

Chapitre II

*La segmentation dans
l'imagerie médicale*

II.1 Introduction

L'imagerie médicale permet d'explorer le corps humain sans examens intrusifs ou opérer avec une précision extrême. Le dicton qui dit " il faut ouvrir pour voir " n'a plus cours, grâce à ce type d'imagerie ainsi qu'à la puissance informatique qui permet de traiter les informations reçues de signaux électriques en images.

La révolution technologique qu'a connue l'imagerie médicale a considérablement transformée La pratique médicale ces dernières années. En effet, ces techniques de visualisation sont devenues de plus en plus riches en informations, elles jouent désormais un rôle indispensable pour les médecins bien avant un bon nombre de décisions thérapeutiques. Les nombreux avantages que connaissent les techniques d'imagerie médicale particulièrement la visualisation de l'entité pathologique elle-même, permettent une meilleure compréhension et orientation du diagnostic.

Les techniques d'imagerie médicale offrent de nouveaux espoirs pour le traitement de nombreuses maladies telles que le Cancer, l'épilepsie, ...etc. L'exploration précise des lésions facilite dès lors le recours à la chirurgie, seule solution thérapeutique pour certains malades. Elles permettent également de mieux interpréter le fonctionnement de certains organes encore mystérieux, comme le cerveau.

L'ensemble des techniques d'imagerie médicale utilisées pour le diagnostic et le traitement d'un grand nombre de pathologies, révolutionnent la médecine en donnant un accès immédiat et fiable à des informations jusqu'alors « invisibles » au diagnostic clinique [RAT, 1990]. L'imagerie médicale donne des représentations visuelles fondées sur des caractéristiques physiques ou chimiques particulières du tissu ou de l'organe étudié. Grâce un appareillage certes beaucoup plus lourd que les instruments d'optique (endoscopes, fibres optiques ...), mais sans les contraintes que ces derniers imposent (hospitalisation, anesthésie...).

II.2 Les Technologies d'imagerie médicale

II.2.1 L'historique de l'imagerie médicale

Au 19^{ème} siècle, Wilhelm Conrad Röntgen (1845-1923) fût le premier physicien allemand a élaboré la première technique d'imagerie médicale. Cette technique est la radiographie a été découverte par ce physicien par pur hasard dans l'obscurité de son laboratoire, ce dernier étudiait l'électricité dans un tube de verre muni d'électrodes et dans lequel on fait le vide, quand il vit en interposant sa main devant le tube, ses propres os (figure II.2).



Figure II.1 : La première radiographie humaine (la main de Wilhelm Conrad Röntgen)

De nombreuses études ont été réalisées qui ont porté au principe de la radiographie des révolutions et des améliorations jusqu'à la radiographie au rayon X.

Piere - marie curie et Henrie Bcquerel, ont mis naissance à la radioactivité naturelle en 1943, Irène et Frédéric Joliot-Curie, ont développé la médecine nucléaire avec la scintigraphie et la tomographie par émission des positons (TEP) [BIE, 2000].

Inge Elder (1911-2001), un cardiologue suédois a eu l'idée en 1955 d'utiliser le principe de

propagation des ultrasons utilisée par les SONAR (SOUND NAVIGATION RANGING) dès 1915 pour détecter les icebergs suite au naufrage du Titanic. Ce principe a permis à Elder de diagnostiquer les sténoses mitrales.

A partir des années soixante-dix et précisément en 1972, les radiologues britanniques Allan Mc Kornack (1924-1998) et Godfrey N. Hounsfield (1918), ont mis au point un scanner grâce à l'apport de l'informatique et du traitement numérique de l'image.

En 1973, le chimiste américain Paul Lauterbur a réalisé le premier cliché d'un animal en utilisant la méthode d'imagerie par résonance magnétique. Cette méthode découle de la découverte de la résonance des noyaux des atomes (résonance nucléaire) en 1945 par Edward Purcell et Félix Bloch, prix Nobel en 1952.

II.2.2 La révolution de l'analogique au numérique

L'imagerie médicale a beaucoup évolué grâce aux nouvelles technologies numériques. À l'aide des ordinateurs, les octets ont remplacé les anciens pellicules conventionnelles d'imagerie. Dans certains cas les images numériques peuvent permettre une plus grande latitude d'exposition et offrent un certain potentiel de traitement des images (Amélioration des contours). Les ordinateurs sont à l'origine d'une foule d'acronymes en imagerie médicale comme : TDM, IRM et TEP. Ces technologies font appel à des ordinateurs très puissants pour reconstruire des images par coupes ou d'autres images à partir d'ensembles de données complexes [BIE, 2000].

L'imagerie Médicale numérique a fait de très grand progrès, grâce à la puissance croissante des convertisseurs analogiques numériques, des processeurs de calcul et des circuits de traitement de signal. Le numérique apporte des procédés d'investigation impossible en mode analogique :

- **Accessibilité** : grâce aux réseaux locaux et Internet ainsi qu'à la dématérialisation du support papier ou photographique, les images sont devenues consultables de n'importe où, ce qui y a rendu le gain de temps appréciable.
- **Ubiquité** : L'examen est analysé par plusieurs médecins ou chirurgiens simultanément.

- **Détection précoce** : la détection des lésions internes, des dépôts artériels et des tumeurs malignes. Autant d'anomalies indétectables à la palpation ou sans investigation intrusive (endoscopie ou chirurgie).
- **Aide au diagnostic** : Grâce à des logiciels de CAD (Computer Aided Détection), qui analysent les images et signale les zones suspectes à l'aide d'une base de connaissance établie sur des milliers de cas et des algorithmes de reconnaissance de formes.
- **Confort pour le malade** : les techniques d'imagerie associées à des reconstructions en 3D Permettent d'examiner le corps dans ses moindres recoins, évitent ainsi dans bien des cas une opération investigatrice, voire des manipulations désagréables, comme une coloscopie.

II.2.3 Modalités de l'imagerie médicale

L'imagerie médicale exploite de nombreuses techniques, classées en deux catégories, imageries anatomiques dite structurales et imagerie fonctionnelle. L'imagerie structurale regroupe la radiographie, le scanner, l'échographie et l'IRM, elle permet de visualiser la structure du corps (taille et volume).

L'imagerie fonctionnelle apporte des informations métaboliques, telle que la variation du débit sanguin, la visualisation du fonctionnement des cellules ainsi que les réactions des tissus à un produit radioactif. Ce type d'imagerie repose souvent sur l'injection d'un traceur radioactif et l'enregistrement des rayons qu'il émet, dont l'intensité varie selon l'activité et le type de cellule ; c'est la scintigraphie, ou encore la TEP (Tomographie à émission de positrons) [RAT, 1990].

II.2.4 L'imagerie par résonance magnétique

L'imagerie par résonance magnétique (IRM) est un outil indispensable pour le diagnostic et le suivi thérapeutique de multiples pathologies du corps humain, du fait de sa facilité

d'utilisation et de la précision des résultats fournis. L'IRM est une méthode d'imagerie d'investigation *in vivo* non invasive, permet d'étudier tous les tissus du corps tels que le cerveau, la moelle épinière et les muscles. Elle repose sur la technique de résonance magnétique nucléaire (RMN).

II.2.4.1. Principe physique de l'imagerie par résonance magnétique

Le phénomène physique de la résonance magnétique nucléaire a été conceptualisé en 1946 par *Félix Bloch* et *Edwards Mills Pucell* qui ont obtenu le prix Nobel en 1952. Ils ont constaté qu'en plaçant dans un champ magnétique un objet ou un tissu organique quelconque, grâce à un signal que cet objet émet, on pouvait connaître sa constitution.

II.2.4.2 Champ et moment magnétique

L'imagerie par RMN (IRM) fait appel aux propriétés magnétiques des noyaux atomiques des molécules dont l'organisme est constitué. Le vecteur $\vec{\mu}$ appelé moment magnétique, représente ces propriétés magnétiques. La valeur de ce vecteur est proportionnelle à une grandeur qui caractérise une particule en rotation sur elle-même, appelée « spin ». [DUG, 2006]

En IRM, L'atome d'hydrogène est à la base de la plupart des applications médicales du fait de sa grande quantité dans les molécules qui composent les tissus biologiques comme l'eau et les liquides organiques. Les protons d'hydrogènes ont des moments magnétiques $\vec{\mu}$ orientés au hasard. Au repos la résultante (somme des moments magnétiques) $M = \sum \vec{\mu}$ est nulle. Plongés dans un champ magnétique \vec{B}_0 , les moments magnétiques de spin $\vec{\mu}$ des protons d'hydrogène s'alignent localement sur la direction de \vec{B}_0 se répartissant en deux groupes : ceux dont les spins sont "parallèles" à \vec{B}_0 et ceux dont les spins sont "antiparallèles" à \vec{B}_0 .

Ils peuvent avoir un état d'énergie positif ou négatif, on dit alors que les spins sont animés d'un mouvement de précession autour de \vec{B}_0 à une fréquence précise qui dépend de \vec{B}_0 , appelée fréquence de Larmor (ou fréquence de résonance).

En orientation parallèle, le niveau d'énergie est plus bas qu'en position antiparallèles. Ce qui génère une résultante M orientée dans la direction du champ \vec{B}_0 .

La fréquence de résonance (retournement de spin) f_0 est donnée par l'équation suivante :

$$f_0 = \frac{\gamma B_0}{2\pi}$$

où : γ est un facteur appelé rapport gyromagnétique.

II.3 Segmentation d'images médicales

Le but de toute méthode de segmentation est l'extraction d'attributs caractérisant ces entités Quel que soit l'origine de l'image. La diversité des images, la difficulté des problèmes, l'évolution de la puissance de calcul des ordinateurs ont conduit à l'introduction d'une multitude d'algorithmes de segmentation.

La segmentation et l'annotation automatique de structures dans les images médicales sont des tâches essentielles à une multitude d'applications clés dont le diagnostic assisté, le suivi de pathologies et la recherche clinique. Bien qu'important, le processus de segmentation est très complexe et qui est dû notamment au faible contraste, à la superposition des régions d'intérêt et au bruit. Des approches efficaces de segmentation ont été proposées au fil des années, la plupart de ces approches requièrent l'intervention d'un humain pour étiqueter manuellement les régions d'intérêt dans l'image ou le volume à segmenter.

Une segmentation des volumes anatomiques normaux ou pathologiques fiable et précise issus des systèmes d'imagerie est un objectif important en traitement de l'information médicale, elle constitue le premier maillon de la chaîne d'analyse qui aboutit à l'étude de la morphologie des structures internes, à la détection et quantification des lésions. De nombreuses méthodes de segmentation ont été proposées pour ce type d'images.

II.3.1 Vision par ordinateur

La vision par ordinateur est un domaine technologique en pleine effervescence, dans la recherche scientifique ainsi que le développement des applications grand public. C'est un processus de traitement de l'information. Un système de vision est constitué par une entrée,

généralement une séquence d'images. Le système apporte certain nombre de connaissances qui interviennent à tous les niveaux. La description de l'entrée en termes d'objets et de relation entre ces objets est la sortie de ce système.

L'analyse d'image est généralement vue en fonction du contenu sémantique des entités traitées et extraites de l'image sous deux angles : les traitements de bas niveau et les traitements de haut niveau (interprétation).

- Traitements de bas niveau : généralement opèrent sur des grandeurs calculées à chaque point de l'image à partir des valeurs attachées sans faire la liaison avec la réalité qu'elles représentent, ces traitements manipulent des données de nature numérique.
- Traitements de haut niveau : relatifs à compréhension et à la l'interprétation de l'image, opèrent sur des entités de nature symbolique associées à une représentation de la réalité extraite de l'image.

Les opérateurs peuvent être classés en trois catégories : détection de contours, seuillage, extraction de régions. Ces modèles de base permettent la conception de méthodes bas niveau de segmentation et de description des images.

Les systèmes de vision doivent œuvrer au sein d'environnements partiellement connus. Pour effectuer des choix, des mécanismes spécifiques doivent être introduits en fonction de nombreux paramètres tels que la qualité du traitement, le choix des opérateurs, la présence de descripteurs significatifs pour les objets [Har, 2005].

La première théorie de la vision numérique est une architecture à trois niveaux ou tout système de traitement de l'information pour demeurer cohérent, devrait respecter. Cette théorie a inspiré la plupart des systèmes de traitement de l'information.

Les niveaux proposés par cette théorie sont les suivants :

- Le « quoi » et le « pourquoi » : Un niveau abstrait : c'est-à-dire que doit-on faire ? C'est de mettre en place une méthodologie ou une théorie en fonction des données d'entrée.
- Le comment : Un niveau de représentation : concevoir des algorithmes en donnons une structure aux données.

- Un niveau de réalisation : l'implantation des algorithmes, reliée au matériel.

II.3.2 Problèmes liés à l'interprétation d'image

L'interprétation des images est l'analyse d'une image ou d'une scène permettant de décrire les objets composant la scène ainsi que leurs relations, c'est de pouvoir extraire la sémantique de l'image afin de mieux la comprendre. Le grand problème rencontré dans l'interprétation d'image, c'est la difficulté de perception de l'environnement et de prise de décision.

II.4 Conclusion

L'utilisation des ordinateurs pour traiter et analyser un nombre croissant et important d'images est devenue primordiale, en particulier la segmentation d'image médicale. Elle joue un rôle essentiel dans de nombreuses applications médicales. Les méthodes de segmentation sont classées selon l'approche qu'elles adoptent en deux catégories :

- Méthodes locales : se basant sur l'approche frontière, elle consiste à faire des recherches de contours. On peut classer ces méthodes en plusieurs types : dérivatives, morphologiques, markoviennes locales et les méthodes variationnelle (Snakes).
- Méthodes globales : elles adoptent une approche région. Telles les méthodes de classification et les méthodes structurales.

Chapitre III

*Méthodes classiques
d'extraction de contour*

III.1 Introduction

La segmentation des images et la détection de contour sont vraisemblablement les domaines qui ont reçu la plus grande attention de la part de la communauté de traitement des images. Plus de 4000 références sur ce sujet ont été recensées depuis 1970 [COU, 2005]. L'extraction de contours a un rôle primordial dans tout système de vision par ordinateur. Les contours correspondent généralement à des changements brusques de propriétés physiques ou géométriques de l'image, ils forment ainsi des attributs très importants pour l'analyse. La plupart des techniques développées utilisent plusieurs opérateurs locaux (Directionnels ou pas) de dérivation du premier et du second ordre. Toutefois, ces opérateurs ne donnent souvent pas de bons résultats sur une image réelle à eux seuls, ou les changements d'intensité sont rarement nets et abrupts.

Ces dernières années, on a pu assister à de nouvelles approches en extractions de contours qui procèdent par optimisation de critères prenant en compte un modèle prédéfini du contour à détecter. Ces approches qui permettent une meilleure énonciation du problème se sont avérées nettement plus appropriées que les toutes premières techniques proposées. [DER, 2004] Ainsi, la détection de contours est souvent le premier problème qu'on rencontre en traitant une image et elle constitue un problème classique du traitement d'image. Les difficultés de la détection des contours proviennent du bruit important présent dans les images (bruit d'échantillonnage, bruit du capteur, irrégularité des surfaces des objets...).

Il existe à ce jour deux catégories de méthodes de détection de contour :

1. Les méthodes élémentaires basées sur des filtres à caractéristiques fréquentielles fixes (Sobel, Prewitt...)
2. Les méthodes plus complexes, les plus connues étant ceux de Canny, Deriche, ...Elles sont basées sur des filtres adaptatifs.

III.3 Propriétés d'un détecteur de contour

Un contour idéal est défini comme une variation de luminance au point de coordonnées (x_0, y_0) séparant deux régions de luminance homogènes. On peut définir trois propriétés essentielles permettant de déterminer les caractéristiques d'un détecteur [CAN, 1989] :

- **Une bonne détection** : Une forte probabilité de détecter le point P quel que soit le bruit dans l'image.
- **Une bonne localisation** : très grande précision dans la localisation de la position du point de contour. Les variations Δx_0 et Δy_0 représentant l'erreur de position doivent être minimisés.
- **L'unicité de la réponse** : la Faculté a détecté un seul point de contour. Éliminer toute possibilité d'avoir une réponse multiple pour un point de contour.

III.3.1 Notions mathématiques d'un détecteur de contour

Le contour réel est modélisé par la fonction à un seul variable (suivant une seule direction) et qui est donnée par la relation suivante :

$$C(x) = G(x) + n(x) \quad (\text{III. 1})$$

$C(x)$: Variation d'un paramètre (luminance par exemple) dans la direction x .

$G(x)$: Modèle de contour non bruité.

$n(x)$: bruit blanc de moyenne quadratique n_0 qui s'ajoute à $G(x)$.

Soit $f(x)$ la réponse impulsionnelle d'un filtre détecteur de contour. On suppose qu'elle est définie dans un intervalle $[-W, W]$ centré autour de zéro. En absence de bruit le point de contour $x_0=0$.

On définit :

$$H(x) = G(x) * F(x) \quad (\text{III. 2})$$

$$H_G(x) = \int_{-w}^w G(x-t)f(t)dt \quad (\text{III. 3})$$

$$H_{G(0)} = \int_{-w}^w G(-t)f(t)dt \quad (\text{III. 4})$$

La réponse du filtre au bruit $n(x)$ au point $x=0$ est caractérisée par sa moyenne quadratique.

$$H_n = n_0 \sqrt{\int_{-w}^w f(t)^2 dt} \quad (\text{III. 5})$$

III.3.1.1 Critère de bonne détection

Le rapport signal bruit de la réponse impulsionnelle est donné par la formule (III.6).

$$D' = \frac{S}{B} = \frac{H_{G(0)}}{H_n} = \frac{|\int_{-w}^w G(-t)f(t)dt|}{n_0 \sqrt{\int_{-w}^w f(t)^2 dt}} \quad (\text{III. 6})$$

III.3.1.2 Critère de Bonne localisation

En absence du bruit, le contour se trouvera en $x_0=0$ Nous aurons alors $H'_{G(0)} = 0$.

x_0 sera considéré comme point de contour si la réponse du filtre en ce point est max, ou si la dérivée de la réponse du filtre est nulle.

La condition pour avoir une bonne localisation d'un point de contour dans une image bruitée se traduit par la relation (III.7) :

$$H'_{C(x_0)} = H'_{G(x_0)} + H'_{n(x_0)} = 0 \quad (\text{III. 7})$$

H_C : Réponse du filtre au contour bruité en faisant le développement limité au second ordre de $H'_{G(x_0)}$

On a :

$$H'_{G(x_0)} = H'_{G(0)} + H''_{G(0)} \cdot x_0 + \Pi(x_0^2) \quad (\text{III. 8})$$

L'approximation au second ordre de $H'_{G(x_0)}$, connaissant que $H'_{G(0)}=0$ nous donne :

$$H'_{G(x_0)} \approx H''_{G(0)} \cdot x_0 \quad (\text{III. 9})$$

A partir de l'équation (III.6) et (III.8) nous déduisons l'équation mathématique caractérisant le critère de bonne localisation :

$$H''_{G(0)} \cdot x_0 \approx -H'_{n(x_0)} \quad (\text{III. 10})$$

L'écart type de x_0 est défini comme suit :

$$\begin{aligned}\delta x_0^2 &= E(x_0^2) - (E(x_0))^2 \\ &= E\left(\frac{H'_n(x_0)^2}{H''_n(x_0)^2}\right) \quad (\text{III. 11})\end{aligned}$$

$E(x_0) = 0$ dans le cas où le contour réel est supposé être en $x_0=0$

En utilisant la propriété du produit de convolution, on aura :

$$H''_{G(0)} = \int_{-w}^w G'(-t)f'(t)dt \quad (\text{III. 12})$$

Le critère de localisation étant l'inverse de l'écart type

$$L' = \frac{1}{\delta x_0} = \frac{\left|\int_{-w}^w G'(-t)f'(t)dt\right|}{n_0 \sqrt{\int_{-w}^w f'(t)^2 dt}} \quad (\text{III. 13})$$

III.3.1.3 Critère d'unicité

Si un contour fourni une seule réponse pour un point de contour, on dit alors que c'est un bon détecteur. Pour cela il faut limiter le nombre de maxima de la réponse au bruit du filtre $f(x)$. Nous pouvons quantifier ce critère en calculant la distance maximale entre deux pics, cette distance est donnée par la relation (III.4) :

$$X_{max} = 2. \Pi \left[\frac{\sqrt{\int_{-w}^w f'(t)^2 dt}}{\sqrt{\int_{-w}^w f''(t)^2 dt}} \right]^{1/2} = 2. \Pi. U \quad (\text{III. 14})$$

III.3.2 Modèle de contour

Le modèle le plus souvent rencontré en traitement d'image est le contour de type échelon :

$$I(x) = A. Y(x) \quad (\text{III. 15})$$

$$\text{avec } U(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$I(x)$: impulsion de Dirac

A : amplitude

Le critère de détection s'écrit :

$$D' = \frac{S}{B} = \frac{H_{G(0)}}{H_n} = \frac{A \left| \int_{-w}^0 f(t) dt \right|}{n_0 \sqrt{\int_{-w}^w f(t)^2 dt}} \quad (\text{III. 16})$$

En posant

$$D = \frac{\left| \int_{-w}^0 f(t) dt \right|}{\sqrt{\int_{-w}^w f(t)^2 dt}} \quad (\text{III. 17})$$

On obtient :

$$D' = \frac{A}{n_0} \cdot D \quad (\text{III. 18})$$

Le critère de localisation peut être sous la forme suivante :

$$L' = \frac{1}{\delta x_0} = \frac{A \cdot |f'(0)|}{n_0 \sqrt{\int_{-w}^w f'(t)^2 dt}} \quad (\text{III. 19})$$

En posant

$$L = \frac{|f'(0)|}{\sqrt{\int_{-w}^w f'(t)^2 dt}} \quad (\text{III. 20})$$

L'équation (III.19) devient :

$$L' = \frac{A}{n_0} \cdot L \quad (\text{III. 21})$$

La formule du critère d'unicité reste inchangée car elle ne dépend pas du modelé de contour :

$$U = \left[\frac{\int_{-w}^w f'(t)^2 dt}{\int_{-w}^w f''(t)^2 dt} \right]^{1/2} \quad (\text{III. 22})$$

U , D et L sont indépendantes de l'amplitude du contour utilisé et des caractéristiques de bruit dans l'image. Elles ne dépendent que de la réponse impulsionnelle $f(x)$.

III.4 Opérateurs Classiques

III.4.1 Approche gradient

Comme le gradient est un vecteur, l'approche la plus classique utilisée pour estimer ce dernier consiste à choisir deux directions orthogonales (celles associées au maillage, i.e. ligne et colonne), sur lesquelles on projette le gradient. Considérée comme une fonction de deux variables. Suivant x (colonnes) et suivant y (lignes), on peut définir deux dérivées partielles. Les filtres gradient possèdent donc des masques multiples (plusieurs filtres convolués) selon les directions de calcul du gradient. [NAZ, 2008]

III.4.1.1 Principes de résolution

Un opérateur gradient va permettre la détection des variations rapides de niveaux de gris. Le point de contour est déterminé alors par le passage du module du gradient par un maximum. Soit $I(x,y)$ la fonction de répartition de la luminance dans l'image. Le gradient en coordonnées cartésiennes est exprimé par :

$$G_x(x, y) = \frac{\partial U(x, y)}{\partial x} \text{ et } G_y(x, y) = \frac{\partial U(x, y)}{\partial y} \quad (\text{III. 23})$$

Sachant que le vecteur gradient est orienté dans la direction perpendiculairement au contour, le module G et l'argument Θ du vecteur gradient sont :

$$G(x, y) = \sqrt{G_x(x, y)^2 + G_y(x, y)^2} \quad (\text{III. 24})$$

$$\Theta(x, y) = \arctg\left(\frac{G_y(x, y)}{G_x(x, y)}\right) \quad (\text{III. 25})$$

Le principe de la détection de contours par l'utilisation du gradient consiste à calculer d'abord le gradient de l'image dans deux directions orthogonales puis le module du gradient. Ensuite d'effectuer une sélection des contours les plus marqués, c'est-à-dire les points de plus fort contraste par un seuillage adéquat, les directions des contours étant orthogonales à la direction α_0 déterminée en tout pixel de l'image (figure III.3).

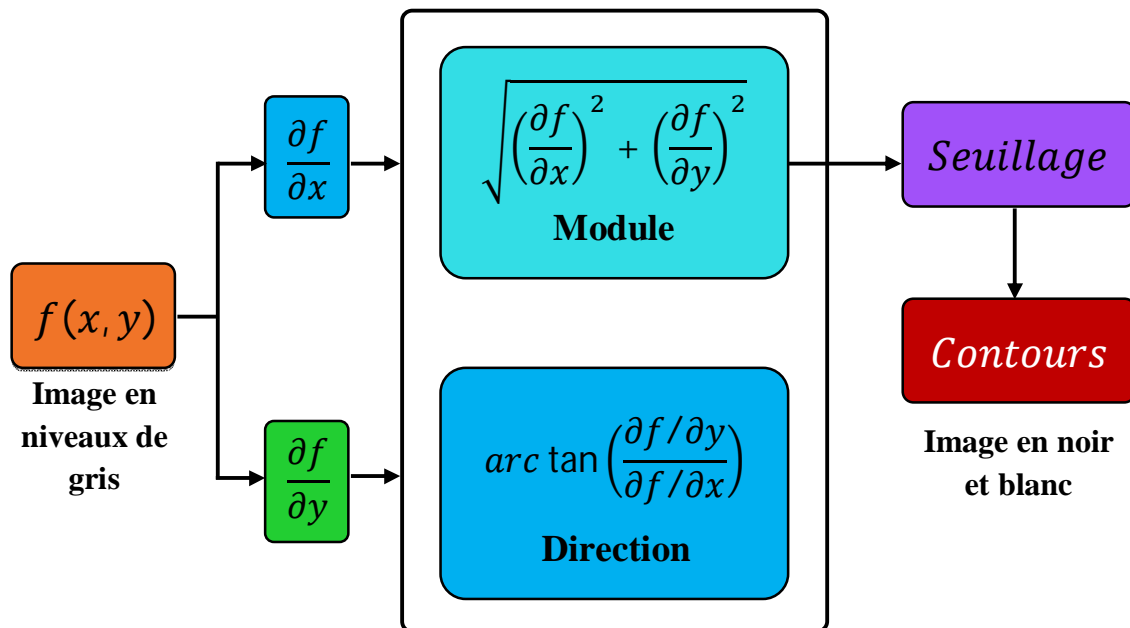


Figure III.3: Synoptique d'une détection de contours par gradient. Les contours sont finalement représentés par des pixels blancs sur fond noir.[THO, 2007]

III.4.1.2 Filtre de Roberts

Roberts présente un détecteur qui permet de calculer le gradient bidimensionnel d'une image de manière simple et rapide. Il amplifie toutes les zones où la norme du gradient spatial est importante qui correspondent généralement aux contours.

Roberts a pu approximer les dérivées directionnelles suivant les axes orientés à 45 degrés à l'aide d'une convolution de l'image $f(x, y)$ avec des masques 2×2 . Calculé sur 4 points, ce filtre applique un double masque :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

III.4.1.3 Opérateurs de Prewitt et Sobel

Les opérateurs de Prewitt et Sobel permettent d'évaluer localement la norme du gradient spatial bidimensionnel d'une image en niveau de gris. Les régions de fortes variations locales d'intensité correspondant aux contours sont amplifiées. Suivant les axes Ox et Oy , Prewitt et Sobel approximent les dérivées directionnelles à l'aide d'une convolution de l'image $f(x, y)$ avec les masques 3×3 . On remarque que les 2 masques de Prewitt et Sobel

correspondent en fait à l'application d'une opération de lissage par l'opérateur $(1 \ 0 \ 1)$ suivi de l'application d'une opération de dérivation par l'opérateur $(1 \ 0 \ -1)$ dans la direction orthogonale. Cette orientation constitue uniquement une approximation. Afin de déterminer cette information, on utilise des filtres directionnels adaptés à certaines orientations prédéfinies.

a) Opérateur de Prewitt :

Prewitt a choisi le filtre passe-bas moyenneur de taille 3x3 suivant : $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

Il peut être séparé en deux filtres monodimensionnels :

Le premier $(1 \ 1 \ 1)$ suivant l'axe des X est un moyenneur dont la dérivée est $(1 \ 0 \ -1)$

Le second $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ suivant l'axe des Y est un moyenneur dont la dérivée est $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Les masques de convolution du filtre de Prewitt P_x et P_y pour chaque direction sont déterminées à partir des définitions des filtres séparables :

$$P_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} * (1 \ 0 \ -1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ et } P_y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} * (1 \ 1 \ 1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

b) Filtre de Sobel :

Sobel a choisi un filtre de type : $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

Ce filtre peut être séparé en deux filtres monodimensionnels.

Le premier $(1 \ 2 \ 1)$ suivant l'axe des X est un moyenneur dont la dérivée est $(1 \ 0 \ -1)$

Le second $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ suivant l'axe des Y est un moyenneur dont la dérivée est $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$

Nous pouvons déterminer les masques de convolution du filtre de Sobel S_x et S_y à partir des définitions des filtres séparables, pour chaque direction :

$$S_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} * (1 \ 0 \ -1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ et } S_y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} * (1 \ 2 \ 1) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Nous avons présenté les masques les plus utilisés. Néanmoins, ils ne sont qu'un cas particulier.

Afin de savoir la taille à choisir il faut suivre les règles suivantes :

- Plus le masque est grand, moins le gradient est sensible au bruit.
- Plus le masque, est grand, plus le temps de calcul est élevé
- Plus le masque est grand, moins bonnes est la localisation des contours.

Ces règles sont contradictoires, il faut donc réaliser un arrangement. Généralement, il existe des contours de nature très différente et qui nécessitent l'utilisation de plusieurs tailles de masques

c) Les propriétés de ces filtres:

1. Ces filtres sont très sensibles au bruit vu qu'ils l'accroissent par dérivation. Dans le cas d'un contour de type "rampe", ces filtres donneront un contour épais.
2. Les filtres de Prewitt et Sobel sont moins sensibles au bruit contrairement à ceux de Roberts, le fait d'introduire un moyennage local sur le domaine couvert par le masque provoque une diminution de leur sensibilité. Le filtre de Sobel donne une meilleure évaluation que celui de Prewitt car la série (1 2 1) est approximativement une gaussienne.
3. Ces méthodes ont par ailleurs une grande rapidité et un faible coût.

III.4.1.4 Gradient morphologique

Le gradient morphologique effectue une différence de dilate et de l'érode d'une image I , en binaire ou bien en niveaux de gris :

$$\text{Grad-morpho}(I) = 1/2 (\text{Dilate}(I) - \text{Erode}(I))$$

Si le gradient morphologique donne un contour épais, il pourra être réduit par un amincissement homotopique. La largeur dépend de la taille de l'élément structurant utilisé: plus l'élément structurant est grand, plus le contour sera épais ; il sera positionné

àchevalsurlevraicontour.

En

cas d'image bruitée, les opérations de dilatation et d'érosion accentueront le bruit.

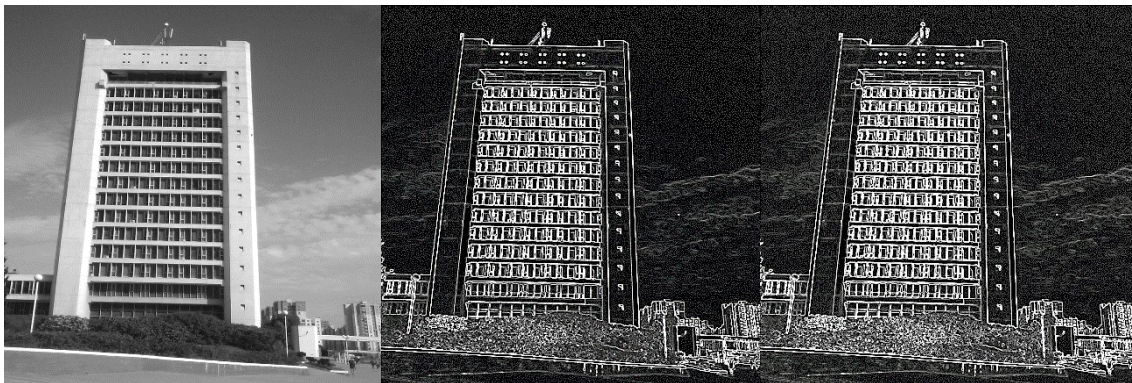


Image d'origine

Filtre de Prewitt

Filtre de Sobel

Figure III.4 : application des filtres de type Gradient sur une image ordinaire

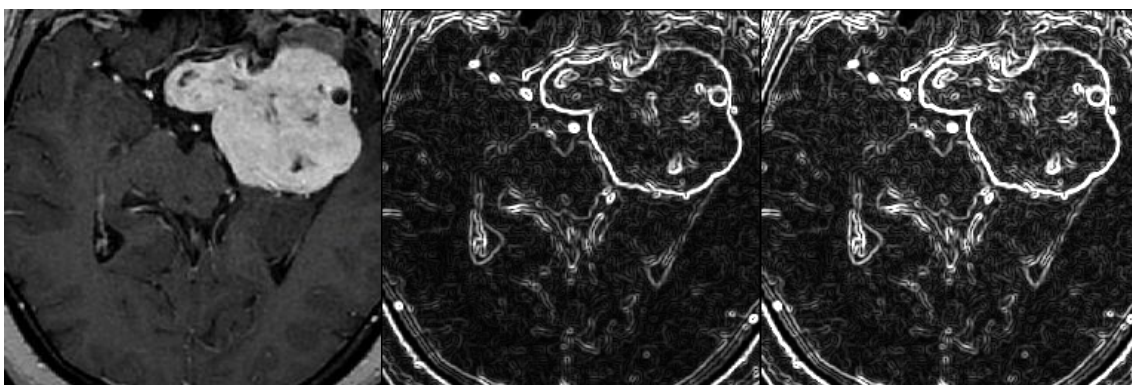


Image d'origine

Filtre de Prewitt

Filtre de Sobel

Figure III.5 : application des filtres de type Gradient sur une image IRM cérébrale

En appliquant ces types de filtre sur une image photographique (Figure III.4) et sur une image médicale (figure III.5), on peut remarquer que les résultats varient selon deux critères ; la qualité de l'image à traité et le type de filtre utilisé.

III.4.2 Approche Laplacien

Le Laplacien est un opérateur du second ordre, pour une image d'intensité $I(x, y)$, il est défini par:

$$\nabla^2 I(x, y) = \frac{\partial^2 I(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I(x, y)}{\partial y^2} \quad (\text{III. 26})$$

- Constant aux rotations de l'image.
- Le laplacien est fréquemment utilisé en amélioration d'images afin d'accentuer l'effet de contour :

$$I'(x, y) = I(x, y) - c \nabla^2 I(x, y) \quad (\text{III. 27})$$

- Sensibilité au bruit étalée contrairement au gradient.
- Le laplacien d'une image filtrée :

$$\Delta I'(x, y) = \Delta I(x, y) * h(x, y) = I(x, y) * \Delta h(x, y) \quad (\text{III. 28})$$

III.4.2.1 Filtre zero-crossing (Passage par Zéro)

Une frontière est un lieu de variation. On peut la localiser grâce à la recherche du maximum de la dérivée première (calcul du gradient). On peut aussi explorer le passage par zéro de la dérivée seconde (zero-crossing).

Dans une image, il existe 4 dérivées partielles (selon x^2, y^2, xy et yx) au lieu d'une dérivée seconde unique. On peut lever cette ambiguïté en ayant recours à l'opérateur Laplacien, ce dernier fait la somme des deux dérivées partielles principales.

Les filtres larges de même que pour les filtres étroits cherchent les passages par zéro de la dérivée seconde d'un niveau de gris. On peut donc définir les dérivées partielles du second ordre grâce aux deux filtres suivants (dérivées horizontale et verticale):

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Cet opérateur donne une approximation directe de la somme des dérivées secondes, il peut être obtenu à l'aide d'une matrice qui est la somme des deux précédentes:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Comme pour les filtrages gradient, le Laplacien est lui aussi très sensible au bruit.

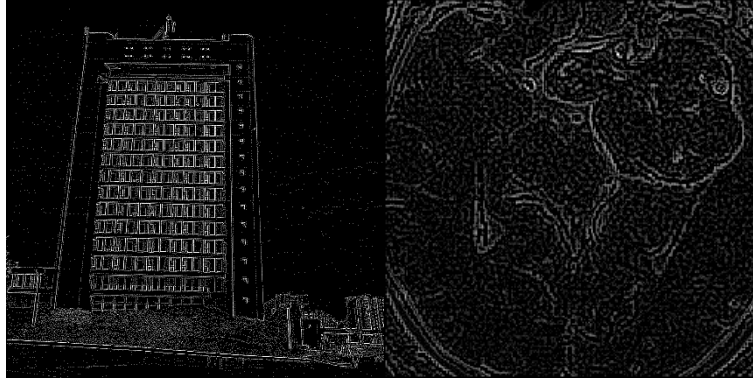


Figure III.6 : Application du Laplacien de type passage par zéro

Figure III.6 montre le résultat d'un contour obtenu en appliquant un filtre type Laplacien de type passage par zéro

III.4.2.2 Filtre LOG (Laplacien d'une gaussienne)

Pour limiter les réponses dues au bruit de l'image, on lui applique préalablement filtre Gaussien. Les opérateurs de filtrage et de dérivations effectuent en une seule étape de calcul grâce à la détermination du Laplacien de la gaussienne connu sous le nom de "chapeau mexicain" :

$$\nabla^2 h$$

$$-\sigma \quad \sigma$$

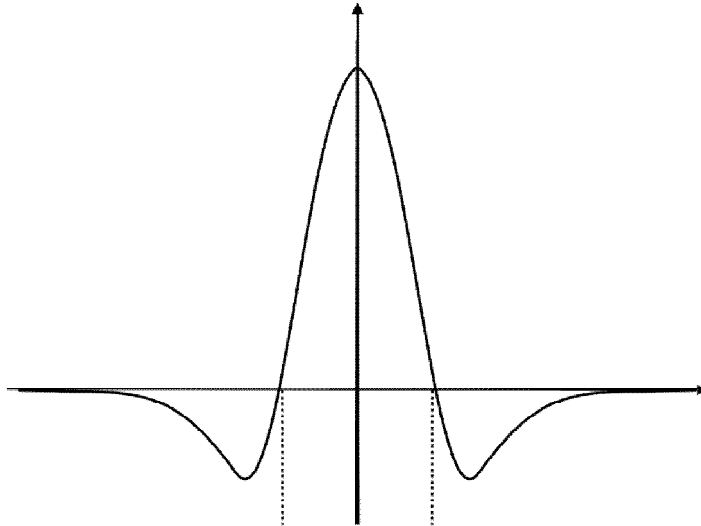


Figure III.7 : Laplacien d'une gaussienne "chapeau mexicain" [GON, 2002]

Le paramètre σ va régler la résolution des contours qui sont détectés. Son choix est très difficile, dans une image (surtout pour les images naturelles), il est peu probable qu'une valeur unique permette de représenter efficacement toutes les résolutions présentes. La plus simple approximation du Laplacien d'une Gaussienne Dans le cas discret et est le filtre suivant:

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

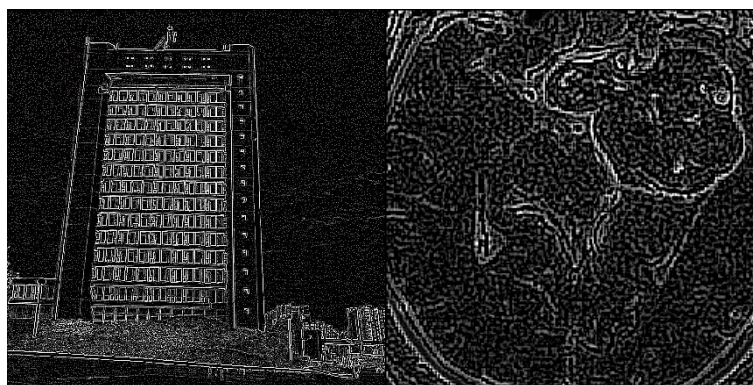


Figure III.8 : application du filtre LOG

En appliquant le filtre type Laplacien d'une gaussienne sur une image photographique ainsi que sur une image médicale (Figure III.8) le contour obtenu est plus au moins épais et claire

que celui obtenu par un filtre du Laplacien de type passage par zéro.

III.5 Opérateurs Adaptatifs (Approche par filtrage optimal)

L'approche dérivative est loin d'être parfaite, les effets du bruit sont très exagérés dans les opérateurs de dérivation du premier ordre et le sont deux fois plus pour les deuxièmes dérivés. Une autre type d'approche plus récente propose une nouvelle définition de critères d'optimalité de la détection de contours ; débouchant ainsi sur des filtres de lissage optimaux. [PAP, 2006]

III.5.1 Filtre de Canny

Pour un cas monodimensionnel, on suppose que la détection s'effectue en convoluant le signal par un filtre de réponse impulsionnelle h , les contours seront caractérisés par des extrema de la sortie du filtre. Les contours utilisés dans ce cas sont de type marche, le bruit est supposé blanc (de moyenne nulle).

Les critères d'optimalité sont :

- Détection « D » : le contour doit être détecté, faisons-en sorte de minimiser les fausses réponses.
- Localisation « L » : le contour doit être localisé avec précision, la distance entre les points détectés et le vrai contour doit être minimisée.
- Réponse unique « U » : il s'agit de minimiser le nombre de réponses pour un seul contour.

La solution optimale de Canny pour ce problème est de maximiser le produit $D.L$ sous la contrainte du troisième critère. Donc nous sommes en présence d'une équation différentielle de la forme suivante :

$$2f(x) - 2\lambda_1 f^{(2)}(x) + 2\lambda_2 f^{(4)}(x) + \lambda_3 = 0 \quad (\text{III.29})$$

Où λ_1 , λ_2 et λ_3 sont des constantes.

La solution est obtenue dans l'intervalle $[0, +\infty]$ est :

$$f(x) = a_1 e^{\alpha x} \sin \omega x + a_2 e^{\alpha x} \cos \omega x + a_3 e^{-\alpha x} \sin \omega x + a_4 e^{-\alpha x} \cos \omega x + c \quad (\text{III. 30})$$

Avec les conditions initiales suivantes :

$$f(0) = 0 \quad f(w) = 0 \quad f'(0) = S \quad f'(w) = 0$$

Où

S : Une constante inconnue qui est égale à la pente de $f(x)$ à l'origine.

ω : La taille du filtre défini dans $[0, w]$.

Sachant que $f(x)$ est antisymétrique, cette solution va être étendue dans l'intervalle $[-w, +w]$ en utilisant la propriété $f(x) = -f(-x)$. Elle sera paramétrée en trois grandeurs α , ω et c qui caractérisent le détecteur de contour. Un algorithme a été développé par Canny et qui consiste à dériver la convolution d'une image avec une gaussienne.

Pour alléger les écritures, Soit la gaussienne :

$$G(x, y) = \exp\left(\frac{-x^2 - y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{III. 31})$$

La dérivée de l'image I filtrée est :

$$\Delta f = \Delta(G \otimes I) = F_x + F_y \quad (\text{III. 32})$$

$$\begin{aligned} \Delta f &= (G \otimes I)_x + (G \otimes I)_y \quad (\text{III. 33}) \\ &= (G_x \otimes I) + (G_y \otimes I) \end{aligned}$$

Les dérivées partielles de la courbe de Gauss Sont :

$$G_x(x, y) = -\frac{x}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-x^2 - y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{III. 34})$$

$$G_y(x, y) = -\frac{y}{\sigma^2} \exp\left(\frac{-x^2 - y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{III. 35})$$

Sachant que les filtres sont séparables, nous pouvons réaliser séparément les convolutions suivant x et y :

$$G_x(x, y) = G_x(x) \otimes G(y) \quad (\text{III. 36})$$

$$G_y(x, y) = G_y(y) \otimes G(x) \quad (\text{III. 37})$$

D'où

$$F_x = G_x(x) \otimes G(y) \otimes I \quad (\text{III. 38})$$

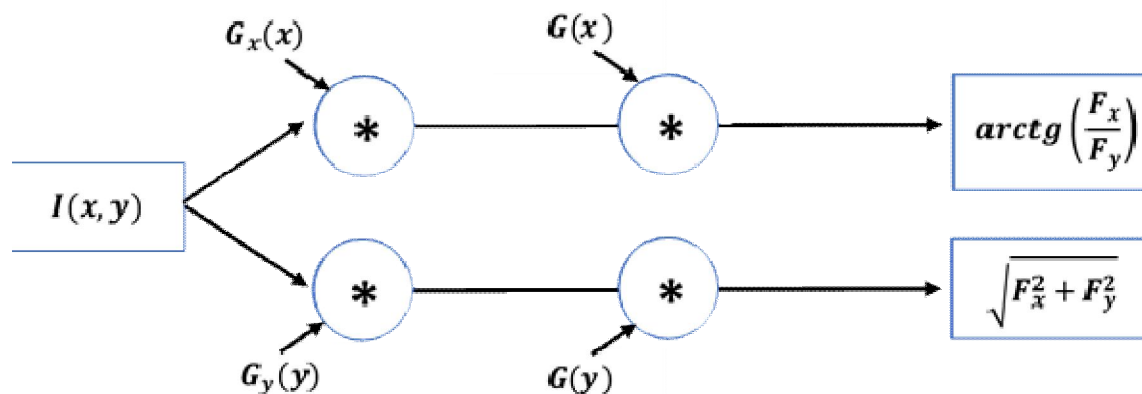
$$F_y = G_y(y) \otimes G(x) \otimes I \quad (\text{III. 39})$$

La direction et l'amplitude sont alors données par la relation :

$$A = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (\text{III. 40})$$

$$\text{dir} = \text{arctg} \left(\frac{F_x}{F_y} \right) \quad (\text{III. 41})$$

L'algorithme de dérivation est résumé par la figure suivante :



Pour cette méthode de détection de contours, on effectue un filtre passe bas $G(x)$ à l'image avant d'en calculer le gradient.

Canny utilise un filtre passe bas étant une Gaussienne de type :

$$G(x) = \exp \left(\frac{-x^2}{2\sigma^2} \right) \quad (\text{III. 42})$$

Dont la transformée de fourier est :

$$G(\omega) = \sigma\sqrt{2\pi} \exp \left(\frac{-\omega^2}{\sigma^2} \right) \quad (\text{III. 43})$$

La fréquence de coupure a -3db est :

$$F_c = \frac{\sqrt{\ln 2}}{2\pi\sigma} \quad (\text{III. 44})$$

La fréquence de coupure est inversement proportionnelle à σ . Si on prend une valeur importante de σ donc une fréquence de coupure faible, le bruit sera fortement diminué. Le critère de détection sera amélioré. Par contre une faible valeur de σ filtre moyennement le bruit.

III.5.2 Filtre de Deriche

Deriche a cherché à déterminer un détecteur optimal sous forme d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie. Partant de (V.1) l'équation différentielle de Canny. Pour cela il définit les conditions initiales suivantes :

$$f(0)=0 \quad f'(0)=S \quad f(+\infty)=0 \quad f'(+\infty)=0$$

La solution générale est donnée sur l'intervalle $[0, +\infty[$:

$$f(x) = -\frac{C_1}{\omega} e^{-\alpha x} \sin(\omega x) \quad (\text{III. 45})$$

$f(x)$ est antisymétrique, utilisant le fait que $f(x) = -f(-x)$, la solution générale sera étendue sur tout l'intervalle $]-\infty, +\infty[$

$$f_d(x) = -C_1 e^{-\alpha|x|} \sin(\omega x) \quad (\text{III. 46})$$

C'est l'expression du filtre optimal de dérivation de Deriche. Ce filtre est en fonction de α et de la constante C_1 et qui est choisie de telle sorte que la réponse du filtre soit nulle. Donc on doit obtenir un filtre normalisé :

$$\sum_0^{+\infty} f(x) = -1 \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{1 - 2e^{-\alpha} \cos \omega + e^{-2\alpha}}{e^{-\alpha} \sin(\omega)}$$

On obtient le filtre de lissage de Deriche par intégration du filtre dérivative :

$$f(x) = \frac{C_1 e^{-\alpha|x|}}{\alpha^2 + \omega^2} [\alpha \sin(\omega|x|) + \omega \cos(\omega|x|)] \quad (\text{III. 47})$$

Pour ($\omega \ll \alpha$), nous avons $\omega x \ll 1$. Nous pouvons faire l'approximation suivante :

$$\sin(\omega x) = \omega x$$

Dans ce cas on obtient :

$$f_d(x) = -C_1 x e^{-\alpha|x|} \text{ (III. 48)}$$

Le paramètre α du filtre de Deriche joue un rôle inverse du paramètre σ de Canny. En procédant comme dans le filtre de Canny, le filtre défini ci-dessus va être étendu au cas bidimensionnel en choisissant $H(x,y)$, la fonction de projection séparable en $h(x)$ et $h(y)$, les primitives de $f_d(x)$ et $f_d(y)$ respectivement.

$$h(x) = C_1(\alpha|x| + 1)e^{-\alpha|x|} \text{ (III. 49)}$$

$$h(y) = C_1(\alpha|y| + 1)e^{-\alpha|y|} \text{ (III. 50)}$$

$$H(x, y) = h(x) \cdot h(y) \text{ (III. 51)}$$

$G_x(x,y)$ et $G_y(x,y)$, les composantes du gradient de l'image filtrée par $H(x,y)$ sont données par :

$$G_x(x, y) = [f_d(x) \cdot h(y)] \otimes \otimes I(x, y) = f_d(x) \otimes [h(y) \otimes I(x, y)] \text{ (III. 52)}$$

$$G_y(x, y) = [h(x) \cdot f_d(y)] \otimes \otimes I(x, y) = h(x) \otimes [f_d(y) \otimes I(x, y)] \text{ (III. 53)}$$

La détection de contour se fait par le calcul du gradient de l'image filtrée à l'aide du filtre passe-bas :

$$h(x) = C_1(\alpha|x| + 1)e^{-\alpha|x|} \text{ (III. 54)}$$

Dont la transformation de Fourier est :

$$H(\omega) = -4C_1 \frac{\alpha^2}{(\alpha^2 + \omega^2)^2} \text{ (III. 55)}$$

La fréquence de coupure a -3db est :

$$F_c = \frac{\alpha \sqrt{2^{1/4} - 1}}{2\pi} \text{ (III. 56)}$$

La fréquence de coupure est proportionnelle à α . Le choix de α nous permettra de fixer la fréquence de coupure du filtre.

La performance de filtre dépend seulement de la valeur α . Celui-ci est ajusté pour équilibrer le rendement entre le rapport signal sur bruit et la localisation. Si α diminue, la localisation du contour se dégrade mais le rapport signal sur bruit sera plus favorable (moins sensible au bruit). En revanche, si α augmente, la localisation de contour sera mieux mais le rapport signal sur bruit sera dégradé (plus sensible au bruit). [PAP, 2006]

III.5.3 Filtre de Shen et Castan

Cette approche consistée en l'élaboration d'un filtre passe bas optimal pour la détection des contours. Le formalisme mathématique s'inspire beaucoup de celui de Canny. Il en ressort de cette étude que le filtre linéaire optimal de lissage recherché est le filtre exponentiel symétrique, Cette formulation n'est pas unique pour la solution de l'équation de Canny. Ainsi, Shen et Castan ont développé un filtre optimal en satisfaisant les deux paramètres de Canny [FOR, 1999],[GON, 2008]. Ils ont trouvé comme solution :

$$f_d(x) = d e^{-\alpha|x|} \quad \text{si } x \geq 0 \quad (\text{III.57})$$

$$f_d(x) = -d e^{-\alpha|x|} \quad \text{si } x \leq 0 \quad (\text{III.58})$$

La normalisation du filtre dans l'espace discret donne la constante d .

Nous obtenons donc :

$$\sum_0^{\infty} f_d(x) = 1 \Rightarrow d = 1 - e^{-\alpha}$$

Le filtre de lissage de Shen-Castan est obtenu par intégration du filtre détecteur (III.57).

Il s'écrit :

$$f_d(x) = c e^{-\alpha|x|} \quad (\text{III.59})$$

La constante c est obtenu par la normalisation du filtre dans l'espace discret. Nous obtenons :

$$\sum_0^{\infty} f_d(x) = 1 \Rightarrow c = \frac{1 - e^{-\alpha}}{1 + e^{-\alpha}}$$

La détection de contours par le filtre de Shen-Castan revient à calculer le gradient de l'image

$$f(x) = c e^{-\alpha|x|} \quad (\text{III.60})$$

Dont la transformée de Fourier est :

$$f(\omega) = c \frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} \text{ (III. 61)}$$

La fréquence de coupure a -3db est :

$$F_c = \frac{\alpha\sqrt{2^{1/2} - 1}}{2\pi} \text{ (III. 62)}$$

La fréquence de coupure est proportionnelle à α . Ce paramètre fait l'inverse du paramètre σ de Canny. Son choix nous permet de fixer la fréquence de coupure du filtre.

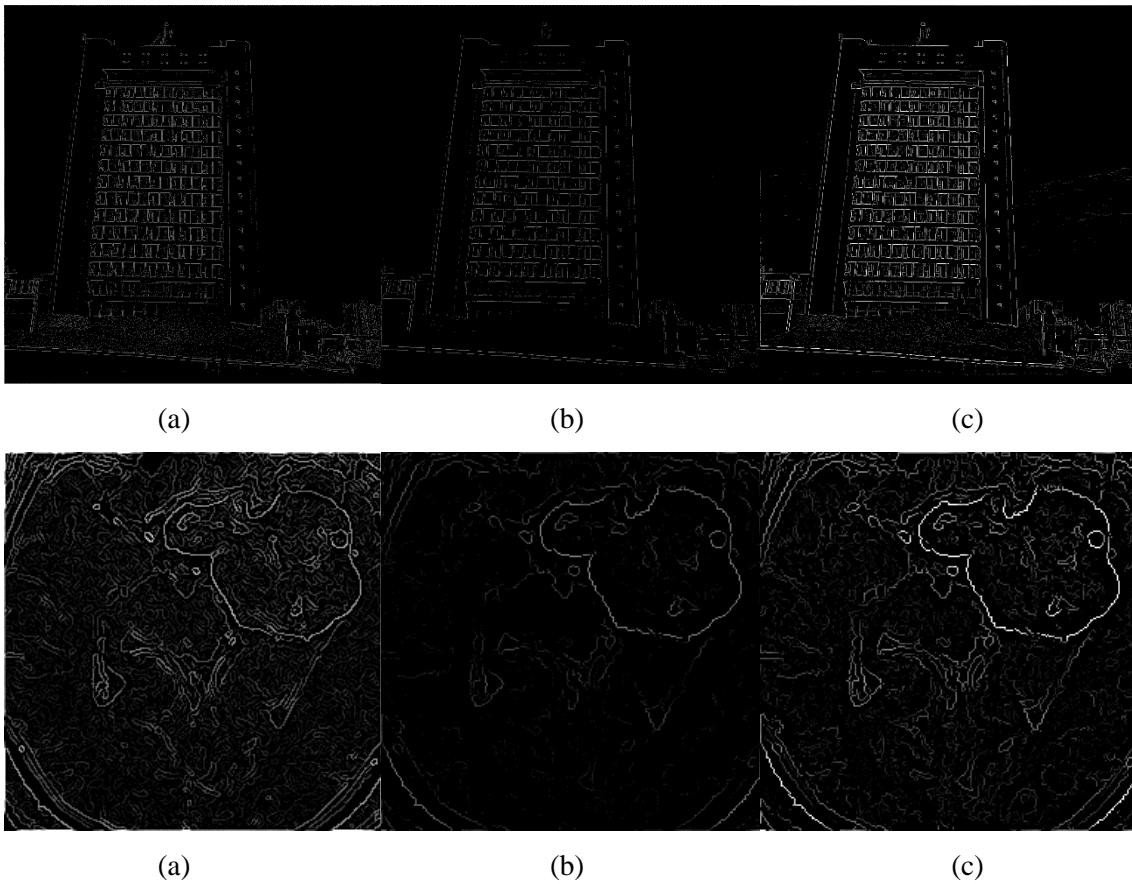


Figure III.9 : Application des différents filtres optimaux

(a) Canny, (b) Deriche, (c) Shen et Castan.

La figure III.9a, figure III.9b et figure III.9c indique respectivement le contour obtenu par trois différents types de filtres respectivement Canny, Deriche et Shen-Castan.

III.6 Etude comparative entre les différents types de détecteur de contours

Cette partie consiste à étudier les performances entre les différents détecteurs de contour. Les filtres étudiés sont le filtre de Canny, Sobel Prewitt, Derich et Shen-Casten. Les critères proposés par Canny s'avèrent très utiles pour cette étude. Ces critères font intervenir une expression impulsionnelle du filtre. Afin de les appliquer à des filtres à repense impulsionnelle discrète, tels sobel et prewitt, nous pouvons utiliser l'équivalent discret des critères de Canny.

$$D = \frac{|\sum_{-\infty}^0 f(n)|}{\sqrt{\sum_{-\infty}^{+\infty} f^2(n)}} \quad L = \frac{|f'(0)|}{\sqrt{\sum_{-\infty}^{+\infty} f'^2(n)}} \quad U = \left[\frac{\sum_{-\infty}^{+\infty} f'(n)^2}{\sum_{-\infty}^{+\infty} f''(n)^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

III.6.1 Performance du filtre de Canny

Le filtre détecteur de contour de Canny est caractérisé par la formule impulsionnelle suivante :

$$f_d(x) = \left(-\frac{x}{\sigma^2}\right) e^{-\frac{x}{2} \cdot \sigma^2} \quad (\text{III. 68})$$

La primitive qui constitue le filtre de lissage est :

$$f(x) = e^{-x/2 \cdot \sigma^2} \quad (\text{III. 69})$$

De cette expression on peut calculer les performances du filtre :

$$D = \sqrt{\frac{2\sigma}{\sqrt{\pi}}} ; L = \sqrt{\frac{4}{3\sigma\sqrt{\pi}}} ; U = \sqrt{\frac{2\sigma^2}{13}}$$

L'augmentation de σ conduit à l'amélioration des critères de détection et d'unicité, par contre le critère de localisation est détériorée.

III.6.2 Performances du filtre de Sobel

En utilisant les fonctions discrètes, on détermine la réponse impulsionnelle de ce filtre portée à une seule dimension. Le noyau de convolution sera : $(2 \ 0 \ -2)$

La réponse impulsionnelle est donnée par la relation suivante :

$$f(n) = 2(\delta_{n,1} - \delta_{n,-1}) \quad (\text{III. 63})$$

où $\delta_{n,k}$ représente le symbole de Kronecker

$$\delta_{n,k} = 1 \quad \text{si } n=k$$

$$\delta_{n,k} = 0 \quad \text{si } n \neq k$$

En utilisant l'approximation de la dérivée dans le cas discret, La première et seconde dérivée de la réponse impulsionnelle $f(n)$ s'écrit comme suite :

$$F'(n) = f(n+1) - f(n) \quad (\text{III. 64})$$

$$= 2(\delta_{n,2} - \delta_{n,0} - \delta_{n,1} + \delta_{n,-1})$$

$$F''(n) = f'(n+1) - f'(n) \quad (\text{III. 65})$$

$$= 2\delta_{n,3} - 4\delta_{n,2} + 4\delta_{n,0} - 2\delta_{n,-1}$$

D'après les formules (III.64) et (III.65), On déduit les performances de ce filtre :

$$D = \frac{\sqrt{2}}{2} ; L = \frac{1}{2} ; U = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

III.6.3 Performances du filtre de Prewitt

Le noyau de convolution utilisé est comme suit : $(1 \ 0 \ -1)$

La réponse du filtre de Prewitt est décrite par la relation suivante :

$$f(n) = (\delta_{n,1} - \delta_{n,-1})$$

Les dérivées premières (III.66) et secondes (III.67) de la réponse impulsionnelle $f(n)$ sont déduites en utilisant l'approximation de la dérivée dans le cas discret :

$$F'(n) = f(n+1) - f(n) \quad (\text{III. 66})$$

$$\begin{aligned}
&= \delta_{n,2} - \delta_{n,0} - \delta_{n,1} + \delta_{n,-1} \\
F''(n) &= f'(n+1) - f'(n) \text{ (III.67)} \\
&= \delta_{n,3} - 2\delta_{n,2} + 2\delta_{n,0} - \delta_{n,-1}
\end{aligned}$$

Les performances de filtre de Prewitt sont :

$$D = \frac{\sqrt{2}}{2} ; L = \frac{1}{2} ; U = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

III.6.4 Performance du filtre de Shen-Castan

Le filtre détecteur de Shen-Castan est :

$$\begin{aligned}
f_d(x) &= d e^{-\alpha|x|} \quad \text{si } x \geq 0 \\
f_d(x) &= -d e^{-\alpha|x|} \quad \text{si } x \leq 0
\end{aligned}$$

De cette expression et en utilisant les propriétés établies auparavant, on aura :

$$D = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} ; L = \sqrt{\alpha} ; U = \frac{1}{\alpha}$$

Les performances de filtre de Shen-Castan sont simples car il ne dépend que d'un seul paramètre α .

III.6.5 Performance du filtre de Deriche

Le filtre détecteur est caractérisé par la réponse impulsionnelle suivante :

$$F(x) = -C e^{-\alpha|x|} \sin \omega x \text{ (III.70)}$$

A partir de l'expression (III.70) et en utilisant les propriétés établies auparavant, on pourra déduire les performances de Deriche :

$$D = [2\alpha/(\alpha^2 + \omega^2)]^{1/2} ; L = (2\alpha)^{1/2} ; D.L = [4\alpha^2/(\alpha^2 + \omega^2)]^{1/2}$$

Pour simplifier l'équation (III70), on pose $\omega = 0$ et $\omega \ll \alpha$

De plus sachant que $\omega x \ll 1$,

Nous pouvons faire l'approximation $\sin(\omega x) = \omega x$. Dans ce cas l'équation (III.70) se simplifie à :

$$F_d(x) = -C x e^{-\alpha|x|} \text{ (III.71)}$$

Les caractéristiques de ce filtre sont :

$$D = (2/\alpha)^{1/2} ; \quad L = (2\alpha)^{1/2} ; \quad U = 1/\alpha\sqrt{5}$$

Ce type de filtre est simple, car il ne dépend que d'un seul paramètre α .

Si α augmente, L augmente, dans ce cas le critère de localisation est amélioré. Par contre, on aura une détérioration du critère de détection (D décroît) ainsi que l'unicité. Donc le compromis à faire entre une bonne détection et une bonne localisation dépendra de l'image à traiter.

III.7 Conclusion

Pour valider la comparaison entre les différents détecteurs de contour présentés dans la partie précédente, nous rapportons dans le tableau suivant les valeurs de leurs caractéristiques. Dans cette comparaison, on a fixé $\sigma=1$ pour Canny et $\alpha=1$ pour Deriche et Shen-Castan. Ces valeurs représentent un voisinage infini sur une zone d'influence semblable aux opérateurs (Sobel, Prewitt).

Critère Opérateurs	U	D	L	D.L
Canny	0,39	1,06	0,86	0,92
Sobel	0,63	0,70	0,50	0,35
Prewitt	0,63	0,70	0,50	0,35
Shen-Castan	1	1	1	1
Deriche	0,44	1,41	1,41	2

Tableaux III.1 : caractéristiques des différents détecteurs de contour présentés

Les meilleures performances sont ceux de Deriche, Shen-Castan et Canny. Le filtre de Deriche possède un produit D.L plus élevé, Ceci présente un meilleur compromis Détection-Localisation et un coefficient U caractérisant une unicité de la réponse légèrement plus grande que celle de Canny. Ce qui lui donne certains avantages par rapport à celle de Canny :

- La taille de l'opérateur induit moins de perte d'image.
- Le temps de calcul est nettement moins long et indépendant de la taille de l'opérateur.

Le tableau suivant illustre dans les différentes caractéristiques des détecteurs de contour présentés dans ce chapitre.

Filtre S	Propriétés							
	Epaisseur du contour	localisation	déteçtabilité	isotropie	Sensibilité au bruit	Complexité de conception et implémentation	paramètre	Sensibilité des paramètres
Roberts	augmentation	moyenne	faible	moyenne	Très forte	faible	non	non
prewitt	augmentation	moyenne	faible	moyenne	forte	faible	non	non
Sobel	augmentation	moyenne	faible	moyenne	forte	faible	non	non
Gradient Morphologique	Forte augmentation	moyenne	faible	élevée	moyenne	moyenne	Type taille du dernier élément structurant	Agit sur l'épaisseur du contour
Zero-crossing	préservée	élevée	élevée	faible	forte	moyenne	non	non
LoG	préservée	élevée	élevée	élevée	faible	moyenne	σ	Résolution des contours
Canny	augmentation	élevée	moyenne	élevée	moyenne	élevée	σ	Agit sur la sensibilité face au bruit et sur la qualité de la détection
Deriche	augmentation	élevée	moyenne	élevée	moyenne	élevée	α	
Shen-Casten	augmentation	élevée	moyenne	élevée	moyenne	élevée	α	

Tableaux III.2 : récapitulatifs des propriétés de chacun des filtres [PAP, 2006]

Dans ce chapitre, nous avons présenté différents types de détecteur de contours appliqué à des images à niveau de gris. Les résultats de ces derniers sont imparfaits pour diverses raisons. Ceci rend la détection difficile en raison de la présence du bruit, de la difficulté de régler de manière optimale les paramètres du détecteur, ainsi que la présence de contraste variable.