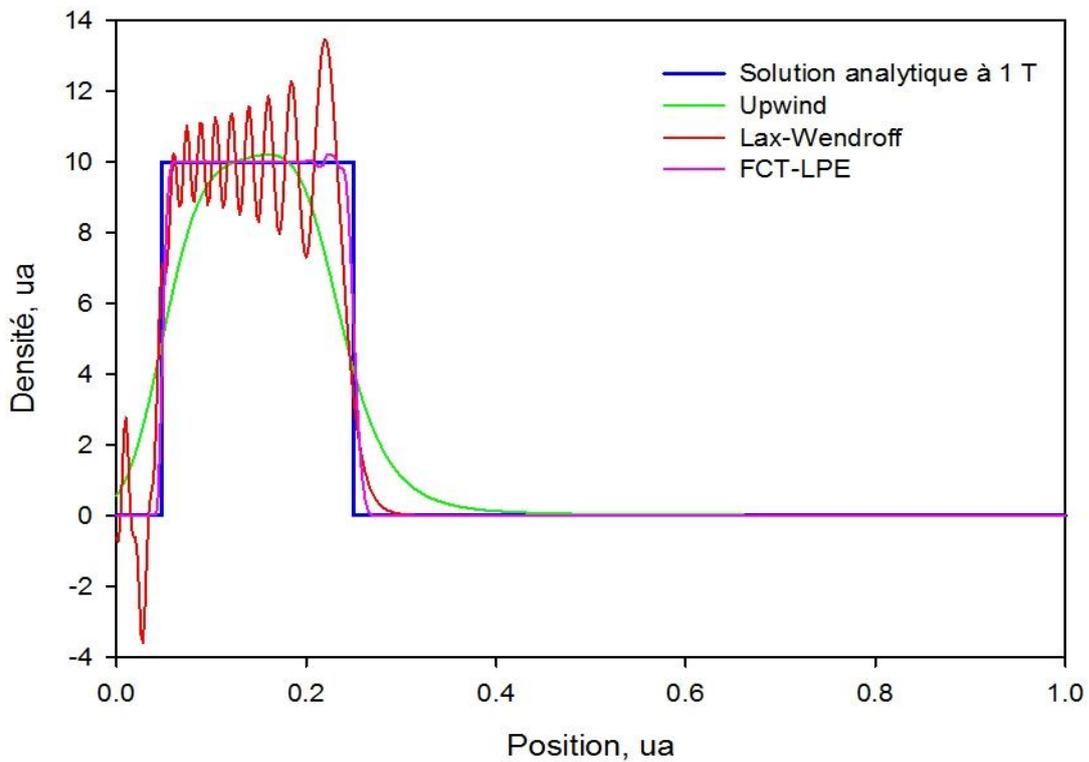
Pour ces tests, on a adopté comme critère d'évaluation de l'exactitude de la solution numérique après une période, le calcul de l'Erreur Absolue Moyenne (EAM). Le calcul de l'EAM est donné par la formule de Boris [Bo-2], [Bo-3]:

$$EAM = \frac{1}{n_x} \sum_{i=1}^{n_x} |n_i^{\text{calculée}} - n_i^{\text{analytique}}| \quad (3.5)$$

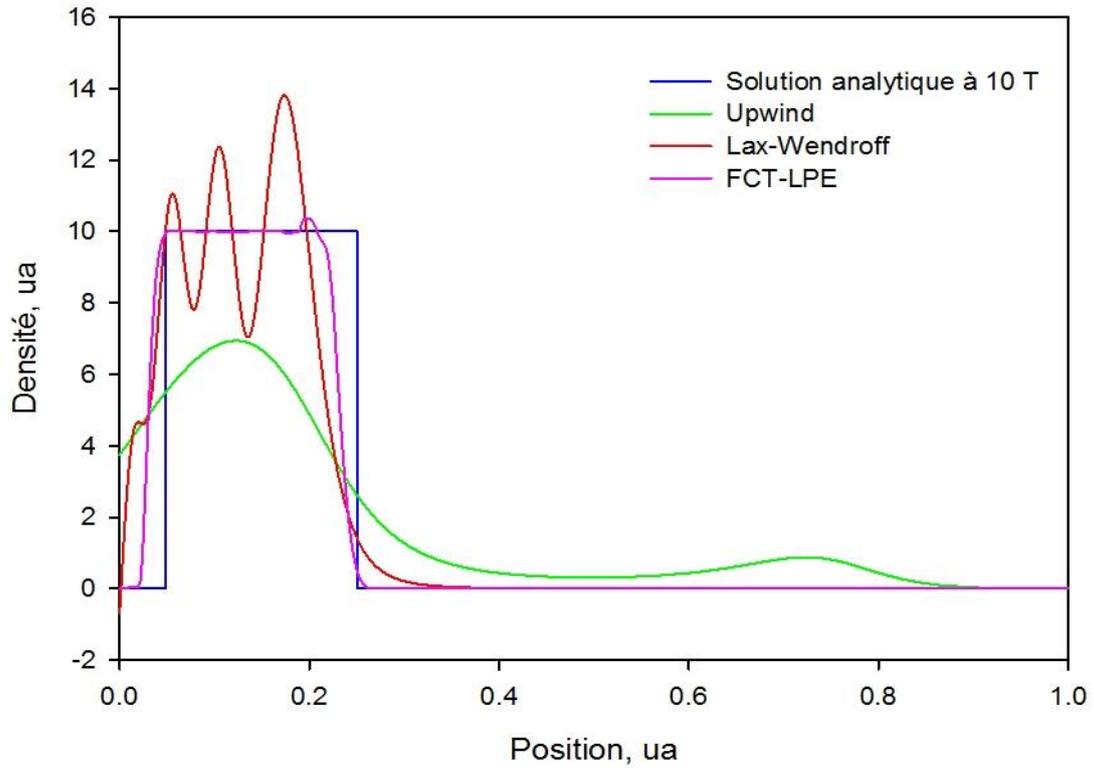
Pour confirmer ces observations, on a représenté sous forme d'histogrammes les valeurs des EAM pour une vitesse variable après une période. Pour cette présentation, le CFL est toujours égal à  $10^{-2}$  et le nombre de points  $n_x$  est égal à 200,400, 600, 800 et 1000. On voit d'après les histogrammes de la figure (3.9) que le schéma FCT-LPE est plus précis que les schémas Upwind et Lax-Wendroff. Pour une vitesse de dérive variable et après une période, elle est de 0.31 pour  $n_x$  égal à 200. La valeur 0.31 de l'EAM issue de l'algorithme FCT-LPE est identique à celle calculée par Davies [Da-2] pour une vitesse variable.



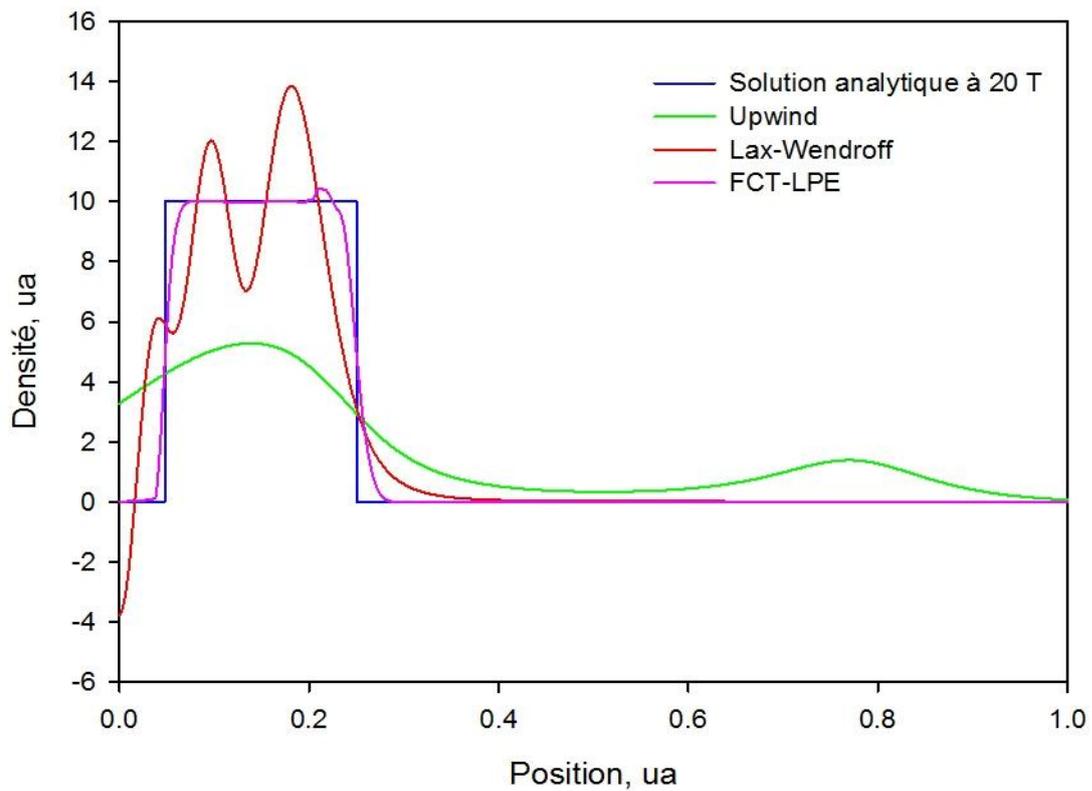
*Figure (3.4): Profil de densité calculé après une période en présence d'une vitesse variable pour  $n_x = 100$ .*



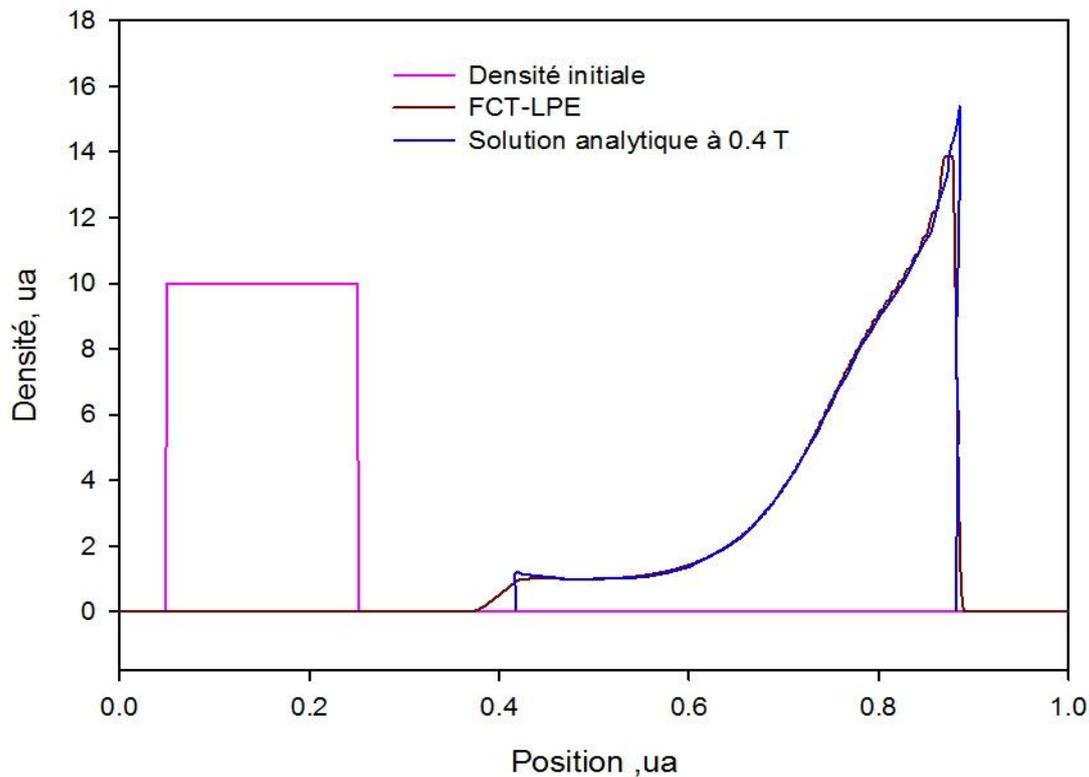
*Figure (3.5): Profil de densité calculé après une période en présence d'une vitesse variable pour  $n_x = 500$ .*



*Figure (3.6): Profil de densité calculé après dix périodes en présence d'une vitesse variable pour  $n_x = 500$ .*



*Figure (3.7): Profil de densité calculé après vingt périodes en présence d'une vitesse variable pour  $n_x = 500$ .*

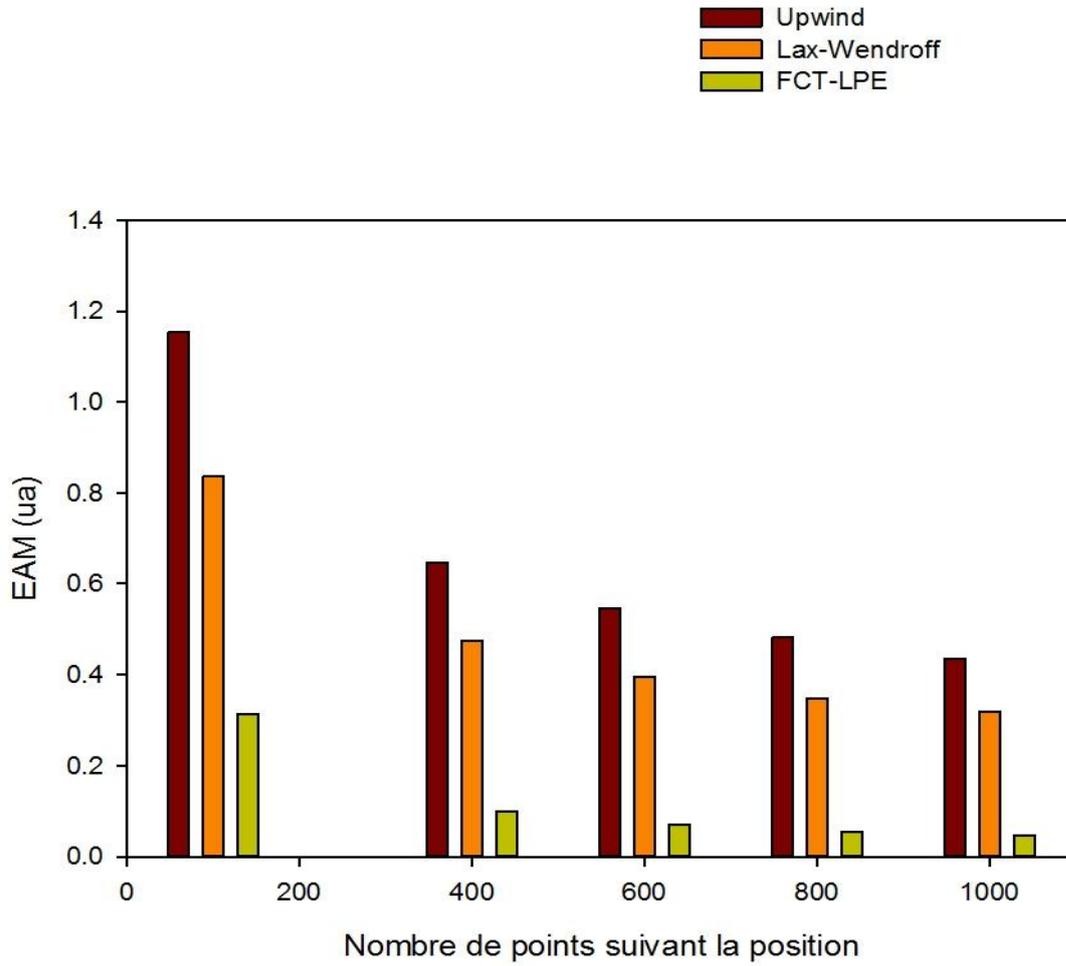


**Figure (3.8): Profil de densité calculé après 0.4 de la période en présence d'une vitesse variable pour  $n_x = 500$ .**

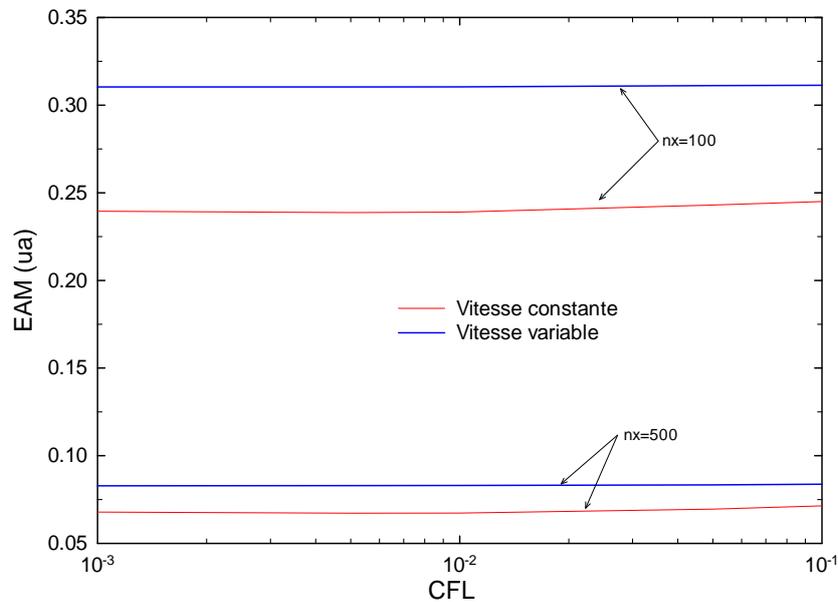
On étudie la variation de l'EAM en fonction du CFL et en fonction de la nature de la vitesse de dérive. La figure (3.10) montre cette variation pour  $n_x$  égal à 100 et 500. D'après cette figure, on remarque que la valeur de l'EAM est indépendante du CFL, et inversement proportionnelle au nombre de points  $n_x$ .

L'équation (3.5) prédit déjà ce résultat. D'après la formule (3.5), si le nombre de points augmente, l'EAM diminue car le profil issu de la FCT-LPE après une période ou après 0.4 de la période est en meilleur accord avec la solution analytique et si  $n_x$  diminue, l'EAM augmente. On remarque également que le schéma FCT-LPE est plus exact pour une vitesse constante.

Les tests aussi bien qualitatifs que quantitatifs ont permis de mettre en évidence les performances du schéma FCT-LPE dans une situation particulièrement sévère (test de l'impulsion rectangulaire) et cela aussi bien pour une vitesse constante que pour une vitesse variable. Ce schéma est le plus performant. Il apparaît comme étant le moins diffusif et le plus robuste. C'est donc le schéma sélectionné pour résoudre l'équation de continuité bidimensionnelle par la méthode des pas fractionnés.



**Figure (3.9):** Erreur Absolue Moyenne en fonction du nombre de points suivant la position après une période.



**Figure (3.10):** Erreur Absolue Moyenne issue de la technique FCT-LPE en fonction du CFL après une période.

### 3.4. Résolution bidimensionnelle de l'équation de dérive-diffusion

#### 3.4.1. Méthode des pas fractionnés

La résolution bidimensionnelle des équations de continuité pour les particules chargées est réalisée en utilisant la méthode des pas fractionnés [Be], [Po]. Cette méthode consiste à remplacer l'équation bidimensionnelle du transport (3.6) par une succession d'équations monodimensionnelles dans chacune des directions de l'espace conformément aux expressions suivantes (on résout l'équation de continuité suivant l'axe de propagation axial, ensuite suivant l'axe radial et enfin on introduit le terme source) :

$$\frac{\partial n(z, r, t)}{\partial t} + \frac{\partial J_z(z, r, t)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r J_r(z, r, t))}{\partial r} = S(z, r, t) \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial n(z, r, t)}{\partial t} + \frac{\partial J_z(z, r, t)}{\partial z} = 0 \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial n(z, r, t)}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r J_r(z, r, t))}{\partial r} = 0$$

$$\frac{\partial n(z, r, t)}{\partial t} = S(z, r, t)$$

#### 3.4.2. Test de validité de la méthode des pas fractionnés

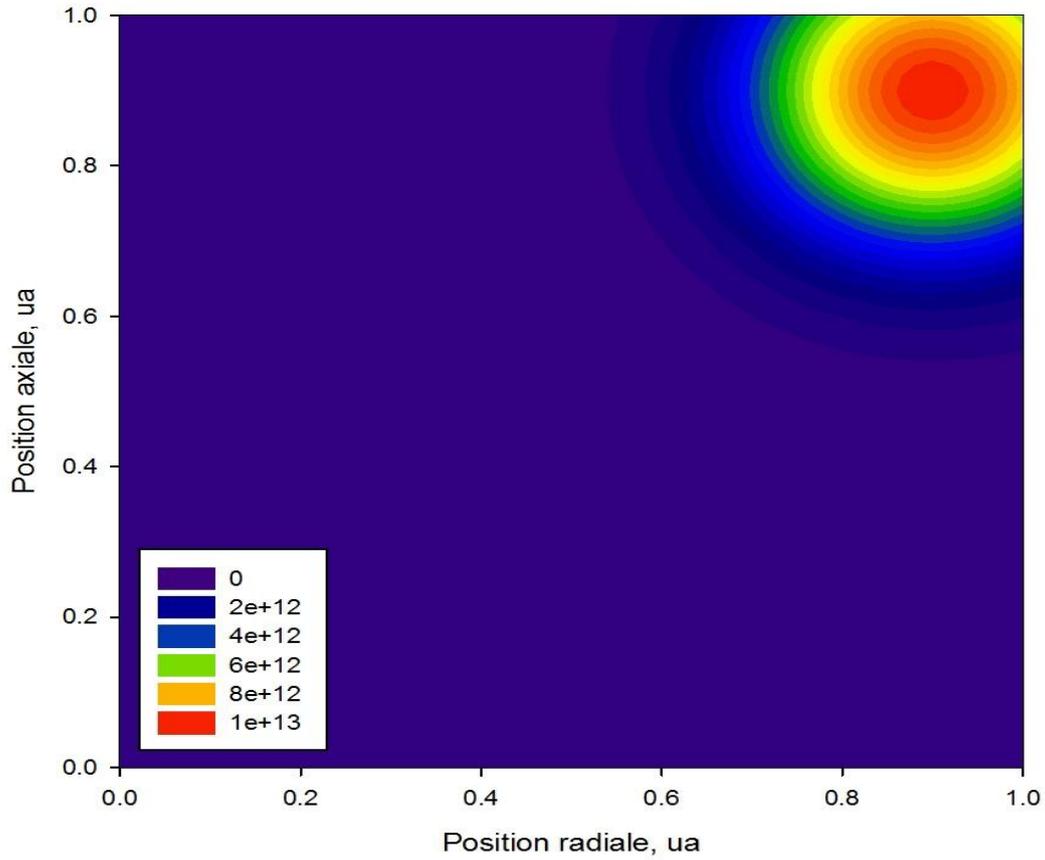
Pour tester la méthode des pas fractionnés, on résout l'équation (3.6) sans terme source et avec une diffusion des particules chargées négligeable. Les formes des vitesses de dérive radiale et axiale sont données respectivement par les formules (3.9) et (3.10). La densité initiale du profil de la gaussienne utilisée est donnée par la formule (3.8):

$$n(z, r, t = 0) = n_0 \exp\left(-\frac{(z - z_0)^2 + (r - r_0)^2}{\sigma^2}\right) \quad (3.8)$$

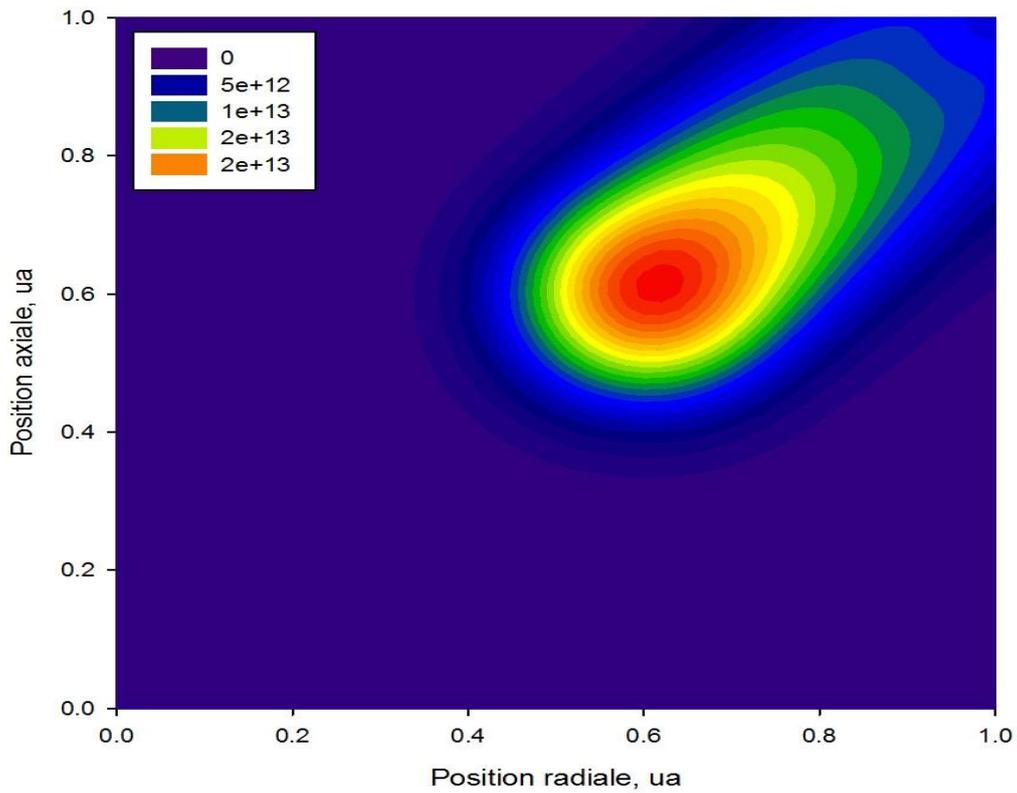
$$w_r = -10^4 r \quad (3.9)$$

$$w_z = -10^4 z \quad (3.10)$$

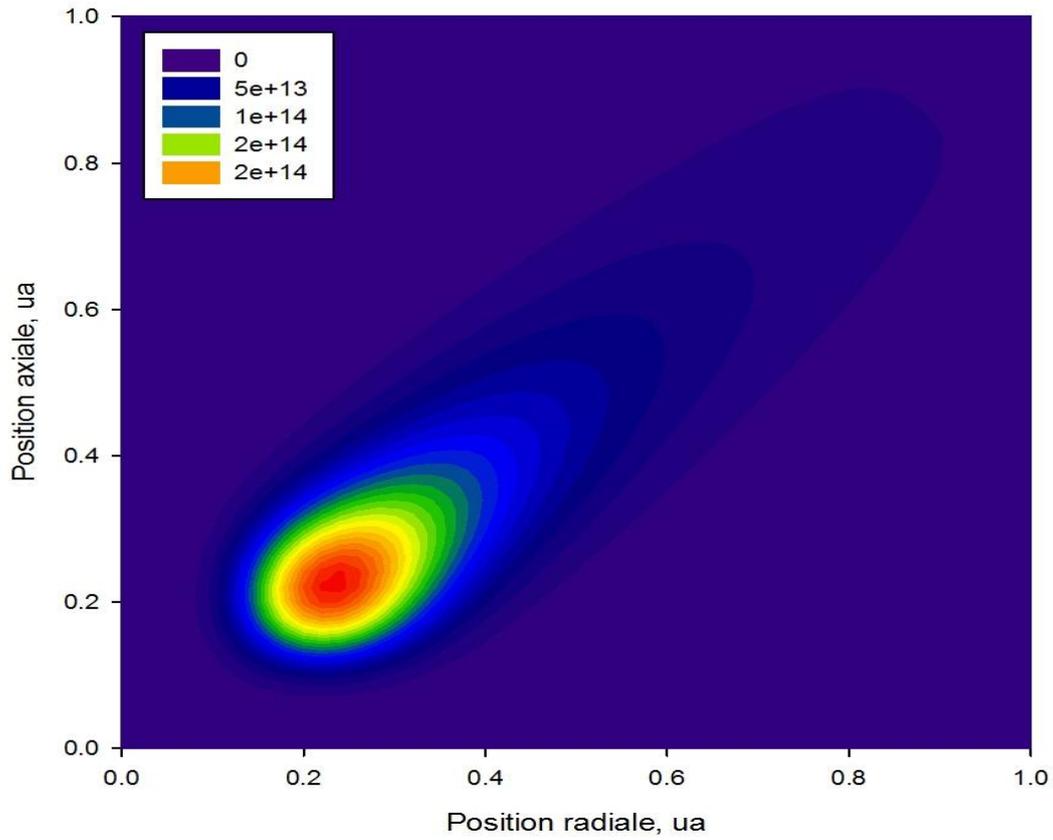
$n_0, r_0, z_0$  et  $\sigma^2$  prennent respectivement les valeurs  $10^{12}$ , 0.9, 0.9 et 0.04 pour la figure (3.11). L'unité utilisée est l'unité arbitraire. On obtient le profil de la densité issu du schéma FCT-LPE pour un même nombre de points suivant la position axiale et radiale égal à 50, un nombre de pas en temps égal à 400 (figure (3.12)), 1500 (figure (3.13)) et 2000 (figure (3.14)), un CFL égal à  $10^{-2}$  et des vitesses de dérive négatives suivant les deux directions axiale et



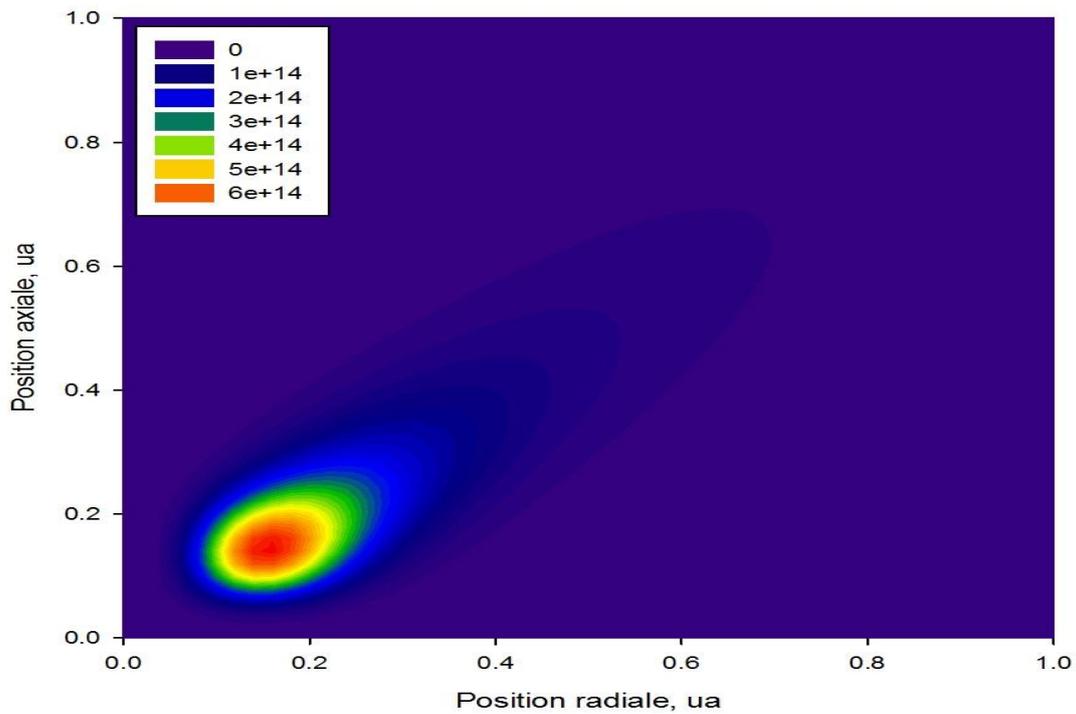
*Figure (3.11) : Courbe de niveau de la densité initiale ( $z_0 = 0.9$ ).*



*Figure (3.12) : Courbe de niveau de la densité calculée par la technique FCT-LPE,  $nt = 400$ ,  $nr = 50$ ,  $nz = 50$ ,  $CFL = 0.01$ , vitesses de dérive négatives.*



**Figure (3.13) :** Courbe de niveau de la densité calculée par la technique FCT-LPE,  $nt = 1500$ ,  $nr = 50$ ,  $nz = 50$ ,  $CFL = 0.01$ , vitesses de dérive négatives.



**Figure (3.14) :** Courbe de niveau de la densité calculée par la technique FCT-LPE,  $nt = 2000$ ,  $nr = 50$ ,  $nz = 50$ ,  $CFL = 0.01$ , vitesses de dérive négatives.

radiale. Le déplacement se fait de haut en bas suivant la diagonale de l'espace inter-électrodes. On reconnaît la propagation de la décharge filamentaire comme ce sera vérifié en chapitre 4.

### 3.5. Résolution de l'équation de Poisson en 2D

La résolution de l'équation de Poisson dans un modèle auto-cohérent en 2D de la décharge filamentaire est très importante. Dans notre modèle, la détermination du champ et du potentiel électriques doit se faire de manière suffisamment rapide et assez précise pour que le calcul de l'évolution spatio-temporelle des espèces chargées soit le plus correct possible. L'équation de Poisson en coordonnées cylindriques s'écrit:

$$\frac{\partial E_z(z, r, t)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r E_r(z, r, t))}{\partial r} = \frac{e}{\epsilon_0} [n_p(z, r, t) - n_e(z, r, t)] \quad (3.11)$$

Dans laquelle  $E_z$  et  $E_r$  sont respectivement les champs axial et radial. Ils sont définis par les relations suivantes:

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (3.12)$$

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \quad (3.13)$$

On obtient l'équation de Poisson en fonction du potentiel après qu'on remplace  $E_z$  et  $E_r$  dans l'équation (3.11) :

$$\frac{\partial^2 V(z, r, t)}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V(z, r, t)}{\partial r} + \frac{\partial^2 V(z, r, t)}{\partial r^2} = \frac{e}{\epsilon_0} [n_e(z, r, t) - n_p(z, r, t)] \quad (3.14)$$

Le choix s'est porté pour résoudre numériquement l'équation de Poisson sur la méthode Biconjugate Gradient Stabilized (BICGSTAB) développée par [Ba], [Fr] et [Ya]. L'algorithme BICGSTAB est une méthode itérative : cette méthode utilise des approximations pour obtenir des solutions plus justes pour des systèmes non linéaires.

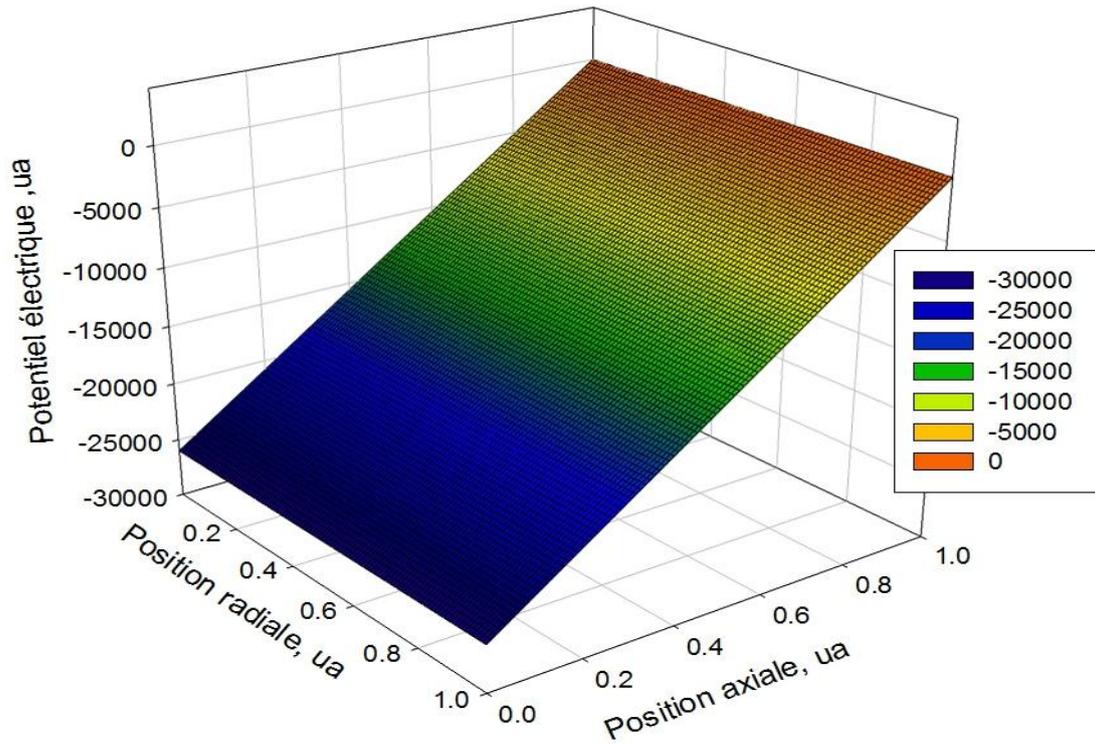


Figure (3.15) : Potentiel électrique obtenu à partir d'une charge nulle.

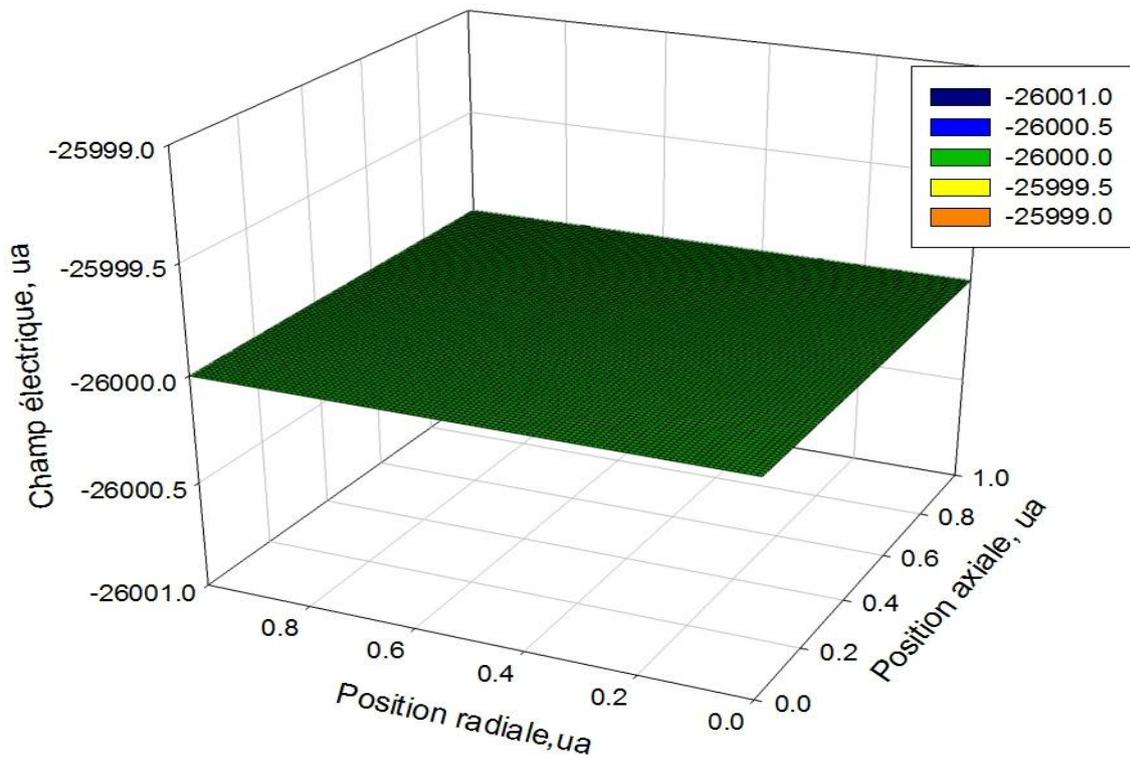


Figure (3.16) : Champ électrique obtenu à partir d'une charge nulle.

## Chapitre III

---

Afin de valider la méthode BICGSTAB, on étudie son comportement dans le cas des situations dans lesquelles on connaît déjà la solution. Pour ce test, on prend :

- ❖ Une distance inter-électrodes égale à 1 ua ;
- ❖ Un nombre de points suivant la direction axiale et radiale égal à 50 ;
- ❖ Une tension de  $-26 \cdot 10^3$  ua appliquée à l'électrode de gauche et une charge nulle.

On calcule le potentiel, et le champ électrique total en tout point de l'espace inter-électrodes. On obtient le potentiel (figure (3.15)) et le champ électrique (figure (3.16)). Les résultats sont corrects puisque le champ prend la forme d'un plateau constant de valeur  $-26 \cdot 10^3$  ua et le potentiel un plan qui décroît de la valeur 0 ua à  $-26 \cdot 10^3$  ua.

### REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [Ak] S. R. Akella et I.M. Navon, "A comparative study of the performance of high resolution advection schemes in the context of data simulation", *Int. J. Num. Meth. Fluids*.
- [Ba] R. Barrett, M. Berry, T. F. Chan, J. Demmel, J. M. Donato, J. Dongarra, V. Eijkhout, R. Pozo, C. Romine et H. Van der Vorst, "Templates for the solution of linear systems : Building blocks for iterative methods", Department of Computer Science, University of Tennessee, Knoxville, TN 37996.
- [Be] D. Bessières, " Modélisation des décharges électriques filamentaires", thèse de doctorat en électrotechnique présentée à l'Université de Pau et des Pays de l'Adour, Décembre 2006.
- [Bo-1] D.L Book, J. P. Boris and K. Hain, *J. Comput. Phys.*, 18, p.248, 1975.
- [Bo-2] J. P. Boris, *NRL Memorandum Report.2542*, Washington DC, 1972.
- [Bo-3] J.P. Boris and D.L. Book, Flux-Corrected Transport III minimal-error FCT algorithms, *Journal of Computational Physics*, vol. 20, p. 397- 431, 1976.
- [Da-1] A.J. Davies et W. Niessen, "The solution of the continuity equations in ionization and plasma growth ", *Physics and Application of Pseudosparks*, M.A. Gundersen and G. Schaefer, Eds New York: Plenum, p. 197, 1989.
- [Da-2] A.J. Davies, "Numerical solutions of continuity equations and plasma growth ", *Workshop plasma chaud et modélisation des décharges*, CIRM, Luminy, p. 45-53, 1992.
- [Fl] A. Flitti, " Modélisation numérique en 1.5 D et 2 D de la propagation d'une décharge filamentaire haute pression", thèse de doctorat en Sciences présentée à la Faculté de Génie Electrique, Département de Génie Electrique, Université des Sciences et de la Technologie Mohamed Boudiaf, Oran, Janvier 2008.
- [Fr] A. Frommer, V. Hannemann et B. Nöckel, "Accelerating wilson fermion matrix inversions by means of the Stabilized Biconjugate Gradient algorithm", *Mathematics Department, University of Wuppertal, Physics Department, University of Wuppertal*, Avril 1994.
- [Ha-1] A. Hamani, " Modélisation multidimensionnelle des décharges haute pression pour l'application aux dispositifs de dépollution des gaz d'échappement", thèse de doctorat présentée à l'Université Paul Sabatier de Toulouse 3, 1996.
- [Ha-2] A. Harten, "High resolution schemes for hyperbolic conservation laws", *J. Comput. Phys.*, 49, p. 357-393, 1983.
- [Le] B.Van. Leer, "Toward the ultimate conservative difference scheme; a second order sequel to Godunov's method", *J. Comput. Phys*, 32, p.101-136, 1979.
- [Mo-1] R. Morrow, "Numerical solution of hyperbolic equations for electron drift in strongly non uniform electric fields", *J. Comput. Phys.*, 43, p. 1-15, 1981.
- [Mo-2] R. Morrow, "Theory of stepped pulses in negative corona discharge", *Phys. Rev. A*, vol. 32, n° 6, p. 3821-3824, 1985.
- [Mo-3] R. Morrow et J.J. Lowke, "Streamer propagation in air", *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 30, p.614-627, 1997.

## Chapitre III

---

- [Po] J. Potin, "Modélisation numérique d'une décharge filamentaire contrôlée par barrière diélectrique dans l'azote à la pression atmosphérique ", thèse de doctorat présentée à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, Septembre 2001.
- [Ti] V.A. Titarev et E. F. Toro, " Weno schemes based on Upwind and Centered TVD fluxes, computer and fluids", 34,p. 705-720, 2005.
- [Wa] T. Warburton, "Numerical methods for partial differential equations", Lecture 11 and 12, CAAM 452, 2005.
- [Ya] L. T. Yang and R. P. Brent, "The improved BiCGStab method for large and sparse unsymmetrical linear systems on parallel distributed memory architectures", Department of Computer Science, St. Francis Xavier University P.O. Box 5000, Antigonish, B2G 2W5, NS, Canada, Computing Laboratory, Oxford University Wolfson Building, Park Road, Oxford OX1 3QD, UK.
- [Za] S. T. Zalezak, "Fully multidimensional flux corrected transport algorithm for fluids", J. Comput. Phys. 31, p. 335-362, 1979.

## Chapitre IV

---

### Effets des conditions aux limites sur la propagation du streamer positif

---

# Chapitre IV

---

## SOMMAIRE

<b>Chapitre IV</b>		<b>Page</b>
	Sommaire.	82
4.1.	Introduction.	83
4.2.	Modèle mathématique utilisé dans le travail.	83
4.3.	Géométrie du domaine de simulation et densité initiale.	85
4.4.	Conditions aux frontières et paramètres de transport.	86
4.5.	Effets des conditions aux limites.	87
4.5.1.	Résultats numériques et discussion.	87
****	Références.	97

### 4.1. Introduction

On va développer dans ce chapitre le modèle hydrodynamique bidimensionnel pour étudier les mécanismes de la propagation du streamer positif. Dans ce modèle, la variation spatio-temporelle du rayon de la décharge est prise en considération.

Les premiers travaux publiés dans les années 70-80 font état de la résolution de l'équation de dérive-diffusion sur l'axe de propagation en 1D et la résolution de l'équation de Poisson en considérant que la décharge occupe un volume cylindrique de rayon constant qu'il convient de fixer à l'avance (méthode des disques). La méthode de résolution est appelée 1.5D et l'approche était justifiée par suite des performances limitées des ordinateurs. Morrow [Mo] a grandement contribué à populariser ce type d'approche qui a été repris par la suite [Re]. Bien que cette méthode ait permis de mettre en évidence les principaux mécanismes de propagation des décharges filamenteuses, cette approche est considérée insuffisante pour rendre correctement de l'extension radiale de la décharge.

Les puissances des calculateurs modernes autorisent les calculs en 2D [Fl], [Na] [Pa-1], [Pa-2], et même en 3D [Pa-3]. Certains cas sont devenus des références [Da-1], [Da-2].

La modélisation en 2D permet une description réelle et fine de la formation et de la propagation des ondes d'ionisation dans la décharge filamenteuse. Elle nécessite la résolution des équations de dérive-diffusion et l'équation de Poisson en coordonnées cylindriques. Le couplage de ces équations forme le modèle auto-cohérent de la décharge.

Dans ce chapitre, on va présenter le modèle mathématique nécessaire à la simulation bidimensionnelle de la décharge streamer positif.

### 4.2. Modèle mathématique utilisé dans le travail

La solution adoptée pour étudier le transport des particules chargées dans la décharge consiste à résoudre un système constitué des deux premiers moments de l'équation de Boltzmann aussi bien pour les électrons que les ions positifs (le gaz utilisé est l'azote):

$$\frac{\partial n_e(\vec{r}, t)}{\partial t} + \frac{\partial (v_e(\vec{r}, t)n_e(\vec{r}, t))}{\partial \vec{r}} = v_{ion}(\vec{r}, t)n_e(\vec{r}, t) \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial n_p(\vec{r}, t)}{\partial t} + \frac{\partial (v_p(\vec{r}, t)n_p(\vec{r}, t))}{\partial \vec{r}} = v_{ion}(\vec{r}, t)n_e(\vec{r}, t) \quad (4.2)$$

## Chapitre IV

---

\*\* Les deux équations ci-dessus sont résolues par la méthode à pas fractionnés (voir chapitre 3).

Dans les équations (4.1) et (4.2),  $n_e(\vec{r}, t)$ ,  $n_p(\vec{r}, t)$ ,  $v_e(\vec{r}, t)$  et  $v_p(\vec{r}, t)$  représentent respectivement les densités et les vitesses moyennes des électrons et des ions positifs. Dans les termes de droite,  $v_{ion}(\vec{r}, t)$  qui va être défini ultérieurement est la fréquence d'ionisation directe des molécules ou atomes.

Les produits  $v_e(\vec{r}, t)n_e(\vec{r}, t)$  et  $v_p(\vec{r}, t)n_p(\vec{r}, t)$  dans les équations (4.1) et (4.2) représentent respectivement les flux électroniques et ioniques (densités de courant). Les expressions des flux sont données par les équations suivantes:

$$J_e(\vec{r}, t) = v_e(\vec{r}, t)n_e(\vec{r}, t) = w_e(\vec{r}, t)n_e(\vec{r}, t) - \frac{\partial(D_e(\vec{r}, t)n_e(\vec{r}, t))}{\partial\vec{r}} \quad (4.3)$$

$$J_p(\vec{r}, t) = v_p(\vec{r}, t)n_p(\vec{r}, t) = w_p(\vec{r}, t)n_p(\vec{r}, t) - \frac{\partial(D_p(\vec{r}, t)n_p(\vec{r}, t))}{\partial\vec{r}} \quad (4.4)$$

Si on introduit les relations (4.3) et (4.4) dans les équations (4.1) et (4.2), on obtient:

$$\frac{\partial n_e(\vec{r}, t)}{\partial t} + \frac{\partial J_e(\vec{r}, t)}{\partial t} = v_{ion}(\vec{r}, t)n_e(\vec{r}, t) \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial n_p(\vec{r}, t)}{\partial t} + \frac{\partial J_p(\vec{r}, t)}{\partial t} = v_{ion}(\vec{r}, t)n_e(\vec{r}, t) \quad (4.6)$$

$$v_{ion}(\vec{r}, t) = \alpha w_e(\vec{r}, t) \quad (4.7)$$

$\alpha$  est le premier coefficient de Townsend et  $w_e(\vec{r}, t)$  l'amplitude de la vitesse de dérive électronique. Les deux équations (4.5) et (4.6) sont couplées à l'équation de Poisson (4.8) pour le calcul du champ de charge d'espace :

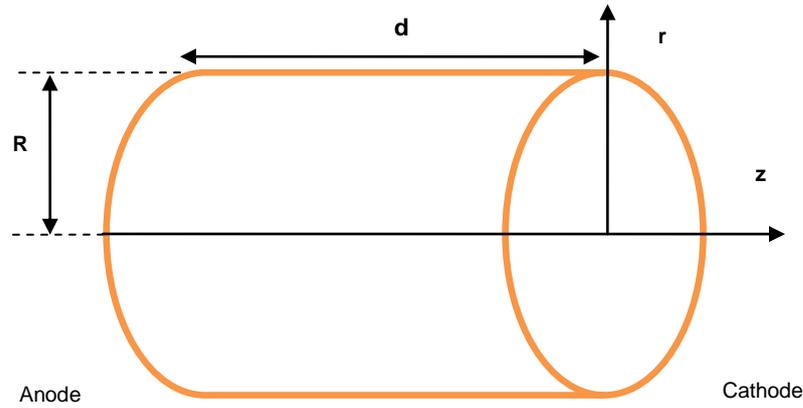
$$\Delta V(\vec{r}, t) = \nabla^2 V(\vec{r}, t) = -\frac{|e|}{\epsilon_0} (n_p - n_e) \quad (4.8)$$

Le champ électrique est donné par la formule (4.9) :

$$\vec{E}_{charge}(\vec{r}, t) = -\vec{\nabla} V(\vec{r}, t) \quad (4.9)$$

### 4.3. Géométrie du domaine de simulation et densité initiale

Le domaine de simulation est un cylindre de rayon  $R$ . Ce domaine est limité par deux électrodes infinies, parallèles, planes, circulaires et métalliques séparées par une distance  $d$  égale à 0.5 cm. On applique un potentiel de -26 kV à l'électrode de gauche (anode) pour créer un champ géométrique de  $-52 \text{ kV cm}^{-1}$  le long de la direction axiale. Cela correspond à une surtension de 47 %. Le gaz utilisé est de l'azote et la pression est la pression atmosphérique.



*Figure (4.1) : Domaine de simulation.*

Dans cette simulation, la décharge est initiée par un plasma relativement dense constitué par une distribution identique d'électrons et d'ions en forme de gaussienne:

$$n(z, r, t = 0) = n_0 \exp\left(-\left(\frac{z}{\sigma_z}\right)^2 - \left(\frac{r}{\sigma_r}\right)^2\right) + 10^8 \text{ (cm}^{-3}\text{)} \quad (4.10)$$

Où  $n_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ ,  $\sigma_z = 0.027 \text{ cm}$  et  $\sigma_r = 0.021 \text{ cm}$ .

L'importance de la valeur maximale de la gaussienne  $n_0 = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  permet d'initier un streamer directement en évitant le traitement de la phase de croissance. Les effets secondaires ne sont pris en compte qu'à travers la présence du fond continu de gaz ionisé ( $10^8 \text{ cm}^{-3}$ ) globalement neutre.

Cette répartition initiale de charge ne modifie pas le champ électrique initial et constitue une réserve d'électrons germes devant le front d'ionisation.

## Chapitre IV

---

Elle permet d'éviter un lourd calcul de transfert radiatif. Il faut noter que si l'intervalle est privé d'électrons germes, aucun schéma numérique n'entraîne le départ d'un streamer cathodique de l'anode vers la cathode.

### 4.4. Conditions aux frontières et paramètres de transport

Pour le potentiel et la densité des différentes particules (l'indice  $s$  représente les électrons ou les ions), la symétrie axiale impose les conditions (4.11) et (4.12) :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial r}\right)_{r=0} = 0 \quad (4.11)$$

$$\left(\frac{\partial n_s}{\partial r}\right)_{r=0} = 0 \quad (4.12)$$

Les conditions aux frontières au niveau des électrodes pour les particules sont les suivantes:

$$\left(\frac{\partial n_s}{\partial z}\right)_{z=d} = 0 \quad (4.13)$$

$$\left(\frac{\partial n_s}{\partial z}\right)_{z=0} = 0 \quad (4.14)$$

Les conditions (4.13) et (4.14) établissent des gradients de densité nuls en électrons et ions positifs à proximité de l'anode et à la surface de la cathode. L'équation (4.13) représente la condition aux limites douce ou lisse. Ces deux conditions font que les électrodes n'ont aucune influence sur les particules et assurent la continuité des flux de courant. On a aussi la condition aux limites dure à la cathode donnée par l'équation (4.15):

$$(n_s)_{z=d} = 0 \quad (4.15)$$

Les paramètres de transport sont pris des articles de Dhali et Williams [Da-1], [Da-2] :

Coefficient d'ionisation	$\alpha = 5.7 P \exp(-260 E/P)$	$\text{cm}^{-1}$
Mobilité électronique	$\mu_e = 2.9 \cdot 10^5 / P$	$\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$
Coefficient de diffusion axial pour les électrons	$D_{ea} = 1800$	$\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$
Coefficient de diffusion radial pour les électrons	$D_{er} = 2190$	$\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$
Mobilité ionique	$\mu_p = 2.6 \cdot 10^5 / P$	$\text{cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$
Coefficient de diffusion axial pour les ions	$D_{pa} = 10$	$\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$
Coefficient de diffusion radial pour les ions positifs	$D_{pr} = 10$	$\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$

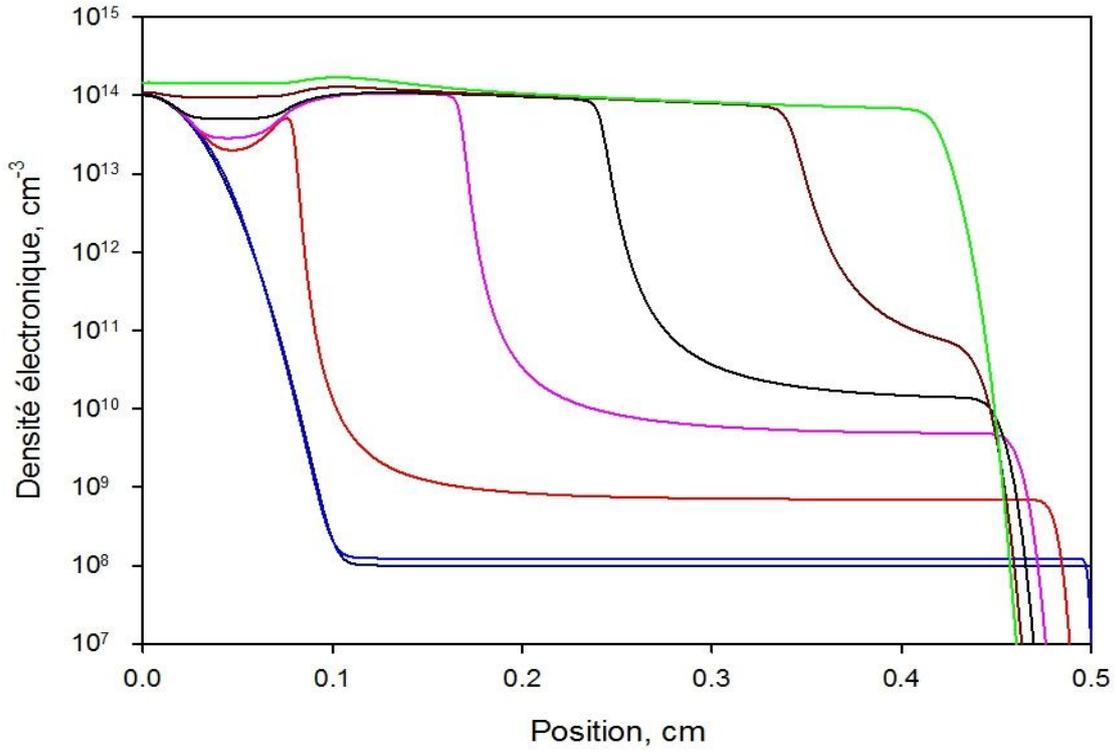
*Tableau (1) : Paramètres de transport.*

### 4.5. Effets des conditions aux limites

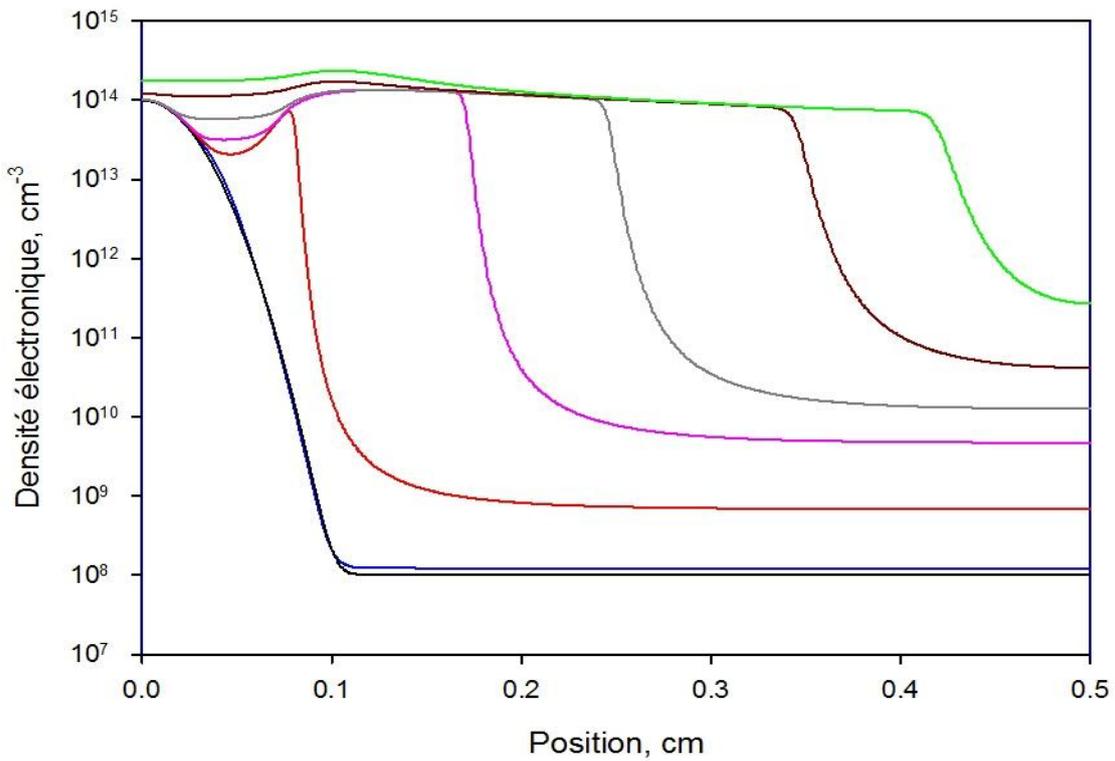
#### 4.5.1. Résultats numériques et discussion

On présente dans cette section les résultats de la simulation de la propagation du streamer positif dans l'azote et à la pression atmosphérique pour les deux conditions aux limites lisses et dures. Les résultats sont donnés suivant l'axe de propagation. Les figures (4.2) et (4.3) représentent respectivement la distribution de la densité électronique en fonction de la position (axe de propagation) aux instants 0, 0.1, 1, 2, 2.5, 3 et 3.3 ns pour les conditions aux limites lisses et dures (lire les résultats de la gauche vers la droite).

On remarque que le comportement global pour les deux figures est identique : la densité électronique sature à la valeur  $10^{14} \text{ cm}^{-3}$  juste derrière la tête du streamer (au niveau du canal), ensuite décroît lentement au niveau du front. Le fond de préionisation augmente au fur et à mesure que le temps passe et cela est dû aux avalanches successives.



**Figure (4.2) :** Densité électronique le long de l'axe de propagation pour des conditions aux limites lisses instants 0,0.1, 1, 2, 2.5,3 et 3.3 ns à partir de la gauche.



**Figure (4.3) :** Densité électronique le long de l'axe de propagation pour des conditions aux limites dures, instants 0,0.1, 1, 2, 2.5, 3 et 3.3 ns à partir de la gauche.

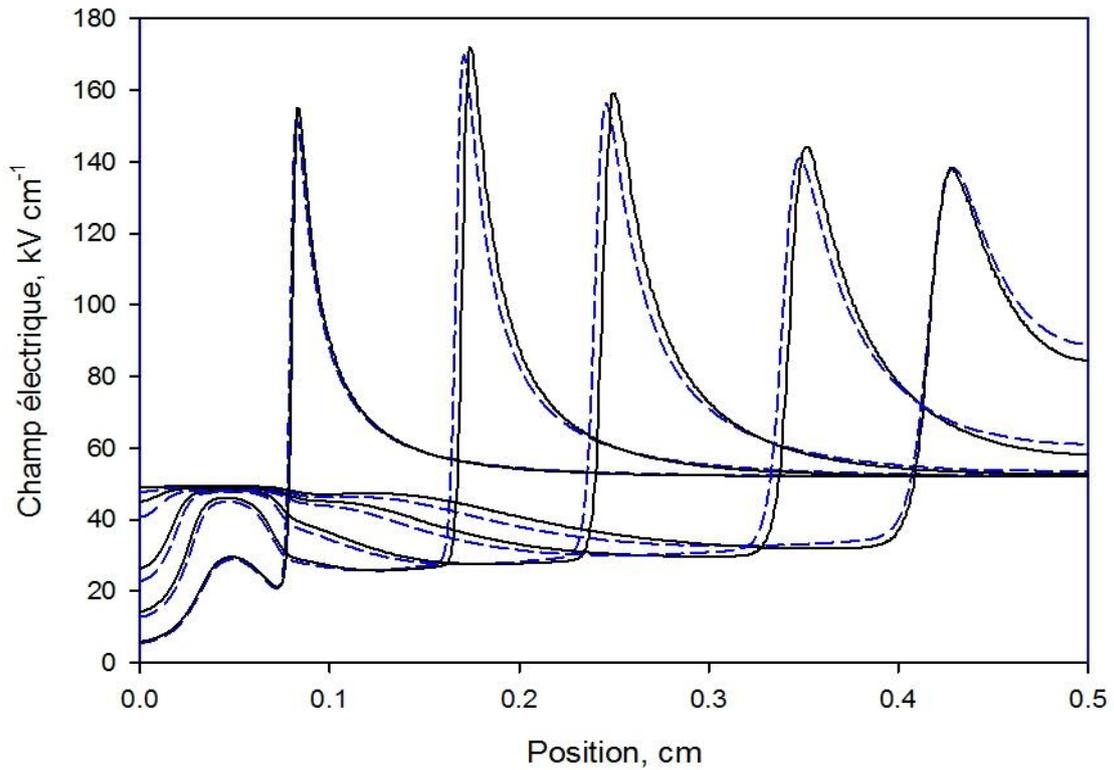


Figure (4.4): Champ électrique pour les deux conditions aux limites, -noir conditions dures, - bleu (trait discontinu) conditions lisses, instants 1, 2, 2.5, 3, 3.3 ns à partir de la gauche.

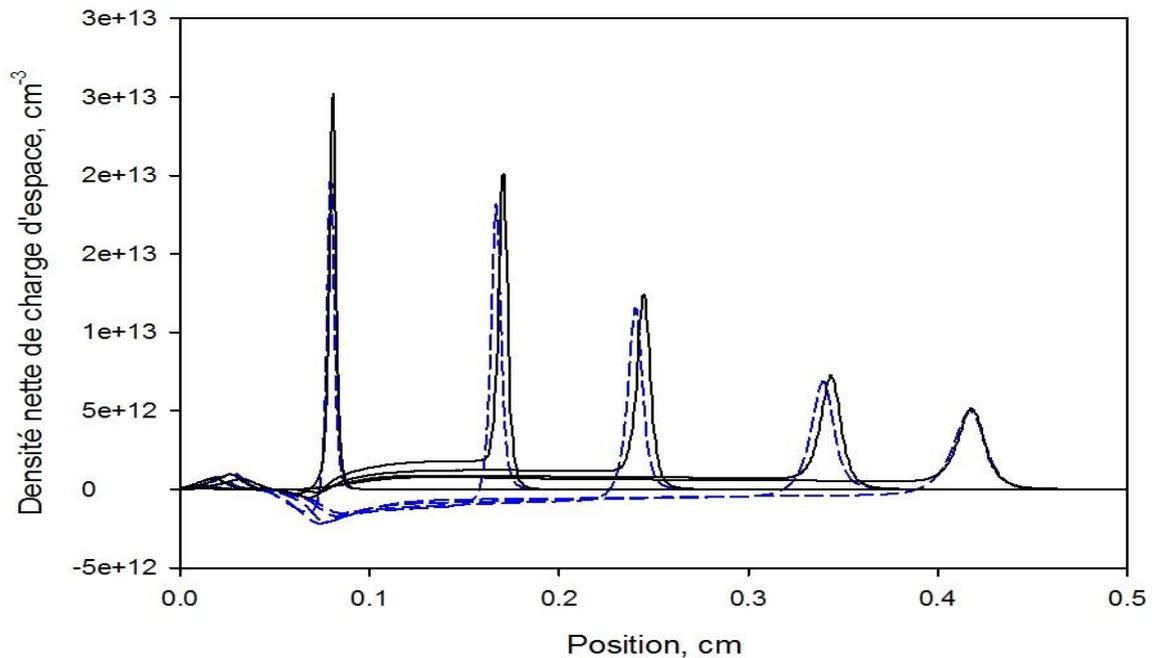
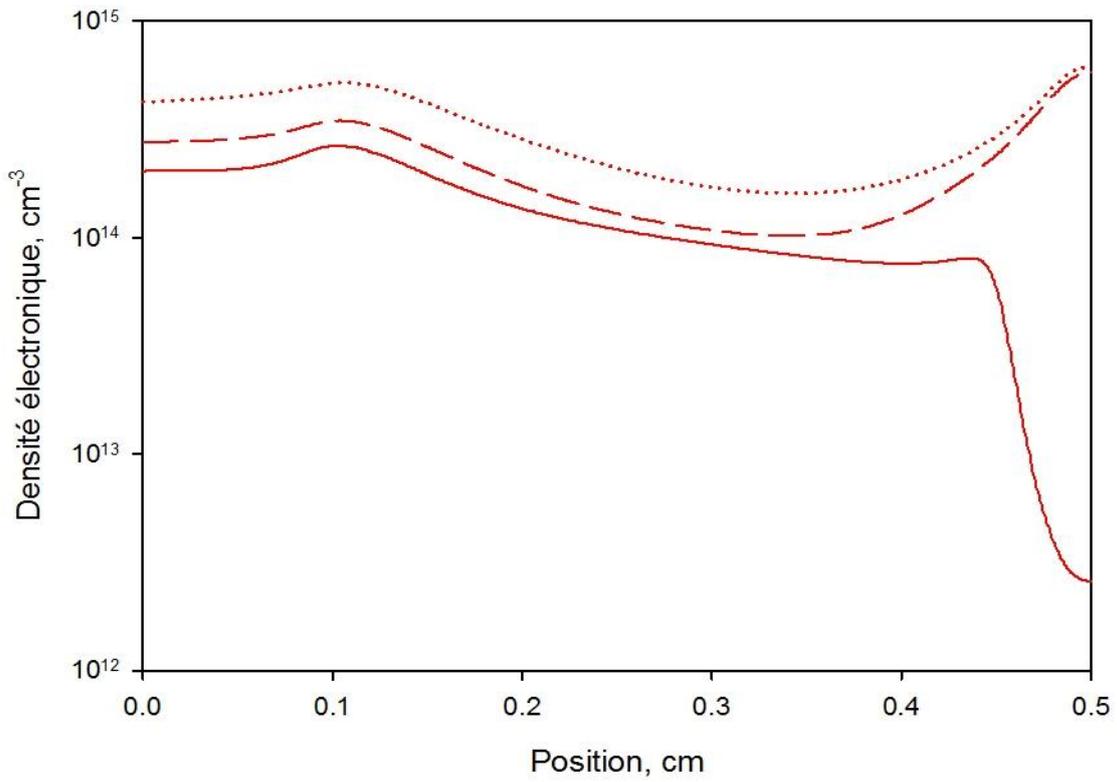
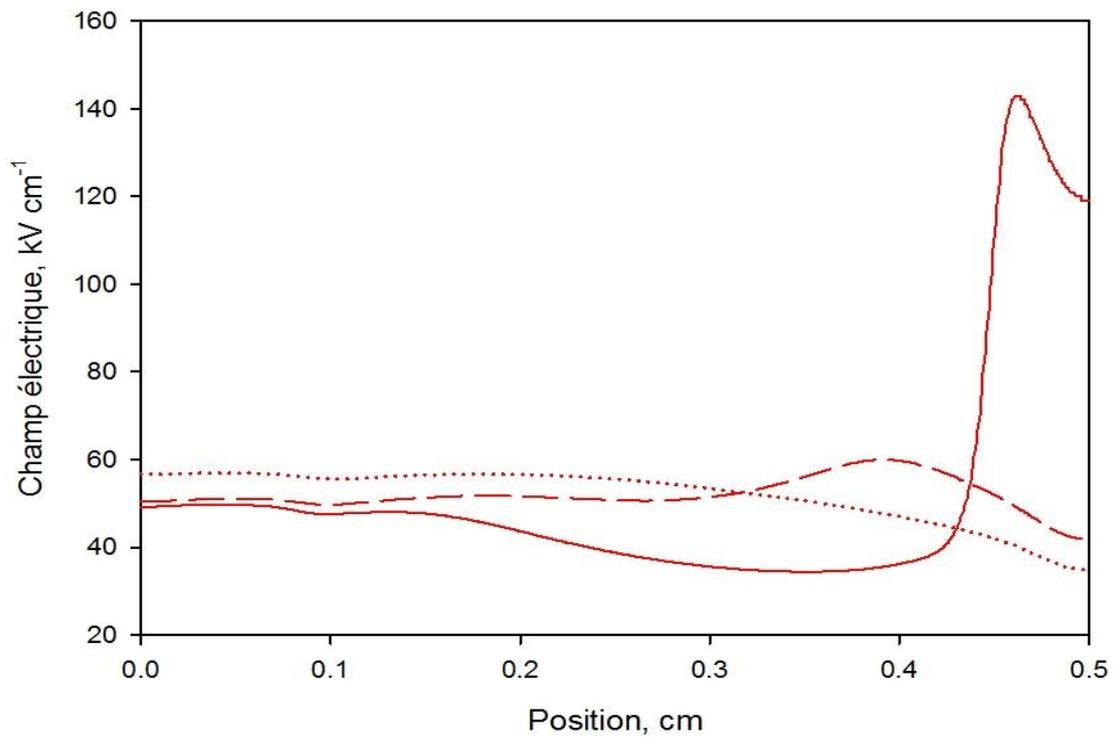


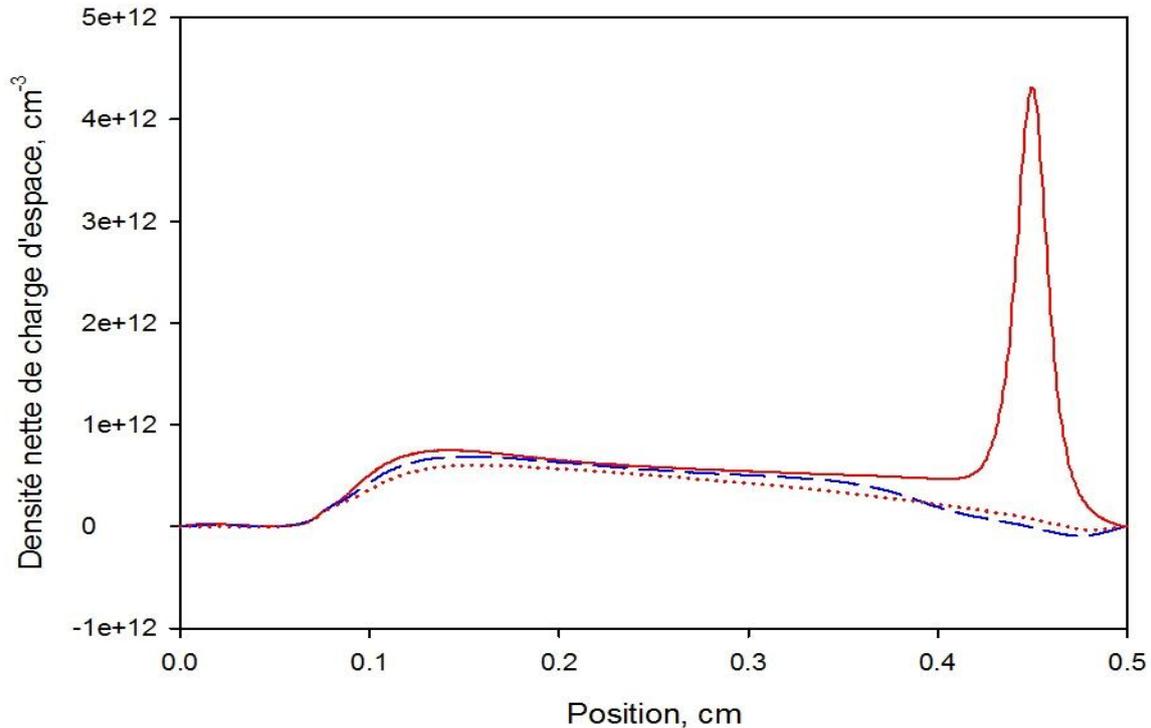
Figure (4.5): Densité nette de charge d'espace pour les deux conditions aux limites, -noir conditions dures, - bleu (trait discontinu) conditions lisses, instants 1, 2, 2.5, 3, 3.3 ns à partir de la gauche.



**Figure (4.6) :** Densité électronique le long de l'axe de propagation pour les conditions aux limites dures, instants 3.4 ns (trait continu), 3.6 ns (trait discontinu), 3.8 ns (pointillé).

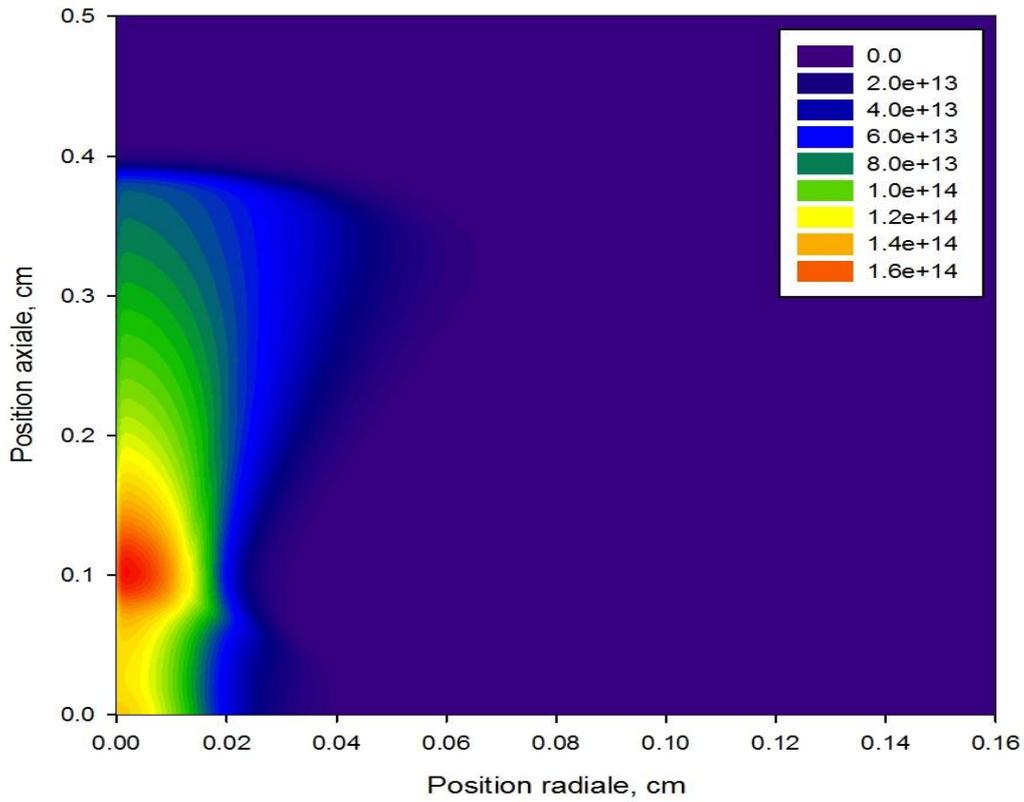


**Figure (4.7) :** Champ électrique le long de l'axe de propagation pour les conditions aux limites dures, instants 3.4 ns (trait continu), 3.6 ns (trait discontinu), 3.8 ns (pointillé).

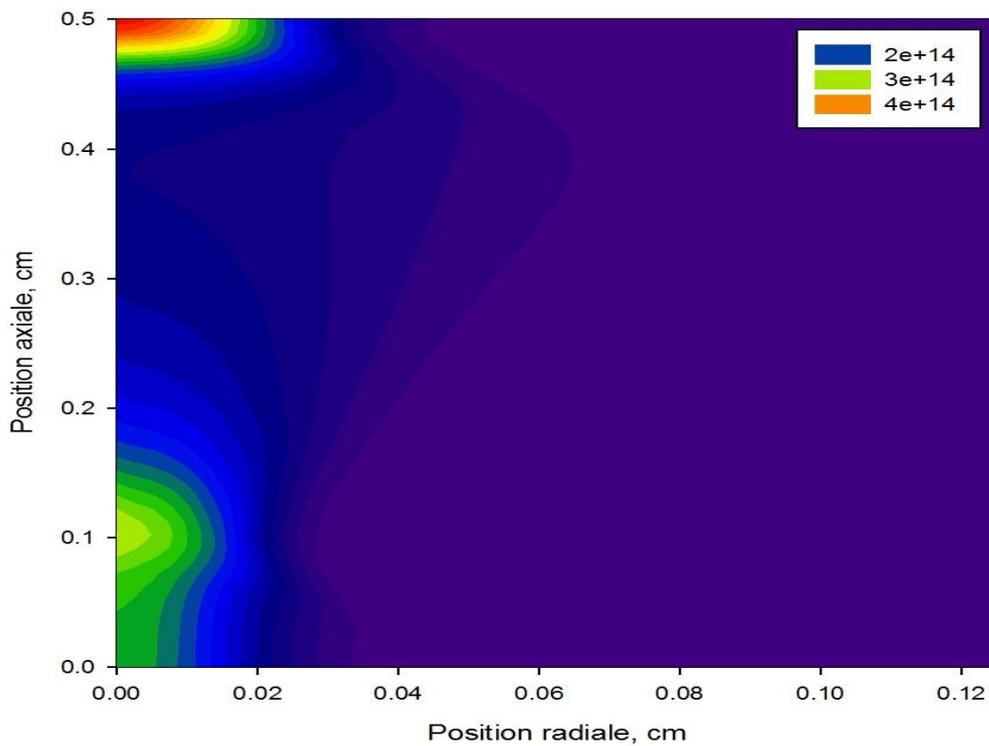


**Figure (4.8) : Densité de charge nette le long de l'axe de propagation pour les conditions aux limites dures, instants 3.4 ns (trait continu), 3.6 ns (trait discontinu), 3.8 ns (pointillé).**

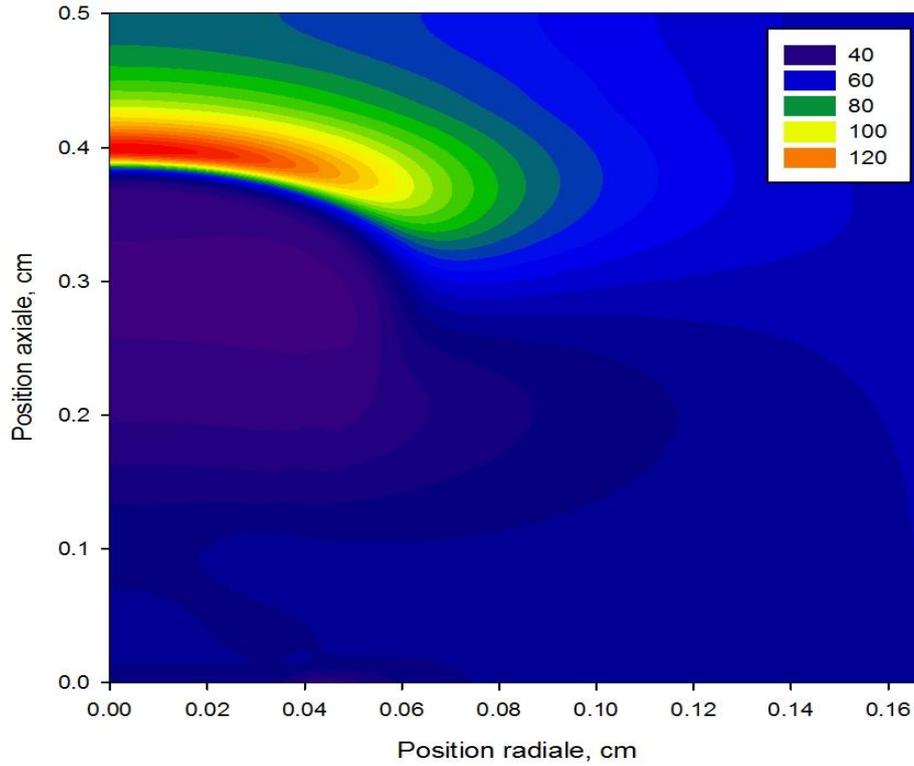
Après une période d'ajustement, le streamer se forme et l'onde d'ionisation se déplace avec une vitesse quasi constante pour arriver à la cathode. A l'instant 3.3 ns (figure (4.2)), l'onde d'ionisation change de forme. On voit aussi que les conditions aux limites influent sur la forme de l'onde au voisinage de la cathode. Pour les conditions aux limites dures, l'onde traverse la cathode pour tous les instants de calcul. La figure (4.4) représente l'évolution du champ électrique en fonction de la position pour les deux conditions aux limites et aux instants 1, 2, 2.5, 3, 3.3 ns à partir de la gauche ; pour les deux cas, le champ électrique à la tête du streamer positif est très important (il vaut trois fois le champ géométrique appliqué) ; par contre, dans le canal, le champ est faible. Dans le canal, soit derrière la tête du streamer, les deux densités sont égales. Au niveau du front, la densité ionique est toujours supérieure à la densité électronique car la dérive des électrons se fait vers l'anode dans le sens contraire à la direction de propagation du streamer. La densité nette de charge d'espace est donc toujours positive à la tête du streamer cathodique comme le montre la figure (4.5) et cela pour les deux conditions aux limites et pour les instants instants 1, 2, 2.5, 3, 3.3 ns à partir de la gauche. Elle a tendance à décroître au fur et à mesure que le temps passe. La figure (4.6) montre le profil de la densité électronique pour les conditions aux limites dures et cela pour les instants 3.4 ns (trait continu), 3.6 ns (trait discontinu), 3.8 ns (pointillé).



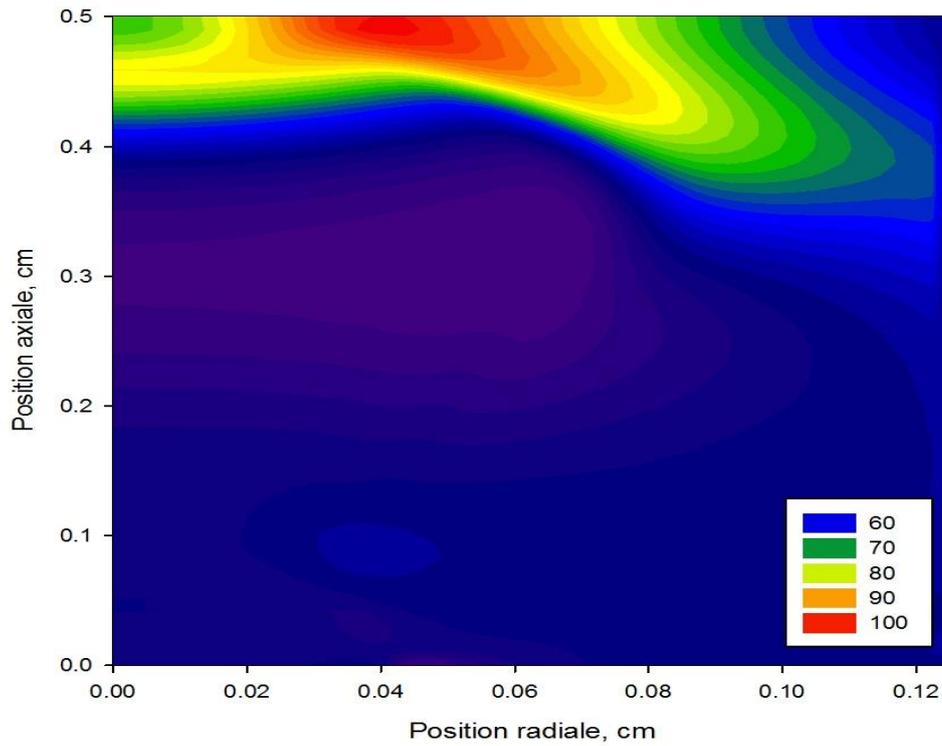
*Figure (4.9) : Courbe de niveau de la densité électronique ( $cm^{-3}$ ), conditions aux limites lisses, instant 3.3 ns.*



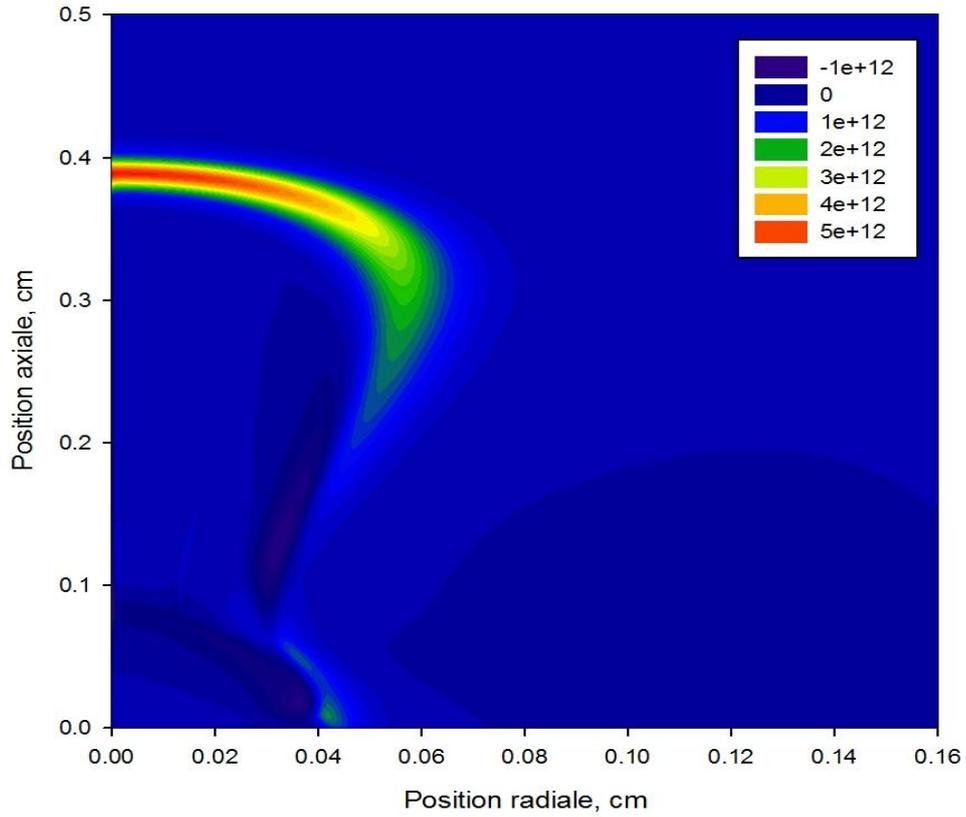
*Figure (4.10) : Courbe de niveau de la densité électronique ( $cm^{-3}$ ), conditions aux limites dures, instant 3.5 ns.*



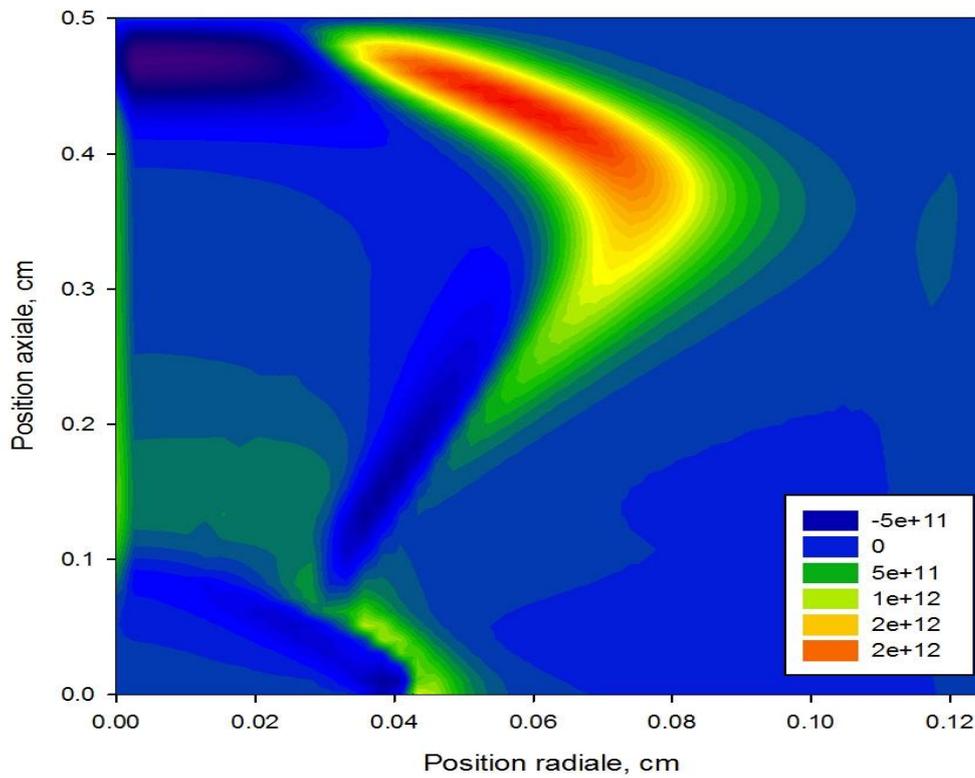
*Figure (4.11) : Courbe de niveau du champ électrique ( $kV cm^{-1}$ ), conditions aux limites lisses, instant 3.3 ns.*



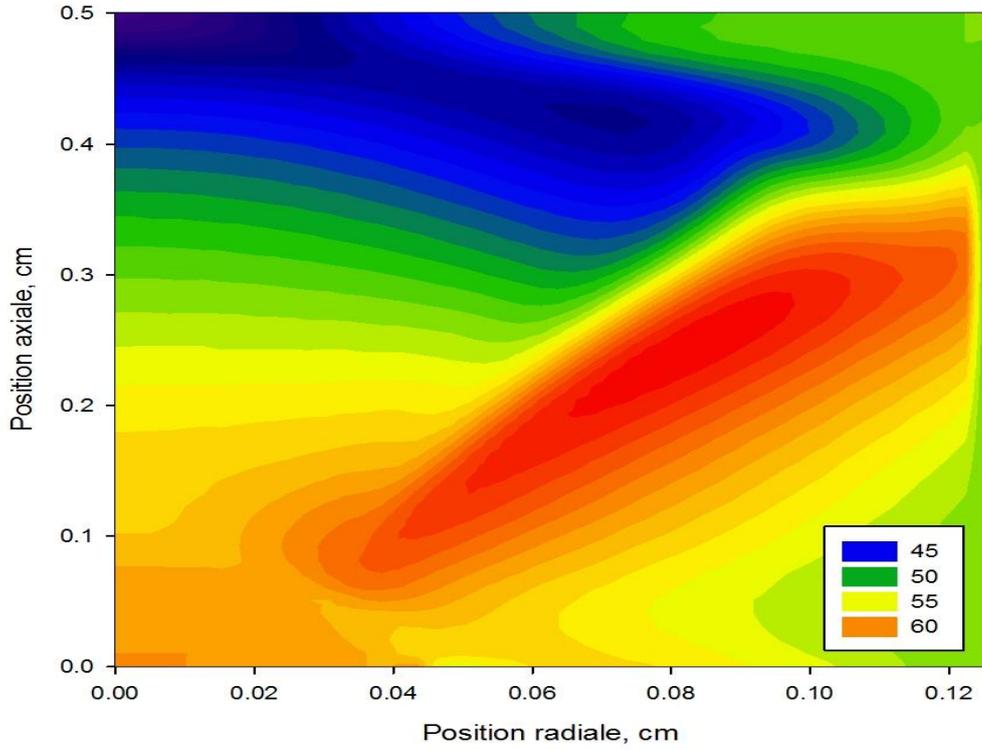
*Figure (4.12) : Courbe de niveau du champ électrique ( $kV cm^{-1}$ ), conditions aux limites dures, instant 3.5 ns.*



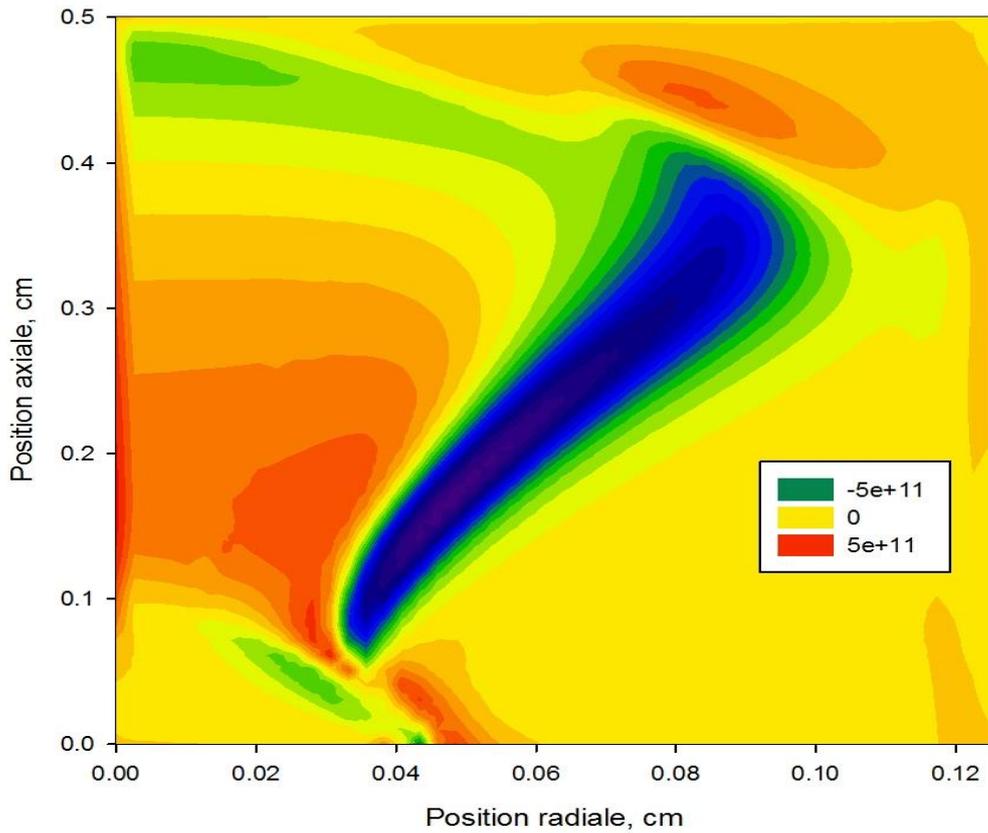
*Figure (4.13) : Courbe de niveau de la densité nette de charge d'espace ( $C\text{ cm}^{-3}$ ), conditions aux limites lisses, instant 3.3 ns.*



*Figure (4.14) : Courbe de niveau de la densité nette de charge d'espace ( $C\text{ cm}^{-3}$ ), conditions aux limites dures, instant 3.5 ns.*



**Figure (4.15) :** Courbe de niveau du champ électrique ( $\text{kV cm}^{-1}$ ), conditions aux limites dures, instant 4 ns.



**Figure (4.16) :** Courbe de niveau de la densité nette de charge d'espace ( $\text{C cm}^{-3}$ ), conditions aux limites dures, instant 4 ns.

## Chapitre IV

---

Lorsque le streamer positif frappe la cathode, l'onde d'ionisation change de forme ; le streamer traverse la cathode ce qui n'est pas le cas quand les conditions aux limites sont lisses. On assiste aussi à une réflexion de l'onde et la densité électronique oscille entre les valeurs  $1.10^{14}$  and  $5.9 10^{14} \text{ cm}^{-3}$ .

La composante axiale du champ électrique le long de l'axe de propagation est représentée par la figure (4.7) aux instants 3.4 ns (trait continu), 3.6 ns (trait discontinu), 3.8 ns (pointillé). Le champ électrique est très important à l'instant 3.4 ns (instant où le streamer frappe la cathode) ensuite il décroît jusqu'à atteindre une valeur presque constante ( $56.7 \text{ kV cm}^{-1}$ ) à l'instant 3.8 ns. Cette valeur représente la valeur du champ géométrique appliqué au début.

La figure (4.8) représente la densité nette de charge d'espace le long de l'axe de propagation aux instants 3.4 ns (trait continu), 3.6 ns (trait discontinu), 3.8 ns (pointillé). A l'instant 3.4 ns elle a la forme d'un pic dont la valeur maximale est de  $4.5 10^{12} \text{ C cm}^{-3}$ . Ensuite elle décroît pour devenir constante et égale à  $10^{12} \text{ C cm}^{-3}$ . C'est le début du claquage.

On présente aussi les résultats de la simulation en deux dimensions :

Les figures (4.9), (4.11) et (4.13) représentent respectivement les courbes de niveau de la densité électronique, du champ électrique et de la densité nette de charge d'espace à l'instant 3.3 ns et pour les conditions aux limites lisses.

Dans la figure (4.9), on remarque qu'il y a deux régions bien distinctes : la tête du streamer où la densité en électrons est faible ( $2.10^{13} \text{ cm}^{-3}$ ) et le canal où la densité en électrons est très élevée ( $1.510^{14} \text{ cm}^{-3}$ ).

Le champ électrique axial (figure (4.11)) présente aussi deux régions principales, une région où le champ est fort (tête du streamer) et une région à faible valeur de champ (canal du filament).

Dans la figure (4.13), la densité nette de charge d'espace reste positive à la tête du streamer, on vérifie ce résultat dans la courbe de niveau. On voit aussi que la densité nette de charge d'espace prend la forme d'un sabot de cheval avec une valeur maximale au niveau du front.

La figure (4.10) représente la courbe de niveau de la densité électronique à l'instant 3.5 ns pour les conditions aux limites dures, on voit que la tête du streamer a bien touché la cathode.

Les figures (4.12) et (4.15) donnent les courbes de niveau du champ électrique respectivement aux instants 3.5 et 4 ns pour les conditions aux limites dures. Après que le

## Chapitre IV

---

champ électrique ait atteint une valeur très importante, sa valeur décroît pour devenir égale à la valeur du champ géométrique (phénomène de claquage).

Les figures (4.14) et (4.16) donnent les courbes de niveau de la densité nette de charge d'espace respectivement aux instants 3.5 et 4 ns pour les conditions aux limites dures. On voit aussi que la densité nette de charge d'espace prend une valeur très importante puis elle décroît pour devenir constante ( $5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ) quand le claquage est atteint. Dans toutes les courbes en deux dimensions avec les conditions aux limites dures, les formes connues de la densité électronique, du champ électrique et de la densité nette de charge d'espace ne sont plus retrouvées.

En changeant les conditions aux limites, on peut obtenir le début du claquage.

## Chapitre IV

### REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [Dh-1] S.K. Dhali et P. F. Williams, "Numerical simulation of streamer propagation in nitrogen at atmospheric pressure", *Physical. Revue. A.*, 31, p. 1219-1221, 1985.
- [Dh-2] S. K. Dhali et P. F. Williams, "Two dimensional studies streamers in gases", *J. Appl. Phys.* 62, 1987, p. 4696-707.
- [Fl] A. Flitti, "Modélisation numérique 1.5D et 2D de la propagation d'une décharge filamentaire haute pression", thèse de doctorat en Sciences présentée à la Faculté de Génie Electrique, Département d'Electrotechnique, Université des Sciences et de la Technologie Mohammed Boudiaf Oran, Janvier 2008.
- [Kl] L.E. Kline et J. Siambis, *Physical Review A.*, 5, 1972, pp 794.
- [Ku] E. E. Kunhardt et Y. Tzeng, *Physical Review A.*, 38, 1988, pp 1410.
- [Lo-1] L. B. Loeb et J. M. Meek, *I J. Appl. Phys* 11, and *II J. Appl. Phys.* 11, 1940, p. 438 and 459.
- [Lo-2] L.B. Loeb, *Science*, 148, 1965, p. 1417.
- [Mo] R.Morrow et J.J. Lowke, "Streamer propagation in air", *J. Phys. D: Appl.Phys*, 30, p. 614-627, 1997.
- [Na] G.V. Naidis, "Modelling of plasma chemical processes in pulsed corona discharges", *J. Phys. D: Appl.Phys*, 30, p. 1214-1218, 1997.
- [Ra] H. Rather, London, Butterworth, 1964.
- [Re] T. Reess and J. Paillol, "The role of the field effect emission in Trichel pulse development in air at atmospheric pressure", *J. Phys. D: Appl.Phys*, 30, pp 3115-3122, 1997.
- [Ta-1] P. Tardiveau, E. Marode, A. Agneray et M. Chaieb, "Pressure effects on the development of an electric discharge in non uniform fields", *J. Phys.D: Appl. Phys.* 34, 2001, p. 1690-1696.
- [Ta-2] P. Tardiveau, E. Marode, *J. Phys.D: Appl. Phys.* 36, 2003, p. 1204-1211.
- [Pa-1] S. Pancheshnyi, A. Yu. Starikovskii, "Two dimensional numerical modelling of the cathode directed streamer development in a long gap at high voltage", *J. Appl. Phys.*, 36, p. 2683-2691, 2003.
- [Pa-2] S. Pancheshnyi, M. Nudnova, A. Yu. Starikovskii, "Development of a cathode directed streamer discharge in air at different pressures; experiment and comparison with direct numerical simulation", *Phys. Rev. E.* 71, 2005, p. 016407.
- [Pa-3] S. V. Pancheshnyi, "Role of electronegative gas admixtures in streamer start, propagation and branching phenomena", *Plasma Sources Sci. Tech.*, 14, p. 645-653, 2005.

## ***CONCLUSION ET PERSPECTIVES***

## Conclusion et perspectives

---

L'objectif principal de la présente thèse est d'étudier l'effet des conditions aux limites sur la propagation du streamer positif dans le gaz azote. Les résultats obtenus sont des données importantes pour les domaines inexplorés expérimentalement et une aide pour la caractérisation de la décharge électrique dans sa globalité.

Dans le chapitre I, on a défini ce qu'est un plasma et montré qu'il existait deux théories pour expliquer l'existence des décharges électriques : la théorie de Townsend et la théorie du streamer qui a été établie par Loeb, Rather et Meek. Dans leurs modèles, on explique l'avancée de la décharge comme celle d'un front d'ionisation qui se propage au sein de l'espace inter-électrodes.

On a aussi passé en revue les nombreuses applications industrielles (traitement des effluents gazeux issus des centrales thermiques, échappement des voitures, production d'ozone ect..).

Dans le chapitre II, on a montré que la modélisation des décharges hors-équilibre pouvait se faire selon deux approches classiques. La première approche (appelée modèle cinétique) consiste à résoudre l'équation de Boltzmann et permet un traitement très rigoureux de la décharge. Le principal inconvénient réside dans le temps de calcul excessif car on prend en considération un grand nombre de particules. La seconde approche qu'on a adoptée dans notre travail est basée sur l'utilisation du modèle hydrodynamique. Dans ce modèle, les deux premiers moments de l'équation de Boltzmann (équation de continuité et équation de transfert de la quantité de mouvement) sont couplés à l'équation de Poisson. La condition de fermeture considérée est l'hypothèse du champ local.

Dans le chapitre III, on a comparé différents schémas numériques (Upwind, Lax Wendroff et la technique Flux de Transport Corrigé (FCT-LPE) du point de vue quantitatif et qualitatif pour la résolution de l'équation de continuité en 1D.

On a opté pour la technique FCT-LPE.

On a résolu l'équation de continuité en 2D par la méthode des pas fractionnés et l'équation de Poisson en 2D par la méthode Biconjugate Gradient Stabilized BICGSTAB.

Dans le chapitre IV, on a couplé entre les équations de dérive-diffusion des particules chargées et l'équation de Poisson pour former le modèle hydrodynamique de la décharge filamenteuse. On a comparé entre les caractéristiques principales du streamer (densité électronique, champ électrique et densité de charge nette en 1D et 2D) pour des conditions aux limites dures et lisses. On a vu que pour les conditions aux limites lisses, le streamer ne peut pas traverser la cathode. Par contre, dans le cas des conditions aux limites dures, le

## Conclusion et perspectives

---

streamer traverse la cathode et se réfléchit. Le claquage se produit, le champ devient égal au champ appliqué au départ, soit le champ géométrique.

Pour le travail futur, on prévoit l'introduction des effets de la cathode sur la propagation du streamer positif dans l'azote et d'autres gaz (émission secondaires, photoémission, effet Richardson..).

## Liste des figures

---

---

## Liste des figures

---

# Liste des figures

## Figures : Chapitre I

	<b>Page</b>
Figure (1.1) : Schéma de la différence entre gaz neutre et plasma.	10
Figure (1.2) : Les quatre états de la matière.	10
Figure (1.3) : Diagramme des plasmas dans l'espace $T_e = f(n_e)$ .	11
Figure (1.4) : Température électronique du gaz en fonction de la pression, $T_e$ = température électronique, $T_g$ = température du gaz).	12
Figure (1.5): Schéma électrique de la production d'une décharge.	22
Figure (1.6): Schéma d'une avalanche électronique.	23
Figure (1.7): Schéma du claquage de type Townsend.	25
Figure (1.8): Courbe de Paschen: tension disruptive $V_s$ en fonction du produit p. d.	26
Figure (1.9): Phases 1 et 2 de la formation du streamer.	28
Figure (1.10): phase 3 de la formation du streamer.	28
Figure (1.11): Streamer positif.	29

## Figures : Chapitre II

	<b>Page</b>
Figure (2.1) : Représentation d'une particule fluide de volume $\Delta V$ repérée par le point A et caractérisée par le vecteur vitesse moyen $V_A$ par rapport au référentiel d'analyse R.	47
Figure (2.2) : Mode de discrétisation suivant l'axe de propagation.	53

## Figures : Chapitre III

	<b>Page</b>
Figure (3.1): Profils de la densité initiale et de la vitesse de propagation.	66
Figure (3.2): Profil de densité calculé après une période en présence d'une vitesse constante pour $n_x = 100$ .	67
Figure (3.3): Profil de densité calculé après une période en présence d'une vitesse constante pour $n_x = 500$ .	67
Figure (3.4): Profil de densité calculé après une période en présence d'une vitesse variable pour $n_x = 100$ .	69
Figure (3.5): Profil de densité calculé après une période en présence d'une vitesse variable pour $n_x = 500$ .	69
Figure (3.6): Profil de densité calculé après dix périodes en présence d'une vitesse variable pour $n_x = 500$ .	70
Figure (3.7): Profil de densité calculé après vingt périodes en présence d'une vitesse variable pour $n_x = 500$ .	70
Figure (3.8): Profil de densité calculé après 0.4 de la période en présence d'une vitesse variable pour $n_x = 500$ .	71
Figure (3.9): Erreur Absolue Moyenne en fonction du nombre de points suivant la position après une période.	72
Figure (3.10): Erreur Absolue Moyenne issue de la technique FCT-LPE en fonction du CFL après une période.	72
Figure (3.11) : Courbe de niveau de la densité initiale ( $z_0 = 0.9$ ).	74
Figure (3.12) : Courbe de niveau de la densité calculée par la technique FCT-LPE, $n_t = 400$ , $n_r = 50$ , $n_z = 50$ , CFL = 0.01, vitesses de dérive négatives.	74
Figure (3.13) : Courbe de niveau de la densité calculée par la technique FCT-LPE, $n_t = 1500$ , $n_r = 50$ , $n_z = 50$ , CFL = 0.01, vitesses de dérive	75

## Liste des figures

---

négatives.

Figure (3.14) : Courbe de niveau de la densité calculée par la technique FCT-LPE, $n_t = 2000$ , $n_r = 50$ , $n_z = 50$ , $CFL = 0.01$ , vitesses de dérive négatives.	75
Figure (3.15) : Potentiel électrique obtenu à partir d'une charge nulle.	77
Figure (3.16) : Champ électrique obtenu à partir d'une charge nulle.	77

### Figures : Chapitre IV

	Page
Figure (4.1) : Domaine de simulation.	85
Figure (4.2) : Densité électronique le long de l'axe de propagation pour des conditions aux limites lisses instants 0,0.1, 1, 2, 2.5,3 et 3.3 ns à partir de la gauche.	88
Figure (4.3) : Densité électronique le long de l'axe de propagation pour des conditions aux limites dures, instants 0,0.1, 1, 2, 2.5, 3 et 3.3 ns à partir de la gauche.	88
Figure (4.4): Champ électrique pour les deux conditions aux limites,-noir conditions dures,- bleu (trait discontinu) conditions lisses, instants 1, 2,2.5, 3, 3.3 ns à partir de la gauche.	89
Figure (4.5): Densité nette de charge d'espace pour les deux conditions aux limites,-noir conditions dures,- bleu (trait discontinu) conditions lisses, instants 1, 2, 2.5, 3, 3.3 ns à partir de la gauche.	89
Figure (4.6) : Densité électronique le long de l'axe de propagation pour les conditions aux limites dures, instants 3.4 ns (trait continu), 3.6 ns (trait discontinu), 3.8 ns (pointillé).	90
Figure (4.7) : Champ électrique le long de l'axe de propagation pour les conditions aux limites dures, instants 3.4 ns (trait continu), 3.6 ns (trait discontinu), 3.8 ns (pointillé).	90
Figure (4.8) : Densité de charge nette le long de l'axe de propagation pour les conditions aux limites dures, instants 3.4 ns (trait continu), 3.6 ns (trait discontinu), 3.8 ns (pointillé).	91
Figure (4.9) : Courbe de niveau de la densité électronique ( $\text{cm}^{-3}$ ), conditions aux limites lisses, instant 3.3 ns.	92
Figure (4.10) : Courbe de niveau de la densité électronique ( $\text{cm}^{-3}$ ), conditions aux limites dures, instant 3.5 ns.	92
Figure (4.11) : Courbe de niveau du champ électrique ( $\text{kV cm}^{-1}$ ), conditions aux limites lisses, instant 3.3 ns.	93
Figure (4.12) : Courbe de niveau du champ électrique ( $\text{kV cm}^{-1}$ ), conditions aux limites dures, instant 3.5 ns.	93
Figure (4.13) : Courbe de niveau de la densité nette de charge d'espace ( $\text{C cm}^{-3}$ ), conditions aux limites lisses, instant 3.3 ns.	94
Figure (4.14) : Courbe de niveau de la densité nette de charge d'espace ( $\text{C cm}^{-3}$ ), conditions aux limites dures, instant 3.5 ns.	94
Figure (4.15) : Courbe de niveau du champ électrique ( $\text{kV cm}^{-1}$ ), conditions aux limites dures, instant 4 ns.	95
Figure (4.16) : Courbe de niveau de la densité nette de charge d'espace ( $\text{C cm}^{-3}$ ), conditions aux limites dures, instant 4 ns.	95

## **RESUME**

### **Assaf Imene : Effet des conditions aux limites sur la propagation du streamer positif dans l'azote**

**Thèse de Magister de l'Université des Sciences et de la Technologie d'Oran.**

**Spécialité : Modélisation des Systèmes Physiques**

Ce travail de recherche est consacré à la modélisation numérique bidimensionnelle du transport des particules (électrons et ions positifs) dans une décharge de type streamer positif. La configuration des électrodes est de type plan plan, le gaz utilisé est l'azote et la pression est la pression atmosphérique. On a choisi le modèle fluide (couplage des deux premiers moments de l'équation de Boltzmann : équation de continuité et équation de transfert de la quantité de mouvement à l'équation de Poisson). On a calculé la densité de courant dans les équations de continuité à l'aide du schéma numérique FCT-LPE. La résolution de l'équation de Poisson est effectuée en 2D par la méthode Biconjugate Gradient Stabilized (BICGSTAB). On a fait les tracés de la densité électronique, le champ électrique axial, la densité de charge nette en utilisant les conditions aux limites lisses et dures. Avec les conditions aux limites dures, on peut obtenir le claquage.

### **MOTS CLES**

Streamer positif ;  
Equation de Boltzmann ;  
Equation de dérive-diffusion en 2D ;  
Technique Flux de Transport Corrigé ;  
Equation de Poisson en 2D ;  
Méthode Biconjugate Gradient Stabilized (BICGSTAB) ;  
Effets des conditions aux limites.