



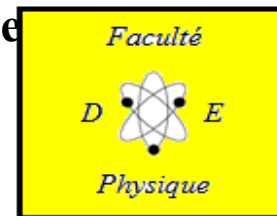
**Ministère de L'enseignement Supérieur et de la Recherche
Scientifique**

Université d'Oran des Sciences et de la Technologie

Mohamed Boudiaf USTO-MB

Faculté de Physique

Département de Génie Physique



Simulation de transport de neutrons _ photons

Option : Physique appliquée: Sciences Radiologiques et Imagerie (SRI)

Présenté par

BOUCHIKHI Billel Abdelaziz

Abdelaziz

Ahmed khoudja Abd el nor

Dirigée par

Pr. A, Oukebdene

**Année académique
2017/2018**

plan

- **Introduction/ motivation du problème.**
- **Equation du transport des neutrons.**
- **Méthode des ordonnées discrètes .**
- **Description du code.**
- **Résultats et discussions.**
- **Conclusion et perspectives.**

Introduction

La physique, en général, présente une très grande variété d'équations multidimensionnelles s'appliquant aux milieux continus. Ces équations servent à décrire les processus mis en jeu dans les phénomènes à étudier, tels que le problème de :

- Transport des neutrons.
- Diffusion (chaleur, neutron, matière, etc...)
- Élasticité.
- Electromagnétisme.

Introduction(suite)

Méthodes déterministes:

- Méthode des différences finies
- Méthode des éléments finis
- Méthode des éléments frontières
- Méthode SN (ordonnées discrète) etc . . .

Méthodes statistiques:

Une autre classe de méthodes appelée méthodes statistiques est aussi utilisée:

- Méthode monte Carlo
- Méthode de la dynamique moléculaire

Ces méthodes utilisent des techniques basées sur l'échantillonnage aléatoires utilisant des nombres pseudo-aléatoires)

Motivation du problème

- Résolution de l'équation du transport.
- Discrétisation par S_N .
- Développement du code
- Types de problèmes traités

Equation de transport de neutrons

Avec un rapport de un neutron à plusieurs atomes, la population neutronique peut être considérée comme un gaz dans le comportement qui est régi par une équation integro-différentielle appelée équation de transport (ET), dans le cas général cette équation combine l'espace, la direction, l'énergie et le temps, pour établir un bilan neutronique exprimé comme suit :

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \vec{V} \cdot \vec{\Omega} \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) + \Sigma(\vec{r}, E) \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}, t)$$

$$Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \begin{cases} q_{ext}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_s \int f(E \rightarrow E', \vec{\Omega}, \vec{\Omega}') \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}') d\Omega' \\ q_{ext} + \Sigma_s \int f(E \rightarrow E', \vec{\Omega}, \vec{\Omega}') d\Omega + \chi(E) \int \Sigma_f(\vec{r}, E) \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}') d\Omega' \end{cases}$$

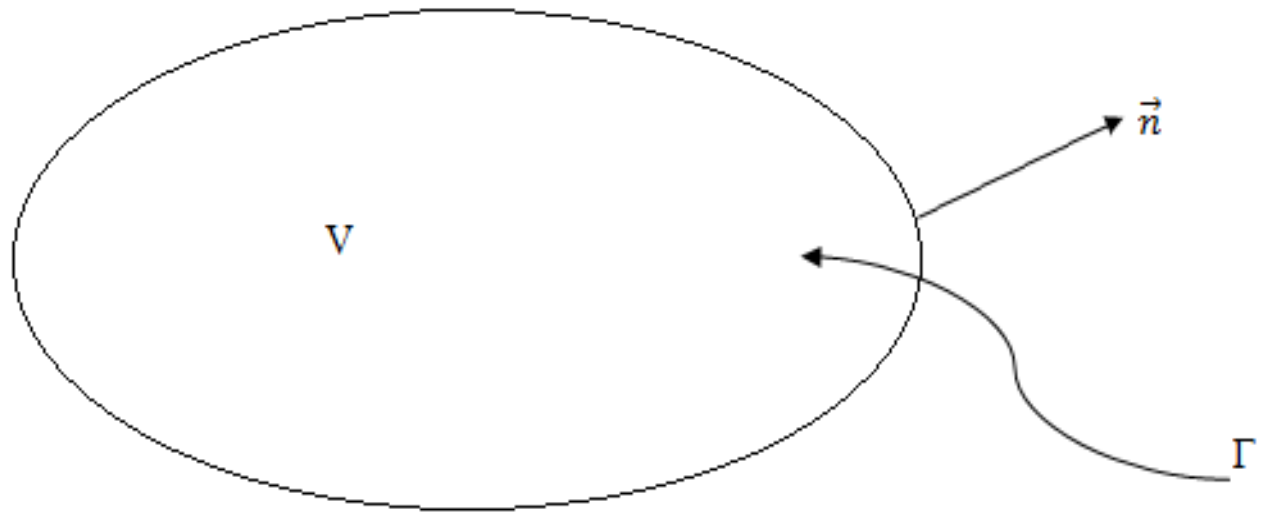


Figure 1 : Domaine spatial V avec une surface Γ .

Conditions aux limites

- C.L: Albédo

$$\varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \alpha(E) \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}'), \quad \vec{\Omega} \cdot \vec{n} < 0 \quad , \quad 0 < \alpha < 1$$

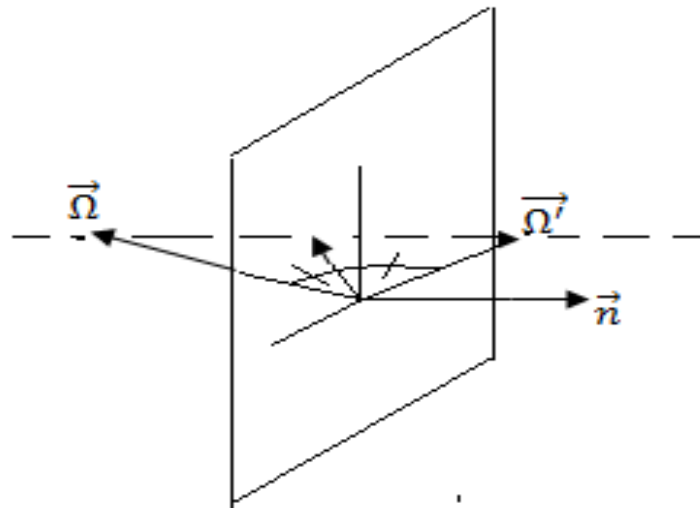


figure 2: CL: Albédo

•Condition du vide: $\varphi(\vec{r}_s, \mu_j) = 0$, $\vec{\Omega} \cdot \vec{n} < 0$

•C.L: réflexion blanche

•Condition aux limites périodiques:

$$\varphi(\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}) = \varphi(\vec{r}_s + \Delta\vec{r}, E, \vec{\Omega})$$

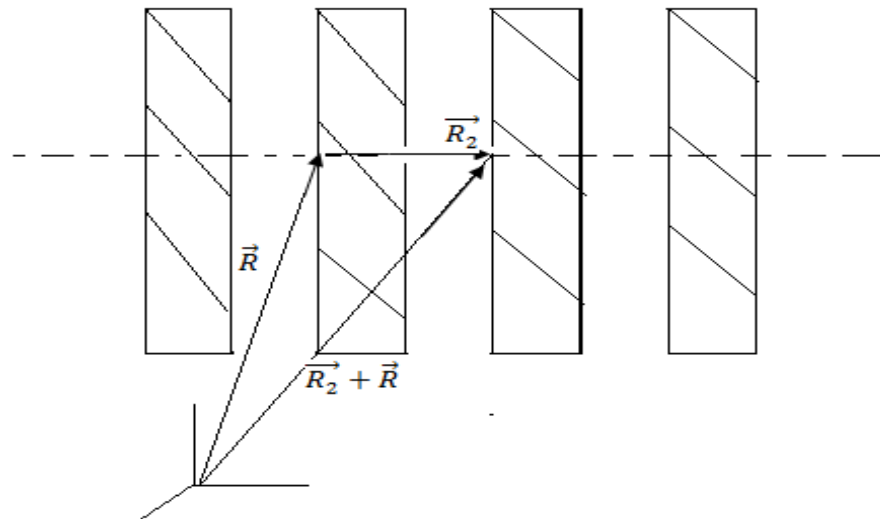


Figure 3: Conditions aux limites: périodiques

Méthode S_N (ordonnées discrètes)

Introduction:

La méthode S_N est une classe de méthodes numériques capable de résoudre l'équation de transport multi-groupes, largement utilisée dans les calculs des réacteurs nucléaires. L'idée essentielle dans cette méthode est d'évaluer le flux angulaire pour un nombre limité de directions discrètes. Cette méthode a été formalisée par CHANDRASEHKAR en 1950 et a vu ses premières applications à la neutronique se réaliser par Carlson et Bell (*1958*)

Méthode S_N

Géométrie plane:

- L'équation de transport à un groupe, en géométrie plane, pour la diffusion isotrope et une source généralisée s' écrit:

$$\mu \frac{\partial \varphi(x, \mu)}{\partial x} + \sigma(x) \varphi(x, \mu) = \frac{c(x) \sigma(x)}{2} \int_{-1}^1 \varphi(x, \mu') d\mu' + Q(x, \mu) \quad , \quad c = \frac{1}{\sigma_t(x)} \left(\sigma_s(x) + \frac{v \sigma_f(x)}{k_{eff}} \right) \quad (1)$$

- $$\int_{-1}^1 \varphi(x, \mu') d\mu' \approx \sum_{j=1}^N w_j \varphi(x, \mu_j) \quad (2)$$

- $$\mu \frac{\partial \varphi(x, \mu_j)}{\partial x} + \sigma(x) \varphi(x, \mu_j) = Q(x, \mu_j) + \frac{c(x) \sigma(x)}{2} \sum_{j=1}^N w_j \varphi(x, \mu_j) \quad (3)$$

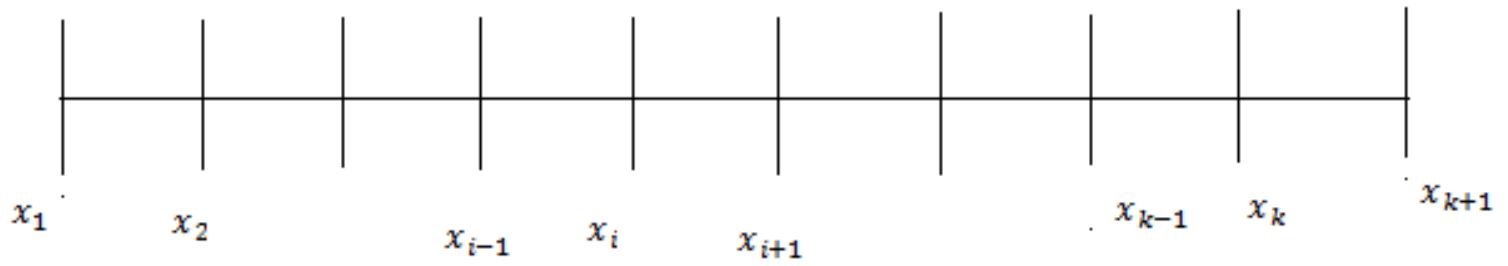


FIGURE 4: DISCRÉTISATION SPATIALE

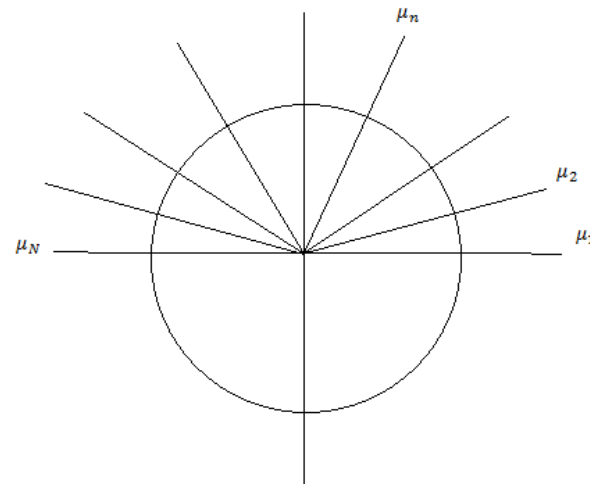


Figure 5: Discrétisation Angulaire

- $$\mu_j \frac{\varphi(x_{k+1}, \mu_j) - \varphi(x_k, \mu_j)}{x_{k+1} - x_k} + \sigma \left(x_{k+\frac{1}{2}} \right) \varphi \left(x_{k+\frac{1}{2}}, \mu_j \right) = q \left(x_{k+\frac{1}{2}}, \mu_j \right) \quad (4)$$

- $$\varphi(x_{k-1}, \mu_j) = \frac{1 + \sigma \Delta / 2\mu_j}{1 - \sigma \Delta / 2\mu_j} \varphi(x_k, \mu_j) + q \frac{\Delta}{\mu_j \left(1 + \frac{\sigma \Delta}{2\mu_j} \right)} \quad (5)$$

- $$\varphi(x_{k+1}, \mu_j) = \frac{1 + \sigma \Delta / 2\mu_j}{1 - \sigma \Delta / 2\mu_j} \varphi(x_k, \mu_j) + q \frac{\Delta}{\mu_j \left(1 + \frac{\sigma \Delta}{2\mu_j} \right)} \quad (6)$$

Démarche à suivre pour la résolution de l'ET

Le flux scalaire est supposé connu; une valeur est devinée pour la première fois, ce qui permet de calculer le terme source.

-Les équations (5) et (6) sont résolues pour ϕ ($\mu(j)<0$ et $\mu(j)>0$).

-Le flux scalaire est de nouveau calculé et la source $q_j(x)$ mise à jour.

-L'équation (5) et (6) sont résolues d'une façon itérative jusqu'à convergence.

Méthode S_N

- **Géométrie sphérique:**
- L'équation de transport dans le cas d'une géométrie sphérique est donnée par:

- $$\mu \frac{\partial}{\partial \rho} \varphi(\rho, \mu) + \frac{(1-\mu^2)}{\rho} \frac{\partial \varphi(\rho, \mu)}{\partial \mu} + \sigma(\rho) \varphi(\rho, \mu) = q(\rho, \mu) \quad (7)$$

- Le flux angulaire $\varphi(\rho, \mu)$ est une fonction de la distance à l'origine (ρ) et de (μ) le cosinus directeur de la direction Ω .

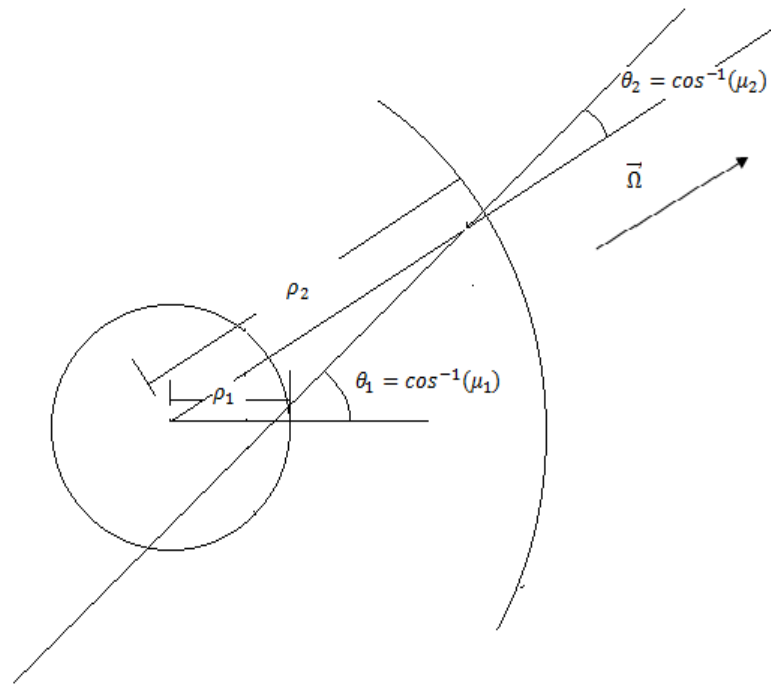


Figure 5: Géométrie sphérique

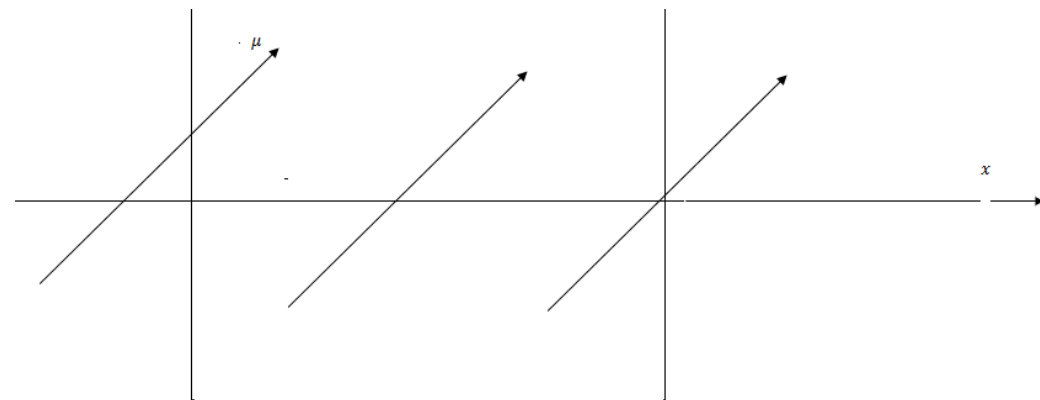


Figure 6: Géométrie plane

L' équation (7), une fois discrétisée, donne Eq (8) pour $\mu=-1$, Eq (9) et Eq (10) pour $\mu= \mu_j$ quelconque

$$\bullet \quad \varphi_{\frac{1}{2},k} = \frac{2\varphi_{\frac{1}{2},k+1/2} + (\rho_{k+\frac{1}{2}} - \rho_{k-\frac{1}{2}})Q_{\frac{1}{2},k}}{2 + \sigma_k(\rho_{k+\frac{1}{2}} - \rho_{k-\frac{1}{2}})} \quad (8)$$

$$\bullet \quad \varphi_{jk} = \left\{ 2|\mu_j|A_{k-1/2} + \frac{4}{\omega_j} \left(A_{k+\frac{1}{2}} - A_{k-\frac{1}{2}} \right) \alpha_{j+\frac{1}{2}} + V_k \sigma_k \right\}^{-1} \quad (9)$$

$$\times \left\{ |\mu_j| \left(A_{k+\frac{1}{2}} + A_{k-\frac{1}{2}} \right) \varphi_{j,k+\frac{1}{2}} + \frac{2}{\omega_j} \left(A_{k+\frac{1}{2}} - A_{k-\frac{1}{2}} \right) \left(\alpha_{j+\frac{1}{2}} + \alpha_{j-\frac{1}{2}} \right) \varphi_{j-\frac{1}{2},k} + V_k Q_{jk} \right\}$$

$\mu_j < 0$

$$\bullet \quad \varphi_{jk} = \left\{ 2|\mu_j|A_{k+1/2} + \frac{4}{\omega_j} \left(A_{k+\frac{1}{2}} - A_{k-\frac{1}{2}} \right) \alpha_{j+\frac{1}{2}} + V_k \sigma_k \right\}^{-1} \quad (10)$$

$$\times \left\{ |\mu_j| \left(A_{k+\frac{1}{2}} + A_{k-\frac{1}{2}} \right) \varphi_{j,k-\frac{1}{2}} + \frac{2}{\omega_j} \left(A_{k+\frac{1}{2}} - A_{k-\frac{1}{2}} \right) \left(\alpha_{j+\frac{1}{2}} + \alpha_{j-\frac{1}{2}} \right) \varphi_{j-\frac{1}{2},k} + V_k Q_{jk} \right\}$$

$\mu_j > 0$

Milieu multiplicateur

Le concept du facteur de multiplication (noté k_{∞} , k_{eff}) est une grandeur intégrale associée aux paramètres physiques et géométriques qui définissent le milieu multiplicateur considéré

$$k_{\infty} = \frac{v\Sigma_f\Phi}{\Sigma_a\Phi}, \quad k_{eff} = k_{\infty} \cdot P_{N.F}$$

Le cas du problème aux valeurs propres diffère du problème d'un milieu non-multiplicateur par le fait que l'expression de \mathbf{q} englobe un terme de fission.

Description du code

Le problème à résoudre, en géométrie plane ou en géométrie sphérique, a été scindé en plusieurs petits problèmes. Des tâches ont été identifiées, pour prendre en charge chaque problème élémentaire.

- Lecture des paramètres de discrétisation spatial, angulaire et les constantes physiques.
- Discrétisation de l'axe des x .
- Initialiser le flux scalaire.
- Spécifier les conditions aux limites.
- Calcul de la source.
- Evaluation du flux angulaire.
- Calcul de la distribution du flux scalaire moyen
- Mise à jour du flux et de la source

Les routines qui constituent le programme responsable de la solution de l'équation de transport en géométrie (plane, sphérique) sont:

- Tâche 1 : Lecture des données
- Tâche 2 : subroutine cond_limite
- Tâche 3 : subroutine calcul_s
- Tâche 4 : subroutine solve
- Tâche 5 : subroutine calcul

Résultats et discussion:

La méthode S_N a été utilisée pour résoudre l'équation de transport des neutrons dans le cas de problèmes suivants :

- Milieu homogène multiplicateur, géométrie plane.
- Milieu homogène multiplicateur, géométrie sphérique.

Milieu fini

géométrie plane

Les constantes physiques	Géométrie plane	Dimension	Condition aux limites
Σ_s (section efficace de diffusion élastique)	0.5cm^{-1}	1.0	$\varphi(a, \mu_j) = 0$
Σ_f (section efficace de fission)	0.2cm^{-1}	2.0	$\varphi(-a, \mu_j) = 0$
Σ_t (section efficace totale)	1.0cm^{-1}	10.0	
ν (nombre de neutron émis par fission)	2.5	20.0 200.0	

Tableau 1: Tableau des constantes physique et données géométriques

Demi-largeur (cm)	Référence (C)	FTRAN (code)	ANISN (code)	S_N Notre code
		CC(6,6)	$S_{16}n = 16$	$S_8n = 8$
0.5	1.615379	1.61539	1.61554 (0.0099%)	1.626845 (0.704%)
1.0	1.277102	1.27712	1.27724 (0.0093%)	1.278516 (0.110%)
5.0	1.024879	1.02489	1.02496 (0.0079%)	1.025343 (0.045%)
10.0	1.007135	1.00717	1.00726 (0.0124%)	1.007521 (0.038%)

tableau 2: Valeurs propres calculées pour une géométrie plane

position	Référence	FTRAN (code)	<i>ANISN</i> (code)	S_N Notre code
		<i>CC</i> (12,12)	$S_{16,n} = 16$	$S_{8,n} = 8$
0.0	1.00	1.00	1.00	1.00
0.25	0.9660	0.9663	0.9660	0.964 (0.207%)
0.50	0.8651	0.8645	0.8652	0.863 (0.243%)
0.75	0.6982	0.6985	0.6984	0.688 (1.480%)
1.00	0.4341	0.4368	0.4346	0.435 (0.206%)

Tableau 3: flux scalaire pour un réacteur plan de 2cm de largeur

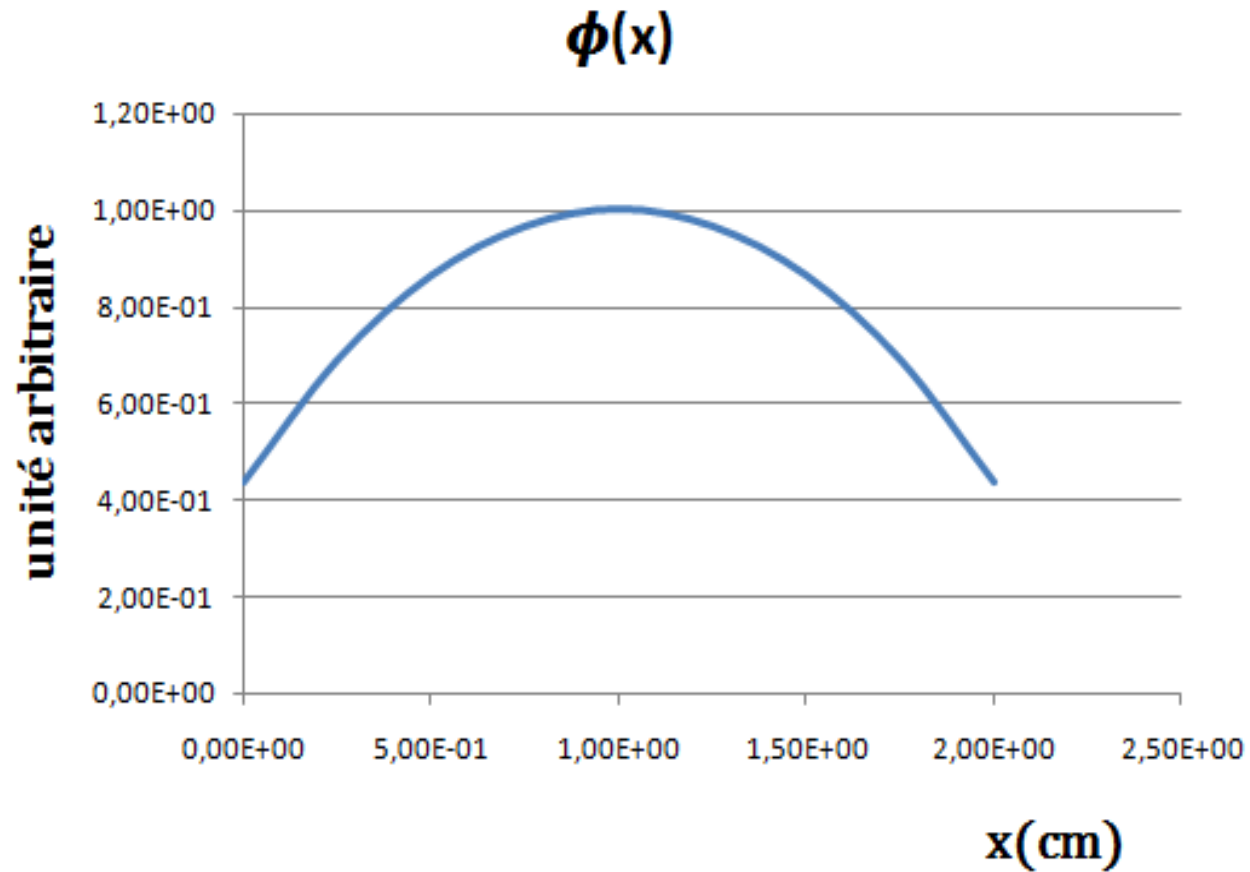


Figure 6: flux scalaire pour un réacteur plan de 2cm de largeur

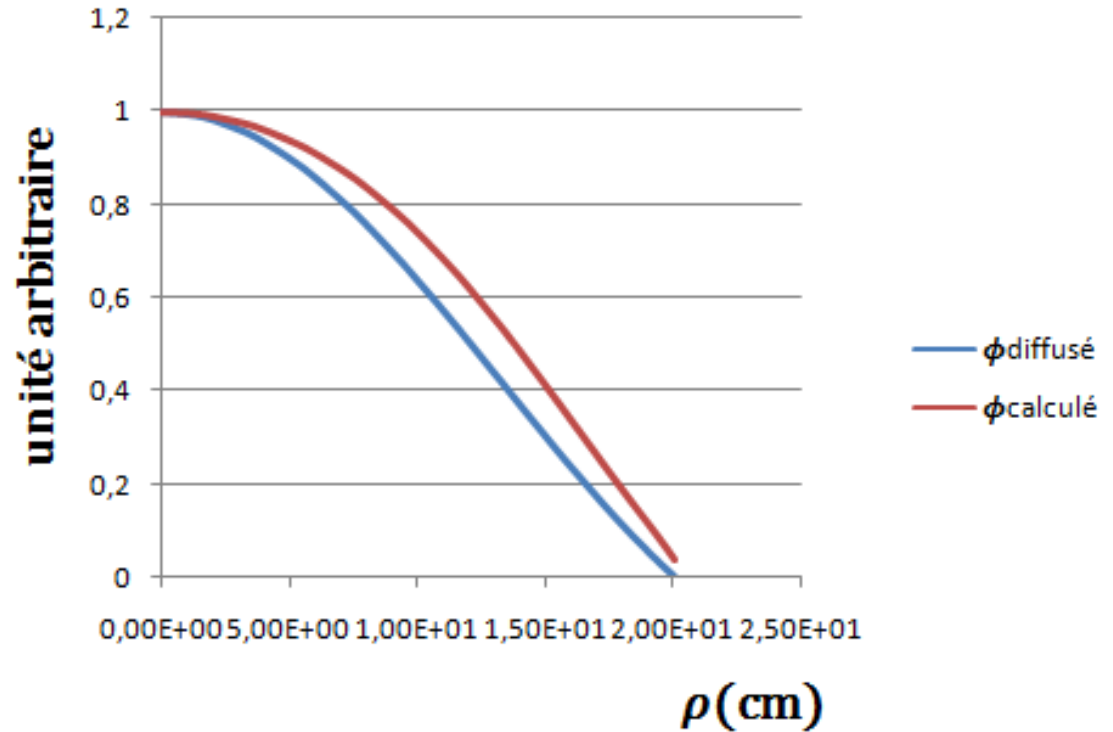
Géométrie sphérique:

Les constantes physiques	Géométrie sphérique	Rayon ρ	C.L
Σ_s	0.5cm^{-1}	$\rho = 20.0\text{cm}$	$\varphi(\mu_j, R) = 0$
Σ_f	0.2cm^{-1}	$\rho = 200.0\text{cm}$	
Σ_t	1cm^{-1}		
ν	2.5		

Tableau 4: Constantes physique et géométrique utilisées dans le cas d'un réacteur sphérique.

$\rho(\text{cm})$	$\phi_{\text{diffusion}}$	$\phi_{\text{calculé}}$
0	1	1
1	0.998	0.9955
3	0.991	0.984
4	0.979	0.963
5	0.962	0.936
6	0.939	0.9005
7	0.911	0.859
8	0.8077	0.801
9	0.837	0.757
10	0.791	0.699
11	0.683	0.572
12	0.621	0.505
13	0.554	0.436
14	0.483	0.368
15	0.409	0.3005
16	0.334	0.234
17	0.259	0.1705
18	0.184	0.110
19	0.1118	0.053
20	0.0364	0.0005

Tableau 5: flux scalaire calculé et diffusé en fonction de la position $\rho(\text{cm})$



- Figure 7: flux scalaires calculé et analytique

Milieu infini

		Résultat analytique	Résultat numérique	Erreur (%)
Géométrie Sphère $\rho=200\text{cm}$	k_{∞}	1	0.9995903	0.04%
	$C = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{k_{\infty}}\right)$	1	1.000205	0.02%
Géométrie Plane $a=200\text{cm}$	k_{∞}	1	0.9990833	0.0917%
	$C = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{k_{\infty}}\right)$	1	1.000459	0.0458%

Tableau 6: Résultats analytiques et numériques (Géométrie sphérique et plane).

Conclusion

L'algorithme de la méthode S_N qui a été traduit en langage FORTRAN nous a permis de résoudre l'équation de transport des neutrons à une dimension dans le cas d'un milieu multiplicateur fini et infini pour deux géométries:

- Géométrie plane.
- Géométrie sphérique.

On note que la valeur propre k_{eff} tend vers 1 pour un réacteur large, ce qui est prévisible.

Le flux scalaire est symétrique pour la géométrie plane il présente un profil en forme de cosinus tandis que pour la géométrie sphérique le flux à une forme sinus pondérée par $\frac{1}{\rho}$.

Perspectives

- On peut proposer d'étendre cette étude au cas d'une géométrie à deux dimensions, voir trois dimensions. On peut, aussi, reprendre le même travail mais dans le cadre de la théorie de transport à plusieurs groupes.
- Des aspects numériques relatifs à la possibilité d'accélérer les algorithmes en utilisant, par exemple, des méthodes d'accélération qui peuvent être très utiles quand le temps de calcul devient important, surtout pour les problèmes à 3-dimensions.

merci pour votre
attention