4.3. La réception en temps réel des images satellitaires

Pour assurer la poursuite des satellites défilant, il est nécessaire de connaître l'azimut et l'élévation de ces derniers par rapport à l'antenne de réception. Avec ces deux données, il est possible de suivre le satellite durant sa trajectoire, depuis l'AOS jusqu'au LOS. Le déplacement de l'antenne est effectué par deux moteurs qui assurent sa mobilité horizontale (azimut) et verticale (élévation).

Il faut donc calculer l'azimut et l'élévation que doit avoir l'antenne pour pointer le satellite, à partir des données fournies par l'algorithme SGP4 qui sont la position et de la vitesse du satellite sur son orbite dans le repère ECI (Equations 3.71 et 3.72)

Le Repère ECI est fixe dans l'espace, c'est à dire qu'il ne tourne pas avec la terre. Ces axes sont définis comme suit :

- ***Axe z :*** Longe l'axe de rotation de la terre.
- ***Axe x :*** Pointe l'équinoxe vernal ; c'est à dire que c'est la droite qui longe la ligne d'intersection du plan équatorial avec le plan orbital de la terre autour du soleil. Cet axe, peut aussi être défini comme l'axe partant du centre de la terre, se dirigeant vers le centre du soleil au premier jour de printemps.
- ***Axe y :*** Complète le système orthogonal.

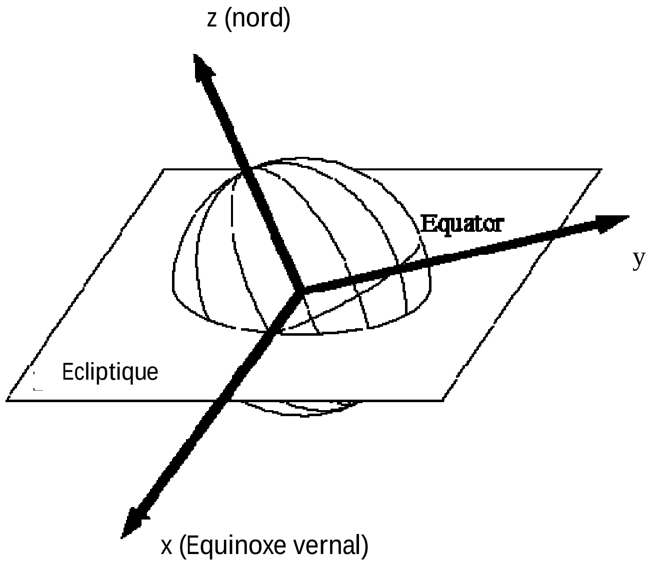


Figure 3.5. Le système de coordonnées ECI

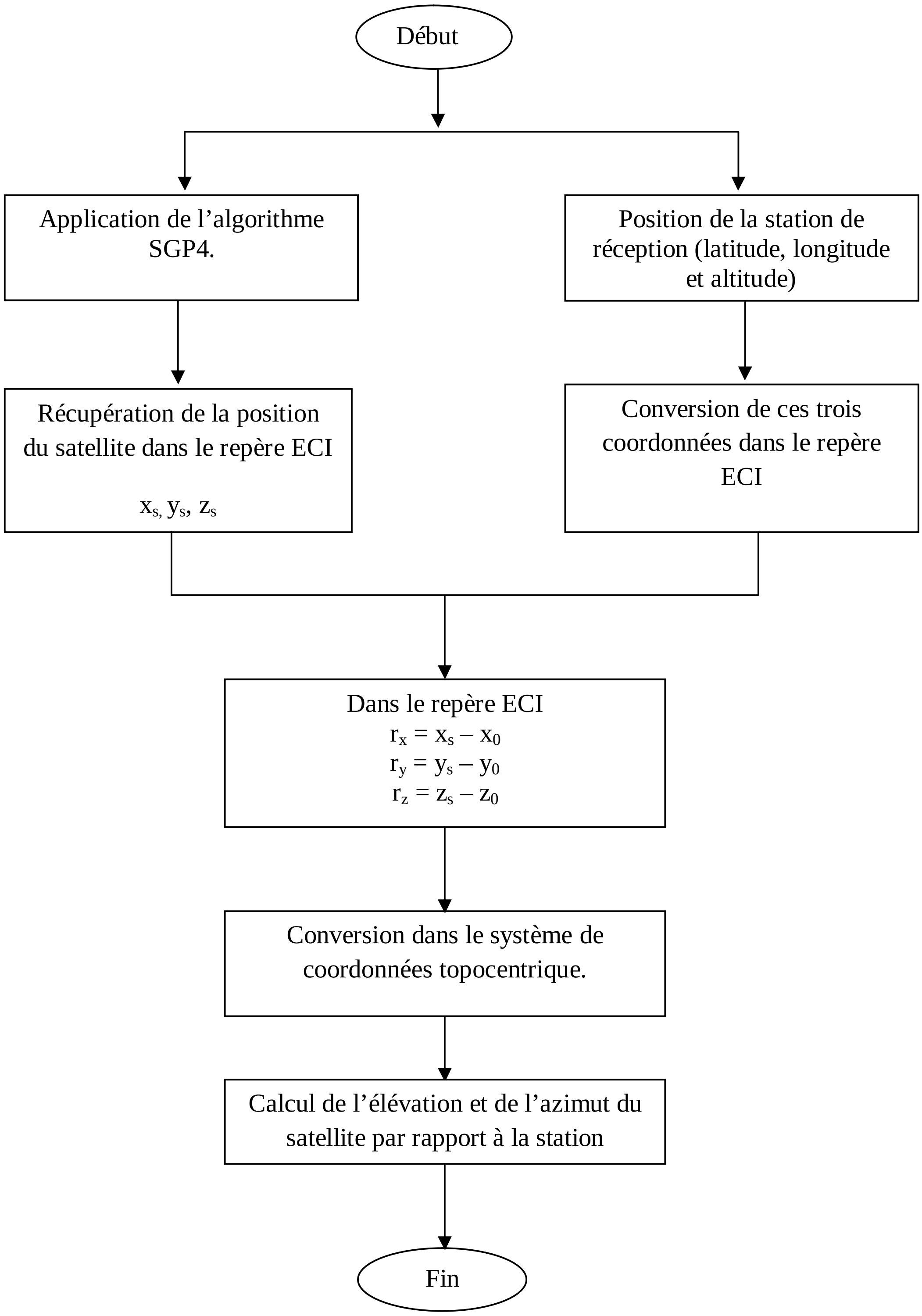
4.3.1. calcul des coordonnées des satellites

Avant toute chose, il est nécessaire de convertir la position du satellite et la position de la station (latitude, longitude et altitude) dans un même repère de coordonnées. Nous choisirons le repère ECI, puisque la position du satellite y est donnée par le modèle SGP4.

Ensuite il faudra convertir les résultats obtenus dans le système de l'horizon topocentrique[3] de la station, pour enfin calculer l'élévation et l'azimut de l'antenne dans le but de pointer le satellite.

[3] Qui se rapporte à un système de référence centré sur un point de la surface de la Terre.

Toutes ces étapes sont résumées dans l'algorithme donné ci-dessous :



4.3.2. Calcul de la position de l'antenne dans le repère ECI

Nous devons calculer la position de l'antenne de réception dans le repère ECI à partir de la longitude, la latitude et l'altitude de sa localisation.

A ce niveau nous allons supposer que la terre est sphérique. Cette hypothèse n'est pas vraie, et les résultats seront erronés (nous le verrons plus tard), mais elle nous facilitera l'approche initiale.

Calcul de z :

Le schéma ci-dessous représente une coupe verticale de la terre, avec l'antenne de réception située à une latitude φ.

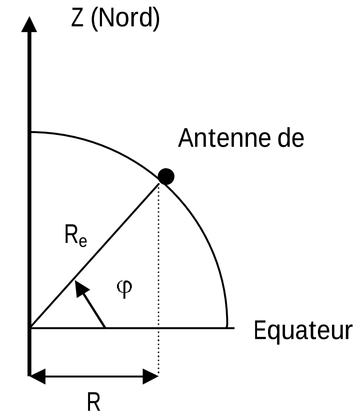


Figure 3.6. Conversion de la latitude dans le système ECI

Le calcul de z est simple :

$$z = R_e \sin\varphi \qquad (3.73)$$

Où R_e est le rayon équatorial de la terre.

Pour le calcul de x et de y, nous aurons besoin de connaître la valeur de R:

$$R = R_e \cos\varphi \qquad (3.74)$$

Si nous devions calculer *z* pour une station se situant au-dessus du niveau de la mer, nous remplacerions simplement R_e par $R_e + h$, où *h* est l'altitude de la station.

Calcul de x et y :

Le calcul de *x* et de *y* exige un peu plus de travail car la terre tourne dans le plan *xy* (c.-à-d., autour de l'axe *de z*), ce qui implique que le *x* et le *y* d'un point sur la surface de la terre changeront avec du temps, contrairement à z.

Cependant, si nous connaissons l'angle entre la longitude de l'antenne et l'axe *x* (l'équinoxe vernal), nous pouvons désigner x et y comme une fonction du temps.

La figure 3.7. représente une coupe horizontale de la terre, perpendiculaire à l'axe z (parallèle au plan équatorial).

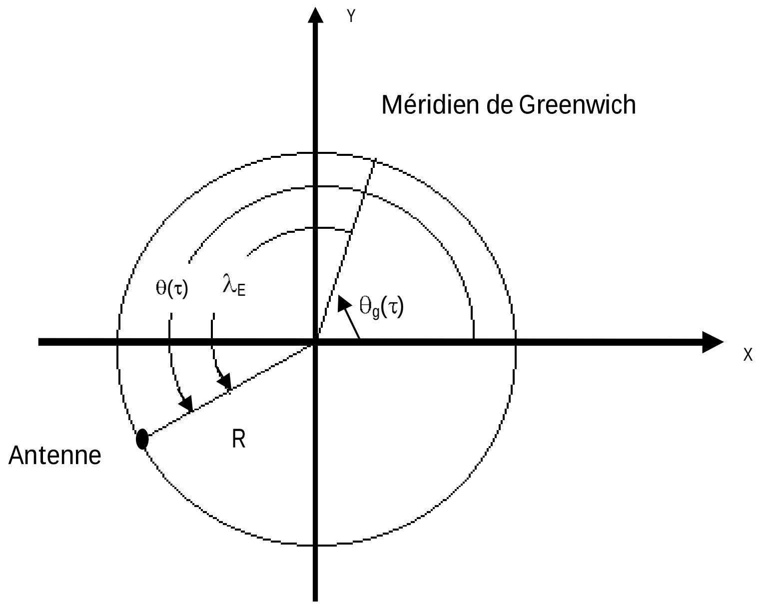


Figure 3.7. Conversion de la longitude dans le système ECI

Considérons l'angle $\theta\ (\tau)$ entre l'axe x et la longitude[4] de l'observateur, où τ est le temps qui nous intéresse.

Les coordonnées $x(\tau)$ et $y(\tau)$ sont données par :

$$x(\tau) = R\cos\theta(\tau) \qquad (3.75)$$

$$y(\tau) = R\sin\theta(\tau) \qquad (3.76)$$

Calcul le θ (τ) :

$\theta\ (\tau)$ est le temps sidéral.

Rappelons que le temps sidéral en un lieu est l'angle compris entre la direction de l'équinoxe vernal et le plan du méridien de ce lieu. Ce plan de référence change d'un lieu à un autre s'ils ont des longitudes différentes. Le temps sidéral d'un lieu est son *temps sidéral local* (*LST*).

Si l'on connaît le *temps sidéral à Greenwich* (*GST*) à un instant donné et la longitude de la localisation (λ_E), on peut en déduire son temps sidéral local.

Si l'on convient, conformément à la recommandation de l'Union astronomique internationale, de compter les longitudes positivement vers l'Est, on a :

$$\theta(\tau) = \theta_g(\tau) + \lambda_E \qquad (3.77)$$

Nous pouvons déterminer le temps sidéral à Greenwich $\theta_g(\tau)$ en un instant donné, exprimé en temps universel (UT), avec la relation suivante :

$$\theta_g(\Delta\tau) = \theta_g(0^h) + \omega_e\, \Delta\tau \qquad (3.78)$$

[4] La longitude est l'angle compris entre le plan du méridien de Greenwich et le plan du méridien de ce lieu.

Où

- $\theta_g(0^h)$ est le temps sidéral à Greenwich à 0 h UT
- ωe est la vitesse de rotation de la terre = $7.29211510 \times 10^{-5}$ radians/seconde
- $\Delta\tau$ est l'instant désiré en fraction du jour.

Le temps sidéral à Greenwich est donné par la relation *[ALM92] :*

$$\theta_g\,(0h) = 54841\ 24110s + 8640184s\ 812866\ T_u + 0s\ 093104\ T_u^2 - 6.2 \times 10^{-6}\ T_u^3 \qquad (3.79)$$

$$T_u = d_u / 36525 \qquad (3.80)$$

d_u: nombre de jours écoulés en temps universel depuis JD 2451545.0 (2000 janvier 1, 12h UT1).

4.3.3. Calcul de l'élévation et de l'azimut

Si dans le système de coordonnées ECI :

- La position du satellite est [x_s, y_s, z_s]
- La position de l'observateur est [x_o, y_o, z_o]

Alors le vecteur d'alignement entre le satellite et l'antenne est : [r_X, ry, r_Z] = [x_s-x_o, y_s-y_o , z_s-z_o].

Ce vecteur reste toujours dans le système ECI. Pour générer les angles d'élévation et d'azimut, le vecteur doit être défini dans le repère topocentrique représenté ci dessous.

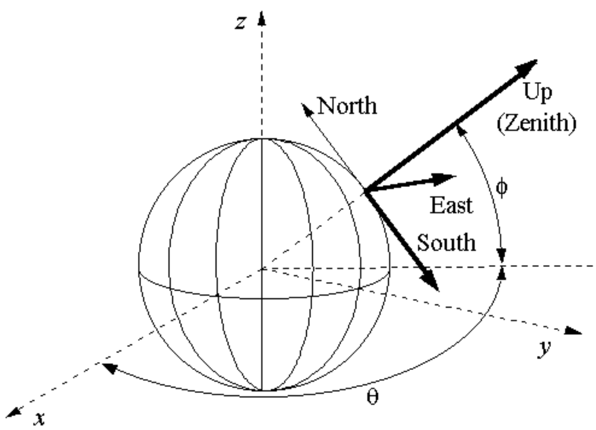


Figure 3.8. Repère de l'horizon topocentrique

Ce système est déterminé comme suit :

- Axe *z :* dirigé vers le zénith de la station de réception,
- Axe *x :* dirigé vers le sud de la station,
- Axe *y :* se dirigeant à l'est de la station.

Pour transformer le vecteur [r_X, ry, r_Z] dans le système de l'horizon topocentrique, il faut :

1. Faire une rotation d'angle θ (le temps sidéral local) autour de l'axe *de z*
2. Faire une rotation d'angle φ (la latitude de l'observateur) autour de l'axe *y*.

Les coordonnées de [r_X, ry, r_Z] deviennent :

$$r_S = \sin\varphi \cos\theta\, r_x + \sin\varphi \sin\theta\, r_y - \cos\varphi\, r_z \tag{3.81}$$

$$r_E = -\sin\theta\, r_x + \cos\theta\, r_y \tag{3.82}$$

$$r_Z = \cos\varphi \cos\theta\, r_x + \cos\varphi \sin\theta\, r_y + \sin\varphi\, r_z \tag{3.83}$$

La distance entre le satellite et l'antenne est donc :

$$r = \sqrt{r_s^2 + r_e^2 + r_z^2} \tag{3.84}$$

L'élévation est donnée par :

$$EL = \sin^{-1}\left(\frac{r_Z}{r}\right) \tag{3.85}$$

Et l'azimut par :

$$Az = \tan^{-1}\left(\frac{-r_E}{r_S}\right) \tag{3.86}$$

Le signe (-) est nécessaire parce que l'azimut est mesuré dans le sens des aiguilles d'une montre à partir du nord.

4.3.4. Prise en compte de la non sphéricité de la terre

Jusqu'à présent, nous avons considéré que la terre est une sphère homogène, ce qui n'est pas le cas bien sûr puisqu'elle est aplatie aux pôles.

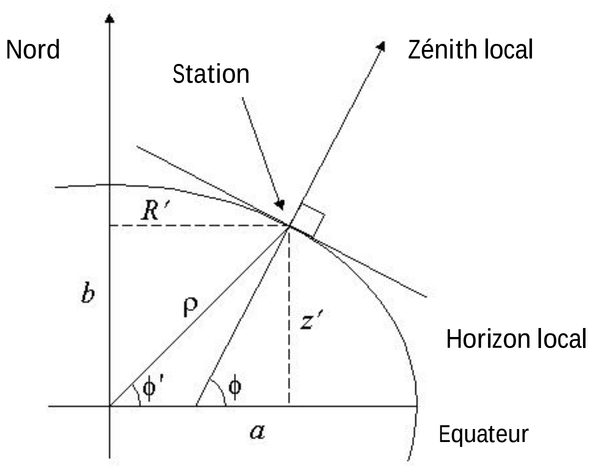


Figure 3.9. Coupe de la terre aplatie aux pôles

En prenant en compte le fait que la terre ne soit pas sphérique, nous verrons que le résultat de calcul de l'élévation et de l'azimut de l'antenne changera.

La figure 3.9 est une vue exagérée de la section transversale de la terre considérée comme aplatie aux pôles. L'horizon local est le plan tangent à la surface de la terre en un point. Ce point n'est autre que la position de l'antenne. Le zénith local est défini comme étant la direction partant d'un point de la surface de la terre perpendiculaire à l'horizon local.

Dans le cas d'une sphère, le zénith local passe toujours par le centre de cette sphère. Cependant ce n'est pas le cas pour la terre qui est aplatie aux pôles, puisque la ligne partant du centre et allant vers position de la station ne pointe pas le zénith local, sauf quand la station est située aux pôles ou sur l'équateur.

Une modélisation de la terre a été définie *[WGS72]* avec les paramètres suivants;

- Le rayon équatorial a est estimé à 6378.135 Km
- Le rayon au niveau des pôles b est donné par la relation :

$$b = a\left(1 - f\right) \tag{3.87}$$

Avec f le coefficient d'aplatissement de la terre, estimé à : 1/298.26 ce qui implique un petit écart par rapport à une sphère parfaite.

En utilisant l'équation (3.87) le rayon de la terre aux pôles est de 6356.751 Km, soit une différence d'à peu prés 22 Km par rapport au plan équatorial.

Cette différence va surtout influer sur la latitude du satellite. Puisque cette dernière est définie comme étant l'angle entre la ligne reliant le centre de la terre à l'antenne et le plan équatorial de la terre, c'est la latitude géocentrique notée ϕ sur la figure 3.9.

Cependant pour une sphère aplatie la latitude géodésique[5] est l'angle entre la direction du zénith local et le plan équatorial(ϕ).

Nous devons déterminer la latitude géocentrique à partir de la latitude géodésique qui est disponible sur les cartes du monde. Connaissant la latitude géocentrique ϕ', nous pouvons calculer le rayon géocentrique ρ et d'en déduire la coordonnée z' :

Commençons par trouver la relation entre ϕ et ϕ' :

Par définition, pour une ellipse, nous avons :

$$\frac{R'^2}{a^2} + \frac{z'^2}{b^2} = 1 \tag{3.88}$$

où :

$$z' = \rho \sin\phi' \tag{3.89}$$

$$R' = \rho \cos\phi' \tag{3.90}$$

donc :

$$\tan\phi' = \frac{z'}{R'} \tag{3.91}$$

et

$$\tan\phi = \frac{-dR'}{dz'} \tag{3.92}$$

[5] La géodésie est la science de la forme et de la dimension de la terre et de son champ de pesanteur.

Donc, selon l'équation (3.88) nous aurons :

$$\frac{R'^2}{a^2}+\frac{z'^2}{b^2}=1 \Rightarrow \frac{2R'dR'}{a^2}+\frac{2z'dz'}{b^2}=0 \Rightarrow \frac{z'}{R'}=\frac{-b^2 dR'}{a^2 dz'} \qquad (3.93)$$

On peut donc écrire que :

$$\tan\phi' = \frac{b^2}{a^2}\tan\phi = (1-f)^2 \tan\phi \qquad (3.94)$$

La courbe de la figure 3.10. nous donne la différence en degrés entre la latitude géocentrique et la latitude géodésique (c'est à dire en prenant en compte la forme aplatie de la terre.)

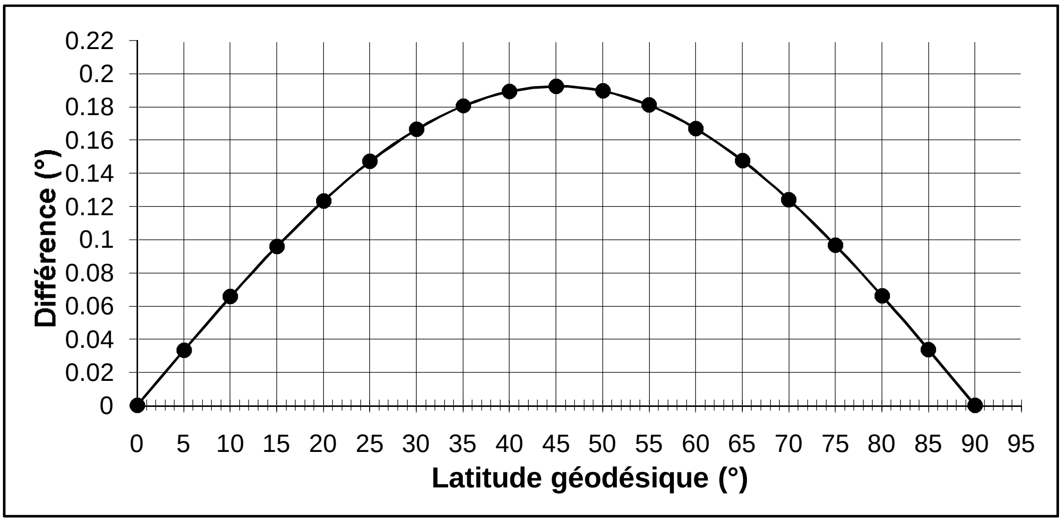


Figure 3.10. Différence entre la latitude géocentrique et la latitude géodésique

Interprétation de la courbe :

Nous remarquons que la différence entre les deux latitude varie entre 0 et 0.2 degré, atteignant un maximum quand la latitude de l'emplacement de l'antenne est dans les environs de 45°.

Cependant, pour les localités situées au niveau des pôles ou sur l'équateur, la non sphéricité de la terre ne rentre pas en jeu, et peut donc être ignorée.

L'erreur maximale est dans les environs de 0.2°. Cela peut paraître très faible, mais cette petite déviation a des conséquences sur le calcul de l'élévation et de l'azimut.

Dans le cas de notre station de réception située avec les coordonnées suivantes :

Latitude (°)	37.35
Longitude (°)	-0.39
Altitude (m)	100

Tableau 3.1. Coordonnées géocentriques de la station de réception du LAAR.

Ces données sont fournies par le grand atlas mondial. Ce sont des données géocentriques. La latitude étant de 37°.35, nous pouvons déduire du graphe de la figure 3.10. que la divergence est presque à son maximum. En appliquant la relation (3.94), nous obtenons une latitude géodésique de 37°.1885, soit une différence de 0.181453°